

26151

**Федеральное агентство по образованию**  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ И ПИЩЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**



**Кафедра автоматики и автоматизации  
производственных процессов**

## **НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ**

Методические указания  
к практическим занятиям  
студентов специальности 220301  
и направления 220200  
очной и заочной форм обучения



Санкт-Петербург  
2009

УДК 681.2

**Лаврищев И.Б., Кириков А.Ю.** Надежность систем управления: Метод. указания к практическим занятиям студентов спец. 220301 и направления 220200 очной и заочной форм обучения. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2009. – 17 с.

Приводятся необходимые сведения для решения задач по расчету надежности систем управления. Даны количественные характеристики надежности систем автоматического управления, формулы для определения их статических оценок.

Рецензент

Канд. техн. наук, доц. В.А. Нелеп

Рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом университета

© Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий, 2009

## ВВЕДЕНИЕ

Эффективность работы системы управления в значительной степени зависит от надежности как отдельных устройств системы, так и аппаратуры, обеспечивающей взаимодействие между этими устройствами. Усложнение современных систем управления обуславливает повышенные требования к показателям надежности таких систем.

Это объясняется сложностью аппаратуры, медленным ростом уровня надежности комплектующих элементов, ростом числа элементов в аппаратуре, усложнением условий эксплуатации и т.д.

Надежность системы управления определяется не только на этапах проектирования и изготовления, но и рациональной эксплуатацией таких систем.

Цель практических занятий и решения контрольной работы – развитие у студентов навыков практического решения задач по расчету и сравнению показателей надежности систем управления.

Необходимым условием успешного выполнения контрольной работы является изучение теоретического материала, ознакомление с вопросами анализа отказов устройств, использование их при решении предложенных задач.

### ЗАДАЧА № 1

На испытании находились  $N_0 = 1000$  образцов неремонтируемой аппаратуры. Число отказов  $n(\Delta t)$  фиксировалось через каждые 100 часов работы ( $\Delta t = 100$  час). Данные об отказах приведены в таблице 1. Требуется вычислить количественные характеристики надежности и построить зависимости характеристик  $P(t)$ ,  $Q(t)$  и  $\lambda(t)$  от времени.

Таблица 1

$\Delta t, \text{ч}$	$\Delta N(\Delta t)$	$\Delta t, \text{ч}$	$\Delta N(\Delta t)$
0-100	50	1500-1600	13
100-200	40	1600-1700	13
200-300	32	1700-1800	13
300-400	25	1800-1900	14
400-500	20	1900-2000	12
500-600	17	2000-2100	12
600-700	16	2100-2200	13
700-800	16	2200-2300	12
800-900	15	2300-2400	13
900-1000	14	2400-2500	14
1000-1100	15	2500-2600	16
1100-1200	14	2600-2700	20
1200-1300	14	2700-2800	25
1300-1400	13	2800-2900	30
1400-1500	14	2900-3000	40

### Методические указания к решению задачи №1

В соответствии с ГОСТ 27.022-89 надежность – свойство изделия выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в заданных пределах.

Все существующие объекты с точки зрения теории надежности разделяются на две большие группы – невосстанавливаемые и восстанавливаемые. К восстанавливаемым объектам относятся такие, для которых в рассматриваемой ситуации восстановление работоспособного состояния предусмотрено в нормативно-технической документации.

К невосстанавливаемым объектам относятся такие, для которых в рассматриваемой ситуации не предусмотрено восстановление работоспособного состояния (кнопки, диоды, интегральные блоки и т.д.)

Вероятность безотказной работы  $P(t)$  – вероятность того, что в заданном промежутке времени  $t$  в системе или элементе не возникнет отказ. Статическую оценку вероятности безотказной работы можно получить из выражения

$$P(t) = \frac{N_0 - \Delta N(\Delta t)}{N_0},$$

где  $N_0$  – число исправных изделий до начала испытаний;  $\Delta N(\Delta t)$  – число изделий, отказавших за время  $\Delta t$ .

Вероятность отказа  $Q(t)$  – это вероятность того, что при определенных условиях эксплуатации в заданном интервале времени появится хотя бы один отказ. Вероятность отказа и вероятность безотказной работы составляют полную группу событий, поэтому

$$Q(t) = 1 - P(t)$$

Статическая оценка интенсивности отказов  $\lambda(t)$  определяется из выражения:

$$\lambda(t) = \frac{\Delta N(\Delta t)}{N(t)\Delta t},$$

где  $\Delta N(\Delta t)$  – число изделий, отказавших за время  $\Delta t$ ;  $N(t)$  – число изделий, оставшихся работоспособными к началу интервала времени  $\Delta t$ ;  $\Delta t$  – рассматриваемый интервал времени.

### ЗАДАЧА №2

В течение некоторого периода времени проводилось наблюдение за работой одного экземпляра системы управления. За весь период наблюдений было зафиксировано  $n$  отказов. До начала наблюдений система проработала  $T_1$  часов, к концу наблюдений наработка системы составила  $T_2$  часов. Требуется определить среднюю наработку на отказ  $T_{cp}$ .

Данные по вариантам представлены в таблице 2.

Таблица 2

Номер варианта	$T_1$ , ч	$T_2$ , ч	Число отказов $n$
1	258	4280	15
2	400	3600	13
3	500	6400	9
4	770	4800	7
5	120	5000	2
6	300	1540	4
7	240	1200	5
8	300	3300	8
9	10	190	18
10	580	2800	7

### Методические указания к решению задачи №2

Наработкой называется продолжительность или объем работы изделия, измеряемые в часах, километрах, циклах или других единицах.

Для определения средней наработки до отказа используется следующая статистическая оценка:

$$T_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{N},$$

где  $t_i$  – время безотказной работы изделия между  $(i-1)$  и  $i$ -м отказом;  $N$  – количество отказов.

### ЗАДАЧА №3

Аппаратура имеет среднюю наработку на отказ  $T_{cp}$  и среднее время восстановления  $T_b$ . Требуется определить коэффициент готовности.

Данные по вариантам приведены в таблице 3.

Таблица 3

Номер варианта	$T_{cp}$ , ч	$T_b$ , ч
1	230	1,2
2	550	2,2
3	500	2,5
4	430	1,8
5	140	1,7
6	320	1,2
7	450	1,5
8	540	1,6
9	300	1,3
10	400	1,8

### Методические указания к решению задачи №3

За отказ устройства управления принято считать такое случайное событие, при наступлении которого выходной сигнал, формируемый устройством, не будет соответствовать заданному сигналу и устройство не будет восстановлено за допустимое время восстановления  $T_{доп}$ .

Показатель – коэффициент готовности, который характеризует долю времени работы устройства по отношению ко времени работы и восстановления:

$$K_r = \frac{T_{cp}}{T_{cp} + T_b},$$

где  $T_{cp}$  – среднее время наработки на отказ;  $T_b$  – среднее время восстановления.

### ЗАДАЧА №4

Время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром  $\lambda$ . Требуется вычислить количественные характеристики надежности элемента:

- вероятность безотказной работы  $P(t)$  в течение времени  $t$ ;
- среднюю наработку до отказа  $T_{cp}$ .

Данные по вариантам приведены в таблице 4.

Таблица 4

Номер варианта	$t, 10^3 \cdot \text{ч}$	$\lambda, 10^{-6} \cdot \text{ч}^{-1}$
1	0,5	0,2
2	1,0	0,1
3	2,0	0,3
4	3,0	0,4
5	4,0	0,5
6	5,0	0,6
7	6,0	0,7
8	7,0	0,8
9	8,0	0,9
10	10,0	0,05

### Методические указания к решению задачи №4

Время между соседними отказами для элементов систем управления является непрерывной случайной величиной, которая характеризуется некоторым законом распределения. Опыт эксплуатации систем управления показывает, что в большинстве случаев характеристики надежности систем и элементов подчиняются экспоненциальному закону.

Для него количественные характеристики надежности определяются выражением:

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t};$$

$$P(t) = e^{-\lambda t};$$

$$T_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Экспоненциальный закон времени безотказной работы принято называть экспоненциальным законом надежности.

### ЗАДАЧА №5

Система уравнения состоит из  $N$  равнонадежных блоков с интенсивностью отказов  $\lambda$ . Принят экспоненциальный закон надежности, соединение блоков основное. Необходимо вычислить вероятность безотказной работы до первого отказа.

Данные по вариантам приведены в таблице 5.

Таблица 5

Номер варианта	Количество блоков $N$	$t, \text{ч}$	$\lambda, 10^{-6} \cdot \text{ч}^{-1}$
1	500	1000	0,15
2	800	800	0,3
3	700	850	0,35
4	900	700	0,45
5	600	400	0,58
6	1000	1000	0,64
7	200	800	0,79
8	100	700	0,82
9	400	750	0,85
10	300	900	1,0

### Методические указания к решению задачи № 5

Расчет надежности заключается в определении показателей надежности системы по известным характеристикам надежности её компонентов.

Для расчета надежности необходимо иметь структурную схему надежности.

При её составлении предполагается, что отказы элементов независимы, а элементы и система могут находиться в одном из двух состояний: работоспособном или неработоспособном.

Элемент, при отказе которого отказывает вся система в целом, считается последовательно соединенным в структурной схеме надежности. Если схема состоит только из последовательного соединенных элементов, то система является нерезервированной. Последовательное соединение элементов в структурной схеме надежности называется основным.

Если все элементы системы равнонадежны, они соединены в структурной схеме надежности последовательно, при разработке схемы специальные методы обеспечения надежности не использовались, электрические нагрузки элементов номинальные, система работает при нормальных условиях,  $\lambda$  – характеристики элементов на протяжении всего времени постоянны, время работы и число циклов срабатывания элементов одинаковые, то вероятность безотказной работы её элементов определяется из выражения:

$$P(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \dots P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t),$$

где  $P_i$  – вероятность безотказной работы  $i$ -го элемента.

Для экспоненциального закона надежности можно записать:

$$P(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t} = \exp(-t \sum_{i=1}^n \lambda_i).$$

Интенсивность отказов и среднее время безотказной работы системы соответственно равны:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i.$$

Среднее время наработки до первого отказа:

$$T = \frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}.$$

### ЗАДАЧА № 6

Определить надежность системы управления, если известна вероятность безотказной работы отдельных элементов, принят экспоненциальный закон надежности, а структурная схема надежности имеет следующий вид:

Данные по вариантам представлены в табл. 6.

Таблица 6

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Закорачиваются перемычкой точки на схеме	c-d	b-h	e-f	i-f	d-f	g-j	b-c	j-f	g-f	b-i

Для расчета надежности необходимо иметь структурную схему надежности (ССН), которая составляется на основе принципиальной электрической схемы.

ССН – графическое изображение элементов и связей между ними, показывающее воздействие отказа каждого элемента на всё устройство в целом.

На рисунке 1 в качестве примера приведена принципиальная электрическая схема устройства и соответствующая её структурная схема надежности.

За отказ схемы принимается не появление сигнала, которое может произойти при несрабатывании контакта К1, обрыва резистора R, отказа лампы НЛ, разрыва соединений С.

ССН строится по принципу: отказ элемента означает разрыв его связей с соседними элементами. В данном случае отказ любого элемента означает отказ устройства в целом. Такое соединение называется последовательным или основным.

На рисунке 2 представлено последовательное соединение элементов.

Вероятность безотказной работы системы при последовательном соединении равна произведению вероятностей безотказной работы входящих в неё элементов:

$$P(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \dots P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t),$$

где  $P_i$  – вероятность безотказной работы  $i$ -го элемента;  $n$  – количество последовательно соединенных элементов.

При параллельном соединении элементов (рис.3) отказ всей системы произойдет лишь после отказа всех её элементов В этом случае вероятность отказа всей системы будет равна произведению вероятностей отказов входящих в неё элементов:

$$Q(t) = Q_1(t) Q_2(t) \dots Q_m(t);$$

$$Q_i(t) = 1 - P_i(t); Q(t) = \prod_{i=1}^m [1 - P_i(t)],$$

где  $Q_i$  – вероятность отказа  $i$ -го элемента;  $m$  – количество параллельно соединенных элементов.

Тогда вероятность безотказной работы всей системы равна:

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \prod_{i=1}^m [1 - P_i(t)].$$

### ЗАДАЧА №7

Определить, какой способ дублирования дает большую надежность системы. Элементы системы равнонадежны.

#### Методические указания к решению задачи №7

Резервирование – метод повышения надежности объекта введением избыточности, в частности, резервных элементов, которые могут заменять основные в случае отказа последних.

Резервирование может быть применено к системе в целом, либо к отдельным элементам системы или их группам. В первом случае резервирование называется общим, во втором – раздельным.

Постоянное резервирование – это такое резервирование, при котором резервные элементы несут те же нагрузки, что и основные. Для постоянного резервирования существенно, что в случае отказа основного элемента восстановление работоспособности производится мгновенно и не требуется специальных устройств, вводящих в действие резервный элемент.

Пример постоянного резервирования приведен на рисунке 4.

Степень избыточности характеризуется кратностью резервирования. Кратностью резервирования называется отношение числа резервных элементов к числу резервируемых или основных элементов системы. Резервирование с целой кратностью имеет место, когда основной элемент резервируется одним или более резервными элементами. Резервирование с дробной кратностью имеет место, когда два и более однотипных элементов резервируется одним и более резервными элементами. Резервирование, кратность которого равна единице, называется дублированием.

Расчет надежности системы при постоянном резервировании производится по формулам, приведенным в методических указаниях к решению задачи №6.

### ЗАДАЧА № 8

Дана система, структурная схема надежности которой изображена на рисунке 5. Требуется найти вероятность безотказной работы её элементов (значение  $P(t)$  указано на рисунке).

#### Методические указания к решению задачи № 8

В зависимости от режима работы резервных элементов различают нагруженный, облегченный и ненагруженный резервы.

Нагруженный резерв – резервный элемент находится в том же режиме, что и основной. При этом принимается, что характеристики надежности резервных элементов в период их пребывания в качестве резервных и в период их использования вместо основных после отказа последних такие же, как у основных.

Облегченный резерв – резервный элемент находится в менее нагруженном режиме, чем основной. При этом принимается, что характеристики надежности резервных элементов в период их пребывания в качестве резервных выше, чем в период их использования после отказа основных.

Ненагруженный резерв – резервный элемент практически не несет нагрузки. При этом принимается, что такой резервный элемент, находясь в резерве, отказывать не должен, то есть обладает идеальной надежностью. В период же использования этого элемента вместо основного после отказа последнего надежность резервного элемента становится равной надежности основного.

Структурная схема надежности ненагруженного резерва (включение резерва замещением) изображена на рисунке 6.

Резервированная группа состоит из одного основного элемента и  $n-1$  элементов, находящихся в ненагруженном резерве.

Вероятность безотказной работы резервированной группы в течение времени  $t$  для экспоненциального закона равна:

$$P_c(t) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} \exp(-\lambda t)$$

$$T_c(t) = \frac{n}{\lambda} = nT.$$

Для дублирования:

$$P_c(t) = (1 + \lambda\tau) \exp(-\lambda t)$$

$$T_c(t) = \frac{2}{\lambda} = 2T.$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### Основной

1. **Азорскова В.И., Стрельникова В.П.** Надежность систем управления и автоматики. – Киев: ИАУ, 2004.
2. **Васильев А.И.** Надежность систем управления: Конспект лекций. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2008.
3. **Глазунов Л.П., Грабовецкий В.П.** Основы теории надежности автоматических систем управления. – М.: Энергоатомиздат, 1984.
4. **Креденцер Б.П.** Прогнозирование надежности систем с избыточностью. – Киев: Наукова думка, 1978.
5. **Смирнов А.Н.** Надежность устройств автоматики, телемеханики. – Минск: Вышэйш. шк., 1973.

### Дополнительный

1. Надежность и эффективность АСУ / Ю.Г. Заренин, М.Д. Збырко, Б.Н. Креденцер. – Киев: Техника, 1975.
2. **Половко А.М., Маликов И.М.** Сборник задач по теории надежности. – М.: Сов. радио, 1972.
3. **Судаков Р.С., Северцев Н.А., Титулов В.Н.** Статистические задачи обработки и таблицы для числовых расчетов показателей надежности. – М.: Высш. шк., 1975.
4. **Черкесов Г.Н.** Надежность технических систем с избыточностью. – М.: Сов. радио, 1974.



## ПРИЛОЖЕНИЕ

Взаимосвязь между основными показателями надежности

Известная функция	Определение остальных функций через известную		
	$P(t)$	$Q(t)$	$\lambda(t)$
$P(t)$	-	$1 - P(t)$	$-\frac{1}{P(t)} \frac{d}{dt} P(t)$
$Q(t)$	$1 - Q(t)$	-	$-\frac{1}{1 - Q(t)} \frac{d}{dt} Q(t)$
$\lambda(t)$	$e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$	$1 - e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$	-

Лаврищев Илья Борисович  
Кириков Алексей Юрьевич

## НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания  
к практическим занятиям  
студентов специальности 220301  
и направления 220200  
очной и заочной форм обучения

Титульный редактор  
Р.А. Сафарова

Корректор  
Н.И. Михайлова

Печатается  
в авторской редакции

---

Подписано в печать 27.10.2009. Формат 60×84 1/16  
Усл. печ. л. 1,16. Печ. л. 1,25. Уч.-изд. л. 0,94  
Тираж 100 экз. Заказ № 395 С 151а

---

СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9  
ИИК СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9