

Министерство образования Российской Федерации

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий



Кафедра теоретической механики

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР ТВЕРДОГО ТЕЛА
ПРИ ДЕЙСТВИИ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ**

Методические указания
к выполнению задания по курсу
“Теоретическая механика”
для студентов всех специальностей

Санкт-Петербург 2000

УДК 531.8

Корниенко Л. Н., Агапова Л. А., Федорова Л. А. и др. Определение реакций опор твердого тела при действии плоской системы сил: Метод. указания к выполнению задания по курсу “Теоретическая механика” для студентов всех спец. / Под ред. В. А. Арета. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2000. – 27 с.

Указаны цель работы, порядок решения задач и составления отчета, даны варианты заданий.

Рецензент

Докт. техн. наук, проф. В. В. Улитин

Одобрены к изданию советом факультета холодильной техники

© Санкт-Петербургский государственный
университет низкотемпературных
и пищевых технологий, 2000

1. ВВЕДЕНИЕ

Задание “Определение реакций опор твердого тела при действии плоской системы сил” курсовой работы по теме “Силы, произвольно расположенные на плоскости” выполняется в разделе “Статика” курса теоретической механики.

Каждый студент, выполняя свой вариант, проводит необходимые графические построения, показывает размеры рамы на схеме, заданные силы, реакции связей, составляет уравнения равновесия системы сил, приложенных к телу, и, решая их совместно, находит неизвестные реакции опор. Затем производится проверка правильности составления уравнений равновесия и их решения.

Рассмотрим пример выполнения задания из “Сборника заданий для курсовых работ по теоретической механике” (М.: Высш. шк., 1978. – 534 с.).

2. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определение неизвестных опорных реакций твердого тела на основе решения составленных уравнений равновесия системы заданных сил и реакций связей.

3. ПОРЯДОК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Изобразить схему конструкции с заданными внешними силами и опорами. Построить силовую схему, для чего заменить равномерно распределенную нагрузку равнодействующей силой при необходимости разложить наклонные силы на горизонтальные и вертикальные составляющие, сохраняя неизменной точку их приложения.

Согласно принципу освобожденности от связей вместо отброшенных опор изобразить замещающие их реакции (силы).

Для плоской системы сил, приложенных к балке, составить три уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0; \quad \sum Y_i = 0; \quad \sum M_{Ai} = 0. \quad (1)$$

В рассматриваемых конструкциях количество неизвестных реакций связей равно числу уравнений равновесия (статически определимая задача).

Поэтому, решая совместно три уравнения равновесия (1) (с тремя неизвестными), находим все три искомые реакции связей.

Для контроля правильности составления трех уравнений равновесия и выполнения вычислений дополнительно записывается уравнение моментов всех сил относительно нового центра моментов

$$\sum M_{Bi} = 0. \quad (2)$$

Если в результате вычислений уравнение (2) обратится в тождество, то выполненная таким образом проверка подтвердит правильность решения задачи.

4. СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

В отчете должны быть представлены: исходные данные и конструктивная схема рассчитываемой балки с задаваемыми (активными) силами; силовая схема, содержащая активные силы и реакции отброшенных связей; уравнения равновесия плоской системы сил и их решения; уравнение моментов сил для проверки правильности решения задания.

5. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Пример 1

Дано: схема конструкции (рис. 1); $P = 5$ кН; $M = 8$ кНм; $q = 3$ кН/м $\beta = 30^\circ$; размеры – в метрах.

Определить: реакции опоры A .

Решение. Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных к конструкции. Отбросим связи – жесткую заделку. Действие связи на раму заменим её реакциями: $\overset{\cdot}{X}_A$, $\overset{\cdot}{Y}_A$, $\overset{\cdot}{M}_A$. Равномерно распределенную нагрузку интенсивностью q заменим сосредоточенной силой \bar{Q} , приложенной в центре тяжести эпюры этой нагрузки ($Q = q \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$ кН).

Разложим P на две составляющие силы:

$$\begin{aligned} P' &= P \cos \beta = 5 \cdot \cos 30^\circ = 4,33 \text{ кН}; \\ P'' &= P \sin \beta = 5 \cdot \sin 30^\circ = 2,5 \text{ кН}; \end{aligned}$$

Составим силовую схему (рис. 2). Для плоской системы сил, приложенных к раме, составляем три уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0 \quad X_A + P' = 0; \quad (3)$$

$$\sum Y_i = 0 \quad Y_A - P'' - Q = 0; \quad (4)$$

$$\sum M_{Ai} = 0 \quad M_A - P'' \cdot 2 - M - Q \cdot 4 = 0. \quad (5)$$

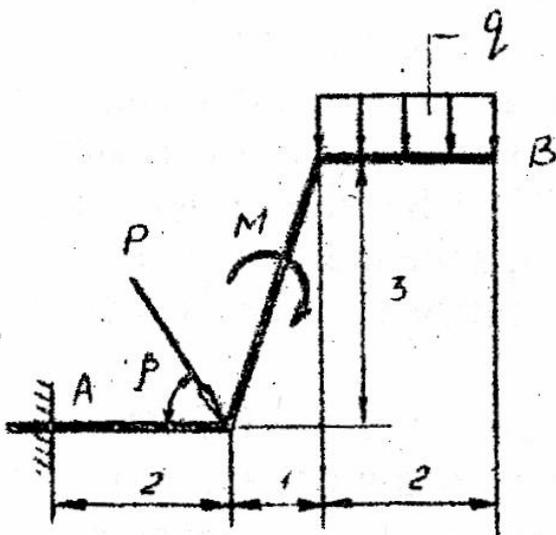


Рис. 1

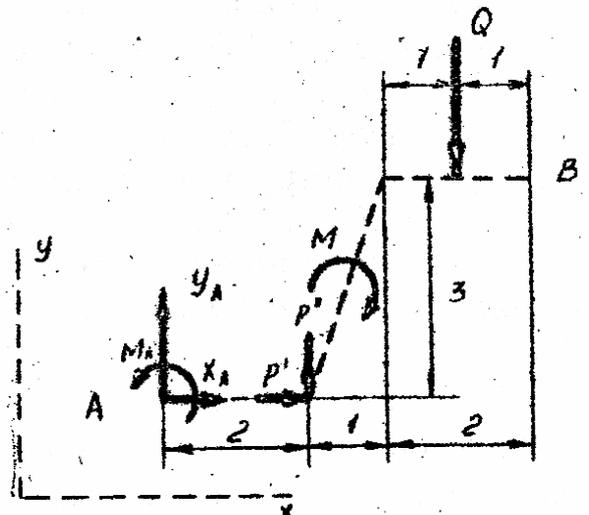


Рис. 2

Из уравнения (3) определяем реакцию X_A

$$X_A = -P' = -4,33 \text{ кН.}$$

Знак минус в значении X_A указывает на то, что принятое направление для этой реакции не совпадает с её действительным направлением.

Из уравнения (4) определяем реакцию Y_A

$$Y_A = P'' + Q = 2,5 + 5 = 7,5 \text{ кН.}$$

Из уравнения (5) определяем реактивный момент заделки M_A

$$M_A = P'' \cdot 2 + M + Q \cdot 4 = 2,5 \cdot 2 + 8 + 5 \cdot 4 = 33 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Проверка. Для проверки правильности решения системы уравнения (3), (4), (5) составляем уравнение моментов относительно точки В

$$\begin{aligned} \sum M_{B_i} &= M_A - Y_A \cdot 5 + X_A \cdot 3 + P' \cdot 3 + P'' \cdot 3 - M + Q \cdot 1 = \\ &= 33 - 7,5 \cdot 5 + (-4,33) \cdot 3 + 4,33 \cdot 3 + 2,5 \cdot 3 - 8 + 5 \cdot 1 = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

$$0 \equiv 0.$$

Выполнение тождества подтверждает правильность решения.

Пример 2

Дано: схема конструкции (рис. 3), размеры в метрах; $P = 10$ кН; $M = 3$ кНм; $q = 1,2$ кН/м; $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

Определить: реакции в опоре A и в стержне BC .

Решение. Рассмотрим систему уравнивающих сил, приложенных к конструкции. Отбросим связи: шарнирно-неподвижную опору в точке A и идеальный стержень BC . Действие связей на раму заменяем их реакциями. Так как направление реакции шарнирно-неподвижной опоры A неизвестно, определяем ее по составляющим $\overset{\cdot}{X}_A$ и $\overset{\cdot}{Y}_A$.

Покажем реакцию $\overset{\cdot}{R}_B$ идеального стержня BC по оси стержня. Равномерно распределенную нагрузку интенсивностью q заменяем равнодействующей сосредоточенной силой $\overset{\cdot}{Q}$, приложенной в центре тяжести эпюры этой нагрузки,

$$Q = q \cdot 2 = 1,2 \cdot 2 = 2,4 \text{ кН.}$$

Разложим силу $\overset{\cdot}{P}$ и реакцию $\overset{\cdot}{R}_B$ на две составляющие силы, соответственно:

$$P' = P \cos \beta = 10 \cdot \cos 30^\circ = 8,66 \text{ кН;}$$

$$P'' = P \sin \beta = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ кН.}$$

$$R'_B = R_B \sin \alpha = R_B \sin 60^\circ = R_B \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$R''_B = R_B \cos \alpha = R_B \cos 60^\circ = \frac{1}{2} R_B.$$

Составим силовую схему (рис. 4). Для плоской системы сил, приложенных к балке, составляем три уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0 : X_A + R'_B + P' = 0; \quad (7)$$

$$\sum Y_i = 0 : Y_A - Q + R''_B - P'' = 0; \quad (8)$$

$$\sum M_{Ai} = 0 : Q \cdot 1 + M - R'_B \cdot 2 - R''_B \cdot 4 - P' \cdot 2 = 0 \quad (9)$$

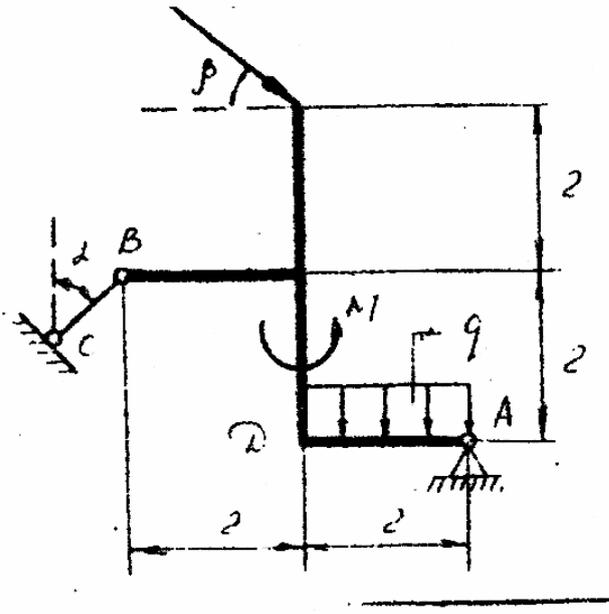


Рис. 3

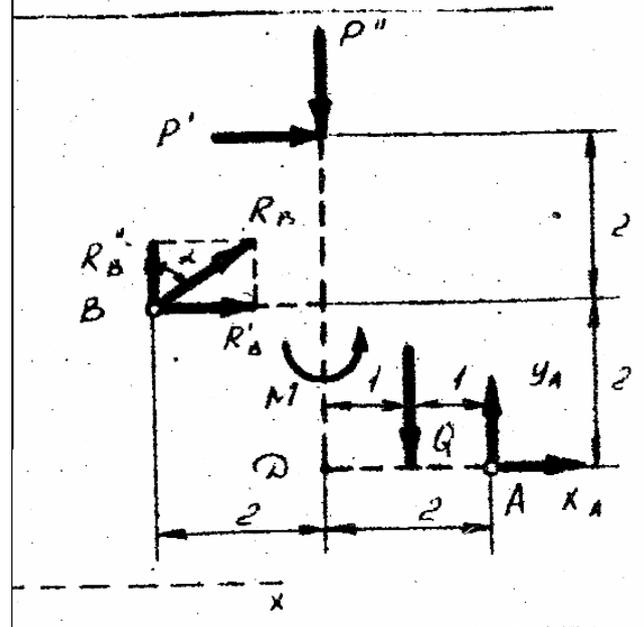


Рис. 4

Из уравнения (9) определяем реакцию R_B

$$R_B = \frac{Q \cdot 1 + M - P' \cdot 4 + P'' \cdot 2}{2 \sin \alpha + 4 \cos \alpha} = \frac{2,4 \cdot 1 + 3 - 8,66 \cdot 4 + 5 \cdot 2}{2 \sin 60^\circ + 4 \cos 60^\circ} = -5,16 \text{ кН};$$

$$R'_B = R_B \sin \alpha = -5,16 \cdot \sin 60^\circ = -4,47 \text{ кН};$$

$$R''_B = R_B \cos \alpha = -5,16 \cdot \cos 60^\circ = -2,58 \text{ кН}.$$

Из уравнения (8) определяем реакцию Y_A

$$Y_A = Q - R''_B + P'' = 2,4 - (-2,58) + 5 = 9,98 \text{ кН}.$$

Из уравнения (7) определяем реакцию X_A

$$X_A = -R'_B - P' = -(4,47) - 8,66 = -4,19 \text{ кН}.$$

Знак минус в значениях R_B и X_A указывает на то, что принятые направления для этих реакций прямо противоположны их действительным направлениям.

Проверка. Для проверки правильности решений системы уравнений (7), (8), (9) составим уравнение моментов относительно точки D .

$$\begin{aligned} \sum M_{Di} &= Y_A \cdot 2 - Q \cdot 1 + M - R_B' \cdot 2 - R_B'' \cdot 2 - P' \cdot 4 = \\ &= 9,98 \cdot 2 - 2,4 \cdot 1 + 3 - (-4,47) \cdot 2 - (-2,58) \cdot 2 - 8,66 \cdot 4 = 0 \quad (10) \\ &0 \equiv 0. \end{aligned}$$

Выполнение тождества подтверждает правильность решения.

Пример 3

Дано: схема конструкции (рис. 5); $P = 10$ кН; $M = 5$ кНм; $q = 2,5$ кН/м; $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$; размеры в метрах.

Определить реакции в опорах A и B .

Решение. Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных к конструкции.

Отбросим связи: шарнирно-неподвижную опору в точке A и шарнирно-неподвижную опору в точке B .

Действие связей на раму заменим их реакциями:

$$\dot{X}_A; \dot{Y}_A; \dot{R}_B.$$

Равномерно распределенную нагрузку интенсивностью q заменим равнодействующей сосредоточенной силой \dot{Q} , приложенной в центре тяжести эпюры этой нагрузки.

$$(Q = q \cdot 3 = 2,5 \cdot 3 = 7,5 \text{ кН}).$$

Разложим силу \dot{P} и реакцию \dot{R}_B на две составляющие силы, соответственно:

$$P' = P \cos \alpha = 10 \cos 60^\circ = 5 \text{ кН};$$

$$P'' = P \sin \alpha = 10 \sin 60^\circ = 8,66 \text{ кН};$$

$$R_B' = R_B \sin \beta; \quad R_B'' = R_B \cos \beta.$$

Для плоской системы сил, приложенных к балке, составляем три уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0 \quad P' + X_A - R_B' = 0; \quad (11)$$

$$\sum Y_i = 0 \quad -P'' + Y_A - Q + R_B'' = 0; \quad (12)$$

$$\sum M_{Ai} = 0 \quad P' \cdot 1 + P'' \cdot 2 - M - Q \cdot 1,5 + R_B' \cdot 2,5 + R_B'' \cdot 3 = 0. \quad (13)$$

Из уравнения (13) определяем реакцию R_B

$$R_B = \frac{-P' \cdot 1 - P'' \cdot 2 + M + Q \cdot 1,5}{2,5 \sin b + 3 \cos b} =$$

$$= \frac{-5 \cdot 1 - 8,66 \cdot 2 + 5 + 7,5 \cdot 1,5}{2,5 \sin 30^\circ + 3 \cos 30^\circ} = -1,58 \text{ кН.}$$

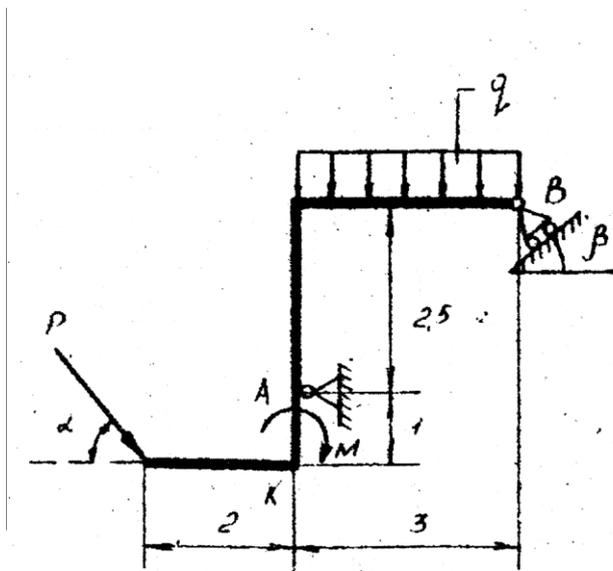


Рис. 5

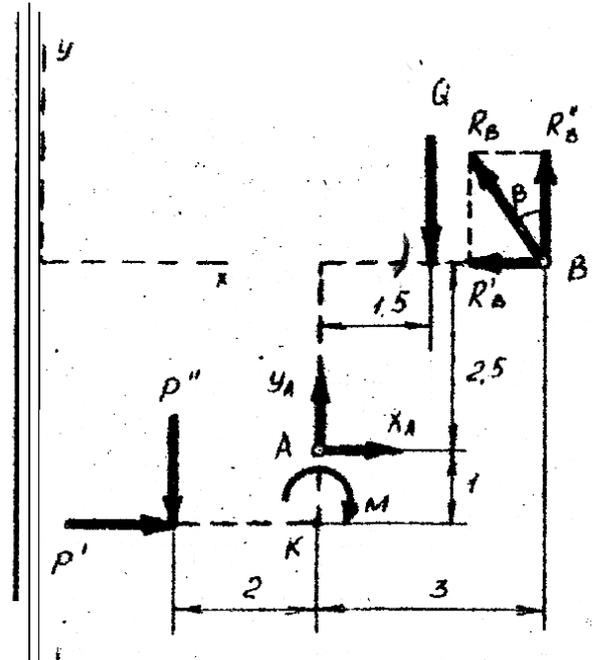


Рис. 6

Определим соответственно R'_B и R''_B

$$R'_B = R_B \sin \beta = -1,58 \sin 30^\circ = -0,79 \text{ кН;}$$

$$R''_B = R_B \cos \beta = -1,58 \cos 30^\circ = -1,37 \text{ кН.}$$

Из уравнения (12) определяем реакцию Y_A

$$Y_A = P + Q - R''_B = 8,66 + 7,5 - (-1,37) = 17,53 \text{ кН.}$$

Из уравнения (11) определяем реакцию X_A

$$X_A = -P' + R'_B = -5 + (-0,79) = -5,79 \text{ кН.}$$

Знак минус в значении реакций R_B и X_A указывает на то, что принятое направление для этих реакций противоположно их действительным направлениям.

Проверка. Для проверки правильности решения системы уравнений (11), (12), (13) составляем уравнение моментов относительно точки K :

$$\begin{aligned} \sum M_{Ki} &= P'' \cdot 2 - M - X_A \cdot 1 - Q \cdot 1,5 + R_B' \cdot 3,5 + R_B'' \cdot 3 = \\ &= 8,66 \cdot 2 - 5 - (-5,79) \cdot 1,0 - 7,5 \cdot 1,5 + (-0,79) \cdot 3,5 + (-1,37) \cdot 3 = 0; \\ &0 \equiv 0. \end{aligned}$$

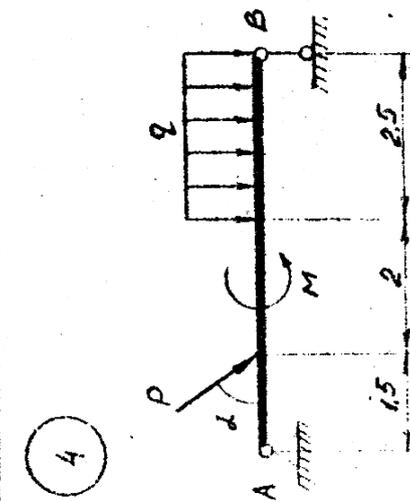
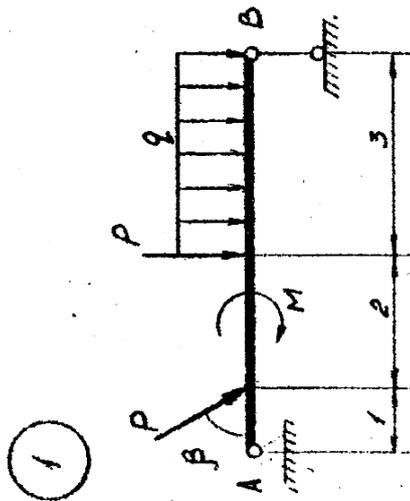
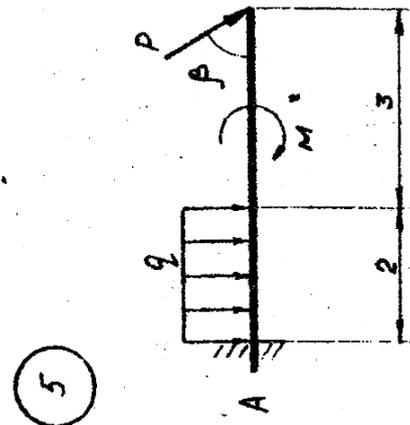
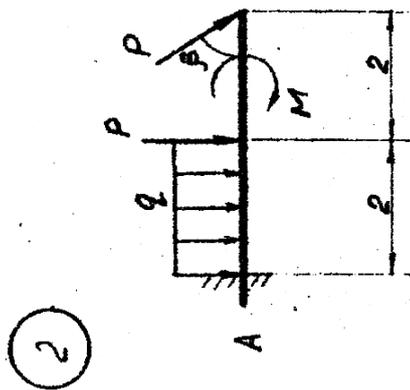
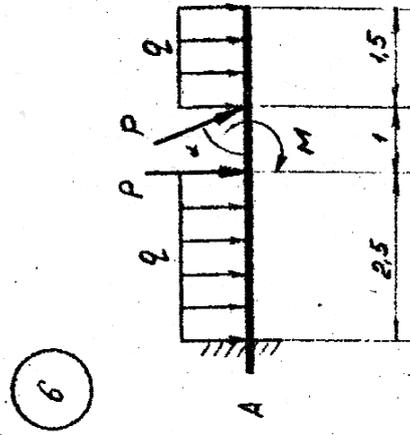
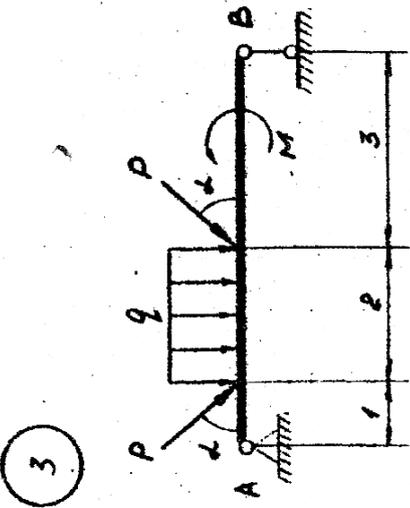
Выполнение тождества подтверждает правильность решения.

6. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

№ варианта	P , кН	M , кН*м	q , кН/м	α , град°	β , град°	№ варианта	P , кН	M , кН*м	q , кН/м	α , град°	β , град°
1	5	10	1	–	30	31	4	5	2	60	–
2	8	20	4	–	60	32	10	8	3	30	–
3	4	5	2	30	–	33	5	4	1	60	–
4	8	8	3	60	–	34	10	5	2	30	–
5	6	7	1	–	60	35	4	6	1	60	–
6	10	4	2	60	–	36	10	10	2	30	60
7	6	15	2	–	60	37	8	6	2	60	30
8	7	6	1	60	–	38	10	7	1	30	–
9	6	4	–	30	–	39	7	6	0,5	30	–
10	8	9	–	60	–	40	6	8	3	30	–
11	4	7	1	–	60	41	14	4	2	60	–
12	6	8	0,5	30	–	42	16	6	1	30	60
13	10	6	3	60	30	43	4	10	2	60	30
14	6	10	2	30	–	44	10	6	0,5	30	–
15	4	14	1	60	30	45	6	4	1	60	30
16	10	20	2	30	60	46	10	10	2	30	60
17	5	10	2	60	–	47	5	45	1,5	60	–
18	16	10	0,5	30	60	48	8	10	0,5	30	60
19	4	8	1	60	–	49	6	7	1	60	–
20	10	6	0,5	30	–	50	10	8	2,5	30	–
21	8	7	0,5	60	–	51	12	10	3	60	–
22	10	8	1	30	–	52	4	7	4	30	–

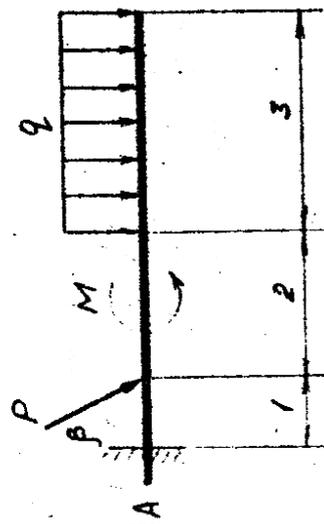
23	7	10	2	60	–	53	5	20	1	60	–
24	6	7	1,5	30	–	54	10	4	2,5	–	–
25	14	20	0,5	60	–	55	14	4	2	60	–
26	16	14	1	30	–	56	1	10	20	30	–
27	4	8	2,5	60	–	57	4	8	1	60	–
28	10	7	3	30	–	58	1	15	25	30	–
29	6	8	1	60	–	59	10	1	15	30	–
30	10	14	4	–	–	60	6	8	1	60	–
61	7	6	1	–	–	70	7	2	4	–	–
62	8	7	1	–	–	71	6	8	3	–	–
63	6	10	2	–	–	72	8	12	3	–	–
64	2	20	10	–	–	73	12	2	1	–	–
65	5	10	2	–	–	74	10	5	5	–	–
66	4	7	1	–	30	75	9	3	3	–	–
67	10	5	2	30	–	76	5	15	2	–	–
68	10	15	1	–	–	77	4	1	4	–	–
69	5	10	2	–	–	78	4	1	1,5	–	–

ПРИЛОЖЕНИЕ

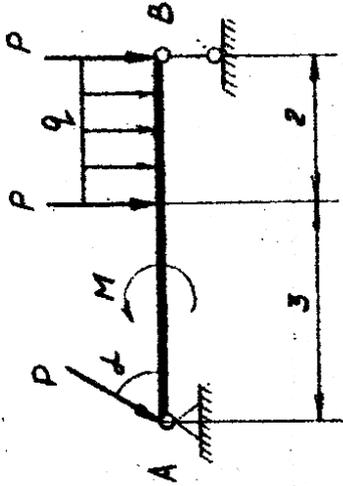


12

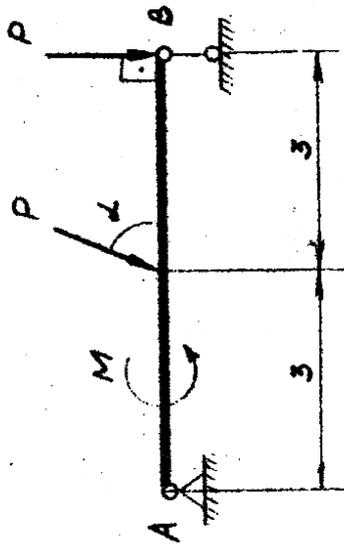
7



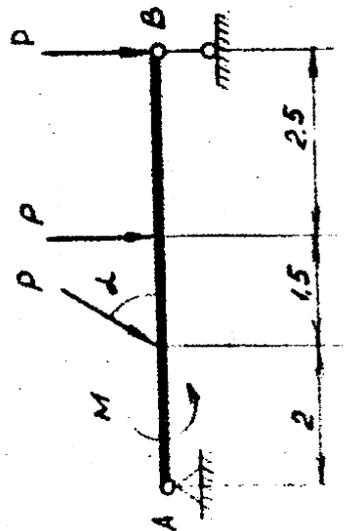
8



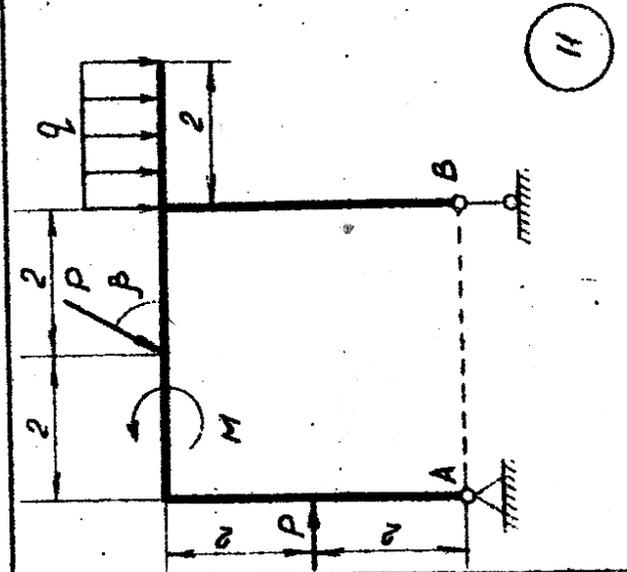
9



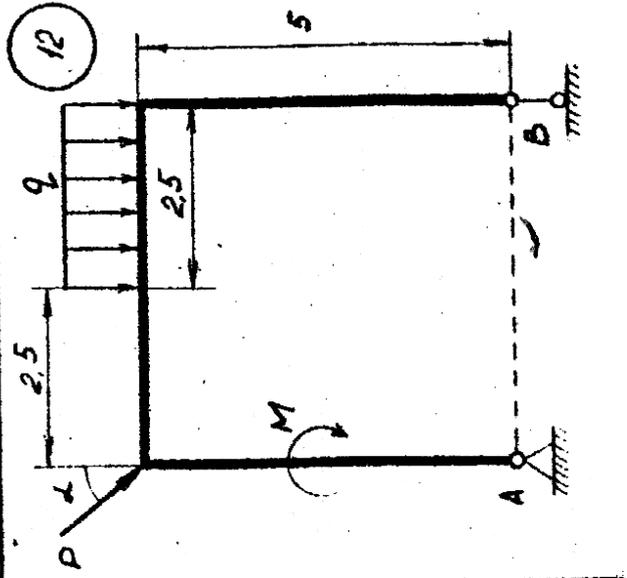
10



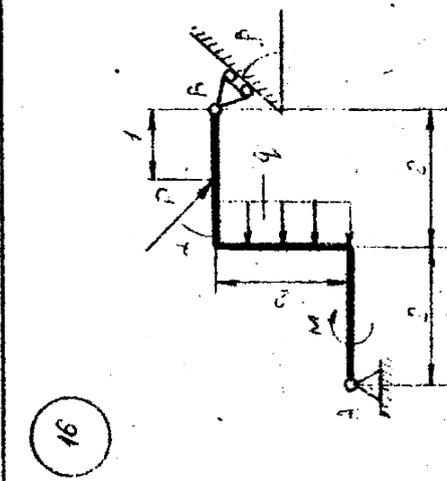
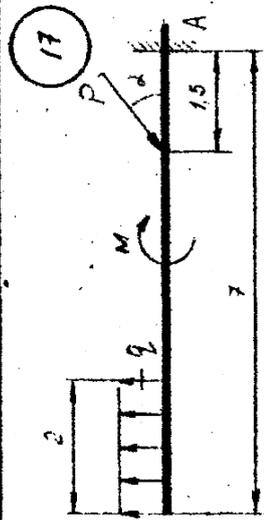
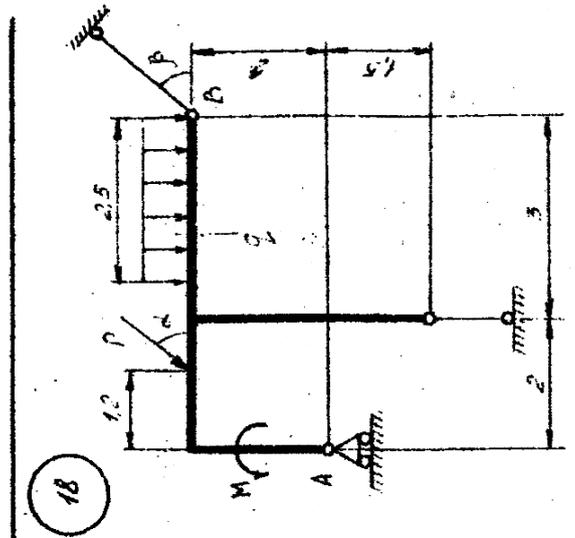
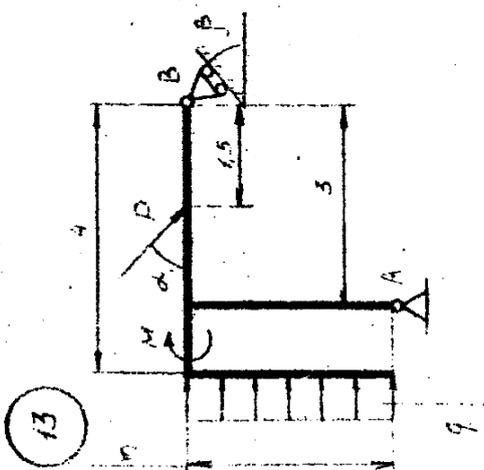
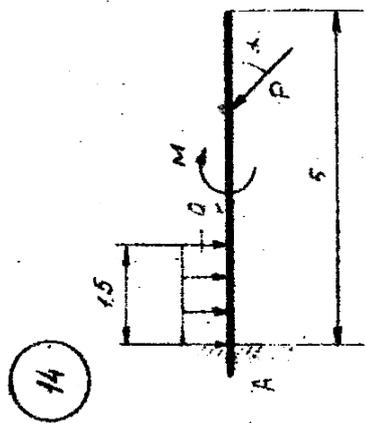
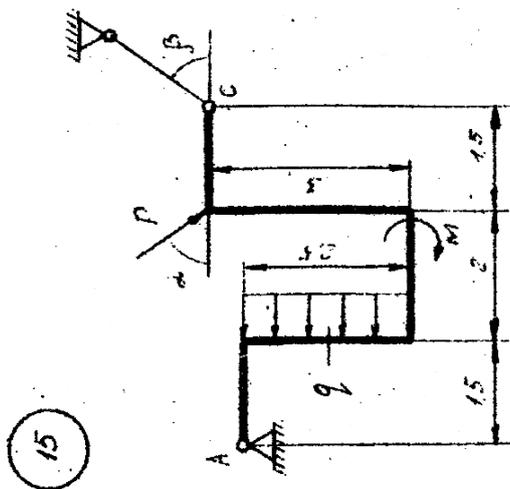
13

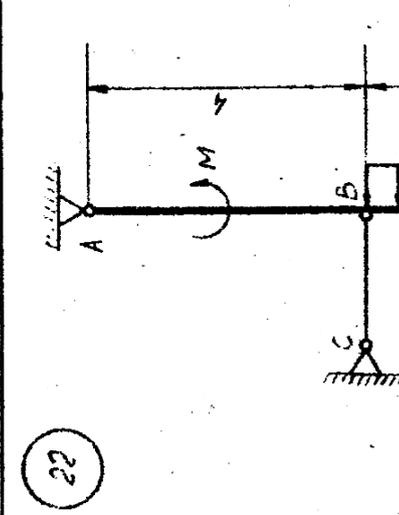
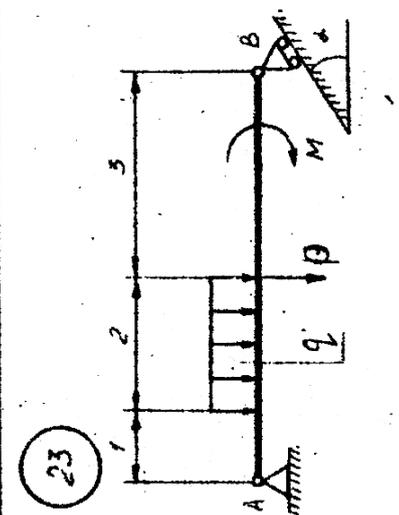
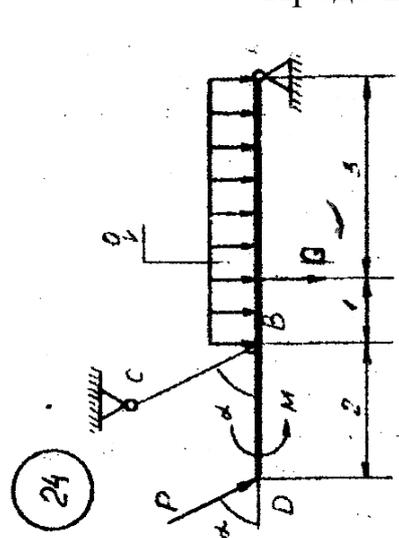
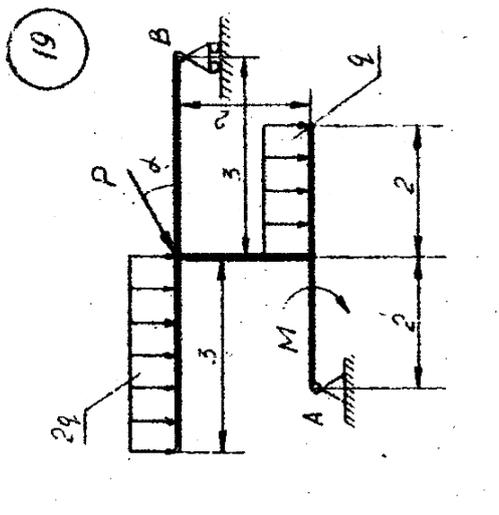
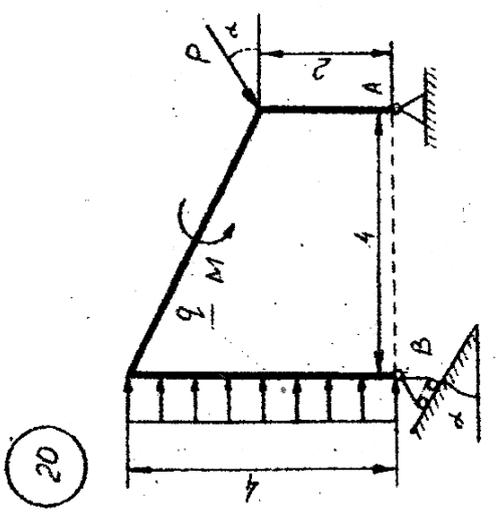
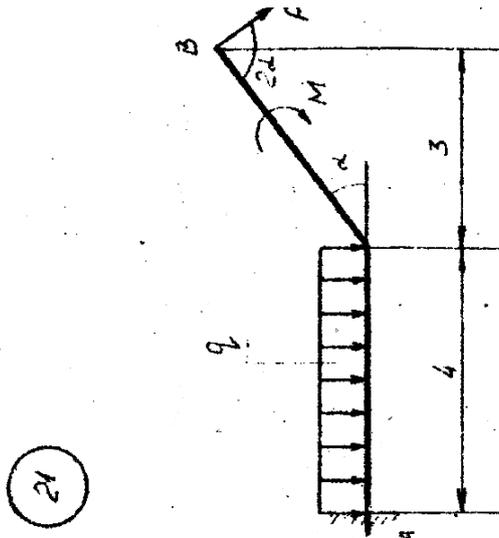


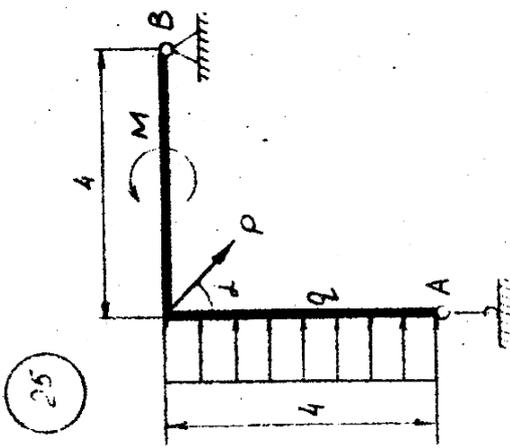
11



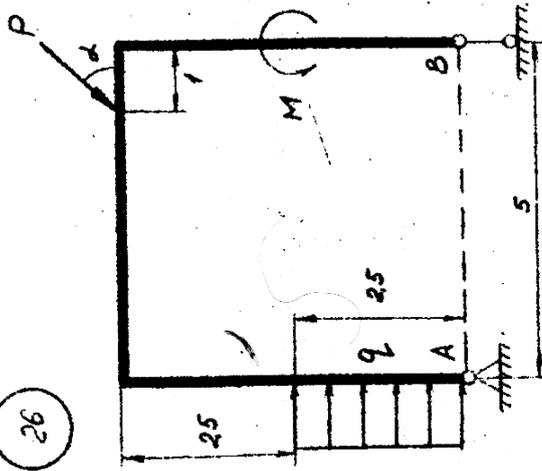
12



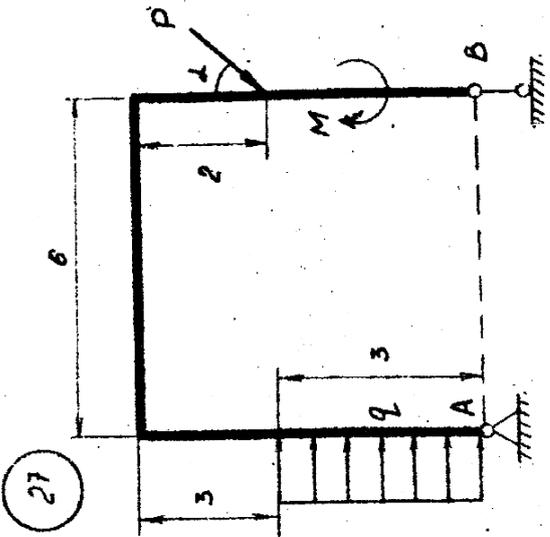




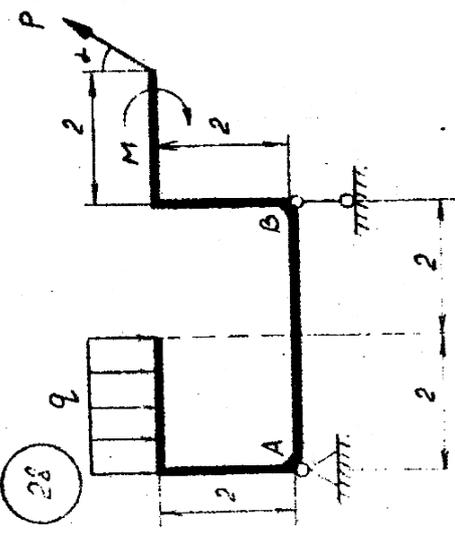
25



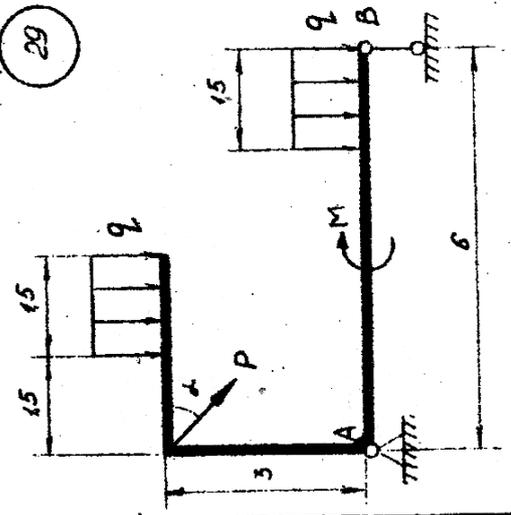
26



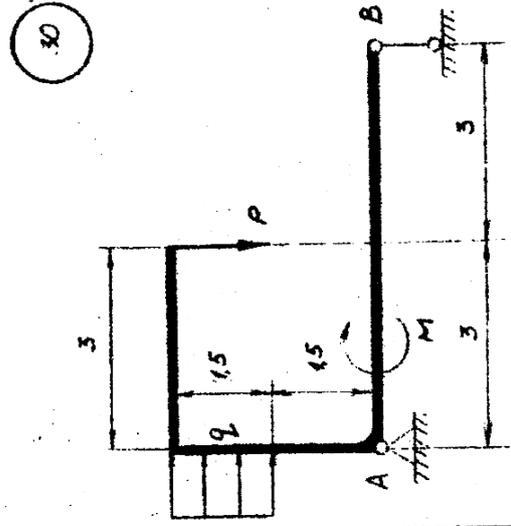
27



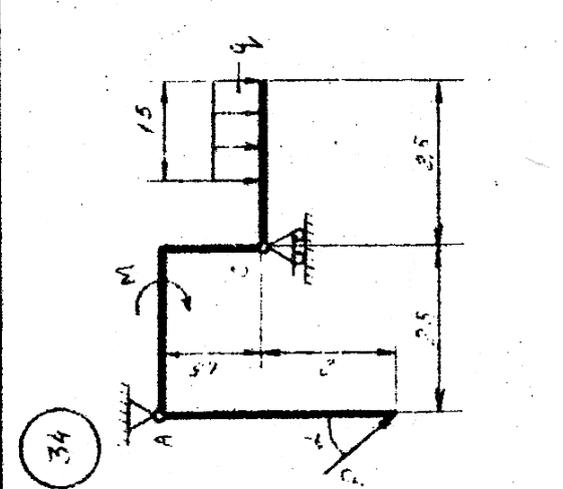
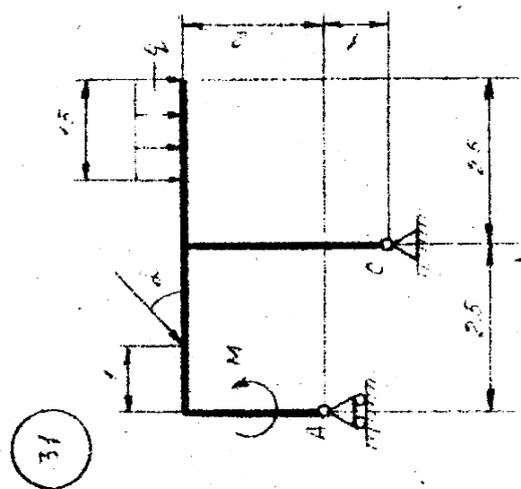
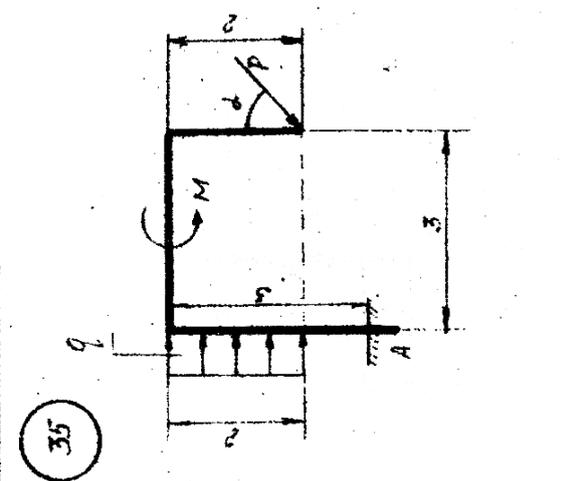
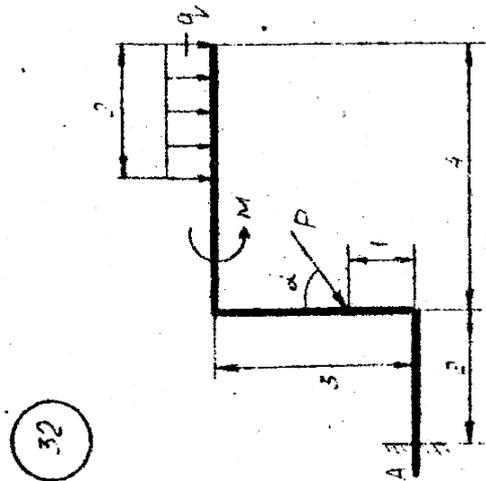
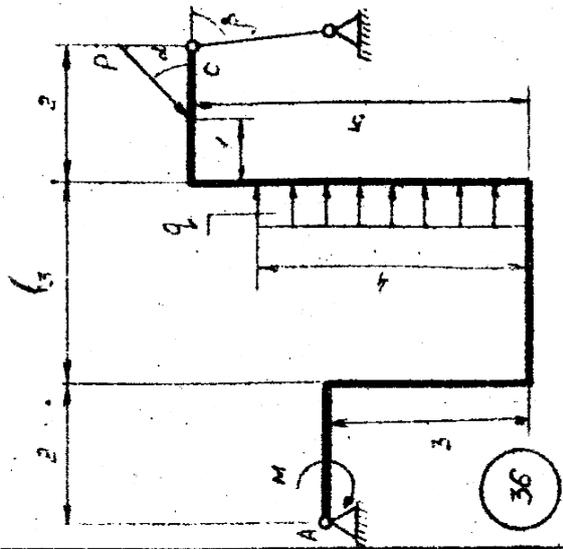
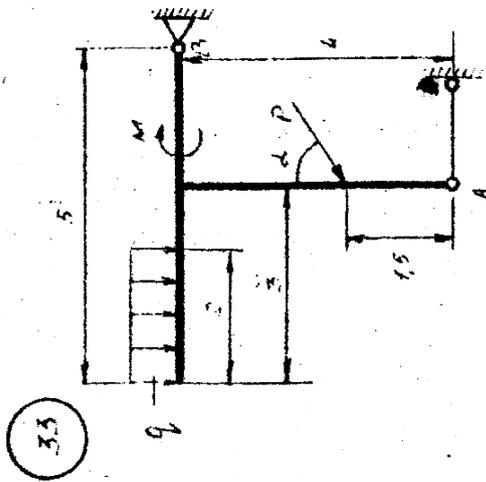
28

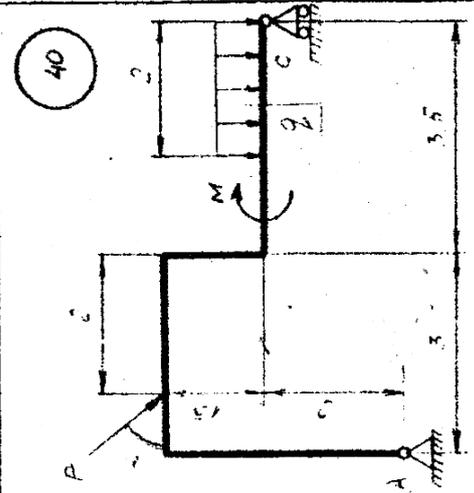
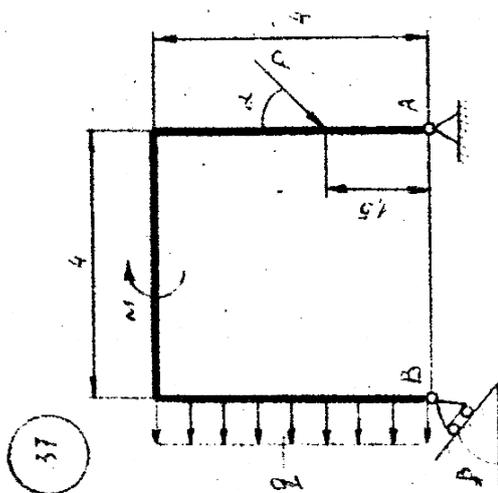
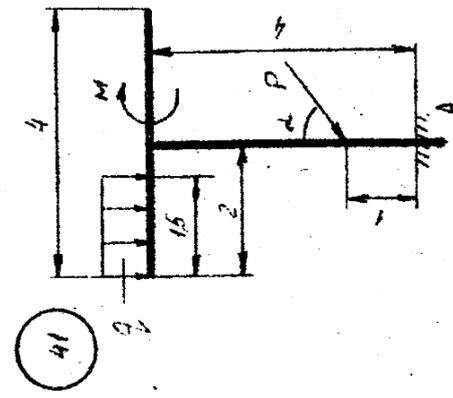
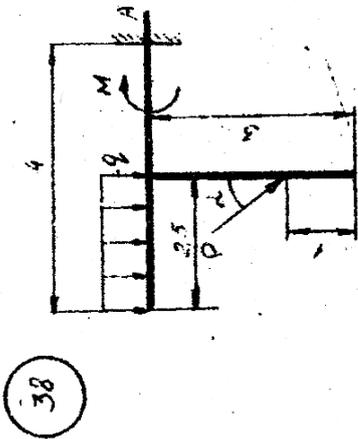
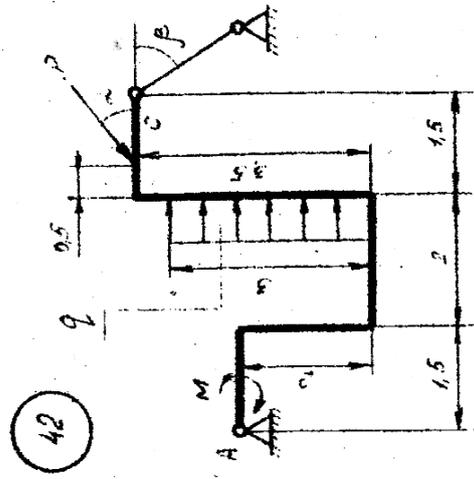
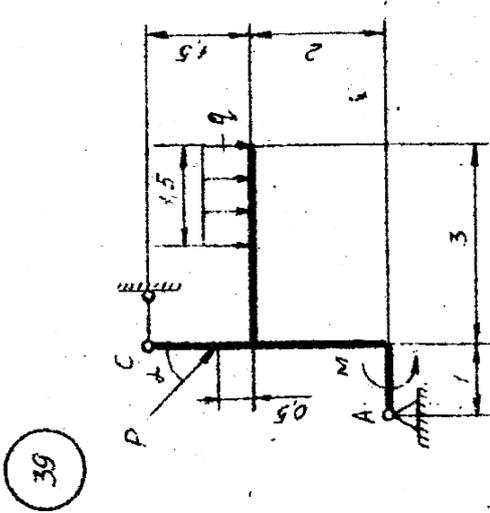


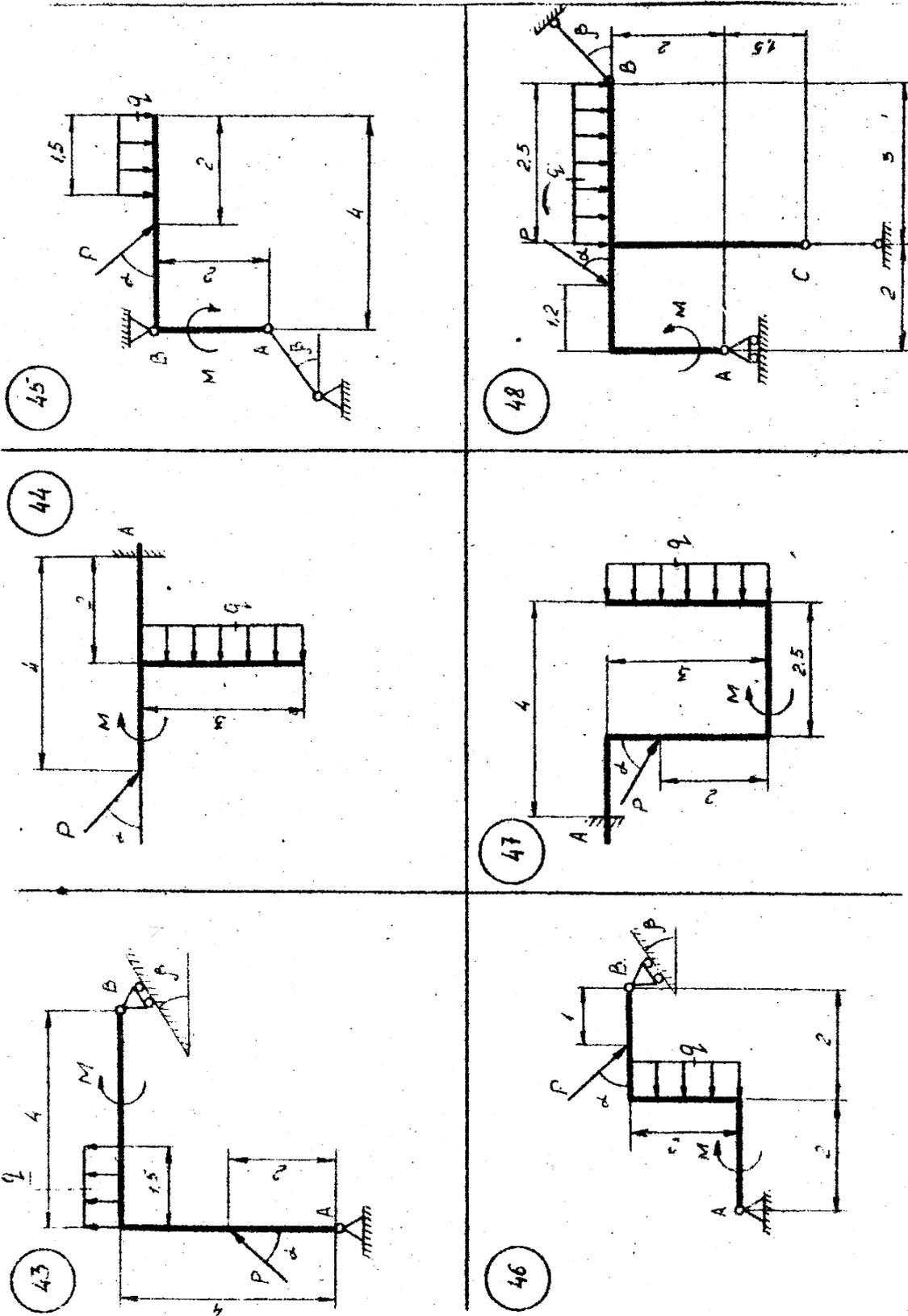
29

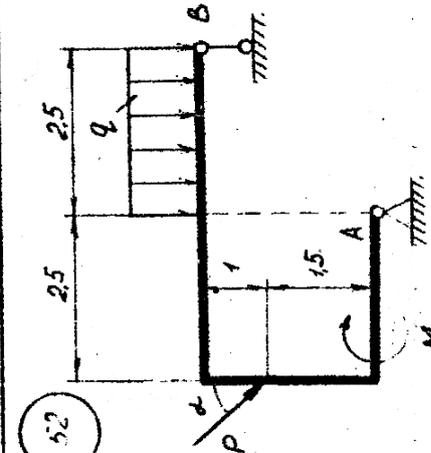
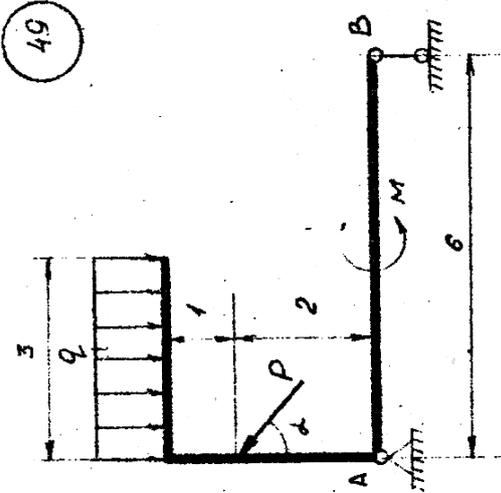
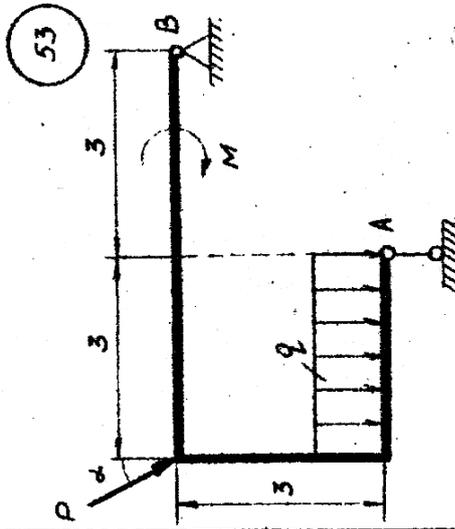
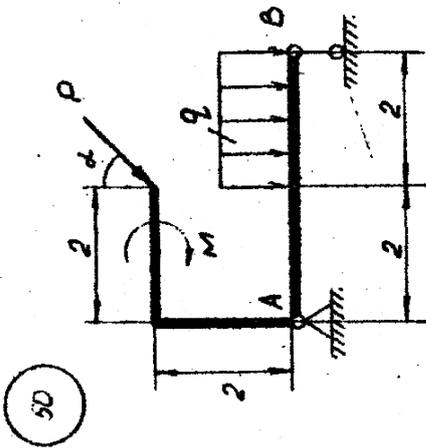
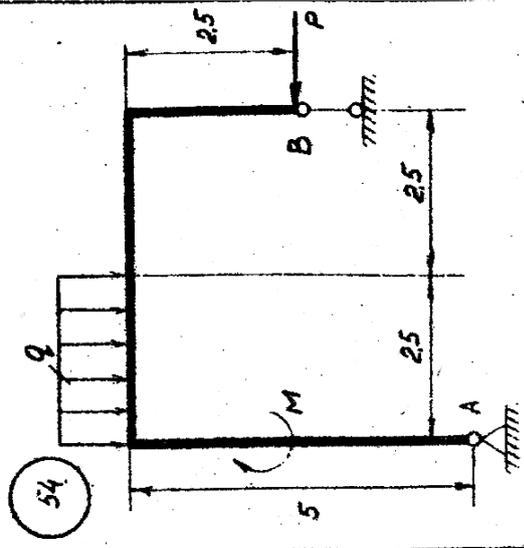
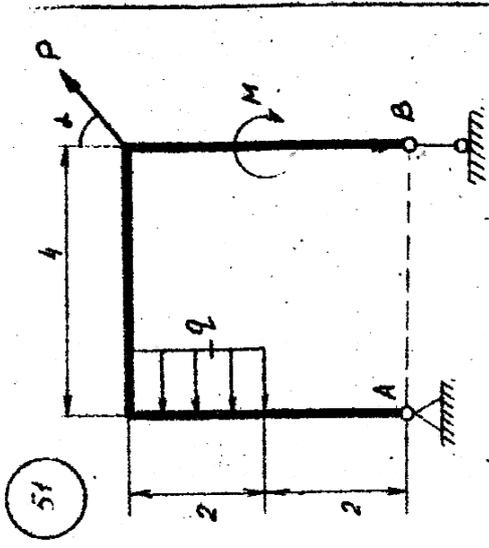


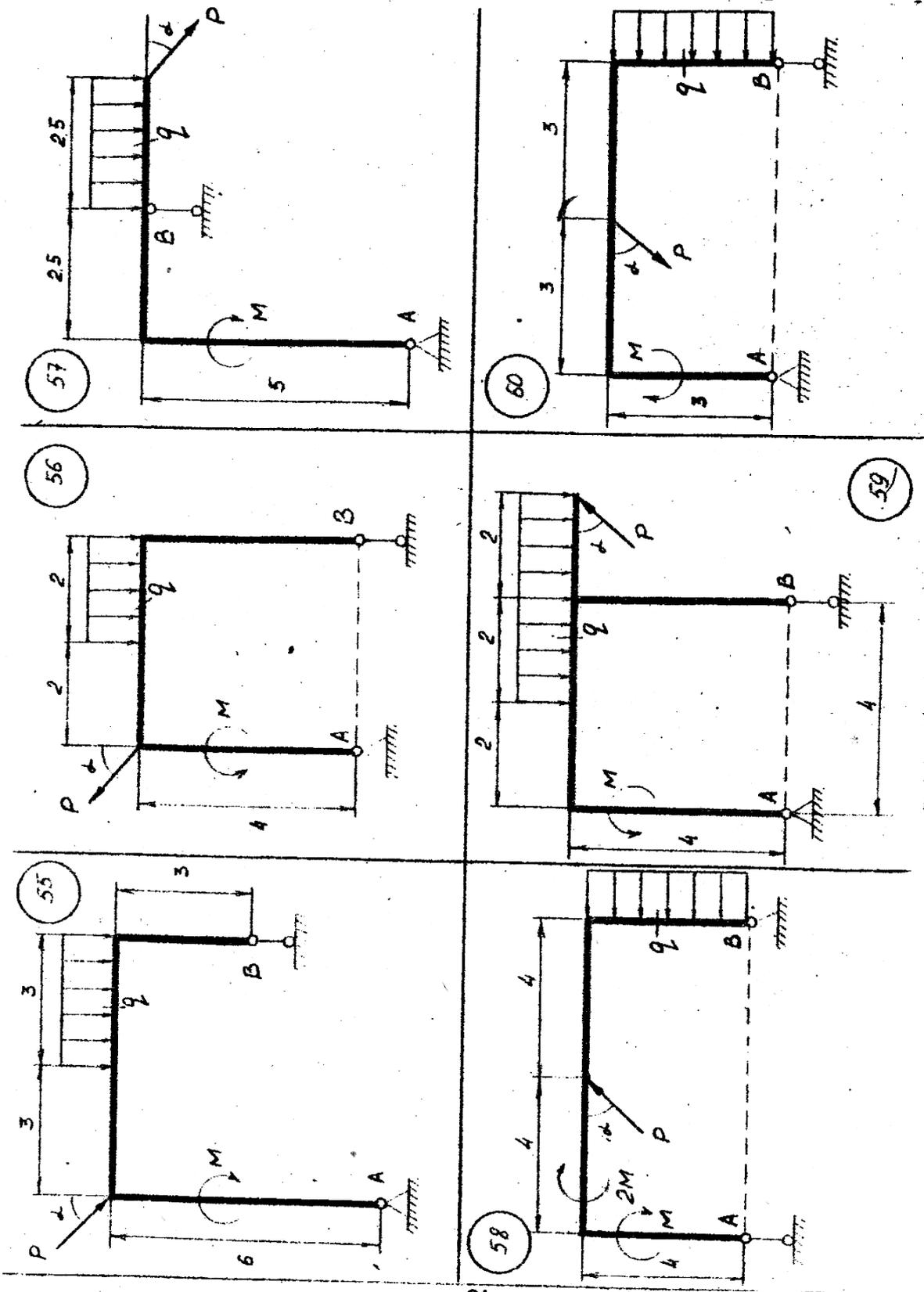
30

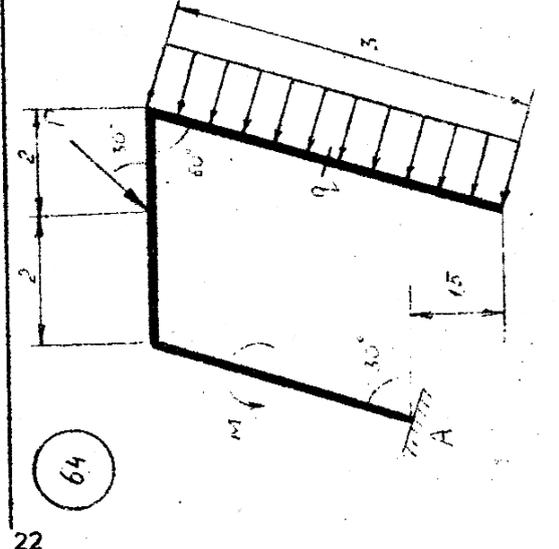
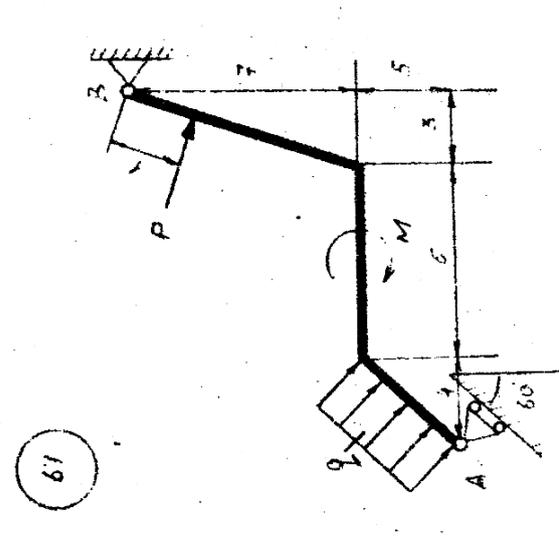
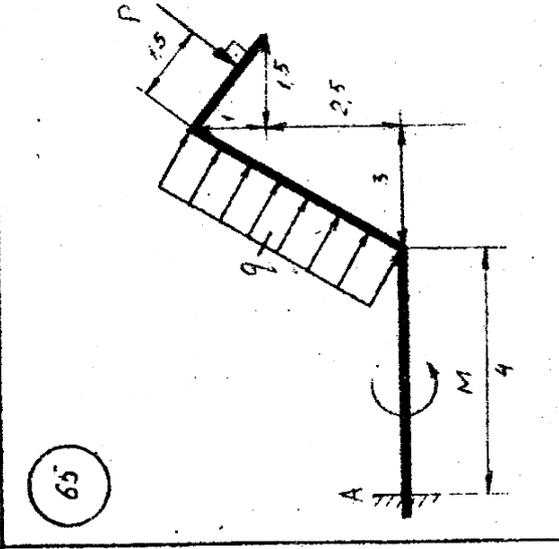
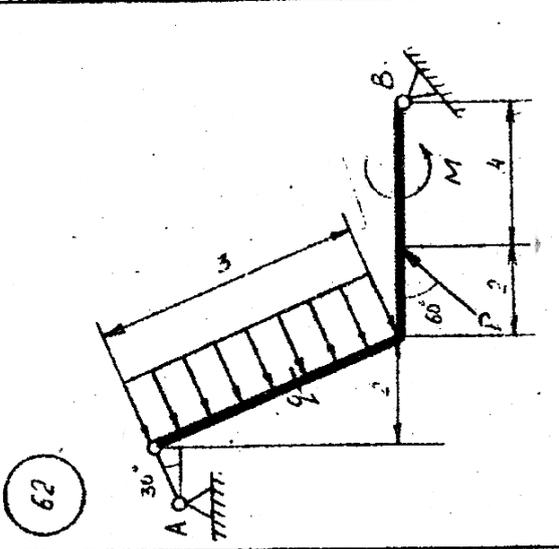
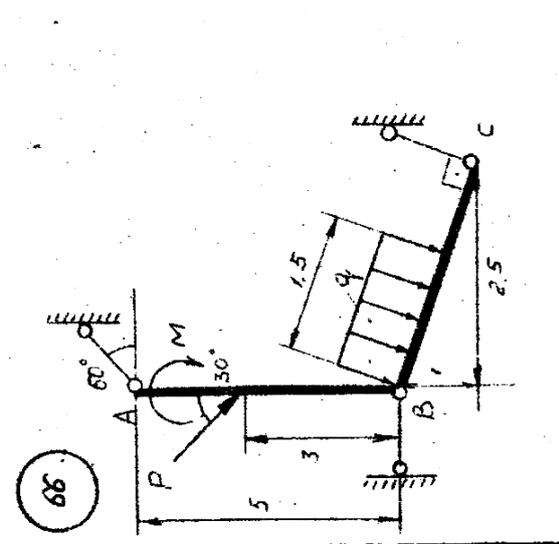
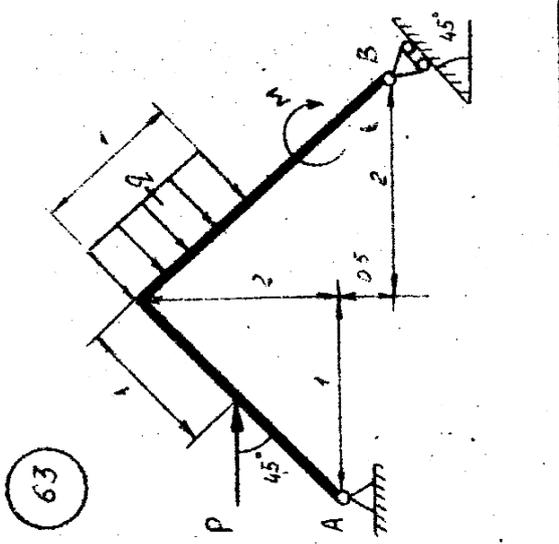






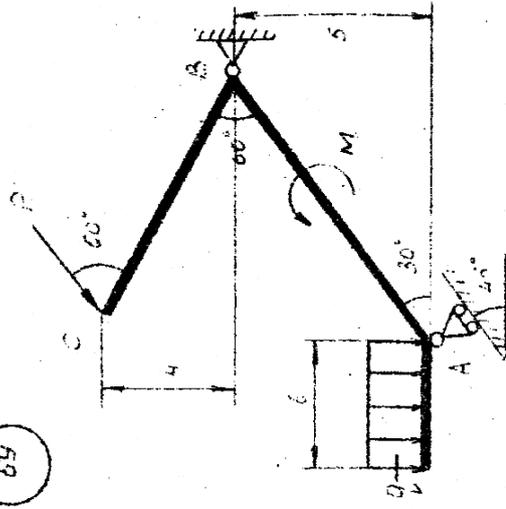




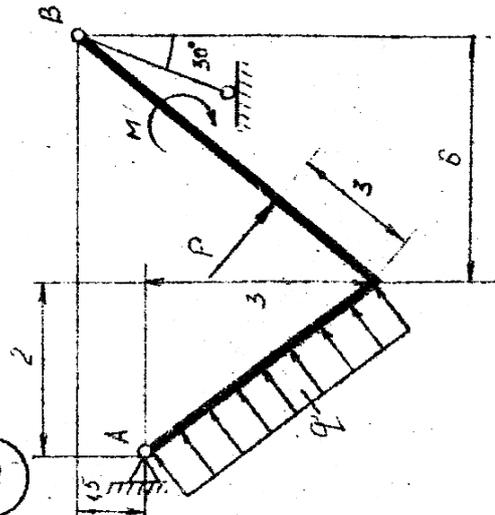


22

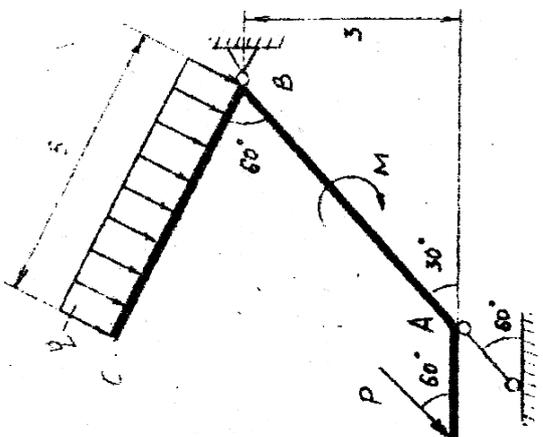
69



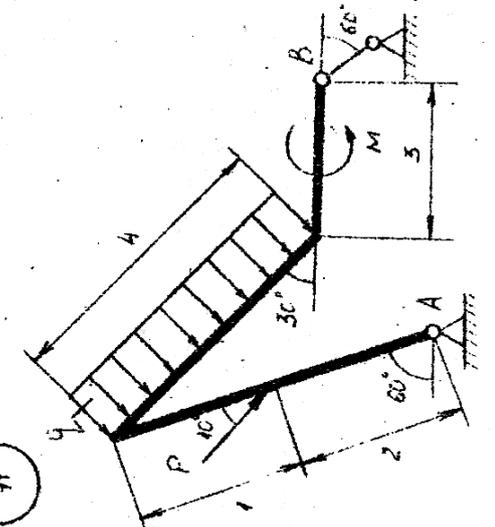
72



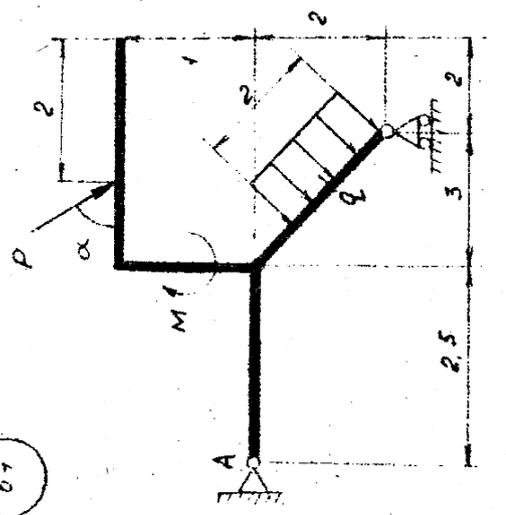
39



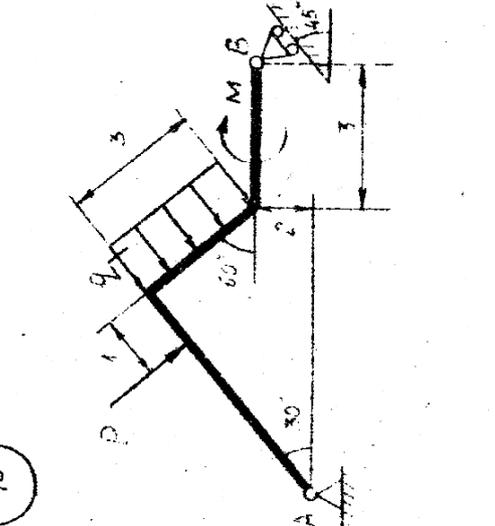
71

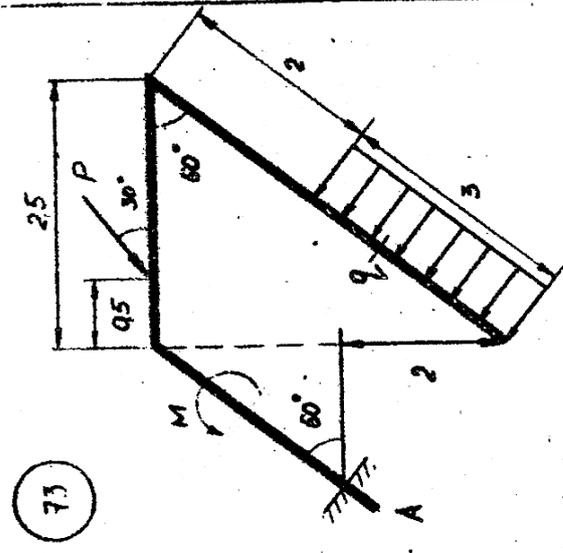


67

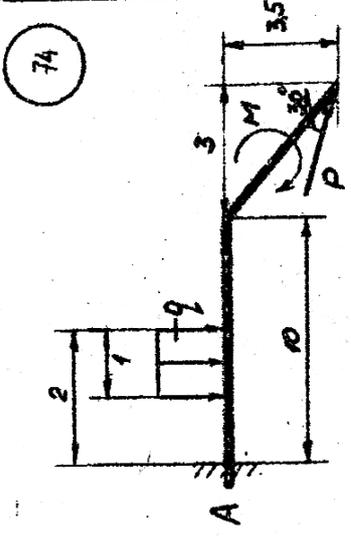


70

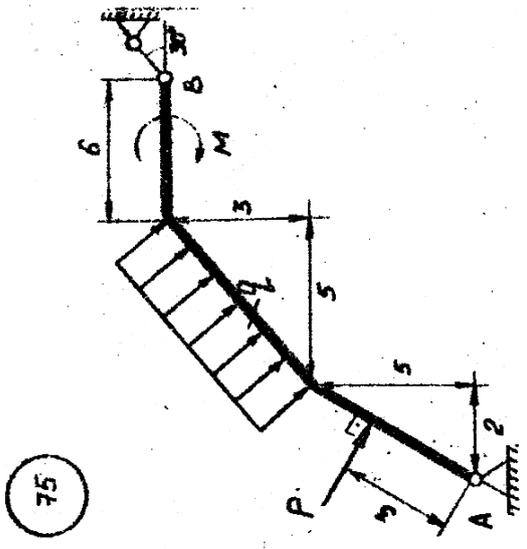




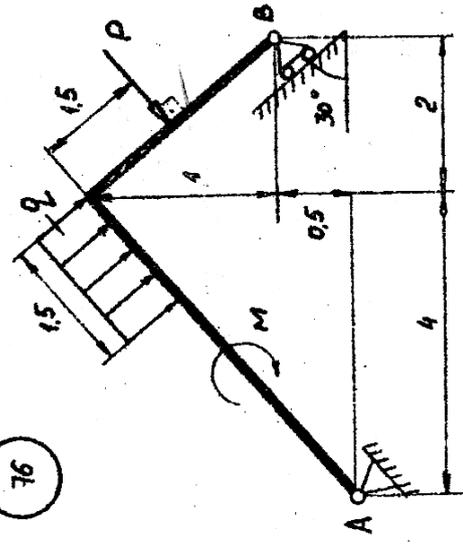
73



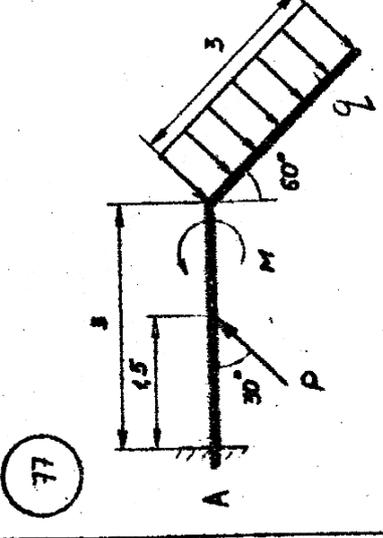
74



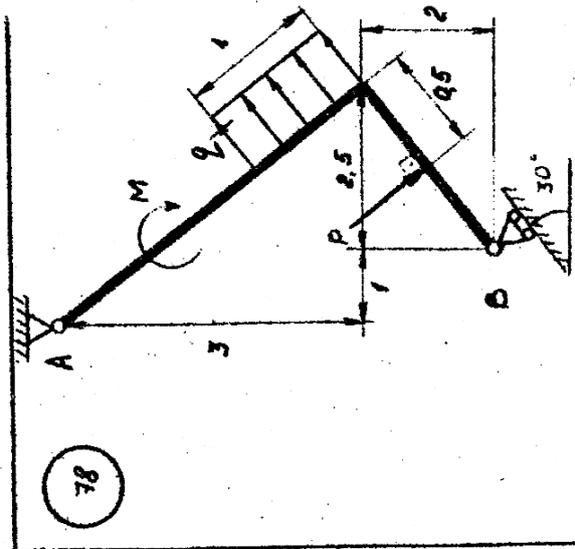
75



76



77



78

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение.....	3
2. Цель работы.....	3
3. Порядок выполнения задачи.....	3
4. Составление отчета.....	4
5. Примеры выполнения задания.....	4
6. Варианты заданий.....	10
Приложение.....	12

*Корниенко Лев Николаевич
Агапова Лидия Анатольевна
Малякко Дмитрий Пантелеймонович
Федорова Людмила Анатольевна
Григорьев Александр Юрьевич
Под редакцией
Арета Вальдура Аулисовича*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР ТВЕРДОГО ТЕЛА ПРИ ДЕЙСТВИИ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Методические указания
к выполнению задания по курсу
“Теоретическая механика”
для студентов всех специальностей

Редактор М. Б. Кановская

Корректор Н. И. Михайлова

ЛР № 020414 от 12. 02. 97

Подписано в печать 14.12.2000. Формат 60×84 1/16. Бум. писчая

Печать офсетная Усл. печ. л. 1,63. Печ. л. 1,75. Уч.-изд. л. 1,5

Тираж 100 экз. Заказ №

С 9

СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9
ИПЦ СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9