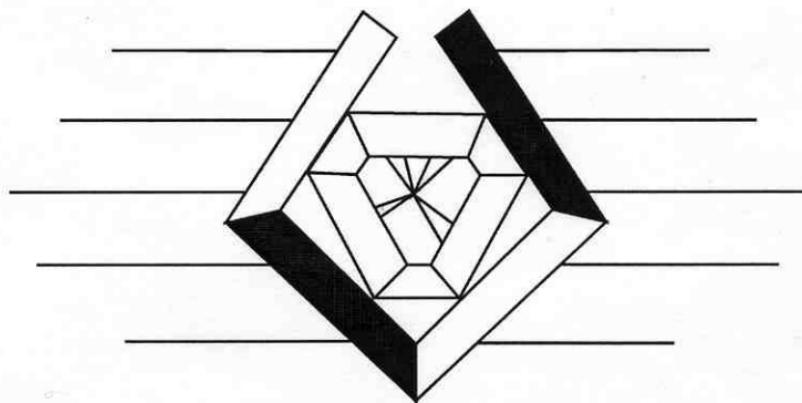


Выдающиеся ученые



ИТМО

ВЫДАЮЩИЕСЯ УЧЕНЫЕ ИТМО

*Серия монографий ученых
Санкт-Петербургского государственного
(бывшего Ленинградского)
института точной механики и оптики
(технического университета)*



Выпуск 5

Основана в 2000 году по решению
Ученого Совета университета
в ознаменование 100-летия со дня создания
в составе Ремесленного училища цесаревича Николая
Оптико-механического и часового отделения,
превращенного трудами нескольких
поколений профессоров и преподавателей
в один из ведущих технических
университетов России

Редакционная коллегия серии:
проф. В.Н. Васильев (председатель), проф. Г.Н. Дульnev,
проф. С.П. Митрофанов, проф. Г.И. Новиков,
проф. М.И. Потеев (ученый секретарь)

Главный редактор серии – заслуженный деятель науки и техники РСФСР,
академик Академии естественных наук Российской Федерации,
профессор Г.Н. Дульnev

Выдающиеся ученые

ИТМО

В. Н. ЧУРИЛОВСКИЙ
***Теория оптических
приборов***

*Сокращенное репринтное воспроизведение
издания 1966 года*

Санкт-Петербург

2001

Чуриловский В.Н. Теория оптических приборов. – СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2001. - 274 с.

Рассмотрены вопросы геометрической оптики, изложена общая теория оптических приборов. Описано устройство микроскопов и телескопических систем. Разбираются вопросы применения электронных устройств в оптических приборах.

Для научных работников, преподавателей вузов, аспирантов, магистров и студентов оптотехнических направлений и специальностей.

Questions of geometrical optics are considered, the general theory of optical devices is stated. Construction of microscopes and telescopic systems is described. Questions of application of electronic items in optical devices are also under consideration.

For scientists, teachers of high schools, post-graduate students, magisters and students of optical directions and specialties.

ISBN 5-7577-0077-7

© Санкт-Петербургский
государственный институт
точной механики и оптики
(технический университет),
2001

© Издательство “ИВА”, 2001 .

Содержание

Первый декан оптического	7
О себе самом	10
Теория оптических приборов (сокращенное репринтное воспроизведение издания 1966 года)	13
Введение	15
Глава I. Геометрическая оптика	17
Б. Оптика солинейного средства	17
В. Оптика нулевых лучей	41
Глава II. Общая теория оптических приборов	76
А. Ограничение пучков	76
Б. Оптический прибор как передатчик световой энергии	93
В. Действие оптического прибора совместно с глазом человека	113
Г. Дифракция в оптических приборах (кроме микроскопа)	148
Глава V. Теория образования оптического изображения 164	
А. Приложение принципов волновой оптики	164
Б. Теория апланатизма	192
В. Теория астигматизма	233
Г. Теория дисторсии	256
Литература	268
Оглавление (полного издания)	269
Основные научные публикации В.Н. Чуриловского .	273

ПЕРВЫЙ ДЕКАН ОПТИЧЕСКОГО

Первым деканом оптического факультета ЛИТМО был Владимир Николаевич Чуриловский. Он родился 25 мая 1898 года в Петербурге в семье типографского рабочего. В 1915 году успешно закончил реальное училище. Тяга к знаниям была огромной. Несмотря на скромное материальное положение, ему удалось начать учебу в Институте инженеров путей сообщения. Но в 1918 году после третьего курса он вынужден был прервать учебу и начать трудовую жизнь. Кем и где только Владимир не работал: городским механиком отдела коммунального хозяйства города Чистополя, контролером лескома Абхазии, бухгалтером исполкома города Сухуми. Но желание продолжать учебу н ослабевало. В 1923 году ему удалось поступить в техникум точной механики и оптики, который располагался в Демидовом переулке Петрограда. В 1925 году Владимир Николаевич закончил обучение и до 1979 года работал над теорией оптических приборов, достигнув огромных результатов.

В первые годы после окончания техникума Чуриловский трудился на заводе ГОМЗ им. ОГПУ (впоследствии ЛОМО им. В.И.Ленина) сначала старшим вычислителем, а с 1930 года – заведующим оптико-конструкторским отделом. Одновременно Владимир Николаевич начал преподавать. С 1926 года он вел занятия по теории оптических приборов в техникуме, который сам только что окончил.

Решением Главпромкадра при ВСНХ СССР в 1930 году техникум преобразовали во втуз. В.Н.Чуриловского утвердили в должности профессора и заведующего кафедрой теории оптических приборов, которой он руководил 39 лет. С образованием оптического факультета Владимир Николаевич стал его первым деканом и проработал в этой должности с перерывами более 12 лет. Здесь раскрылся его педагогический талант и талант ученого.

Звание профессора В.Н.Чуриловскому было присвоено уже в 1935 году по кафедре теории оптических приборов. В 1947 году он успешно защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора техничес-

ких наук, исследовав актуальную для теории и практики оптического приборостроения тему: "Введение поверхностей высших порядков в расчеты оптических систем". В 1966 году Владимиру Николаевичу было присвоено почетное звание "Заслуженный деятель науки и техники РСФСР".

Профессор В.Н. Чуриловский был одним из пионеров современной оптической промышленности, крупнейшим специалистом в области теории оптических приборов. Им опубликовано лично и в соавторстве свыше 200 научных трудов, он автор более 50 изобретений. Научно-техническое наследие Владимира Николаевича охватывает широкий диапазон теории оптических систем, аберрационной коррекции оптических систем, астрономических систем, скоростных фото- и кинокамер. Из фундаментальных работ профессора В.Н.Чуриловского особое место занимают таки труды, как "Теория оптических приборов", "Оптотехника". Курс лекций и упражнений". "Расчет призменных систем на хроматизм", "Теория хроматизма и аберрации третьего порядка".

Под руководством В.Н. Чуриловского защитили диссертации и стали ведущими специалистами Г.Н. Моторин, Л.В. Романов, В.Ю. Юхтанов, К.А. Халилулин, Б.И. Тимофеев, М.И. Мирович, Г.К. Бесчастный. Среди учеников Владимира Николаевича – доктора наук и профессора М.М. Руцинов, И.А. Турыгин, Д.Ю. Гальперн, Б.Н. Бегунов, И.А. Грейм и др.

Особую любовь снискал Владимир Николаевич среди студентов как выдающийся лектор-педагог, тонкий психолог и умелый воспитатель. Высоким был его авторитет в преподавательском коллективе института, а также у работников промышленности.

Он был разносторонне одаренным человеком, круг его интересов был необычайно широк. На протяжении всей жизни Владимир Николаевич занимался литературой, увлекался поэзией. Многие из написанных им 2000 стихотворений были напечатаны в газете "Кадры приборостроению". Он свободно владел немецким языком, а с английского и французского переводил без словаря.

Напряженная работа не могла не сказаться на состоянии здоровья профессора В.Н.Чуриловского. 10 марта 1953 года он оставил должность декана оптического факультета. В заявлении на имя директора института он написал: "С 20-го февраля тяжело болен нарушением мозгового и коронарного кровообращения и еще в течение некоторого времени не смогу приступить к своим обязанностям... Поэтому во избежание срыва работы деканата я прошу Вас, еще до моего выхода на работу после болезни освободить меня от обязанностей декана оптического факультета".

Просьба Владимира Николаевича была удовлетворена, а в должности заведующего кафедрой теории оптических приборов он продолжал работать еще шестнадцать лет.

В октябре 1969 года В.Н.Чуриловский вышел на пенсию, но с институтом и факультетом не расстался. Он продолжал работу в должности профессора-консультанта вплоть до февраля 1979 года.

11 ноября 1983 года Владимира Николаевича не стало. Ушел из жизни интеллигентный благороднейший человек, талантливый педагог, крупный ученый-оптик. После себя он оставил богатое научное наследие и целую плеяду выдающихся учеников. В том, что сегодня оптический факультет успешно решает задачи по подготовке квалифицированных инженеров-оптиков, умело продолжает совершенствовать учебный процесс – немалая заслуга этого замечательного человека.

*Жаров А.Ф. Первый декан оптического.
Газ. “Кадры приборостроению”. 08.02.90.*

О СЕБЕ САМОМ

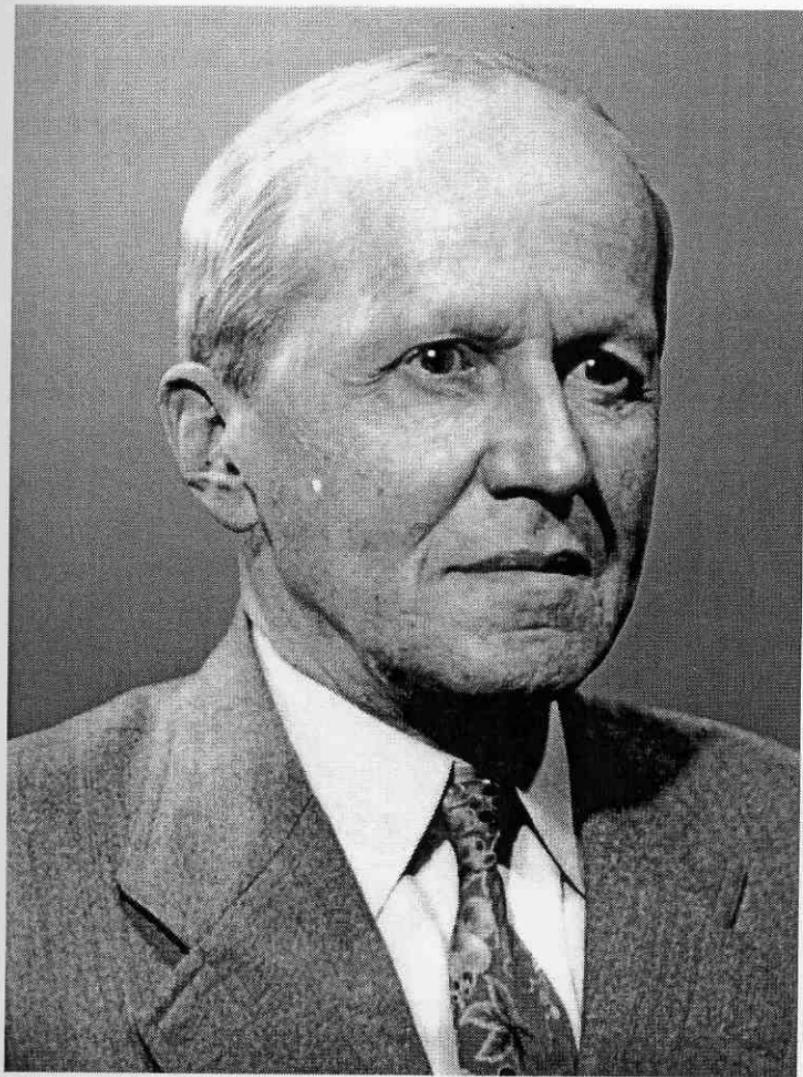
Я крайности объединить могу:
Мои стихи и книги – в том порукой!
Я чувствую, что у меня в мозгу
Поэзия сплетается с наукой.

В уме моем границ меж ними нет.
Есть в интегралах джазовые ритмы,
Внедрилась кибернетика в сонет,
Поэмы превратились в алгоритмы.

Механика – и женское бедро!
Подумаешь – дыханье участится!
Поэзия вторгается в ядро
И вырывает тайну у частицы!

Как это так? Да это – не секрет.
Я признаюсь, немного удрученный:
Среди ученых я – почти поэт,
А среди поэтов – видимо, ученый!

B.H. Чуриловский



**Владимир
Николаевич
ЧУРИЛОВСКИЙ**

В. Н. ЧУРИЛОВСКИЙ
д-р техн. наук, проф.

ТЕОРИЯ ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

*Допущено Министерством высшего
и среднего специального образования РСФСР
в качестве учебного пособия
для высших технических
учебных заведений*



ИЗДАТЕЛЬСТВО «МАШИНОСТРОЕНИЕ»
МОСКВА 1966 ЛЕНИНГРАД

ВВЕДЕНИЕ

Существуют две оптические науки. Первая из них называется *физическoй оптикой* и представляет собой отдел физики, именуемый также *учением о свете*. Другая — *теория оптических приборов*, называемая также *технической оптикой* или сокращенно *оптотехникой*. Это наука прикладная, инженерная. Физическая оптика отвечает на вопрос, что такое свет и как происходят световые явления. Теория оптических приборов изучает рациональные конструкции оптических приборов и образование оптического изображения.

Хотя варка прозрачного стекла была известна древним египтянам и жителям Месопотамии за 1600 лет до н. э., а в древнем Риме стеклянная утварь и украшения достигли высокого совершенства, науке античной древности не были известны оптические свойства линз, а ее представления о световых явлениях и процессе зрения были противоречивы и наивны. Только в начале эпохи Возрождения (XIII век н. э.) человечество получило первые оптические приборы: очки и увеличительное стекло. Значительно позднее были изобретены микроскоп и зрительная труба (в начале XVII столетия).

Научная разработка задач оптического приборостроения началась с конца XVII столетия благодаря трудам таких выдающихся ученых, как Р. Декарт (1596—1650 гг.), П. Ферма (1601—1665 гг.), И. Ньютона (1643—1727 гг.), Л. Эйлер (1707—1783 гг.), М. В. Ломоносова (1711—1765 гг.), К. Гаусс (1777—1855 гг.). Однако оформление теории оптических приборов в самостоятельную дисциплину произошло только в последней четверти XIX в., когда начался быстрый рост оптической промышленности.

В России благодаря трудам М. В. Ломоносова и Л. Эйлера в XVIII в. были заложены важнейшие основы для развития опти-

ческого производства. Позднее уже по конкретным разделам оптического приборостроения работали многие лица, в частности, О. Н. Малафеев занимался конструированием зрительных труб, В. Н. Чиколов (1845—1898 гг.) разрабатывал проблемы проекционной оптики. Однако в XIX в. и позднее оптическая промышленность не получила надлежащего развития в России из-за косности и глубокого равнодушия царского правительства к этому новому делу.

Только после Великой Октябрьской социалистической революции началось планомерное создание нашей отечественной оптической промышленности.

Создание такой промышленности могло идти двумя путями. Первый путь: сначала строятся мелкие оптические предприятия, потом более крупные заводы, затем путем их объединения организуется большая оптическая промышленность; параллельно с ее техническим оснащением развивается и оптическая наука. Этот путь прост и естествен, но длителен.

Второй путь: создается мощная научная база, располагающая хорошо оснащенными лабораториями и высококвалифицированными научно-техническими кадрами, разрабатываются основы отечественной оптической промышленности. При этом широко используется зарубежный опыт. Этот путь, трудный, но короткий, и был избран в нашей стране.

В 1918 г. был создан Государственный оптический институт (ГОИ), носящий теперь имя акад. С. И. Вавилова, в котором работал ряд выдающихся советских ученых, возглавляемых первым директором ГОИ акад. Д. С. Рождественским. К их числу нужно отнести академиков С. И. Вавилова, А. А. Лебедева, И. В. Гребенщикова, В. П. Линника и членов-корреспондентов АН СССР Н. Н. Качалова, Д. Д. Максутова, А. И. Тудоровского и др.

Первым достижением этой группы ученых была постановка производства оптического стекла в Советском Союзе, освободившая нашу страну от импорта сырья, необходимого для оптической промышленности. Вычислительное бюро ГОИ, руководимое А. И. Тудоровским, освоило методику расчета совершенных оптических систем. Уже в 1929 г. развитие советской оптической промышленности достигло такого уровня и размаха, что для руководства ею потребовалось создание специального технического и административного центра. Таким центром стало Всесоюзное объединение оптико-механической промышленности (ВООМП).

Кроме этого, для подготовки высококвалифицированных инженеров-оптотехников в 1930 г. был создан Ленинградский институт точной механики и оптики (ЛИТМО) на базе ранее существовавшего техникума. К этому времени за рубежом не было вузов, готовящих инженеров для оптической промышленности.

В настоящее время ЛИТМО стал институтом, охватывающим многие области приборостроения.

ГЛАВА I

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Б. ОПТИКА СОЛИНЕЙНОГО СРОДСТВА

§ 8. Центрированный оптический прибор как преобразователь пучков световых лучей

Выше рассматривались оптические детали с плоскими преломляющими и отражающими поверхностями. Однако наиболее важную роль в оптических приборах играют неплоские (выпуклые или вогнутые) преломляющие и отражающие поверхности. Зависимости, управляющие образованием изображения в оптических системах с неплоскими поверхностями, чрезвычайно сложны. Поэтому при изучении таких систем полезно выделить простую систему математических зависимостей, справедливую для идеализированной оптической системы. Эта группа зависимостей образует как бы математическую основу или упрощенную элементарную часть геометрической оптики, известную под названием оптики солинейного сродства.

В настоящем курсе будут рассматриваться только центрированные оптические системы. Мы дадим здесь два определения понятия о центрированной системе. Первое — наиболее общее определение. *Центрированной оптической системой* мы называем систему, все *поверхности (преломляющие и отражающие)* которой являются *поверхностями вращения*, имеющими общую ось вращения, называемую *оптической осью системы*. В практике работы оптических заводов чаще всего применяются сферические преломляющие (и отражающие) поверхности. В этом случае приведенное

выше определение тоже применимо, но его удобнее заменить следующим вторым определением. Центрированной оптической системой, состоящей из сферических преломляющих (и отражающих) поверхностей, называется система, в которой все центры ее поверхностей располагаются на одной прямой, называемой оптической осью системы.

Благодаря такому устройству, центрированная оптическая система симметрична относительно своей оптической оси, и все явления и процессы, связанные с прохождением света через такую систему, тоже подчиняется закону симметрии относительно оптической оси.

Если оптическая система состоит из одной сферической поверхности, положение ее оптической оси становится неопределенным, так как всякая прямая, проходящая через центр сферической поверхности, может быть принята за оптическую ось. Если же система состоит из двух сферических поверхностей, то она всегда центрирована, ибо через два центра кривизны двух поверхностей системы всегда можно провести прямую, которая и является оптической осью этой системы. Исключение из этого правила возникает в случае, если центры сферических поверхностей системы совпадают. Такую систему принято называть концентрической. В концентрической оптической системе из двух или большего числа поверхностей, как и в системе из одной поверхности, любая прямая, проходящая через общий центр поверхностей, может быть принята за оптическую ось.

Вследствие действия оптического прибора возникает геометрическая или, правильнее, проективная связь между двумя пространствами. Первое пространство, в котором находятся предметы, т. е. излучающие свет точки, линии и поверхности, как самосветящиеся, так и освещаемые каким-либо источником света, называется пространством предметов. Во втором пространстве возникают оптические изображения этих предметов. Такое пространство называется пространством изображений.

Эти пространства связаны между собой посредством множества лучей, проходящих через оптическую систему. Любой такой луч, вообще говоря, при прохождении через оптический прибор меняет свое направление. Однако, задав положение луча в пространстве предметов, мы можем проследить его ход через оптическую систему прибора и, таким образом, найти положение соответствующего луча в пространстве изображений. Такие соответствующие друг другу лучи, и не только лучи, но и любые геометрические образы, соответствующие друг другу и находящиеся в разных пространствах, будем называть сопряженными.

Не требует пояснений положение, что с любым лучом в пространстве предметов сопряжен непременно один, и только один, луч в пространстве изображений. Так как луч есть прямая линия, можно так сформулировать основное положение оптики

солинейного сродства: всякая прямая пространства предметов обязательно сопряжена с одной, и только с одной, прямой пространства изображений. В частности, об оптической оси системы можно сказать, что она сопряжена сама с собой.

Таким образом, геометрическая связь, устанавливающаяся между пространствами предметов и изображений, состоит в попарном соответствии прямых линий в этих пространствах. Отсюда произошел термин «солинейное сродство», который служит названием излагаемого раздела геометрической оптики. То же значение имеет и термин «коллинеарная связь», встречающийся в иностранной литературе.

Второе положение солинейного сродства говорит о том, что каждой точке пространства предметов соответствует в пространстве изо-

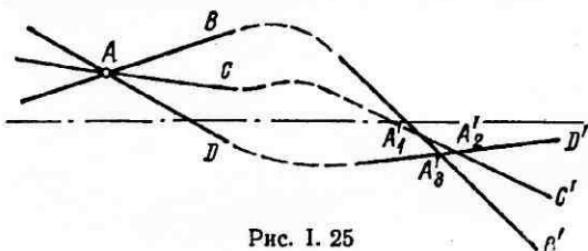


Рис. I. 25

бражений всегда одна, и только одна, сопряженная точка. Это положение не может быть выведено как следствие первого положения. Более того, если первое положение действительно выполняется всеми реальными оптическими системами, то второе выполняется лишь немногими особыми оптическими системами, а как общее правило, не выполняется в оптических приборах. Известно, что гомоцентрический в пространстве предметов пучок лучей после прохождения этих лучей через оптическую систему может превратиться в негомоцентрический пучок лучей. Пусть, например, в пространстве предметов имеется три луча AB , AC и AD (рис. I. 25) с общей точкой A . Они сопряжены с лучами A'_1B' , A'_2C' и A'_3D' , не пересекающимися в одной точке. Точке A пространства предметов может соответствовать любая из точек A'_1 , A'_2 и A'_3 , а следовательно, второе положение солинейного сродства не выполняется. Поэтому, вводя второе положение солинейного сродства, мы идеализируем оптические системы, полагая, что они не нарушают гомоцентричности проходящих через них пучков лучей. Этим мы отвлекаемся от реальных оптических приборов, подменяя их воображаемыми приборами, не обладающими недостатками, свойственными реальным приборам. Но такая идеализация может считаться допустимой, если учитывать, что реальные оптические системы подвергаются коррекции, при которой путем специального расчета негомоцентричность пучков сводится

к минимуму (для данного положения предмета). Введение второго положения устанавливает связь пространств предметов и изображений не только по прямым линиям, но и по точкам.

Так как две пересекающиеся прямые однозначно определяют положение плоскости в пространстве, то из первых двух положений солинейного сродства получается, как следствие, третье положение: всякой плоскости пространства предметов соответствует всегда одна, и только одна, сопряженная плоскость пространства изображений.

Любая плоскость, содержащая оптическую ось, называется меридиональной плоскостью. Оптическая система рассекается меридиональными плоскостями подобно тому, как земной шар рассекается плоскостями меридианов. Если луч в пространстве

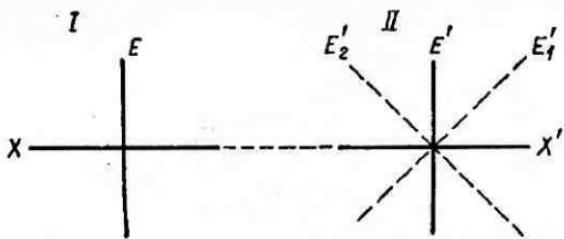


Рис. I. 26

предметов лежит в меридиональной плоскости, то, как нетрудно понять, он на всем протяжении хода через оптическую систему не может покинуть эту плоскость. Отсюда следует, что всякая меридиональная плоскость сопряжена сама с собой. Очевидно, справедливо также утверждение, что если меридиональная плоскость в пространстве предметов будет повернута на произвольный угол ϕ вокруг оптической оси, то сопряженная с ней меридиональная плоскость в пространстве изображений также повернется вокруг оптической оси на тот же угол ϕ .

На чертеже (рис. I. 26) показана оптическая ось XX' , проходящая через пространство I предметов и пространство II изображений. Оптическая система на чертеже не показана. Пусть в пространстве предметов имеется плоскость E , перпендикулярная к оси XX' . Докажем лемму, утверждающую, что плоскость E' , сопряженная с плоскостью E , тоже перпендикулярна к оптической оси XX' .

Поведем доказательство от противного. Предположим, что с плоскостью E сопряжена плоскость E'_1 , не перпендикулярная к оптической оси. Теперь меридиональную плоскость нашего чертежа вместе с плоскостями E и E'_1 повернем вокруг оптической оси системы на 180° . После такого поворота плоскость чертежа снова совпадет с плоскостью бумаги. Плоскость E , перпендикулярная к оптической оси, не изменит при этом повороте своего

положения, а плоскость E' после поворота займет новое положение E'_2 , симметричное расположению плоскости E'_1 . Очевидно, что после поворота плоскость E сопряжена с плоскостью E'_2 . Но по предпосылке леммы плоскость E сопряжена также с плоскостью E'_1 . Это противоречит третьему основному положению солинейного сродства, согласно которому всякая плоскость может быть сопряжена только с одной плоскостью другого пространства. Мы свели таким образом к абсурду предположение, что плоскость E'_1 не перпендикулярна к оси. В самом деле, если плоскость E' , сопряженная с плоскостью E , тоже перпендикулярна к оптической оси, то после поворота на 180° вокруг оси она не изменит своего положения, а потому с плоскостью E будет сопряжена только одна плоскость E' .

§ 9. Линейное увеличение оптической системы

Предположим, что дана пара сопряженных плоскостей E и E' (рис. I. 27, a), перпендикулярных к оптической оси AA' . Осевые точки A и A' этих плоскостей тоже сопряжены друг с дру-

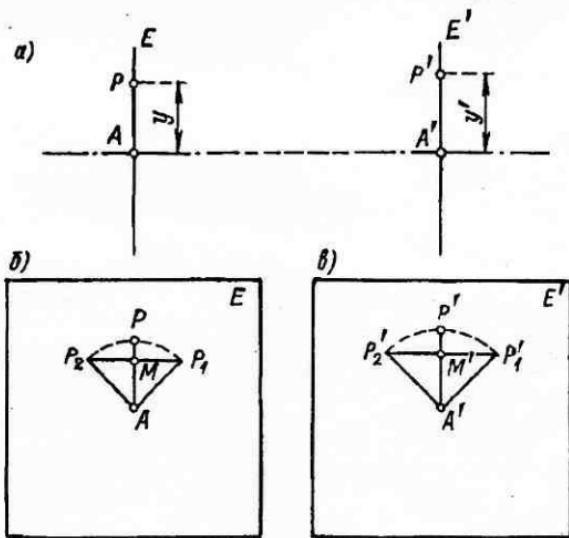


Рис. I. 27

гом, так как они лежат на пересечении сопряженных элементов. Возьмем на плоскости E точку P , находящуюся на расстоянии $y = AP$ от оси системы. Точка, сопряженная с точкой P , должна лежать на плоскости E' . Пусть это будет точка P' , отстоящая от оси на расстоянии $y' = A'P'$. Отрезки, концы которых попарно сопряжены друг с другом, назовем сопряженными отрезками. По-

этому y и y' — сопряженные отрезки, лежащие в плоскостях E и E' , перпендикулярных к оптической оси. Введем понятие *линейного увеличения* V , определяемого как отношение таких сопряженных отрезков:

$$V = \frac{y'}{y}. \quad (\text{I. 65})$$

Докажем теорему: *линейное увеличение в паре сопряженных и перпендикулярных к оси плоскостей постоянно.*

На чертежах (рис. I. 27, б и в) показан вид плоскостей E и E' , если на них смотреть вдоль оптической оси. На чертежах показаны отрезки y и y' . Оптическая ось проходит через точки A и A' перпендикулярно к плоскости чертежей. Для доказательства теоремы выполним следующие построения. Меридиональную плоскость верхнего чертежа (рис. I. 27, а) повернем на произвольный угол ϕ . Вследствие этого на плоскости E (рис. I. 27, б) отрезок $y = AP$ повернется (по часовой стрелке) вокруг точки A на угол $\phi = PAP_1$ и займет положение AP_1 . Аналогично на плоскости E' (рис. I. 27, в) отрезок $y' = A'P'$ повернется на тот же угол $\phi = P'A'P'$. Затем повернем меридиональную плоскость верхнего чертежа на тот же угол ϕ , но в обратную сторону. Тогда на плоскостях E и E' отрезки AP и $A'P'$ повернутся (против часовой стрелки) на угол ϕ и займут положения AP_2 и $A'P'_2$. Соединим прямыми точки P_1 и P_2 , а также P'_1 и P'_2 . Заметим, что отрезки P_1P_2 и $P'_1P'_2$ сопряжены между собой, так как попарно сопряжены их концы. Отметим точку M пересечения отрезков AP и P_1P_2 , а также точку M' пересечения отрезков $A'P'$ и $P'_1P'_2$. Точки M и M' сопряжены, потому что они лежат на пересечении попарно сопряженных отрезков. В результате мы видим, что отрезки AM и $A'M'$ тоже сопряжены, так как попарно сопряжены их концы.

Считая, что линейное увеличение V для отрезков AP и $A'P'$, определяемое формулой (I. 65), нам известно, найдем линейное увеличение V_1 для отрезков AM и $A'M'$:

$$V_1 = \frac{A'M'}{AM}. \quad (\text{I. 66})$$

Воспользуемся теперь подобием треугольников MAP_1 и $M'A'P'_1$, в которых углы у вершин M и M' прямые (по построению), а углы у вершин A и A' равны углу ϕ . Кроме того, следует учесть, что

$$\left. \begin{array}{l} AP_1 = AP = y; \\ A'P'_1 = A'P' = y'. \end{array} \right\} \quad (\text{I. 67})$$

Продолжая равенство (I. 66), получим

$$V_1 = \frac{A'M'}{AM} = \frac{A'P'_1}{AP_1} = \frac{A'P'}{AP} = \frac{y'}{y} = V. \quad (\text{I. 68})$$

Этим доказано, что линейное увеличение V_1 для отрезков AM и $A'M'$ равно линейному увеличению V . Но при этом угол $\phi = PAP_1$ выбран произвольно. Меняя угол ϕ , можно менять величину отрезков AM и $A'M'$. Следовательно, линейное увеличение в паре сопряженных плоскостей, перпендикулярных к оптической оси, остается постоянным, независимо от величины сопряженных отрезков. Это и требовалось доказать.

Доказанная теорема справедлива для неподвижных плоскостей E и E' . Если же плоскость E перемещается вдоль оптической оси, то перемещается и сопряженная с ней плоскость E' , а линейное увеличение в этих плоскостях при этом изменяется. Изменение увеличения при перемещении предмета вдоль оптической оси происходит в широких пределах от $-\infty$ до $+\infty$.

§ 10. Кардинальные точки оптической системы

Кардинальными (основными, важнейшими) точками оптической системы называются особые точки, лежащие на оптической оси системы в пространствах предметов и изображений. Знание расположения кардинальных точек существенно упрощает задачу построения изображения заданного предмета, так как при этом

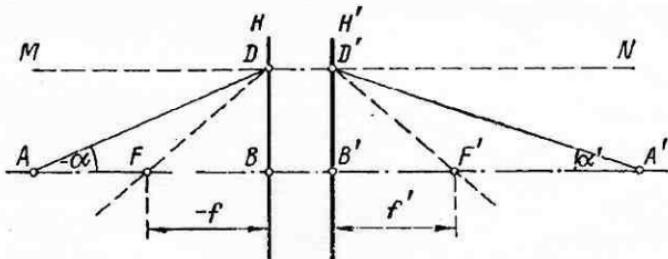


Рис. I. 28

оказывается возможным находить сопряженные лучи, не прибегая к исследованию их хода внутри оптической системы.

Введем здесь понятие о главных плоскостях оптической системы: *главными плоскостями* называется пара сопряженных и перпендикулярных к оптической оси плоскостей H и H' (рис. I. 28), линейное увеличение V_κ в которых равно единице:

$$V_\kappa = 1. \quad (\text{I. 69})$$

Сопряженные друг с другом осевые точки B и B' главных плоскостей называются *главными точками*. При этом главную плоскость и главную точку, находящиеся в пространстве предметов, называют *передней главной плоскостью* и *передней главной точкой*. В пространстве изображений расположены *задняя главная плоскость* и *задняя главная точка*.

Пусть нам известно положение светящейся точки A на оптической оси в пространстве предметов и положение сопряженной с ней точки A' на оси в пространстве изображений. Пусть в пространстве предметов задано положение луча AD , исходящего из точки A и пересекающего переднюю главную плоскость H в точке D . Сопряженный с ним луч $D'A'$ находится на основании следующих соображений: 1) он должен проходить через точку A' , сопряженную с точкой A ; 2) он должен проходить через точку D' , сопряженную с точкой D . Точка D' находится очень просто: так как линейное увеличение в главных плоскостях равно единице, то должно быть: $B'D' = BD$. Поэтому проводим вспомогательную прямую DD' параллельно оптической оси AA' . Точка D' пересечения этой прямой с задней главной плоскостью H' есть искомая точка, сопряженная с точкой D . Таким образом, точки D' и A' однозначно определяют положение луча $D'A'$, сопряженного с лучом AD .

Зафиксируем теперь точку D пересечения луча AD с плоскостью H , а точку A начнем передвигать вдоль оптической оси налево, тогда угол $BAD = \alpha$ станет постепенно уменьшаться. Когда точка A удалится налево на бесконечность, угол α станет равным нулю и луч займет положение MD , параллельное оптической оси. При таком перемещении точки A будет перемещаться вдоль оптической оси и точка A' . Пусть в тот момент, когда точка A уйдет на бесконечность, точка A' достигнет некоторой точки F' . Точку F' , сопряженную с бесконечно далекой точкой пространства предметов, называют *задним фокусом оптической системы*. Все лучи, параллельные оптической оси, после прохождения через оптическую систему, пересекаются в заднем фокусе F' . Плоскость, перпендикулярная к оптической оси и проведенная через точку F' , называется *задней фокальной плоскостью*. Она сопряжена с бесконечно далекой плоскостью пространства предметов.

Будем теперь так двигать точку A , чтобы точка A' удалась вдоль оптической оси направо. Угол $B'A'D' = \alpha'$ станет уменьшаться и обратится в нуль, когда точка A' удалится в бесконечность. Луч $D'A'$ займет положение $D'N'$, параллельное оптической оси, а точка A перейдет в положение точки F , сопряженной с бесконечно далекой точкой оптической оси в пространстве изображений и называемой *передним фокусом оптической системы*. Все лучи, проходящие в пространстве предметов через передний фокус F , после выхода из оптической системы становятся параллельными оптической оси. Плоскость, проходящая через точку F и нормальная к оптической оси, сопряжена с бесконечно далекой плоскостью пространства изображений и называется *передней фокальной плоскостью*.

Сопряженные точки мы будем обозначать одной и той же заглавной буквой латинского алфавита, отмечая штрихом точки, лежащие в пространстве изображений. Исключение делается

для переднего фокуса F и заднего фокуса F' , которые обозначаются одной буквой, хотя они не сопряжены друг с другом. Отрезок $BF = f$ называется *передним фокусным расстоянием*, а отрезок $B'F' = f'$ — *задним фокусным расстоянием оптической системы*.

Главные точки B и B' и фокусы F и F' называются кардиальными точками системы. Если известно на чертеже положение кардиальных точек, то тем самым задана и величина обоих фокусных расстояний оптической системы.

Введем теперь правила знаков, применение которых делает формулы геометрической оптики универсальными, т. е. пригодными при любом расположении элементов (точек, прямых, плоскостей) на чертеже. Условимся делать чертежи так, чтобы свет на них направлялся слева направо. Для углов, образованных любым лучом с оптической осью, принимаем правило: если угол образован поворотом луча от оптической оси по часовой стрелке, то он положительный. В противном случае угол считается отрицательным, и перед обозначением такого угла на чертеже (малой буквой греческого алфавита) мы обязаны ставить знак «минус». Этот знак необходимо учитывать, если какое-либо соотношение мы считываем с чертежа.

На нашем чертеже (рис. I. 28) можно установить по указанным правилам, что угол $B'A'D' = a'$ положительный, а угол $BAD = -a$ отрицательный.

Для отрезков, перпендикулярных к оптической оси, один конец которых лежит на оси, действует следующее правило знаков: если отрезок лежит выше оси, он положителен (например, отрезок BD), в противном случае он считается отрицательным.

Для отрезков, лежащих на самой оптической оси, применяется следующее общее правило: если направление отрезка совпадает с направлением движения света (слева направо), отрезок считается положительным, в противном случае — отрицательным. Для пользования этим правилом необходимо знать направление отрезка, т. е. знать, где лежит его начало, а где — конец. Поэтому, вводя новые отрезки, мы должны уставливаться относительно положения начала этих отрезков.

Так, например, для отрезков f и f' условимся считать, что начало их лежит в главных точках. Тогда направление отрезка совпадает с направлением распространения света, и отрезок f' положителен. Направление же отрезка f оказывается противоположным направлению движения света, а потому отрезок f отрицателен.

Все отрицательные углы и отрезки непременно отмечаются знаком «минус» перед их буквенным обозначением на чертежах. При считывании с чертежа какого-либо соотношения необходимо учитывать эти знаки.

§ 11. Построение изображения и основные оптические формулы

На чертеже (рис. I. 20) даны главные плоскости H и H' и фокусы F и F' оптической системы. Кроме того, на чертеже дано положение предмета $y = AP$. Требуется построить изображение этого предмета. Для решения этой задачи не требуется строить изображения всех точек отрезка AP . Достаточно найти изображение P' одной только точки P . Опустив из точки P' перпендикуляр $P'A'$ на оптическую ось, мы тогда построим изображение всего отрезка AP .

Для нахождения изображения точки P нам достаточно проследить ход двух лучей, исходящих из точки P , и найти точку

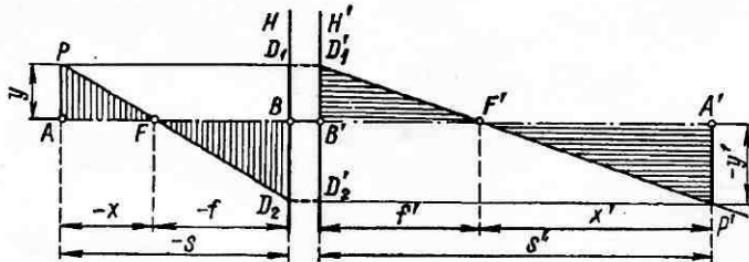


Рис. I. 29

пересечения сопряженных с ними лучей в пространстве изображений. Один луч, исходящий из точки P , направим параллельно оптической оси. Пусть этот луч встретит переднюю главную плоскость H в точке D_1 . Сопряженный с ним луч пройдет через задний фокус F' оптической системы и через точку D'_1 на задней главной плоскости H' , причем $B'D'_1 = BD_1$ вследствие того, что линейное увеличение в главных плоскостях равно единице (I. 69). Таким образом, находим луч D'_1F' , сопряженный с лучом PD_1 .

Второй луч, идущий из точки P , выберем так, чтобы он прошел через передний фокус F оптической системы. Луч PF встречает переднюю главную плоскость H системы в точке D_2 . Сопряженный с ним луч в пространстве изображений должен пройти через точку D'_2 на задней главной плоскости H' , причем вследствие (I. 69) имеем: $B'D'_2 = BD_2$. В пространстве изображений этот луч D'_2P' идет параллельно оптической оси системы.

Построенные в пространстве изображений лучи D'_1F' и D'_2P' пересекаются в точке P' , которая сопряжена, следовательно, с точкой P . Перпендикуляр $P'A'$, опущенный из точки P' , есть изображение отрезка AP .

Чертежом (рис. I. 29) можно воспользоваться для получения основных формул оптики солинейного средства. Для этого введем

обозначения: $y = AP$; $y' = A'P'$; $f = BF$; $f' = B'F'$. Кроме того, введем отрезки на оптической оси, начала которых лежат в точках F и F' , а концы — в точках A и A' (точки A и A' сопряжены друг с другом): $x = FA$ и $x' = F'A'$. По введенному выше правилу знаков отрезок x , направленный против движения света, считается отрицательным и отмечен на чертеже знаком «минус». Отрицательны также и отрезки $f = BF$ и $y' = A'P'$.

Отрезки x и y можно рассматривать как декартовы координаты точки P , лежащей в меридиональной плоскости нашего чертежа, причем начало координат находится в переднем фокусе F оптической системы. Таким же образом отрезки x' и y' — декартовы координаты точки A' при начале координат в заднем фокусе F' . Задача сводится, таким образом, к нахождению координат x' и y' точки P' по данным координатам x и y точки P при известных фокусных расстояниях f и f' .

Пользуясь подобием одинаково заштрихованных треугольников FAP и FBD_2 и учитывая, что по построению $BD_2 = A'P' = -y'$, получим

$$\frac{-y'}{y} = \frac{-f}{-x}. \quad (I. 70)$$

Применяя выражение (I. 65), получим из (I. 70)

$$V = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x}. \quad (I. 71)$$

Аналогично находится из подобия одинаково заштрихованных треугольников $B'F'D'_1$ и $F'A'P'$

$$\frac{-y'}{y} = \frac{x'}{f'} \quad (I. 72)$$

и затем

$$V = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f'}. \quad (I. 73)$$

Таким образом, здесь получены две расчетные формулы (I. 71) и (I. 73) для линейного увеличения V , входящие в математические основы геометрической оптики.

Приравнивая правые части этих формул, найдем известную формулу, предложенную Ньютоном и носящую его имя:

$$xx' = ff'. \quad (I. 74)$$

Произведение отрезков x и x' для оптической системы постоянно и равно произведению ее фокусных расстояний.

Введем теперь отрезки $s = BA$ и $s' = B'A'$. Начало этих отрезков будем считать лежащим в точках B и B' , поэтому на нашем чертеже отрезок s отрицателен. Установим математиче-

скую связь между отрезками s и s' . По чертежу находим, учитывая знаки на чертеже,

$$\left. \begin{array}{l} x = s - f; \\ x' = s' - f'. \end{array} \right\} \quad (I. 75)$$

Вводя эти значения величин x и x' в формулу (I. 74) и раскрывая скобки, получим после упрощения:

$$f's + fs' = ss'. \quad (I. 76)$$

Деля это выражение почленно на ss' , приведем его к обычно принятому виду:

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1. \quad (I. 77)$$

Эту формулу называют формулой отрезков или оптической формулой.

Найдем теперь вспомогательную формулу для отношения отрезков s и s' . По формулам (I. 75) получим:

$$\frac{s'}{s} = \frac{f' + x'}{f + x}. \quad (I. 78)$$

Из формулы (I. 74) следует:

$$x' = \frac{ff'}{x}.$$

Подставим это значение x' в выражение (I. 78)

$$\frac{s'}{s} = f' \frac{1 + \frac{f}{x}}{f + x} = \frac{f'}{x}. \quad (I. 79)$$

Из формулы Ньютона вытекает

$$\frac{f'}{x} = \frac{x'}{f}. \quad (I. 80)$$

Поэтому находим для отношения s'/s два выражения:

$$\frac{s'}{s} = \frac{f'}{x} = \frac{x'}{f}. \quad (I. 81)$$

Это выражение позволяет получить формулу для линейного увеличения V через отрезки s и s' . Для этого из формулы (I. 73) исключим x' , пользуясь формулой (I. 81). Таким образом найдем

$$V = -\frac{f}{f'} \frac{s'}{s}. \quad (I. 82)$$

§ 12. Применение основных формул линейного средства

В практической работе конструкторов оптических приборов часто встречается случай, когда фокусные расстояния оптической системы равны по абсолютной величине, но обратны по знаку:

$$f = -f'. \quad (I. 83)$$

В этом частном случае выведенные выше формулы приобретают более простой вид. Для линейного увеличения V оптического прибора получаем выражения

$$V = \frac{y'}{y} = \frac{f'}{x} = -\frac{x'}{f'} = \frac{s'}{s}. \quad (I. 84)$$

Формула Ньютона

$$xx' = -f'^2. \quad (I. 85)$$

Формула отрезков

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}. \quad (I. 86)$$

При решении различных задач на построение хода лучей можно убедиться, что пространства предметов и изображений не отделяются одно от другого какой-либо границей. Оба пространства неограниченно простираются во все стороны, входя одно в другое и занимая одно и то же трехмерное пространство.

На чертеже (рис. I. 30) показаны различные случаи расположения предмета AP и изображения $A'P'$. Случаи, представленные на рис. I. 29, I. 30, *а* и *б*, отличаются тем, что в них $f < 0$ и $f' > 0$. Такая система называется собирающей или положительной системой. На рис. I. 30, *в*, *г* и *д* имеем $f > 0$ и $f' < 0$. В этом случае оптическая система рассеивающая или отрицательная. На рис. I. 30, *а* изображение $A'P'$ получается в левой части чертежа. В отдельных точках этого изображения пересекаются не сами лучи, а их мысленные обратные продолжения. Однако глаз, помещенный в выходящих из системы расходящихся пучках, увидит изображение $A'P'$. Такое изображение называется мнимым. При рассеивающей системе образование мнимого изображения представлено на рис. I. 30, *в*. Мнимое изображение нельзя уловить на каком-нибудь экране.

Образование действительного изображения, получаемого в результате физического пересечения лучей, показано на рис. I. 29 для положительной системы и на рис. I. 30, *г* — для отрицательной. Такое изображение можно уловить на экране.

Мнимым может быть не только изображение, но и предмет. Последний находится в таком случае в правой части чертежа

и образуется мысленным продолжением падающих на систему лучей, как показано на рис. I. 30, б, г и д. На рис. I. 30, д представлен случай, когда и предмет, и изображение мнимые. Такой случай возможен только при рассеивающей оптической системе.

Доказанное выше постоянство линейного увеличения в паре сопряженных плоскостей, перпендикулярных к оптической оси,

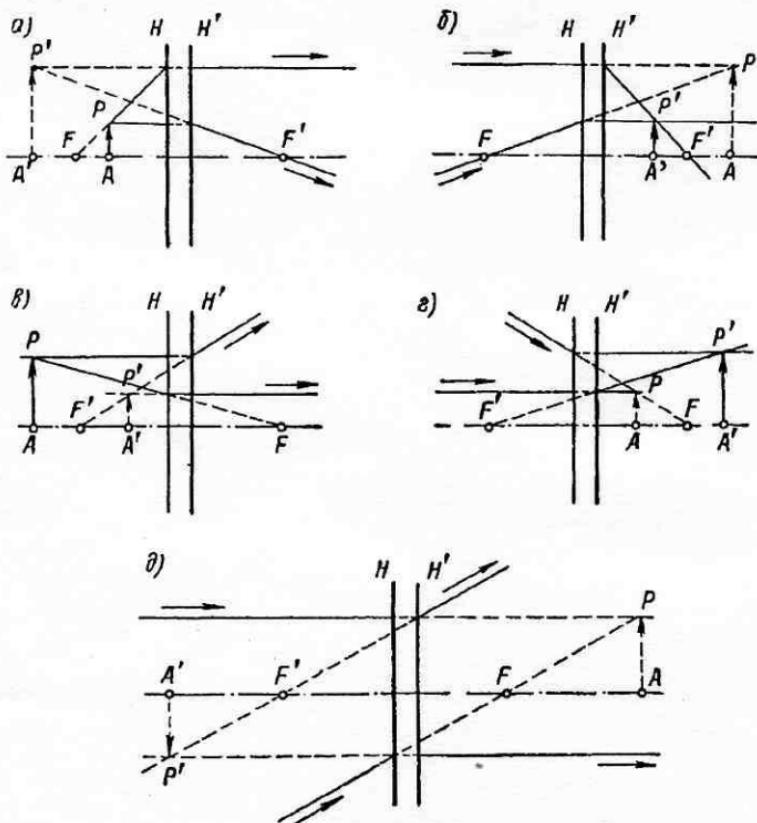


Рис. I. 30

приводит к тому, что изображение предмета, лежащего в перпендикулярной к оси плоскости, всегда подобно предмету. Если же предмет лежит в плоскости, не перпендикулярной к оси системы, подобие это может нарушаться. Оно нарушается особенно резко, если предмет лежит в меридиональной плоскости. Это наглядно обнаруживается при решении следующей задачи: требуется найти изображение окружности радиуса r , лежащей в меридиональной плоскости; центр окружности лежит на оптической оси на расстоянии x_0 от переднего фокуса системы с заданными фокусными расстояниями f и f' (рис. I. 31).

Уравнение данной окружности имеет вид:

$$y^2 + (x_0 - x)^2 = r^2 \quad (I. 87)$$

Пользуясь формулой Ньютона (I. 74) и выражением (I. 73), перейдем от величин x и y к величинам x' и y' и получим уравнение кривой, служащей изображением данной окружности:

$$f'^2 y'^2 + (x_0 x^2 - ff')^2 = r^2 x'^2. \quad (I. 88)$$

Это — уравнение кривой второго порядка. Исследуя его, находим расстояние x'_c от заднего фокуса F' до центра C' кривой:

$$x'_c = \frac{ff' x_0}{x_0^2 - r^2}. \quad (I. 89)$$

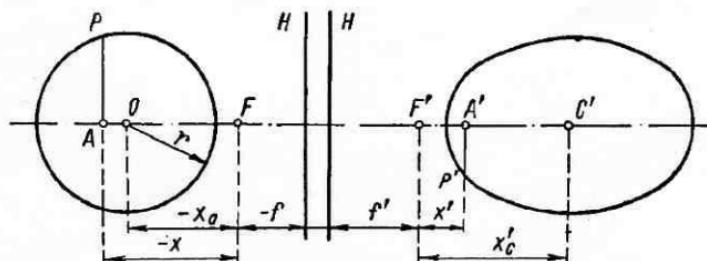


Рис. I. 31

Следует заметить, что центр O окружности и центр C' искомой кривой не сопряжены друг с другом. Дальнейшее исследование уравнения (I. 88) приводит к таким результатам.

1. Если $|x_0| > r$ и точка F лежит вне заданной окружности, кривая (I. 88) — эллипс с полуосами:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{ff'r}{x_0^2 - r^2}; \\ b &= \frac{fr}{\sqrt{x_0^2 - r^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (I. 90)$$

2. Если $|x_0| = r$ и точка F лежит на окружности, кривая (I. 88) — парабола, параметр p которой имеет значение

$$p = \frac{f}{f'} r, \quad (I. 91)$$

а вершина удалена от точки F' на расстояние x'_c , определяемое по формуле

$$x'_c = \frac{ff'}{2r}. \quad (I. 92)$$

3. Наконец, если $|x_0| < r$ и точка F находится внутри окружности, кривая (I. 88) — гипербола. Ее полуось (лежащая на оси) выражается тоже первой формулой (I. 90), а полуось b вычисляется по формуле

$$b = \frac{fr}{\sqrt{r^2 - x_0^2}}. \quad (\text{I. 93})$$

4. Окружность может изображаться окружностью при выполнении условия

$$|x_0| = \sqrt{f'^2 + r^2}. \quad (\text{I. 94})$$

Формулы солинейного сродства позволяют решать задачи, связанные с оптической трансформацией, — так называется искажение формы изображения в случае, если плоскости предметов и изображений не параллельны друг другу (рис. I. 32, a). Для того чтобы наклонные плоскости $A\bar{F}$ и $\bar{F}'A'$ были сопряжены, необходимо выполнить два условия: во-первых, они должны проходить через сопряженные точки A и A' на оси и, во-вторых, они должны пересекать главные плоскости в точках \bar{B} и \bar{B}' , равно удаленных от оптической оси (правило Чапского). Плоскости $A\bar{F}$ и $B\bar{B}$, а также $\bar{F}'A'$ и $B'\bar{B}'$ пересекаются вдоль прямых, перпендикулярных к плоскости чертежа и проходящих через точки \bar{B} и \bar{B}' .

Восстановив в точках F и F' перпендикуляры к оптической оси, найдем точки \bar{F} и \bar{F}' их пересечения с плоскостями $A\bar{F}$ и $\bar{F}'A'$. В этих плоскостях устанавливаются закономерности солинейного сродства, причем отрезки $\bar{f} = \bar{B}\bar{F}$ и $\bar{f}' = \bar{B}'\bar{F}'$ играют роль фокусных расстояний. Пусть заданы отрезок s и угол α . Пользуясь формулой отрезков, найдем s' :

$$s' = \frac{s\bar{f}'}{s-\bar{f}}. \quad (\text{I. 95})$$

По чертежу определяем

$$\bar{B}\bar{B} = B'B' = s \operatorname{tg} \alpha = s' \operatorname{tg} \alpha'. \quad (\text{I. 96})$$

Это позволяет найти угол α' :

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{s}{s'} \operatorname{tg} \alpha = \frac{s-f}{f'} \operatorname{tg} \alpha. \quad (\text{I. 97})$$

Наконец, пользуясь чертежом, получим

$$\left. \begin{aligned} \bar{f} &= \frac{f}{\cos \alpha}; \\ \bar{f}' &= \frac{f'}{\cos \alpha'} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 98})$$

Наклонную плоскость предметов $A\bar{F}$ повернем вокруг линии ее пересечения с передней главной плоскостью, чтобы плоскость $A\bar{F}$ была перпендикулярна к плоскости $B\bar{B}'$. Таким же образом повернем наклонную плоскость изображений $\bar{F}A'$ вокруг оси, проходящей через точку \bar{B}' , так, чтобы она была перпендику-

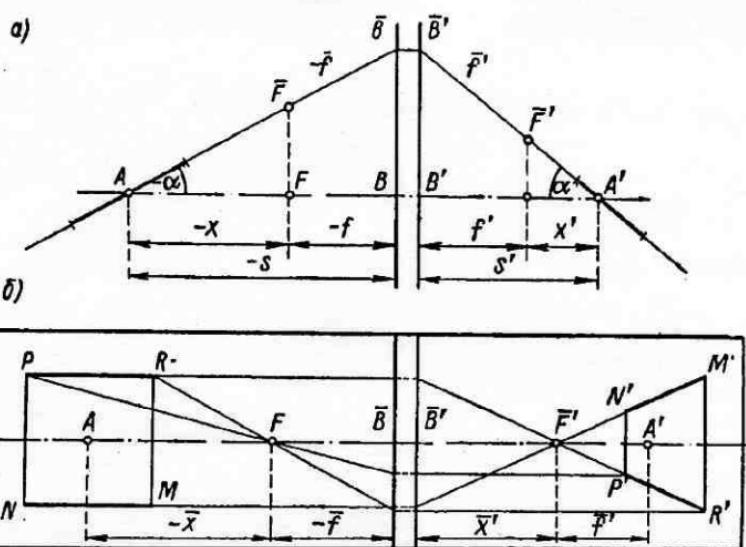


Рис. I. 32

лярна к плоскости $B'\bar{B}'$. Тогда плоскости $A\bar{F}$ и $\bar{F}'A'$ окажутся совмещенными в одну плоскость, представленную на рис. I. 32, б. В этой плоскости действуют законы солинейного сродства, как в меридиональной плоскости оптической системы. Это положение доказано автором книги в 1929 г. Оно позволяет решать на таком развернутом в одну плоскость чертеже различные задачи, пользуясь только построениями и формулами солинейного сродства. Так, например, на фиг. I. 32, б показано, что квадрат $MNPR$ изображается трапецией $M'N'P'R'$.

§ 13. Угловое увеличение оптической системы

Пусть луч $ADD'A'$ (рис. I. 33) образует с осью углы α и α' . Такие углы будем называть сопряженными углами. Отношение тангенсов углов α' и α назовем угловым увеличением W оптической системы:

$$W = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Напишем это выражение более кратко:

$$W = \frac{a'}{a}, \quad (I. 99)$$

подразумевая под a и a' тангенсы этих углов. С чертежа считываем, принимая во внимание знаки на чертеже:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{h}{s}; \\ a' = \frac{h}{s'} \end{array} \right\} \quad (I. 100)$$

Здесь, как и в дальнейшем изложении, под величинами a и a' подразумеваются тангенсы этих углов.

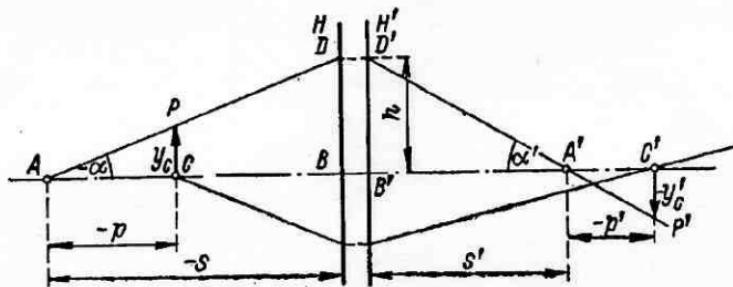


Рис. I. 33

Подставив значения (I. 100) в (I. 99), имеем после сокращения на h

$$W = \frac{s}{s'} . \quad (I. 101)$$

Применив теперь полученные выше вспомогательные выражения (I. 81), находим следующие формулы, служащие для вычисления углового увеличения W :

$$W = \frac{x}{f'} = \frac{f}{x'} . \quad (I. 102)$$

Пользуясь первой частью (I. 102) и формулой (I. 71) для линейного увеличения V , найдем выражение для произведения этих двух увеличений

$$VW = -\frac{f}{f'} = \text{const.} \quad (I. 103)$$

Произведение VW не зависит от x , а тем самым от положения предмета на оси. Оно постоянно для данной оптической системы. В частном случае, когда $f = -f'$, формула (I. 103) имеет вид:

$$VW = 1. \quad (I. 104)$$

Подставим в формулу (I. 103) значения V и W по формулам (I. 65) и (I. 99). Освободившись от знаменателей, найдем:

$$f'y'a' = -fy_a. \quad (I. 105)$$

Это выражение известно под названием формулы Лагранжа — Гельмгольца (французский математик и механик Жозеф Луи Лагранж, 1736—1813 гг. и немецкий физик и физиолог Герман Людвиг Гельмгольц, 1821—1894 гг.). Эта формула связана с соблюдением закона сохранения энергии при прохождении светового потока через оптическую систему.

Формула (I. 103) позволяет определить угловое увеличение W_k в главных точках, где $V_k = 1$. Находим: $W_k = -f/f'$. Точки K и K' на оптической оси, для которых $W_k = 1$, называются *узловыми точками* оптической системы. Положение узловых точек легко найти, полагая в выражениях (I. 102) W равным единице,

$$\left. \begin{aligned} x_k &= f'; \\ x'_k &= f. \end{aligned} \right\} \quad (I. 106)$$

На чертеже (рис. I. 34) показано положение узловых точек K и K' оптической системы. При помощи этого чертежа можно легко доказать, что расстояние KK' между узловыми точками системы равно расстоянию BB' между главными точками. В самом деле, отрезок FF' может быть выражен двояким образом:

$$FF' = -f + BB' + f' = x_k + KK' - x'_k. \quad (I. 107)$$

Из выражений (I. 106) и (I. 107) следует равенство отрезков BB' и KK' . Линейное увеличение V_k в узловых точках находится по формуле (I. 103): $V_k = -f/f'$.

Для отрезков BK и $B'K'$ находим по чертежу выражение

$$BK = B'K' = x_k + f = f' + f. \quad (I. 108)$$

В случае когда $f = -f'$, получаем из выражения (I. 106): $BK = B'K' = 0$. В этом частном случае, следовательно, узловые точки совпадают с главными.

§ 14. Продольное увеличение оптической системы

Пусть на чертеже (рис. I. 33) кроме сопряженных точек A и A' имеется вторая пара сопряженных точек C и C' . Тогда отрезки $CA = p$ и $C'A' = p'$, лежащие на оптической оси, сопряжены друг с другом. Начала этих отрезков мы условно будем считать лежащими в точках C и C' . В дальнейшем (см. гл. II, А) точкам C и C' будет придано особое значение. Вследствие принятого

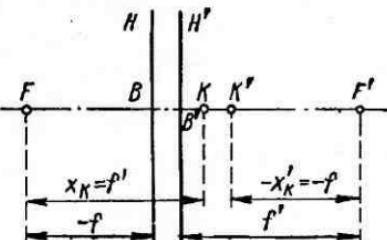


Рис. I. 34

того правила знаков при показанном на чертеже расположении оба отрезка p и p' — отрицательные.

Назовем продольным увеличением Q оптической системы отношение отрезков p и p' :

$$Q = \frac{p'}{p}. \quad (\text{I. 109})$$

Поместим в точке C предмет y_c , перпендикулярный к оптической оси. Внеосевой конец предмета P пусть лежит на луче AD . Изображение y'_c этого предмета находится у точки C' , его внеосевой конец лежит на луче $D'A'$. Из треугольников ACP и $A'C'P'$ находим, учитывая знаки на чертеже:

$$\left. \begin{array}{l} p = \frac{y_c}{a}; \\ p' = \frac{y'_c}{a'} \end{array} \right\} \quad (\text{I. 110})$$

Поэтому из выражения (I. 109) следует

$$Q = \frac{p'}{p} = \frac{y'_c}{y_c} \cdot \frac{a}{a'}. \quad (\text{I. 111})$$

Но отношение y'_c к y_c есть, очевидно, линейное увеличение V_c в точках C и C'

$$V_c = \frac{y'_c}{y_c}. \quad (\text{I. 112})$$

Кроме того, имеем

$$W = \frac{a'}{a}. \quad (\text{I. 113})$$

На основании выражений (I. 112) и (I. 113) получаем из (I. 111) удобную формулу для вычисления продольного увеличения Q

$$Q = \frac{V_c}{W}. \quad (\text{I. 114})$$

Воспользуемся постоянством произведения VW согласно формуле (I. 113)

$$VW = V_c W_c = - \frac{f}{f'}. \quad (\text{I. 115})$$

Здесь W_c — угловое увеличение в точках C и C' . Переставляя члены в выражении (I. 115), найдем

$$\frac{V_c}{W} = \frac{V}{W_c}. \quad (\text{I. 116})$$

Поэтому, кроме формулы (I. 114) для продольного увеличения, получим еще формулу

$$Q = \frac{V}{W_c}. \quad (\text{I. 117})$$

Для практических расчетов более удобна формула, в которой Q выражено через линейные увеличения V и V_c для концов отрезков p и p' . Чтобы получить такую формулу, воспользуемся сначала выражением (I. 115)

$$W_c = -\frac{f}{f'V_c}. \quad (\text{I. 118})$$

Это значение W_c подставим затем в формулу (I. 117) и получим окончательно

$$Q = -\frac{f'}{f} VV_c. \quad (\text{I. 119})$$

Представим себе, что точка C приближается к точке A . При этом точка C' приближается к точке A' , так что оба отрезка p и p' одновременно стремятся к нулю: $p \rightarrow 0$ и $p' \rightarrow 0$. Кроме того, при этом должно быть: $V_c \rightarrow V$ и $W_c \rightarrow W$. Что касается величины продольного увеличения Q , то она при этом стремится к некоторому предельному значению q , которое представляет собой продольное увеличение бесконечно малых отрезков dp и dp' :

$$q = \frac{dp'}{dp}. \quad (\text{I. 120})$$

Увеличение q называют также *продольным увеличением в точках*.

Так как $V_c \rightarrow V$ и $W_c \rightarrow W$, формулы (I. 114) и (I. 117) приводят к одному и тому же выражению для q

$$q = \frac{V}{W}. \quad (\text{I. 121})$$

Эта формула связывает все три увеличения оптической системы в паре сопряженных точек A и A' .

Из формулы (I. 119) таким же образом получается выражение

$$q = -\frac{f'}{f} V^2. \quad (\text{I. 122})$$

Пользуясь формулой (I. 71) для V и формулой Ньютона, можно получить из выражения (I. 122):

$$q = -\frac{ff'}{x^2} = -\frac{x'}{x}. \quad (\text{I. 123})$$

В случае когда $f = -f'$, формулы (I. 119) и (I. 122) упрощаются:

$$Q = VV_c \quad (\text{I. 124})$$

и

$$q = V^2. \quad (\text{I. 125})$$

§ 15. Зависимость увеличений от положения предмета и изображения

При перемещении предмета вдоль оптической оси перемещается и его изображение. В то же время меняются все увеличения оптической системы и характер изображения. Для определения величин x' , V , W и q при изменении величины x служат формулы:

$$\left. \begin{array}{l} x' = \frac{ff'}{x}; \\ V = -\frac{f}{x}; \\ W = \frac{x}{f'}; \\ q = -\frac{ff'}{x^2}. \end{array} \right\} \quad (\text{I. 126})$$

Рассматривая здесь только случай собирательной системы, с целью получения простого и наглядного результата положим: $f' = 1$ и $f = -1$. Тогда формулы (I. 126) упрощаются:

$$\left. \begin{array}{l} x' = -\frac{1}{x}; \\ V = \frac{1}{x}; \\ W = x \\ q = \frac{1}{x^2}. \end{array} \right\} \quad (\text{I. 127})$$

На основании этих формул составлена табл. I. 1 изменения увеличений и изображения при перемещении предмета.

Положение предмета, характеризуемое отрезком x , меняется в таблице в самых широких пределах: от $-\infty$ до $+\infty$. При x в пределах от $-\infty$ до 1 предмет действительный, при x в пределах от 1 до $+\infty$ — мнимый. Характер изменения изображения наглядно представлен в таблице. Таблица позволяет подметить некоторые общие закономерности:

- 1) продольное увеличение всегда положительно;
- 2) изображение перемещается всегда в том же направлении, как и предмет.

Эта закономерность известна в литературе под наименованием: принцип «куда предмет, туда изображение».

Обе эти закономерности могут нарушаться только в зеркальных оптических системах, что легко проверить на примере плоского зеркала.

Таблица I. 1

Изменение увеличений и изображения при перемещении предмета

x	x'	V	W	q	Изображение
$-\infty$	0	0	$-\infty$	0	
-5	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	-5	$\frac{1}{25}$	
-2	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-2	$\frac{1}{4}$	
-1	1	-1	-1	1	
$-\frac{1}{2}$	2	-2	$-\frac{1}{2}$	4	
$-\frac{1}{5}$	5	-5	$-\frac{1}{5}$	25	
0	$\pm\infty$	$\pm\infty$	0	$+\infty$	
$\frac{1}{5}$	-5	5	$\frac{1}{5}$	25	
$\frac{1}{2}$	-2	2	$\frac{1}{2}$	4	
1	-1	1	1	1	
2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{4}$	
5	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	5	$\frac{1}{25}$	
$+\infty$	0	0	$+\infty$	0	
					Уменьшенное
					Увеличенное
					Прямое
					Мнимое
					Перевернутое
					Действительное
					Уменьшенное

Зависимость перемещений предмета и изображения в случае $f' > 0$ и $f = -f'$ (для собирающей оптической системы) представлена на графике (рис. I. 35). Главные плоскости H и H' представлены здесь совмещенными. A_1, A_2, \dots, A_9 — последовательные положения осевой точки предмета, а A'_1, A'_2, \dots, A'_9 — сопряженные с ними осевые точки изображения. Здесь тоже видно, что изображение и предмет движутся всегда в одном направлении (направо). Пока предмет находится далеко от главных плоскостей системы, изображение движется медленнее предмета. Когда предмет (A_9) помещается на двойном фокусном расстоянии от глав-

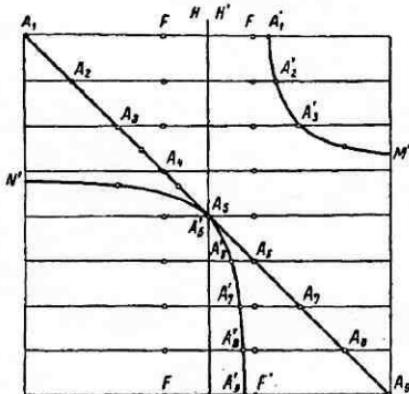


Рис. I. 35

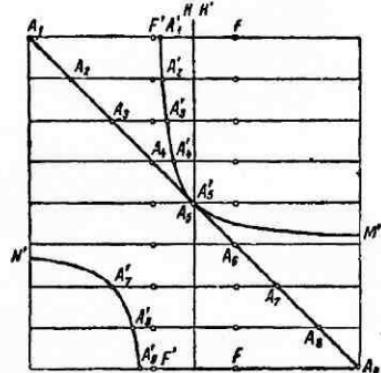


Рис. I. 36

ных точек, скорости движения предмета и изображения выравниваются. По мере приближения предмета к переднему фокусу (точка A_4) скорость изображения растет очень быстро и становится бесконечно большой при прохождении предмета через передний фокус. При этом изображение удаляется направо на бесконечность и вновь появляется из бесконечности слева. Когда предмет подходит к передней главной точке (A_5), изображение, двигаясь слева, догоняет предмет. При этом скорости их движения вторично выравниваются. Дальше изображение все больше отстает от предмета и доходит только до заднего фокуса F' системы, в то время как предмет успевает уйти направо на бесконечность.

Следует заметить, что ветвь A'_1M' графика соответствует действительному изображению, ветвь $N'A_5'$ — мнимому, а ветвь $A'_5A'_9$ — действительному изображению.

Аналогичный график (рис. I. 36) построен для рассеивающей оптической системы, причем принято: $f' < 0$ и $f = -f'$. График позволяет сделать выводы, аналогичные приведенным выше.

В. ОПТИКА НУЛЕВЫХ ЛУЧЕЙ

§ 16. О параксиальных лучах

Одной из основных задач оптики нулевых лучей (или, как ее часто называют, оптики Гаусса) является определение положения кардинальных точек центрированной оптической системы и ее фокусных расстояний. При этом мы сначала введем такое ограничение: будем рассматривать только световые лучи, образующие на всех преломляющих поверхностях бесконечно малые углы ω и ω' падения и преломления. Если преломляющая поверхность

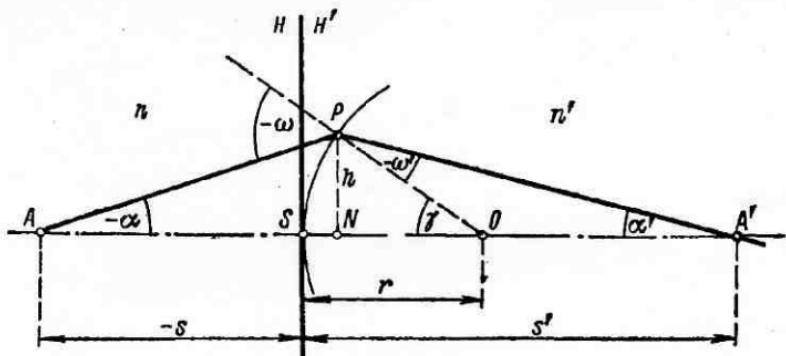


Рис. I. 37

нность разделяет две среды с показателями преломления n и n' , то закон преломления выразится формулой

$$n' \sin \omega' = n \sin \omega. \quad (\text{I. 128})$$

Если углы ω и ω' бесконечно малы, эта формула приобретает более простой вид:

$$n' \omega' = n \omega. \quad (\text{I. 129})$$

Рассмотрим теперь ход луча через одну преломляющую поверхность, показанную на рис. I. 37. Пусть это сферическая преломляющая поверхность с центром в точке O . Точку пересечения S преломляющей поверхности с оптической осью мы назовем вершиной этой поверхности. Следует заметить, что в случае одной преломляющей поверхности любая прямая, проведенная через ее центр, может быть принята за оптическую ось. Однако предположим, что рассматриваемая преломляющая поверхность входит в состав некоторой центрированной оптической системы, обладающей вполне определенным положением оптической оси.

Отрезок SO представляет собой радиус r этой сферической поверхности. Начало этого отрезка мы условимся считать лежащим в вершине S . Правило знаков для радиусов преломляющих

поверхностей можно сформулировать так: если центр поверхности расположен справа от ее вершины, то радиус считается положительным, в противном случае — отрицательным.

Пусть в среде с показателем преломления n лежит на оптической оси некоторая светящаяся точка A . Мы рассмотрим ход луча, образующего у точки A угол α с осью и падающего на преломляющую поверхность в точке P . Нормалью к преломляющей поверхности в точке падения луча P служит прямая PO . Луч AP образует с прямой PO угол падения ω . Преломленный луч PA' образует с нормалью PO угол преломления ω' . Правило знаков для углов ω и ω' : если угол образуется поворотом луча от нормали по часовой стрелке, то угол положительный, в противном случае — отрицательный.

Преломленный луч PA' проходит в среде с показателем преломления n' и встречает ось в точке A' . Введем отрезки $s = SA$ и $s' = SA'$. Начало этих отрезков будем считать лежащим в вершине S поверхности.

Следует заметить, что малость углов ω и ω' влечет за собой малость углов α и α' , так как и те и другие одновременно обращаются в нуль при приближении точки P к точке S . Здесь мы не принимаем во внимание частного случая, при котором точка A и O совпадают и углы ω и ω' обращаются в нуль независимо от величины углов α и α' .

Углы α и α' такого луча остаются малыми на протяжении его хода через весь ряд преломляющих поверхностей, образующих центрированную оптическую систему. Из точки P опустим перпендикуляр PN на оптическую ось. Нетрудно убедиться, что если угол α бесконечно мал, то и длина этого перпендикуляра $h = PN$ будет такого же порядка малости, как и угол α .

Обозначив через γ угол SOP , заметим, что угол ω — внешний угол треугольника AOP . Поэтому, учитывая знаки углов на чертеже, получаем:

$$\omega = \alpha - \gamma. \quad (I. 130)$$

Угол γ — внешний угол треугольника $OA'P$, вследствие чего можем написать

$$\omega' = \alpha' - \gamma. \quad (I. 131)$$

Благодаря (I. 130) и (I. 131) получим из (I. 129)

$$n' (\alpha' - \gamma) = n (\alpha - \gamma). \quad (I. 132)$$

Из треугольника NOP следует

$$\sin \gamma = \frac{h}{r}, \quad (I. 133)$$

а с учетом величин только первого порядка малости

$$\gamma = \frac{h}{r}. \quad (I. 134)$$

Отрезок SN — величина второго порядка малости

$$SN = h \operatorname{tg} \frac{1}{2} \gamma \approx \frac{1}{2} h \gamma. \quad (\text{I. 135})$$

Пренебрегая поэтому отрезком SN , из треугольника ANP находим

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad (\text{I. 136})$$

и аналогично из треугольника $NA'P$

$$\alpha' = \frac{h}{s'} \quad (\text{I. 137})$$

Подставляя значения углов γ , α и α' из (I. 134), (I. 136) и (I. 137) в (I. 132), после сокращения на h получим окончательно формулу

$$n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right) = n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right), \quad (\text{I. 138})$$

известную под названием формулы Аббе, хотя она была выведена еще Ньютоном.

Вследствие сделанного в начале настоящего раздела предположения о малости углов ω и ω' , а следовательно, и углов α и α' , луч APA' бесконечно близок к оптической оси. Если центрированная оптическая система состоит из ряда преломляющих (и отражающих) поверхностей, то такой луч останется бесконечно близким к оси на всем протяжении его хода через оптическую систему. Луч, который проходит внутри нитеобразного бесконечно узкого пространства, окружающего оптическую ось системы, будем называть *параксиальным лучом*.

Очевидно, что формула Аббе справедлива только для параксиальных лучей. Она связывает отрезки s и s' , позволяя определять один из них, если известен второй. Пусть, например, задан отрезок s , определяющий положение светящейся точки A . Тогда по формуле Аббе можно найти отрезок s' , который указывает положение точки A' . При этом обращает на себя внимание тот факт, что отрезок s' не зависит от угла α . Это значит, что все лучи, исходящие из точки A и образующие с осью различные, но обязательно бесконечно малые углы α , после преломления, пройдут все через одну и ту же точку. Иными словами, гомоцентрический пучок параксиальных лучей после прохождения через преломляющую поверхность остается гомоцентрическим. Это положение, очевидно, распространяется и на центрированную оптическую систему, составленную из ряда таких преломляющих поверхностей. Вследствие этого в области параксиальных лучей мы вправе применять к центрированным оптическим системам все формулы и положения солинейного сопряжения.

Формула Аббе позволяет найти фокусные расстояния преломляющей поверхности. Для этого сначала убедимся, что обе главные плоскости H и H' совпадают и проходят через вершину S преломляющей поверхности. Представим себе весьма малый предмет, как бы наложенный на поверхность у ее вершины. Очевидно, что изображение этого предмета по положению и по величине совпадает с самим предметом. Следовательно, в точке S находится совмещенная пара сопряженных точек, линейное увеличение в которых равно единице, т. е. здесь находятся совпадающие главные точки преломляющей поверхности.

Если точка A , двигаясь по оптической оси, удалится на бесконечность, то точка A' совпадает с задним фокусом F' поверхности. Поэтому можно записать условия

$$s = \infty; \quad s' = f'. \quad (\text{I. 139})$$

Подставив (I. 139) в (I. 138) и решив полученное таким образом выражение относительно f' , находим формулу для заднего фокусного расстояния преломляющей поверхности

$$f' = \frac{n'r}{n' - n}. \quad (\text{I. 140})$$

Заставив далее точку A' передвинуться по оси на бесконечность, заметим, что точка A перейдет при этом в передний фокус F поверхности. Это приводит нас к новой паре условий

$$s = f; \quad s' = \infty. \quad (\text{I. 141})$$

Подставив их в формулу Аббе (I. 138), получим выражение для переднего фокусного расстояния поверхности

$$f = -\frac{nr}{n' - n}. \quad (\text{I. 142})$$

Формулы (I. 140) и (I. 142) позволяют находить фокусные расстояния преломляющей поверхности, если известны n и r . Так, например, если свет проходит через поверхность из воздуха в стекло с $n = 1,5$, получим: $f = -2r$; $f' = 3r$. Если же $n = 1,6$, то будет: $f = -1,667r$; $f' = 2,667r$.

Формулы (I. 140) и (I. 142) можно применить для определения отношения фокусных расстояний преломляющей поверхности:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}. \quad (\text{I. 143})$$

Это весьма важное выражение мы получили здесь применительно к одной преломляющей поверхности. Ниже будет показано, что формула (I. 143) справедлива для любой оптической системы.

§ 17. Оптические инварианты

Пусть имеется функция, связывающая параметры (углы, отрезки, высоты) хода луча в среде, предшествующей некоторой преломляющей поверхности. Если мы заменим эти параметры аналогичными параметрами, относящимися к среде, следующей за данной преломляющей поверхностью, то мы как бы совершим переход через эту поверхность. Мы условимся называть инвариантом такую функцию параметров хода луча, которая при переходе через преломляющую поверхность не меняет своего численного значения. Математически инвариант может быть представлен в виде совершенно симметричного уравнения, причем стороны

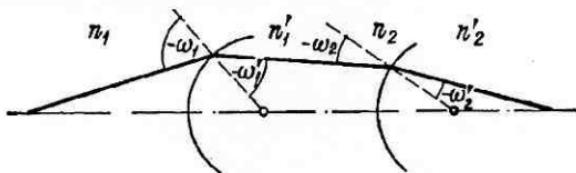


Рис. I. 38

уравнения отличаются друг от друга только тем, что входящие в них величины относятся к разным средам.

Примером инварианта может служить закон преломления:

$$n \sin \omega = n' \sin \omega'. \quad (\text{I. 144})$$

Формула Аббе (I. 138) — тоже инвариант. Величина r в равной мере относится к обеим средам, разделяемым преломляющей поверхностью. Поэтому присутствие величины r в левой и правой частях формулы Аббе не нарушает ее инвариантности.

Приведенные здесь инварианты сохраняют численное значение только при переходе через одну преломляющую поверхность. Поясним это положение на примере закона преломления, пользуясь обозначениями, введенными на рис. I. 38, где представлен ход луча через две последовательные преломляющие поверхности.

Напишем выражения закона преломления для каждой поверхности:

$$n_1 \sin \omega_1 = n'_1 \sin \omega'_1; \quad n_2 \sin \omega_2 = n'_2 \sin \omega'_2. \quad (\text{I. 145})$$

Имеют ли произведения $n \sin \omega$ в обеих формулах (I. 145) одно и то же значение? Или, другими словами, можно ли поставить знак равенства между уравнениями (I. 145)? Мы видим, что $n_2 = n'_1$, так как эти величины относятся к одной среде. Однако $\omega_2 \neq \omega'_1$. Поэтому знак равенства между выражениями (I. 145) поставлен быть не может, а произведение $n \sin \omega$ сохраняет численное значение только при переходе через одну поверхность.

То же самое можно сказать и относительно инварианта Аббе (I. 138). Но существуют инварианты, сохраняющие численное значение при прохождении через целую оптическую систему, составленную из любого числа преломляющих поверхностей. Такие инварианты называются полными инвариантами.

Рассмотрим здесь пример полного инварианта. В разделе «Оптика солинейного сродства» мы получили формулу Лагранжа—Гельмгольца:

$$fay = -f'a'y'. \quad (\text{I. 146})$$

Это — не инвариант, так как знак минус нарушает инвариантность. Но формула (I. 146) может быть применена к любой оптической системе (в области параксиальных лучей).

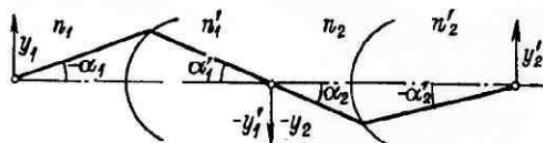


Рис. I. 39

Мы применим формулу (I. 146) к одной преломляющей поверхности, для которой справедливо соотношение (I. 143). Вследствие этого найдем из (I. 146):

$$fay = n'a'y'. \quad (\text{I. 147})$$

Этот инвариант называется инвариантом Лагранжа—Гельмгольца. Мы показали его справедливость для одной преломляющей поверхности.

Покажем теперь, что он справедлив также и для двух поверхностей, пользуясь обозначениями, введенными на рис. I. 39. Напишем выражение (I. 147) для каждой из двух поверхностей:

$$n_1 a_1 y_1 = n'_1 a'_1 y'_1; \quad n_2 a_2 y_2 = n'_2 a'_2 y'_2. \quad (\text{I. 148})$$

Обратившись к чертежу, видим, что $n_2 = n'_1$; $a_2 = a'_1$; $y_2 = y'_1$. А потому $n_2 a_2 y_2 = n'_1 a'_1 y'_1$. Этим мы доказали, что численное значение инварианта Лагранжа—Гельмгольца сохраняется при прохождении лучей через две преломляющие поверхности. Но очевидно, что это доказательство легко распространяется на любое число преломляющих поверхностей. Поэтому инвариант Лагранжа—Гельмгольца — полный инвариант, справедливый для любой оптической системы в области параксиальных лучей.

Формула Лагранжа—Гельмгольца (I. 146) также справедлива для любой оптической системы. Деля (I. 146) на (I. 147), получим после перестановки членов пропорции

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}. \quad (\text{I. 149})$$

Раньше выражение (I. 143) было получено нами применительно к одной преломляющей поверхности. Теперь мы доказали его справедливость для любой оптической системы.

Если в пространствах предметов и изображений одна и та же среда (обычно воздух), имеем $n = n'$, и из (I. 149) следует

$$f = -f'. \quad (\text{I. 150})$$

Это и есть тот частный случай, на который мы указывали в разделе «Оптика солинейного сродства» и который очень часто встречается в практике конструирования оптических приборов. Случай, когда $n \neq n'$, встречаются редко. Примером, когда в пространстве предметов не воздух, а жидкость с более высоким показателем преломления, может служить объектив иммерсионного микроскопа. Примером, когда не воздушная среда находится в пространстве изображений, является глаз человека.

§ 18. О нулевых лучах

Параксиальные лучи, с которыми мы оперировали в двух предыдущих параграфах, очень неудобны для практических вычислений и конструкторских работ из-за бесконечно малых углов и высот, образуемых этими лучами. Мы установим здесь понятие о нулевых лучах, более удобных для указанных целей.

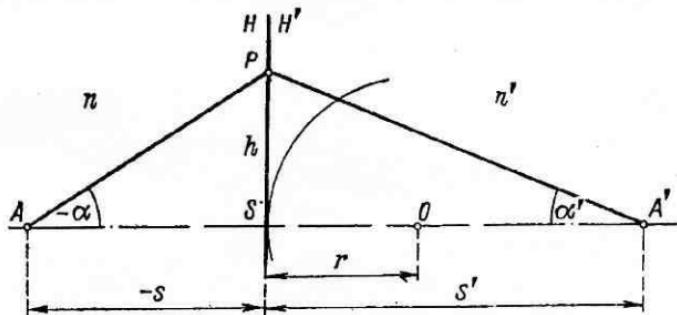


Рис. I. 40

Рассмотрим снова одну преломляющую поверхность, пользуясь обозначениями, показанными на рис. I. 40. Отрезки s и s' — это отрезки параксиального луча, исходящего из точки A на оптической оси и приходящего в сопряженную точку A' .

Выберем теперь произвольную точку P , лежащую на совпадающих главных плоскостях HH' на конечном расстоянии h от вершины S поверхности. Точку P мы соединим прямыми с точками AA' . Полученная таким образом ломаная линия APA' и называется *нулевым лучом*. Нулевой луч — это фиктивный луч; он в действительности не может существовать в оптических

системах уже хотя бы потому, что он преломляется не на преломляющей поверхности, а в точке P , лежащей внутри одной из сред, разделяемых этой поверхностью. Несмотря на это, он оказывается очень удобным в работе конструктора благодаря следующим его свойствам: 1) он засекает на оптической оси отрезки s и s' параксиального луча; 2) его высоты h , засекаемые им на главных плоскостях преломляющих поверхностей, обычно немного отличаются от высот реального луча, проходящего через оптическую систему; 3) то же можно сказать и об углах α и α' нулевого и реального лучей; 4) формулы для расчета хода нулевого луча значительно проще аналогичных формул для реального луча. Особенно важно последнее обстоятельство, открывающее широкую возможность аналитического исследования встречающихся в инженерной практике конструкторских задач.

§ 19. Расчет хода нулевого луча

Из чертежа (рис. I. 40) следует:

$$\alpha = \frac{h}{s}; \quad \alpha' = \frac{h}{s'}. \quad (I. 151)$$

Здесь, как и в солинейном сродстве, величины α и α' представляют собой тангенсы углов, обозначенных этими буквами на чертеже.

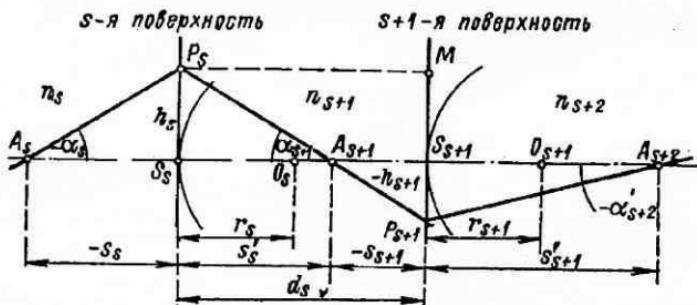


Рис. I. 41

Помножив почленно формулу Аббе (I. 138) на конечную величину h , на основании (I. 151) получим после очевидных преобразований выражение для α'

$$\alpha' = \frac{n}{n'} \alpha + h \frac{n' - n}{n' r}. \quad (I. 152)$$

Эта формула будет в дальнейшем использована для расчета хода нулевого луча. Но сначала необходимо ввести нумерацию всех его параметров во избежание путаницы в процессе численных расчетов.

Эта нумерация, которой мы будем придерживаться на протяжении всего курса, показана на рис. I. 41. Здесь представлены

две соседние преломляющие поверхности — s -я и $s+1$ -я — оптической системы, состоящей из m поверхностей. Все параметры, характеризующие самую оптическую систему (r_s, d_s и n_s), а также и параметры хода нулевого луча (a_s, h_s, s_s и s_s') перенумерованы по ходу этого луча.

Параметры, характеризующие данную оптическую систему, принято выписывать в определенном порядке, представленном на схеме:

$r_1 = \dots$	$d_1 = \dots$	$n_1 = \dots$
$r_2 = \dots$	$d_2 = \dots$	$n_2 = \dots$
\dots	\dots	\dots
\dots	\dots	\dots
$r_3 = \dots$	$d_{s-1} = \dots$	$n_s = \dots$
$r_{s+1} = \dots$	$d_s = \dots$	$n_{s+1} = \dots$
\dots	$d_{s+1} = \dots$	$n_{s+2} = \dots$
\dots	\dots	\dots
\dots	$d_{m-1} = \dots$	$n_m = \dots$
$r_m = \dots$		$n_{m+1} = \dots$

Применяя формулу I. 152 к s -й преломляющей поверхности, получим ее в виде, удобном для практических вычислений:

$$a_{s+1} = \frac{n_s}{n_{s+1}} a_s + h_s \frac{n_{s+1} - n_s}{n_{s+1} r_s}. \quad (\text{I. 153})$$

Эта формула служит для последовательного вычисления всех углов a_s . При этом, однако, нужна еще вторая формула для последовательного определения величин h_s , входящих в выражение (I. 153). Такая формула легко находится из рассмотрения треугольника $P_s M P_{s+1}$ (рис. I. 41)

$$h_{s+1} = h_s - a_{s+1} d_s. \quad (\text{I. 154})$$

При составлении схем и программ для выполнения расчета хода нулевого луча вычислителями или электронными счетными машинами целесообразно ввести в формулы (I. 153) и (I. 154) изменения, уменьшающие число математических операций. Для этого введем вспомогательную величину γ_s , связанную с a_s зависимостью:

$$\gamma_s = n_s a_s. \quad (\text{I. 155})$$

Следует заметить, что при $n_s = 1$ (воздух) получим: $\gamma_s = a_s$.

Вводя вместо углов a_s вспомогательные величины γ_s , получим из (I. 153)

$$\gamma_{s+1} = \gamma_s + h_s \frac{n_{s+1} - n_s}{r_s} \quad (\text{I. 156})$$

и из (I. 154)

$$h_{s+1} = h_s - \gamma_{s+1} \frac{d_s}{n_{s+1}}. \quad (I. 157)$$

За счет незначительного усложнения формулы (I. 154) мы, таким образом, достигли существенного снижения числа математических операций при расчете по формуле (I. 153).

Расчет хода нулевого луча часто применяется для вычисления положения заднего фокуса оптической системы и ее заднего фокусного расстояния. В таком случае следует принять α_1 равным нулю. Независимо от выбора высоты h_1 луча в пространстве пред-

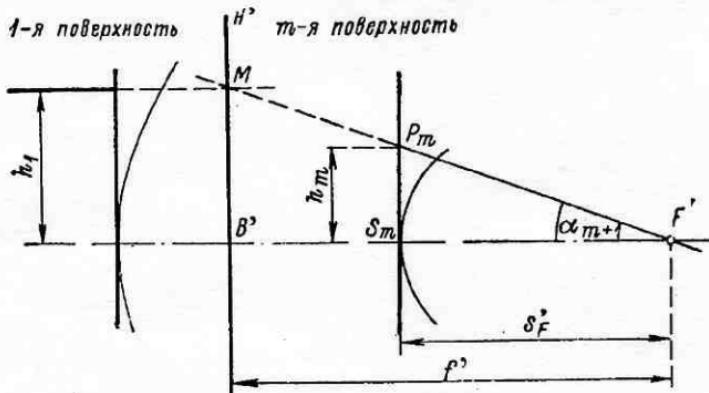


Рис. I. 42

метов такой луч пересечет ось в пространстве изображений в заднем фокусе F' системы. Это представлено на рис. I. 42, где показаны лишь первая и m -я (последняя) преломляющие поверхности системы.

В результате расчета хода нулевого луча по заданному h_1 при $\alpha_1 = 0$ находятся: высота h_m на главных плоскостях последней поверхности и последний угол α_{m+1} , образованный лучом с осью. Задний фокальный отрезок s'_F , определяющий положение заднего фокуса F' системы, находится из треугольника $P_m S_m F'$:

$$s'_F = \frac{h_m}{\alpha_{m+1}}. \quad (I. 158)$$

Кроме того, мы можем определить и заднее фокусное расстояние f' оптической системы, для чего требуется сначала найти положение задней главной плоскости H' этой системы. Высота входящего в систему луча, параллельного оси, на передней главной плоскости H системы равна h_1 , где бы эта плоскость ни находилась. Вследствие того, что линейное увеличение в главных плос-

костях системы равно единице, высота, засекаемая лучом $P_m F'$ на задней главной плоскости H' , тоже должна быть равна h_1 .

Теперь производим следующее простое построение для нахождения положения задней главной плоскости. Находим точку M пересечения входящего и выходящего лучей (или их продолжений). Заднюю главную плоскость H' проводим через точку M перпендикулярно к оптической оси. Отрезок $f' = B'F'$ и будет фокусным расстоянием оптической системы. Пользуясь этим построением, найдем из треугольника $MB'F'$ формулу для вычисления фокусного расстояния:

$$f' = \frac{h_1}{\alpha_{m+1}}. \quad (I. 159)$$

На основании формул (I. 156)–(I. 159) составлена приводимая ниже схема (табл. I. 2) для расчета хода лучей при помощи

Таблица I.2

Схема расчета хода нулевого луча при $\alpha_1 = 0$

Поверхности		
1-я	s-я	m-я
	$\frac{\lg h_s}{\lg(n_{s+1} - n_s)} \cdot \frac{\operatorname{colg} r_s}{\lg N_s}$	$\frac{\lg h_m}{\lg(n_{m+1} - n_m)} \cdot \frac{\operatorname{colg} r_m}{\lg N_m}$
$\gamma_2 = \pm(n_2 - n_1)$	$+ \frac{\gamma_s}{N_s}$	$+ \frac{\gamma_m}{N_m}$
$\frac{\lg \gamma_2}{\lg N'_1} \cdot \frac{\lg d_1}{\operatorname{colg} n_2}$	$\frac{\lg \gamma_{s+1}}{\lg d_s} \cdot \frac{\operatorname{colg} n_{s+1}}{\lg N'_s}$	$\frac{\lg h_m}{\operatorname{colg} \alpha_{m+1}} \cdot \frac{\operatorname{colg} s'_F}{\lg s'_F}$
$-\frac{h_1}{N'_1}$	$-\frac{h_s}{N_s}$	$\frac{\lg h_1}{\operatorname{colg} \alpha_{m+1}} \cdot \frac{\operatorname{colg} f'}{\lg f'}$
		$f' = \dots$

логарифмических таблиц. Каждый столбец этой схемы соответствует одной преломляющей поверхности. Схема первой поверхности получилась особенно простой вследствие того, что $\alpha_1 = 0$ и произвольная высота h_1 принята равной абсолютной величине первого радиуса r_1 .

В схему m -й поверхности введено заключительное вычисление по формулам (I. 158) и (I. 159).

На рис. I. 43 представлен ход реального луча через две поверхности оптической системы. Пользуясь этим чертежом и вве-

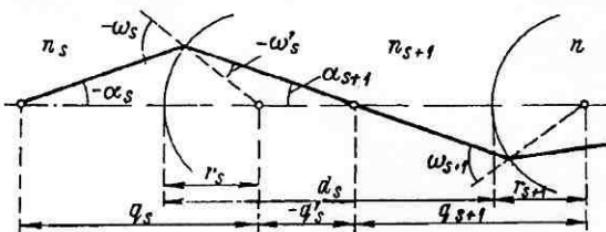


Рис. I. 43

денными на нем обозначениями, получаем следующую сводку формул для выполнения расчета хода такого луча:

$$\left. \begin{aligned}
 K_s &= d_s + r_{s+1} - r_s; \\
 q_s &= K_{s-1} + q'_{s-1}; \\
 \sin \omega_s &= \frac{q_s}{r_s} \sin \alpha_s; \\
 \sin \omega'_s &= \frac{n_s}{n_{s+1}} \sin \omega_s; \\
 \alpha_{s+1} &= \alpha_s + \omega'_s - \omega_s; \\
 q'_s &= r_s \frac{\sin \omega'_s}{\sin \alpha_{s+1}}.
 \end{aligned} \right\} \quad (I. 160)$$

При помощи формул (I. 160) составлена схема расчета хода крайнего луча (табл. I. 3). В графе «Заключительные вычисления» приводится расчет ошибки δ_s заднего отрезка (сферическая aberrация) и ошибки δ'_s заднего фокусного расстояния (ошибки закона синусов).

Таблица I.3

Схема расчета хода крайнего луча при $\alpha_1 = 0$

Поверхности		Заключительные вычисления
1-я	s-я	
	$K_s = d_s + r_{s+1} - r_s$	
	$\frac{K_{s-1}}{q'_s - 1}$	$\frac{-r_m}{q'_m}$
	$\frac{s'_m}{s_m}$	$\frac{-s'_m}{\delta s' m}$
		(нулевого луча)
$\lg h_1$	$\lg q_s$	$\lg h_1$
$\frac{\operatorname{colg} r_1}{\lg \sin \omega_1}$	$\lg \sin \alpha_s$	$\frac{\operatorname{colg} \sin \alpha_{m+1}}{\lg F'}$
$\frac{\lg (n_1 : n_2)}{\lg \sin \omega_1}$	$\frac{\operatorname{colg} r_s}{\lg \sin \omega_s}$	
$\frac{\lg r_1}{\operatorname{colg} \sin \alpha_2}$	$\frac{\lg (n_s : n_{s+1})}{\lg \sin \omega'_s}$	$\frac{-F'}{f'}$
$\frac{\lg q'_1}{\omega'_1 - \omega_1}$	$\frac{\operatorname{colg} \sin \alpha_{s+1}}{\lg q'_s}$	(нулевого луча)
	$\frac{\omega'_s}{\omega_s}$	$\frac{\delta f'}{\delta f'}$
	\dots	
	$\frac{- \alpha_s }{\alpha_{s+1}}$	

§ 20. Замечания о практике оптических вычислений

Вычисление хода нулевых и реальных лучей в практике заводов и институтов оптической промышленности обычно выполняются либо специальными вычислителями при помощи логарифмических таблиц и арифмометров, либо электронными вычислительными машинами. Для вычислений при помощи логарифмических таблиц можно рекомендовать «Логарифмо-тригонометрические таблицы для нового (десятичного) деления с шестью знаками» В. Иордана, так как эти таблицы обеспечивают нужную в оптических расчетах высокую точность и в то же время удобны для использования благодаря введенному в них десятичному делению углов.

Во избежание появления в вычислениях отрицательных логарифмов (характеристик и мантисс) применяются следующие два простых приема.

Во-первых, отрицательные характеристики вычтутся из десяти. Так, например, мы пишем:

$$\lg 20,000000 = 1,301030; \lg 2,000000 = 0,301030; \lg 0,200000 = -9,301030; \lg 0,020000 = 8,301030 \text{ и т. д.}$$

Во-вторых, применяются вместо отрицательных (т. е. вычитаемых) логарифмов так называемые кологарифмы (*colg*), определяемые формулой: $\text{colg } x = 10 - \lg x$. Вычитание из десяти легко выполняется в уме: все цифры, кроме последней, вычитываются из девяток, а последняя — из десятки.

Расчет хода нулевого луча проще и быстрее выполняется на арифмометре. Вычислители всегда работают парами, т. е. два вычислителя выполняют один и тот же расчет, сверяя получающиеся результаты. Таким образом исключаются случайные ошибки.

Применение в вычислительной работе цифровых электронных вычислительных машин (ЦЭВМ) оказывается весьма эффективным. Приведенные выше схемы (табл. I. 2 и I. 3) должны быть превращены в программы, что является весьма трудоемким и сложным процессом. Однако полученные один раз программы могут затем применяться для подобных расчетов с различными численными значениями входных данных. Применение ЦЭВМ открывает возможность автоматизации работ по расчету оптических систем. Действительно, по специально составленным программам вычислительная машина сама будет подбирать параметры рассчитывающей системы таким образом, чтобы последняя удовлетворяла ряду условий (например, устранение некоторых или всех aberrаций и т. д.).

§ 21. Отдельная линза в воздухе

Отдельная линза в воздухе широко применяется в оптическом приборостроении. Есть оптические приборы, содержащие всего лишь одну линзу (лупы) или две линзы (очки). Но чаще отдельная линза входит в состав более сложных оптических систем, например окуляров зрительных труб, фотографических объективов, объективов для микроскопов.

На рис. I. 44 представлено шесть типичных форм линз: в верхнем ряду — три собирательные или положительные линзы ($f' > 0$); в нижнем — три рассеивающие или отрицательные линзы ($f' < 0$). По известному эмпирическому правилу у положительных линз толщина у края меньше, чем у оси; у отрицательных линз — наоборот. Однако существуют такие переходные формы линз, в применении к которым это правило не дает отчетливого и однозначного ответа.

Наиболее простыми в смысле технологии их изготовления являются плоско-выпуклая и плоско-вогнутая линзы (левый вертикальный ряд). Они наиболее экономичны в изготовлении, а потому везде, где это допустимо с точки зрения качества изображения, следует применять линзы этой формы. Математически эти линзы характеризуются тем, что один из их радиусов (на чертеже — первый) равен бесконечности: $r_1 = \infty$.

Двояковыпуклая и двояковогнутая линзы (средний вертикальный ряд) отличаются тем, что их радиусы имеют разные знаки. Так, у двояковыпуклой линзы $r_1 > 0$; $r_2 < 0$. У двояковогнутой, наоборот, $r_1 < 0$; $r_2 > 0$. В частном случае линзы могут быть симметричными при условии $r_2 = -r_1$.

Если оба радиуса линзы имеют один и тот же знак (на чертеже — положительный), то линза называется *мениском*. Для положительного мениска справедливо условие $r_2 \geq r_1$, а для отрицательного $r_2 < r_1$ (при тонких линзах). Эти условия остаются в силе и в случае, если линзы будут перевернуты.

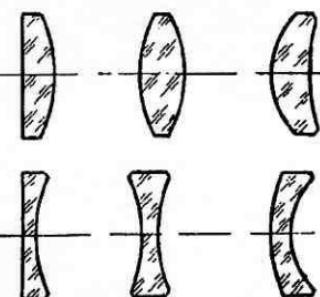


Рис. I. 44

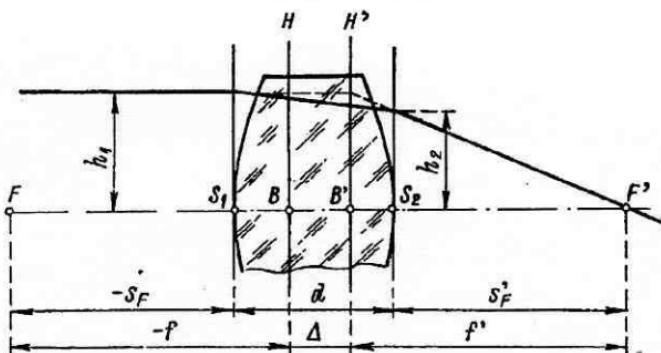


Рис. I. 45

На рис. I. 45 представлена схема хода нулевого луча через отдельную линзу в воздухе. Пользуясь введенными на этом чертеже обозначениями, рассчитаем ход нулевого луча в алгебраическом виде, положив: $\alpha_1 = 0$, а h_1 выбрав произвольно. Применив (I. 153) к первой преломляющей поверхности линзы, получим:

$$a_2 = h_1 \frac{n - 1}{nr_1}. \quad (\text{I. 161})$$

Таким же образом по (I. 154) находим

$$h_2 = h_1 - \alpha_2 d. \quad (\text{I. 162})$$

Отсюда на основании (I. 161)

$$h_2 = h_1 \left(1 - \frac{n-1}{nr_1} d \right). \quad (\text{I. 163})$$

Прилагая формулу (I. 153) ко второй поверхности линзы, найдем с учетом (I. 162) и (I. 163)

$$\alpha_3 = h_1 \left[(n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{nr_1 r_2} d \right]. \quad (\text{I. 164})$$

На этом заканчивается расчет нулевого луча, и нам остается лишь воспользоваться формулами (I. 158) и (I. 159) для заключительного вычисления.

Введем понятие о силе Φ оптической системы

$$\Phi = \frac{1}{f}. \quad (\text{I. 165})$$

Силой оптической системы мы называем обратную величину заднего фокусного расстояния этой системы. Такое название величины Φ объясняется тем, что чем короче фокусное расстояние системы, тем сильнее она преломляет лучи входящего в нее пучка лучей.

Вследствие (I. 165) и (I. 159) имеем

$$\Phi = \frac{\alpha_3}{h_1}, \quad (\text{I. 166})$$

а подставив сюда α_3 из (I. 164), получим окончательную формулу для силы линзы в воздухе

$$\Phi = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{nr_1 r_2} d. \quad (\text{I. 167})$$

Из (I. 158) находится задний фокальный отрезок s'_F линзы

$$s'_F = \frac{h_1 h_2}{\alpha_3} = \frac{h_1 h_2}{h_1} = \frac{h_2}{\alpha_3}. \quad (\text{I. 168})$$

Первая дробь в правой части (I. 168) есть величина f' . Подставив в (I. 168) значение h_2 по (I. 163), получим окончательно

$$s'_F = f' \left(1 - \frac{n-1}{nr_1} d \right). \quad (\text{I. 169})$$

Переднее фокусное расстояние f линзы находится легко по (I. 149): $f = -f'$. Но для определения переднего фокального отрезка s_F нужно рассчитать ход нулевого луча через перевернутую

линзу. Однако можно получить выражение для s_F и не выполняя такого расчета. При переворачивании линзы ее радиусы, очевидно, изменят свои знаки и поменяются местами. Рассматривая формулу (I. 167), нетрудно убедиться, что при такой операции сила ϕ останется неизменной, а следовательно, не изменится и фокусное расстояние. Тогда задний фокальный отрезок \bar{s}'_F перевернутой линзы может быть представлен по аналогии с (I. 169):

$$\bar{s}'_F = f' \left(1 + \frac{n-1}{nr_2} d \right). \quad (\text{I. 170})$$

Но очевидно, что передний фокальный отрезок s_F неперевернутой линзы и задний фокальный отрезок \bar{s}'_F перевернутой линзы связаны зависимостью

$$s_F = -\bar{s}'_F. \quad (\text{I. 171})$$

Поэтому находим окончательную формулу

$$s_F = -f' \left(1 + \frac{n-1}{nr_2} d \right). \quad (\text{I. 172})$$

По рис. I. 45 можно установить, что формулы (I. 167), (I. 169) и (I. 172) определяют положение всех четырех кардинальных точек линзы: F и F' , B и B' . Эти формулы могут быть использованы для исследования всевозможных конструктивных задач, связанных с расчетом линз.

Пусть, например, поставлена задача определить, при какой форме линзы ее главные точки B и B' совпадают. По рис. I. 45 находим, что расстояние Δ между точками B и B' определяется выражением

$$\Delta = -s_F + d + \bar{s}'_F - 2f'. \quad (\text{I. 173})$$

Подставив сюда значения отрезков s_F и \bar{s}'_F по (I. 172) и (I. 169), получим после простых преобразований

$$\Delta = f'd \left[\phi - \frac{n-1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right]. \quad (\text{I. 174})$$

Отсюда вследствие (I. 167) находим после ряда упрощений окончательное выражение для Δ :

$$\Delta = \frac{(n-1)^2}{n} \frac{f'd}{r_1 r_2} (r_2 - r_1 + d). \quad (\text{I. 175})$$

Заметим, что, пренебрегая толщиной d во второй скобке этой формулы и подставляя в нее значение величины f' из формулы (I. 167) при $d = 0$, можно легко получить простую и удоб-

ную приближенную формулу для расстояния Δ между главными точками тонкой линзы:

$$\Delta \approx \frac{n-1}{n} d.$$

Выражение (I. 175) распадается на множители, вследствие чего получаем два решения. Первое решение: $d = 0$ (бесконечно тонкая линза). Второе решение:

$$r_1 - r_2 = d. \quad (\text{I. 176})$$

Это — условие концентричности преломляющих поверхностей линзы. Таким образом совмещенные главные (и узловые) точки имеют только два типа линз: бесконечно тонкая и концентрическая.

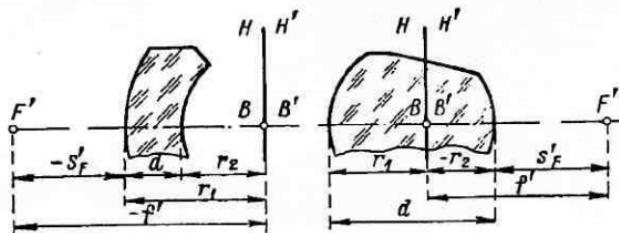


Рис. I. 46

Рассмотрим последнюю несколько подробнее. При соблюдении условия (I. 176) находим из (I. 167)

$$\varphi = -\frac{n-1}{n} \frac{d}{r_1 r_2}, \quad (\text{I. 177})$$

а потому из (I. 169) следует:

$$s'_F = f' + r_2. \quad (\text{I. 178})$$

На основании (I. 178) можно утверждать, что обе главные точки концентрической линзы совпадают с общим центром ее поверхностей. На рис. I. 46 показаны два вида концентрической линзы. Если обе поверхности линзы лежат по одну сторону от их общего центра, то оба ее радиуса имеют один и тот же знак. Из (I. 177) следует, что в этом случае линза отрицательная. Если же центр находится между поверхностями, то ее радиусы имеют различные знаки, и линза становится положительной.

Отрицательные концентрические линзы применяются в оптическом приборостроении в качестве защитных колпаков для объективных головок приборов.

Частным случаем положительной концентрической линзы является шарообразная линза, удовлетворяющая условиям:

$$r_1 > 0; r_2 = -r_1; d = 2r_1. \quad (\text{I. 179})$$

Выражение для ее силы Φ найдем из (I. 177)

$$\Phi = 2 \frac{n-1}{nr_1}. \quad (\text{I. 180})$$

По внешнему виду очень похожа на отрицательную концентрическую линзу линза с равными радиусами: $r_1 = r_2$, показанная на рис. I. 47. Для нее получаем из (I. 167)

$$\Phi = \frac{(n-1)^2 d}{nr_1^2}. \quad (\text{I. 181})$$

На основании этого выражения можно сказать, что всегда $\Phi > 0$, а поэтому такая линза всегда положительна. Вследствие (I. 181) найдем из (I. 169):

$$s'_F = f' - \frac{r_1}{n-1} \approx f' - 2r_1. \quad (\text{I. 182})$$

Последнее выражение получается при $n = 1,5$. Формула (I. 175) в случае этой линзы приводит к $\Delta = d$; следовательно, главные плоскости линзы с равными радиусами сильно вынесены в сторону выпуклой поверхности линзы, а расстояние между ними равно ее толщине.

При помощи приведенных здесь общих формул легко исследуются также плоско-выпуклая и плоско-вогнутая линзы ($r_2 = \infty$). Для силы такой линзы получаем формулу

$$\Phi = \frac{n-1}{r_1} \quad (\text{I. 183})$$

независимо от толщины d линзы. Одна главная плоскость проходит через вершину неплоской поверхности линзы, а вторая лежит внутри линзы на расстоянии d/n от ее плоской поверхности.

Подаяя $\Phi = 0$, найдем из (I. 167) следующее условие, связывающее параметры линзы:

$$n(r_1 - r_2) = (n-1)d. \quad (\text{I. 184})$$

§ 22. О сложной оптической системе

Сложной оптической системой мы назовем систему, составленную из ряда более или менее самостоятельных частей, называемых *компонентами* сложной системы. На рис. I. 48 представлен схематический ход нулевого луча через два соседних (s -й и $s+1$ -й) компонента сложной оптической системы, состоящей из m компонентов. На чертеже введены необходимые обозначения и нумерация параметров. Предполагается, что силы Φ_s всех компонентов

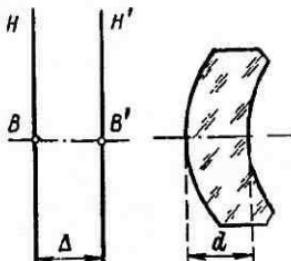


Рис. I. 47

известны. Передняя и задняя главные плоскости каждого компонента представлены условно совмещенными. В пространстве предметов, в пространстве изображений и в промежутках между компонентами предполагается воздух, а потому соответствующие показатели преломления равны единице.

Для расчета хода нулевого луча через такую сложную систему воспользуемся формулой отрезков:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}. \quad (I. 185)$$

Применимально к s -й поверхности она получает вид:

$$\frac{h_s}{s_s} - \frac{h_s}{s_s} = h_s \varphi_s. \quad (I. 186)$$

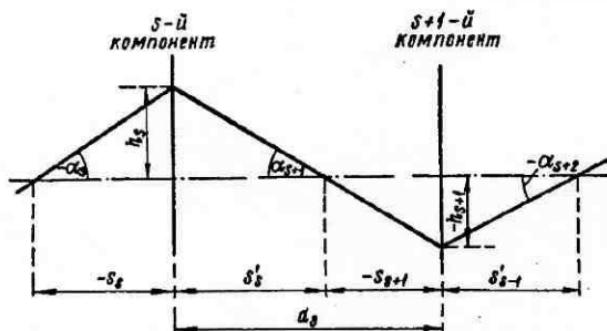


Рис. I. 48

Здесь выражение (I. 185) помножено почленно на h_s . Из рисунка следует

$$\frac{h_s}{s_s} = \alpha_s; \quad \frac{h_s}{s_s} = \alpha_{s+1}. \quad (I. 187)$$

Поэтому получим из (I. 186), решая это выражение относительно α_{s+1} , окончательную формулу

$$\alpha_{s+1} = \alpha_s + h_s \varphi_s. \quad (I. 188)$$

Формула для высот h_{s+1} остается такой же, как в случае системы из ряда преломляющих поверхностей:

$$h_{s+1} = h_s - \alpha_{s+1} d_s. \quad (I. 189)$$

Формулы (I. 188) и (I. 189) служат для расчета хода нулевого луча через сложную систему. Ими обычно пользуется конструктор в процессе разработки новой оптической системы. Очень часто расчет хода нулевого луча производится с целью нахождения заднего фокусного расстояния f' и заднего фокального отрезка s_f .

Тогда следует положить $\alpha_1 = 0$. При этом остаются в силе формулы (I. 158) и (I. 159), выведенные для системы из ряда преломляющих поверхностей.

§ 23. Оптическая система из двух компонентов

На рис. I. 49 представлен схематически ход нулевого луча через оптическую систему, состоящую из двух компонентов. Привольно выбрав высоту h_1 луча и положив $\alpha_1 = 0$, находим из (I. 188) и (I. 189), полагая значок s равным единице,

$$\alpha_2 = h_1 \varphi_1; \quad h_2 = h_1 (1 - \varphi_1 d). \quad (\text{I. 190})$$

Положив затем значок s равным двум, получаем из (I. 188) после простых преобразований

$$\alpha_3 = h_1 (\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d). \quad (\text{I. 191})$$

Теперь вследствие (I. 159) и (I. 191) имеем окончательно следующее выражение для силы φ системы из двух компонентов:

$$\varphi = \frac{\alpha_3}{h_1} =$$

$$= \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d. \quad (\text{I. 192})$$

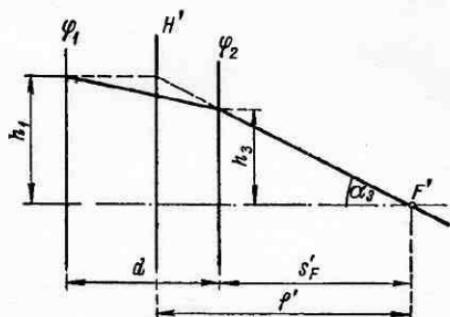
Из (I. 158) находим

$$s'_F = \frac{h_1}{\alpha_3} \frac{h_2}{h_1} = f' (1 - \varphi_1 d) \quad (\text{I. 193})$$

и окончательно

$$s'_F = \frac{1 - \varphi_1 d}{\varphi}. \quad (\text{I. 194})$$

Рис. I. 49



Для определения переднего фокального отрезка s_F представим себе, что система перевернута и при этом компоненты поменялись местами. По виду формулы (I. 192) можно утверждать, что при такой перестановке компонентов сила системы остается неизменной. Поэтому для заднего фокального отрезка s'_F перевернутой системы получаем по аналогии с выражением (I. 194)

$$\overline{s'_F} = \frac{1 - \varphi_2 d}{\varphi}. \quad (\text{I. 195})$$

Если мы теперь возвратим систему в ее первоначальное положение, то $\overline{s'_F}$ перейдет в s_F , изменив при этом знак. Поэтому мы получаем для s_F формулу

$$s_F = - \frac{1 - \varphi_2 d}{\varphi}. \quad (\text{I. 196})$$

Формулы (I. 192), (I. 194) и (I. 196) позволяют определить положение всех четырех кардинальных точек системы из двух компонентов.

В случаях когда предмет двухкомпонентной оптической системы находится на конечном расстоянии и задано линейное увеличение этой системы (рис. I. 50), можно получить формулы для нахождения отрезков s и s' . По чертежу находим

$$s = x + s_F; \quad s' = x' + s'_F. \quad (I. 197)$$

Из известных формул оптики солинейного сродства определим отрезки x и x'

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{f}{V} = \frac{f'}{V} = \frac{1}{V\varphi}; \\ x' &= -Vf' = -\frac{V}{\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (I. 198)$$

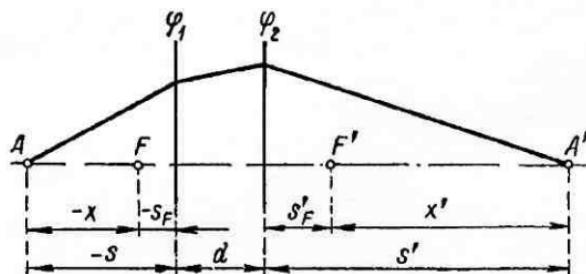


Рис. I. 50

Подставив в формулы (I. 197) значения x и x' из формул (I. 198) и значения s_F и s'_F по формулам (I. 194) и (I. 196), получим искомые выражения:

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{1}{\varphi} \left(\frac{1}{V} - 1 + \varphi_2 d \right); \\ s' &= \frac{1}{\varphi} (1 - V - \varphi_1 d). \end{aligned} \right\} \quad (I. 199)$$

Для примера рассмотрим следующую задачу (рис. I. 51). Объектив с силой φ_1 дает изображение шкалы, находящейся у точки A_0 , на экране, помещенном у точки A' , с линейным увеличением V . Если известны φ_1 и V , то, пользуясь формулой отрезков

$$\frac{1}{s'_0} - \frac{1}{s_0} = \varphi_1 \quad (I. 200)$$

и выражением для V

$$V = \frac{s'_0}{s_0}, \quad (I. 201)$$

можно определить отрезки s_0 и s'_0 :

$$s_0 = \frac{1 - V}{V\varphi_1}; \quad s'_0 = \frac{1 - V}{\varphi_1}. \quad (I. 202)$$

Если теперь после объектива с силой φ_1 на некотором расстоянии d мы поставим линзу с силой φ_2 , то на том же экране у точки A' получится изображение шкалы, помещеннойной у точки A на расстоянии a от первой шкалы, с прежним линейным увеличением V . Величина a задана. Требуется найти d и φ_2 .

По чертежу (рис. I. 51) имеем

$$-s_0 = a - s; \quad s'_0 = d + s'.$$

Пользуясь выражениями (I. 199) для s и s' системы, состоящей из объектива и включаемой линзы, и выражениями (I. 202)

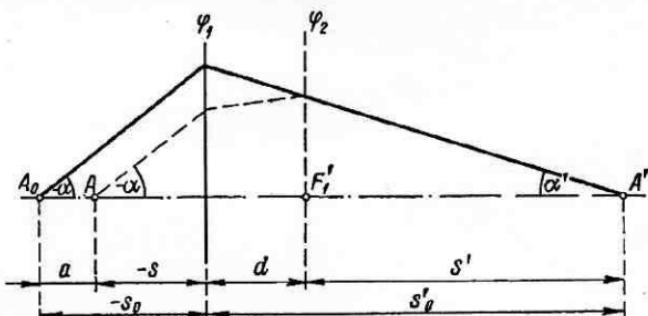


Рис. I. 51

для отрезков s_0 и s'_0 , получим для определения двух наших неизвестных два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} a + \frac{1-V}{V\varphi_1} - \frac{1-V}{V\varphi} - \frac{\varphi_2 d}{\varphi} &= 0; \\ d - \frac{1-V}{\varphi_1} + \frac{1-V}{\varphi} - \frac{\varphi_1 d}{\varphi} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 203})$$

Преобразуя второе из этих уравнений при помощи формулы (I. 192), получим после сокращения на φ_2 (φ_2 не может быть равным нулю) квадратное уравнение для d

$$d^2 - \frac{2-V}{\varphi_1} d + \frac{1-V}{\varphi_1^2} = 0. \quad (\text{I. 204})$$

Для нас представляет интерес один корень этого уравнения:

$$d = \frac{1}{\varphi_1} = f_1, \quad (\text{I. 205})$$

при котором из (I. 192) следует:

$$\varphi = \varphi_1. \quad (\text{I. 206})$$

Вводя эти значения d и ϕ в первую формулу (I.203), легко найти и силу включаемой линзы Φ_2 :

$$\Phi_2 = a\Phi_1^2. \quad (\text{I. 207})$$

Условие (I. 205) обозначает, что передняя главная плоскость линзы Φ_2 совпадает с задней фокальной плоскостью объектива Φ_1 . Прослеживая обратный ход луча от точки A' к точкам A_0 и A , нетрудно понять, что оба луча в пространстве предметов параллельны друг другу и образуют с осью один и тот же угол α (при постоянном угле α' в пространстве изображений, как показано на рис. I. 51). Поэтому оба хода лучей дают одно и то же угловое увеличение, а следовательно, и линейное.

При решении подобных задач в заводской конструкторской работе приходится часто учитывать не только конструктивные условия (например, габаритные), но и требования, предъявляемые со стороны экономичности технологии изготовления деталей и сборки прибора. Очень важно не забывать, что повышение сил применяемых линз влечет за собой уменьшение радиусов кривизны поверхностей. Это не только неблагоприятно для качества изображения (увеличение aberrаций высших порядков), но и неэкономично: на каждый корпус («чашку» или «гриб») при этом помещается меньше обрабатываемых заготовок линз, что и приводит к удешевлению продукции, выпускаемой оптическим цехом завода.

§ 24. О расчете телеобъективов

Телеобъективы — это объективы, у которых задняя главная плоскость вынесена вперед (навстречу движению света). Благодаря этому телеобъективы могут быть сделаны конструктивно компактными, не требующими большой длины корпуса (или тубуса) прибора.

Первое применение телеобъективы нашли в фотографических камерах для съемки далеких предметов (теле — далеко). Чтобы при фотографировании далеких предметов изображения были достаточно крупными, нужно, очевидно, фотографировать их при помощи более длиннофокусного объектива, чем нормальный объектив данной фотокамеры. Но применять длиннофокусный объектив в камере, предназначеннной для короткофокусного объектива, было бы затруднительно по конструктивным соображениям и неудобно в эксплуатации. Применение компактного телеобъектива устраняет все конструктивные и эксплуатационные трудности.

В последние годы телеобъективы стали широко применяться в конструкции различных зрительных труб, чем достигается повышение ряда ценных эксплуатационных свойств этих труб: уменьшение механической длины труб и их веса, снижение их чувствительности к действующим воздействиям и т. п.

В качестве примера практического применения выведенных выше формул к решению инженерных задач мы рассмотрим теперь три метода расчета телеобъективов. Один метод чисто геометрический; он может быть рекомендован для расчета телеобъективов для зрительных труб, обладающих малым углом поля зрения. Второй метод предназначается для расчета фотографических телеобъективов, обладающих, как правило, сравнительно большим углом поля зрения; при расчете таких телеобъективов целесообразно учесть некоторые возможности коррекции полевых aberrаций (так называемое условие Пецаля). Наконец, третий метод

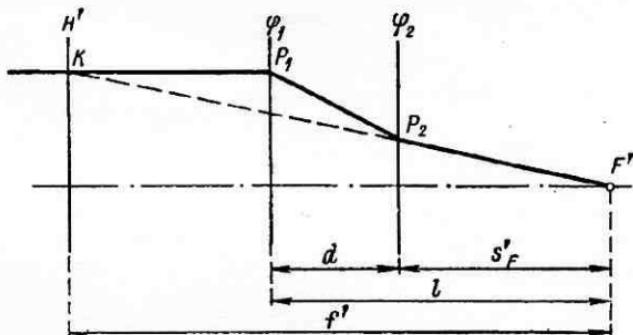


Рис. I. 52

применяется для расчета так называемых аналактических объективов геодезических инструментов.

Постановка задачи расчета телеобъектива (рис. I. 52), состоящего из двух компонентов с силами φ_1 и φ_2 , может быть геометрически представлена следующим образом. Пусть конструктору заданы две величины: фокусное расстояние f' телефотообъектива и его длина l , т. е. расстояние от главных плоскостей первого компонента до задней фокальной плоскости всего объектива. Если конструктор по каким-то соображениям задастся еще положением второго компонента (т. е. выберет величину d — расстояние между компонентами), то, как мы сейчас покажем, задача расчета телефотообъектива решается полностью.

Пусть в нашу систему входит луч, параллельный оптической оси, встречающий главные плоскости первого компонента в точке P_1 . Мы можем на чертеже построить ход луча, выходящего из системы, так как этот луч должен пройти через две известные точки: через задний фокус F' телефотообъектива и через точку K пересечения падающего на систему луча с задней главной плоскостью H' объектива.

Таким образом на чертеже определяется ход луча P_2F' . Но при этом находится и ход этого луча между компонентами, для чего достаточно соединить прямой точки P_1 и P_2 . Очевидно,

что, меняя величину d , можно таким образом получить множество решений, удовлетворяющих поставленным требованиям.

Из ломаного хода луча KP_1P_2F' видно, что первый компонент положительный и что его сила существенно больше силы всего объектива. Второй же компонент — отрицательный и тоже обладающий большой силой. Практика расчета телеобъективов показывает, что большая (по абсолютной величине) сила рассеивающего компонента является основным затруднением при расчете.

По чертежу (рис. I. 52) можно убедиться, что с уменьшением расстояния d между компонентами до нуля угол $P_1P_2K_1$, на который луч отклоняется вторым компонентом, возрастает, вследствие чего и сила Φ_2 этого компонента стремится к бесконечности. Если же уменьшать задний фокальный отрезок s_F до нуля, сохраняя, конечно, неизменными l и f' , то указанный угол уменьшится, но не до нуля, в то время как высота точки P_2 будет стремиться к нулю. В этом случае сила Φ_2 второго компонента будет стремиться к бесконечности. Из этого можно сделать заключение, что при некотором значении d , лежащем между нулем и l , должен существовать минимум силы Φ_2 . При практическом расчете телескопа, предназначенного для зрительной трубы, целесообразно использовать именно это минимальное значение Φ_2 .

Перейдем к математическому решению поставленной задачи. При заданных f' и l по чертежу устанавливается соотношение

$$l = d + s'_F, \quad (I. 208)$$

откуда вследствие (I. 194) находим

$$\Phi(l - d) = 1 - \Phi_1 d. \quad (I. 209)$$

Это выражение и формула (I. 192) связывают параметры рассчитываемой системы. Но определению подлежат три параметра: Φ_1 , Φ_2 и d . Поэтому одного математического условия не хватает для однозначного решения задачи. В качестве этого недостающего условия предлагается здесь ввести условие минимума силы Φ_2 .

Для получения этого условия следует составить выражение для Φ_2 как функций от одного параметра d , для чего нужно исключить Φ_1 из формул (I. 192) и (I. 193). При этом из (I. 192) получается выражение для Φ_1

$$\Phi_1 = \frac{\Phi - \Phi_2}{1 - \Phi_2 d}, \quad (I. 210)$$

а поставив это значение Φ_1 в (I. 209), найдем

$$\Phi_2 = -\frac{1 - \Phi l}{\Phi(l - d)d}. \quad (I. 211)$$

Для наших целей значительно удобнее перейти к фокусным расстояниям f'_2 и f' :

$$f'_2 = -\frac{(l-d)d}{f'-l}, \quad (I. 212)$$

здесь f'_2 представлено как функция от одной неизвестной d .

Определяя теперь экстремальное значение f'_2 , найдем первую производную от f'_2 по d и приравняем ее нулю:

$$\frac{df'_2}{dd} = -\frac{l-2d}{f'-l} = 0. \quad (I. 213)$$

Отсюда определим d

$$d = \frac{1}{2}l, \quad (I. 214)$$

вследствие чего получим из (I. 212)

$$f'_2 = -\frac{1}{4} \frac{l^2}{f'-l}. \quad (I. 215)$$

Это и есть фокусное расстояние второго компонента при условии минимума его силы (по абсолютной величине), в чем нетрудно убедиться, исследуя знак второй производной $\frac{d^2f'_2}{dd^2}$.

Из формулы (I. 210), переходя от φ_1 к f'_1 , найдем

$$f'_1 = \frac{l'}{2f'-l}. \quad (I. 216)$$

Формулы (I. 214), (I. 215) и (I. 216) являются расчетными формулами и позволяют определить искомые параметры φ_1 , φ_2 и d рассчитываемого телобъектива.

При расчете фотографического телобъектива, учитывая сравнительно большой угол его поля зрения, следует принять меры к уменьшению кривизны изображения, которая без этой предосторожности может стать недопустимо большой. Для этого вместо условия минимальной силы второго компонента следует ввести в расчет так называемое условие Пецвала, установленное венским оптиком Пецвалем в 40-х годах прошлого столетия и гарантирующее в пределах aberrаций третьего порядка получение плоского поля изображения при непременном условии, что астигматизм данной оптической системы устранен каким-либо иным способом. Для системы, состоящей из двух тонких компонентов, построенных с применением одинаковых марок стекла в обоих компонентах, условие Пецвала приобретает очень простой вид

$$\varphi_2 = -\varphi_1. \quad (I. 217)$$

Поэтому для нахождения трех искомых параметров φ_1 , φ_2 и d следует решить совместно уравнения (I. 192), (I. 209) и (I. 217).

Вследствие (I. 217) получаем из (I. 192)

$$d = \frac{\varphi}{\varphi_1^2} = \frac{f'_1}{f'}, \quad (\text{I. 218})$$

а поэтому из выражения (I. 209)

$$\varphi \left(l - \frac{\varphi}{\varphi_1^2} \right) = 1 - \frac{\varphi}{\varphi_1}. \quad (\text{I. 219})$$

Перейдя от сил к фокусным расстояниям, найдем из формулы (I. 219) квадратное уравнение для определения f'_1

$$f'^2_1 - f' f'_1 + f'(f' - l) = 0. \quad (\text{I. 220})$$

Решая его, находим

$$f'_1 = \frac{1}{2} f' \pm \sqrt{f' \left(l - \frac{3}{4} f' \right)}. \quad (\text{I. 221})$$

Отсюда видно, что во избежание мнимости при численном определении величины f'_1 необходимо выполнение следующего условия, связывающего заданные конструктору величины:

$$l > \frac{3}{4} f'. \quad (\text{I. 222})$$

Таким образом, при соблюдении условия Пецаля невозможно достичь значительного сокращения длины l телекомпакта по сравнению с f' . Поэтому следует остановиться на наименьшей возможной длине и принять в основу расчета:

$$l = \frac{3}{4} f'. \quad (\text{I. 223})$$

В таком случае найдем по формуле (II. 94) величину f'_1 и по условию Пецаля (I. 217) — величину f'_2

$$f'_1 = -f'_2 = \frac{1}{2} f', \quad (\text{I. 224})$$

по формуле (I. 218)

$$d = \frac{1}{4} f' \quad (\text{I. 225})$$

и наконец по формуле (I. 208)

$$s_F = \frac{1}{2} f'. \quad (\text{I. 226})$$

На основе приведенного здесь метода расчета, приводящего к расчетным формулам (I. 223)–(I. 226), рассчитано и выпускается оптическими заводами в СССР и за границей множество фотографических телеобъективов.

Третий способ расчета телеобъективов применяется при расчете зрительных труб с внутренней фокусировкой. Внутренняя фокусировка, т. е. наводка на резкость, осуществляется перемещением вдоль оптической оси второго (рассеивающего) компонента телеобъектива. Зрительные трубы геодезических инструментов часто используются для измерения расстояния от вертикальной оси прибора до рейки оптическим методом (так называемый нитяной дальномер). Сущность этого метода заключается

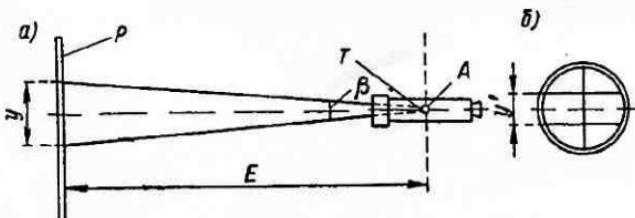


Рис. I. 53

в том, что через зрительную трубу T инструмента (рис. I. 53, а) отсчитывается разность y отсчетов по рейке P , выставленной на расстоянии E от вертикальной оси вращения инструмента. Отсчеты, разность которых определяется, производятся по двум горизонтальным нитям, видимым в поле зрения инструмента. Эти нити выгравированы на стеклянной пластинке (сетке), помещенной в плоскости действительного изображения рейки P . Постоянное расстояние между нитями равно y' (рис. I. 53, б). Если объектив зрительной трубы обладает тем свойством, что постоянной величине y' соответствует в пространстве предметов постоянный (и известный) малый угол β , то расстояние E может быть определено по формуле

$$E = ky, \quad (I. 227)$$

где k — постоянный коэффициент, обычно равный 100:

$$k = \frac{1}{\beta}. \quad (I. 228)$$

Точка A , вершина угла β , называется аналактической точкой, а объектив, обладающий указанным свойством, — аналактическим объективом. Если объектив представляет собой телеобъектив, второй компонент которого перемещается вдоль оптической оси для фокусировки, то при таком перемещении аналактическое свойство объектива нарушается (при постоянном y' угол β не

является постоянным), а расчет дистанции E по формуле (I. 227) будет производиться с некоторой погрешностью. Мы можем только уменьшить эту погрешность до некоторого практически допустимого минимума посредством приводимого здесь ниже расчета телобъектива.

На схеме телобъектива (рис. I. 54), сила которого Φ и длина l , показано положение аналактической точки A , находящейся на расстоянии t от главных плоскостей первого компонента. Пусть точка A' , изображение аналактической точки A через первый

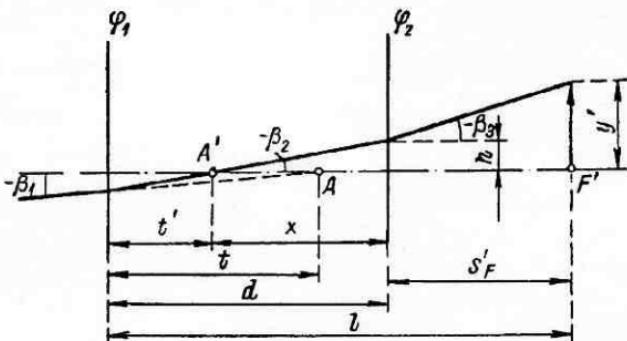


Рис. I. 54

компонент, находится от его главной плоскости (задней) на расстоянии t' . Отрезки t и t' связаны формулой отрезков

$$\frac{1}{t'} - \frac{1}{t} = \Phi_1. \quad (\text{I. 229})$$

Представим себе луч, направленный в пространстве предметов в точку A и образующий постоянный угол β_1 с осью. После прохождения через первый компонент телобъектива этот луч пройдет через точку A' , а затем, пройдя через второй компонент, засекает на плоскости изображений отрезок y' . Пусть первоначально предмет находится на бесконечности; тогда изображение y' будет лежать в задней фокальной плоскости. Если же предмет придвигается на конечное расстояние к объективу, то потребуется перемещение второго компонента для фокусировки, а длина l прибора останется постоянной. При этом, однако, изменится и величина y' , а следовательно (при постоянном β_1), нарушится аналактичность объектива.

Положение второго компонента определяется расстоянием x от точки A' до главной плоскости (передней) второго компонента. Целесообразно ввести в расчет условие, чтобы y' , являющееся функцией от x , имело при установке на бесконечность экстремум (максимум), так как возле экстремума функция меняется наиболее медленно.