Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ И ПИЩЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра теоретической механики

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

Методические указания
для практических занятий
и самостоятельной работы для студентов
всех специальностей и форм обучения

Санкт-Петербург
2008

УДК 531(075)

Григорьев А.Ю. Теоретическая механика. Статика: Метод. указания для практических занятий и самостоятельной работы для студентов всех спец. и форм обучения. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2008. – 45 с.

Кратко представлен весь необходимый теоретический материал; приведены примеры решения задач и даны несколько десятков задач, в том числе с ответами, для практических занятий и самостоятельной работы студентов по темам раздела статика: «Равновесие твердого тела под действием плоской системы сил», «Равновесие твердого тела под действием пространственной системы сил».

Рецензент
Доктор техн. наук, проф. В.А. Арет.

Рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом университета

ВВЕДЕНИЕ

Изучение теоретической механики необходимо инженеру любой специальности. С одной стороны, эта дисциплина имеет общеобразовательное значение, объясняя и описывая различные явления, происходящие в окружающем нас мире. С другой стороны она является основой большого количества других дисциплин, таких как сопротивление материалов, теория механизмов и машин, гидравлики и др., без знания которых нельзя стать инженером.

При работе над курсом теоретической механики следует иметь в виду, что изучение теоретической части курса должно обязательно сопровождаться самостоятельным решением задач, без чего полное усвоение теории невозможно. Решение задач имеет и свое особое значение, так как оно способствует выработки у студентов навыков схематизирования механических явлений и применения известных математических методов.

При изучении раздела статики студент должен свободно оперировать с тригонометрическими функциями и решать тригонометрические уравнения, должен знать теоремы синусов, косинусов, Пифагора из геометрии, иметь навыки решения систем алгебраических уравнений, владеть основами векторной алгебры: сложение и вычитание векторов, проектирование вектора или векторной суммы на ось.

Данное пособие для практических занятий и самостоятельной работы студентов состоит из трех частей:

1. Часть. Кратко дается вся необходимая теория для решения задач статики на темы:
   - Равновесие твердого тела под действием плоской системы сил;
   - Равновесие твердого тела под действием пространственной системы сил.
2. Часть. Приведены примеры решения задач.
3. Часть. Даны задачи для самостоятельного решения, с ответами, для большого количества задач.

Часть I. ТЕОРИЯ, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТАТИКИ

§1. Связи и их реакции

Твёрдое тело называется свободным, если оно не скреплено и не соприкасается с другими телами и может совершать из данного положения любые перемещения в пространстве (например: летящий воздушный шар и др.).

Тело, перемещениям которого в пространстве препятствуют какие - нибудь другие, скреплённые или соприкасающиеся с ним тела, называется несвободным (груз на столе, дверь на петлях и т.д.).

Всё то, что ограничивает перемещения данного тела в пространстве, будем называть связью.

Тело, стремясь под действием приложенных сил осуществить перемещение, которому препятствует связь, будет действовать на связь с некоторой силой, называемой силой давления на связь. Одновременно, согласно 4-й аксиоме статики, связь будет действовать на тело с такой же по модулю, но противоположно направленной силой. Эта сила называется силой реакции связи или просто реакцией связи.

В дальнейшем силы, не являющиеся реакциями связей (например, сила тяжести) будем называть активными силами. Особенностью активной силы является то, что её модуль и направление непосредственно не зависят от других, действующих на тело сил.

Реакции связей отличаются от активных сил тем, что их численная величина и направление всегда зависят от других сил, действующих на тело, и обычно наперёд неизвестны (причём, если никакие силы на тело не действуют, то реакции связей равны нулю).

Для определения величины реакции связи надо решать соответствующую задачу статики, но при этом надо знать, что правильное определение направлений реакций связей играет при решении задач статики очень важную роль.

Направлена реакция связи всегда в сторону, противоположную той, куда связь не даёт перемещаться телу.

Рассмотрим подробнее, как направлены реакции основных видов связей.

- **Гладкая поверхность**

Гладкой будем называть поверхность, трением о которую тела при решении данной задачи можно пренебречь. Такая поверхность не даёт телу перемещаться только по направлению общего перпендикуляра (нормали) к поверхностям соприкасающихся тел в точках их касания (рис. 1).

а) Реакция $\overline{N}$ гладкой поверхности всегда направлена по общей нормали к поверхностям соприкасающихся тел в точке их касания, приложена она в этой точке и направлена в сторону от поверхности (см. рис. 1а).

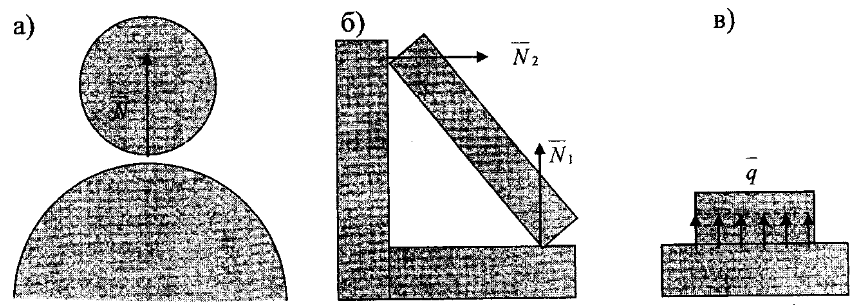
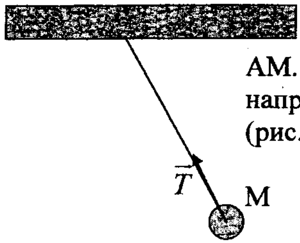


Рис. 1

б) Когда одна из соприкасающихся поверхностей является точкой (см. рис. 1б), то реакция направлена по нормали к другой поверхности.

в) Если тело опирается на гладкую поверхность своей поверхностью (рис. 1в), то имеет место распределение сил опоры и реакции по поверхности соприкосновения. Эта распределенная по поверхности соприкосновения нагрузка в каждой точке касания направлена по нормали к поверхностям.

- **Нерастяжимая гибкая нить**



Связь не даёт телу М удаляться от точки подвеса А по направлению АМ. Поэтому, реакция натянутой нити $\overline{T}$ направлена вдоль нити к точке её подвеса (рис. 2).

Рис. 2

- **Цилиндрический шарнир (подшипник)**

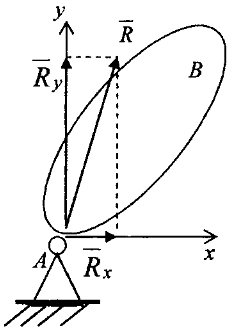


Рис. 3

Если два тела соединены болтом (или шпилькой), проходящим через отверстия в этих телах, то такое соединение называется шарнирным или просто шарниром. Осевая линия болта называется осью шарнира. Тело АВ (см. рис. 11) может поворачиваться как угодно вокруг оси шарнира (в плоскости чертежа). При этом, точка А тела не может перемещаться ни по какому направлению, перпендикулярному к оси шарнира. Следовательно, реакция $\overline{R}$ цилиндрического шарнира может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. Для силы $\overline{R}$ неизвестными являются её модуль R и направление. При решении задачи определения реакции цилиндрического шарнира, её раскладывают на две взаимно перпендикулярные составляющие $\overline{R_x}$ и $\overline{R_y}$ вдоль осей координат, найдя которые однозначно определяется величина и направление вектора $\overline{R}$.

Частный случай (рис. 4)

- **подвижный цилиндрический шарнир**

В этом случае шарнир не дает перемещаться точке А тела АВ только по направлению нормали к поверхности, по которой движется шарнир. Следовательно, реакция такого шарнира направлена перпендикулярно поверхности, по которой движется шарнир.

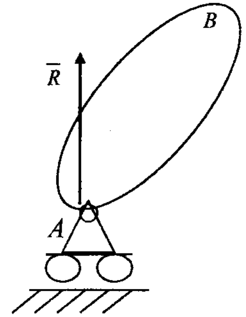


Рис. 4

- **Сферический шарнир или подпятник**

Этот вид связи закрепляет какую-нибудь точку тела (т. О на рис. 5) так, что тело ОА может совершать только сферическое движение вокруг точки О. Реакция $\vec{R}$ шарового шарнира или подпятника может иметь любое направление в пространстве. Для неё наперёд неизвестен ни модуль реакции R, ни углы, образуемые с осями x, y и z. При решении задачи определения этой реакции, её раскладывают на три взаимно перпендикулярные составляющие вдоль осей координат.

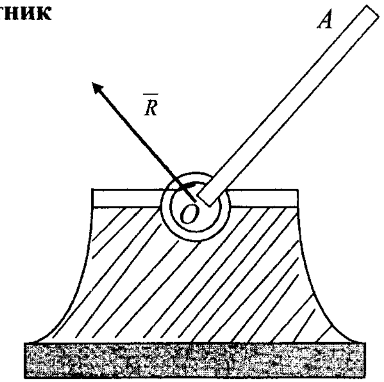


Рис. 5

- **Невесомый стержень**

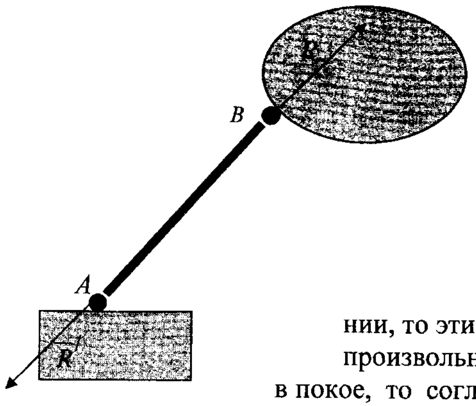


Рис. 6

Пусть в какой - нибудь конструкции связью является стержень АВ, закреплённый на концах шарнирами (рис. 6) Примем, что весом стержня, по сравнению с воспринимаемой им нагрузкой, можно пренебречь. Тогда на стержень будут действовать только две силы, приложенные в шарнирах.

Если тело находится в движении, то эти силы могут быть направлены произвольно. Но если стержень находится в покое, то согласно аксиоме I статики, силы, приложенные в шарнирах, являются взаимно уравновешенными. Следовательно, они должны быть направлены по одной прямой АВ, вдоль оси стержня. Таким образом, неподвижный, нагруженный на концах стержень, весом которого, по сравнению с этими нагрузками можем пренебречь, работает только на растяжение или на сжатие.

Если такой стержень является связью, то его реакция $\overline{R}$ будет направлена только вдоль оси стержня.

- **Силы трения скольжения**

Опыт показывает, что при стремлении перемещать одно тело по поверхности другого в плоскости соприкосновения тел возникает сила сопротивления их относительному скольжению, называемая силой трения скольжения.

В инженерных расчётах учитывают трение с помощью 3 законов трения скольжения.

I закон: При стремлении перемещать одно тело по поверхности другого в плоскости соприкосновения тел возникает сила трения, величина которой может принимать любые значения от нуля до значения $F_{пр}$, называемого предельной силой трения скольжения. Сила трения направлена в сторону, противоположную той, куда действующие силы стремятся сдвинуть тело.

II закон: Величина предельной силы трения равна произведению коэффициента трения на величину нормального давления:

$F_{пр} = f_o \cdot N$.

Коэффициент трения f_o - число безразмерное; он определяется опытным путем и зависит от материала соприкасающихся тел, состояния их поверхностей, наличия смазки и др.

III закон: Величина коэффициента трения в довольно широких пределах не зависит от размера соприкасающихся при трении поверхностей.

§ 2. Аксиома связей

Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие реакциями этих связей.

Например (рис. 7):

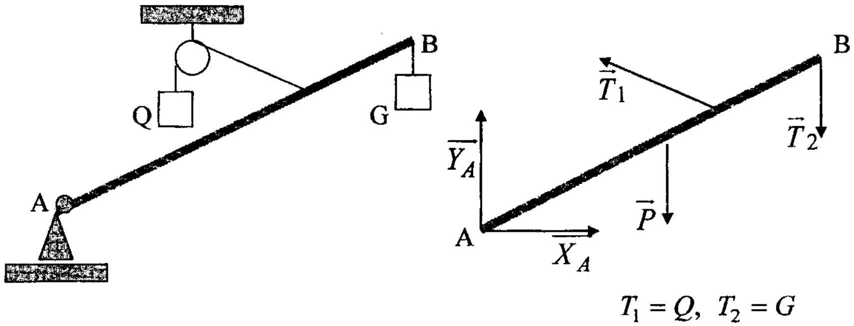
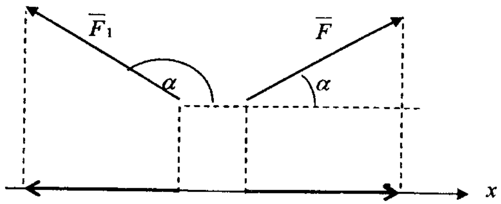


Рис. 7

Решение задачи определения реакций связей имеет важное практическое значение. Зная их, мы будем знать и силы давления на связи, т. е. будем знать те исходные данные, которые необходимы для расчёта соответствующих частей конструкции или механизма на прочность, надёжность и др.

§3. Проекции вектора силы на оси координат

1 Случай. Сила и ось лежат в одной плоскости (рис. 8).



$np_X(\overline{F}_1) = F_{1X} = X_1 < 0 \quad np_X(\overline{F}) = F_X = X > 0$

Рис. 8

Определение: Проекцией вектора на ось называется взятый с соответствующим знаком отрезок оси, заключённый между двумя перпендикулярами к оси, проходящими через начало и конец вектора.

Если направление отрезка совпадает с положительным направлением оси, то проекция вектора положительная, если отрезок направлен в обратную по отношении к оси сторону, то проекция отрицательная.

Пусть имеются вектор силы $\overline{F}$ и некоторая ось x, лежащие в одной плоскости (рис. 8). Опустим из концов вектора $\overline{F}$ перпендикуляры на ось x. Тогда (см. рис. 8), проекцией вектора $\overline{F}$ на ось называется скалярная величина, равная произведению модуля силы $\overline{F}$ на косинус угла между вектором силы и положительным направлением на x, т. е.

$np_X(\overline{F}) = F_X = X = F \cdot \cos\alpha.$

2 Случай. Сила и ось не лежат в одной плоскости (рис. 9).
Метод двойного проектирования.

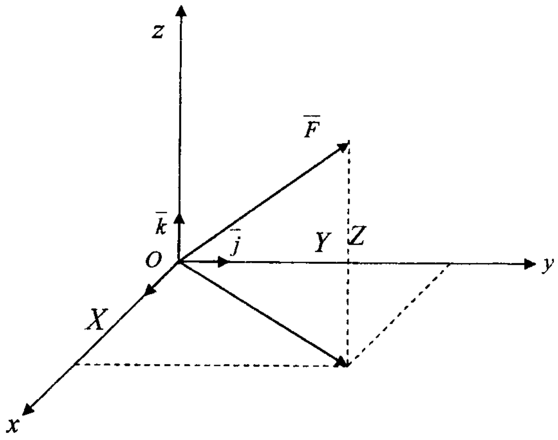


Рис. 9

В общем пространственном случае проекции вектора силы находятся по методу двойного проектирования (рис. 9). Так, пусть Oxyz– прямоугольная, правая декартовая система координат, $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ - орты выбранной декартовой системы координат (единичные вектора, ориентированные вдоль, соответственно осей x, y, z). $\overline{F}$ - произвольно ориентированный вектор силы. Требуется определить проекции вектора силы $\overline{F}$ на оси x, y и z.

Для этого необходимо:

1. Спроектировать вектор силы на одну (с начала любую) из координатных плоскостей (например, на оху см. рис.9), т. е. получить $np_{OXY}(\overline{F}) = \overline{f}$.
2. Спроектировать вектор $\overline{f}$ на оси x и y, тогда получим: $X = np_X(\overline{F})$ и $Y = np_Y(\overline{F})$.

Для получения проекции вектора $\overline{F}$ на ось z необходимо спроектировать вектор $\overline{F}$ на любую из фронтальных координатных плоскостей 0XZ или 0YZ , а затем соответственно спроектировать полученную проекцию на ось z.

Вектор $\overline{F}$, через его известные проекции представляется в следующем координатном виде: $\overline{F} = X \cdot \bar{i} + Y \cdot \bar{j} + Z \cdot \bar{k}$.

Модуль вектора силы: $F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$. (*)

Косинусы углов между вектором силы и декартовыми осями определяются по формулам:

$$\begin{cases} \cos(\overline{F}\hat{\ }x) = \dfrac{X}{F}; \\ \cos(\overline{F}\hat{\ }y) = \dfrac{Y}{F}; \quad (**) \\ \cos(\overline{F}\hat{\ }z) = \dfrac{Z}{F}. \end{cases}$$

Эти косинусы ещё называются <u>направляющими косинусами вектора</u>. Приведённые аналитические формулы (*) и (**) позволяют полностью определить вектор $\overline{F}$ в пространстве.

§4. Момент силы относительно центра на плоскости

<u>Определение:</u> Моментом силы относительно центра на плоскости называется взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы на кратчайшее расстояние от центра до линии действия силы.

Это кратчайшее расстояние от центра до линии действия силы (d на рис. 10) называется плечом силы относительно центра. Момент силы считается положительным, если сила вращает плоскость чертежа относительно центра против хода часовой стрелки, и, наоборот, момент отрицательный, если она вращает картинку чертежа относительно центра по часовой стрелке. Момент силы равен нулю, если линия действия силы пересекает центр (плечо силы d равно нулю).

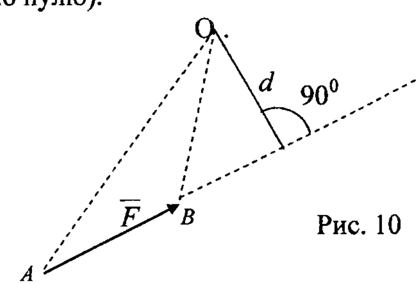


Рис. 10

Так, если $\overline{AB}$ - вектор силы $\overline{F}$ (рис. 10), то $M_O(\overline{F}) = F \cdot d$.

§5. Момент силы относительно оси

<u>Определение:</u> Моментом силы относительно оси называется момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с плоскостью (рис. 11).

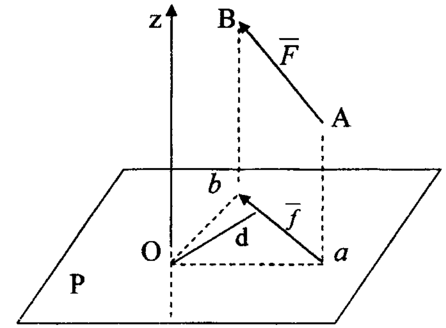


Рис. 11

Согласно определению (см. рис. 11) $M_Z(\overline{F}) = M_O(\bar{f}) = \pm f \cdot d$, где $\bar{f}$ - проекция силы $\overline{F}$ на плоскость P, перпендикулярную оси z ($\bar{f}$ - вектор начало и конец которого совпадают с проекцией начала и проекцией конца вектора силы $\overline{F}$ на плоскость P).

<u>Правило знаков</u>: если наблюдатель находящийся со стороны положительного направления оси z видит вращение плоскости P вокруг оси z под действием вектора $\bar{f}$ против хода часовой стрелки, то момент силы $\overline{F}$ относительно оси считается положительным. Если видит вращение по часовой стрелке, то $M_Z(\overline{F}) < 0$. Для силы на рис. 11 $M_Z(\overline{F}) > 0$.

Момент силы относительно оси равен нулю в 2-х случаях:

$$M_Z(\overline{F}) = \pm f \cdot d = 0,$$

1. проекция силы на плоскость перпендикулярную оси равна нулю ($\bar{f} = 0$), т. е. в этом случае сила $\overline{F}$ и ось z параллельны;
2. плечо проекции силы равно нулю (d = 0), тогда линия действия силы пересекает ось.

Оба этих случая можно объединить в один: <u>момент силы относительно оси равен нулю тогда и только тогда, когда сила и ось лежат в одной плоскости.</u>

§ 6 Аналитические уравнения равновесия твердого тела под действием пространственной системы сил

Рассмотрим пространственную систему сил $\overline{F_1}, \overline{F_2} \ldots \overline{F_n}$, действующую на твёрдое тело. Если пространственная система сил уравновешенная, то при произвольном центре приведения т. О и главный вектор, и главный момент системы сил обращаются в ноль. Отсюда приходим к векторным уравнениям:

$\overline{F} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F_i} = 0$ (*) Геометрическая сумма всех сил системы (главный вектор системы сил) равна нулю.

$\overline{M_O} = \sum_{i=1}^{n} \overline{M_O(\overline{F_i})} = 0$ (**) Геометрическая сумма моментов всех сил системы относительно произвольно выбранного центра О (главный момент системы сил) равна нулю.

Введём декартовую прямоугольную правую систему координат Oxyz с ортами осей $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ (совместим центр приведения т. О с началом системы координат Oxyz). Известно, что векторы силы и момента через свои проекции на декартовые оси запишутся в виде:

$$\overline{F_i} = X_i \cdot \bar{i} + Y_i \cdot \bar{j} + Z_i \cdot \bar{k}, \qquad (1)$$

$$\overline{M_O(\overline{F_i})} = M_X(\overline{F_i}) \cdot \bar{i} + M_Y(\overline{F_i}) \cdot \bar{j} + M_Z(\overline{F_i}) \cdot \bar{k}, \qquad (2)$$

где X_i, Y_i, Z_i - проекции вектора силы $\overline{F_i}$ на оси координат, а $M_X(\overline{F_i})$, $M_Y(\overline{F_i})$, $M_Z(\overline{F_i})$ - проекции вектора момента i - ой силы на оси координат x, y, z или, что, тоже самое, моменты силы $\overline{F}$ относительно координатных осей x, y, z.

Спроектируем уравнения (*) и (**) на координатные оси с учетом выражений (1) и (2). В результате приходим к следующим 6 аналитическим уравнениям равновесия твердого тела под действием пространственной системы сил:

$$(***) \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} X_i = 0, \quad (1) & \sum_{i=1}^{n} M_x(\overline{F_i}) = 0, \quad (4) \\ \sum_{i=1}^{n} Y_i = 0, \quad (2) & \sum_{i=1}^{n} M_y(\overline{F_i}) = 0, \quad (5) \\ \sum_{i=1}^{n} Z_i = 0, \quad (3) & \sum_{i=1}^{n} M_z(\overline{F_i}) = 0. \quad (6) \end{cases}$$

Поскольку уравнений статики в пространстве шесть, то статически определёнными задачами на равновесие твёрдого тела в пространстве называются задачи, число неизвестных реакций в которых не превышает шести. Задачи, в которых число неизвестных превышает число независимых уравнений равновесия, называются статически неопределёнными.

§ 7 Частный случаи системы сил

Плоская система сил

Пусть, все силы, действующие на тело, лежат в одной плоскости. Введем пространственную систему координат Oxyz таким образом, что все силы системы лежат в одной координатной плоскости, например Oxy (рис. 12).

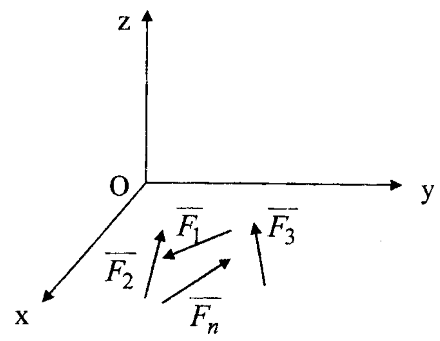


Рис. 12

В этом случае уравнение (3) системы уравнений равновесия тела под действием пространственной системы сил (***) предыдущего параграфа вырождается в тождество. Так как проекция каждой силы системы на ось z равна нулю. Вырождаются в тождества уравнения (4) и (5), так как моменты всех сил системы относительно осей x и y равны нулю $M_X(\overline{F_i}) = M_Y(\overline{F_i}) = 0$ (силы и оси лежат в одной плоскости). А моменты всех сил относительно оси z – это моменты сил относительно т. О - начала системы координат: $M_Z(\overline{F_i}) = M_O(\overline{F_i})$. В итоге для плоской системы сил уравнения 3, 4, 5 статики отпадают, а уравнения 1, 2, 6 – дают три уравнения равновесия тела под действием плоской системы сил:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} X_i = 0; \\ \sum\limits_{i=1}^{n} Y_i = 0; \\ \sum\limits_{i=1}^{n} M_O(\overline{F_i}) = 0. \end{cases}$$

Часть II. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

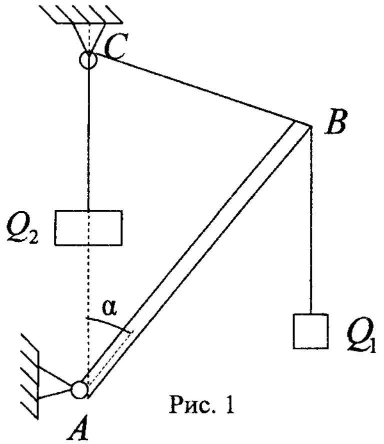


Рис. 1

ПРИМЕР 1. Однородная балка AB весом 100 Н прикреплена к стене посредством шарнира A (рис. 1), другой конец B оттягивается веревкой BC, натягиваемой грузом $Q_2 = 100$ Н. К концу B прикреплён груз $Q_1 = 50$ Н. Найти реакцию шарнира и угол α в положении равновесия, если AB=AC.

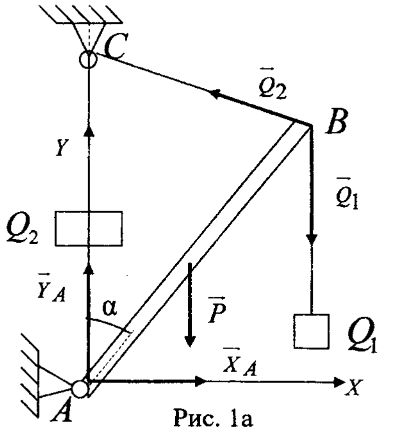


Рис. 1а

Решение

1. Указываем все силы, действующие на объект равновесия – балку AB (рис. 1а). Это силы натяжения нитей, равные весам грузов Q_1 и Q_2, вес груза P, приложенный к центру балки AB, и составляющие реакции цилиндрического шарнира X_A и $У_A$.
2. Вводим удобную для решения задачи систему координат. За начало системы координат выбираем точку A, в которой пересекаются линии действия двух неизвестных сил X_A и $У_A$, тогда в уравнении моментов этих двух неизвестных не будет, так как их моменты относительно точки A равны нулю. Уравнение моментов в этом случае будет иметь только один неизвестный параметр угол α. Направление осей, выбираем из условия, что мы знаем, как с ориентированы все силы относительно этих осей. В этой задаче это традиционное направление: ось X горизонтально в право, а ось У вертикально в верх.
3. Составляем уравнения равновесия:

Первое уравнение - сумма проекций всех сил на ось X равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = X_A - Q_2 \cdot \sin(90^0 - \alpha/2) = 0. \qquad (1)$$

Второе уравнение – сумма проекций всех сил на ось У равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = Y_A - Q_2 \cdot \cos(90^0 - \alpha/2) - Q_1 - P = 0. \qquad (2)$$

Третье уравнение – сумма моментов всех сил, относительно выбранного начала системы координат точки A, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} M_A(F_i) = -P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \sin\alpha + Q_2 \cdot AB \cdot \cos(\alpha/2) - Q_1 \cdot AB \cdot \sin\alpha = 0. \quad (3)$$

4. Решаем систему уравнений (1)-(3).

Из уравнения (3), сократив на AB и подставив численные значения известных параметров получим тригонометрическое уравнение:

$-50\sin\alpha + 100\cos(\alpha/2) - 50\sin\alpha = 0$, откуда $\cos(\alpha/2) - \sin\alpha = 0$.

Вспоминая из тригонометрии, что $\sin\alpha = 2 \cdot \sin(\alpha/2) \cdot \cos(\alpha/2)$, получим: $\cos(\alpha/2) - 2 \cdot \sin(\alpha/2) \cdot \cos(\alpha/2) = 0$ или $\cos(\alpha/2) \cdot (1 - 2 \cdot \sin(\alpha/2)) = 0$, откуда $\cos(\alpha/2) = 0$ и $1 - 2 \cdot \sin(\alpha/2) = 0$. Из первого $\alpha/2 = \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$, где $k \in Z$, из второго $\sin(\alpha/2) = 1/2$, откуда $\alpha/2 = (-1)^n \dfrac{\pi}{6} + \pi \cdot n$, где $n \in Z$.

Следовательно, $\alpha_1 = \pi + 2\pi \cdot k$, $\alpha_2 = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + 2\pi \cdot n$.

Для нашей задачи решение $\alpha_1 = \pi + 2\pi \cdot k$ является так называемым тривиальным решением. Действительно система будет в покое, если балка АВ направлена вертикально вниз. Не тривиальным решением будет: $\alpha_2 = \frac{\pi}{3}$ $рад = 60^0$.

Зная угол α. из уравнения (1) получим: $X_A = Q_2 \cdot \sin 60^0 = 100 \cdot \sqrt{3}/2 = 50\sqrt{3}$ H, а из уравнения (2):

$Y_A = Q_2 \cdot \cos 60^0 + Q_1 + P = 100 \cdot 1/2 + 50 + 100 = 200$ H.

Задача решена.

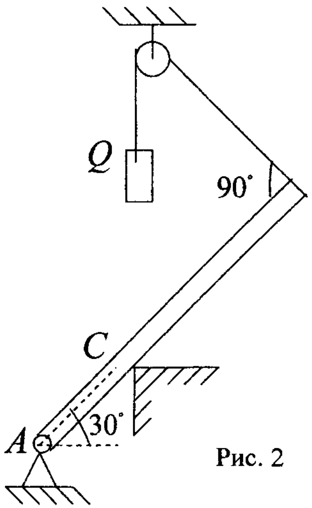


Рис. 2

ПРИМЕР 2. Однородная балка АВ весом 800 Н шарнирно закреплена концом А (рис.2), а в точке С опирается на уступ. Конец В оттягивается верёвкой, натягиваемой грузом $Q = 100\sqrt{3}$ Н. Определить опорные реакции в точках А и С, если АС=АВ/3.

Решение.

1. Указываем все силы, действующие на объект равновесия – балку АВ (рис. 2а).
2. Вводим удобную для решения задачи систему координат АХУ.
3. Составляем уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} X_i = X_A - Q \cdot \sin 30^0 - R_C \cdot \sin 30^0 = 0. \\ \sum_{i=1}^{n} Y_i = Y_A + Q \cdot \cos 30^0 + R_C \cdot \cos 30^0 - P = 0. \\ \sum_{i=1}^{n} M_A(F_i) = -P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos 30^0 + Q \cdot AB + \\ + R_C \cdot \frac{1}{3} AB = 0. \end{cases}$$

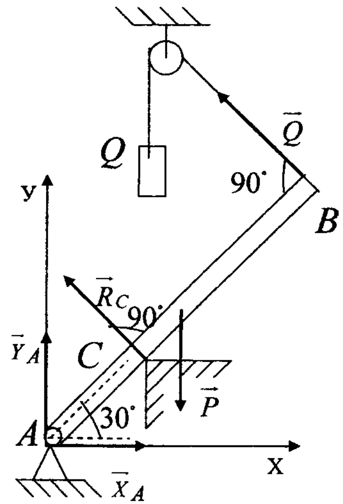


Рис. 2а

4. Из последнего уравнения:

$R_C = 3 \cdot (\frac{P}{2} \cdot \cos 30^0 - Q) =$

$= 3 \cdot (\frac{800}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 100\sqrt{3}) = 300\sqrt{3}$ H.

Из первого уравнения:

$$X_A = Q \cdot \sin 30^0 + R_C \cdot \sin 30^0 =$$
$$= 100 \cdot \sqrt{3}/2 + 300\sqrt{3}/2 = 200\sqrt{3}\ H$$

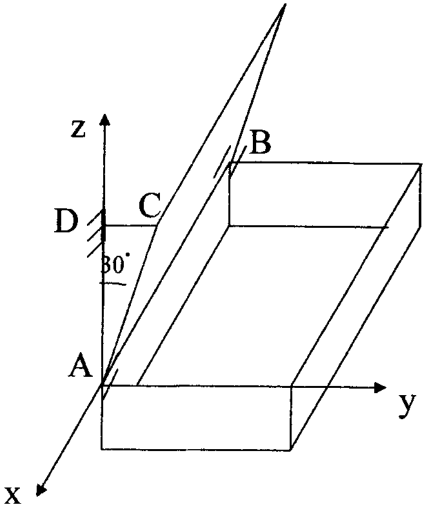
Из второго уравнения:

$Y_A = -Q \cdot \cos 30^0 - R_C \cdot \cos 30^0 + P = -100\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}/2 - 300\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}/2 + 800 =$

$= -150 - 450 + 800 = 200$ H.

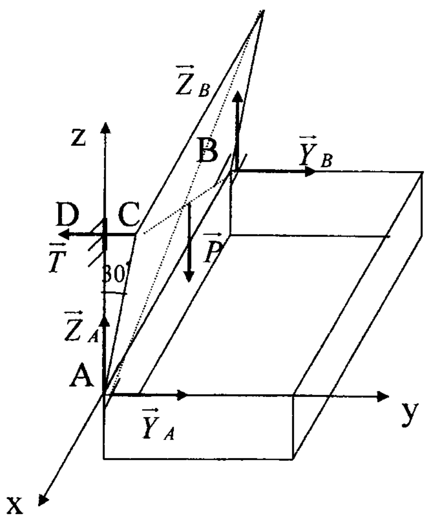
Задача решена.

2. РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ СИЛ



ПРИМЕР 1. Однородная прямоугольная крышка весом 30 Н удерживается веревкой CD, параллельной оси АУ. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и натяжение веревки.

Решение



1. Указываем все силы, действующие на объект равновесия – крышку. Это сила натяжения веревки T, приложенная к точке C и направленная по нити к точке подвеса, сила веса крышки P, приложенная к геометрическому центру крышки и направленная вертикально в низ и, последнее, реакции шарниров A и B, осью шарниров является ось X, следовательно, эти неизвестные реакции раскладываются на пары взаимно перпендикулярных составляющих Y_A, Z_A и Y_B, Z_B, направленных вдоль соответствующих осей и приложенных в точках A и B.

2. Составляем уравнения равновесия:

Первое уравнение - сумма проекций всех сил на ось X равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 0. \qquad (1)$$

Уравнение выродилось в тождество, из которого никаких неизвестных определить нельзя.

Второе уравнение – сумма проекций всех сил на ось У равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = Y_A + Y_B - T = 0. \qquad (2)$$

Третье уравнение – сумма проекций всех сил на ось Z равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = Z_A + Z_B - P = 0. \qquad (3)$$

Четвертое уравнение - сумма моментов всех сил, относительно оси X равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} M_X(F_i) = -P \cdot \frac{AC}{2} \cdot \sin 30^0 + T \cdot AC \cdot \cos 30^0 = 0. \qquad (4)$$

Пятое уравнение - сумма моментов всех сил, относительно оси У равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} M_Y(F_i) = -P \cdot \frac{AB}{2} + Z_B \cdot AB = 0. \qquad (5)$$

Шестое уравнение - сумма моментов всех сил, относительно оси Z равна нулю:

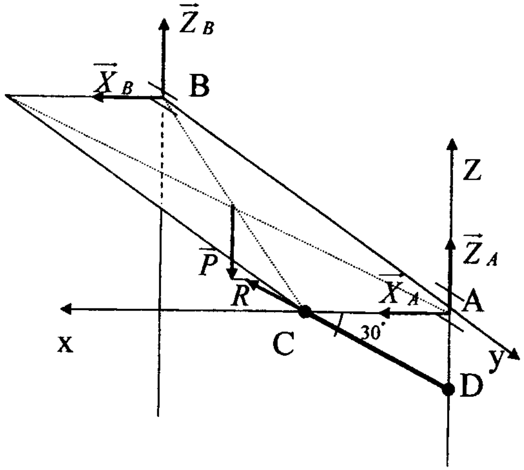
$$\sum_{i=1}^{n} M_Z(F_i) = -Y_B \cdot AB = 0. \qquad (6)$$

3. Решаем систему уравнений (2)-(6).

Из уравнения (6), так как AB≠0, получим $Y_B = 0$. Из уравнения (5), сократив на AB, получим: $Z_B = \frac{P}{2} = \frac{30}{2} = 15\ H$. Из уравнения (4), сократив на AC, получим: $T = \frac{P \cdot \sin 30^0}{2 \cdot \cos 30^0} = \frac{30 \cdot 0{,}5}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 5\sqrt{3}\ H$. Из уравнения (3) получим:

$Z_A = P - Z_B = 30 - 15 = 15\ H$. Из уравнения (2): $Y_A = T - Y_B = 5\sqrt{3}\ H$.

Задача решена.



<u>ПРИМЕР 2.</u> Однородная прямоугольная полка весом 200Н удерживается в горизонтальном положении стержнем CD. Найти реакции цилиндрических шарниров A и B и усиление в стержне.

Решение

1. Указываем все силы, действующие на объект равновесия – крышку. Это усилие в стержне R, приложенное к точке C и направленное вдоль оси стержня, сила веса крышки P, приложенная к геометрическому центру крышки и направленная вертикально в низ и, последнее, реакции шарниров A и B, осью шарниров является ось У, следовательно эти неизвестные реакции раскладываются на пары взаимно перпендикулярных составляющих X_A, Z_A и X_B, Z_B, направленных вдоль соответствующих осей и приложенных в точках A и B.
2. Составляем уравнения равновесия:

Первое уравнение - сумма проекций всех сил на ось X равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = X_A + X_B + R \cdot \cos 30^0 = 0. \qquad (7)$$

Второе уравнение – сумма проекций всех сил на ось У равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = 0. \qquad (8)$$

Уравнение выродилось в тождество, из которого никаких неизвестных определить нельзя.

Третье уравнение – сумма проекций всех сил на ось Z равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = Z_A + Z_B - P + R \cdot \sin 30^0 = 0. \qquad (9)$$

Четвертое уравнение - сумма моментов всех сил, относительно оси X равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} M_X(F_i) = P \cdot \frac{AB}{2} - Z_B \cdot AB = 0. \qquad (10)$$

Пятое уравнение - сумма моментов всех сил, относительно оси У равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} M_Y(F_i) = P \cdot \frac{AC}{2} - R \cdot AC \cdot \sin 30^0 = 0. \qquad (11)$$

Шестое уравнение - сумма моментов всех сил, относительно оси Z равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} M_Z(F_i) = X_B \cdot AB = 0. \qquad (12)$$

3. Решаем систему уравнений (7)-(12).

Из уравнения (12), так как AB≠0 получим X_B =0. Из уравнения (11), сократив на AC, получим: $R = \frac{P}{2 \cdot \sin 30^0} = \frac{200}{2 \cdot 0{,}5} = 200\ H$. Из уравнения (10), сократив на AB, получим: $Z_B = \frac{P}{2} = \frac{200}{2} = 100\ H$. Из уравнения (9) получим:

$$Z_A = P - Z_B - R \cdot \sin 30^0 = 200 - 100 - 200 \cdot 0{,}5 = 0\ H.$$

Из уравнения (7): $X_A = -R \cdot \cos 30^0 - X_B = -200 \cdot \sqrt{3}/2 = -100\sqrt{3}\ H$.

Отрицательное значение X_A означает, что эта реакция на самом деле направлена в сторону, противоположенную той, что указана на рисунке.

Задача решена.

Часть III. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

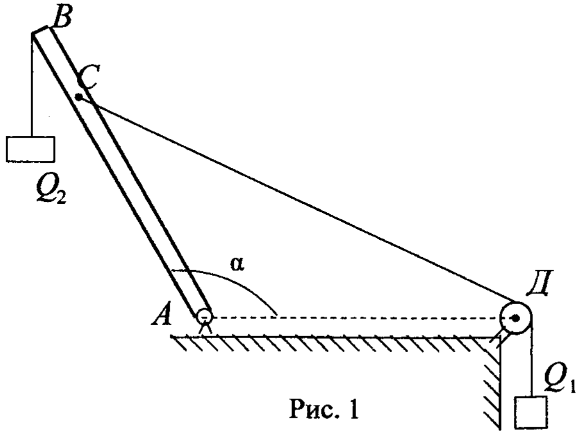


Рис. 1

1. Однородная балка АВ весом 300 Н в точке А закреплена шарниром (рис. 1). В точке С балки прикреплена верёвка, натягиваемая грузом $Q_1 = 400$ Н. К концу В балки подвешен груз $Q_2 = 150$ Н. Найти реакции шарнира и угол α в положении равновесия, если АД=АС=3/4АВ.

Ответ: $\alpha = \dfrac{2\pi}{3}$ рад, X_A=-200$\sqrt{3}$ Н, $У_A$=650 Н.

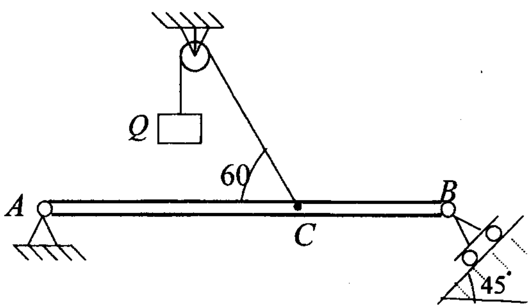


Рис. 2

2. Вес однородной балки АВ Р=1000 Н (рис. 2). Вес груза $Q = 866$ Н. АС=2/3АВ. Найти опорные реакции.

Ответ: $R_B = 0$ Н,

X_A=433 Н, $У_A$=250 Н.

3. Однородный брус АВ весом $160\sqrt{3}$ Н опирается своим концом В на гладкую плоскость (рис. 3), другой конец прикреплён к полу шарниром А. Вес груза $Q_1 = 160$ Н., ВС=1/4 АВ. Найти опорные реакции.

Ответ: $R_B = 60$ Н,

X_A=190 Н, $У_A$=130$\sqrt{3}$ Н.

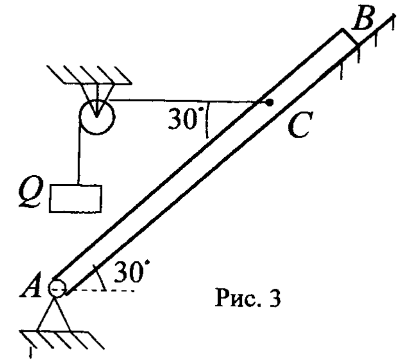


Рис. 3

4. Однородная балка АВ весом 500 Н закреплена в точке А шарниром (рис. 4), другой конец оттягивается верёвкой, натягиваемой грузом Q_2. Найти в положении равновесия вес груза Q_2 и реакцию шарнира, если в точке В к балке подвешен груз $Q_1 = 50$ Н., а АС=АВ.

Ответ: $Q_2 = 150\sqrt{3}$ Н,

X_A=75$\sqrt{3}$ Н, $У_A$=225 Н.

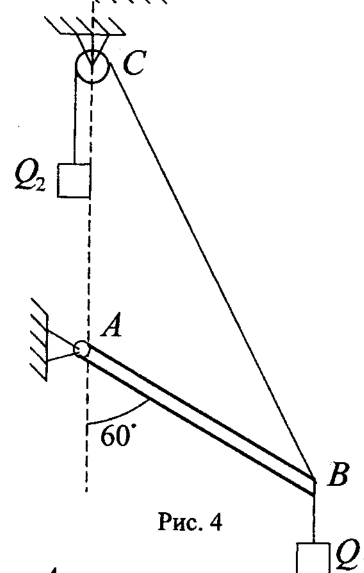


Рис. 4

5. Однородная балка АВ весом 1000 Н. концом А закреплена шарнирно, а концом В опирается на горизонтальную плоскость (рис. 5). Вес груза $Q = 346$ Н. АС=1/4 АВ. Найти опорные реакции.

Ответ: $R_B = 600$ Н,

X_A=173 Н, $У_A$=700 Н.

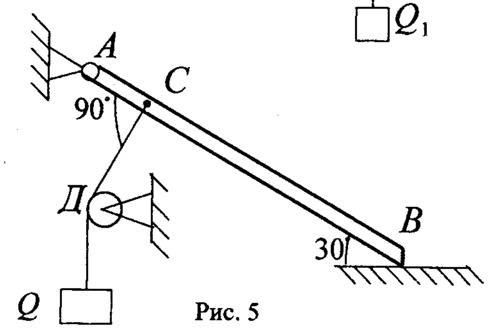


Рис. 5

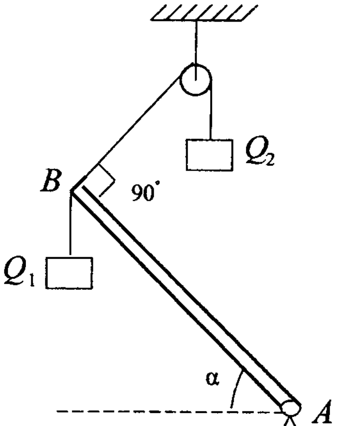


Рис. 6

6. Вес однородный балки AB P=300 Н (рис. 6). Вес груза $Q_1 = 50$ Н, вес груза $Q_2 = 100$ Н. Определить угол α, при котором балка находится в равновесии, а также реакцию шарнира А.

Ответ: $\alpha = \frac{\pi}{3}$ рад, X_A=-$50\sqrt{3}$ Н, $У_A$=300 Н.

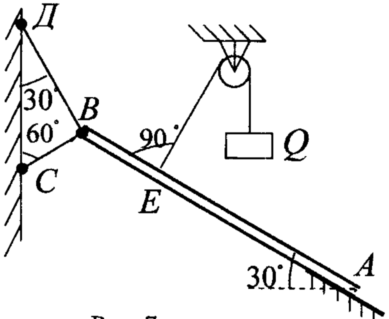


Рис. 7

7. Однородная балка AB весом $800\sqrt{3}$ Н. концом А опирается на гладкую плоскость, другой конец удерживается двумя невесомыми стержнями BC и BД (рис. 7). Вес груза $Q = 510$ Н, BE=1/3 AB. Найти реакцию плоскости и усилия в стержнях.
Ответ: $R_A = 430$ Н,
$R_{DB} = -916$ Н, $R_{BC} = 2710$ Н.

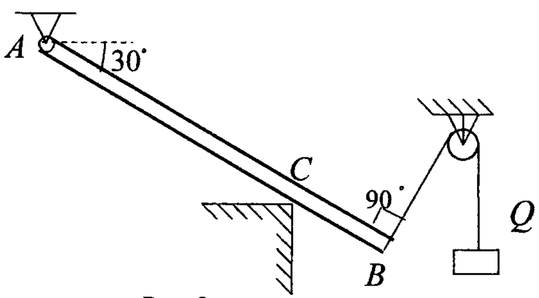


Рис. 8

8. Однородная балка AB весом $1000\sqrt{3}$ Н концом А закреплена шарнирно, а точкой С опирается острие (рис. 8). Вес груза $Q = 240$ Н, BC=1/4 AB. Найти опорные реакции.
Ответ: $R_C = 680$ Н,
X_A=-460 Н, $У_A$=$540\sqrt{3}$ Н.

9. Вес однородной балки AB P=$200\sqrt{2}$ Н (рис. 9), вес груза $Q_2 = 400\sqrt{2}$ Н, AC=1/4AB. Определить вес груза Q_1 и реакцию шарнира А при условии, что балка находится в равновесии.
Ответ: $Q_1 = 200$ Н,
X_A=$300\sqrt{2}$ Н, $У_A$=$100\sqrt{2}$ Н.

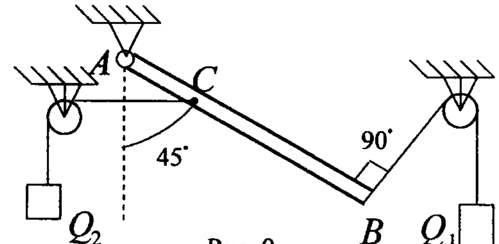


Рис. 9

10. Однородная балка AB весом P=1000 Н закреплена в точке А шарниром (рис. 10), другой конец оттягивается верёвкой, натягиваемой грузом Q_2. Найти в положении равновесия вес груза Q_2 и реакцию шарнира, если в точке B к балке подвешен груз $Q_1 = 100$ Н, а AC=AB.

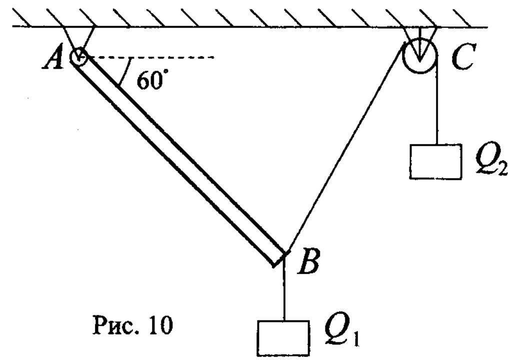


Рис. 10

11. Однородная балка AB весом $120\sqrt{2}$ Н опирается концом А на гладкую плоскость (рис. 11). Вес груза $Q = 90$ Н, AC=AB/3. Найти опорные реакции.
Ответ: $R_A = 180$ Н,
X_A=-$45\sqrt{2}$ Н,
$У_A$=$255\sqrt{2}$ Н.

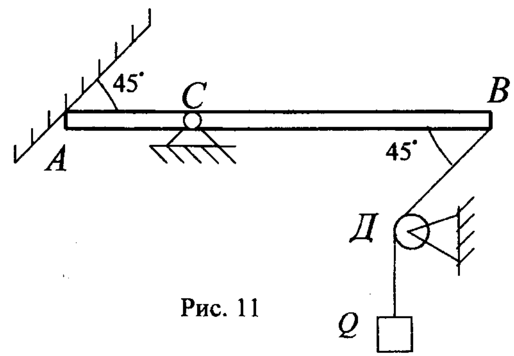


Рис. 11

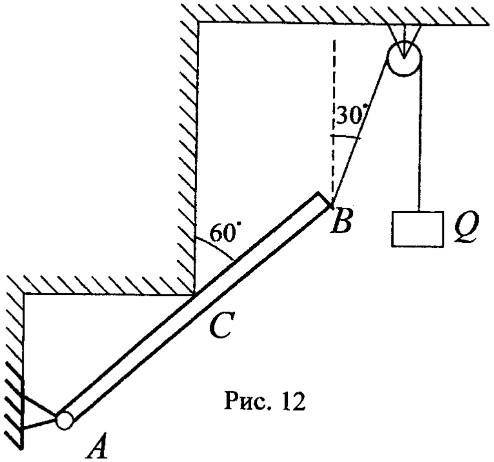


Рис. 12

12. Вес однородной балки AB $P=80\sqrt{3}$ Н (рис. 12). Вес груза $Q=400$ Н. AC=1/2 AB. Найти опорные реакции.

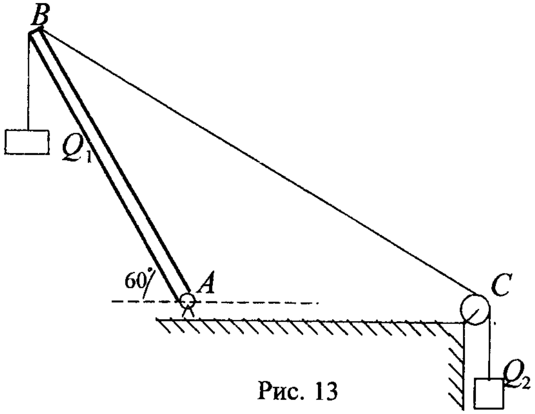


Рис. 13

13. Однородная балка AB весом 300 Н. закреплена в точке A шарниром, другой конец оттягивается верёвкой, натягиваемой грузом Q_2 (рис. 13). Найти в положении равновесия вес груза Q_2 и реакции шарнира, если в точке B к балке подвешен груз Q_1=50Н., а AC=AB.

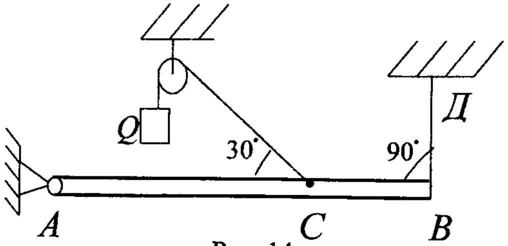


Рис. 14

14. Вес однородной балки AB P=100 Н (рис. 14), вес груза $Q=150$ Н, AC=$\frac{2}{3}$AB. Найти натяжение нити T_B и реакцию шарнира A.

15. Вес горизонтальной балки AB P=90 Н (рис. 15), вес груза $Q=200\sqrt{3}$ Н. Найти реакцию шарнира C и натяжение верёвки ВД, если AC=AB/4.

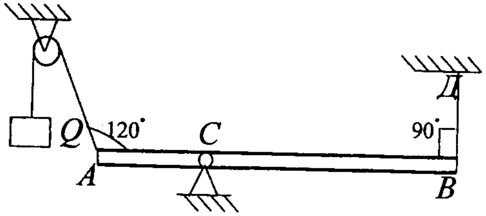


Рис. 15

16. Однородная балка AB весом 800 Н опирается концом B на гладкую плоскость (рис. 16), другой конец закреплён шарниром A. Вес груза $Q=400\sqrt{3}$ Н, AC=$\frac{2}{3}$AB. Найти опорные реакции.

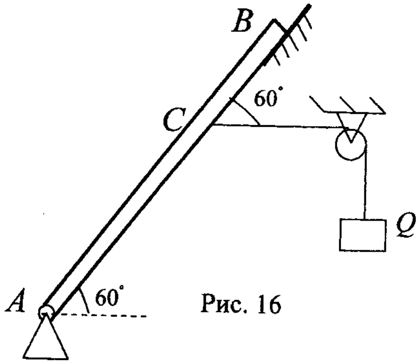


Рис. 16

17. Вес однородной балки AB P=200 Н (рис. 17). Конец её B оттягивается верёвкой, натягиваемой грузом Q. Вес груза P_1=400 Н. Найти в положении равновесия вес груза Q и реакции шарнира.

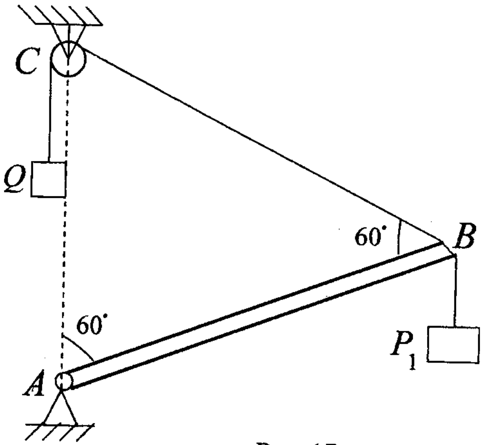


Рис. 17

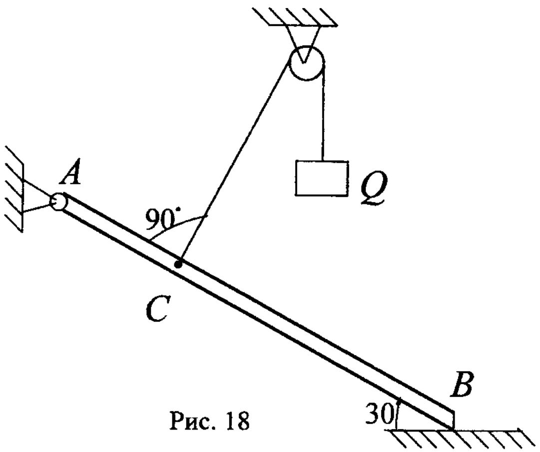


Рис. 18

18. Однородная балка AB весом 800 Н концом A закреплена шарнирно (рис. 18), а концом B опирается на горизонтальную плоскость. Вес груза $Q = 300\sqrt{3}$ Н, AC=$\frac{1}{3}$AB. Найти опорные реакции.

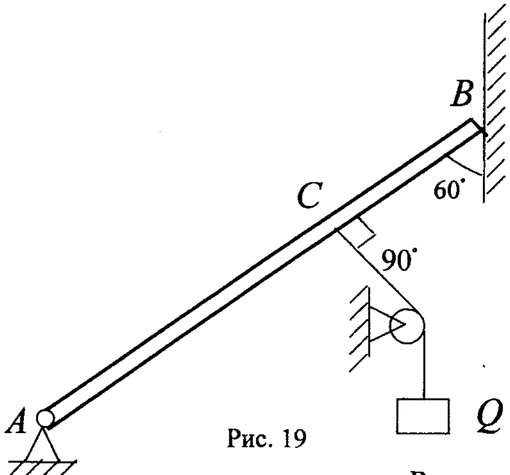


Рис. 19

19. Однородная балка AB весом $250\sqrt{3}$ Н опирается концом B на гладкую стену (рис. 19), другой конец A закреплен шарниром. Вес груза $Q = 300$ Н, AC=2/3AB. Найти опорные реакции.

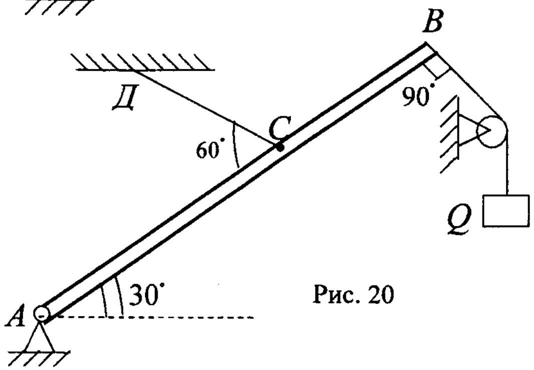


Рис. 20

20. Вес однородной балки P=400 Н (рис. 20), вес груза $Q = 100\sqrt{3}$ Н, BC=$\frac{1}{3}$AB. Найти реакцию шарнира A и натяжение нити СД.

21. Однородная балка AB весом 800 Н. закреплена в точке A шарниром (рис. 21), другой конец B оттягивается верёвкой BC, натягиваемой грузом $Q_2 = 600$ Н. Найти в положении равновесия угол α и реакцию шарнира, если AC=AB, $Q_1 = 200$ Н.

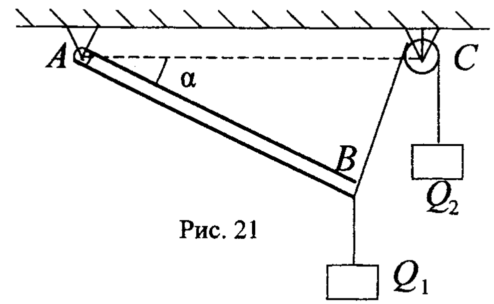


Рис. 21

22. Однородная балка AB весом 600 Н закреплена в точке A шарниром (рис. 22). В точке C прикреплена веревка, натягиваемая грузом Q_2. Найти в положении равновесия вес груза Q_2 и реакцию шарнира, если в точке B к балке подвешен груз $Q_1 = 100$ Н., AC=AД=2/3AB.

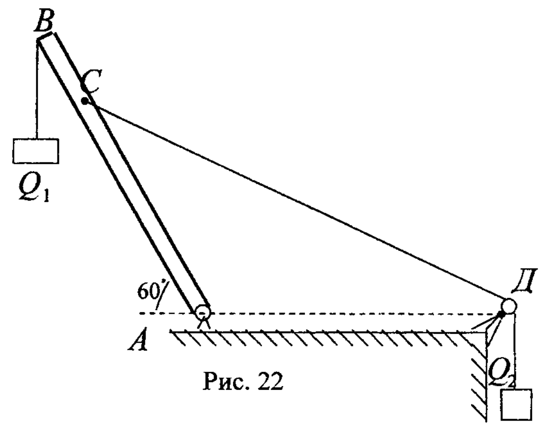


Рис. 22

23. Нижний конец однородной балки AB весом 50 Н закреплен шарниром A (рис. 23). В точке C балка опирается на угол. К концу балки B подвешен груз $Q = 60$ Н. Найти опорные реакции, если AC=3/5AB.

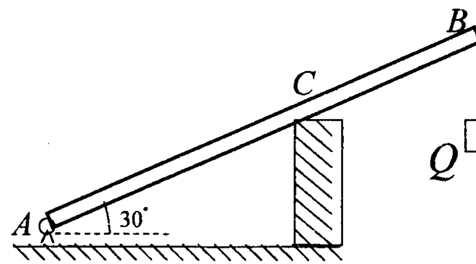


Рис. 23

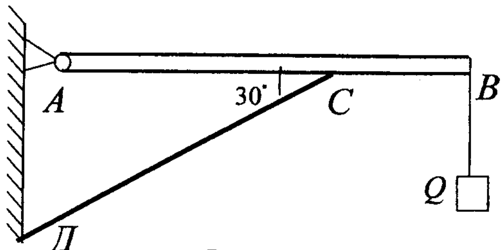


Рис. 24

24. Найти реакцию шарнира А и усилие в невесомом стержне СД (рис. 24), если вес однородной балки АВ равен 200 Н, вес подвешенного к балке АВ груза $Q = 40$ Н, СВ=1/3АВ.

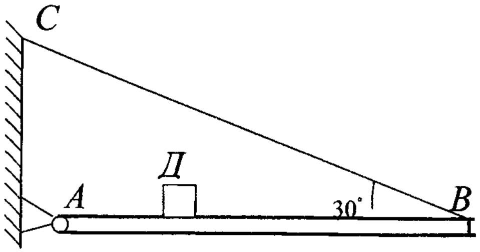


Рис. 25

25. Однородная горизонтальная балка АВ весом 120 Н одним концом шарнирно закреплена в точке А (рис. 25), а другим концом В подвешена к стене посредством тяги ВС. На балке в точке Д лежит груз весом 150 Н, расстояние АД=1/3АВ. Определить натяжение тяги ВС и реакцию шарнира.

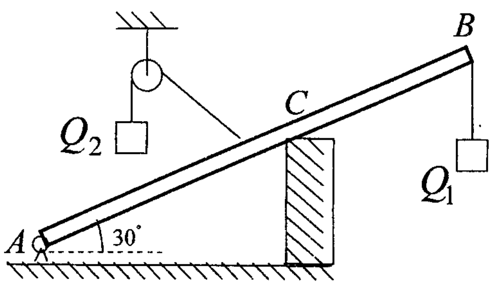


Рис. 26

26. Однородная балка АВ весом 100 Н одним концом шарнирно закреплена в точке А (рис. 26). К концу балки В подвешен груз $Q_1 = 60$ Н. К середине балки привязана нить, переброшенная через идеальный блок к концу которой привязан груз $Q_2 = 40$ Н. Найти опорные реакции, если АС=2/3АВ.

27. Однородная балка АВ весом 200 Н одним концом шарнирно закреплена в точке А (рис. 27). К концу балки В привязана нить, переброшенная через идеальный блок, к концу которой привязан груз $Q = 50$ Н. К концу В также привязана горизонтальная нить ВС. Найти опорные реакции шарнира А и натяжение в нити ВС.

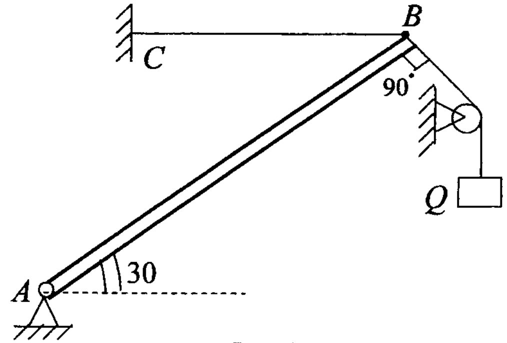


Рис. 27

28. Найти реакцию шарнира А и усилие в невесомом стержне СД (рис. 28), если вес однородной балки АВ равен 120 Н, вес подвешенных к балке АВ грузов $Q_1 = 60$ Н, $Q_2 = 80$ Н, СВ=1/3АВ.

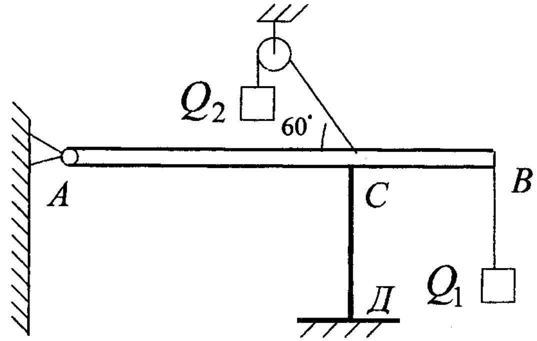


Рис. 28

29. Вес горизонтальный балки АВ Р=800 Н (рис. 29), распределенная нагрузка $q = 200$ Н/м. Найти реакции шарнира С и невесомого стержня ВД, если АС=АВ/3=1м.
Ответ: X_C=0, $У_C$=750 Н, R_B=150 Н.

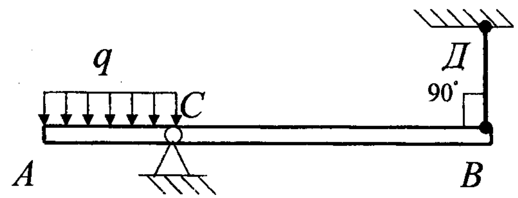


Рис. 29

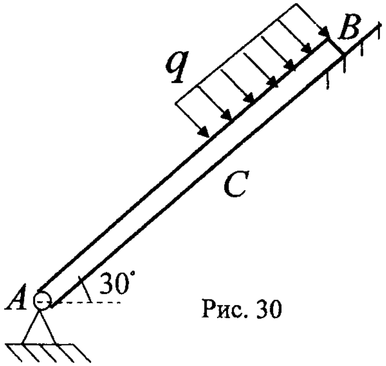
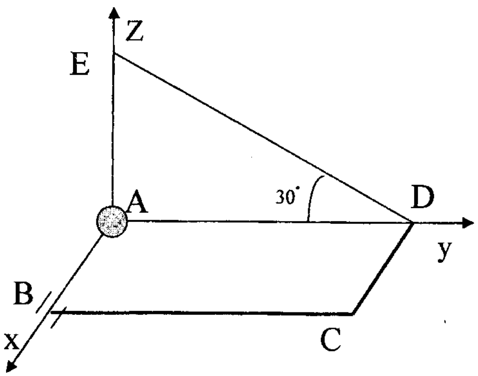


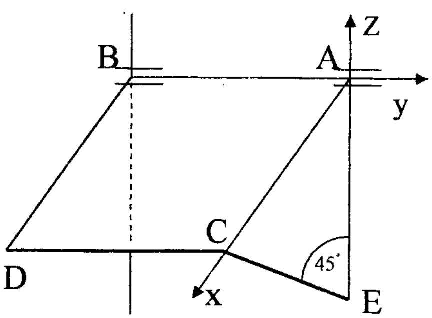
Рис. 30

30. Однородный брус АВ весом $150\sqrt{3}$ Н опирается своим концом В на гладкую плоскость (рис. 30), другой конец прикреплён к полу шарниром А. Распределенная нагрузка $q = 100$ Н/м, BC=2/5 AB=2м. Найти опорные реакции.

2. РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

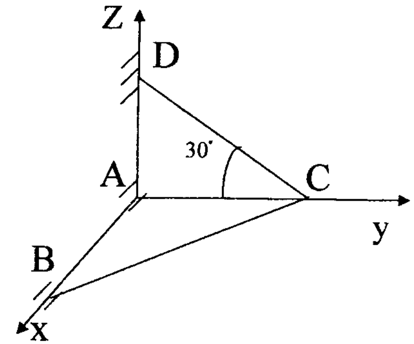


1. Однородная прямоугольная полка весом 200Н. удерживается в горизонтальном положении веревкой DE. Найти реакции сферического шарнира А, цилиндрического шарнира В и натяжение веревки.
Ответ: X_A=0Н, $У_A=100\sqrt{3}$Н, Z_A=0 Н, $У_B$=0 Н, Z_B=100 Н, Т=200 Н.

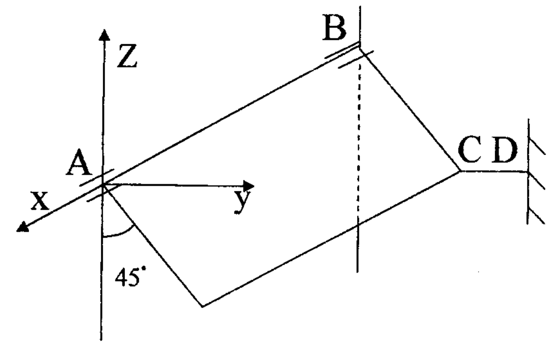


2. Однородная прямоугольная полка весом 200 Н. удерживается стержнем СЕ. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и усилие в стержне СЕ.
Ответ: X_A=-200 Н, Z_A=0 Н, X_B=0Н, Z_B=100Н, $R=100\sqrt{2}$Н.

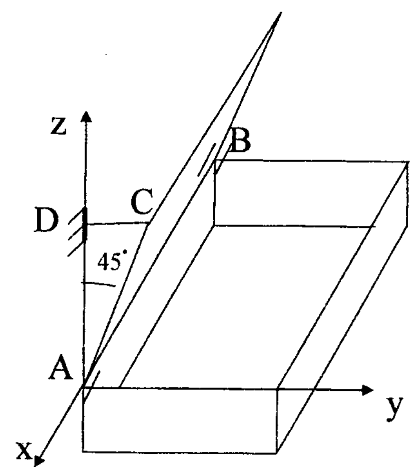
3. Однородная треугольная пластина весом 300 Н удерживается в горизонтальном положении веревкой CD. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В, и натяжение веревки.
Ответ: $У_A=100\sqrt{3}$Н, Z_A=100 Н, $У_B$=0 Н, Z_B=100 Н, Т=200 Н.

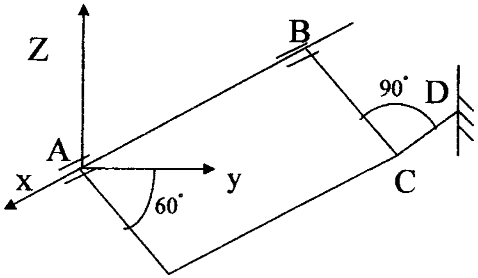


4. К вертикальной стене на петлях А и В подвешена однородная прямоугольная пластина весом 100 Н., удерживаемая веревкой CD, параллельной оси АУ. Найти реакции петель и натяжение.
Ответ: $У_A$=0 Н, Z_A=50Н, $У_B$=-50Н, Z_B=50Н, Т=50Н.



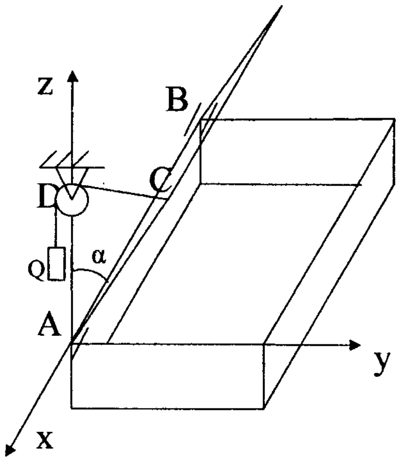
5. Однородная прямоугольная крышка весом 80 Н удерживается веревкой CD, параллельной оси АУ. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и натяжение веревки CD.
Ответ: $У_A$=40 Н, Z_A=40 Н, $У_B$=0 Н, Z_B=40 Н, Т=40 Н.





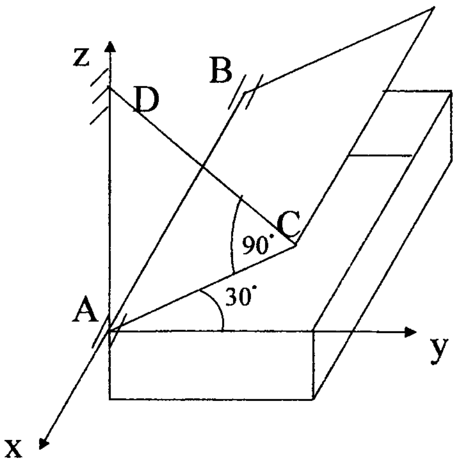
6. Однородная прямоугольная пластина весом 800Н подвешена на петлях A и B и удерживается веревкой CD, перпендикулярной пластине. Найти реакции петель и натяжение веревки.

Ответ: $У_A=0$ Н, $Z_A=400$ Н, $У_B=-100\sqrt{3}$ Н, $Z_B=300$ Н, T=200Н.



7. Однородная прямоугольная крышка весом 400 Н удерживается в равновесии противовесом Q=200 Н. Найти угол α и реакции цилиндрических шарниров A и B, если AC=AD.

Ответ: $У_A=100\sqrt{3}$ Н, $Z_A=100$Н, $У_B=0$ Н, $Z_B=200$ Н, $\alpha=\frac{\pi}{3}$ рад.

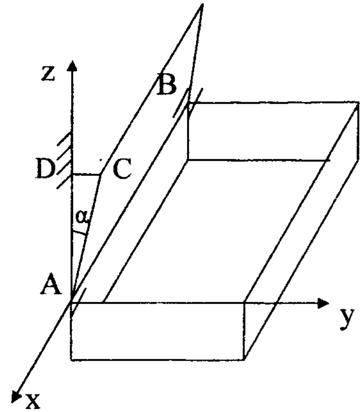


8. Однородная прямоугольная крышка весом 80 Н удерживается веревкой CD. Найти натяжение веревки и реакции цилиндрических шарниров A и B, если точка D лежит на одной вертикали с точкой A.

Ответ: $У_A=10\sqrt{3}$ Н, $Z_A=10$ Н, $У_B=0$ Н, $Z_B=40$ Н, $T=20\sqrt{3}$ Н.

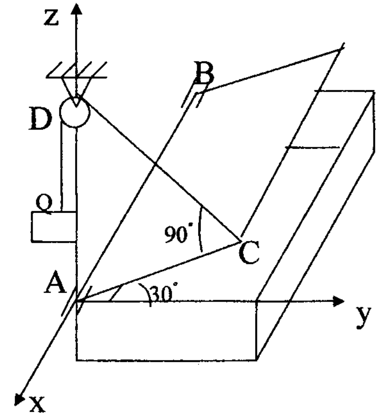
9. Однородная прямоугольная крышка весом 60 Н удерживается веревкой CD, параллельной AУ. Найти реакции цилиндрических шарниров A и B и натяжение веревки, если AC=34см , AD=30см ($\cos\alpha=\frac{15}{17}$; $\sin\alpha=\frac{8}{17}$).

Ответ: $У_A=16$ Н, $Z_A=30$ Н, $У_B=0$ Н, $Z_B=30$ Н, T=16 Н.

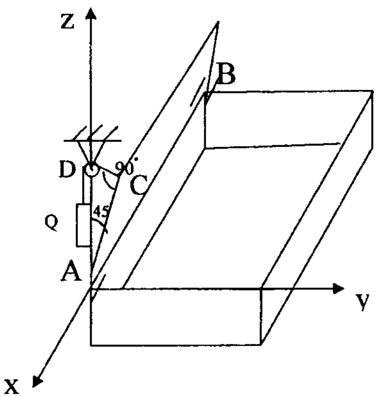


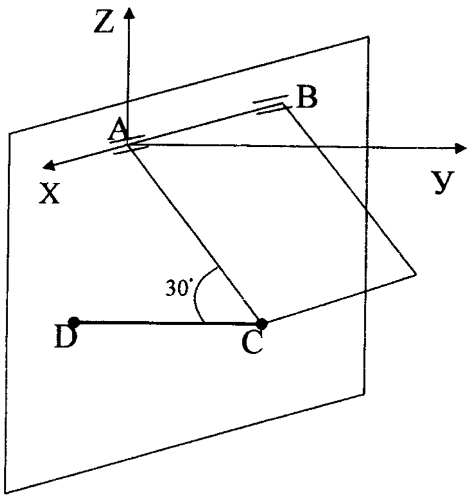
10. Однородная прямоугольная крышка весом 200 Н удерживается противовесом Q. Найти реакции цилиндрических шарниров A и B и вес груза Q, если блок D укреплен на одной вертикали с т. A.

Ответ: $У_A=25\sqrt{3}$ Н, $Z_A=25$ Н, $У_B=0$ Н, $Z_B=100$ Н, $Q=50\sqrt{3}$ Н.

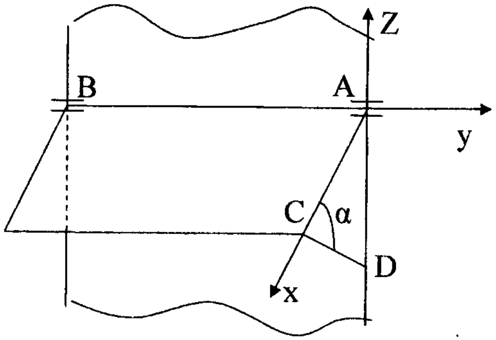


11. Однородная прямоугольная крышка весом 40 Н удерживается противовесом Q. Найти вес Q и реакции цилиндрических шарниров A и B, если блок D укреплен на одной вертикали с A.



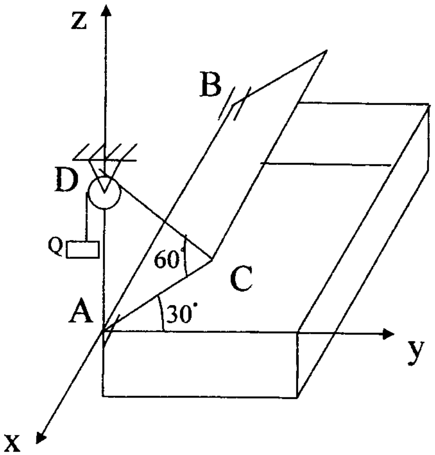


12. Лестница весом 200 Н подвешена к скобе АВ и удерживается стержнем CD, параллельным оси У. На середине верхней ступеньки стоит человек весом 800 Н. Найти реакции в точках А и В и усилия в стержне.

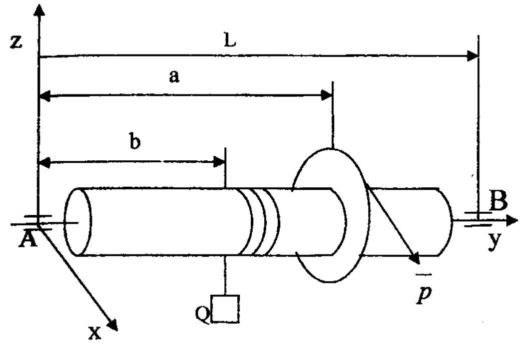


13. Однородная прямоугольная полка весом 90 Н удерживается стержнем CD в горизонтальном положении. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и усилие в стержне, если АС=4 дм, AD=3 дм,

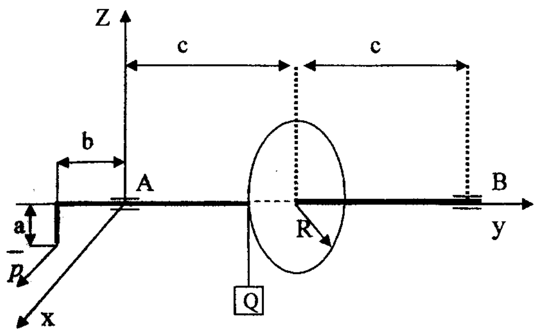
$\cos\alpha = \frac{4}{5}$, $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.



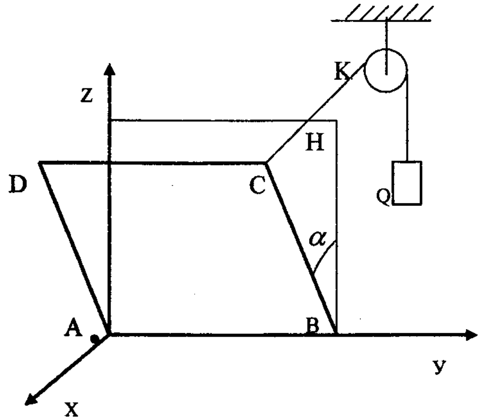
14. Однородная прямоугольная крышка весом 400 Н удерживается противовесом Q. Найти реакции шарниров А и В и вес груза Q, если блок D укреплен на одной вертикали с точкой А и AD=AC.



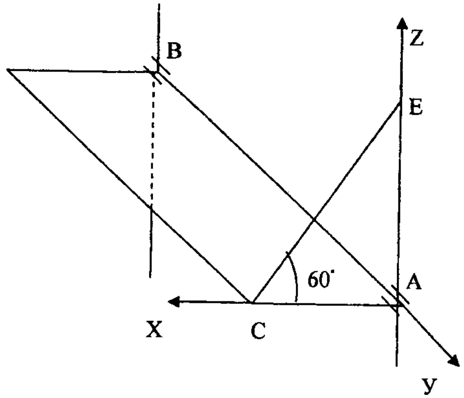
15. Ворот состоит из барабана радиуса r и колеса радиуса R, вращающегося на оси АВ. Q=300 Н. Сила Р параллельна АХ. Найти реакции подшипников А и В и силу Р, если a=100см , b=50см , L=1,5 м., r=10см , R=40см.



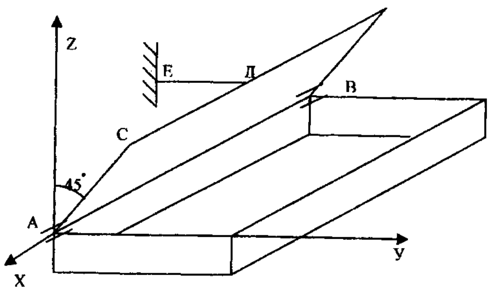
16. Вал ворота и его рукоятка расположены в одной вертикальной плоскости. Пренебрегая весом вала и шкива, найти реакции подшипников и силу Р, которая параллельна АХ, если a= 20 см., b=20 см , c=50см , R=50м , Q=80Н.



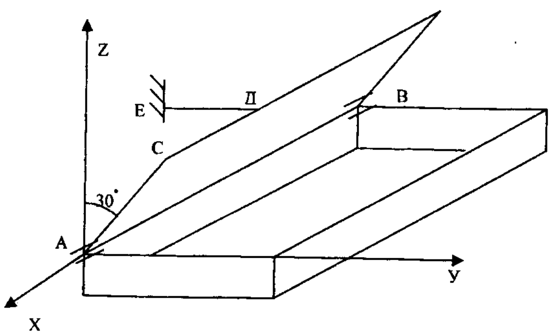
17. Фрамуга АВСД весом Р=100 Н. открыта на угол α=60°. Известно, что веревка СК параллельна оси АХ. Определить вес груза Q, при котором фрамуга находится в равновесии, и реакции петель А и В.



18. Однородная прямоугольная полка весом 600 Н удерживается в горизонтальном положении веревкой СЕ. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и натяжение веревки.

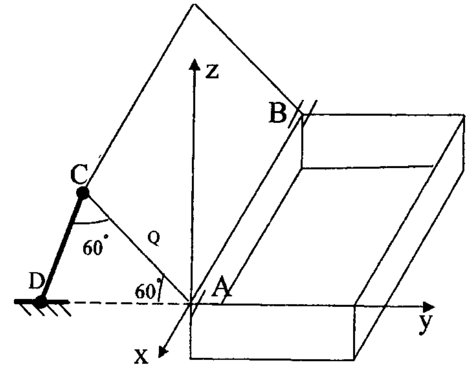


19. Однородная прямоугольная крышка веса 40 Н удерживается веревкой ЕД, которая параллельна оси АУ. СД=1/2 АВ. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и натяжение веревки.

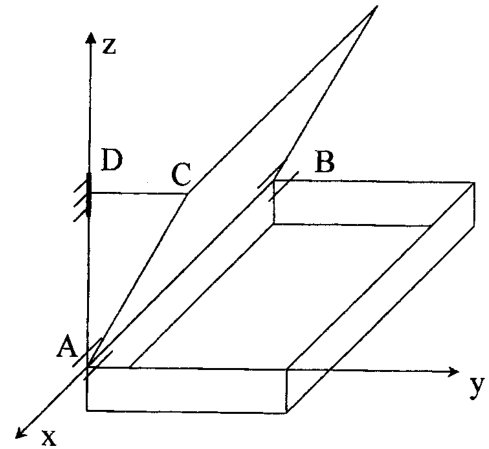


20. Однородная прямоугольная крышка весом 180 Н удерживается веревкой ЕД, которая параллельна оси АУ. СД=1/3 АВ. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и натяжение веревки.

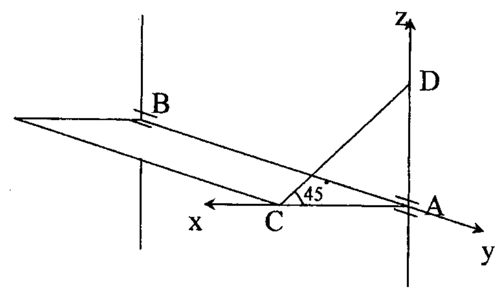
21. Однородная прямоугольная крышка весом 60 Н удерживается стержнем СД. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и усилие в стержне. Точка Д лежит на оси АУ.

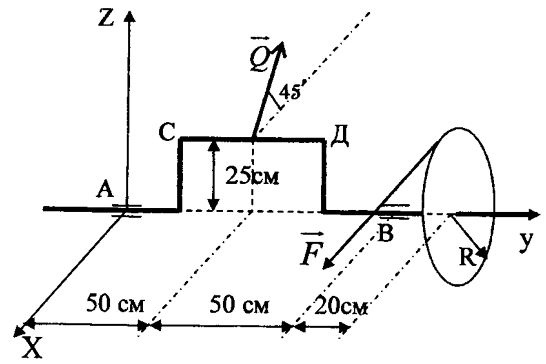


22. Однородная прямоугольная крышка весом 90 Н удерживается верёвкой СД, параллельной оси АУ. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и натяжение верёвки если АС=50 см, СД=30 см.

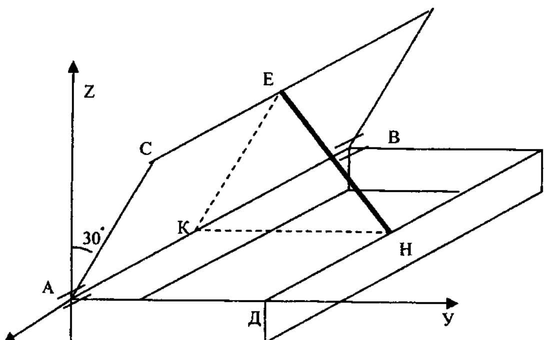


23. Однородная прямоугольная полка весом 200 Н удерживается в горизонтальном положении верёвкой СД. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и натяжение верёвки.

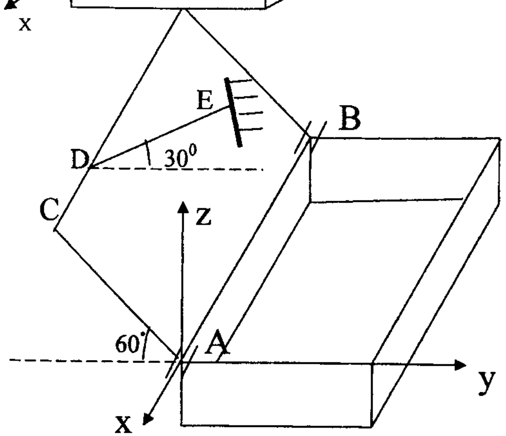




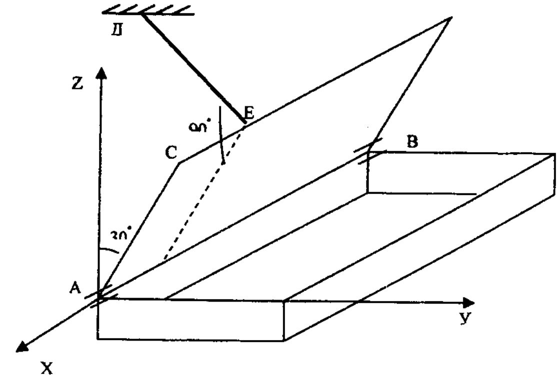
24. Ломаный невесомый коленчатый вал АВ находится в равновесии. Определить реакции подшипников А и В, а также усилие Q, если колено находится в плоскости УAZ, сила $\vec{F}$ параллельна оси АХ, F=300Н, вес маховика 200Н, его радиус R=0,3м.



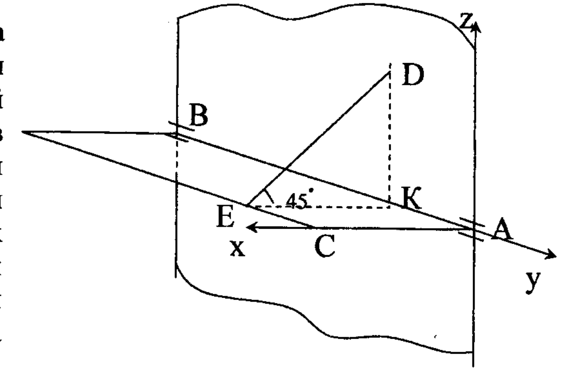
25. Однородная прямоугольная крышка весом 100 Н удерживается в равновесии невесомым стержнем ЕН. Определить реакции цилиндрических шарниров А и В и усилие в стержне ЕН, если СЕ=ДН=АК=2/5АВ.



26. Однородная прямоугольная крышка весом 120Н удерживается в равновесии веревкой DE, лежащей в плоскости параллельной плоскости AYZ и направленной под углом 30^0 к оси АУ. Определить реакции цилиндрических шарниров А и В, а также усилие в веревке DE, если CD=1/4AB.



27. Однородная прямоугольная крышка весом 60Н удерживается веревкой ДЕ, перпендикулярной крышке. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и натяжение веревки ДЕ, если СЕ=1/5АВ.



28. Однородная полка весом 40 Н удерживается в равновесии веревкой ED, расположенной в плоскости параллельной плоскости AXZ. Найти реакции цилиндрических шарниров А и В и натяжение веревки, если ЕС=АК=1/4АВ, а DK⊥AB.

СОДЕРЖАНИЕ

Григорьев Александр Юрьевич

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА

**Методические указания
для практических занятий
и самостоятельной работы для студентов
всех специальностей и форм обучения**

Титульный редактор
Т.Г. Смирнова

Корректор
Н.И. Михайлова

*Печатается
в авторской редакции*

Подписано в печать 30.10.2008. Формат 60×84 1/16
Усл. печ. л. 2,33. Печ. л. 2,5. Уч.-изд. л. 2,38
Тираж 500 экз. Заказ № 400. С 74а

СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9
ИИК СПбГУНиПТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9