

АНБ 70

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ И ПИЩЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ



Кафедра теоретической механики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР ТВЕРДОГО ТЕЛА

Методические указания
и задания для самостоятельной работы
по курсу «Теоретическая механика»
для студентов всех специальностей

Второе издание, исправленное



Санкт-Петербург 2008

Малявко Д.П., Агапова Л.А., Федорова Л.А., Корниенко Л.Н. Определение реакций опор твердого тела: Метод. указания и задания для самостоятельной работы по курсу «Теоретическая механика» для студентов всех спец. 2-е изд., испр. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2008. – 27 с.

Указаны цель работы, порядок решения задач и составления отчета, даны варианты заданий.

Рецензент
Доктор техн. наук, проф. В.А. Арет

Рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом университета

© Санкт-Петербургский технологический институт холодильной промышленности, 1990

© Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий, 2008

1. ВВЕДЕНИЕ

Задание "Определение реакций опор твердого тела" курсовой работы по теме "Силы, произвольно расположенные на плоскости" выполняется в разделе "Статика" курса теоретической механики.

Каждый студент, выполняя свой вариант, проводит необходимые графические построения, показывает размеры рамы на схеме, заданные силы, реакции связей, составляет уравнения равновесия системы сил, приложенных к телу, и, решая их совместно, находит неизвестные реакции опор. Затем производится проверка правильности составления уравнений равновесия и их решения.

Рассмотрим пример выполнения задания из "Сборника заданий для курсовых работ по теоретической механике" (М.: Высшая школа, 1978. – 534 с.).

2. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определение неизвестных опорных реакций твердого тела на основе решения составленных уравнений равновесия системы заданных сил и реакций связей.

3. ПОРЯДОК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Изобразить схему конструкции с заданными внешними силами и опорами. Построить силовую схему, для чего заменить равнодействующей равномерно распределенную нагрузку; при необходимости наклонные силы разложить на горизонтальные и вертикальные составляющие, сохраняя неизменной точку их приложения (см. приложения 1, 2).

Согласно принципу освобождаемости от связей вместо отброшенных опор изобразить заменяющие их реакции (силы).

Для плоской системы сил, приложенных к балке, составить три уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0; \sum Y_i = 0; \sum M_{A_i} = 0. \quad (1)$$

В рассматриваемых конструкциях количество неизвестных реакций связей равно числу уравнений равновесия (статически определенная задача). Поэтому, решая совместно три уравнения равновесия (1) (с тремя неизвестными), находим все три искомые реакции связей.

Для контроля правильности составления трех уравнений равновесия и выполнения вычислений дополнительно записывается уравнение моментов всех сил относительно нового центра моментов

$$\sum M_{Ai} = 0. \quad (2)$$

Если в результате вычислений уравнение (2) обратится в тождество, выполненная таким образом проверка подтвердит правильность решения задачи.

4. СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

В отчете должны быть представлены: исходные данные и конструктивная схема рассчитываемой балки с задаваемыми (активными) силами; силовая схема, содержащая активные силы и реакции отброшенных связей; уравнения равновесия плоской системы сил и их решение; уравнения моментов сил для проверки правильности решения задания.

5. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ "ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР ТВЕРДОГО ТЕЛА"

Пример # I

Дано: схема конструкции (рис. 1); $P = 5$ кН; $M = 8$ кН·м; $q = 3$ кН/м; $\beta = 30^\circ$; размеры - в метрах.

Определить реакции опоры А.

Решение. Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, примененных к конструкции. Отбросим связи - жесткую заделку. Действие связи на раму заменим ее реакциями: X_A , Y_A , M_A .

Равномерно распределенную нагрузку интенсивностью q заменим ее сосредоточенной силой Q , приложенной в центре тяжести опоры этой нагрузки ($Q = q \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$ кН).

Разложим P на две составляющие силы:

$$P^i = P \cdot \cos \beta = 5 \cdot \cos 30^\circ = 4,33 \text{ кН};$$

$$P^n = P \cdot \sin \beta = 5 \cdot \sin 30^\circ = 2,5 \text{ кН}.$$

Составим силовую схему (рис. 2). Для плоской системы сил, примененных к раме, составим три уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0: X_A + P^i = 0, \quad (3)$$

$$\sum Y_i = 0: Y_A - P^n - Q = 0, \quad (4)$$

$$\sum M_{Ai} = 0: M_A - P^n \cdot 2 - M - Q \cdot 4 = 0. \quad (5)$$

Из уравнения (3) определяем реакцию X_A

$$X_A = -P^i = -4,33 \text{ кН}.$$

Знак минус в значении X_A указывает на то, что принятое направление для этой реакции не совпадает с ее действительным направлением.

Из уравнения (4) определяем реакцию Y_A

$$Y_A = P^n + Q = 2,5 + 5 = 7,5 \text{ кН}.$$

Из уравнения (5) определяем реактивный момент заделки M_A

$$M_A = P^n \cdot 2 + M + Q \cdot 4 = 2,5 \cdot 2 + 8 + 5 \cdot 4 = 33 \text{ кН·м}.$$

Проверка. Для проверки правильности решений системы уравнений (3), (4), (5) составим уравнение моментов относительно точки В

$$\begin{aligned} \sum M_B = M_A - Y_A \cdot 5 + X_A \cdot 3 + P^i \cdot 3 + \\ + P^n \cdot 3 - M + Q \cdot 1 = 33 - 7,5 \cdot 5 + \\ + (-4,33) \cdot 3 + 4,33 \cdot 3 + 2,5 \cdot 3 + \\ + 2,5 \cdot 3 - 8 + 5 \cdot 1 = 0; \quad (6) \\ 0 \equiv 0. \end{aligned}$$

Выполнение тождества подтверждает правильность решения.

Пример # 2

Дано: схема конструкции (рис. 3); $P = 10$ кН; $M = 3$ кН·м; $q = 1,2$ кН/м, $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$; размеры - в метрах.

Определить реакции в опоре А и в стержне ВС.

Решение. Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, примененных к конструкции. Отбросим связи: шарнирно-неподвижную опору в точке А и идеальный стержень ВС. Действие связей на раму заменим их реакциями. Так как направление реакции шарнирно-неподвижной опоры А неизвестно, определяем ее составляющие X_A и Y_A .

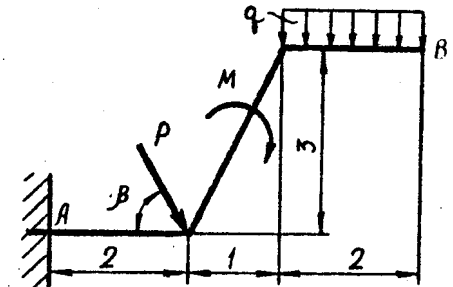


Рис. 1

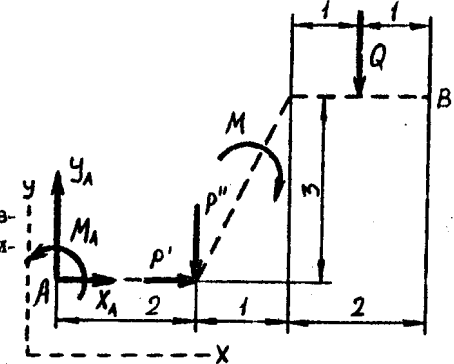


Рис. 2

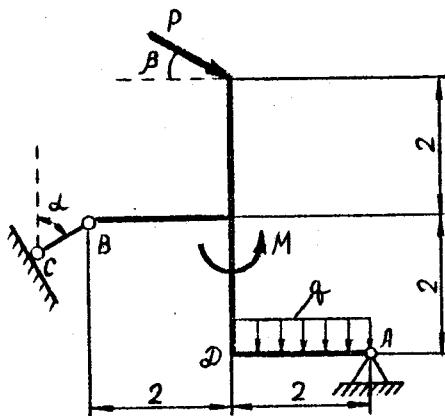


Рис. 3

Покажем реакцию \vec{R}_B идеального стержня BC по оси стержня. Равномерно распределенную нагрузку интенсивностью q заменяем равнодействующей сосредоточенной силой Q , приложенной в центре тяжести этой нагрузки. ($Q = q \cdot 2 = 1,2 \cdot 2 = 2,4$ кН).

Разложим силу \vec{P} и реакцию \vec{R}_B на две составляющие силы соответственно:

$$P' = P \cdot \cos \beta = 10 \cdot \cos 30^\circ = 8,66 \text{ кН};$$

$$P'' = P \cdot \sin \beta = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ кН}.$$

$$R'_B = R_B \cdot \sin \alpha = R_B \cdot \sin 60^\circ = R_B \cdot \sqrt{3}/2$$

$$R''_B = R_B \cdot \cos \alpha = R_B \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} R_B.$$

Составим силовую схему (рис. 4).

Для плоской системы сил, приложенных к балке, составляем три уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0: X_A + R'_B + P' = 0, \quad (7)$$

$$\sum Y_i = 0: Y_A - Q + R''_B - P'' = 0, \quad (8)$$

$$\sum M_{Ai} = 0: Q \cdot 1 + M - R'_B \cdot 2 - R''_B \cdot 4 - P' \cdot 4 + P'' \cdot 2 = 0. \quad (9)$$

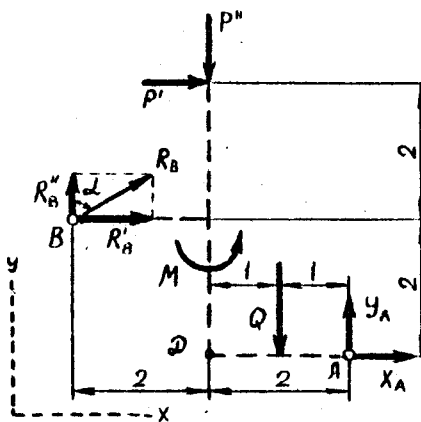


Рис. 4

Из уравнения (9) определяем реакцию R_B

$$R_B = \frac{Q \cdot 1 + M - P' \cdot 4 + P'' \cdot 2}{2 \sin \alpha + 4 \cos \alpha} = \frac{2,4 \cdot 1 + 3 - 8,66 \cdot 4 + 5 \cdot 2}{2 \cdot \sin 60^\circ + 4 \cdot \cos 60^\circ} = -5,16 \text{ кН}.$$

$$R'_B = R_B \cdot \sin \alpha = -5,16 \cdot \sin 60^\circ = -4,47 \text{ кН};$$

$$R''_B = R_B \cdot \cos \alpha = -5,16 \cdot \cos 60^\circ = -2,58 \text{ кН}.$$

Из уравнения (8) определяем реакцию Y_A

$$Y_A = Q - R''_B + P'' = 2,4 - (-2,58) + 5 = 9,98 \text{ кН}.$$

Из уравнения (7) определяем реакцию X_A

$$X_A = -R'_B - P' = -(-4,47) - 8,66 = -4,19 \text{ кН}.$$

Знак минус в значениях R_B и X_A указывает на то, что принятые направления для этих реакций не совпадают с их действительными направлениями.

Проверка. Для проверки правильности решений системы уравнений (7), (8), (9) составляем уравнение моментов относительно точки D

$$\sum M_{Di} = Y_A \cdot 2 - Q \cdot 1 + M - R'_B \cdot 2 - R''_B \cdot 2 - P' \cdot 4 = 9,98 \cdot 2 - 2,4 \cdot 1 + 3 - (-4,47) \cdot 2 - (-2,58) \cdot 2 - 8,66 \cdot 4 = 0;$$

$$0 \equiv 0. \quad (10)$$

Выполнение тождества подтверждает правильность решения.

Пример № 3

Дано: схема конструкции (рис. 5); $P = 10$ кН; $M = 5$ кН·м; $q = 2,5$ кН/м; $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$; размеры - в метрах.

Определить реакции в опорах A и B.

Решение. Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных к конструкции. Отбросим связи: шарнирно-неподвижную опору в точке A и шарнирно-подвижную опору в точке B. Действие связей на балку заменяем их реакциями: X_A , Y_A , R_B . Равномерно распределенную нагрузку интенсивностью q заменяем равнодействующей - сосредоточенной силой Q , приложенной в центре тяжести этой нагрузки. ($Q = q \cdot 3 = 2,5 \cdot 3 = 7,5$ кН.)

Разложим силу \vec{P} и реакцию \vec{R}_B на две составляющие силы соответственно:

$$P' = P \cdot \cos \alpha = 10 \cdot \cos 60^\circ = 5 \text{ кН},$$

$$P'' = P \cdot \sin \alpha = 10 \cdot \sin 60^\circ = 8,66 \text{ кН}.$$

$$R'_B = R_B \cdot \sin \beta,$$

$$R''_B = R_B \cdot \cos \beta.$$

Для плоской системы сил, приложенных к балке, составляем три уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0: P' + X_A - R'_B = 0, \quad (11)$$

$$\sum Y_i = 0: -P'' + Y_A - Q + R''_B = 0, \quad (12)$$

$$\sum M_{Ai} = 0: P' \cdot 1 + P'' \cdot 2 + M - Q \cdot 1,5 + R'_B \cdot 2,5 + R''_B \cdot 3 = 0. \quad (13)$$

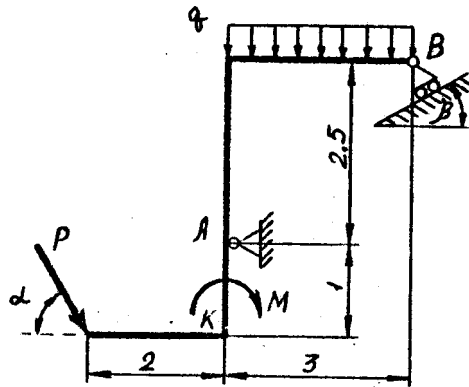


Рис. 5

Из уравнения (I3) определяем реакцию R_B

$$R_B = \frac{-P \cdot l \cdot 0 - P' \cdot 2 + M + Q \cdot 1,5}{2,5 \sin \beta + 3 \cdot \cos \beta} = \frac{-5 \cdot 1,0 - 8,66 \cdot 2 + 7,5 \cdot 1,5}{2,5 \sin 30^\circ + 3 \cdot \cos 30^\circ} = -1,58 \text{ кН.}$$

Определим соответственно R_B^x и R_B^y :

$$R_B^x = R_B \cdot \sin \beta = -1,58 \cdot \sin 30^\circ = -0,79 \text{ кН.}$$

$$R_B^y = R_B \cdot \cos \beta = -1,58 \cdot \cos 30^\circ = -1,37 \text{ кН.}$$

Из уравнения (I2) определяем реакцию Y_A

$$Y_A = P^y + Q - R_B^y = 8,66 + 7,5 - (-1,37) = 17,53 \text{ кН.}$$

Из уравнения (II) определяем реакцию X_A

$$X_A = P^x + R_B^x = -5 + (-0,79) = -5,79 \text{ кН.}$$

Знак минус в значении реакций R_B и X_A указывает на то, что принятое направление для этих реакций не совпадает с их действительными направлениями.

Проверка. Для проверки правильности решения системы уравнений (II), (I2), (I3)

оставляем уравнение моментов относительно точки К

$$\sum M_{Kc} = P'' \cdot 2 - M - X_A \cdot 1 - Q \cdot 1,5 + R_B^x \cdot 3,5 + R_B^y \cdot 3 = 8,66 \cdot 2 - 5 - (-5,79) \cdot 1,0 - 7,5 \cdot 1,5 + (-0,79) \cdot 3,5 + (-1,37) \cdot 3 = 0 \quad (I4)$$

$$0 \equiv 0.$$

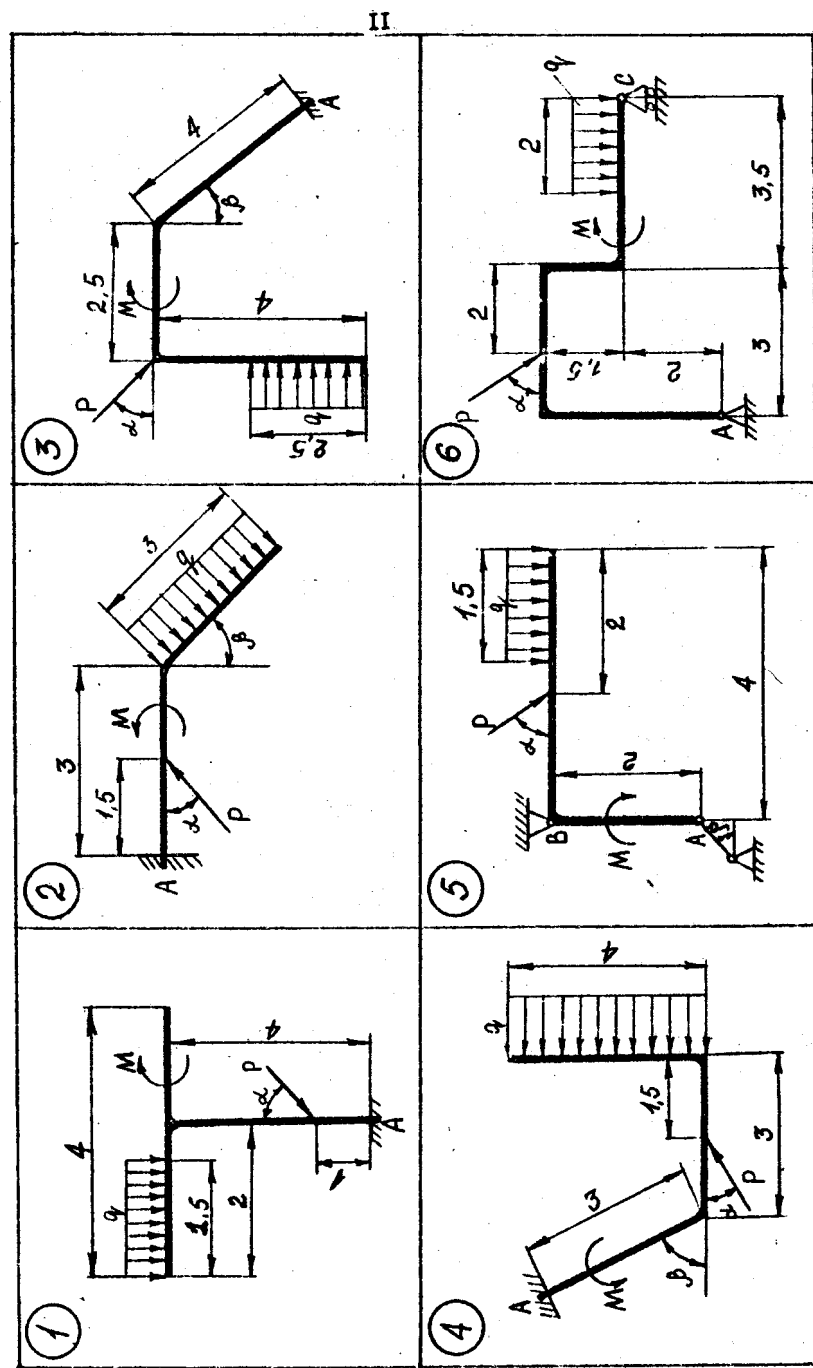
Выполнение тождества подтверждает правильность решения.

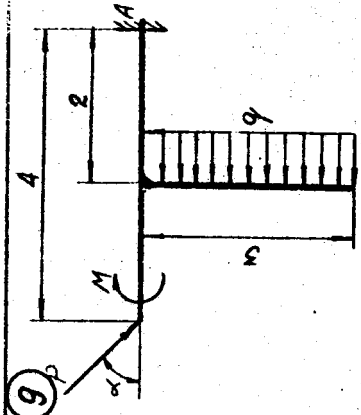
6. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ВАРИАНТОВ ЗАДАНИЯ

№ варианта	P, кН	M, кН.м	q, кН/м	α , °	β , °	№ варианта	P, кН	M, кН.м	q, кН/м	α , °	β , °
I	5	10	1	30	-	33	5	4	1	60	-
2	8	20	4	60	30	34	10	5	2	30	60
3	4	5	2	30	60	35	4	6	1	60	30
4	8	8	3	60	30	36	10	10	2	30	60
5	6	7	1	30	60	37	8	6	2	60	30
6	10	4	2	60	-	38	10	7	1	30	-
7	6	15	2	30	60	39	7	6	0,5	60	30
8	7	6	1	60	30	40	6	8	3	30	60
9	6	4	2	30	-	41	14	4	2	60	30
10	8	9	2	60	-	42	16	6	1	30	60
11	4	7	1	60	-	43	4	10	2	60	-
12	6	8	0,5	30	-	44	10	6	0,5	30	60
13	10	6	3	60	30	45	6	4	1	60	30
14	6	10	2	30	60	46	10	10	2	30	60
15	4	14	1	60	30	47	5	45	1,5	60	-
16	10	20	2	30	60	48	8	10	0,5	30	60
17	5	10	2	60	30	49	6	7	1	60	-
18	16	10	0,5	30	60	50	10	8	2,5	30	-
19	4	8	1	60	-	51	12	10	3	60	30
20	10	6	0,5	30	-	52	4	7	4	30	60
21	8	7	0,5	60	-	53	5	20	1	60	30
22	10	8	1	30	-	54	10	4	2,5	30	-
23	7	10	2	60	-	55	14	4	2	60	-
24	6	7	1,5	30	-	56	1	10	20	30	-
25	14	20	0,5	60	30	57	4	8	1	60	30
26	16	14	1	30	60	58	1	15	25	30	60
27	4	8	2,5	60	-	59	10	1	15	60	30
28	10	7	3	30	-	60	6	8	1	30	60
29	6	6	1	60	-	61	7	6	1	60	30
30	10	14	4	30	60	62	8	7	1	30	60
31	4	5	2	60	30	63	6	10	2	60	-
32	10	8	3	30	60	64	2	20	10	30	60

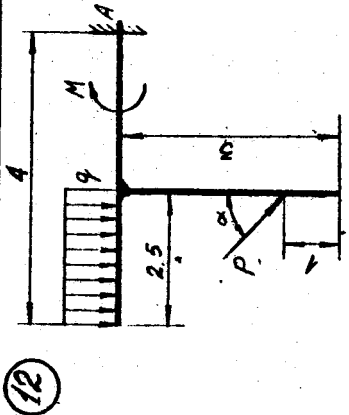
# Ва- риан- та	I					II					
	P, кН	M, кН.м	q, кН/м	α , °	β , °	# Ва- риан- та	P, кН	M, кН.м	q, кН/м	α , °	β , °
65	5	10	2	60	30		72	8	12	3	60
66	4	7	1	30	60	73	12	2	1	30	-
67	10	5	2	60	-	74	10	5	5	60	30
68	10	15	1	-	30	75	9	3	3	30	-
69	5	10	2	30	-	76	5	15	2	60	-
70	7	2	4	60	-	77	4	1	4	30	-
71	6	8	3	30	-	78	4	1	15	60	-

7. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

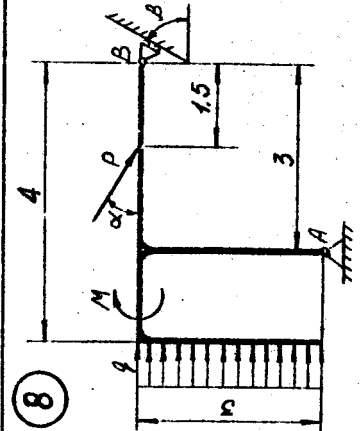




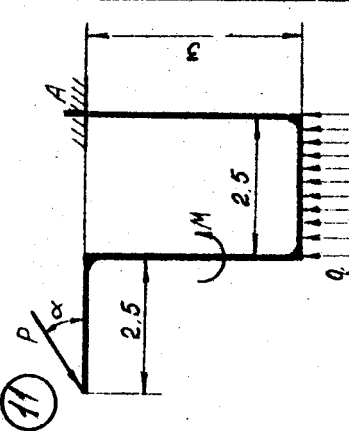
9



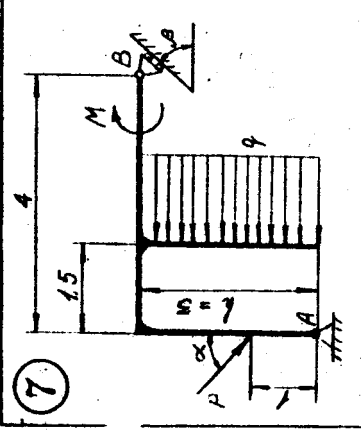
12



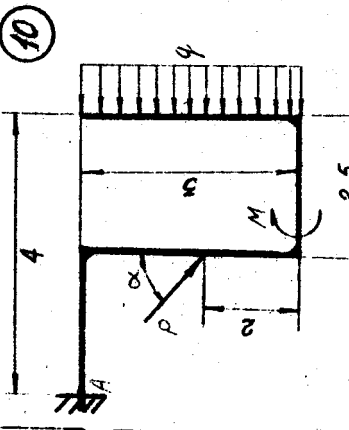
8



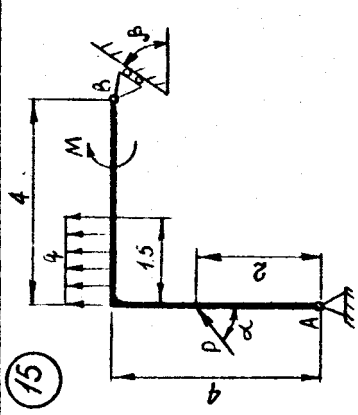
11



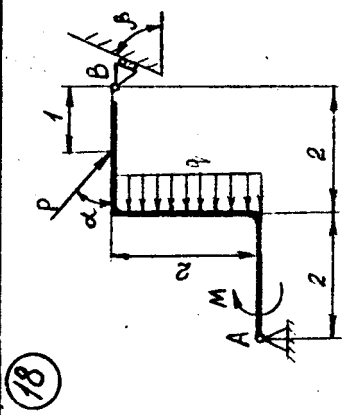
7



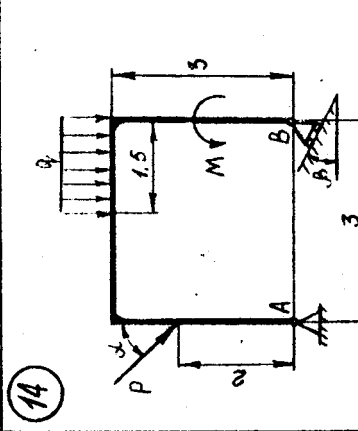
10



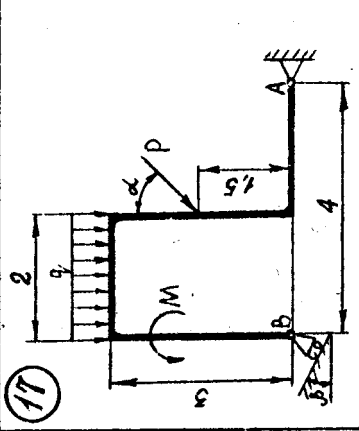
15



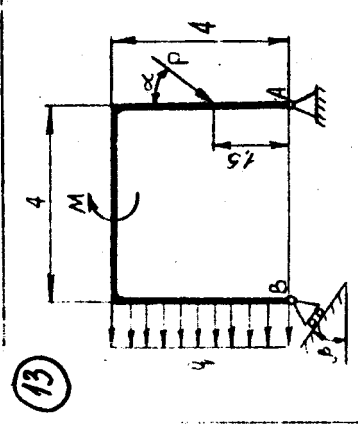
18



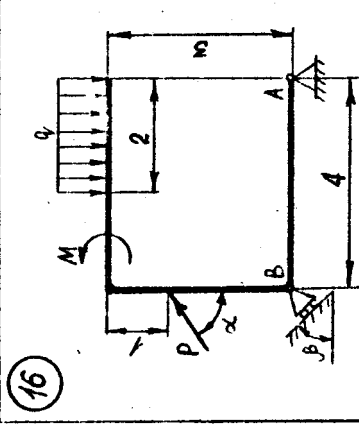
14



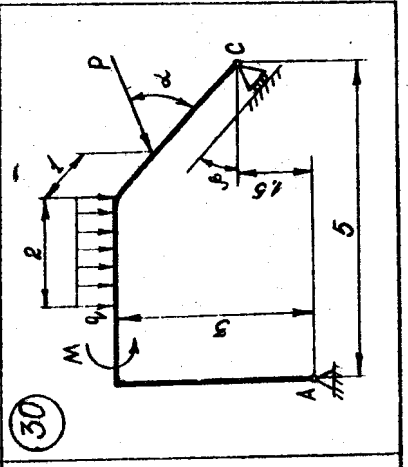
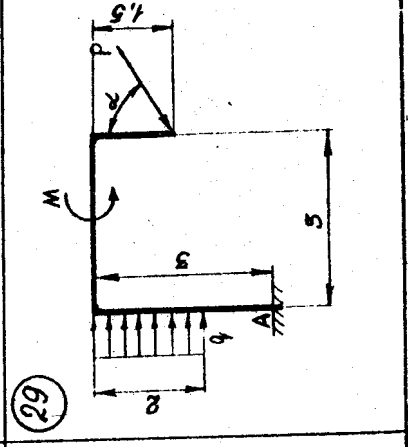
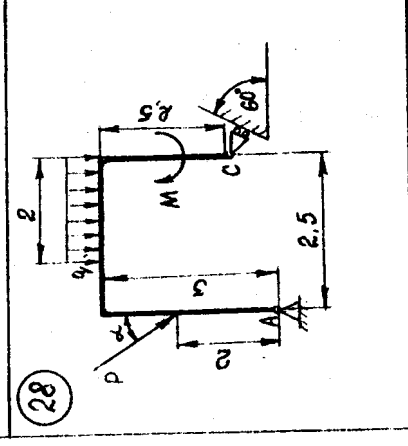
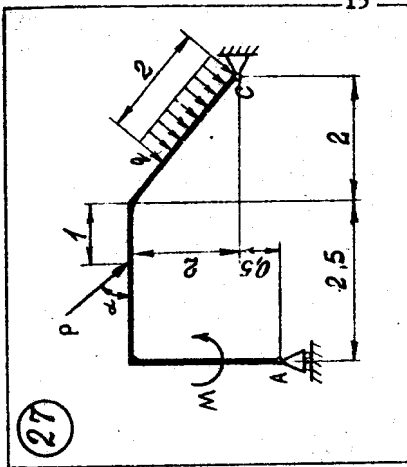
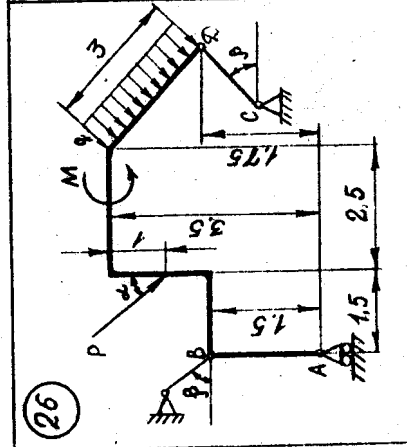
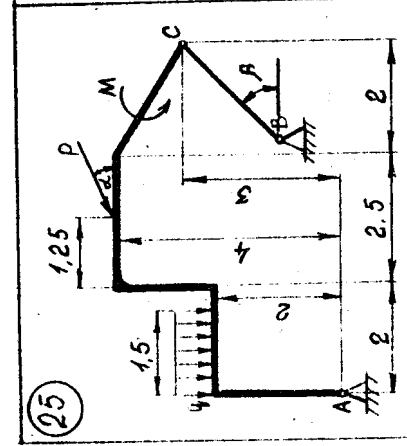
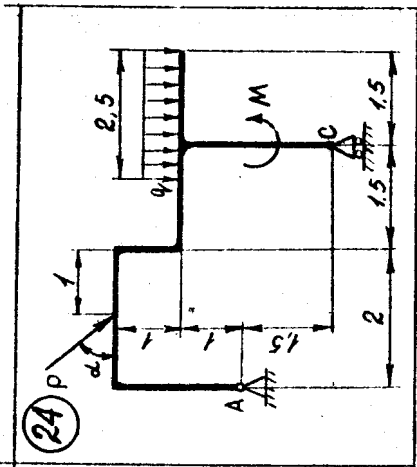
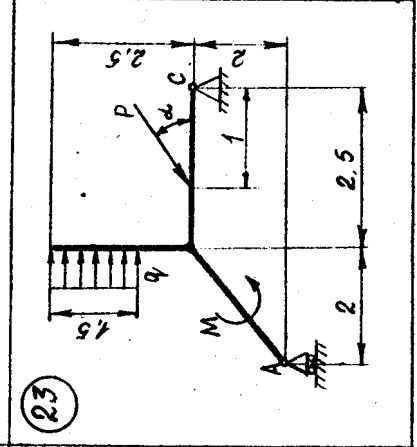
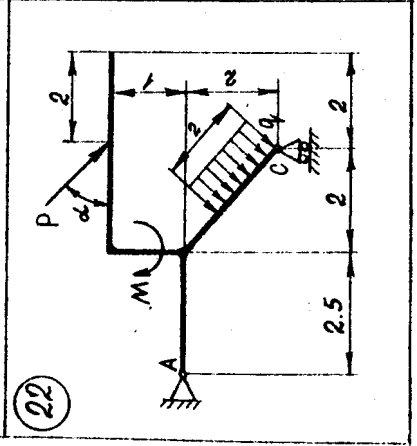
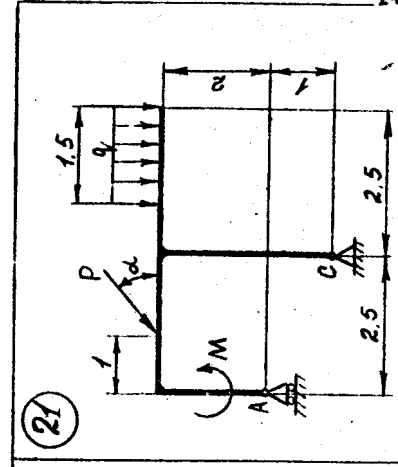
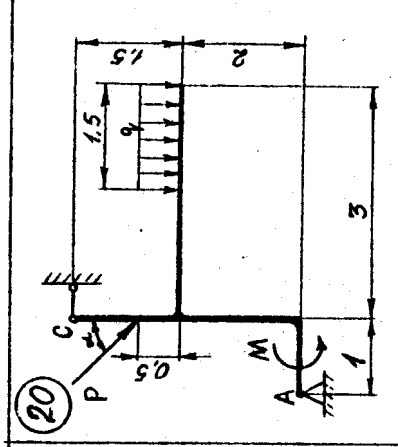
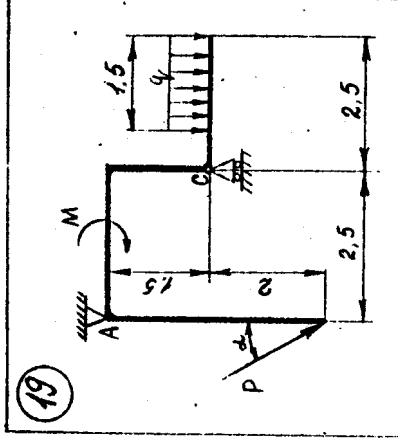
17

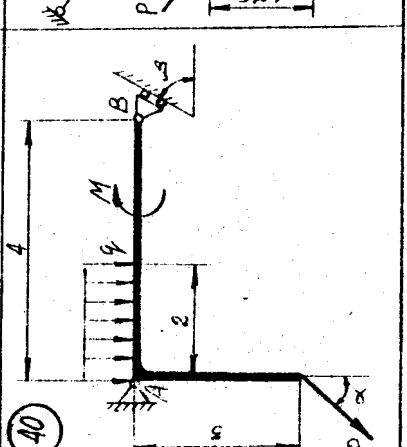
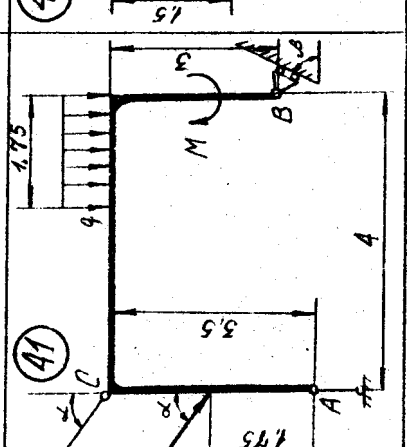
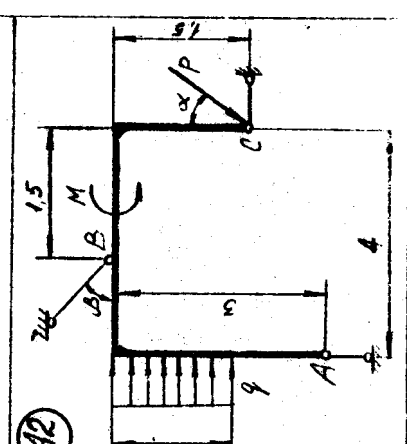
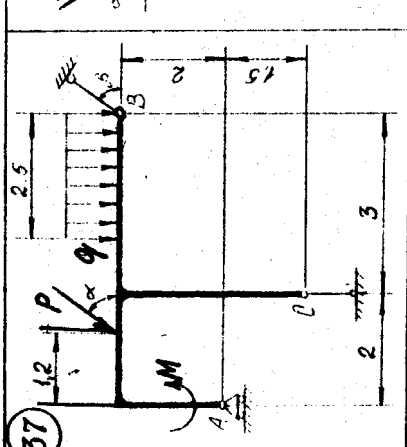
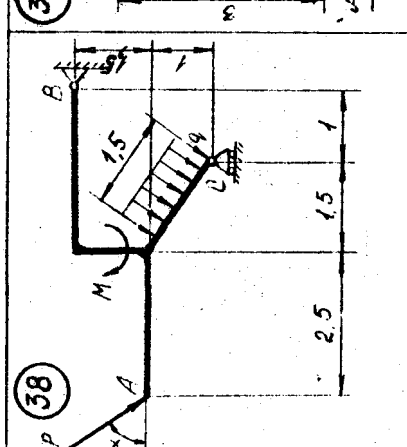
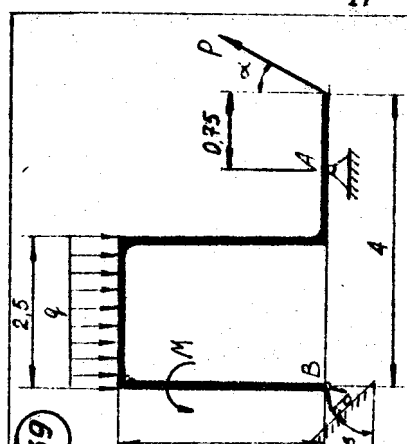
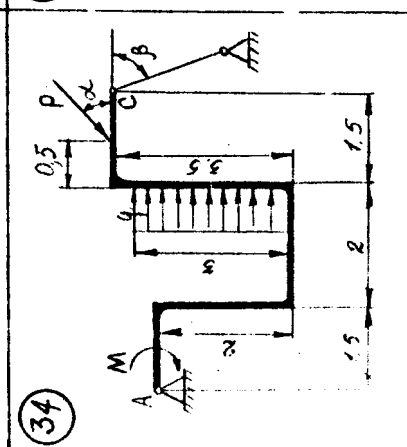
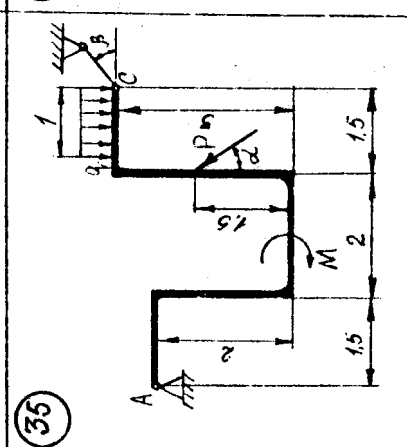
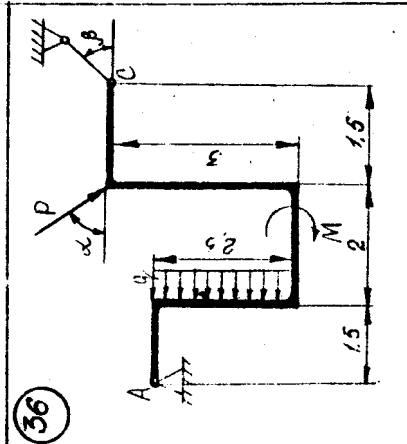
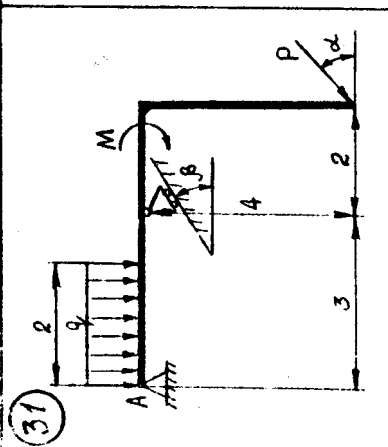
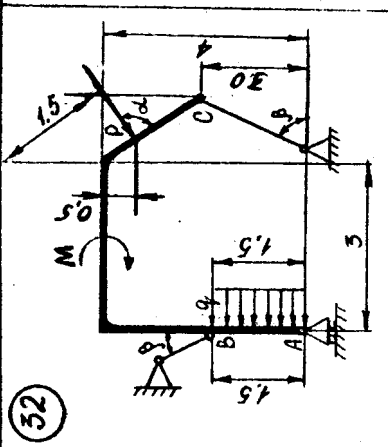
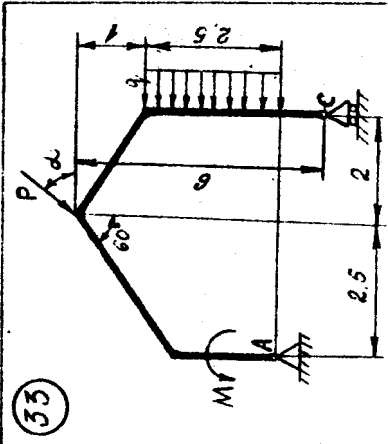


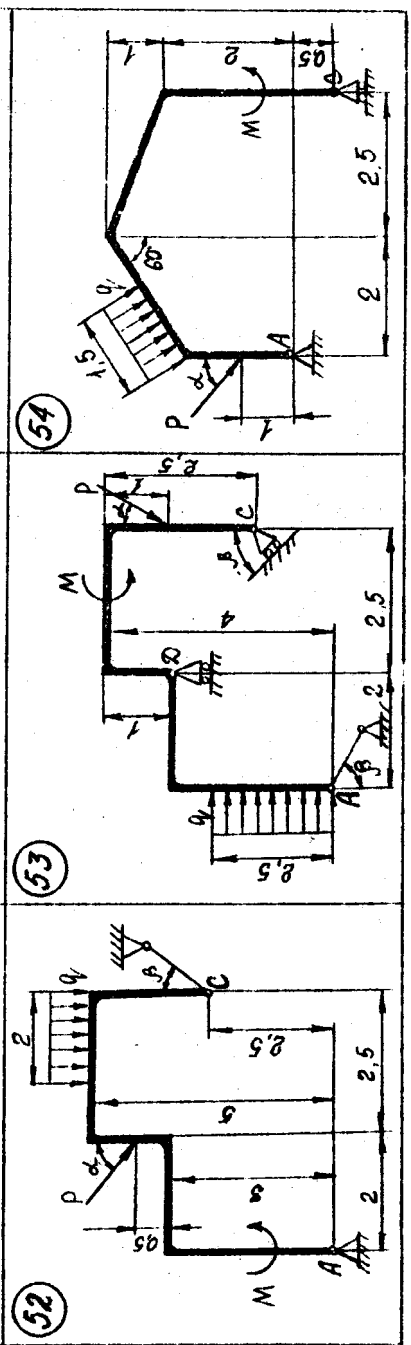
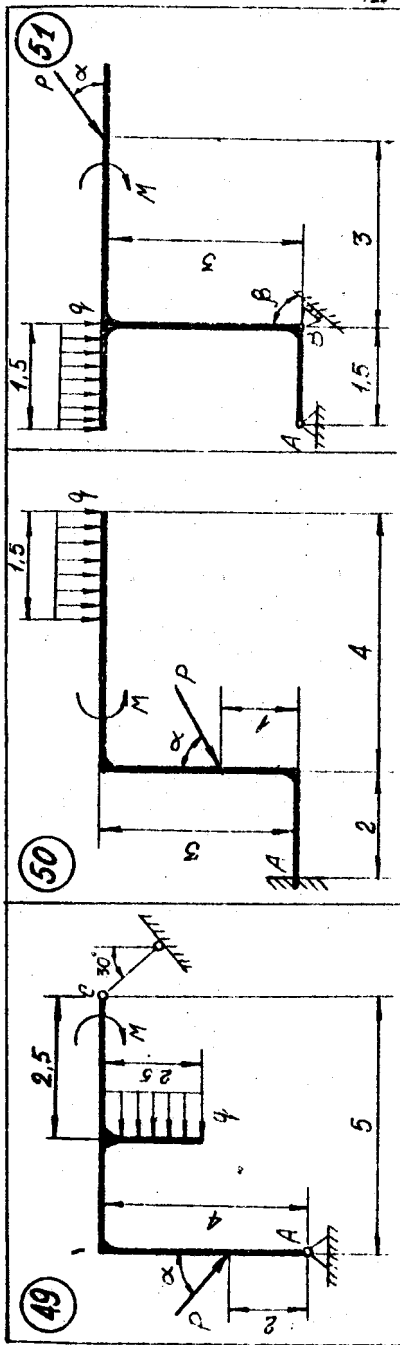
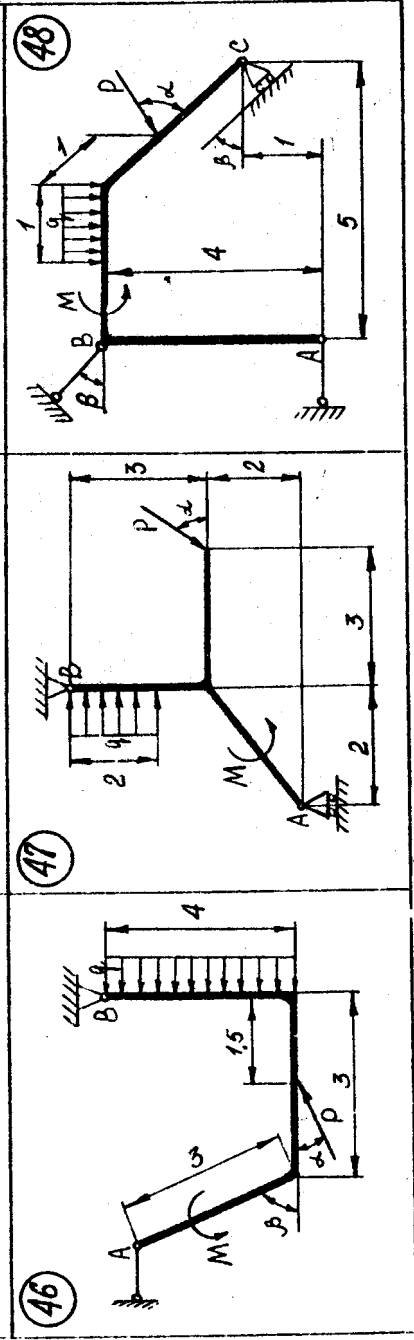
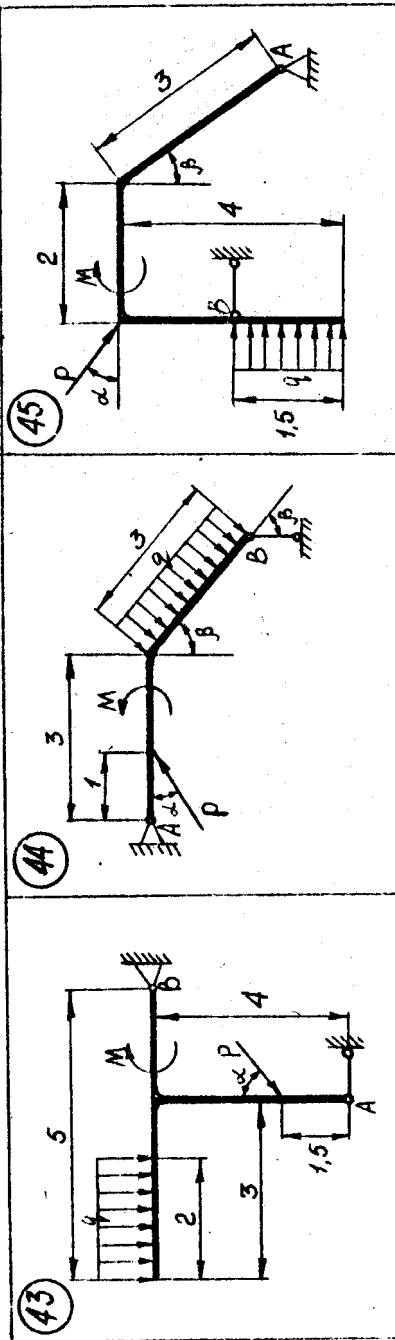
13

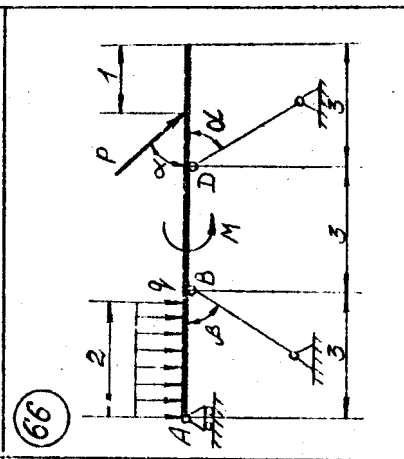
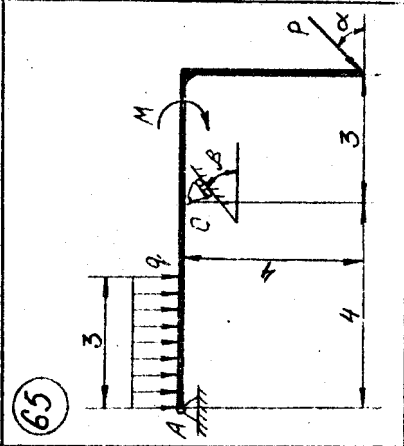
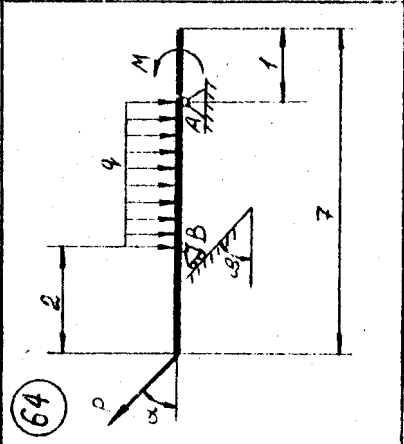
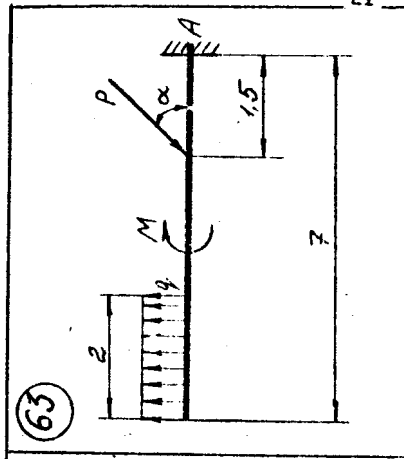
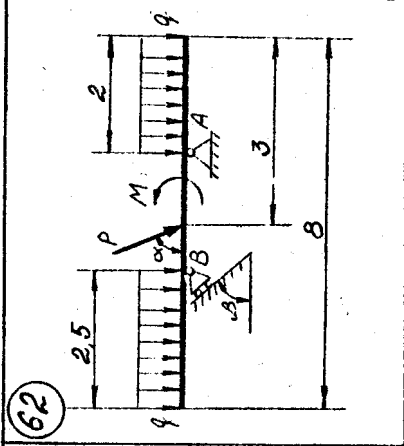
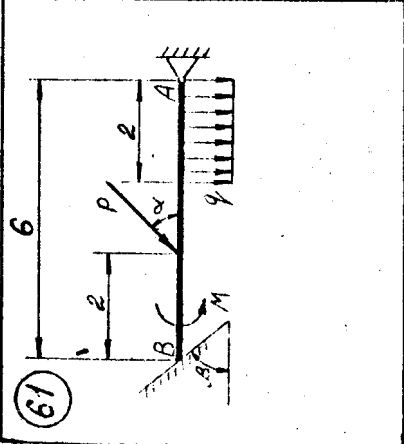
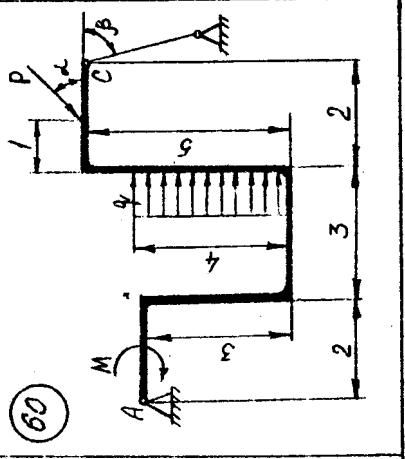
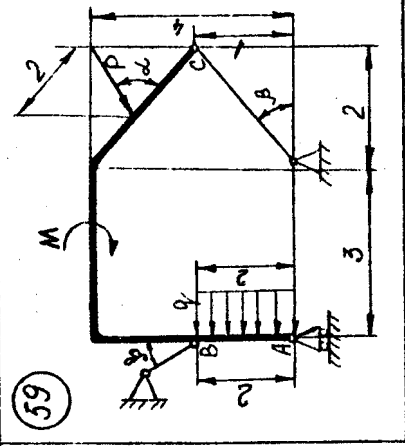
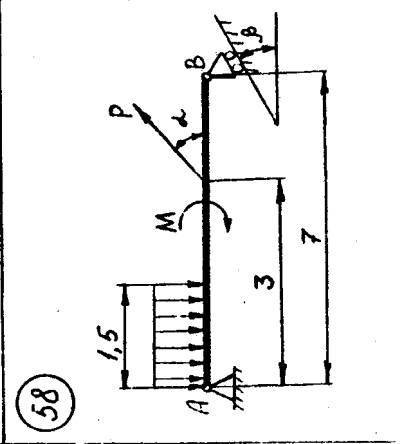
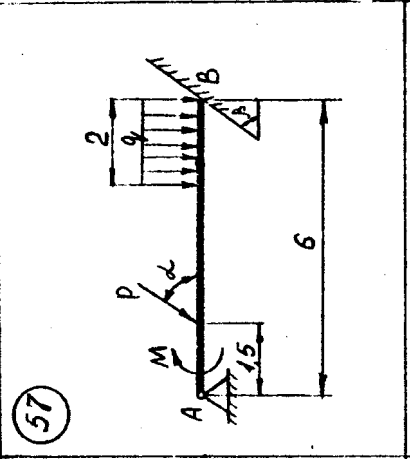
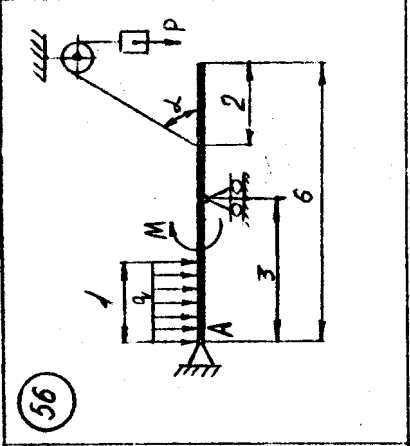
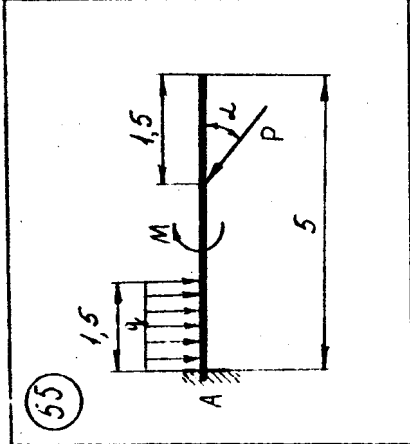


16









Реакции связей при различных способах закрепления конструкций

№ п/п	Основные типы связей	Схематическое изображение	Реакции отброшенной связи
1	Идеальный стержень		
2	Идеально-гладкая поверхность		
3	Шарнирно-подвижная опора		
4	Шарнирно-неподвижная опора		
5	Жесткая заделка		

Виды сил

№ п/п	Основные виды сил	Схематическое изображение	Составляющие сил
1	Сосредоточенная сила		$P' = P \cdot \cos \alpha$ $P'' = P \cdot \sin \alpha$
2	Распределенная нагрузка		<p>Q - равнодействующая</p> $Q = q \cdot l$ $Q' = Q \cdot \sin \beta$ $Q'' = Q \cdot \cos \beta$

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	3
2. Цель работы	3
3. Порядок решения задачи	3
4. Составление отчета	4
5. Примеры выполнения задачи «Определение реакций опор твердого тела»	4
6. Исходные данные для вариантов задания	9
7. Варианты заданий	11
Приложение 1	24
Приложение 2	25

Малявко Дмитрий Пантелеймонович
Агапова Лидия Анатольевна
Федорова Людмила Анатольевна
Корниенко Лев Николаевич

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР ТВЕРДОГО ТЕЛА

Методические указания
и задания для самостоятельной работы
по курсу «Теоретическая механика»
для студентов всех специальностей

Второе издание, исправленное

Редакторы
Т.В. Белянкина, Н.М. Бахметьева

Корректор
Н.И. Михайлова

Подписано в печать 03.03.08. Формат 60×84 1/16
Усл. печ. л. 1,63. Печ. л. 1,75. Уч.-изд. л. 1,56
Тираж 500 экз. Заказ №91. С 60

СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9
ИИК СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9