

Министерство образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий



Кафедра теоретической механики

**ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛ РЕАКЦИЙ ОПОР
СОСТАВНОЙ КОНСТРУКЦИИ С ПОМОЩЬЮ
ПЕРСОНАЛЬНЫХ КОМПЬЮЕРОВ**

Методические указания
к решению задач по
теоретической механике
для студентов всех специальностей

Санкт-Петербург 2001

Арет В.А., Малявко Д.П. Чепурин Г.В. Исследование сил реакций опор составной конструкции с помощью персональных компьютеров: Метод. указания к решению задач по теоретической механике для студентов всех специальностей. — СПб.: СПбГУНиПТ, 2001. — 14 с.

Приводятся теоретические положения к решению задачи о нахождении оптимальной пары углов приложения внешних сил, соответствующей минимальному значению силы реакции опоры составной конструкции из двух тел. Также даны методические указания к выполнению задачи с применением методов линейной алгебры и использованием математического пакета MathCad. Пособие может быть использовано для самостоятельной работы по программе курса «Теоретическая механика».

Рецензент

Доктор техн. наук, проф. В.В. Улитин.

Одобрено к изданию советом факультета холодильной техники

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемые задачи относятся к разделу плоских задач статики, важных в дальнейшем для курсов сопротивления материалов и специальных дисциплин. В обычной постановке эти задачи решаются при помощи систем линейных алгебраических уравнений. Однако, при попытках оптимизации видов внешних силовых нагружений с целью минимизации сил реакций опор задачи сводятся к составлению больших систем уравнений, громоздкому ручному счёту и опасностям пропуска локальных экстремумов. Поэтому целесообразным является применение методов линейной алгебры, распространённых в настоящее время персональных компьютеров и пакетов прикладных программ как, например, MathCad или каких-либо других. Данные методические указания составлены в рамках программы внедрения современных информационных технологий в учебный процесс кафедры теоретической механики.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В канонической форме уравнение равновесия задачи можно представить в виде:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots &, \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n, \end{aligned} \tag{1}$$

где $x_1 \dots x_n$ – силы реакции опор на координатные оси; $b_1 \dots b_n$ – свободные члены уравнений, зависящие от схемы задачи, величины и ориентации внешних активных сил; $a_{11} \dots a_{nn}$ – коэффициенты при искомым проекциях сил реакций опор, которые зависят только от схемы тел и расположения точек приложения сил; n – в данной задаче из двух тел равно шести.

Согласно линейной алгебре необходимо вычислить определитель (детерминант) n -го порядка вида:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Определитель равен сумме произведений элементов какого-либо столбца (или строки) на соответствующее алгебраическое дополнение (разложение определителя по минорам). Минором некоторого элемента определителя n -го порядка называется определитель порядка $n - 1$, полученный из данного определителя вычёркиванием той строки и того столбца, которым принадлежит рассматриваемый элемент. Алгебраическим дополнением (адьюнктом) элемента определителя называется его минор, умноженный на $(-1)^{i+j}$, где i – номер строки; j – номер столбца рассматриваемого элемента.

$$A = a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + \dots + a_{n1}A_{n1}, \quad (3)$$

Тогда

где $A_{11}, A_{21}, \dots, A_{n1}$ – алгебраические дополнения элементов первого столбца.

Например, вычисление определителя третьего порядка осуществляется разложением по минорам следующим образом:

$$\begin{aligned} A &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} = \\ &= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}) - a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{31}a_{23}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}). \end{aligned}$$

Это разложение используется также при вычислении проекций векторного произведения в различных разделах теоретической механики, в частности, при вычислении моментов сил в статике, скоростей и ускорений в кинематике и динамике.

Например,

$$\vec{M}_0 = (\vec{r} \times \vec{F}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \vec{i}(r_y F_z - r_z F_y) - \vec{j}(r_x F_z - r_z F_x) + \vec{k}(r_x F_y - r_y F_x), \quad (5)$$

где \vec{M}_0 – момент силы \vec{F} относительно точки O начала декартовых координат; \vec{r} – радиус-вектор точки приложения силы \vec{F} ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – ортогональная система единичных векторов на осях x, y, z ; r_x, r_y, r_z – проекции радиус-вектора на координатные оси; F_x, F_y, F_z – проекции силы \vec{F} на координатные оси.

Теперь решение системы линейных уравнений (1) можно записать в виде:

$$x_1 = \frac{A_1}{A}, \quad x_2 = \frac{A_2}{A}, \quad \dots x_k = \frac{A_k}{A}, \quad \dots \quad x_n = \frac{A_n}{A}, \quad (6)$$

где определитель A_k ($k = 1, 2 \dots n$) получается заменой в определителе A k -го столбца столбцом, составленным из свободных членов $b_1, b_2 \dots b_n$.

Очевидно, определитель A должен отличаться от нуля, тогда система (1) имеет единственное решение, иначе система несовместимая или неопределённая. В нашей задаче при определённой схеме тел и расположении сил легко запрограммировать равномерное пошаговое изменение углов приложения сил и произвести оптимизацию методом обзора с выявлением всех локальных экстремумов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Нахождение оптимальной пары углов приложения внешних сил, соответствующей минимальному значению силы реакции опоры A составной конструкции из двух тел (рис. 1).

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Порядок выполнения задания

1. Построить схемы заданных сил и реакций связей для предлагаемого варианта в сборнике задач [1].
2. Составить уравнение равновесия сил.
3. Представить уравнение в канонической форме (1).
4. Составить программу расчёта в MathCad для вычисления величин по формулам (6).
5. Определить оптимальную пару углов приложения внешних сил, обеспечивающих минимум силы реакции в опоре A .

Пример решения задачи

Дано: $P_1 = 10$ кН; $P_2 = 12$ кН; $M_1 = 25$ кН·м; $q = 2$ кН/м.

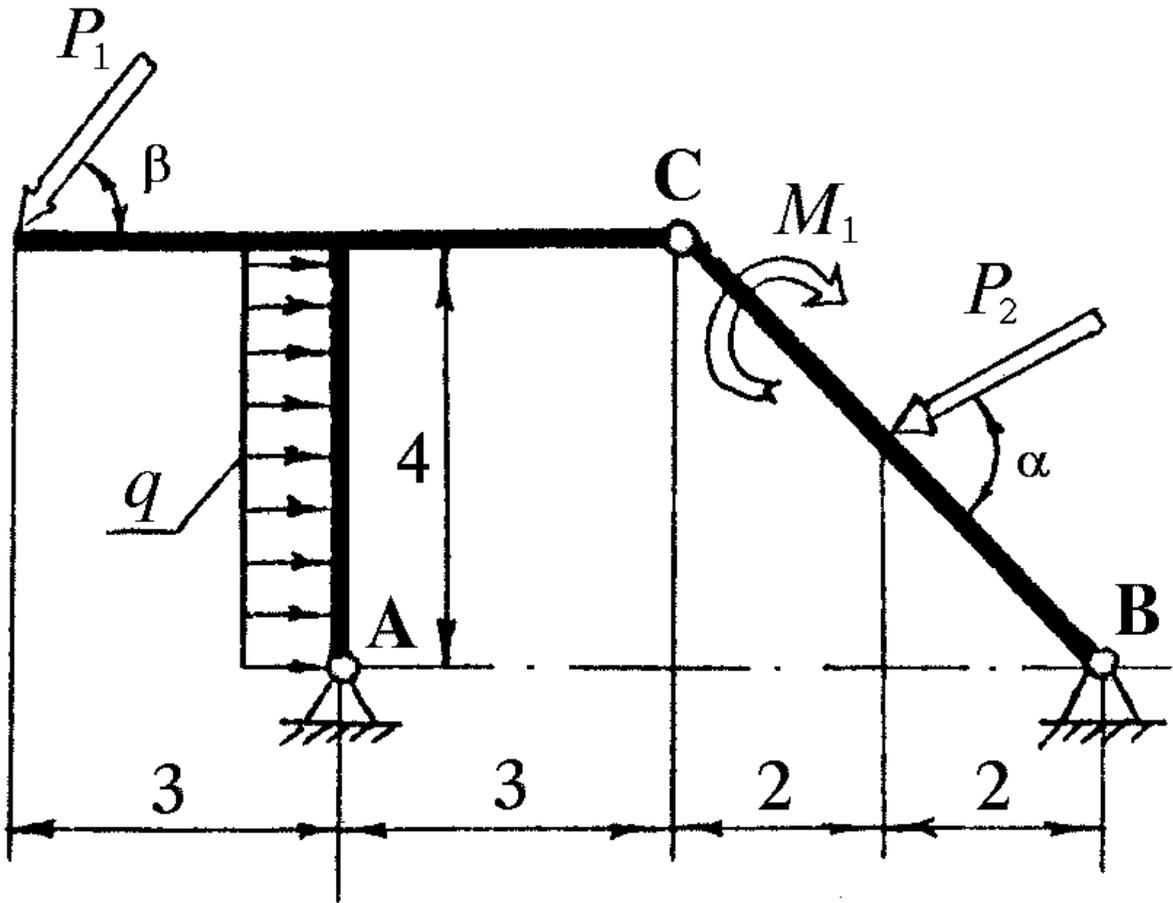


Рис. 1

Требуется определить: оптимальную пару углов α , β приложения внешних сил, соответствующую минимальному значению реакции опоры R_A .

Решение

Рассмотрим систему сил, приложенных ко всей конструкции (рис. 2). Уравнения равновесия сил, приложенных ко всей конструкции, имеют вид:

$$\Sigma F_{xi} = 0 ; -P_1 \cos \beta + 4q - P_2 \cos (\alpha - 45^\circ) + X_A + X_B = 0; \quad (7)$$

$$\Sigma F_{yi} = 0 ; -P_1 \sin \beta - P_2 \sin (\alpha - 45^\circ) + Y_A + Y_B = 0; \quad (8)$$

$$\Sigma M_{iA} = 0 ; 4P_1 \cos \beta + 3P_1 \sin \beta - 4 \cdot 2q - M_1 + 2P_2 \cos (\alpha - 45^\circ) - 5P_2 \sin (\alpha - 45^\circ) + 7Y_B = 0 \quad (9)$$

Теперь рассмотрим систему сил, приложенных к правой части конструкции (рис. 3).

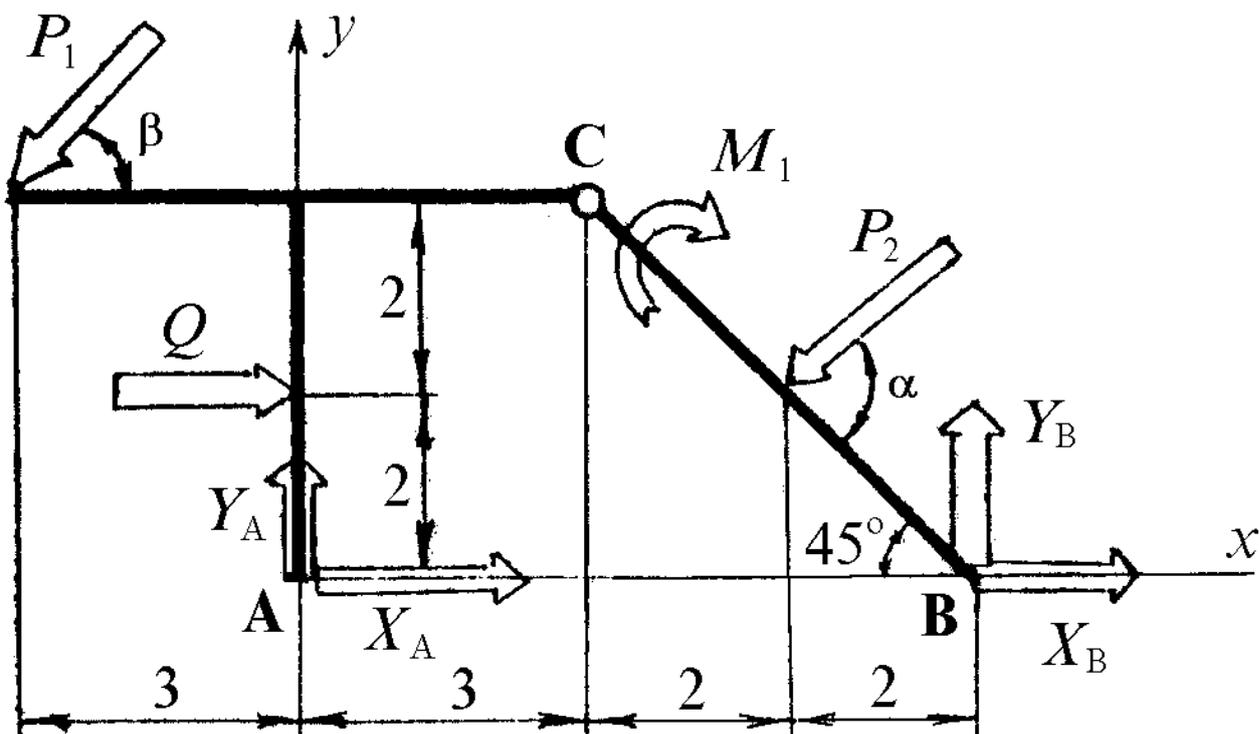


Рис. 2

Уравнения равновесия сил имеют вид:

$$\sum X_i = 0; \quad X_C - P_2 \cos(\alpha - 45^\circ) + X_B = 0; \quad (10)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_C - P_2 \sin(\alpha - 45^\circ) + Y_B = 0; \quad (11)$$

$$\sum M_{iC} = 0; \quad -M_1 - 2P_2 \cos(\alpha - 45^\circ) - 2P_2 \sin(\alpha - 45^\circ) + 4Y_B + 4X_B = 0. \quad (12)$$

Введём обозначения для искоемых проекций реакций опор:

$$Y_B = X1_{ij}; \quad Y_A = X2_{ij}; \quad X_A = X3_{ij}; \quad X_B = X4_{ij}; \quad X_C = X5_{ij}; \quad Y_C = X6_{ij}.$$

Введём обозначения для свободных членов уравнений:

$$B1_{ij} = -4 P_1 \cos \beta_{ij} - 3 P_1 \sin \beta_{ij} + 8 q + M_1 - 2 P_2 \cos(\alpha_{ij} - 45^\circ) + 5 P_2 \sin(\alpha_{ij} - 45^\circ);$$

$$B2_{ij} = P_1 \cos \beta_{ij} - 4 q + P_2 \cos(\alpha_{ij} - 45^\circ);$$

$$B3_{ij} = P_1 \sin \beta_{ij} + P_2 \sin(\alpha_{ij} - 45^\circ);$$

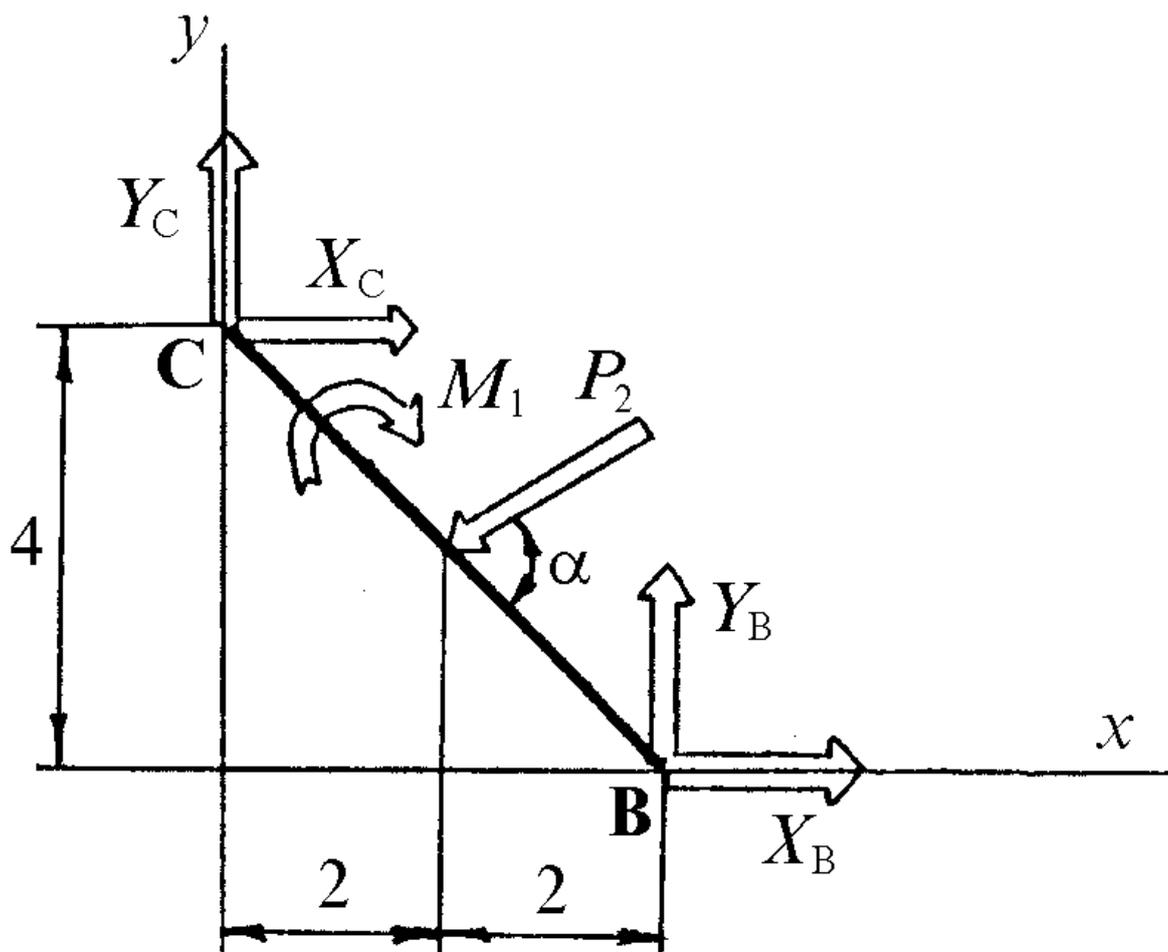


Рис. 3

$$B4_{i,j} = M_1 + 2 P_2 \cos (\alpha_{i,j} - 45^\circ) + 2 P_2 \sin (\alpha_{i,j} - 45^\circ);$$

$$B5_{i,j} = P_2 \cos (\alpha_{i,j} - 45^\circ);$$

$$B6_{i,j} = P_2 \sin (\alpha_{i,j} - 45^\circ).$$

Тогда каноническая форма уравнений приобретает вид:

$$7 X1_{i,j} + 0 X2_{i,j} + 0 X3_{i,j} + 0 X4_{i,j} + 0 X5_{i,j} + 0 X6_{i,j} = B1_{i,j};$$

$$0 X1_{i,j} + 0 X2_{i,j} + 1 X3_{i,j} + 1 X4_{i,j} + 0 X5_{i,j} + 0 X6_{i,j} = B2_{i,j};$$

$$1 X1_{i,j} + 1 X2_{i,j} + 0 X3_{i,j} + 0 X4_{i,j} + 0 X5_{i,j} + 0 X6_{i,j} = B3_{i,j};$$

$$4 X1_{i,j} + 0 X2_{i,j} + 0 X3_{i,j} + 4 X4_{i,j} + 0 X5_{i,j} + 0 X6_{i,j} = B4_{i,j};$$

$$0 X1_{i,j} + 0 X2_{i,j} + 0 X3_{i,j} + 1 X4_{i,j} + 1 X5_{i,j} + 0 X6_{i,j} = B5_{i,j};$$

$$1 X1_{i,j} + 0 X2_{i,j} + 0 X3_{i,j} + 0 X4_{i,j} + 0 X5_{i,j} + 1 X6_{i,j} = B6_{i,j}.$$

Обозначим и запишем определители коэффициентов:

$$A1 = \begin{vmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad A2_{i,j} = \begin{vmatrix} B1_{i,j} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B2_{i,j} & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ B3_{i,j} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B4_{i,j} & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ B5_{i,j} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ B6_{i,j} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$$A3_{i,j} = \begin{vmatrix} 7 & B1_{i,j} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B2_{i,j} & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & B3_{i,j} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & B4_{i,j} & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & B5_{i,j} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & B6_{i,j} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad A4_{i,j} = \begin{vmatrix} 7 & 0 & B1_{i,j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B2_{i,j} & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & B3_{i,j} & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & B4_{i,j} & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B5_{i,j} & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & B6_{i,j} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Аналогично запишем $a5_{i,j}$; $a6_{i,j}$; $a7_{i,j}$.

Тогда искомые проекции сил реакций опор вычисляются по формулам вида:

$$X1_{i,j} = \frac{|A2_{i,j}|}{|A1|}; \quad X2_{i,j} = \frac{|A3_{i,j}|}{|A1|}; \dots; \quad X6_{i,j} = \frac{|A7_{i,j}|}{|A1|}.$$

Если задать пошаговое изменение чисел $i = 0, 1, 2 \dots 6$ и $j = 0, 1, 2 \dots 6$, то изменения углов (в радианах) будут определяться формулами:

$$\alpha_{i,j} = \frac{\pi i}{6}; \quad \beta_{i,j} = \frac{\pi j}{6}$$

и программа MathCad переберёт все комбинации углов $\alpha_{i,j}$ и $\beta_{i,j}$ с шагом 30° и может распечатать для обзора таблицу значений $x1_{i,j} \dots x6_{i,j}$. Модуль силы реакции в опоре A определяется выражением

$$ZA_{i,j} = \sqrt{X2_{i,j}^2 + X3_{i,j}^2}.$$

При данных условиях задачи минимальное значение $ZA_{i,j} = 3,232$ кН, которое достигается при углах:

$$\alpha = 2,618 \text{ рад}, \quad \beta = 0;$$

$$\alpha = 0,524 \text{ рад}, \quad \beta = 0.$$

Ручной проверочный расчёт при углах $\alpha = 90^\circ = 1,571$ рад и $\beta = 60^\circ = 1,047$ рад дал следующее решение системы уравнений:

$$X1 = 2,925 \text{ кН};$$

$$X2 = 14,221 \text{ кН};$$

$$X3 = - 6,325 \text{ кН};$$

$$X4 = 11,81 \text{ кН};$$

$$X5 = - 3,325 \text{ кН};$$

$$X6 = 5,56 \text{ кН};$$

$$ZA = 15,564 \text{ кН};$$

Приведём более короткое решение этой задачи в MathCad, задав $i = 0, 1, 2, 3; j = 0, 1, 2, 3$, где, естественно, потерян локальный минимум при $\alpha = 2,618$ рад, $\beta = 0$, однако результаты ручного расчёта проверяются в соответствующей строке распечатки. Очевидно, что данная программа позволяет исследовать и оптимизировать силы реакции также в опоре В и в шарнире С, что может быть предметом отдельных индивидуальных заданий.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Норейко С.С., Вольфсон С.Н., Карпова Н.В.** Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / Под ред. А.А. Яблонского. – М.: Высш. шк., 1978. – 338 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Распечатка решения задачи в MathCad

$$P1 = 10 \quad P2 = 12 \quad M1 = 25 \quad q = 2 \quad i = 0..3 \quad j = 0..3 \quad \alpha_{i,j} = \frac{\pi \cdot i}{6} \quad \beta_{i,j} = \frac{\pi \cdot j}{6}$$

$$b1_{i,j} = - \left[\left(4 \cdot P1 \cdot \cos(\beta_{i,j}) + 3 \cdot P1 \cdot \sin(\beta_{i,j}) - 8 \cdot q - M1 \right) + 2 \cdot P2 \cdot \cos\left(\alpha_{i,j} - \frac{\pi}{4}\right) - 5 \cdot P2 \cdot \sin\left(\alpha_{i,j} - \frac{\pi}{4}\right) \right]$$

$$b2_{i,j} = - \left(-P1 \cdot \cos(\beta_{i,j}) + 4 \cdot q - P2 \cdot \cos\left(\alpha_{i,j} - \frac{\pi}{4}\right) \right) \quad b3_{i,j} = - \left(-P1 \cdot \sin(\beta_{i,j}) - P2 \cdot \sin\left(\alpha_{i,j} - \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$b4_{i,j} = - \left[\left(-M1 - 2 \cdot P2 \cdot \cos\left(\alpha_{i,j} - \frac{\pi}{4}\right) \right) - 2 \cdot \left(P2 \cdot \sin\left(\alpha_{i,j} - \frac{\pi}{4}\right) \right) \right] \quad b5_{i,j} = - \left(-P2 \cdot \cos\left(\alpha_{i,j} - \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$b6_{i,j} = - \left(-P2 \cdot \sin\left(\alpha_{i,j} - \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$a1 = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a2_{i,j} = \begin{bmatrix} b1_{i,j} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b2_{i,j} & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ b3_{i,j} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b4_{i,j} & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ b5_{i,j} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ b6_{i,j} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a3_{i,j} = \begin{bmatrix} 7 & b1_{i,j} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b2_{i,j} & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & b3_{i,j} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & b4_{i,j} & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & b5_{i,j} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & b6_{i,j} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a4_{i,j} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & b1_{i,j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b2_{i,j} & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & b3_{i,j} & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & b4_{i,j} & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b5_{i,j} & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & b6_{i,j} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a5_{i,j} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & b1_{i,j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b2_{i,j} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & b3_{i,j} & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & b4_{i,j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b5_{i,j} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & b6_{i,j} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a6_{i,j} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 & b1_{i,j} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & b2_{i,j} & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & b3_{i,j} & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & b4_{i,j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b5_{i,j} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & b6_{i,j} & 1 \end{bmatrix}$$

$$a7_{i,j} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & b1_{i,j} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & b2_{i,j} \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & b3_{i,j} \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & b4_{i,j} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & b5_{i,j} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & b6_{i,j} \end{bmatrix}$$

$$x1_{i,j} = \frac{a2_{i,j}}{a1} \quad x2_{i,j} = \frac{a3_{i,j}}{a1} \quad x3_{i,j} = \frac{a4_{i,j}}{a1}$$

$$x4_{i,j} = \frac{a5_{i,j}}{a1} \quad x5_{i,j} = \frac{a6_{i,j}}{a1} \quad x6_{i,j} = \frac{a7_{i,j}}{a1}$$

$$z1_{i,j} = \sqrt{(x1_{i,j})^2 + (x2_{i,j})^2 + (x3_{i,j})^2 + (x4_{i,j})^2 + (x5_{i,j})^2 + (x6_{i,j})^2} \quad ZA_{i,j} = \sqrt{(x2_{i,j})^2 + (x3_{i,j})^2}$$

| $\alpha_{i,j}$ | $\beta_{i,j}$ | $x1_{i,j}$ | $x2_{i,j}$ | $x3_{i,j}$ | $x4_{i,j}$ | $x5_{i,j}$ | $x6_{i,j}$ | $z1_{i,j}$ | $ZA_{i,j}$ |
|----------------|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0 | 0 | -8.342 | -0.143 | -4.107 | 14.592 | -6.107 | -0.143 | 18.351 | 4.11 |
| 0 | 0.524 | -9.72 | 6.234 | -6.824 | 15.97 | -7.484 | 1.234 | 22.192 | 9.243 |
| 0 | 1.047 | -9.197 | 9.372 | -9.962 | 15.447 | -6.962 | 0.712 | 23.648 | 13.677 |
| 0 | 1.571 | -6.914 | 8.429 | -12.679 | 13.164 | -4.679 | -1.571 | 21.846 | 15.225 |
| 0.524 | 0 | -5.387 | 2.282 | -2.289 | 15.88 | -4.289 | 2.282 | 17.755 | 3.232 |
| 0.524 | 0.524 | -6.765 | 8.659 | -5.006 | 17.257 | -5.666 | 3.659 | 22.116 | 10.002 |
| 0.524 | 1.047 | -6.242 | 11.796 | -8.143 | 16.734 | -5.143 | 3.136 | 23.68 | 14.334 |
| 0.524 | 1.571 | -3.959 | 10.853 | -10.86 | 14.451 | -2.86 | 0.853 | 21.66 | 15.354 |
| 1.047 | 0 | -0.95 | 4.056 | -0.958 | 14.549 | -2.958 | 4.056 | 15.973 | 4.168 |
| 1.047 | 0.524 | -2.328 | 10.434 | -3.675 | 15.926 | -4.335 | 5.434 | 20.73 | 11.062 |
| 1.047 | 1.047 | -1.805 | 13.571 | -6.812 | 15.403 | -3.812 | 4.911 | 22.577 | 15.185 |
| 1.047 | 1.571 | 0.478 | 12.628 | -9.529 | 13.12 | -1.529 | 2.628 | 20.782 | 15.82 |
| 1.571 | 0 | 3.779 | 4.706 | -0.471 | 10.956 | -2.471 | 4.706 | 13.599 | 4.729 |
| 1.571 | 0.524 | 2.402 | 11.083 | -3.188 | 12.333 | -3.848 | 6.083 | 18.512 | 11.532 |
| 1.571 | 1.047 | 2.925 | 14.221 | -6.325 | 11.81 | -3.325 | 5.56 | 20.79 | 15.564 |
| 1.571 | 1.571 | 5.208 | 13.277 | -9.042 | 9.527 | -1.042 | 3.277 | 19.692 | 16.064 |

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| Введение | 3 |
| Основные теоретические положения | 5 |
| Цель работы | 7 |
| Методические указания к решению задачи..... | 7 |
| Литература | 12 |
| Приложение | 13 |

Чепурин Георгий Васильевич

**ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛ РЕАКЦИЙ ОПОР
СОСТАВНОЙ КОНСТРУКЦИИ С ПОМОЩЬЮ
ПЕРСОНАЛЬНЫХ КОМПЬЮЕРОВ**

Методические указания
к решению задач по
теоретической механике
для студентов всех специальностей

Редактор Е.С. Лаврентьева
Корректор Н.И. Михайлова

ЛР № 020414 от 12.02.97

Подписано в печать 27.11.2001. Формат 60×84 1/16. Бум. писчая

Печать офсетная. Усл. печ. л. 0,93. Печ. л. 1,0. Уч.-изд. л. 0,75

Тираж 150 экз. Заказ № С 64

СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9
ИПЦ СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9