МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

ИНСТИТУТ ХОЛОДА И БИОТЕХНОЛОГИЙ

А.Ю. Григорьев, Д.П. Малявко, Л.А. Фёдорова

ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ

Учебно-методическое пособие

Санкт-Петербург

2014

УДК 531.8

Григорьев А.Ю., Малявко Д.П., Фёдорова Л.А. Элементы кинематики для решения задач динамики: Учеб.-метод. пособие. – СПб.: НИУ ИТМО; ИХиБТ, 2014. – 36 с.

Представлены схемы механических систем с характерными точками, скорости и ускорения которых показаны на рисунках. Каждая схема сопровождается кинематическими зависимостями, полученными на основе теории кинематики движений твёрдых тел (поступательного, вращательного и плоскопараллельного движений).

Пособие предназначено для студентов направлений 141200, 190600, 220700, 151000, 140700 всех форм обучения.

Рецензент: доктор техн. наук, проф. В.А. Арет

Рекомендовано к печати редакционно-издательским советом Института холода и биотехнологий

В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики».

© Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 2014

© Григорьев А.Ю., Малявко Д.П., Фёдорова Л.А., 2014

1. ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Определение

Поступательным движением твердого тела называется такое движение, при котором отрезок, соединяющий две произвольные точки тела, во все время движения остается параллельным самому себе.

Теорема

Все точки твердого тела, движущиеся поступательно, описывают одинаковые (совпадающие при наложении) траектории и в каждый момент времени имеют геометрически равные скорости и ускорения.

Следствие

При поступательном движении тела достаточно знать движение одной его точки (например, центра тяжести C), чтобы судить о движении тела в целом.

Таким образом, уравнениями поступательного движения твердого тела являются уравнения центра тяжести этого тела

$$x_c=f_1(t),\ y_c=f_2(t),\ z_c=f_3(t),$$

где x_c, y_c, z_c –декартовые координаты центра тяжести C;

t –текущее время.

2. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Определение I

Вращательным называется такое движение твердого тела, при котором остаются неподвижными все его точки, лежащие на некоторой прямой, называемой осью вращения.

При этом движении все остальные точки тела движутся в плоскостях, перпендикулярных оси вращения, и описывают окружности, центры которых лежат на этой оси.

Положение твердого тела при вращательном движении определяется углом поворота φ. Зависимость $\varphi=f(t)$ называется уравнением вращательного движения тела.

Определение II

Величина, характеризующая быстроту изменения угла поворота φ с течением времени, называется угловой скоростью и обозначается через $\widetilde{\omega}$.

$$\tilde{\omega}=d\varphi/dt,$$

где $\tilde{\omega}$ –алгебраическая величина угловой скорости тела;

$\omega=|\tilde{\omega}|$ -модуль угловой скорости тела;

$\tilde{\omega}>0$ –тело вращается в направлении положительного отсчета угла поворота φ;

$\tilde{\omega}<0$ –тело вращается в направлении отрицательного отсчета угла поворота φ;

Определение III

Величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости с течением времени, называется угловым ускорением тела и обозначается через $\tilde{\varepsilon}$.

$$\tilde{\varepsilon}=d\tilde{\omega}/dt=d\omega/dt=d^2\varphi/dt^2,$$

где $\tilde{\varepsilon}$ –алгебраическая величина углового ускорения;

$\varepsilon=|\tilde{\varepsilon}|$ -модуль углового ускорения тела;

Если знаки $\tilde{\omega}$ и $\tilde{\varepsilon}$ одинаковы, то тело вращается ускорено, а если их знаки различны –замедленно.

Теорема I

Вектор вращательной (линейной) скорости точки твердого тела расположен в плоскости, перпендикулярной оси вращения, и направлен по касательной к траектории (окружности) точки в соответствии с вращением твердого тела в данный момент времени. Модуль вращательной скорости равен произведению модуля угловой скорости ω тела на расстояние R от точки до оси вращения

$$\upsilon=\omega R,\ \omega=|\tilde{\omega}|.$$

Теорема II

Вектор ускорения $\vec{a}$ точки твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, равен геометрической сумме вращательного $\vec{a}^{\varepsilon}$ и центростремительного $\vec{a}^{\omega}$ ускорений.

$$\vec{a}=\vec{a}^{\varepsilon}+\vec{a}^{\omega},\ a^{\varepsilon}=\varepsilon R,\ a^{\omega}=\omega^2 R,$$

где $\vec{a}^{\varepsilon}=\vec{a}^{\tau}$ –касательное ускорение точки;

$\vec{a}^{\omega}=\vec{a}^{n}$ –нормальное ускорение точки.

Следствие

Концы скоростей и ускорений точек тела, лежащих на одном отрезке, перпендикулярном оси вращения, лежат на соответствующих прямых, проходящих через ось вращения.

3. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Определение

Движение твердого тела, при котором все его точки движутся в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости, называется плоскопараллельным или плоским движением.

Изучение плоскопараллельного движения тела можно свести к изучению движения плоской фигуры, положение которой определяется уравнениями плоского движения твердого тела:

$$x_0=f_1(t),\ y_0=f_2(t),\ \varphi=f_3(t),$$

где x_0, y_0 –декартовые координаты полюса O плоской фигуры;

φ –угол поворота плоской фигуры.

Теорема I

Скорость $\vec{\upsilon}_B$ любой точки B плоской фигуры равна геометрической сумме скорости $\vec{\upsilon}_0$ полюса O и вращательной скорости $\vec{\upsilon}_{OB}$ этой точки во вращательном движении фигуры вокруг полюса O:

$$\vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_O + \vec{\upsilon}_{OB},$$

где $\upsilon_{OB}=\omega OB$,

$\vec{\upsilon}_{OB} \perp OB$ (направлен соответственно $\widetilde{\omega}$).

Следствие I

Существует точка, неизменно связанная с плоской фигурой, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Эту точку называют мгновенным центром скоростей (МЦС) и обозначают P. Мгновенный центр скоростей находится на перпендикуляре к направлению скорости полюса, на расстоянии от полюса, равном $\vec{\upsilon}_0/\omega$.

Если полюсом является мгновенный центр скорости P, то определение скоростей точек плоской фигуры значительно упрощается:

$$\vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_{PB},\ \upsilon_{PB} = \omega PB,\ \vec{\upsilon}_{PB} \perp PB.$$

Теорема II

Ускорение $\vec{a}_B$ любой точки B плоской фигуры равно геометрической сумме $\vec{a}_O$ полюса O и ускорения $\vec{a}_{OB}$ этой точки во вращательном движении фигуры вокруг полюса:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_O + \vec{a}_{OB} = \vec{a}_O + \vec{a}_{OB}^{\varepsilon} + \vec{a}_{OB}^{\omega},$$

где $\vec{a}_{OB}^{\varepsilon}$ –вращательное ускорение точки *B* во вращении вокруг полюса *O*, этот вектор имеет модуль a_{OB}^{ε}=ε*OB* и направлен перпендикулярно отрезку *OB* соответственно $\tilde{\varepsilon}$;

$\vec{a}_{OB}^{\omega}$ –центростремительное ускорение точки *B* во вращении вокруг полюса *O*, этот вектор имеет модуль a_{OB}^{ω}=$\omega^2 OB$ и направлен вдоль *OB* от точки *B* к полюсу *O*.

ТИПОВЫЕ СХЕМЫ

Таблица 1

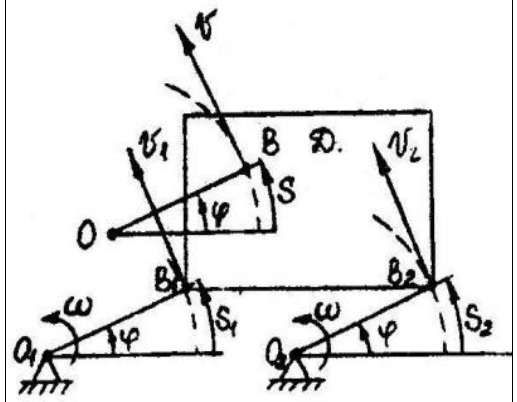
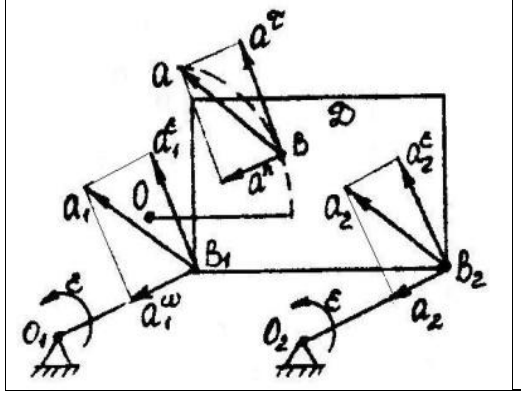
Схема №1	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
 	При поступательном движении твердого тела, точки тела описывают подобные (совпадающие при наложении) траектории. Точка *B* движется по окружности с центром в точке *O* и радиусом *OB=l* $SS_1=S_2=S$ $S_1=l\varphi$ $S=l\varphi$	Точки O_1, O_2, O – неподвижны $v_{O_1}=0$; $v_{O_2}=0$; $O_1B_1=O_2B_2=l$ Тело Д совершает поступательное движение: $v_1=v_2=v$ $v_1=v_2=v=\omega l$ $\omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert$ -угловая скорость стержня O_1B_1; $\omega_Д=0$ –угловая скорость тела Д равна 0.	$a_{O_1}=0$, $a_{O_2}=0$ $\vec{a}_1=\vec{a}_1^{\varepsilon}+\vec{a}_1^{\omega}$ $a_1^{\varepsilon}=\varepsilon O_1B_1=\varepsilon l$ $a_1^{\omega}=\omega^2 O_1B_1=\omega^2 l$ $a_1=l\sqrt{\varepsilon^2+\omega^4}$ Тело Д совершает поступательное движение $\vec{a}_1=\vec{a}_2=\vec{a}$ $a^{\tau}=a_1^{\varepsilon}=a_2^{\varepsilon}=\varepsilon l$ $a^n=a_1^n=a_2^n=\omega^2 l$ $a=\sqrt{(a^{\tau})^2+(a^n)^2}$ $a=a_1=l\sqrt{\varepsilon^2+\omega^4}$ $\varepsilon=\lvert\ddot{\varphi}\rvert$ $\omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert$

Таблица 2

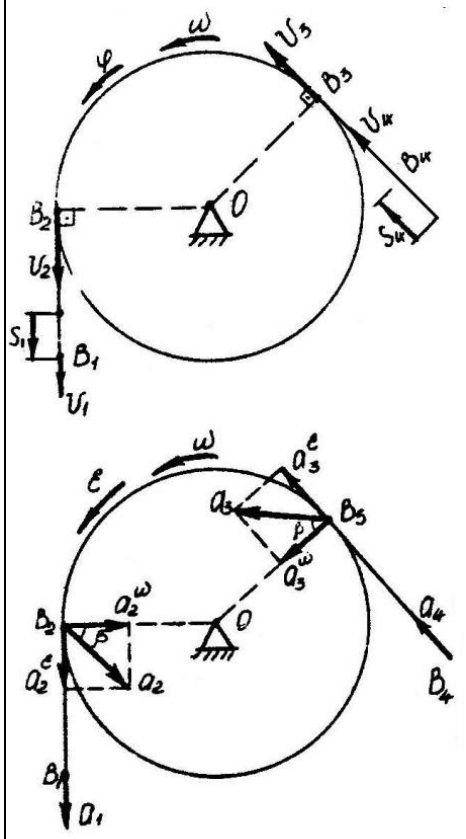
Схема №2	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$S_1=S_4=\varphi R$ $\dot{S}_1=\dot{S}_4=\dot{\varphi}R$ $\boxed{\varphi=\frac{S_1}{R}=\frac{S_4}{R}}$	$\upsilon_1=\upsilon_2=\upsilon_3=\upsilon_4=\omega R$ $\boxed{\omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert=\frac{\upsilon_1}{R}=\frac{\upsilon_4}{R}}$ $\dot{S}_1=\widetilde{\upsilon_1};\ \upsilon_1=\lvert\widetilde{\upsilon_1}\rvert$ $\dot{S}_4=\widetilde{\upsilon_4};\ \upsilon_4=\lvert\widetilde{\upsilon_1}\rvert$	$a_1=a_2^{\varepsilon}=a_3^{\varepsilon}=a_4=\varepsilon R$ $\varepsilon=\lvert\ddot{\varphi}\rvert=\frac{a_1}{R}=\frac{a_4}{R}$ $\tilde{a}_1^{\tau}=\ddot{s}_1;\ a_1=\lvert\tilde{a}_1^{\tau}\rvert$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\ddot{s}_4;\ a_4=\lvert\tilde{a}_4^{\tau}\rvert$ $tg\beta=\frac{\varepsilon}{\omega^2}$

Таблица 3

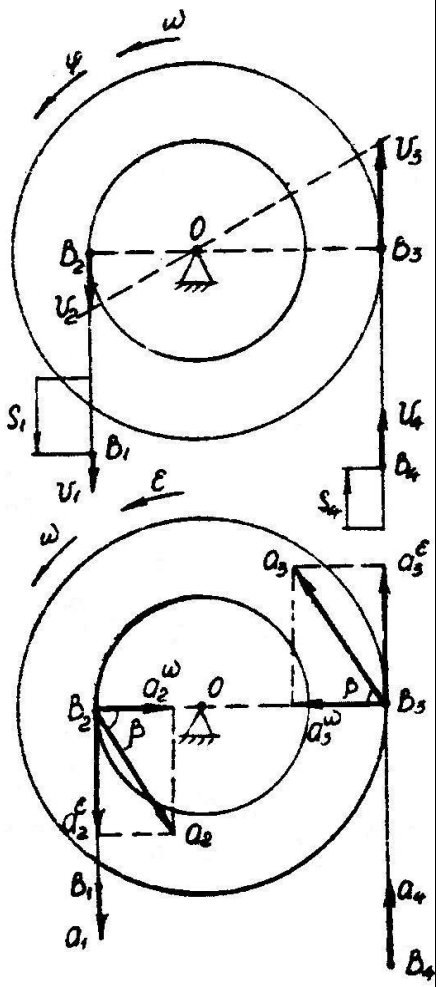
Схема №3	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$S_1=\varphi r$ $S_4=\varphi R$ $\dot{S}_1=\dot{\varphi} r$ $\dot{S}_4=\dot{\varphi} R$ $\boxed{\varphi=\frac{S_4}{R}=\frac{S_1}{r}}$	$\upsilon_1=\upsilon_2=\omega r$ $\upsilon_3=\upsilon_4=\omega R$ $\boxed{\omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert=\frac{\dot{\upsilon}_1}{r}=\frac{\upsilon_4}{R}}$	$a_1=a_2^{\varepsilon}=\varepsilon r$ $a_4=a_3^{\varepsilon}=\varepsilon R$ $\boxed{\varepsilon=\lvert\ddot{\varphi}\rvert=\frac{a_1}{r}=\frac{a_4}{R}}$ $\tilde{a}_1^{\tau}=\ddot{s}_1;\ a_1=\lvert\tilde{a}_1^{\tau}\rvert$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\ddot{s}_4;\ a_4=\lvert\tilde{a}_4^{\tau}\rvert$ $tg\beta=\frac{\varepsilon}{\omega^2}$

Таблица 4

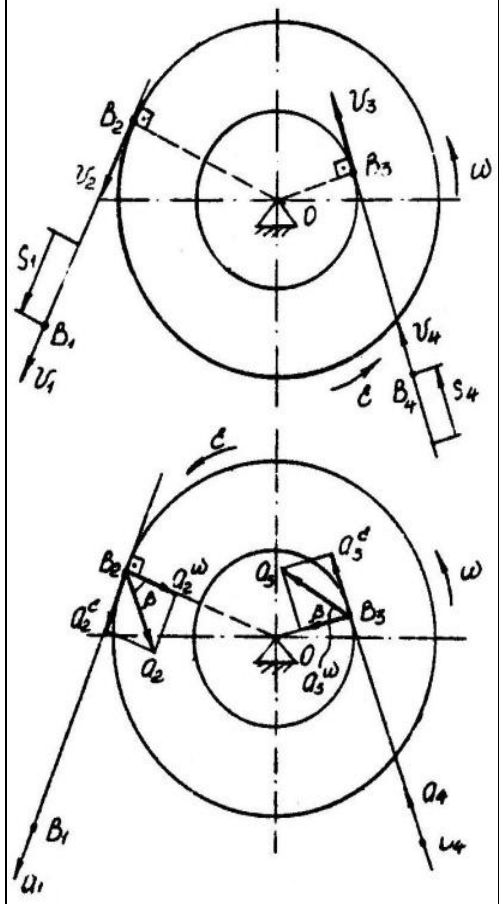
Схема №4	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$S_1=\varphi R$ $S_4=\varphi r$ $\dot{S}_1=\dot{\varphi}R$ $\dot{S}_4=\dot{\varphi}r$ $\boxed{\varphi=\frac{S_4}{r}=\frac{S_1}{R}}$	$\upsilon_1=\upsilon_2=\omega R$ $\upsilon_3=\upsilon_4=\omega r$ $\boxed{\omega=\lvert\varphi\rvert=\frac{\dot{\upsilon}_1}{R}=\frac{\upsilon_4}{r}}$	$a_1=a_2^{\varepsilon}=\varepsilon R$ $\boxed{\varepsilon=\lvert\ddot{\varphi}\rvert=\frac{a_1}{R}=\frac{a_4}{r}}$ $\tilde{a}_1^{\tau}=\ddot{s}_1;\ a_1=\lvert\tilde{a}_1^{\tau}\rvert$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\ddot{s}_4;\ a_4=\lvert\tilde{a}_4^{\tau}\rvert$ $tg\beta=\frac{\varepsilon}{\omega^2}$

Таблица 5

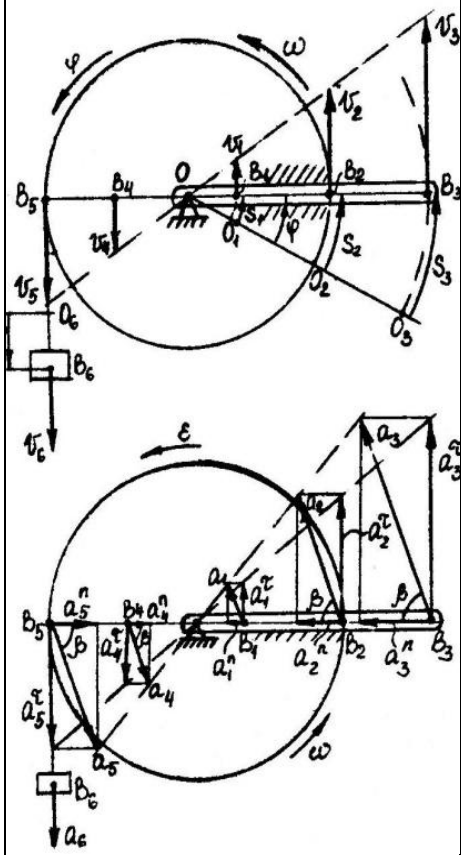
Схема №5	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$\dot{\varphi}=\frac{\dot{S}_6}{R}$ $\dot{S}_1 = l_1\dot{\varphi} = \dot{S}_6\frac{l_1}{R}$ $\dot{S}_2=R\dot{\varphi} = \dot{S}_6$ $\dot{S}_3 = l_3\dot{\varphi} = \dot{S}_6\frac{l_3}{R}$ Интегрируя, получаем $\varphi=\frac{S_6}{R}$ $S_1=l_1\varphi=S_6\frac{l_1}{R}$ $S_2=R\varphi=S_6$ $S_3=l_3\varphi=S_6\frac{l_3}{R}$	$\upsilon_0=0,\ \upsilon_2=\upsilon_5=\upsilon_6$ $\omega=\frac{\upsilon_1}{OB_1}=\frac{\upsilon_2}{OB_2}=\frac{\upsilon_3}{OB_3},$ $\omega=\frac{\upsilon_4}{OB_4}=\frac{\upsilon_5}{OB_5}=\frac{\upsilon_6}{R};$ $OB_2=OB_5=R,\ OB_1=l_1$ $OB_3=l_3,\ OB_4=l_4$ $\omega=\frac{\upsilon_6}{R},\ \upsilon_5=\upsilon_6=\omega R$ $\upsilon_1=\omega l_1=\upsilon_6\frac{l_1}{R},$ $\upsilon_2=\omega R=\frac{\upsilon_6}{R}R=\upsilon_6$ $\upsilon_3=\omega l_3=\upsilon_6\frac{l_3}{R},$ $\upsilon_4=\omega l_4=\upsilon_6\frac{l_4}{R}$	$\upsilon_6=\upsilon_6(t);\ \omega=\omega(t)$ $\vec{a}=\vec{a}^{\tau}+\vec{a}^{n}$ Дифференцируем по t $\varepsilon={\tilde{a}_6^{\tau}}/{R}$ $,\tilde{a}_5^{\tau}=\tilde{a}_6^{\tau}=\tilde{\varepsilon}R$ $\tilde{a}_6^{\tau}=\tilde{\varepsilon}l_1=\tilde{a}_6^{\tau}\frac{l_1}{R}$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\tilde{\varepsilon}R=\tilde{a}_6^{\tau}$ $\tilde{a}_3^{\tau}=\tilde{\varepsilon}l_3=\tilde{a}_6^{\tau}\frac{l_3}{R}$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\tilde{\varepsilon}l_4=\tilde{a}_6^{\tau}\frac{l_4}{R}$ $a_6^{n}=0,\ a_5^{n}=\omega^2R$ $a_1^{n}=\upsilon_1^2/l_1=\omega^2l_1$ $a_2^{n}=\upsilon_2^2/R=\omega^2R$ $a_3^{n}=\upsilon_3^2/l_3=\omega^2l_3$ $a_4^{n}=\upsilon_4^2/l_4=\omega^2l_4$

Таблица 6

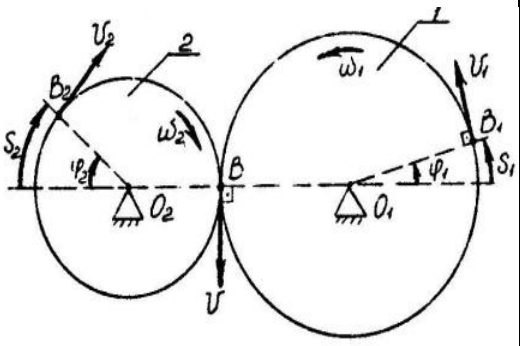
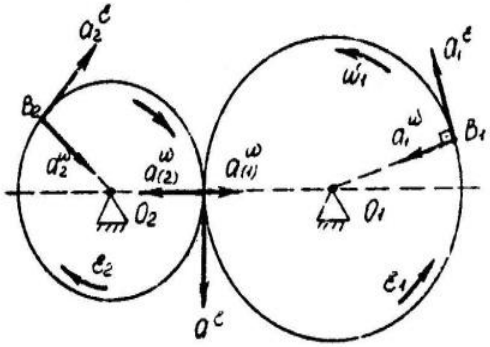
Схема №6	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
 	$S_1 = S_2 = \varphi_1 R_1 = \varphi_2 R_2$ $\dot{S}_1 = \dot{S}_2 = \dot{\varphi}_1 R_1 = \dot{\varphi}_2 R_2$ $\varphi_1 = \frac{S_1}{R_1}$ $\varphi_2 = \frac{S_2}{R_2}$ $\varphi_1 = \int_0^t \tilde{\omega}_1(t)dt$ $\varphi_2 = \int_0^t \tilde{\omega}_2(t)dt$	$\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ $\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$ $\dot{S}_1 = \tilde{\upsilon}_1,\ \upsilon_1 = \lvert\tilde{\upsilon}_1\rvert$ $\dot{S}_2 = \tilde{\upsilon}_2,\ \upsilon_2 = \lvert\tilde{\upsilon}_2\rvert$	$a_1^{\varepsilon} = a_2^{\varepsilon} = a^{\varepsilon}$ $\varepsilon_1 R_1 = \varepsilon_2 R_2$ $\varepsilon_1 = \lvert\ddot{\varphi}_1\rvert = \frac{a_1^{\varepsilon}}{R_1}$ $\varepsilon_2 = \lvert\ddot{\varphi}_2\rvert = \frac{a_2^{\varepsilon}}{R_2}$ $a_1^{\omega} = \omega_1^2 R_1$ $a_2^{\omega} = \omega_2^2 R_2$ $a_1^{\omega} R_1 = a_2^{\omega} R_2$

Таблица 7

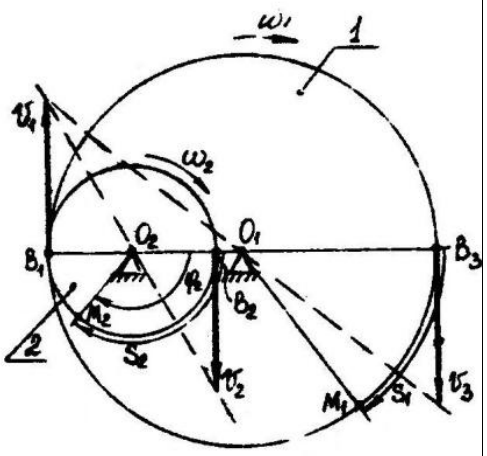
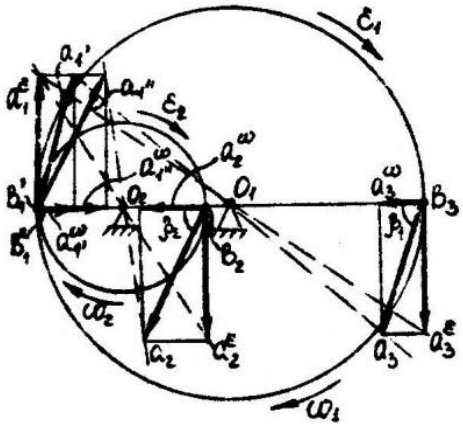
Схема №7	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
 	$\dot{\varphi}_1=\frac{\dot{S}_1}{R_1}$ $\dot{\varphi}_2=\frac{\dot{S}_2}{R_2}$ $R_1\dot{\varphi}_1=R_2\dot{\varphi}_2$ Используя, получим $\varphi_1=\frac{S_1}{R_1}$ $\varphi_2=\frac{S_2}{R_2}$ $R_1\,\varphi_1=R_2\,\varphi_2$ $S_1=S_2$ $tg\beta_1=\frac{\varepsilon_1}{\omega_1^2}$ $tg\beta_2=\frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2}$	Точки O_1, O_2 – неподвижны $\upsilon_0=0$, $\upsilon_1=\upsilon_2=\upsilon_3$ $\omega_1=\frac{\upsilon_1}{O_1B_1}=\frac{\upsilon_3}{O_1B_3}$, $\omega_2=\frac{\upsilon_1}{O_2B_1}=\frac{\upsilon_2}{O_2B_2}$; $O_1B_1=O_1B_3=R_1$ $O_2B_1=O_2B_2=R_2$ $\omega_1=\upsilon_1/R_1$, $\omega_2=\upsilon_1/R_2$ $\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{R_2}{R_1}$ $\upsilon_2=\omega_2R_2$, $\upsilon_3=\omega_1R_1$	$\upsilon_1=\upsilon_1(t)$ $\omega_1=\omega_1(t)$; $\omega_2=\omega_2(t)$ $\vec{a}_1=\vec{a}_1^{\varepsilon}+\vec{a}_1^{\omega}$ Дифференцируем по t $\tilde{\varepsilon}_1=\tilde{a}_1^{\varepsilon}/R_1$, $\tilde{\varepsilon}_2=\tilde{a}_2^{\varepsilon}/R_2$ $\tilde{\varepsilon}_1/\tilde{\varepsilon}_2=R_2/R_1$ $\tilde{a}_2^{\varepsilon}=\tilde{\varepsilon}_2R_2$, $\tilde{a}_3^{\varepsilon}=\tilde{\varepsilon}_1R_1$ $a_{1'}^{\omega}=\omega_1^2R_1=\upsilon_1^2/R_1$ $a_{1''}^{\omega}=\omega_1^2R_1=\upsilon_1^2/R_1$ $a_2^{\omega}=a_{1''}^{\omega}$ $a_3^{\omega}=a_{1'}^{\omega}$

Таблица 8

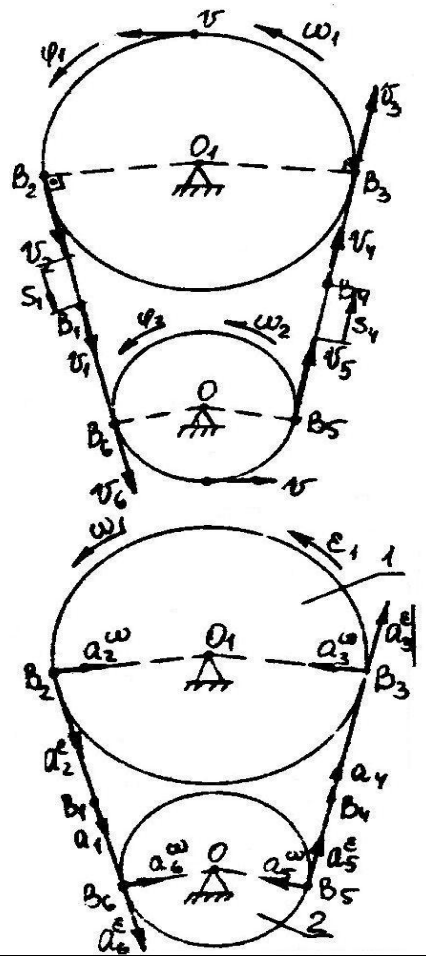
Схема №8	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$S_1 = S_4 = \varphi_1 R_1 = \varphi_2 R_2$ $\dot{S}_1 = \dot{S}_4 = \dot{\varphi}_1 R_1 = \dot{\varphi}_2 R_2$ $\varphi_1 = \frac{S_1}{R_1}$ $\varphi_2 = \frac{S_4}{R_2}$	$\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_3 = \upsilon = \omega_1 R_1$ $\upsilon_1 = \upsilon_6 = \upsilon_5 = \upsilon_4 = \upsilon = \omega_2 R_2$ $\dot{S}_1 = \tilde{\upsilon}_1,\ \upsilon_1 = \lvert\tilde{\upsilon}_1\rvert$ $\dot{S}_4 = \tilde{\upsilon}_4,\ \upsilon_4 = \lvert\tilde{\upsilon}_4\rvert$ $\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$	$a_1 = a_2^{\varepsilon} = a_3^{\varepsilon} = a_4 = \varepsilon_1 R_1$ $a_1 = a_6^{\varepsilon} = a_5^{\varepsilon} = a_4 = \varepsilon_2 R_2$ $\varepsilon_1 R_1 = \varepsilon_2 R_2$ $\varepsilon_1 = \lvert\ddot{\varphi}_1\rvert = \frac{a_1}{R_1} = \frac{a_4}{R_1}$ $\varepsilon_2 = \lvert\ddot{\varphi}_2\rvert = \frac{a_1}{R_2} = \frac{a_4}{R_2}$ $\tilde{a}_1^{\tau} = \ddot{S}_1;\ a_1 = \lvert\tilde{a}_1^{\tau}\rvert$ $\tilde{a}_4^{\tau} = \ddot{S}_4;\ a_4 = \lvert\tilde{a}_4^{\tau}\rvert$

Таблица 9

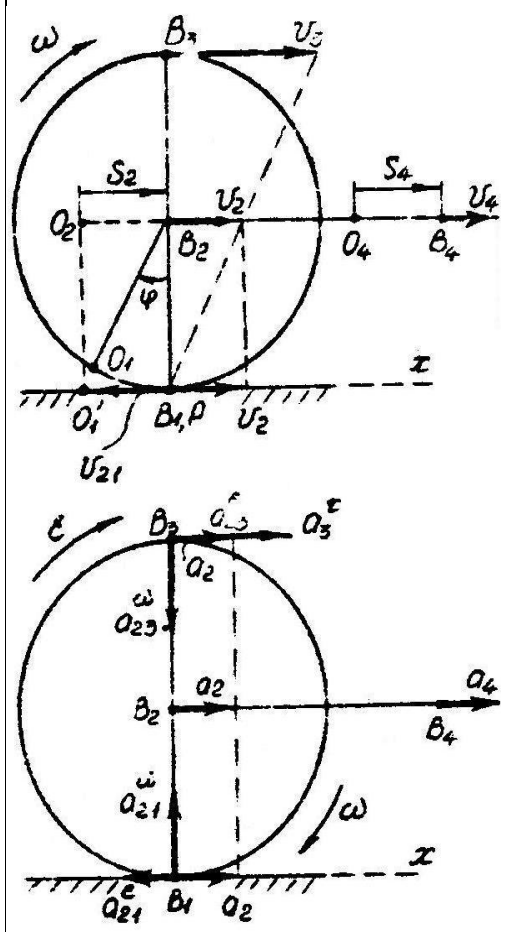
Схема №9	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$\cup O_1B_1=O_1'B_1$ $S_2=O_2B_2=O_1'B_1$ $S_2=\varphi R,\ \varphi=\int_0^t \tilde{\omega}(t)dt$ Из (*) имеем $\dot{S}_4=\dot{S}_2,\ \dot{S}_2=\dot{\varphi}R$ Интегрируя, получаем $S_4=S_2$ $S_4=\varphi R$	1) Точка B_1, P –МЦС $\upsilon_1=0,\ \upsilon_2=\omega R,\ \omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert$ (*) $\upsilon_4=\upsilon_2=\omega R,\ \upsilon_3=2\,\upsilon_2$ $\tilde{\upsilon}_2(t)=\dot{S}_2,\ \upsilon_2=\lvert\tilde{\upsilon}_2\rvert$ $\tilde{\upsilon}_4(t)=\dot{S}_4,\ \upsilon_4=\lvert\tilde{\upsilon}_4\rvert$ $\tilde{\omega}(t)=\dot{\varphi},\ \omega=\lvert\tilde{\omega}\rvert$ 2)$\vec{\upsilon}_1=\vec{\upsilon}_2+\vec{\upsilon}_{21}$ $\upsilon_{1x}=\upsilon_{2x}+\upsilon_{21x}$ $\upsilon_{2x}=\upsilon_2+\upsilon_{21x}$ $\upsilon_{2x}=\upsilon_2=\omega R$ $\upsilon_{21x}=-\upsilon_{21}=-\omega R$ $\upsilon_{1x}=\omega R-\omega R=0$ $\upsilon_4=\upsilon_2$ $\upsilon_4=\omega R$	$\upsilon_2=\upsilon_2(t),\ \omega=\omega(t)$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\dot{\upsilon}_2(t),\ \tilde{\varepsilon}=\dot{\omega}(t)$ $\dot{\upsilon}_4=\dot{\upsilon}_2(t)=\dot{\omega}R$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\tilde{a}_2^{\tau}=\tilde{\varepsilon}R$ $a_4=\tilde{a}_4^{\tau},\ a_2=\lvert\tilde{a}_2^{\tau}\rvert,$ $\varepsilon=\lvert\tilde{\varepsilon}\rvert,$ $a_4=a_2,\ a_4=\varepsilon R$ 2) $\vec{a}_1=\vec{a}_2+\vec{a}_{21}^{\varepsilon}+\vec{a}_{21}^{\omega},$ $a_{2x}=a_2=\varepsilon R$ $a_{21x}^{\varepsilon}=-\varepsilon R$ $\vec{a}_2+\vec{a}_{21}^{\varepsilon}=0$ $\vec{a}_1=\vec{a}_{21}^{\omega}$ $a_{21}^{\omega}=\omega^2R$

Таблица 10

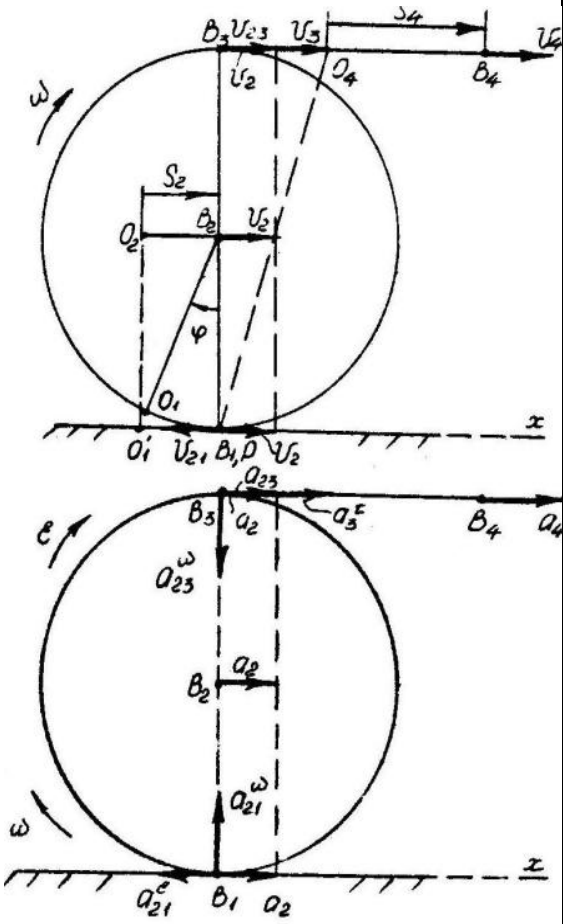
Схема №10	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$\cup O_1B_1=O_1'B_1$ $S_2=O_2B_2=O_1'B_1$ $S_2=\varphi R,\ \varphi=\int_0^t \tilde{\omega}(t)dt$ $\dot{S}_4=2\dot{S}_2,\ \dot{S}_2=\dot{\varphi}R$ Интегрируя, получаем $S_4=2S_2$ $S_4=2\varphi R$	1) Точка B_1, P –МЦС $\upsilon_1=0,\ \upsilon_2=\omega R,\ \omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert$ $\upsilon_4=\upsilon_3=2\upsilon_2=2\omega R$ 2) $\vec{\upsilon}_3=\vec{\upsilon}_2+\vec{\upsilon}_{23}$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_{2x}+\upsilon_{23x}$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_3,\ \upsilon_{2x}=\upsilon_2=\omega R$ $\upsilon_{23x}=\upsilon_{23}=\omega R$ $\upsilon_3=\omega R+\omega R=2\omega R$ $\vec{\upsilon}_1=\vec{\upsilon}_2+\vec{\upsilon}_{21}$ $\upsilon_{1x}=\upsilon_2-\upsilon_{21}=$ $=\omega R-\omega R=0$ $\upsilon_4=2\upsilon_2$ $\upsilon_4=2\omega R$	1. $\upsilon_2=\upsilon_2(t),\ \omega=\omega(t)$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\dot{\upsilon}_2(t),\ \tilde{\varepsilon}=\dot{\omega}(t)$ $\dot{\upsilon}_4=2\dot{\upsilon}_2(t)=\dot{\omega}2R$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\tilde{\varepsilon}2R=\lvert\tilde{a}_4^{\tau}\rvert$ 2. $\vec{a}_3=\vec{a}_3^{\tau}+\vec{a}_3^{n}=$ $=\vec{a}_2+\vec{a}_{23}^{\varepsilon}+\vec{a}_{23}^{\omega}$ $a_2=\lvert\dot{\upsilon}_2\rvert=\varepsilon R$ $a_{23}^{\varepsilon}=\varepsilon R$ $a_4=a_3^{\tau}=\varepsilon R+\varepsilon R=2\varepsilon R$ $\vec{a}_3^{n}=\vec{a}_{23}^{\omega}=\omega^2R$ $\varepsilon=\lvert\tilde{\varepsilon}\rvert=\lvert\dot{\omega}\rvert=\lvert\ddot{\varphi}\rvert$ $a_4=2a_2,\ a_4=2\varepsilon R$ $\vec{a}_1=\vec{a}_{21}^{\omega},\ a_{21}^{\varepsilon}=a_2=\varepsilon R$ $a_{21}^{\omega}=a_{23}^{\omega}=\omega^2R$

Таблица 11

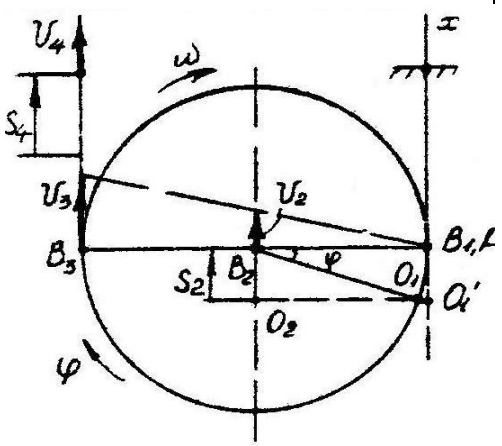
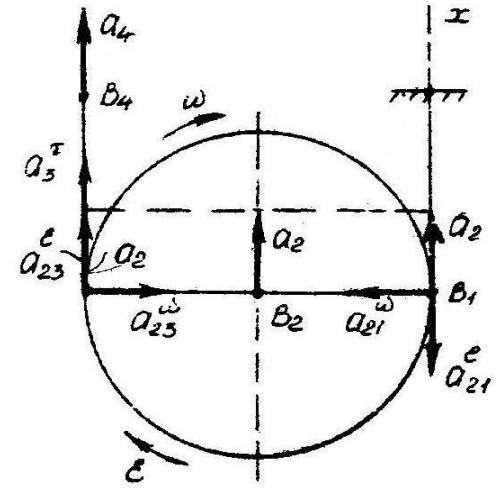
Схема №11	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
  a_4 x B_4 ω a_3^τ ε a_{23} a_2 a_2 a_2 B_1 a_{23}^ω B_2 a_{21}^ω a_{21}^ε ε	$\cup O_1B_1=O_1'B_1$ $S_2=O_2B_2=O_1'B_1$ $S_2=\varphi R,\ \varphi=\int_0^t \tilde{\omega}(t)dt$ $\dot{S}_4=2\dot{S}_2,\ \dot{S}_2=\dot{\varphi}R$ Интегрируя, получаем $S_4=2S_2$ $S_4=2\varphi R$	1) Точка B_1, P –МЦС $\upsilon_1=0,\ \upsilon_2=\omega R,\ \omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert$ $\upsilon_4=\upsilon_3=2\,\upsilon_2=2\omega R$ 2) $\vec{\upsilon}_3=\vec{\upsilon}_2+\vec{\upsilon}_{23}$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_{2x}+\upsilon_{23x}$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_3,\ \upsilon_{2x}=\upsilon_2=\omega R$ $\upsilon_{23x}=\upsilon_{23}=\omega R$ $\upsilon_3=\omega R+\omega R=2\omega R$ $\upsilon_4=2\,\upsilon_2$ $\upsilon_4=2\omega R$	1. $\upsilon_2=\upsilon_2(t),\ \omega=\omega(t)$ $\tilde{a}_2^\tau=\dot{\upsilon}_2(t),\ \tilde{\varepsilon}=\dot{\omega}(t)$ $\dot{\upsilon}_4=2\dot{\upsilon}_5(t)=\dot{\omega}2R$ $\tilde{a}_4^\tau=2\tilde{a}_2^\tau=\tilde{\varepsilon}2R$ $a_4=\lvert\tilde{a}_4^\tau\rvert$ 2.$\vec{a}_3=\vec{a}_3^\tau+\vec{a}_3^n=$ $=\vec{a}_2+\vec{a}_{23}^\varepsilon+\vec{a}_{23}^\omega$ $a_2=\lvert\dot{\upsilon}_2\rvert=\varepsilon R$ $a_{23}^\varepsilon=\varepsilon R$ $a_4=a_3^\tau=\varepsilon R+\varepsilon R=2\varepsilon R$ $\vec{a}_3^n=\vec{a}_{23}^\omega=\omega^2R$ $\varepsilon=\lvert\tilde{\varepsilon}\rvert=\lvert\dot{\omega}\rvert=\lvert\ddot{\varphi}\rvert$ $a_4=2a_2=2\,\varepsilon R$ $\vec{a}_1=\vec{a}_{21}^\omega,\ a_{21}^\varepsilon=a_2=\varepsilon R$ $a_{21}^\omega=a_{23}^\omega=\omega^2R$

Таблица 12

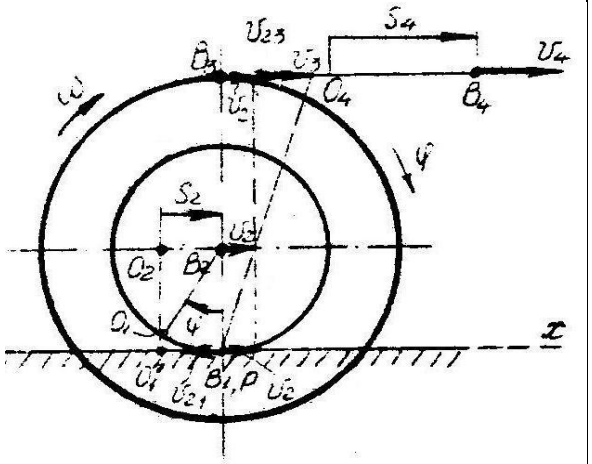
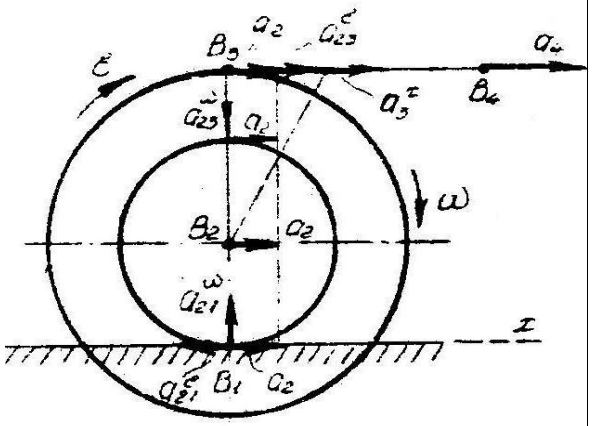
Схема №12	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
 	$\cup O_1B_1=O_1'B_1$ $S_2=O_2B_2=O_1'B_1$ $S_2=\varphi r,\ \varphi=\int_0^t \tilde{\omega}(t)dt$ $\dot{S}_4=\frac{r+R}{r}\dot{S}_2,$ $\dot{S}_2=\dot{\varphi}R$ Интегрируя, получаем $S_4=\frac{r+R}{r}S_2$ $S_4=(r+R)\ \varphi$	1) Точка B_1, P –МЦС $\upsilon_1=0,\ \upsilon_2=\omega r,\ \omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert$ $\upsilon_4=\upsilon_3=\frac{r+R}{r}\upsilon_2=(r+R)\omega$ 2)) $\vec{\upsilon}_3=\vec{\upsilon}_2+\vec{\upsilon}_{23}$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_{2x}+\upsilon_{23x}$ $\upsilon_{2x}=\upsilon_2=\omega R$ $\upsilon_{23x}=\frac{R}{r}\upsilon_2=\omega R$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_3=\frac{r+R}{r}\upsilon_2$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_3=(r+R)\omega$ $\upsilon_4=\frac{r+R}{r}\upsilon_2$ $\upsilon_4=(r+R)\omega$	1) $\upsilon_2=\upsilon_2(t),\ \omega=\omega(t)$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\dot{\upsilon}_2(t),\ \tilde{\varepsilon}=\dot{\omega}(t)$ $\dot{\upsilon}_4=\frac{r+R}{r}\dot{\upsilon}_2,\ \dot{\upsilon}_4=(r+R)\dot{\omega}$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\tilde{a}_2^{\tau}\frac{r+R}{r}=\tilde{\varepsilon}(r+R)$ $a_4=\lvert\tilde{a}_4^{\tau}\rvert$ 2) $\vec{a}_3=\vec{a}_3^{\tau}+\vec{a}_3^{n}=$ $=\vec{a}_2+\vec{a}_{23}^{\varepsilon}+\vec{a}_{23}^{\omega}$ $a_2=\lvert\dot{\upsilon}_2\rvert=\varepsilon r$ $\vec{a}_{23}^{\varepsilon}=\varepsilon R,\ a_4=a_3^{\tau},$ $a_4=a_3^{\tau}=\varepsilon r+\varepsilon R=\varepsilon(r+R)$ $a_3^{n}=a_{23}^{\omega}=\omega^2R$ $\varepsilon=\lvert\tilde{\varepsilon}\rvert=\lvert\dot{\omega}\rvert=\lvert\ddot{\varphi}\rvert$ $a_4=\frac{r+R}{r}a_2$ $a_4=(r+R)\varepsilon$ $\vec{a}_1=\vec{a}_{21}^{\omega},\ a_{21}^{\varepsilon}=a_2=\varepsilon r$ $a_{21}^{\omega}R=a_{23}^{\omega}r$

Таблица 13

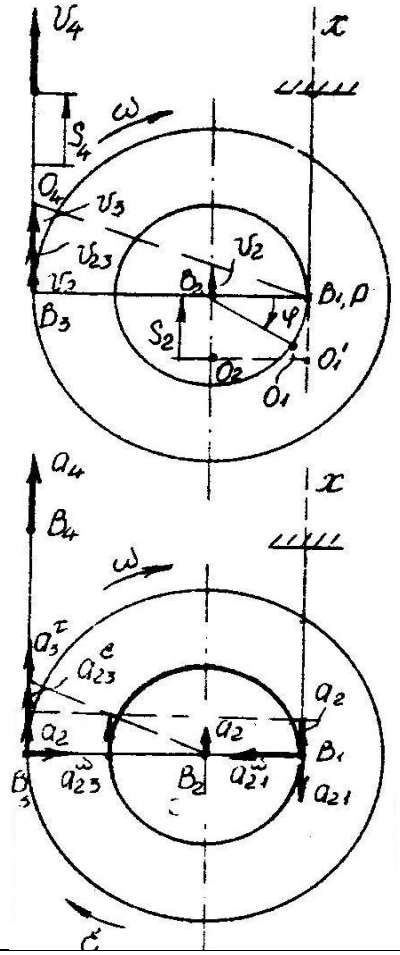
Схема №13	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$\cup O_1B_1=O_1'B_1$ $S_2=O_2B_2=O_1'B_1$ $S_2=\varphi r,\ \varphi=\int_0^t \tilde{\omega}(t)dt$ $\dot{S}_4=\frac{r+R}{r}\dot{S}_2,$ $\dot{S}_2=\dot{\varphi}R$ Интегрируя, получаем $S_4=\frac{r+R}{r}S_2$ $S_4=(r+R)\ \varphi$	1) Точка B_1, P –МЦС $\upsilon_1=0,\ \upsilon_2=\omega r,\ \omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert$ $\upsilon_4=\upsilon_3=\frac{r+R}{r}\upsilon_2=(r+R)\omega$ 2)) $\vec{\upsilon}_3=\vec{\upsilon}_2+\vec{\upsilon}_{23}$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_{2x}+\upsilon_{23x}$ $\upsilon_{2x}=\upsilon_2=\omega R$ $\upsilon_{23x}=\frac{R}{r}\upsilon_2=\omega R$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_3=\frac{r+R}{r}\upsilon_2$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_3=(r+R)\omega$ $\upsilon_4=\frac{r+R}{r}\upsilon_2$ $\upsilon_4=(r+R)\omega$	1) $\upsilon_2=\upsilon_2(t),\ \omega=\omega(t)$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\dot{\upsilon}_2(t),\ \tilde{\varepsilon}=\dot{\omega}(t)$ $\dot{\upsilon}_4=\frac{r+R}{r}\dot{\upsilon}_2,\ \dot{\upsilon}_4=(r+R)\dot{\omega}$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\tilde{a}_2^{\tau}\frac{r+R}{r}=\tilde{\varepsilon}(r+R)$ $a_4=\lvert\tilde{a}_4^{\tau}\rvert$ 2) $\vec{a}_3=\vec{a}_3^{\tau}+\vec{a}_3^{n}=$ $=\vec{a}_2+\vec{a}_{23}^{\varepsilon}+\vec{a}_{23}^{\omega}$ $a_2=\lvert\dot{\upsilon}_2\rvert=\varepsilon r,\ \vec{a}_{23}^{\varepsilon}=\varepsilon R$ $a_4=a_3^{\tau},$ $a_4=a_3^{\tau}=\varepsilon r+\varepsilon R=\varepsilon(r+R)$ $a_3^{n}=a_{23}^{\omega}=\omega^2R$ $\varepsilon=\lvert\dot{\omega}\rvert=\lvert\ddot{\varphi}\rvert$ $a_4=\frac{r+R}{r}a_2,$ $a_4=(r+R)\varepsilon$ $\vec{a}_1=\vec{a}_{21}^{\omega},\ a_{21}^{\varepsilon}=a_2=\varepsilon r$ $a_{21}^{\omega}R=a_{23}^{\omega}r$

Таблица 14

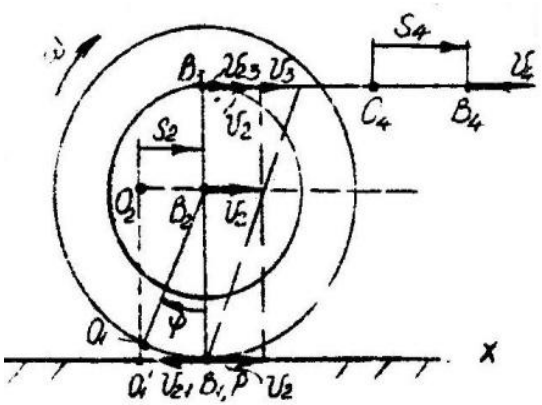
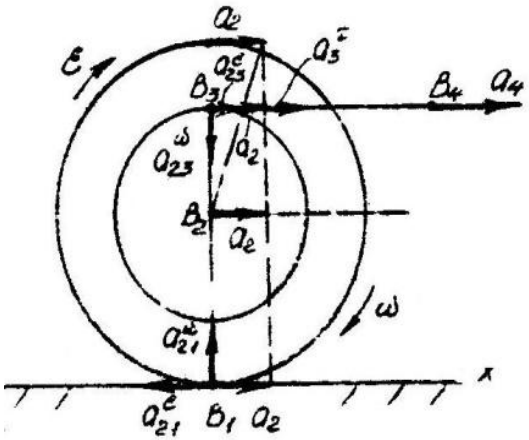
Схема №14	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
 	$\cup O_1B_1=O_1'B_1$ $S_2=O_2B_2=O_1'B_1$ $S_2=\varphi r,\ \varphi=\int_0^t \tilde{\omega}(t)dt$ $\dot{S}_4=\frac{r+R}{R}\dot{S}_2,$ $\dot{S}_2=\dot{\varphi}R$ Интегрируя, получаем $S_4=\frac{r+R}{R}S_2$ $S_4=(r+R)\ \varphi$	1) Точка B_1, P –МЦС $\upsilon_1=0,\ \upsilon_2=\omega r,\ \omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert$ $\upsilon_4=\upsilon_3=\frac{r+R}{r}\upsilon_2=(r+R)\omega$ 2)) $\vec{\upsilon}_3=\vec{\upsilon}_2+\vec{\upsilon}_{23}$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_{2x}+\upsilon_{23x}$ $\upsilon_{2x}=\upsilon_2=\omega R$ $\upsilon_{23x}=\frac{r}{R}\upsilon_2=\omega r$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_3=\frac{r+R}{r}\upsilon_2$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_3=(r+R)\omega$ $\upsilon_4=\frac{r+R}{R}\upsilon_2$ $\upsilon_4=(r+R)\omega$	1) $\upsilon_2=\upsilon_2(t),\ \omega=\omega(t)$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\dot{\upsilon}_2(t),\ \tilde{\varepsilon}=\dot{\omega}(t)$ $\dot{\upsilon}_4=\frac{r+R}{r}\dot{\upsilon}_2(t),$ $\dot{\upsilon}_4=(r+R)\dot{\omega}(t)$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\tilde{a}_2^{\tau}\frac{r+R}{r}=\tilde{\varepsilon}(r+R)$ $a_4=\lvert\tilde{a}_4^{\tau}\rvert$ 2) $\vec{a}_3=\vec{a}_3^{\tau}+\vec{a}_3^{n}=$ $=\vec{a}_2+\vec{a}_{23}^{\varepsilon}+\vec{a}_{23}^{\omega}$ $a_2=\lvert\dot{\upsilon}_2\rvert=\varepsilon R$ $\vec{a}_{23}^{\varepsilon}=\varepsilon R,\ a_4=a_3^{\tau},$ $a_4=a_3^{\tau}=\varepsilon r+\varepsilon R=\varepsilon(r+R)$ $a_3^{n}=a_{23}^{\omega}=\omega^2R$ $\varepsilon=\lvert\tilde{\varepsilon}\rvert=\lvert\dot{\omega}\rvert=\lvert\ddot{\varphi}\rvert$ $a_4=\frac{r+R}{R}a_2$ $a_4=(r+R)\varepsilon$ $\vec{a}_1=\vec{a}_{21}^{\omega},\ a_{21}^{\varepsilon}=a_2=\varepsilon r$ $a_{21}^{\omega}R=a_{23}^{\omega}r$

Таблица 15

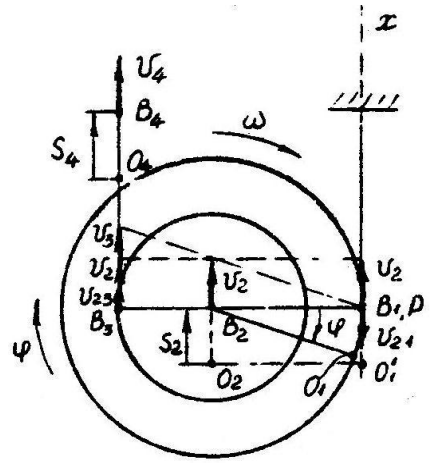
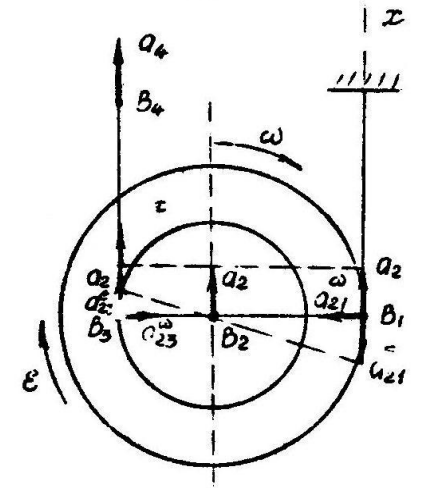
Схема №15	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
 	$\cup O_1B_1=O_1'B_1$ $S_2=O_2B_2=O_1'B_1$ $S_2=\varphi r,\ \varphi=\int_0^t \tilde{\omega}(t)dt$ $\dot{S}_4=\frac{r+R}{R}\dot{S}_2,$ $\dot{S}_2=\dot{\varphi}R$ Интегрируя, получаем $S_4=\frac{r+R}{R}S_2$ $S_4=(r+R)\ \varphi$	1) Точка B_1, P –МЦС $\upsilon_1=0,\ \upsilon_2=\omega r,\ \omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert$ $\upsilon_4=\upsilon_3=\frac{r+R}{r}\upsilon_2=(r+R)\omega$ 2)) $\vec{\upsilon}_3=\vec{\upsilon}_2+\vec{\upsilon}_{23}$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_{2x}+\upsilon_{23x}$ $\upsilon_{2x}=\upsilon_2=\omega R$ $\upsilon_{23x}=\frac{r}{R}\upsilon_2=\omega r$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_3=\frac{r+R}{r}\upsilon_2$ $\upsilon_{3x}=\upsilon_3=(r+R)\omega$ $\upsilon_4=\frac{r+R}{R}\upsilon_2$ $\upsilon_4=(r+R)\omega$	1) $\upsilon_2=\upsilon_2(t),\ \omega=\omega(t)$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\dot{\upsilon}_2(t),\ \tilde{\varepsilon}=\dot{\omega}(t)$ $\dot{\upsilon}_4=\frac{r+R}{r}\dot{\upsilon}_2(t),\ \dot{\upsilon}_4=(r+R)\dot{\omega}(t)$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\tilde{a}_2^{\tau}\frac{r+R}{r}=\tilde{\varepsilon}(r+R)$ $a_4=\lvert\tilde{a}_4^{\tau}\rvert$ 2) $\vec{a}_3=\vec{a}_3^{\tau}+\vec{a}_3^{n}=$ $=\vec{a}_2+\vec{a}_{23}^{\varepsilon}+\vec{a}_{23}^{\omega}$ $a_2=\lvert\dot{\upsilon}_2\rvert=\varepsilon R$ $\vec{a}_{23}^{\varepsilon}=\varepsilon R,\ a_4=a_3^{\tau},$ $a_4=a_3^{\tau}=\varepsilon r+\varepsilon R=\varepsilon(r+R)$ $a_3^{n}=a_{23}^{\omega}=\omega^2R$ $\varepsilon=\lvert\tilde{\varepsilon}\rvert=\lvert\dot{\omega}\rvert=\lvert\ddot{\varphi}\rvert$ $a_4=\frac{r+R}{R}a_2$ $a_4=(r+R)\varepsilon$ $\vec{a}_1=\vec{a}_{21}^{\omega},\ a_{21}^{\varepsilon}=a_2=\varepsilon r$ $a_{21}^{\omega}R=a_{23}^{\omega}r$

Таблица 16

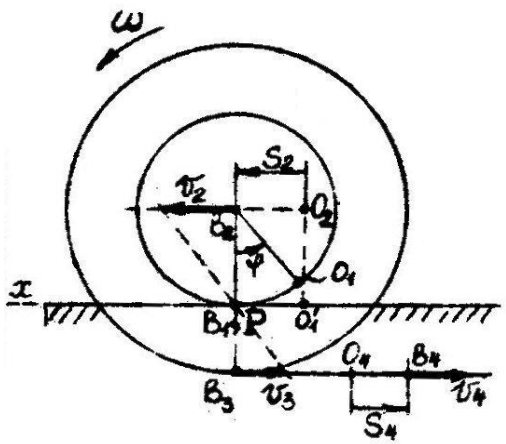
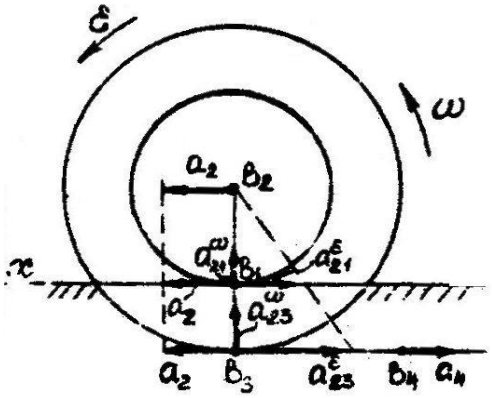
Схема №16	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
 	$\cup O_1B_1=O_1'B_1$ $S_2=O_2B_2=O_1'B_1$ $S_2=\varphi R,\ \varphi=\int_0^t \tilde{\omega}(t)dt$ $\dot{S}_4=\frac{R-r}{r}\dot{S}_2,$ $\dot{S}_2=\dot{\varphi}r$ Интегрируя, получаем $S_4=\frac{R-r}{r}S_2$ $S_4=(R-r)\,\varphi$	1) Точка B_1, P –МЦС $v_1=0,\ v_2=\omega r,\ \omega=\lvert\dot{\varphi}\rvert$ $v_4=v_3=\frac{R-r}{r}v_2=(R-r)\omega$ 2)) $\vec{v}_3=\vec{v}_2+\vec{v}_{23}$ $v_{3x}=v_{2x}+v_{23x}$ $v_{2x}=v_2=\omega r$ $v_{23x}=-v_{23}=-\omega R$ $v_{3x}=v_3=\frac{R-r}{r}v_2$ $v_{3x}=v_3=(R-r)\omega$ $v_4=\frac{R-r}{r}v_2$ $v_4=(R-r)\omega$	1) $v_2=v_2(t),\ \omega=\omega(t)$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\dot{v}_2(t),\ \tilde{\varepsilon}=\dot{\omega}(t)$ $\dot{v}_4=\frac{R-r}{r}\dot{v}_2,\ \dot{v}_4=(R-r)\dot{\omega}$ $\tilde{a}_4^{\tau}=\tilde{a}_2^{\tau}\frac{R-r}{r}=\tilde{\varepsilon}(R-r)$ $a_4=\lvert\tilde{a}_4^{\tau}\rvert$ 2) $\vec{a}_3=\vec{a}_3^{\tau}+\vec{a}_3^{n}=$ $=\vec{a}_2+\vec{a}_{23}^{\varepsilon}+\vec{a}_{23}^{\omega}$ $a_2=\lvert\dot{v}_2\rvert=\varepsilon r$ $\vec{a}_{23}^{\varepsilon}=\varepsilon R,\ a_4=a_3^{\tau},$ $a_4=a_3^{\tau}=\varepsilon R-\varepsilon r=\varepsilon(R-r)$ $a_3^{n}=a_{23}^{\omega}=\omega^2R$ $\varepsilon=\lvert\tilde{\varepsilon}\rvert=\lvert\dot{\omega}\rvert=\lvert\ddot{\varphi}\rvert$ $a_4=\frac{R-r}{r}a_2,$ $a_4=(R-r)\varepsilon$ $\vec{a}_1=\vec{a}_{21}^{\omega},\ a_{21}^{\varepsilon}=a_2=\varepsilon r$ $a_{21}^{\omega}R=a_{23}^{\omega}r$

Таблица 17

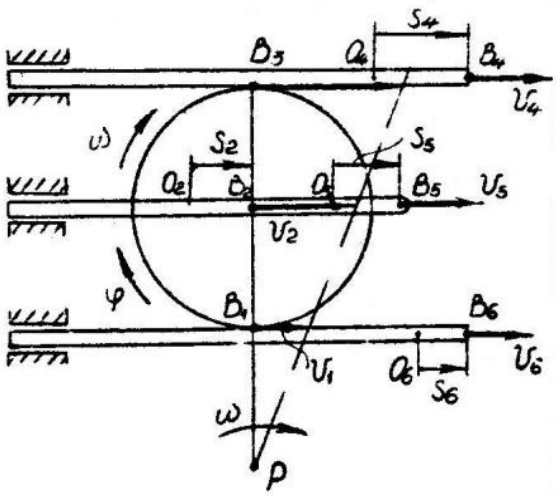
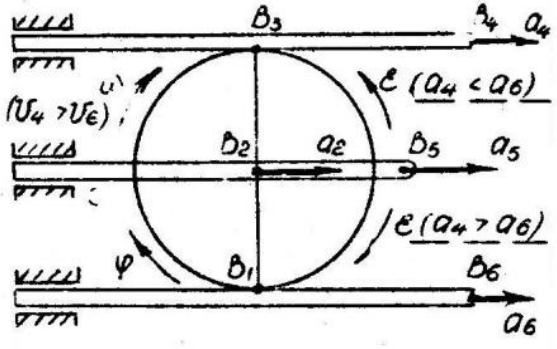
Схема №17	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$\dot{\varphi} = \frac{1}{2R}(\dot{S}_4 - \dot{S}_6)$ $\varphi=\frac{1}{2R}(S_4 - S_6)$ $\dot{S}_2=\frac{1}{2}(\dot{S}_4 + \dot{S}_6)$, $S_5=S_2=\frac{1}{2}(S_4+S_6)$	Точка P –МЦС $\upsilon_P=0$, $\upsilon_3=\upsilon_4$, $\upsilon_1=\upsilon_6$, $\upsilon_5=\upsilon_2$ $\omega=\frac{\upsilon_3}{B_3P} = \frac{\upsilon_1}{B_1P} = \frac{\upsilon_3-\upsilon_1}{B_3P-B_1P}$, так как $B_3P=2R+B_1P$, $B_3P=\frac{\upsilon_3}{\omega}$, $B_1P=\frac{\upsilon_1}{\omega}$ И, следовательно, $\omega=\frac{1}{2R}(\upsilon_3-\upsilon_1)$, $\upsilon_2=\omega(B_2B_1+B_1P)=$ $=\omega R+\omega B_1P=$ $=\frac{\upsilon_3-\upsilon_1}{2}+\upsilon_1=\frac{\upsilon_3+\upsilon_1}{2}$ $\omega=\frac{1}{2R}(\upsilon_4-\upsilon_6)$ $\upsilon_2=\upsilon_5=\frac{1}{2}(\upsilon_4+\upsilon_6)$	$\upsilon_4=\upsilon_4(t)$, $\upsilon_6=\upsilon_6(t)$ $\upsilon_2=\frac{1}{2}(\upsilon_4+\upsilon_6)$ $\omega=\frac{1}{2R}(\upsilon_4-\upsilon_6)$ Дифференцируем по времени $\dot{\upsilon}_4(t)=\tilde{a}_4^{\tau}$ $\dot{\upsilon}_6(t)=\tilde{a}_6^{\tau}$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\frac{1}{2}(\tilde{a}_4^{\tau}+\tilde{a}_6^{\tau})$ $\tilde{\varepsilon}=\frac{1}{2R}(\tilde{a}_4^{\tau}-\tilde{a}_6^{\tau})$ $\tilde{a}_2^{\tau}>0$ –движение точки B_2 ускоренное $\tilde{\varepsilon}>0$ –вращение тела ускоренное
			

Таблица 18

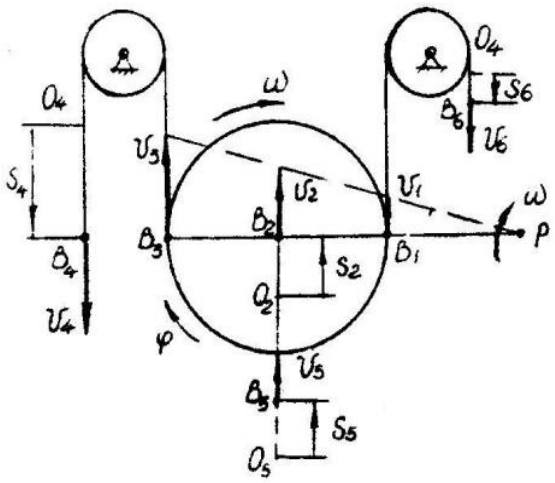
Схема №18	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$\varphi = \frac{1}{2R}(\dot{S}_4 - \dot{S}_6)$ $\varphi=\frac{1}{2R}(S_4 - S_6)$ $\dot{S}_2=\frac{1}{2}(\dot{S}_4 + \dot{S}_6)$, $S_5=S_2=\frac{1}{2}(S_4+S_6)$	Точка P –МЦС $\upsilon_P=0$, $\upsilon_3=\upsilon_4$, $\upsilon_1=\upsilon_6$, $\upsilon_5=\upsilon_2$ $\omega=\frac{\upsilon_3}{B_3P} = \frac{\upsilon_1}{B_1P} = \frac{\upsilon_3-\upsilon_1}{B_3P-B_1P}$, так как $B_3P=2R+B_1P$, $B_3P=\frac{\upsilon_3}{\omega}$, $B_1P=\frac{\upsilon_1}{\omega}$ И, следовательно, $\omega=\frac{1}{2R}(\upsilon_3-\upsilon_1)$, $\upsilon_2=\omega(B_2B_1+B_1P)=$ $=\omega R+\omega B_1P=$ $=\frac{\upsilon_3-\upsilon_1}{2}+\upsilon_1=\frac{\upsilon_3+\upsilon_1}{2}$ $\omega=\frac{1}{2R}(\upsilon_4-\upsilon_6)$ $\upsilon_2=\frac{1}{2}(\upsilon_4+\upsilon_6)$	$\upsilon_4=\upsilon_4(t)$, $\upsilon_6=\upsilon_6(t)$ $\upsilon_2=\frac{1}{2}(\upsilon_4(t)+\upsilon_6(t))$ $\omega=\frac{1}{2R}(\upsilon_4(t)-\upsilon_6(t))$ Дифференцируем по времени $\dot{\upsilon}_4(t)=\tilde{a}_4^\tau$ $\dot{\upsilon}_6(t)=\tilde{a}_6^\tau$ $\tilde{a}_2^\tau=\frac{1}{2}(\tilde{a}_4^\tau+\tilde{a}_6^\tau)$ $\tilde{\varepsilon}=\frac{1}{2R}(\tilde{a}_4^\tau-\tilde{a}_6^\tau)$ $\tilde{a}_2^\tau>0$ –движение точки B_2 ускоренное $\tilde{\varepsilon}>0$ –вращение тела ускоренное

Таблица 19

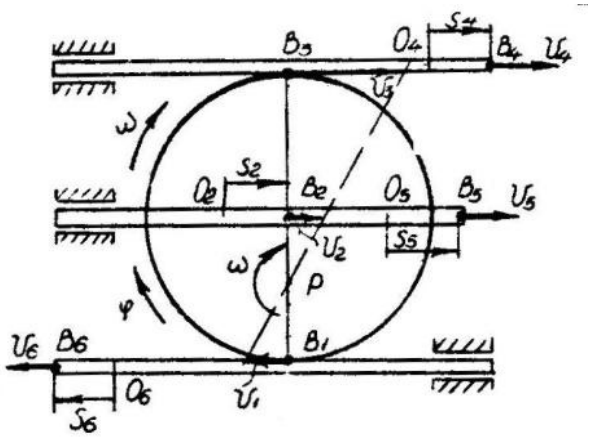
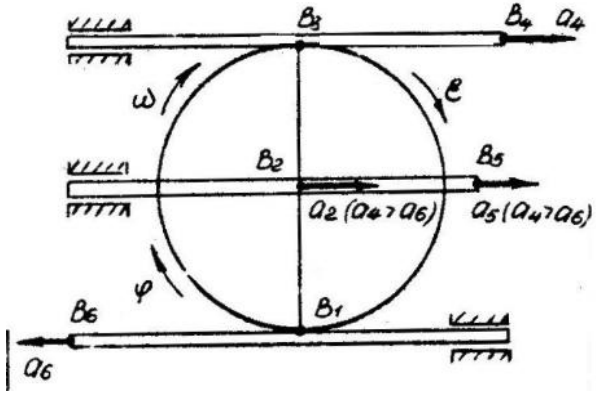
Схема №19	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
 	$\varphi = \frac{1}{2R}(\dot{S}_4 + \dot{S}_6)$ $\varphi=\frac{1}{2R}(S_4 + S_6)$ $\dot{S}_2=\frac{1}{2}(\dot{S}_4 - \dot{S}_6)$, $S_5=S_2=\frac{1}{2}(S_4-S_6)$	Точка P –МЦС $\upsilon_P=0$, $\upsilon_3=\upsilon_4$, $\upsilon_1=\upsilon_6$, $\upsilon_5=\upsilon_2$ $\omega=\frac{\upsilon_3}{B_3P}=\frac{\upsilon_1}{B_1P}=\frac{\upsilon_3+\upsilon_1}{B_3P+B_1P}$, так как $B_3P+B_1P=2R$, $B_3P=\frac{\upsilon_3}{\omega}$, $B_1P=\frac{\upsilon_1}{\omega}$ И, следовательно, $\omega=\frac{1}{2R}(\upsilon_3+\upsilon_1)$, $\upsilon_2=\omega(B_2B_1-B_1P)=$ $=\omega R-\omega B_1P=$ $=\frac{\upsilon_3+\upsilon_1}{2}+\upsilon_1=\frac{\upsilon_3-\upsilon_1}{2}$ $\omega=\frac{1}{2R}(\upsilon_4+\upsilon_6)$ $\upsilon_2=\upsilon_5=\frac{1}{2}(\upsilon_4-\upsilon_6)$	$\upsilon_4=\upsilon_4(t)$, $\upsilon_6=\upsilon_6(t)$ $\upsilon_2=\frac{1}{2}(\upsilon_4-\upsilon_6)$ $\omega=\frac{1}{2R}(\upsilon_4+\upsilon_6)$ Дифференцируем по времени $\dot{\upsilon}_4(t)=\tilde{a}_4^\tau$ $\dot{\upsilon}_6(t)=\tilde{a}_6^\tau$ $\tilde{a}_2^\tau=\frac{1}{2}(\tilde{a}_4^\tau-\tilde{a}_6^\tau)$ $\tilde{\varepsilon}=\frac{1}{2R}(\tilde{a}_4^\tau+\tilde{a}_6^\tau)$ $\tilde{a}_2^\tau>0$ –движение точки B_2 ускоренное $\tilde{\varepsilon}>0$ –вращение тела ускоренное

Таблица 20

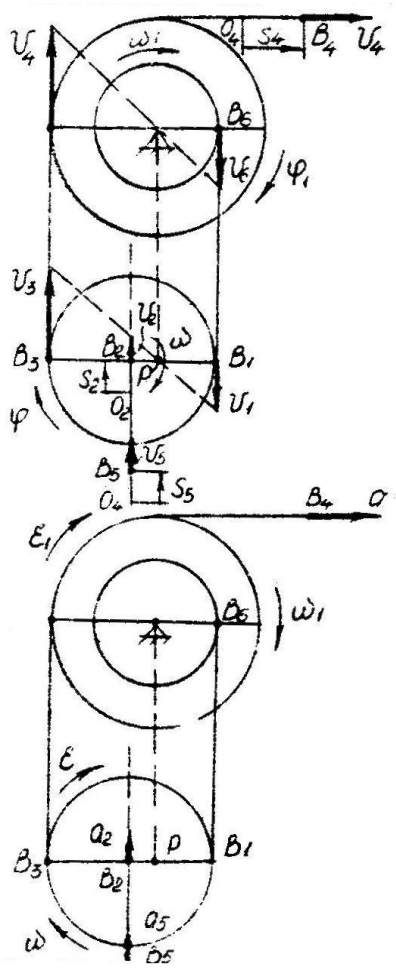
Схема №20	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$\dot{\varphi}=\dot{\varphi}_1=\frac{1}{R_1}\dot{S}_4$ $\varphi=\varphi_1=\frac{S_4}{R_1}$ $\dot{S}_2=\dot{S}_5=\frac{1}{2}\dot{\varphi}(R_1-r_1)$ $\dot{S}_2=\dot{S}_5=\frac{1}{2}\dot{S}_4\left(1-\frac{r_1}{R_1}\right)$ $S_2=S_5=\frac{1}{2}\varphi_1(R_1-r_1)$, $S_2=S_5=\frac{1}{2}S_4\left(1-\frac{r_1}{R_1}\right)$	Точка P –МЦС $\upsilon_P=0$, $\upsilon_3=\upsilon_4$, $\upsilon_1=\upsilon_6$, $\upsilon_5=\upsilon_2$ $\omega=\frac{\upsilon_3}{B_3P}=\frac{\upsilon_1}{B_1P}=\frac{\upsilon_3+\upsilon_1}{B_3P+B_1P}$, так как $B_3P+B_1P=2R=R_1+r_1$, $B_3P=\frac{\upsilon_3}{\omega}$, $B_1P=\frac{\upsilon_1}{\omega}$ И, следовательно, $\omega=\frac{1}{2R}(\upsilon_3+\upsilon_1)$, $\upsilon_2=\omega(B_2B_1-B_1P)=$ $=\omega R-\omega B_1P=$ $=\frac{\upsilon_3+\upsilon_1}{2}+\upsilon_1=\frac{\upsilon_3-\upsilon_1}{2}$ $\omega=\omega_1=\upsilon_4/R_1$ $\upsilon_2=\upsilon_5=\frac{1}{2}(\upsilon_4-\upsilon_6)=$ $=\frac{1}{2}\omega_1(R_1-r_1)$ $\upsilon_2=\upsilon_5=\frac{1}{2}\upsilon_4\left(1-\frac{r_1}{R_1}\right)$	$\upsilon_4=\upsilon_4(t)$, $\upsilon_6=\frac{r_1}{R_1}\upsilon_4(t)$ $\omega=\omega_1(t)=\upsilon_4/R_1$ $\omega=\dot{\omega}_1(t)=\dot{\upsilon}_4/R_1$ $\tilde{\varepsilon}=\tilde{\varepsilon}_1=\tilde{a}_4^{\tau}/R_1$ $\dot{\upsilon}_2=\frac{1}{2}(\dot{\upsilon}_4-\dot{\upsilon}_6)$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\frac{1}{2}\tilde{\varepsilon}_1(R_1-r_1)$, $\tilde{a}_2^{\tau}=\frac{1}{2}\tilde{a}_4^{\tau}\left(1-\frac{r_1}{R_1}\right)$ $\tilde{a}_2^{\tau}>0$ –движение точки B_2 ускоренное $\tilde{\varepsilon}>0$ –вращение тела ускоренное

Таблица 21

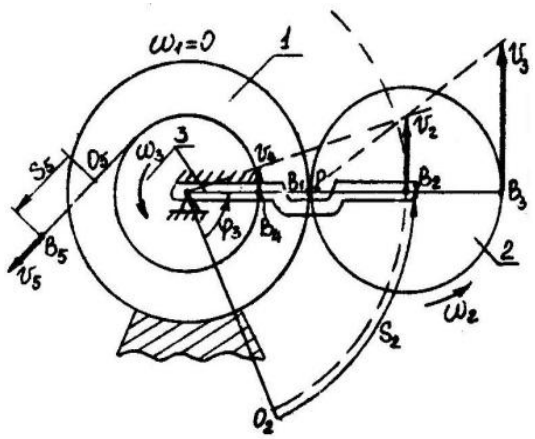
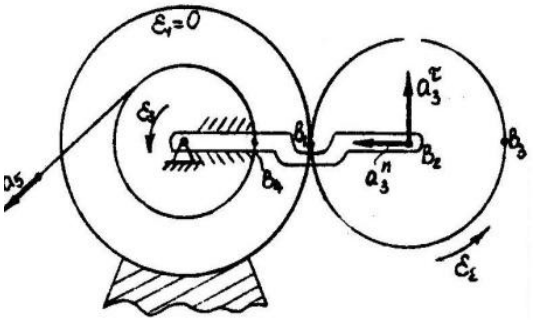
Схема №21	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
  $\varepsilon_1=0$ ε_3 a_5 a_3^τ a_3^n B_1 B_2 B_3 ε_2	$\dot{S}_2=\dot{S}_5\frac{R_1+R_2}{R_3}$ $\dot{S}_2=\dot{\varphi}_3(R_1+R_2)$ $\dot{\varphi}_2=\frac{\dot{S}_2}{R_2}$ $\dot{\varphi}_2=\dot{\varphi}_3\frac{R_1+R_2}{R_2}$ Интегрируя, получаем $S_2=S_5\frac{R_1+R_2}{R_3}$ $S_2=\varphi_3(R_1+R_2)$ $\varphi_2=S_2/R_2$ $\varphi_2=\varphi_3\frac{R_1+R_2}{R_2}$	Точка B_1, P –МЦС $\upsilon_1=0$, $\upsilon_2=\omega_3(R_1+R_2)$ $\upsilon_3=2\upsilon_2$, $\upsilon_4=\omega_3R_3=\upsilon_5$ $\omega_3=\frac{\upsilon_5}{R_3}=\frac{\upsilon_2}{R_1+R_2}$ $\upsilon_2=\frac{\upsilon_5}{R_3}=(R_1+R_2)=$ $=\omega_3(R_1+R_2)$ $\omega_2=\frac{\upsilon_2}{R_2}=\upsilon_5\frac{R_1+R_2}{R_2R_3}$ $\omega_2=\frac{\upsilon_2}{R_2}=\omega_3\frac{R_1+R_2}{R_2}$	$\upsilon_5=\upsilon_5(t)$, $\omega_3=\omega_3(t)$ $\upsilon_2=\upsilon_5(t)\cdot(R_1+R_2)/R_3$ $\upsilon_2=\omega_3(t)\,(R_1+R_2)$ $\omega_2=\upsilon_5((R_1+R_2)/R_2R_3)$ Дифференцируем по t $\dot{\upsilon}_5=\tilde{a}_5^\tau$, $\dot{\omega}_3=\tilde{\varepsilon}_3$, $\tilde{a}_2^\tau=\tilde{a}_5^\tau((R_1+R_2)/R_3)$ $\tilde{a}_2^\tau=\tilde{\varepsilon}_3(R_1+R_2)$ $\tilde{\varepsilon}_2=\tilde{a}_5^\tau((R_1+R_2)/R_2R_3)$ $\tilde{\varepsilon}_2=\tilde{a}_3((R_1+R_2)/R_3)$ $\vec{a}_2=\vec{a}_2^\tau+\vec{a}_3^n$ $a_2^\tau=\lvert\vec{a}_2^\tau\rvert$ $a_2^n=\frac{\upsilon_2^2}{R_1+R_2}=\omega_3^2(R_1+R_2)$

Таблица 22

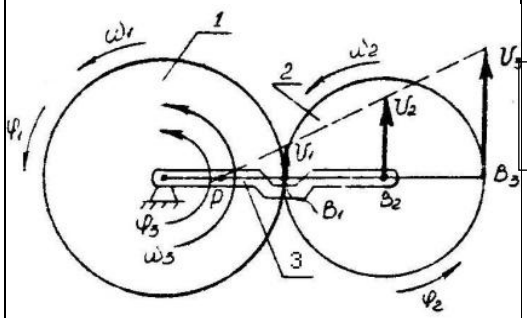
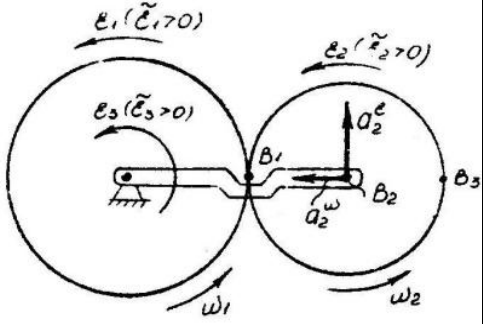
Схема №22	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
 	$\dot{\varphi}_2=\frac{1}{R_2}[\dot{\varphi}_3(R_1+R_2)-\dot{\varphi}_1 R_1]$ $\varphi_2=\frac{1}{R_2}[\varphi_3(R_1+R_2)-\varphi_1 R_1]$	Точка P –МЦС $\upsilon_P=0,\ \upsilon_1=\omega_1 R_1$ $\upsilon_2=\omega_3(R_1+R_2)$ $\omega_2==\frac{\upsilon_2}{B_2P}=\frac{\upsilon_1}{B_1P}=\frac{\upsilon_2-\upsilon_1}{B_2P-B_1P}$ так как $B_2P-B_1P=R_2$ $B_2P=\upsilon_2/\omega_2,\ B_1P=\upsilon_1/\omega_2$ и, следовательно, $\omega=\frac{\upsilon_2-\upsilon_1}{R_2}=\frac{\omega_3(R_1+R_2)-\omega_1 R_1}{R_2}$ $\omega_2=\frac{\upsilon_3}{B_3P}=\frac{\upsilon_2}{B_2P}=\frac{\upsilon_3-\upsilon_2}{B_3P-B_2P}$ $\omega_2=\frac{\upsilon_3-\upsilon_2}{R_2}$ $\upsilon_3=\upsilon_2+\omega_2 R_2=\upsilon_2+(\upsilon_2-\upsilon_1)$ $\upsilon_3=2\,\upsilon_2-\upsilon_1$	$\upsilon_1=\upsilon_1(t),\ \upsilon_2=\upsilon_2(t)$ $\omega_1=\omega_1(t),\ \omega_3=\omega_3(t)$ $\omega_2=\frac{1}{R_2}(\upsilon_2-\upsilon_1)$ $\omega_2=\frac{1}{R_2}[\omega_3(R_1+R_2)-\omega_1 R_1]$ Дифференцируем по t $\dot{\omega}_1=\tilde{\varepsilon}_1,\ \dot{\omega}_3=\tilde{\varepsilon}_3$ $\tilde{\varepsilon}_2=\frac{1}{R_2}[\tilde{\varepsilon}_3(R_1+R_2)-\tilde{\varepsilon}_1 R_1]$ $\vec{a}_2=\vec{a}_2^{\varepsilon}+\vec{a}_2^{\omega}$ $a_2^{\varepsilon}=\varepsilon_2(R_1+R_2)$ $a_2^{\omega}=\omega_2^2(R_1+R_2)$ $\varepsilon_2=\lvert\tilde{\varepsilon}_2\rvert$

Таблица 23

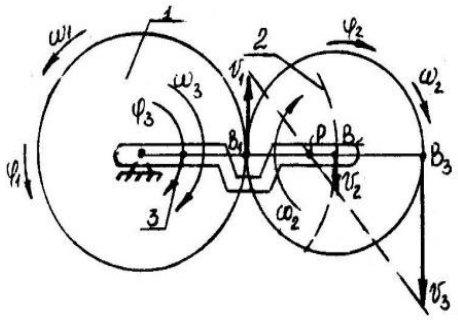
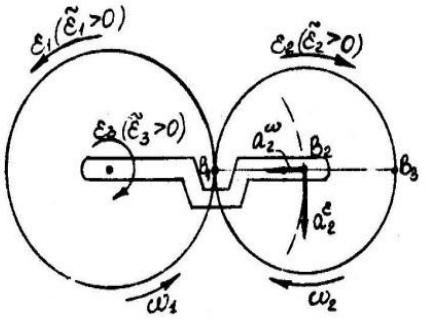
Схема №23	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
 	$\dot{\varphi}_2=\frac{1}{R_2}[\dot{\varphi}_3(R_1+R_2)+\dot{\varphi}_1 R_1]$ $\boxed{\varphi_2=\frac{1}{R_2}[\varphi_3(R_1+R_2) + \varphi_1 R_1]}$	Точка P –МЦС $\upsilon_P=0,\ \upsilon_1=\omega_1 R_1$ $\upsilon_2= \omega_3(R_1+R_2)$ $\omega_2==\frac{\upsilon_2}{B_2P} = \frac{\upsilon_1}{B_1P} = \frac{\upsilon_2+\upsilon_1}{B_2P+B_1P}$ так как $B_2P + B_1P=R_2$ $B_2P= \upsilon_2/\omega_2,\ B_1P=\upsilon_1/\omega_2$ и, следовательно, $\boxed{\omega=\frac{\upsilon_2+\upsilon_1}{R_2}=\frac{\omega_3(R_1+R_2)+\omega_1 R_1}{R_2}}$ $\omega_2=\frac{\upsilon_3}{B_3P} = \frac{\upsilon_2}{B_2P} = \frac{\upsilon_3-\upsilon_2}{B_3P-B_2P}$ $\omega_2=\frac{\upsilon_3-\upsilon_2}{R_2}$ $\upsilon_3= \upsilon_2+ \omega_2 R_2=\upsilon_2+(\upsilon_2 + \upsilon_1)$ $\upsilon_3=2\ \upsilon_2 +\upsilon_1$	$\upsilon_1= \upsilon_1(t),\ \upsilon_2= \upsilon_2(t)$ $\omega_2=\frac{1}{R_2}(\upsilon_2+\upsilon_1)$ $\omega_2=\frac{1}{R_2}[\omega_3(R_1 + R_2) + \omega_1 R_1]$ Дифференцируем по t $\dot{\omega}_1 = \tilde{\varepsilon}_1,\ \dot{\omega}_3 = \tilde{\varepsilon}_3$ $\boxed{\tilde{\varepsilon}_2=\frac{1}{R_2}[\tilde{\varepsilon}_3(R_1 + R_2) + \tilde{\varepsilon}_1 R_1]}$ $\vec{a}_2=\vec{a}_2^{\varepsilon}+\vec{a}_2^{\omega}$ $a_2^{\varepsilon}=\varepsilon_2(R_1 + R_2)$ $a_2^{\omega}=\omega_2^2(R_1 + R_2)$ $\varepsilon_2=\lvert\tilde{\varepsilon}_2\rvert$

Таблица 24

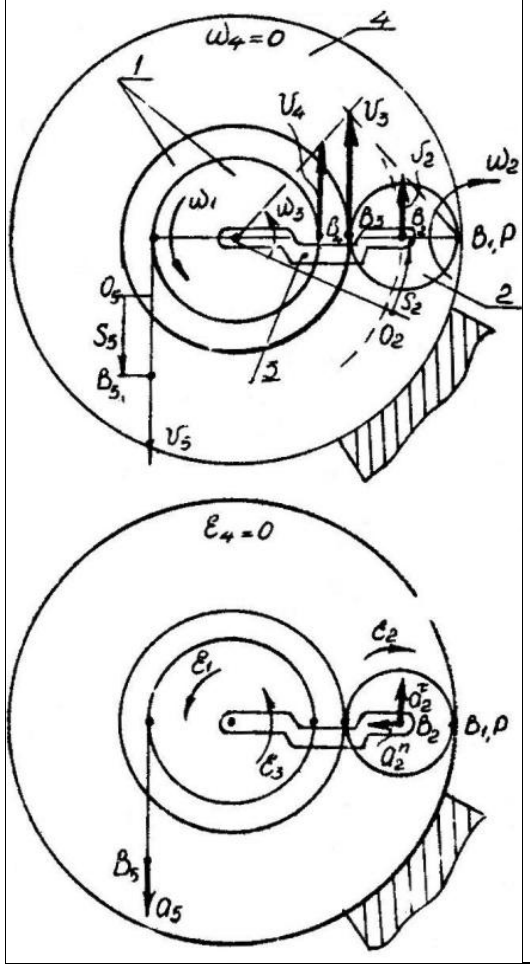
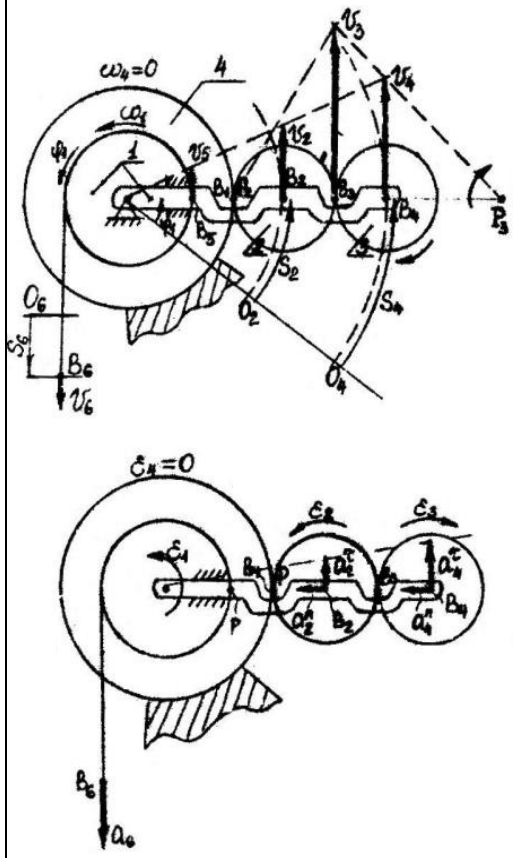
Схема №24	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$\dot{S}_2=\frac{R_1}{2r_1}\dot{S}_5$, $\dot{S}_2=\dot{\varphi}_1 R_1/2$ $\dot{\varphi}_2=\frac{1}{2r_1R_2}\dot{S}_5$, $\dot{\varphi}_2=\dot{\varphi}_1\frac{R_1}{2R_2}$ $\dot{\varphi}_3=\frac{R_1}{2r_1(R_1+R_2)}\dot{S}_5$ $\dot{\varphi}_3=\frac{R_1}{2(R_1+R_2)}\dot{\varphi}_1$ Интегрируя, получаем $S_2=S_5\frac{R_1}{2r_1}=\varphi_1 R_1/2$ $\varphi_2=S_2\frac{1}{2r_1R_2}=\varphi_1\frac{R_1}{2R_2}$ $\varphi_3=\frac{R_1}{2r_1(R_1+R_2)}S_5$ $\varphi_3=\varphi_1\frac{R_1}{2(R_1+R_2)}$	Точка B_1, P –МЦС $\upsilon_1=0$, $\upsilon_2=\omega_3(R_1+R_2)$ $\upsilon_3=2\,\upsilon_2$, $\upsilon_4=\omega_1 r_1=\upsilon_5$ $\omega_1=\upsilon_5/r_1=\upsilon_4/r_1=\upsilon_3/R_1$ $\upsilon_2=\upsilon_3/2=\upsilon_5R_1/2r_1$ $\upsilon_2=\upsilon_3/2=\omega_1 r_1/2$ $\omega_2=\upsilon_2/R_2=$ $=\upsilon_5R_1/(2r_1R_2)$ $\omega_2=\upsilon_2/R_2=\omega_1R_1/2R_2$ $\omega_3=\upsilon_2/(R_1+R_2)=$ $=\upsilon_5R_1/(2r_1(R_1+R_2))$ $\omega_3=\upsilon_2/(R_1+R_2)=$ $=\omega_1R_1/(2r_1(R_1+R_2))$	$\upsilon_5=\upsilon_5(t)$, $\omega_1=\omega_1(t)$ Дифференцируем по t $\dot{\upsilon}_5=\tilde{a}_5^{\tau}$, $\dot{\omega}_1=\tilde{\varepsilon}_1$ $\tilde{a}_2^{\tau}=\tilde{a}_5^{\tau}\frac{R_1}{2r_1}$, $\tilde{a}_2^{\tau}=\frac{1}{2}\tilde{\varepsilon}_1R_1$ $\tilde{\varepsilon}_2=\frac{\tilde{a}_5^{\tau}R_1}{2r_1R_2}$ $\tilde{\varepsilon}_2=\frac{\tilde{\varepsilon}_1R_1}{2R_2}$ $\tilde{\varepsilon}_3=\frac{\tilde{a}_5^{\tau}R_1}{2r_1(R_2+R_1)}$ $\tilde{\varepsilon}_2=\frac{\tilde{\varepsilon}_1R_1}{2(R_2+R_1)}$ $\vec{a}_2=\vec{a}_2^{\tau}+\vec{a}_2^{n}$, $a_2^{\tau}=\lvert\tilde{a}_2^{\tau}\rvert$ $a_2^{n}=\frac{\upsilon_2^2}{R_1+R_2}=\omega_3^2(R_1+R_2)$

Таблица 25

Схема №25	Дуговые координаты и углы поворота	Скорости	Ускорения
	$\dot{S}_6=\dot{\varphi}_1 r_1$, $\dot{S}_2=\dot{\varphi}_1(R_1+R_2)$, $\dot{S}_2=\dot{S}_6((R_1+R_2)/ r_1)$ $\dot{S}_4=\dot{\varphi}_1(R_1+2R_2+R_3)$ $\dot{S}_4 = \dot{S}_6/ r_1(R_1+2R_2+R_3)$ $\dot{\varphi}_2=\dot{\varphi}_1 \frac{R_1+R_2}{R_2}=\dot{S}_6 \frac{R_1+R_2}{R_2 r_1}$ $\dot{\varphi}_3=\dot{\varphi}_1 \frac{R_1-R_3}{R_3}=\dot{S}_6 \frac{R_1-R_3}{R_3 r_1}$ Интегрируем, $S_6=\varphi_1 r_1$, $\varphi_1=S_6/r_1$ $S_2= \varphi_1(R_1+R_2)=S_6\frac{R_1+R_2}{r_1}$ $S_4= \varphi_1(R_1+2R_2+R_3)$ $S_4= S_6/r_1 (R_1+2R_2+R_3)$ $\varphi_2= \varphi_1\frac{R_1+R_2}{R_2}=S_6\frac{R_1+R_2}{R_2 r_1}$ $\varphi_3= \varphi_1\frac{R_1-R_3}{R_3}=S_6\frac{R_1-R_3}{R_3 r_1}$	Точка B_1P_1 –МЦС звена 2 P_3 -МЦС звена 3 $\upsilon_1=0$, $\upsilon_2=\omega_1(R_1+R_2)$ $\upsilon_3= 2\upsilon_2$, $\upsilon_4= \omega_1 (R_1+2R_2+R_3)$ $\omega_1= \upsilon_6/r_1= \upsilon_5/r_1$ $\omega_2= \upsilon_2/R_2$ $\omega_3= \upsilon_3/B_3P_3= \upsilon_4/B_4P_3$ $(\upsilon_3- \upsilon_4)/(B_3P_3-B_4P_3)$ так как $B_3P_3=B_4P_3+R_3$ $B_3P_3= \upsilon_3/\omega_3$, $B_4P_3= \upsilon_4/\omega_3$ $\upsilon_2=\omega_1(R_1+R_2)=$ $=\upsilon_6(R_1+R_2)/r_1$ $\upsilon_4= \omega_1(R_1+2R_2+R_3)=$ $=\upsilon_6(R_1+2R_2+R_3)/r_1$ $\omega_2= \omega_1\frac{R_1+R_2}{R_2}=$ $= \upsilon_6\frac{R_1+R_2}{R_2 r_1}$ $\omega_3=(2\upsilon_2- \upsilon_4)/R_3=$ $=\omega_1(R_1-R_3)/R_3=$ $= \upsilon_6\frac{R_1-R_3}{R_3 r_1}$	$\upsilon_6= \upsilon_6(t)$, $\omega_1= \omega_1(t)$ Дифференцируем по t $\tilde{a}_2^\tau=\tilde{\varepsilon}_1(R_1+R_2)$ $\tilde{a}_2^\tau=\tilde{a}_6^\tau(R_1+R_2)/r_1$ $\tilde{a}_4^\tau=\tilde{\varepsilon}_1(R_1+2R_2+R_3)$ $\tilde{a}_4^\tau=\tilde{a}_6^\tau(R_1+2R_2+R_3)/r_1$ $\tilde{\varepsilon}_1=\varepsilon_1(R_1+R_2)/R_2$ $\tilde{\varepsilon}_2 = \tilde{a}_6^\tau \frac{R_1+R_2}{r_1 R_2}$ $\tilde{\varepsilon}_3=\varepsilon_1(R_1-R_2)/R_3$ $\tilde{\varepsilon}_3 = \tilde{a}_6^\tau \frac{R_1-R_3}{r_1 R_3}$ $\vec{a}_2=\vec{a}_2^\tau + \vec{a}_2^n$ $\vec{a}_4=\vec{a}_4^\tau + \vec{a}_4^n$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Яблонский А.А, Никифорова В.М.** Курс теоретической механики: Статика, кинематика, динамика: Учеб. пособие для вузов. 7-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2007. – 764 с.

2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / Под общ. ред. А.А. Яблонского. – М.: Интеграл – Пресс, 2004.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Поступательное движение твердого тела..... 3
2. Вращательное движение твердого тела..... 3
3. Плоскопараллельное движение твердого тела..... 5
Типовые схемы..... 7
Список литературы..... 32

Григорьев Александр Юрьевич
Малявко Дмитрий Пантелеймонович
Фёдорова Людмила Анатольевна

ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ

Учебно-методическое пособие

Ответственный редактор

Т.Г. Смирнова

Компьютерная верстка

Ю.Н. Санкина
А.М. Елисеев

Дизайн обложки

Н.А. Потехина

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 17.04.2014. Формат 60×84 1/16
Усл. печ. л. 2,09 Печ. л. 2,25 Уч.-изд. л. 2,0
Тираж 150 экз. Заказ № С 27

НИУ ИТМО. 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
ИИК ИХиБТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9