

Министерство образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий



Кафедра теоретической механики

**ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕОРЕМЫ ОБ ИЗМЕНЕНИИ
КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ**

Методические указания
и задания для самостоятельной работы
по курсу “Теоретическая механика”
для студентов всех специальностей

Санкт-Петербург 2000

Министерство образования Российской Федерации

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий

Утверждена
учебно-методическим
советом академии
“ _ “ _____ 2000 г.

Председатель проректор
по учебной работе
_____ **Е.И.Борзенко**

Рабочая программа дисциплины
“Метрология, стандартизация и сертификация”,
методические указания и варианты заданий
к контрольным работам
для студентов специальности 210200
факультета заочного обучения и экстерната

Факультет техники пищевых производств
Кафедра автоматизации и автоматизации производственных процессов

Санкт-Петербург 2000

УДК 531.8

Корниенко Л. Н., Чепурин Г. В. и др. Изучение движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии: Метод. указания и задания для самостоятельной работы по курсу “Теоретическая механика” для студентов всех спец. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2000. – 16 с.

Приводятся 30 вариантов заданий с исходными данными для самостоятельной работы или для решения в аудитории по программе курса “Теоретическая механика”, а также указания к их выполнению. Пособие может быть использовано при проведении контрольных работ.

Рецензент

Канд. техн. наук, доц. Е. А. Радченко

Одобрены к изданию советом факультета холодильной техники.

© Санкт-Петербургский государственный
университет низкотемпературных
и пищевых технологий, 2000

1. ПРЕДИСЛОВИЕ

Методические указания предназначены для самостоятельного выполнения заданий по применению теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы студентами под руководством преподавателей. Могут быть использованы при проведении контрольных работ. Для пояснения порядка выполнения заданий рассмотрим пример решения типовой задачи.

2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Механическая система под действием силы тяжести (или момента) приводится в движение из состояния покоя. Учитывая трение скольжения тела и сопротивление качению тела, катящегося без скольжения, в соответствии с вариантами задачи, и пренебрегая другими силами сопротивления и массами нитей, предполагаемых нерастяжимыми, определить скорость первого тела в тот момент, когда пройденный им путь S станет равным заданному или когда угол поворота φ достигнет указанной величины.

В задачах приняты следующие обозначения:

m_1, m_2, m_3, m_4 – массы тел 1, 2, 3, 4;

R, r – радиусы больших и малых блоков или катков соответственно;

I_x – радиус инерции тела относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести;

α, β – углы наклона соответствующей плоскости к горизонту;

f – коэффициент трения скольжения тела;

δ – коэффициент трения качения тела.

Блоки и катки, для которых радиусы инерции не указаны, следует считать сплошными однородными цилиндрами.

Наклонные участки нитей параллельны соответствующей наклонной плоскости.

Пример.

Дано: $m_1; m_2; m_3; r_2; R_2; i_{x2}; \alpha; f; \delta; S$ (нити натянуты).

На рис. 1 показана механическая система в начальном положении.

Найти: v_1 – скорость груза в конечном положении S .

Решение. Применим теорему об изменении кинетической энергии механической системы

$$T - T_0 = \sum A_i^E, \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия в конечном положении; T_0 – кинетическая энергия в начальном положении ($T_0 = 0$); $\sum A_i^E$ – сумма работ внешних сил, приложенных к системе при её перемещении из начального положения в конечное.

Определим T и $\sum A_i^E$ в конечном положении системы.

$$T = T_1 + T_2 + T_3,$$

где $T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ – кинетическая энергия груза 1 , совершающего поступательное движение; $T_2 = \frac{m_2 v_{c2}^2}{2} + \frac{I_{c2} \omega_2^2}{2}$ – кинетическая энергия катка 2 , совершающего плоское движение; J_{c2} – момент инерции катка 2 , относительно его центральной оси C ; $T_3 = \frac{J_{x3} \omega_3^2}{2}$ – кинетическая энергия тела 3 , вращающегося вокруг оси ox .

Рис. 1

Выразим скорость v_{c2} и ω_2 через v_1 – скорость груза 1 , используя кинематические соотношения между ними (рис. 2)

$$v_1 = v_{c2}$$

$$\omega_2 = \frac{v_{c2}}{(C_2 P_2)} = \frac{v_{c2}}{R_2} = \frac{v_1}{R_2},$$

где P_2 – мгновенный центр скоростей катка 2.

Так как

$$v_A = \omega_2 (R_2 + r_2) = v_1 (R_2 + r_2) / R_2,$$

$$v_A = v_B, \quad v_B = \omega_3 R_3,$$

получим

$$\omega_3 R_3 = v_1 (R_2 + r_2) / R_2.$$

Отсюда следует, что

Рис. 2

$$\omega_3 =$$

$$\frac{v_1}{R_2 R_3} (R_2 + r_2). \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в выражение для T_2 и T_3 и запишем в виде

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = v_1^2 \left[\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2} + \frac{J_{c2}}{2R_2^2} + \frac{J_{x3}}{2} \left(\frac{R_2 + r_2}{R_2 R_3} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

Найдем сумму работ всех внешних сил, приложенных к механической системе, на заданном перемещении S .

Покажем внешние силы, приложенные к системе (рис. 3).

Работа силы тяжести

$$A_{G_1} = G_1 h_1 = m_1 g S \sin \alpha$$

Работа силы трения скольжения

$$A_{F_{\text{тр}}} = F_{\text{тр}} S.$$

Так как $F_{\text{тр}} = f N_1 = f G_1 \cos \alpha$,
то $A_{F_{\text{тр}}} = f G_1 S \cos \alpha = -f m_1 g S \cos \alpha$.

Работа силы тяжести

$$A_{G_2} = G_2 h_{c_2} = m_2 g S \sin \alpha.$$

Работа силы сцепления катка 2
равна нулю, так как эта сила
приложена в мгновенном центре
скоростей P_2 этого катка.

Рис. 3

Работа момента сопротивления
качению катка 2

$$A_{M_c} = -M_c \varphi_2,$$

где $M_c = \delta N_2 = \delta G_2 \cos \alpha$, φ_2 – угол поворота катка 2.

Так как каток 2 катится без скольжения, то угол поворота

$$\varphi_2 = S_{c_2} / R_2,$$

где $S_{c_2} = S$ – перемещение центра тяжести C катка 2.

$$A_{M_c} = -\delta m_2 g \cos \alpha \frac{S_{c_2}}{R_2} = -\delta m_2 g \cos \alpha \frac{S}{R_2}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sum A_i^E &= A_{G_1} + A_{F_{\text{тр}}} + A_{G_2} + A_{M_c} = m_1 g S \sin \alpha + \\ &+ m_2 g S \sin \alpha - \delta m_2 g \cos \alpha \frac{S}{R_2} - f m_1 g S \cos \alpha \end{aligned}$$

или

$$\sum A_i^E = S g \left[m_1 (\sin \alpha - f \cos \alpha) + m_2 \left(\sin \alpha - \frac{\delta \cos \alpha}{R_2} \right) \right]. \quad (5)$$

Подставим (4) и (5) в (1)

$$v_1^2 \left[\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2} + \frac{J_{\omega_2}}{2R_2^2} + \frac{J_{x_3}}{2} \left(\frac{R_2 + r_2}{R_2 R_3} \right)^2 \right] =$$

$$= Sg \left[m_1 (\sin \alpha - f \cos \alpha) + m_2 \left(\sin \alpha - \frac{\delta \cos \alpha}{R_2} \right) \right].$$

Отсюда находим

$$v_1 = \sqrt{\frac{Sg \left[m_1 (\sin \alpha - f \cos \alpha) + m_2 \left(\sin \alpha - \delta \frac{\cos \alpha}{R_2} \right) \right]}{\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2} + \frac{J_{\omega_2}}{2R_2^2} + \frac{J_{x_3}}{2} \left(\frac{R_2 + r_2}{R_2 R_3} \right)^2}}. \quad (6)$$

По условию задачи:

$J_{\omega_2} = m_2 i_{x_2}^2$ – для составного катка; $J_{x_3} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$ – для однородного цилиндра.

После подстановки исходных данных (табл. прил.), найдем

$$v_1 = \sqrt{\frac{Sg \left[m_1 (\sin \alpha - f \cos \alpha) + m_2 \left(\sin \alpha - \delta \frac{\cos \alpha}{R_2} \right) \right]}{\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2} + \frac{m_2 i_{x_2}^2}{2R_2^2} + \frac{m_3}{4} \left(\frac{R_2 + r_2}{R_2} \right)^2}}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / Под. ред. А. А. Яблонского. – М.: Высш. шк., 1985. – 367 с.
2. Турбин Б. И., Рустамов С. И. Сборник задач по теоретической механике. – Киев: Высш. шк., 1989. – 232 с.
3. Яблонский А. А. Курс теоретической механики. Ч. II. – М.: Высш. шк., 1984. – 424 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Таблица исходных данных для вариантов заданий

№ Ва ри анта	M_1	m_1	m_2	m_3	r	α	β	i_x	f	δ	M_c	φ	S	Найти
	кг	кг	кг	кг	см	Гр	ад	м	–	см	Н·м	град	м	
1	M	$2m$	–	–	30	30°	–	–	–	0,20	–	–	2,0	$V_1(s), a_1(s)$
2	$8m$	m	$3m$	m	20	60°	–	–	–	0,30	–	–	2,0	$V_1(s), a_1(s)$
3	$2m$	m	–	–	40	–	–	–	–	0,24	100	90°	–	$\omega(\varphi)$
4	M	$2m$	–	–	25	30°	–	$r\sqrt{2}$	–	0,25	–	–	1,5	$V_1(s), a_1(s)$
5	$5m$	m	$3m$	–	16	45°	–	–	–	0,28	–	–	1,8	$V_1(s), a_1(s)$
6	$2m$	m	–	–	20	–	–	$r\sqrt{3}$	–	0,20	–	90°	–	$\omega(\varphi)$
7	M	$3m$	–	–	15	60°	–	–	–	0,28	–	–	3,0	$V_1(s), a_1(s)$
8	M	$2m$	–	–	25	30°	–	–	0,22	0,25	50	–	1,5	$V_1(s), a_1(s)$
9	M	$2m$	$3m$	–	30	–	–	$r\sqrt{2}$	–	0,20	–	–	1,8	$V_1(s), a_1(s)$
10	$8m$	$5m$	$2m$	m	35	60°	–	–	–	0,30	–	–	1,2	$V_1(s), a_1(s)$
11	$10m$	$2m$	$3m$	m	20	60°	60°	$r\sqrt{3}$	0,17	–	–	–	1,5	$V_1(s), a_1(s)$
12	M	$2m$	$3m$	–	25	–	–	$r\sqrt{3}$	–	–	–	–	3,0	$V_1(s), \alpha_1(s)$
13	$6m$	$4m$	$5m$	$3m$	40	30°	–	–	–	0,25	–	–	1,5	$V_1(s), \alpha_1(s)$
14	$5m$	$2m$	$3m$	–	17	30°	–	$r\sqrt{2}$	–	0,24	–	–	1,5	$V_1(s), \alpha_1(s)$
15	M	$2m$	$3m$	–	20	–	–	–	–	–	–	–	2,0	$V_1(s), \alpha_1(s)$
16	$2m$	$3m$	$4m$	–	15	60°	–	–	–	0,25	100	–	3,0	$V_1(s), \alpha_1(s)$
17	$2m$	$4m$	m	–	40	–	–	$r\sqrt{3}$	–	–	50	–	2,5	$V_1(s), \alpha_1(s)$
18	$3m$	$2m$	$2m$	–	35	–	–	$r\sqrt{2}$	0,15	–	–	–	1,8	$V_1(s), \alpha_1(s)$
19	M	$2m$	$3m$	–	15	30°	–	–	–	0,30	30	–	1,2	$V_1(s), \alpha_1(s)$
20	$6m$	$3m$	$2m$	–	25	45°	–	$r\sqrt{3}$	0,10	0,60	–	–	2,4	$V_1(s), \alpha_1(s)$
21	$5m$	$2m$	$4m$	–	30	60°	–	$r\sqrt{3}$	–	0,32	–	–	2,0	$V_1(s), \alpha_1(s)$
22	$3m$	m	$4m$	–	20	30°	–	$r\sqrt{2}$	0,15	0,25	50	–	1,8	$V_1(s), \alpha_1(s)$
23	$4m$	$3m$	m	$2m$	40	45°	–	$r\sqrt{3}$	–	–	–	–	2,5	$V_1(s), \alpha_1(s)$
24	$4m$	$3m$	$2m$	m	19	–	–	$r\sqrt{2}$	–	–	–	–	3,0	$V_1(s), \alpha_1(s)$
25	$5m$	$4m$	$3m$	–	25	60°	–	–	0,17	–	–	–	2,4	$V_1(s), \alpha_1(s)$

Окончание прил. 1

№ Ва ри анта	M_1	m_1	m_2	m_3	r	α	β	i_x	f	δ	M_c	φ	S	Найти
	кг	кг	кг	кг	см	Гр	ад	м	–	см	Н·м	град	м	
26	$3m$	$2m$	$2m$	–	35	–	–	$r\sqrt{3}$	–	–	–	–	1,5	$V_1(s), \alpha_1(s)$
27	$5m$	$3m$	$4m$	–	20	–	–	–	–	–	50	–	1,0	$V_1(s), \alpha_1(s)$
28	$2m$	$3m$	–	–	15	30°	–	–	–	–	100	–	2,4	$V_1(s), \alpha_1(s)$
29	$3m$	$2m$	m	–	45	–	–	–	–	–	–	–	3,0	$V_1(s), \alpha_1(s)$
30	$3m$	$2m$	–	–	50	45°	–	–	–	0,28	10	60°	–	$\omega(\psi)\varepsilon$

3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

СОДЕРЖАНИЕ

1. Предисловие.....	3
2. Пример выполнения задания.....	3
Список литературы.....	7
Приложения.....	8

*Корниенко Лев Николаевич
Чепурин Георгий Васильевич
Агапова Лидия Анатольевна
Малявко Дмитрий Пантелеймонович
Федорова Людмила Анатольевна
Григорьев Александр Юрьевич*
*Под редакцией
Арета Вальдура Аулисовича*

**ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕОРЕМЫ ОБ ИЗМЕНЕНИИ
КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ**

Методические указания
и задания для самостоятельной работы
по курсу “Теоретическая механика”
для студентов всех специальностей

Редактор М. Б. Кановская

Корректор Н. И. Михайлова

ЛР № 020414 от 12. 02. 97

Подписано в печать .06.2000. Формат 60×84 1/16. Бум. писчая

Печать офсетная Усл. печ. л. 0,93. Печ. л. 1,0. Уч.-изд. л. 0,81

Тираж 100 экз. Заказ №

С 6

СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9
ИПЦ СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9