

D 5923

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ И ПИЩЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**



Кафедра теоретической механики

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

**Методические указания
и задания для самостоятельной работы
по курсу «Теоретическая механика»
для студентов всех специальностей**

Второе издание, исправленное



Санкт-Петербург 2008

Мальвко Д.П., Агапова Л.А., Федорова Л.А., Корниенко Л.Н. Исследование поступательного и вращательного движения твердого тела: Метод. указания и задания для самостоятельной работы по курсу «Теоретическая механика» для студентов всех спец. 2-е изд., испр. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2008. – 24 с.

Приводятся 30 вариантов заданий и исходные данные для определения ускорения тела, указанного в задании, натяжения нитей (или окружных усилий), движущего момента для установившегося движения системы в курсовой работе, предусмотренной программой курса «Теоретическая механика», а также примеры решения типовых задач.

Рассчитаны на самостоятельную работу студентов под руководством преподавателей и могут быть использованы при проведении контрольных работ и зачетов. Выполнение заданий предполагает необходимость анализа различных путей решения задачи.

Рецензент

Доктор техн. наук, проф. В.А. Арет

Рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом университета

© Санкт-Петербургский технологический институт холодильной промышленности, 1993

© Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий, 2008

Методические указания предназначены для самостоятельного выполнения задания по применению дифференциальных уравнений поступательного и вращательного движения твердого тела к изучению движения механической системы под руководством преподавателя и могут быть использованы при проведении контрольных работ. Для пояснения заданий рассмотрим пример решения типовой задачи.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Механическая система состоит из механизма (колеса I и 2) и груза 3. К колесам приложены пара сил с моментом $M = const$ (движущий момент) или движущая сила $P = const$ и момент сопротивления $M_0 = const$. Другие силы сопротивления системы не учитывать.

Массы колес I и 2 равны m_1 и m_2 , а масса груза 3 – m_3 . Радиусы больших и малых окружностей колес R_1, r_1, R_2, r_2 .

Схемы механических систем показаны на рисунках в приложении вместе с необходимыми для них данными.

а) Требуется найти ускорение тела, указанного в исходных данных; определить также натяжение нитей T , а в вариантах, где имеется соприкосновение колес, найти кроме того, окружное усилие S в точке их касания. Колеса, для которых радиусы инерции i_{x1} и i_{x2} не заданы, считать сплошными однородными дисками, момент инерции которых равен $J_x = \frac{mR^2}{2}$.

б) Найти величину движущего момента M_0 для установившегося движения системы (при ускорениях тел системы, равных нулю) и, соответственно, величины S_0 и T_0 в этом случае.

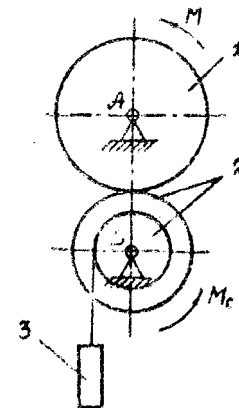


Рис. 1

ПРИМЕР

Д а н о: $m_1 = 100$ кг; $m_2 = 150$ кг;
 $m_3 = 400$ кг; $M = 4200$ Н.м; $M_0 =$
 $= 2000$ Н.м; $R_1 = 60$ см; $R_2 = 40$ см;
 $r_2 = 20$ см; $i_{x1} = 20\sqrt{2}$ см; $i_{x2} = 30$ см; $\omega = 2$ рад/с.

И з в е с т н о: ускорение вращательного движения колеса 2 механизма ϵ_2 , а также окружное усилие S в точке колес 1 и 2 и натяжение нити T (рис. 1).

Р е ш е н и е.

а) В данной механической системе колеса 1 и 2 механизма вращаются вокруг неподвижных осей, а поднимаемый груз 3 совершает поступательное движение:

Напишем дифференциальные уравнения движения каждого из этих трех тел, для чего отделим одно от другого, разрезав нить, удерживающую груз 3, и разделив колеса 1 и 2 в точках соприкосновения зубцов (рис. 2).

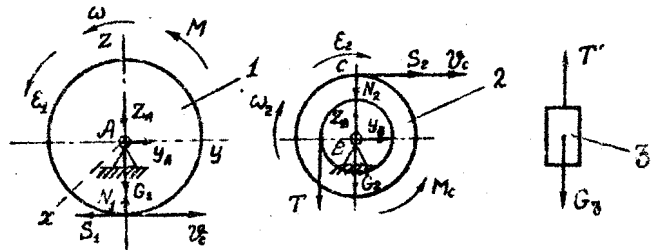


Рис. 2

К колесу механизма 1 приложены сила тяжести \vec{G}_1 , движущий момент M , составляющие реакции подшипника \vec{Y}_A , \vec{Z}_A , окружное усилие S_1 и нормальная реакция N_1 колеса 2.

К колесу 2 механизма приложены сила тяжести \vec{G}_2 , момент сил сопротивления M_c , составляющие реакции подшипника \vec{Y}_B , \vec{Z}_B , натяжение T нити, к которой подвешен груз 3, окружное усилие S_2 и нормальная реакция N_2 колеса 1.

К грузу 3 приложены сила тяжести \vec{G} и натяжение нити T' . Очевидно,

$$J_{x1} \cdot \epsilon_1 = M_{x1}^E.$$

Составим дифференциальное уравнение вращательного движения колеса 1 вокруг оси x_1 :

$$\vec{S}_2 = -\vec{S}_1, \quad \vec{N}_1 = -\vec{N}_2, \quad \vec{T}' = \vec{T}.$$

где $M_{x1}^E = \sum M_{ix1}^E$ — главный момент внешних сил, приложенных к колесу 1, относительно оси вращения x_1 :

$$\sum M_{ix1}^E = M - S_1 R_1$$

(момент M приводит в движение колесо 1 и поэтому принят положительным, а момент, создаваемый окружным усилием S_1 , препятствует вращению колеса 1 и, следовательно, отрицателен).

Дифференциальное уравнение вращательного движения колеса 1 примет вид

$$J_{x1} \epsilon_1 = M - S_1 R_1. \quad (1)$$

Составим дифференциальное уравнение вращательного движения колеса 2 вокруг оси x_2 :

где $M_{x2}^E = \sum M_{ix2}^E$ — главный момент внешних сил, приложенных к колесу 2, относительно оси вращения x_2 :

$$\sum M_{ix2}^E = S_2 R_2 - T r_2 - M_c$$

(момент, создаваемый окружным усилием S_2 , приводит в движение колесо 2 и поэтому принят положительным, а момент силы натяжения нити T и момент сил сопротивления M_c препятствуют вращению колеса и, следовательно, отрицательны).

Дифференциальное уравнение вращательного движения колеса 2 имеет вид

$$J_{x2} \epsilon_2 = S_2 R_2 - T r_2 - M_c. \quad (2)$$

Составим дифференциальное уравнение поступательного движения груза 3:

$$m_3 a_3 = Z^E,$$

где $Z^E = \sum Z_i^E$ — проекция главного вектора внешних сил, приложенных к грузу 3, на ось Z , направленную в сторону движения груза, т.е. вверх:

$$\sum Z_i^E = T' - G_3.$$

Дифференциальное уравнение поступательного движения груза 3

$$m_3 a_3 = T' - G_3. \quad (3)$$

В уравнениях (1), (2), (3) неизвестными являются силы $T = T'$ и $S_1 = S_2 = S$, а также функции $\varepsilon_1, \varepsilon_2, a_3$ — угловые ускорения колес 1, 2 и ускорение груза 3 соответственно.

Но указанные функции связаны между собой соотношениями:

$$\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = R_2 / R_1; \quad (4)$$

$$a_3 = \varepsilon_2 z_2 \quad (5)$$

Так, что в трех уравнениях — три неизвестные величины: T, S, ε_2 .
Выразим ε_1 из (4):

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \cdot R_2 / R_1$$

и подставим в (1):

$$J_{x1} \varepsilon_2 R_2 / R_1 = M - S_1 R_1. \quad (6)$$

Исключим из дифференциального уравнения (2) силу T , для чего выразим T ($T = T'$) из (3):

$$T = m_3 a_3 + G_3.$$

Учитывая (5), напишем:

$$T = m_3 \varepsilon_2 z_2 + G_3.$$

Тогда (2) приобретет вид

$$J_{xx} \varepsilon_2 = S_2 R_2 - (m_3 \varepsilon_2 z_2 + G_3) z_2 - M_0$$

или

$$(J_{x2} + m_3 z_2^2) \varepsilon_2 = S_2 R_2 - G_3 z_2 - M_0. \quad (7)$$

Исключим S ($S_1 = S_2 = S$) из (6) и (7), для чего умножим (6) на R_2 , а (7) на R_1 :

$$J_{x1} \varepsilon_2 R_2^2 / R_1 = M R_2 - S_1 R_1 R_2;$$

$$(J_{x2} + m_3 z_2^2) \varepsilon_2 R_2 = S_2 R_2 R_1 - G_3 z_2 R_1 - M_0 R_1.$$

Сложив соответствующие части полученных уравнений, имеем

$$\varepsilon_2 [J_{x1} (R_2^2 + R_1^2) + J_{x2} R_1 + m_3 z_2^2 R_1] = M R_2 - G_3 z_2 R_1 - M_0 R_1.$$

откуда

$$\varepsilon_2 = \frac{M R_2 R_1 - (m_3 g z_2 - M_0) R_1^2}{J_{x1} R_2^2 + (J_{x2} + m_3 z_2^2) R_1^2}$$

Выражение (8) определяет в общем виде угловое ускорение колеса 2 механизма.

Моменты инерции колес 1 и 2 относительно осей X_1 и X_2

$$J_{x1} = m_1 i_{x1}^2; \quad J_{x2} = m_2 i_{x2}^2.$$

Учитывая исходные данные, находим

$$J_{x1} = 8 \text{ кг.м}^2; \quad J_{x2} = 13,5 \text{ кг.м}^2.$$

Подставим все исходные данные в уравнение (8). В результате получим

$$\varepsilon_2 = \frac{4200 \cdot 0,4 \cdot 0,6 - (400 \cdot 9,81 \cdot 0,2 + 2000) \cdot 0,6^2}{8 \cdot 0,4^2 + (13,5 + 400 \cdot 0,2^2) \cdot 0,6^2} = 0,4597 \text{ рад/с}^2.$$

Натяжение нити T найдем из уравнения (3)

$$T = m_3 a_3 + G_3$$

или

$$T = m_3 z_2 \varepsilon_2 + m_3 g.$$

Учитывая (9) и исходные данные, имеем

$$T = 400 \cdot 0,4597 \cdot 0,2 + 9,81 \cdot 400 = 3960,776 \text{ Н.}$$

Окружное усилие определяем из уравнения (2)

$$S = S_2 = (J_{x2} \varepsilon_2 + T z_2 + M_0) / R_2;$$

$$S = \frac{13,5 \cdot 0,4597 + 3960,776 \cdot 0,2 + 2000}{0,4} = 6995,9 \text{ Н.}$$

б) При установившемся движении системы все ускорения обращаются в ноль, т.е. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = a_3 = 0$.

Из уравнений (1), (2), (3) находим

$$\begin{cases} S_{10} = S_{20} = S_0; & T' = T_0; \\ M_0 - S_{10} R_1 = 0; \\ S_{20} R_2 - T_0 z_2 - M_C = 0; \\ T_0' - G_3 = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Решая эту систему уравнений совместно относительно неизвестных величин S_0 , T_0 и M_0 , в результате находим:

$$T_0 = G_3 = m_3 g = 400 \cdot 9,81 = 3924 \text{ Н};$$

$$S_0 = \frac{G_3 z_2 + M_C}{R_2} = \frac{1}{0,4} (400 \cdot 9,81 \cdot 0,2 + 2000) = 6962 \text{ Н}^2;$$

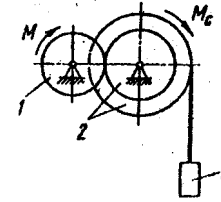
$$M_0 = S_0 R_1 = 6962 \cdot 0,6 = 4177,2 \text{ Н.м}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / Под ред. А.А.Яблонского. - М.: Высш.шк., 1985. - 367 с.
2. Курс теоретической механики. Ч. 2. - М.: Высш.шк., 1984. - 424 с.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант I



$$m_1 = 100 \text{ кг}$$

$$m_2 = 300 \text{ кг}$$

$$m_3 = 500 \text{ кг}$$

$$R_2 = 60 \text{ см}$$

$$z_2 = 40 \text{ см}$$

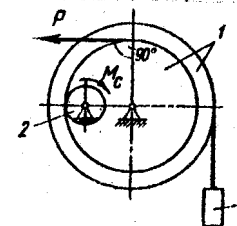
$$l_{12} = 50 \text{ см}$$

$$M = 2100 \text{ Н.м}$$

$$M_C = 1000 \text{ Н.м}$$

- а) $\mathcal{E}_1 = ?$ $T_{2-3} = ?$ $S_{1-2} = ?$
 б) $M_0 = ?$ $T_0 = ?$ $S_0 = ?$

Вариант 2



$$m_1 = 300 \text{ кг}$$

$$m_2 = 80 \text{ кг}$$

$$m_3 = 500 \text{ кг}$$

$$R_1 = 70 \text{ см}$$

$$z_1 = 50 \text{ см}$$

$$R_2 = 20 \text{ см}$$

$$l_{11} = 60 \text{ см}$$

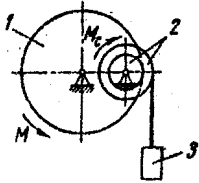
$$P = 10200 \text{ Н}$$

$$M_C = 600 \text{ Н.м}$$

- а) $\mathcal{E}_2 = ?$ $T_{1-3} = ?$ $S_{2-1} = ?$
 б) $P_0 = ?$ $T_0 = ?$ $S_0 = ?$

IO

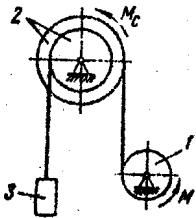
Вариант 3



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 200 \text{ кг} \\
 m_2 &= 100 \text{ кг} \\
 m_3 &= 400 \text{ кг} \\
 R_1 &= 60 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 r_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{x1} &= 60 \text{ см} \\
 l_{x2} &= 20\sqrt{2} \text{ см} \\
 M &= 6100 \text{ Н.м} \\
 M_c &= 800 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

a) $\mathcal{E}_1 = ? T_{2-3} = ? S_{1-2} = ?$
 б) $M_o = ? T_o = ? S_o = ?$

Вариант 4

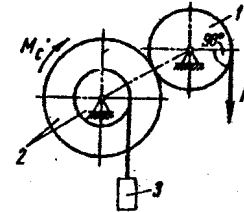


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 100 \text{ кг} \\
 m_2 &= 250 \text{ кг} \\
 m_3 &= 300 \text{ кг} \\
 R_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 50 \text{ см} \\
 r_2 &= 30 \text{ см} \\
 l_{x1} &= 40 \text{ см} \\
 M &= 100 \text{ Н.м} \\
 M_c &= 1400 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

a) $\mathcal{E}_1 = ? T_{2-3} = ? T_{1-2} = ?$
 б) $M_o = ? T_{20} = ? T_{30} = ?$

II

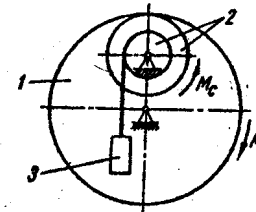
Вариант 5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 150 \text{ кг} \\
 m_2 &= 300 \text{ кг} \\
 m_3 &= 600 \text{ кг} \\
 R_1 &= 30 \text{ см} \\
 R_2 &= 50 \text{ см} \\
 r_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{x2} &= 30 \text{ см} \\
 P &= 5500 \text{ Н} \\
 M_c &= 1500 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

a) $\mathcal{E}_2 = ? T_{2-3} = ? S_{1-2} = ?$
 б) $P_o = ? T_o = ? S_o = ?$

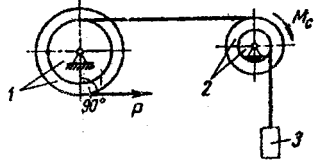
Вариант 6



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 400 \text{ кг} \\
 m_2 &= 250 \text{ кг} \\
 m_3 &= 600 \text{ кг} \\
 R_1 &= 70 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 r_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{x1} &= 70 \text{ см} \\
 l_{x2} &= 20\sqrt{2} \text{ см} \\
 M &= 480 \text{ Н.м} \\
 M_c &= 800 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

a) $\mathcal{E}_1 = ? T_{2-3} = ? S_{1-2} = ?$
 б) $M_o = ? T_o = ? S_o = ?$

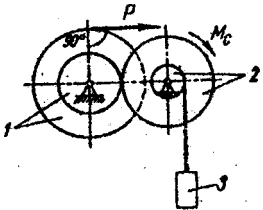
Вариант 7



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 300 \text{ кг} \\
 m_2 &= 200 \text{ кг} \\
 m_3 &= 400 \text{ кг} \\
 R_1 &= 60 \text{ см} \\
 r_1 &= 40 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 r_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{x2} &= 20 \text{ см} \\
 l_{x1} &= 50 \text{ см} \\
 P &= 3000 \text{ Н} \\
 M_c &= 500 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \mathcal{E}_2 &= ? T_{2-3} = ? T_{1-2} = ? \\
 \text{б) } P_o &= ? T_{20} = ? T_{30} = ?
 \end{aligned}$$

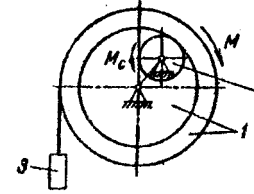
Вариант 8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 300 \text{ кг} \\
 m_2 &= 250 \text{ кг} \\
 m_3 &= 700 \text{ кг} \\
 R_1 &= 50 \text{ см} \\
 r_1 &= 30 \text{ см} \\
 R_2 &= 40 \text{ см} \\
 r_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{x1} &= 40 \text{ см} \\
 l_{x2} &= 30 \text{ см} \\
 P &= 9700 \text{ Н} \\
 M_c &= 500 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \mathcal{E}_1 &= ? T_{2-3} = ? S_{1-2} = ? \\
 \text{б) } P_o &= ? T_o = ? S_o = ?
 \end{aligned}$$

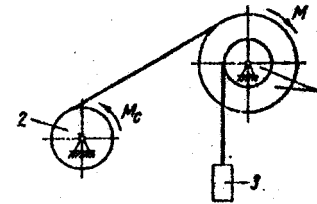
Вариант 9



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 200 \text{ кг} \\
 m_2 &= 100 \text{ кг} \\
 m_3 &= 500 \text{ кг} \\
 R_1 &= 80 \text{ см} \\
 r_1 &= 60 \text{ см} \\
 R_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{x1} &= 50\sqrt{2} \text{ см} \\
 M &= 5900 \text{ Н.м} \\
 M_c &= 600 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \mathcal{E}_2 &= ? T_{1-3} = ? S_{1-2} = ? \\
 \text{б) } M_o &= ? T_o = ? S_o = ?
 \end{aligned}$$

Вариант 10

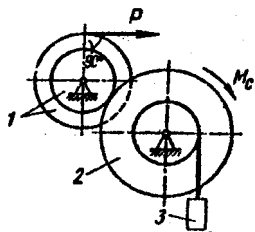


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 250 \text{ кг} \\
 m_2 &= 100 \text{ кг} \\
 m_3 &= 400 \text{ кг} \\
 R_1 &= 40 \text{ см} \\
 r_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 l_{x1} &= 30 \text{ см} \\
 M &= 2500 \text{ Н.м} \\
 M_c &= 1200 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \mathcal{E}_2 &= ? T_{1-2} = ? T_{1-3} = ? \\
 \text{б) } M_o &= ? T_{20} = ? T_{30} = ?
 \end{aligned}$$

I4

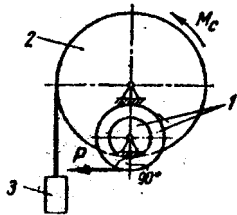
Вариант II



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 150 \text{ кг} \\
 m_2 &= 300 \text{ кг} \\
 m_3 &= 700 \text{ кг} \\
 R_1 &= 40 \text{ см} \\
 z_1 &= 30 \text{ см} \\
 R_2 &= 60 \text{ см} \\
 z_2 &= 30 \text{ см} \\
 l_{21} &= 30 \text{ см} \\
 l_{22} &= 40 \text{ см} \\
 P &= 3900 \text{ Н} \\
 M_c &= 1000 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_1 &= ? T_{2-3} = ? S_{1-2} = ? \\
 \text{б) } P_o &= ? T_o = ? S_o = ?
 \end{aligned}$$

Вариант I2

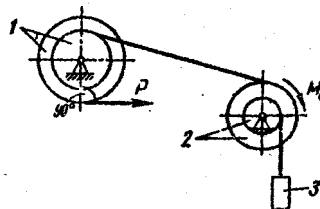


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 100 \text{ кг} \\
 m_2 &= 200 \text{ кг} \\
 m_3 &= 600 \text{ кг} \\
 R_1 &= 30 \text{ см} \\
 z_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 60 \text{ см} \\
 l_{21} &= 20\sqrt{2} \text{ см} \\
 l_{22} &= 60 \text{ см} \\
 P &= 5700 \text{ Н} \\
 M_c &= 1500 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_1 &= ? T_{2-3} = ? S_{1-2} = ? \\
 \text{б) } P_o &= ? T_o = ? S_o = ?
 \end{aligned}$$

I5

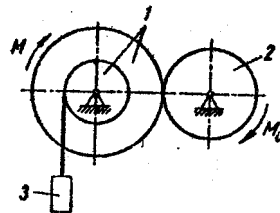
Вариант I3



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 180 \text{ кг} \\
 m_2 &= 100 \text{ кг} \\
 m_3 &= 300 \text{ кг} \\
 R_1 &= 50 \text{ см} \\
 z_1 &= 40 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 z_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{21} &= 30\sqrt{2} \text{ см} \\
 l_{22} &= 20 \text{ см} \\
 P &= 2700 \text{ Н} \\
 M_c &= 400 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_2 &= ? T_{1-2} = ? T_{2-3} = ? \\
 \text{б) } P_o &= ? T_o = ? S_o = ?
 \end{aligned}$$

Вариант I4

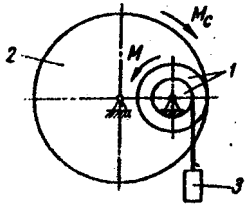


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 150 \text{ кг} \\
 m_2 &= 80 \text{ кг} \\
 m_3 &= 400 \text{ кг} \\
 R_1 &= 40 \text{ см} \\
 z_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 l_{21} &= 30 \text{ см} \\
 M &= 1800 \text{ Н.м} \\
 M_c &= 700 \text{ Н.м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_1 &= ? T_{1-3} = ? S_{1-2} = ? \\
 \text{б) } P_o &= ? T_o = ? S_o = ?
 \end{aligned}$$

I6

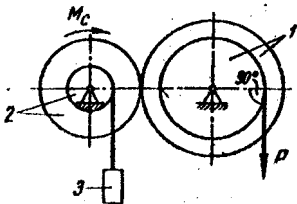
Вариант I5



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 300 \text{ кг} \\
 m_2 &= 180 \text{ кг} \\
 m_3 &= 500 \text{ кг} \\
 R_1 &= 20 \text{ см} \\
 r_1 &= 10 \text{ см} \\
 R_2 &= 50 \text{ см} \\
 l_{12} &= 10\sqrt{2} \text{ см} \\
 l_{23} &= 50 \text{ см} \\
 M &= 700 \text{ Н}\cdot\text{м} \\
 M_c &= 300 \text{ Н}\cdot\text{м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } E_1 &= ? \quad T_{1,3} = ? \quad S_{1,2} = ? \\
 \text{б) } M_0 &= ? \quad T_0 = ? \quad S_0 = ?
 \end{aligned}$$

Вариант I6

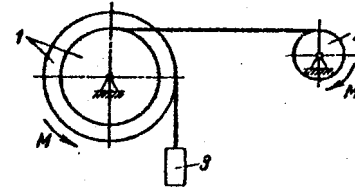


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 300 \text{ кг} \\
 m_2 &= 250 \text{ кг} \\
 m_3 &= 400 \text{ кг} \\
 R_1 &= 60 \text{ см} \\
 r_1 &= 40 \text{ см} \\
 R_2 &= 50 \text{ см} \\
 r_2 &= 30 \text{ см} \\
 l_{12} &= 50 \text{ см} \\
 l_{23} &= 40 \text{ см} \\
 P &= 7300 \text{ Н} \\
 M_c &= 1200 \text{ Н}\cdot\text{м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } E_1 &= ? \quad T_{2,3} = ? \quad S_{1,2} = ? \\
 \text{б) } P_0 &= ? \quad T_0 = ? \quad S_0 = ?
 \end{aligned}$$

I7

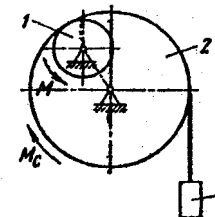
Вариант I7



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 250 \text{ кг} \\
 m_2 &= 100 \text{ кг} \\
 m_3 &= 800 \text{ кг} \\
 R_1 &= 50 \text{ см} \\
 r_1 &= 30 \text{ см} \\
 R_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{12} &= 40 \text{ см} \\
 M &= 5400 \text{ Н}\cdot\text{м} \\
 M_c &= 900 \text{ Н}\cdot\text{м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } E_1 &= ? \quad T_{1,2} = ? \quad T_{1,3} = ? \\
 \text{б) } M_0 &= ? \quad T_{20} = ? \quad T_{30} = ?
 \end{aligned}$$

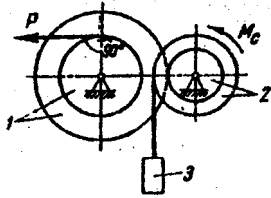
Вариант I8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 200 \text{ кг} \\
 m_2 &= 100 \text{ кг} \\
 m_3 &= 600 \text{ кг} \\
 R_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 50 \text{ см} \\
 l_{12} &= 50 \text{ см} \\
 M &= 1900 \text{ Н}\cdot\text{м} \\
 M_c &= 1500 \text{ Н}\cdot\text{м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } E_2 &= ? \quad T_{2,3} = ? \quad S_{1,2} = ? \\
 \text{б) } M_0 &= ? \quad T_0 = ? \quad S_0 = ?
 \end{aligned}$$

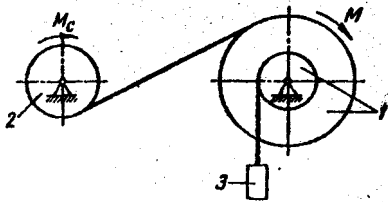
Вариант 19



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 250 \text{ кг} \\
 m_2 &= 150 \text{ кг} \\
 m_3 &= 400 \text{ кг} \\
 R_1 &= 50 \text{ см} \\
 r_1 &= 30 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 r_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{21} &= 40 \text{ см} \\
 l_{22} &= 20\sqrt{2} \text{ см} \\
 P &= 14200 \text{ Н} \\
 M_c &= 500 \text{ Н}\cdot\text{м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_1 &= ? \quad T_{2-3} = ? \quad S_{1-2} = ? \\
 \text{b) } P_0 &= ? \quad T_0 = ? \quad S_0 = ?
 \end{aligned}$$

Вариант 20



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 400 \text{ кг} \\
 m_2 &= 100 \text{ кг} \\
 m_3 &= 800 \text{ кг} \\
 R_1 &= 50 \text{ см} \\
 r_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 l_{21} &= 40 \text{ см} \\
 M &= 3700 \text{ Н}\cdot\text{м} \\
 M_c &= 1200 \text{ Н}\cdot\text{м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_2 &= ? \quad T_{1-2} = ? \quad T_{1-3} = ? \\
 \text{d) } M_0 &= ? \quad T_{20} = ? \quad T_{30} = ?
 \end{aligned}$$

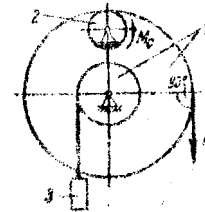
Вариант 21



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 200 \text{ кг} \\
 m_2 &= 150 \text{ кг} \\
 m_3 &= 300 \text{ кг} \\
 R_1 &= 50 \text{ см} \\
 r_1 &= 40 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 r_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{21} &= 30\sqrt{2} \text{ см} \\
 l_{22} &= 20 \text{ см} \\
 P &= 3500 \text{ Н} \\
 M_c &= 800 \text{ Н}\cdot\text{м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_1 &= ? \quad T_{1-2} = ? \quad T_{2-3} = ? \\
 \text{b) } P_0 &= ? \quad T_0 = ? \quad S_0 = ?
 \end{aligned}$$

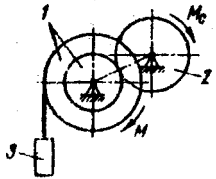
Вариант 22



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 350 \text{ кг} \\
 m_2 &= 100 \text{ кг} \\
 m_3 &= 800 \text{ кг} \\
 R_1 &= 60 \text{ см} \\
 r_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 10 \text{ см} \\
 l_{21} &= 50 \text{ см} \\
 P &= 9700 \text{ Н} \\
 M_c &= 700 \text{ Н}\cdot\text{м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_1 &= ? \quad T_{1-2} = ? \quad S_{1-2} = ? \\
 \text{d) } P_0 &= ? \quad T_0 = ? \quad S_0 = ?
 \end{aligned}$$

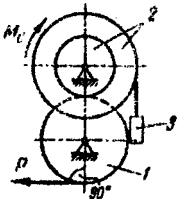
Вариант 23



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 200 \text{ кг} \\
 m_2 &= 80 \text{ кг} \\
 m_3 &= 400 \text{ кг} \\
 R_1 &= 40 \text{ см} \\
 r_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 l_{x1} &= 30 \text{ см} \\
 M &= 2300 \text{ Н·м} \\
 M_c &= 900 \text{ Н·м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_2 &= ? T_{1-3} = ? S_{1-2} = ? \\
 \text{б) } M_o &= ? T_o = ? S_o = ?
 \end{aligned}$$

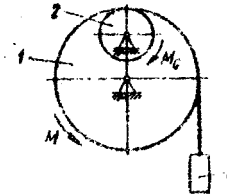
Вариант 24



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 100 \text{ кг} \\
 m_2 &= 200 \text{ кг} \\
 m_3 &= 500 \text{ кг} \\
 R_1 &= 30 \text{ см} \\
 R_2 &= 40 \text{ см} \\
 r_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{x2} &= 30 \text{ см} \\
 P &= 12600 \text{ Н} \\
 M_c &= 500 \text{ Н·м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_1 &= ? T_{2-3} = ? S_{1-2} = ? \\
 \text{б) } P_o &= ? T_o = ? S_o = ?
 \end{aligned}$$

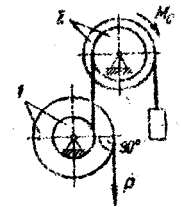
Вариант 25



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 150 \text{ кг} \\
 m_2 &= 80 \text{ кг} \\
 m_3 &= 400 \text{ кг} \\
 R_1 &= 60 \text{ см} \\
 R_2 &= 20 \text{ см} \\
 l_{x1} &= 60 \text{ см} \\
 M &= 4900 \text{ Н·м} \\
 M_c &= 800 \text{ Н·м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_2 &= ? T_{1-3} = ? S_{1-2} = ? \\
 \text{б) } M_o &= ? T_o = ? S_o = ?
 \end{aligned}$$

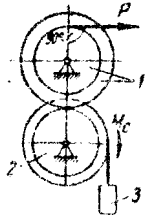
Вариант 26



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 250 \text{ кг} \\
 m_2 &= 200 \text{ кг} \\
 m_3 &= 500 \text{ кг} \\
 R_1 &= 50 \text{ см} \\
 r_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 40 \text{ см} \\
 r_2 &= 30 \text{ см} \\
 l_{x1} &= 40 \text{ см} \\
 l_{x2} &= 30 \text{ см} \\
 P &= 3500 \text{ Н} \\
 M_c &= 600 \text{ Н·м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_1 &= ? T_{1-2} = ? T_{2-3} = ? \\
 \text{б) } P_o &= ? T_{20} = ? T_{30} = ?
 \end{aligned}$$

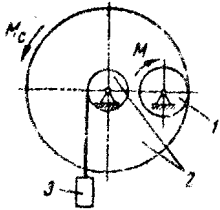
Вариант 27



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 250 \text{ кг} \\
 m_2 &= 160 \text{ кг} \\
 m_3 &= 500 \text{ кг} \\
 R_1 &= 50 \text{ см} \\
 R_2 &= 40 \text{ см} \\
 l_{11} &= 30 \text{ см} \\
 l_{22} &= 30 \text{ см} \\
 l_{11} &= 30\sqrt{2} \text{ см} \\
 l_{22} &= 30 \text{ см} \\
 P &= 15200 \text{ Н} \\
 M_C &= 700 \text{ Н·м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_1 &= ? T_{23} = ? S_{12} = ? \\
 \text{б) } M_0 &= ? T_0 = ? S_0 = ?
 \end{aligned}$$

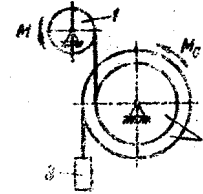
Вариант 28



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 60 \text{ кг} \\
 m_2 &= 200 \text{ кг} \\
 m_3 &= 900 \text{ кг} \\
 R_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 60 \text{ см} \\
 l_{11} &= 10 \text{ см} \\
 l_{22} &= 50 \text{ см} \\
 M &= 900 \text{ Н·м} \\
 M_C &= 1500 \text{ Н·м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_2 &= ? T_{23} = ? S_{12} = ? \\
 \text{б) } M_0 &= ? T_0 = ? S_0 = ?
 \end{aligned}$$

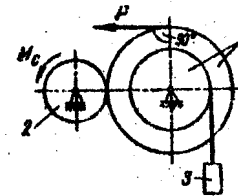
Вариант 29



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 60 \text{ кг} \\
 m_2 &= 200 \text{ кг} \\
 m_3 &= 500 \text{ кг} \\
 R_1 &= 20 \text{ см} \\
 R_2 &= 40 \text{ см} \\
 l_{11} &= 30 \text{ см} \\
 l_{22} &= 25\sqrt{2} \text{ см} \\
 M &= 2100 \text{ Н·м} \\
 M_C &= 1000 \text{ Н·м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_1 &= ? T_{12} = ? T_{23} = ? \\
 \text{б) } M_0 &= ? T_0 = ? S_0 = ?
 \end{aligned}$$

Вариант 30



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 300 \text{ кг} \\
 m_2 &= 60 \text{ кг} \\
 m_3 &= 600 \text{ кг} \\
 R_1 &= 50 \text{ см} \\
 R_2 &= 30 \text{ см} \\
 l_{11} &= 20 \text{ см} \\
 l_{22} &= 40 \text{ см} \\
 M &= 7200 \text{ Н} \\
 M_C &= 700 \text{ Н·м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathcal{E}_2 &= ? T_{13} = ? S_{12} = ? \\
 \text{б) } M_0 &= ? T_0 = ? S_0 = ?
 \end{aligned}$$

Малявко Дмитрий Пантелеймонович
Агапова Лидия Анатольевна
Федорова Людмила Анатольевна
Корниенко Лев Николаевич

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Методические указания
и задания для самостоятельной работы
по курсу «Теоретическая механика»
для студентов всех специальностей

Второе издание, исправленное

Редакторы

Т.В. Белянкина, Е.Л. Масальцева

Корректор

Н.И. Михайлова

Подписано в печать 17.04.08. Формат 60×84 1/16

Усл. печ. л. 1,4. Печ. л. 1,5. Уч.-изд. л. 1,38

Тираж 400 экз. Заказ № 169. С 59

СПбГУНИПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9
ИИК СПбГУНИПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9