

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

**И.Е. Скалецкая, В.Т. Прокопенко,**

**Е.К. Скалецкий**

**ВВЕДЕНИЕ В ПРИКЛАДНУЮ  
ЭЛЛИПСОМЕТРИЮ**

**Учебное пособие по курсу**

**«ОПТИКО-ФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ»**

**Часть 3**

**ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ ПРОХОДЯЩЕГО СВЕТА**



**Санкт-Петербург  
2014**

И.Е. Скалецкая, В.Т. Прокопенко, Е.К. Скалецкий «Введение в прикладную эллипсометрию». Учебное пособие по курсу «Оптико-физические измерения». Часть 3. «Эллипсометрия проходящего света» – СПб: НИУ ИТМО, 2014. – 104 с.

Учебное пособие рассчитано на студентов и аспирантов оптических специальностей высшей школы по направлениям «Техническая физика» (223200), «Лазерная техника и лазерные технологии» (200500) и имеет следующие практические цели:

- 1) ознакомление с принципами экспериментальной работы на приборах ручного управления типа ноль-эллипсометров серии лазерных эллипсофотометров марки ЛЭФ-2, ЗМ, начиная с методов юстировки и калибровки до измерений и обработки первичных данных;
- 2) пополнение банка данных измерениями новых оптических систем в проходящем и отражённом свете всевозможных веществ и изделий – объектов измерений (ОИ);
- 3) освоение методик прецизионных измерений амплитудно-фазовых ( $\Psi_\varphi$ ,  $\Delta_\varphi$ ) характеристик поля световой волны после взаимодействия с исследуемым веществом при косом падении ( $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ ) методами их многоугловых развёрток;
- 4) ознакомление с программным обеспечением компьютерной обработки первичной измерительной информации и модельных оценок косвенно измеряемых оптических параметров ( $d$ ,  $n$ ,  $k$ ) исследуемых материалов на примере тест систем ОИ.

В тест-системах пособия рассмотрены аналитические свойства решений основного уравнения эллипсометрии (ОУЭ) Друде, вопросы их математической корректности и физической адекватности свойствам ОИ. Во главу угла логического рассмотрения положено явление эффекта Брюстера и описывающие его законы.

Рекомендовано к печати УМО по образованию в области приборостроения и оплотехники для студентов бакалавров кафедр оптического профиля, обучающихся по направлениям «оплотехника, лазерная техника и лазерные технологии», а так же «техническая физика».

Протокол заседания Президиума УМО № 2 от 09.04.2014.

В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»



© Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 2014

©И.Е. Скалецкая, В.Т. Прокопенко, Е.К. Скалецкий, 2014

## Содержание

Аннотация	4
Ключевые слова и обозначения	5
Введение	6
Глава 1. Эллипсометрия отражённого света	7
1.1. Эллипсометрические исследования оптических материалов	7
1.2. Теоретические основы	8
1.2.1. Решения прямой задачи Друде в модели Френеля при отражении	11
1.2.2. Решения обратной задачи Друде в модели Френеля при отражении	13
1.2.3. Свойство необратимости решений ОУЭ Друде в модели Френеля	15
1.3. Алгоритмы корректировки значений материальных констант	20
1.4. Эмпирические инварианты Френеля-Брюстера	24
Глава 2. Эллипсометрия проходящего света	28
2.1. Форма ОУЭ Друде для проходящего света	28
2.1.1. Физический смысл параметризации коэффициентов Френеля	29
2.1.2. Амплитудно-фазовые параметры проходящего света	34
2.2. Эффект Брюстера в эллипсометрии проходящего света	39
2.2.1. Интерпретация решений прямой задачи в вещественной форме ОУЭ	41
2.2.2. Корректировка решений прямой задачи в комплексной форме ОУЭ	45
2.2.3. Решения обратной задачи ОУЭ на просвет в вещественной форме	52
2.2.4. Решения обратной задачи ОУЭ на просвет в комплексной форме	53
2.3. Экспериментальная апробация	55
2.3.1. Описание объектов	56
2.3.2. Сложность объектов	58
2.3.3. Корректировка данных первичных измерений	58
2.3.4. Результаты оценок показателей преломления по Брюстеру	62
Глава 3. Эллипсометрия слоистых систем	62
3.1. Аппроксимация инвариантов Френеля-Брюстера в модели Френеля	63
3.2. Алгоритмы однородного отражающего слоя для расчёта Инвариантов Френеля-Брюстера	64
3.3. Связь ОУЭ для идеальных границ с однослойной системой	65
3.4. Основные свойства решений ОУЭ для однослойной модели	65
3.5. Трансформация инвариантов Френеля-Брюстера	69
Выводы	70
Литература	71
Приложение 1. Приборная база эллипсометрии	72
Приложение 2. Устройство отечественного прибора серии ЛЭФ-3М.1	74
Приложение 3. Проблемы метрологии	79
Приложение 4. Основные модели оптических систем	86
Приложение 5. Постулаты Нильса Бора	88
Приложение 6. Лабораторная работа №15	93

## Аннотация

Первая часть монографии авторского коллектива кафедры ТТОЭ ИФФ НИУ ИТМО, как пособие по курсу оптических измерений «Введение в прикладную эллипсометрию», базировалась на анализе свойств решений основного уравнения эллипсометрии Друде для объектов исследования с идеальной зеркальной границей раздела сред.

Однако уже в этой модели пришлось перейти к реальным границам раздела сред для объяснения расхождения теоретических и экспериментальных данных для одного и того же объекта. Для качественной трактовки этих расхождений было рассмотрено явление аномального отражения, зависящего от углов падения света на ОИ.

По Поллю [1] показатель поглощения в эллипсометрии предложено рассматривать из дисперсионной постоянной и индикатриссной светорассеивающей частей, последняя из которых естественным образом зависит от углов падения.

Во второй части пособия новаторские методы нетрадиционной эллипсометрии были пролонгированы на модель границы с учётом эффективного приповерхностного слоя.

Настоящая третья часть посвящена непопулярному направлению проходящего света в прикладной эллипсометрии, для которого требовалось доопределить вид ОУЭ Друде при отсутствии сагитальной компоненты света в среде, когда типовое уравнение Друде вместо корня получает сингулярный экстремум, а с новым сохраняет эффект Брюстера.

Численное моделирование решений прямой и обратной задач эллипсометрии, кроме того, показывает аналитические противоречия этого метода в целом.

Пособие может служить опорным материалом для организации лабораторных исследований в учебном практикуме студентов ВУЗов по методам поляризационно-оптической амплитудно-фазовой диагностики гомогенных сред с помощью приборов ручного управления типа  $\theta$ -эллипсометров. Эти приборы конкурируют разве лишь с туннельными микроскопами сверхлокального наблюдения, использование которых для исследования сверхтонких однородных сред – иррационально.

Современный прогресс в развитии всевозможных направлений нано- и пико-технологий (от изделий квантовой радиоэлектроники до биомедицинских объектов геномной инженерии) во многом зависит также и от развития научно-технической базы адекватного метрологического материаловедения, линейные размеры рабочих элементов в которой достигают нанометрового уровня в объёмах, соизмеримых с масштабами квантовых точек объектов квазимолекулярного уровня самоорганизации сложных систем, обладающих при этом собственными макрохарактеристиками гомогенных сред. Здесь эллипсометрия просто незаменима.

Эллипсометрия в проходящем свете слабо представлена в специальной литературе по когерентной оптике [2-4]. Поэтому она требует к себе более пристального внимания.

В наиболее полной по этому направлению работе [4] нет введения даже в модель идеальной границы Френеля для решения задач Друде напросвет. В пособии эти вопросы рассмотрены детально.

Показано, что для диэлектрических сред (без учёта поглощения при  $k = 0$ ) вещественные решения ОУЭ Друде не содержат информацию об эффекте Брюстера (100% поляризации), который должен описываться и экстремумом амплитудной  $\Psi(\varphi)$  и  $180^\circ$  скачком фазовой  $\Delta(\varphi)$  функций от углов падения  $\varphi$ , которые однозначно описывают состояние поляризации поля световой волны.

Комплексное описание задач Друде для модели Френеля восстанавливают эти потери.

По этой причине в принципе не корректно пренебрегать даже сколь угодно малым значением показателя поглощения ( $k \rightarrow 0$ ), тем более в прецизионном оптическом материаловедении.

### Ключевые слова и обозначения:

ОИ – объект исследования,  
ОУЭ – основное уравнение эллипсометрии:  $R = |R|e^{i\delta} = \operatorname{tg}(\Psi)e^{i\Delta}$ ,  
 $\Psi$  – амплитудный параметр состояния поляризации  $|R| = \operatorname{tg}(\Psi)$ ,  
 $\delta = \Delta$  – фазовый параметр состояния поляризации, аргумент комплексного  $R$ ,  
ПВО – полное внутреннее отражение,  
НПВО – нарушенное полное внутреннее отражение,  
ФЭУ – фотоэлектронный умножитель,  
 $U$  – индикаторный сигнал ( $U = \Phi \text{ЭУ}$ ),  
ЛЭФ – лазерный эллипсометрический фотометр (3М – третья модификация),  
ЭМ – электромагнетизм,  
ЭМК – ЭМ колебания,  
ЭМВ – ЭМ волны,  
ЭМП – электромагнитное поле,  
МА – метрологический анализ,  
МП – метрологическая проработка,  
АО – аномальное отражение ЭМВ,  
 $m = n - ik$  – комплексный показатель преломления,  
 $n$  – вещественный показатель преломления,  
 $k$  – показатель поглощения, светоослабление (экстинкция).

## Введение

Термин «эллипсометрия» в первую очередь касается аппаратного обеспечения анализа состояния поляризации света с помощью эллипсометрических приборов.

В разделе приложений №1 и №2 приводится краткий обзор приборов этого класса.

Судя по техническим характеристикам, эллипсометры способны работать в УФ, ИК и видимом диапазонах спектра с миллисекундным быстродействием автоматов при весьма качественном метрологическом обеспечении. То же касается и программного обеспечения измерений. Однако не всё так прекрасно.

Действительно, противоречиво уже само сочетание высокой инерционности эллипсометрических приборов (много килограммовой массы) с высоким быстродействием (в тысячных долях секунды). Это тоже требует пояснения. Сколько напрасных творческих сил, умения и труда в добрые старые времена требовалось от коллег, работающих с жидкими объектами измерений химиков, которые не могли избавиться от промышленных помех, возникающих на поверхности, например, при движении недалеко находящегося трамвая. Не спасало помещение эллипсометра на глубоко размещённой в земле бетонной платформе. Она передавала все сейсмические вибрации почвы от движения транспорта. На Кавказе в каменных штольнях шахт интерференционные установки реагировали даже на изгибы грунта от проходящих стад животных (коров, овец или баранов).

В то же время ларчик просто открывался – ну, вибрации, ну, колебания жидкостной глади, видной при отражении по зеркальному каналу, ну, и что – измерения гашения света всё равно выполнить можно. Зайчик отражения не стационарен, прерывист, но при этом строго синхронизирован жёсткостью всей конструкции прибора и его можно хорошо погасить, используя азимуты скрещенных поляризаторов для определения первичных амплитудно-фазовых параметров ОИ. Спасает высокая точность механического задания равных друг другу углов падения и отражения в этих эллипсометрических приборах.

Конечно, открытая поверхность жидкости не является плоскостной, а чаще всего выпуклой. Но при хорошей юстировке отражение можно поймать от экстремально высокой точки, малые размеры которой равносильны соприкасающейся плоскости, формирующей измерительный зайчик почти плоского отражения. Помогает этому малый размер отверстия в диафрагме, пропускающей свет на ФЭУ. Обычно оно менее 0,5 мм и на расстоянии от точки отражения порядка полуметра даёт расходимость  $0,5/500 = 10^{-3}$ .

Там же в приложениях рассмотрены вопросы конструктивного устройства и работы лазерных эллипсофотометров ручного управления с точностью задания углов в те же  $10^{-3}$ .

Математические корни терминологии эллипсометрии восходят к идее о том, что при сложении ортогонально ориентированных колебаний, на которые всегда можно разложить вектора поля, возникает эллиптическое излучение, в котором вектора результирующего поля расположены на геометрическом месте точек в форме эллипса в пространстве параметров описания поля.

Плоский эллипс в математике достаточно описывать парой параметров:  $\Psi$  и  $\Delta$  мерами сплюсненности (эллиптичностью – амплитудным  $\Psi$  соотношением полуосей) и ориентации – параметром  $\Delta$  (угловой фазой большой полуоси).

Амплитудно-фазовые  $\Psi_{\text{эксп}}$  и  $\Delta_{\text{эксп}}$  параметры определяются экспериментально и расчётным путём и служат для преобразования их значений в оптические параметры объектов исследования в материаловедении.

Рассмотрены основные математические проблемы решения прикладных задач материаловедения.

Наибольшую популярность приобрели методы эллипсометрии в отражённом свете в отличие от слабо развитой эллипсометрии проходящего света, проблемным вопросам которой здесь уделяется основное внимание.

## Глава 1. Эллипсометрия отражённого света

### 1.1. Эллипсометрические исследования оптических материалов

В поляризационно-оптическом материаловедении исследуются любые среды и вещества практически в любых агрегатных состояниях. Оптическими параметрами обычно выступают толщины слоёв и их оптические константы преломления ( $n$ ) и поглощения ( $k$ ), логически связанные со всеми остальными характеристиками исследуемой системы, например, с помощью основного уравнения эллипсометрии (ОУЭ).

Актуальность эллипсометрического материаловедения определяется следующим рядом факторов:

- Развитой приборной базой для анализа амплитудно-фазового состояния поляризации света, испытавшего взаимодействие с исследуемым материалом, возможности которой на порядки выше по чувствительности, чем измерения на спектро-энергетических приборах.
- Развитыми методами прикладной традиционной эллипсометрии, имеющими классическое теоретическое и аппаратное обеспечения.
- Развитием в последнее время на кафедре ТТОЭ ИФФ ИТМО новых методов нетрадиционной интерпретации эллипсометрических измерений, которые требуют соответствующей теоретической и практической апробаций и, соответственно, их активного внедрения.

Прикладная эллипсометрия восходит к исследованиям в металлооптике, которые столкнулись с большими проблемами интерпретации оптических констант этих сильно поглощающих веществ в зависимости от углов падения, хотя бы на кривых Киттеля.

Метод преломляющих призм из металлов не работал в силу принципиальной трудности изготовления достаточно тонких и одновременно прозрачных изделий для заметного преломления в них лучей.

Метод сливающихся рефракций полупрозрачных плёнок в подходящих жидкостях так же плохо работал из-за одновременного не совпадения показателей преломления и поглощения разных материалов, которые будучи эквивалентными веществами могли бы различаться только своими гетерогенными фазами. Оставалась только эллипсометрия.

Исследования диэлектрических материалов были вне этих проблем за исключением почти скользких углов падения.

На скользких лучах ранее было обнаружено явление аномального отражения (АО – по терминологии Ионеды) ЭМ световых лучей оптического диапазона [2], аналогичного эффекту Ионеды, исследованного им в рентгеновском диапазоне [3].

Полупроводниковые материалы стали активно изучаться оптическими методами в послевоенные годы в связи с бурным развитием радио- и оптоэлектроники.

Основной трудностью эллипсометрического исследования оптических материалов, помимо однозначности измерений, всегда оставались проблемы выбора адекватной оптической модели ОИ для однозначной расшифровки соответствующих численных модельных решений.

В приложении №4 приводятся формульные алгоритмы описания основных моделей оптических систем, начиная от идеальной границы Френеля вплоть до сложных систем многослойных неоднородных покрытий. При удачном описании ОИ пробить численные значения оптических параметров системы на компьютере не представляет труда.

Однако, несмотря на прогресс в теоретической и экспериментальной эллипсометрии, многие проблемы в ней всё ещё остаются открытыми, а их исследование является актуальной задачей.

## 1.2. Теоретические основы

Явление поляризации световых волн, обнаруженное Френелем около 200 лет назад, открыло дорогу к развитию всевозможных количественных и качественных методов исследования оптических свойств и численных данных на паспортные характеристики исследуемых материалов.

Закон Малюса описывает явление гашения света в скрещенных поляризаторах, уровень которого в разных условиях разный и определяется эмпирическим путём, что, собственно говоря, и привело к созданию различных поляриметрических приборов.

Так, сахариметры служат для обнаружения оптической активности веществ и их концентраций ( $c$ ), в основном, в растворах. Оптически активные среды поворачивают плоскость поляризации света на определённый угол  $\alpha$ . Тогда, пропорциональную ему концентрацию,  $c = k \alpha$  находят опосредованно по заранее откалиброванным значениям коэффициентов ( $k$ ) и непосредственно измеряемым углам поворота ( $\alpha$ ) плоскости поляризации  $E$  и  $H$  полей падающего света путём доворота анализатора до полного гашения после прохождения светом всей среды.

При косом падении света на объекты исследования эти малюсовские приборы переходят в класс эллисометров, которые служат для измерения амплитудно-фазовых ( $\psi$ - $\Delta$ ) параметров эллипса деполяризации света после взаимодействия его с материалом вещества исследуемой среды.

По этим параметрам судят о толщинах слоёв ( $d$ ) в приповерхностных слоях и о компонентах комплексного показателя преломления  $m = n - ik$  ( $i^2 = -1$ ).

Принципиальное преимущество этих методов по сравнению с энергетическими ( $J = E^2$ ) состоит в очень высокой чувствительности измерений амплитудно-фазовых  $\psi$ - $\Delta$  соотношений поля световых волн, испытавших взаимодействие со средами оптической системы. Так, для идеальных коэффициентов Френеля  $r = E_{отр}/E_{пад}$  фазовые соотношения проектируются на круг от нуля до  $360^\circ$ , а соотношения амплитуд (через тангенс их угловой меры  $tg(\Psi) = |r|$ ) в интервал до  $90^\circ$ . При этом линейные и угловые измерения в современной метрологии, описанными в приложении №3, являются наиболее продвинутыми в отношении их высокой точности.

Цена деления нониусов лазерных эллисофотометров марки ЛЭФ оптических лимбов Свиташова при измерениях  $P$ - и  $A$ - азимутов поляризаторов и двойного угла ( $2\varphi$ ) падения-отражения на этих приборах составляет величину  $60''$  и систематическую ошибку  $\pm 30''$ . Более того, неустранимая её личностная часть может быть ниже указанной цены деления, если опираться на остроту своего или улучшенного технического зрения.

Точность изменения локальных координат в различных точках объектов измерений (ОИ) на 3-х координатном столике имеет неустранимую составляющую  $\Delta_{x,y} = \pm 0.005$  мм.

Значительным недостатком эллисометрических измерений является требование к планарности зеркально отражающих приповерхностных структур ОИ в апертуре световых лучей. Однако он компенсируется возможностью диафрагмирования этой апертуры снизу до дифракционного предела около  $3\lambda \approx 1.8$  мкм, а также сверху – апертурой пучков лазерных излучателей или их коллимирующих формирователей.

Таким образом, эллисометрия опирается на френелевскую информацию о константах ОИ и, в частности, даёт сведения о линейных размерах планарных толщин.

Оптические константы входят в комплексный показатель преломления однородной среды  $m = n - ik$ , где  $n$  – вещественный показатель преломления и  $k$  - показатель поглощения, или ослабления света (его экстинкция), обусловленный механизмами поглощения и рассеяния света. Диапазон толщин слоёв идёт от нуля ( $d \rightarrow 0$ ) для идеальных границ раздела фаз с электронным рельефом их атомных или молекулярных переизлучателей в решётке реальных физических границ и простирается до сколь угодно

больших толщин. Их же вариации для сколь угодно тонких дисперсионно значимых слоёв, связанные, например, с вариациями температуры, теоретически могут доходить до долей Ангстрема ( $1\text{Å}=10^{-8}\text{ см}=10^{-10}\text{ м}$ ).

Долгое время в микроэлектронном материаловедении эллипсометрия служила для определения толщин покрытий существенно меньших длины световой волны, конкурируя с многолучевой интерферометрией, принятой за базовые методы метрологии ГОСТ. Однако для контроля современных изделий нанотехнологий с пико разрешением, таких, например, как для рентгеновских фильтров в десятки Ангстрем толщиной, эллипсометрия выдвигается на передовые рубежи исследования макроскопически гомогенных материалов.

Эллипсометрия применима так же для точного определения макро толщин прозрачных ОИ при просвечивании их под малыми углами падения-отражения ( $\varphi \rightarrow 0$ ) и дополнительной информации о её приближённом значении, кратном эллипсометрическому периоду  $d_0(\varphi)$  измерения толщин прозрачных материалов:

$$d_0 = 0.5\lambda \sqrt{n^2 - \sin^2(\varphi)}.$$

В основе метода эллипсометрии лежит теория бесконечно кратной интерференции поляризованного света в средах их распространения безотносительно значений размеров их толщин между границами раздела фаз от атомарно малых (идеальных границ Френеля) до макроскопически больших размеров в системе плоскопараллельных слоёв. При этом не следует эффекты пленения [5] света тонкослойными ловушками отождествлять с волновыми явлениями ПВО и его нарушениями, используемыми в эллипсометрии НПВО.

Теория эллипсометрии восходит к решениям задач максвелловской электродинамики в краевой постановке для плоских волн с помощью классических ( $r$ ) коэффициентов Френеля и их обобщённых соотношений для уравнения Друде, которое связывает амплитуды и фазы планарных ( $p$ ) и сагитальных ( $s$ ) компонент поля [2]:

$$(E_{\text{отр}}^{(p)}/E_{\text{пад}}^{(p)})/(E_{\text{отр}}^{(s)}/E_{\text{пад}}^{(s)}) = \text{tg}\Psi e^{i\Delta} = F(\lambda, \varphi; d, n, k). \quad (1)$$

Это комплексное в общем случае уравнение (1) называется основным уравнением эллипсометрии (ОУЭ) Друде, связывающим оптические параметры ( $d, n, k$ ) отражающего материала с амплитудно-фазовыми  $\Psi, \Delta$  характеристиками поля отражённой световой волны  $E$ :

$$E = (E^{(p)}, E^{(s)}) = E_0 \exp(i\delta) = E_0 [\cos(\delta) + i \sin(\delta)]$$

простейшего гармонического вида.

Термин метода эллипсометрии предложил в 1944 г. Ротен, поскольку речь идет об изучении эллиптической поляризации, возникающей при наложении взаимно перпендикулярных колебаний, на которые ( $E^{(p)}, E^{(s)}$ ) всегда можно разложить поле  $E$  световой волны относительно плоскости её падения.

Хотя указанные изменения можно наблюдать как в отраженном, так и в проходящем свете, в большинстве случаев изучается поляризация отраженного света. Поэтому обычно в эллипсометрии подразумевают изучение изменений поляризации света при отражении.

Существует проблемный аспект не эквивалентности аналитических решений прямых и обратных задач Друде уже в модели идеальных границ Френеля, который исследовался методами компьютерного моделирования в самосогласованной постановке обращения их конформных отображений.

Основные свойства простейших линейно-поляризованных волн ЭМ поля заложены в комплексной записи вектора напряжённости  $\vec{E}$  с трансцендентным ядром простейшего вида:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_m e^{-i\delta}.$$

Модуль этого представления имеет векторный вид комплексной амплитуды, который при известном азимуте « $\alpha$ » ориентации относительно плоскости падения лучей всегда можно разложить, равно как и свернуть обратно, на взаимно перпендикулярные « $p$ » (в плоскости падения) и « $s$ » (сагитальную) составляющие:

$$\begin{aligned} \vec{E}^p &= \vec{E}_m \cos(\alpha), \\ \vec{E}^s &= \vec{E}_m \sin(\alpha). \end{aligned} \quad (2)$$

При отражении (преломлении) волн косоуго падения ( $\varphi < \pi/2$ ) на границе раздела двух  $j, j+1$  сред с абсолютными комплексными показателями преломления (индексы  $j, j+1$  сред без нарушения общности рассмотрения опускаются)  $m = n - ik$  материальные уравнения краевой задачи Коши для эллиптических уравнений Максвелла имеют вид законов Снеллиуса (для углов падения и преломления) и Френеля для амплитудных ( $r = E_{\text{отр}}/E_{\text{пад}}$ ) коэффициентов на идеальных границах:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\sin(\varphi_j)}{\sin(\varphi_{j+1})} &= \frac{m_{j+1}}{m_j} = m_{j,j+1} = |m| e^{i\gamma} = \nu + i\mu \\ r^p &= \frac{m_{j+1} \cos(\varphi_j) - m_j \cos(\varphi_{j+1})}{m_{j+1} \cos(\varphi_j) + m_j \cos(\varphi_{j+1})} = \frac{\text{tg}(\varphi_j - \varphi_{j+1})}{\text{tg}(\varphi_j + \varphi_{j+1})} \\ r^s &= \frac{m_j \cos(\varphi_j) - m_{j+1} \cos(\varphi_{j+1})}{m_j \cos(\varphi_j) + m_{j+1} \cos(\varphi_{j+1})} = -\frac{\sin(\varphi_j - \varphi_{j+1})}{\sin(\varphi_j + \varphi_{j+1})}. \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Классические коэффициенты Френеля планарных границ записаны в форме (3) для отражённого света (с индексами рефракции -  $r$ ).

Для проходящего света (индексы транзитных лучей трансмиссии –  $\tau$ ) используются классические коэффициенты Френеля соответствующего вида:

$$\begin{aligned} \tau^{(p)} &= \frac{2m_1 \cos \varphi_1}{m_2 \cos \varphi_1 + m_1 \cos \varphi_2} = \frac{2 \sin(\varphi_2) \cos(\varphi_2)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2) \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}, \\ \tau^{(s)} &= \frac{2m_1 \cos \varphi_1}{m_1 \cos \varphi_1 + m_2 \cos \varphi_2} = \frac{2 \sin(\varphi_2) \cos(\varphi_2)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}, \\ m_1 \sin(\varphi_1) &= m_2 \sin(\varphi_2) = \dots = \text{const} \quad \text{Снеллиуса.} \end{aligned} \quad (4)$$

В формулах (4)  $\tau$ -коэффициенты отличаются только секонсом разности углов падения и преломления. Закон Снеллиуса в (4) такой же как и в (3) представлен здесь в ковариантной форме через известные константы какой либо среды.

Задача Друде [6] для отражения (3) состоит в составлении и решении основного уравнения эллипсоидности, связывающего все компоненты поля отношением комплексных коэффициентов ( $r$ ) Френеля для идеальных границ  $R = r^p/r^s$ :

$$R = |R| e^{i \arg} = \text{tg}(\Psi) e^{i\alpha} = \frac{\cos(\varphi_j + \varphi_{j+1})}{\cos(\varphi_j - \varphi_{j+1})}. \quad (5)$$

Модуль выражения (5) принято представлять в угловой мере  $\Psi = \arctg(|R|)$  для сопоставления с экспериментально определяемой величиной  $\Psi_{\text{эксп}}$ . Также сопоставляются с экспериментом фазовые параметры:  $\Delta_{\text{эксп}} \approx \Delta = \arg(R)$ .

При записи (5) в коэффициентах Френеля для идеальных границ получаем ОУЭ для задачи Друде в модели Френеля. Это ОУЭ позволяет решать прямые и обратные задачи прикладной оптики. Прямая задача состоит в нахождении по оптическим константам сред ( $m$ ) амплитудно-фазовых характеристик поля ЭМ волн:  $\Psi = \Psi(\varphi, m)$  и  $\Delta = \Delta(\theta, m)$ . Обратная же – в нахождении констант материала по измеряемым  $\Psi_{\text{эксп}}$  и  $\Delta_{\text{эксп}}$ .

И прямая, и обратная задачи Друде в постановке Френеля (для идеальной границы раздела сред) имеют строгие аналитические формы представления и решения. Остальные оптические модели не имеют аналитических форм решения обратных задач и поэтому пробиваются только методами численной математики на ПК или ЭВМ.

Из (5) естественно вытекает предпосылка закона Брюстера. Для диэлектриков ( $k = 0$ ) модуль амплитудной функции имеет корень равный нулю при условии  $\varphi_j + \varphi_{j+1} = 90^\circ$ . Тогда  $\varphi_{j+1} = 90^\circ - \varphi_j$  и из закона Снеллиуса автоматически переходит в закон Брюстера  $\tg(\varphi_{\text{пад}}) = n$ .

### 1.2.1. Решения прямой задачи Друде в модели Френеля при отражении

Уравнение (5) для идеальной границы среды  $m(n, k)$  на воздухе  $\varphi_j = \varphi$  и  $\varphi_{j+1} = \varphi_\tau$  имеет следующий аналитический вид:

$$R = \frac{[m \cos(\varphi) - \cos(\varphi_\tau)][\cos(\varphi) + m \cos(\varphi_\tau)]}{[m \cos(\varphi) + \cos(\varphi_\tau)][\cos(\varphi) - m \cos(\varphi_\tau)]} = |R| \exp\{i\Delta\}. \quad (6)$$

По закону Снеллиуса в ковариантной комплексной форме (3) и (4)

$$\sin(\varphi_\tau) = \frac{\sin(\varphi)}{m}.$$

Следовательно,

$$\cos(\varphi_\tau) = \frac{1}{m} \sqrt{m^2 - \sin^2(\varphi)}$$

и уравнение (6) приобретает вид:

$$R = \frac{1 - Z}{1 + Z}, \quad (7)$$

где комплексная функция  $Z$ :

$$Z = \text{Ctg}(\varphi) \sqrt{Y} = \text{Ctg}(\varphi) \sqrt{|Y| \exp\{i \arg(Y)\}} = Z_{1,2}$$

является двойственной  $Z_{1,2}$ .

Свойство двойственности представления ОУЭ (5) или (7) означает одно – единственное описание асимптотического поведения физических свойств решений прямой задачи Друде, равно как и экстремальное их поведение во внутренних точках области допустимых значений аргументов (ОДЗ углов падения-отражения), например, общеизвестного брьюстеровского поведения.

На рис. 1 представлены комплексные вектора, которые входят в выражения (7) и по которым строятся искомые решения прямой задачи эллипсометрии:

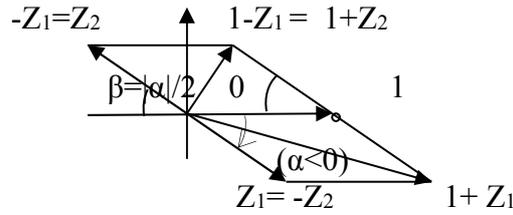


Рис.1. Рабочие вектора на комплексной плоскости  $Z$ .

$$Y = m^2 \operatorname{Cosec}^2(\varphi) - 1 = [(n^2 + k^2) \operatorname{Cosec}^2(\varphi) - 1] - i[2nk \operatorname{Cosec}^2(\varphi)] = a + ib$$

$$|Z_1| = |Z_2| = \operatorname{Ctg}(\varphi) \sqrt{|Y|},$$

$$\arg(Z_1) = \frac{1}{2} \arg(Y),$$

$$\arg(Z_2) = \pi + \arg(Z_1)$$

$$|Y| = \sqrt{[(n^2 + k^2) \operatorname{Cosec}^2(\varphi) - 1]^2 + 4n^2 k^2 \operatorname{Cosec}^2(\varphi)},$$

$$\arg(Y) = \begin{cases} \alpha = \operatorname{arctg}(t), & \text{если } a, b > 0 \\ \pi + \operatorname{arctg}(t), & \text{если } a < 0 \\ 2\pi + \operatorname{arctg}(t), & \text{если } a > 0, b < 0 \end{cases} \quad \text{при } \frac{b}{a} \equiv t = \frac{-2nk}{n^2 + k^2 - \operatorname{Sin}^2(\varphi)}.$$

По теореме косинусов для соответствующих треугольников на рисунке 1, получим:

$$|1 - Z_1| = \sqrt{1 + |Y| \operatorname{Ctg}^2(\varphi) - 2\sqrt{|Y|} \operatorname{Ctg}(\varphi) \operatorname{Cos}(\beta)},$$

$$|1 + Z_1| = \sqrt{1 + |Y| \operatorname{Ctg}^2(\varphi) + 2\sqrt{|Y|} \operatorname{Ctg}(\varphi) \operatorname{Cos}(\beta)},$$

$$\operatorname{Cos}(\beta) = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{Cos}(\alpha)}{2}}, \leftrightarrow \operatorname{Sin}(\beta) = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{Cos}(\alpha)}{2}}, \leftrightarrow \operatorname{Cos}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}},$$

$$\arg(1 - Z_1) = \operatorname{arcCtg} \left( \frac{|Z_1|}{\operatorname{Sin}(\beta)} - \operatorname{Ctg}(\beta) \right),$$

$$\arg(1 + Z_1) = \frac{\alpha}{2} + \operatorname{arcCtg} \left( \frac{|Z_1|}{\operatorname{Sin}(\beta)} + \operatorname{Ctg}(\beta) \right),$$

$$\Delta(\varphi) = \arg(1 - Z_1) - \arg(1 + Z_1) = \operatorname{arcCtg} \left( \frac{\operatorname{Cosec}(\alpha)}{\operatorname{Ctg}^2(\varphi) |Y|} - \operatorname{Ctg}(\alpha) \right) = \operatorname{arcCtg}(B(\varphi)),$$

$$\Psi(\varphi) = \operatorname{arctg} |R| = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 + |Y| \operatorname{Ctg}^2(\varphi) - 2\sqrt{|Y|} \operatorname{Ctg}(\varphi) \operatorname{Cos}(\beta)}{1 + |Y| \operatorname{Ctg}^2(\varphi) + 2\sqrt{|Y|} \operatorname{Ctg}(\varphi) \operatorname{Cos}(\beta)}} = \operatorname{arctg} \sqrt{A(\varphi)}, \quad (8)$$

при В и А вида:

$$B(\varphi) = \left( \frac{\operatorname{Cosec}(\alpha)}{\operatorname{Ctg}^2(\varphi) |Y|} - \operatorname{Ctg}(\alpha) \right),$$

$$A(\varphi) = \frac{1 + |Y| \operatorname{Ctg}^2(\varphi) - 2\sqrt{|Y|} \operatorname{Ctg}(\varphi) \operatorname{Cos}(\beta)}{1 + |Y| \operatorname{Ctg}^2(\varphi) + 2\sqrt{|Y|} \operatorname{Ctg}(\varphi) \operatorname{Cos}(\beta)}$$

Комплексная функция (7) на плоскости  $Z$  также обладает свойством двойственности:

$$R = R_{1,2} = \begin{cases} |R_2| = \frac{1}{|R_1|}, \leftrightarrow |R_1| = \frac{|1-Z_1|}{|1+Z_1|} \\ \arg(R_2) = -\arg(R_1) = \arg(Z_1 + 1) - \arg(1 - Z_1) \end{cases} \quad (9)$$

Физический смысл этих двойственных представлений (9) отвечает условию  $|R_1| \leq 1$ , в соответствии с явлением Брюстера – явлением гашения планарных компонент поля отражённой световой волны.

Т. о., для тригоэкспоненциального представления комплексных чисел, в отличие от алгебраического в [2], получены формулы описания единственных (8) решений ОУЭ (7).

### 1.2.2. Решения обратной задачи Друде в модели Френеля при отражении

Рассмотрим решения обратной задачи эллипсометрии для комплексного  $m = n - i k$ :

$$\left(\frac{n-ik}{1}\right)^2 = \text{Sin}^2(\varphi) \left[ \text{tg}(\varphi) \left( \frac{1-\text{tg}(\Psi)e^{i\Delta}}{1+\text{tg}(\Psi)e^{i\Delta}} \right)^2 + 1 \right] \Rightarrow n^2 - k^2 - i2nk = q - ir, \quad (10)$$

в виде системы вещественных уравнений Кеттелера:

$$\begin{cases} n^2 - k^2 = q \\ 2nk = r, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 = k^2 + q \\ (k^2 + q)k^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 \end{cases} \quad (11)$$

с единственными положительно определёнными аналитическими решениями ( $n^2, k^2 > 0$ ):

$$\begin{cases} k^2 = -\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2} \\ n^2 = \frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \sqrt{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2}} \\ n = \sqrt{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2}} \end{cases} \quad (12)$$

Явный вид для  $g$  и  $q$  в (10) – (11) можно получить несколькими способами преобразования

$$\left(\frac{1-\text{tg}(\Psi)e^{i\Delta}}{1+\text{tg}(\Psi)e^{i\Delta}}\right)^2 = \frac{(1-\text{tg}(\Psi)e^{i\Delta})^2}{(1+\text{tg}(\Psi)e^{i\Delta})^2} = \left(\frac{1-\text{tg}(\Psi)e^{i\Delta}}{1-(\text{tg}(\Psi)e^{i\Delta})^2}\right)^2 = \left(\frac{(1-\text{tg}(\Psi)e^{i\Delta})(1+\text{tg}(\Psi)e^{-i\Delta})}{(1+\text{tg}(\Psi)e^{i\Delta})(1+\text{tg}(\Psi)e^{-i\Delta})}\right)^2.$$

В эллипсометрии [8] принят последний из отмеченных способов и, строго говоря, не совсем эквивалентных преобразований в (10):

$$\left(\frac{1-R}{1+R}\right)^2 = \frac{1-\text{Sin}^2(2\Psi)[1+\text{Sin}^2(\Delta)]}{[1+\text{Cos}(\Delta)\text{Sin}(2\Psi)]^2} - i \frac{\text{Sin}(\Delta)\text{Sin}(4\Psi)}{[1+\text{Cos}(\Delta)\text{Sin}(2\Psi)]^2}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
q &= \text{Sin}^2(\varphi) \left\{ 1 + \frac{\text{tg}^2(\varphi) [\text{Cos}^2(2\psi) - \text{Sin}^2(2\psi) \text{Sin}^2(\Delta)]}{(1 + \text{Sin}(2\psi) \text{Cos}(\Delta))^2} \right\} \\
r &= \text{Sin}^2(\varphi) \left\{ \frac{\text{tg}^2(\varphi) \text{Sin}(4\psi) \text{Sin}(\Delta)}{(1 + \text{Sin}(2\psi) \text{Cos}(\Delta))^2} \right\}.
\end{aligned} \tag{13}$$

При замене переменных  $x=n^2$  и  $y=k^2$  система (11) принимает вид:

$$\begin{cases} x - y = q \\ (y + q)y = c, \end{cases}$$

где, при введении обозначений  $c = r^2/4$  и  $\xi = r/q$ , решения (12) принимают вид:

$$\begin{cases} k = \sqrt{y} = \sqrt{\frac{|q|}{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \xi^2} - \text{Sign}(q)} \\ n = \sqrt{x} = \sqrt{\frac{|q|}{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \xi^2} + \text{Sign}(q)}. \end{cases}$$

Эти формулы при  $q \rightarrow 0$ , т.е. при  $n = k$ , обладают неопределённостью типа  $0 \cdot \infty$  и не могут использоваться без их аккуратного программирования.

Выражения (12) программируются легко. Разложение решений по малому параметру ( $\xi \rightarrow 0$ ) возможно при условии  $n = \text{tg}(\varphi)$  в пренебрежении  $\text{tg}(\psi) \rightarrow 0$ , что верно в области минимума амплитудной функции  $\Psi(\varphi_{\text{мин}})$  при углах псевдо Брюстера  $\varphi_{\text{мин}}$ .

В этом случае допустима аналитическая оценка показателя поглощения в виде:

$$k = \frac{r}{2n} = \frac{4n^3}{n^2 + 1} \left\{ \frac{\psi\delta}{1 + \mathcal{G}} \right\}, \tag{14}$$

где при  $\varphi < \varphi_{\text{кб}}$  имеют место выражения: 
$$\begin{cases} \delta = |\pi - \Delta| \\ \mathcal{G} = -4\psi \end{cases};$$

при  $\varphi = \varphi_{\text{кб}}$  
$$\begin{cases} \delta = 1 \\ \mathcal{G} = 0 \end{cases},$$

и при  $\varphi > \varphi_{\text{кб}}$  
$$\begin{cases} \delta = \begin{cases} |2\pi - \Delta| \rightarrow 0 \\ \Delta \rightarrow 0 \end{cases} \\ \mathcal{G} = 4\psi \end{cases}.$$

Таким образом, из (14) следует, что угловое поведение показателя поглощения  $k$  квадратично малó при малых значениях  $\psi\delta$ , обладает свойством роста в области до углов псевдо Брюстера из-за знака  $\theta$  вплоть до сильного роста при  $\psi \rightarrow 15^\circ$  и дробно-линейным ростом от  $\psi$  после углов Брюстера в случае слабого уменьшения величины  $\Delta(\varphi)$ .

Другим важным для практических целей прикладной оптики следствием формулы (14) является величина отношения  $\Psi_{\text{мин}} / k$ , которая может обладать свойством инвариантности:

$$\frac{\Psi_{\text{мин}}}{k} = \frac{(1 + \mathcal{G})(n^2 + 1)}{4n^3 \delta} \xrightarrow{\text{псевдо Брюстер}} \frac{n^2 + 1}{4n^3} = \text{const}(n). \quad (15)$$

Аналитическую оценку инварианта (15) задачи Друде в модели границ Френеля для углов псевдо Брюстера резонно назвать эллипсометрическим инвариантом Френеля-Брюстера

$$\Psi/k = \text{const}(n),$$

который имеет обратную зависимость от абсолютного вещественного показателя преломления  $n$ .

Таким образом, формулы (12), (13) являются однозначными решениями обратной задачи Друде в модели идеальной границы Френеля для ОУЭ (6) для отражённого света строго аналитического вида.

### 1.2.3. Свойство необратимости решений ОУЭ Друде в модели Френеля

Постановка машинного эксперимента предполагает получение решений прямой задачи (8) по априорным значениям  $n$  и  $k$ , по которым можно обратными решениями восстановить те же апостериорные константы. В этом состояла бы самосогласованная постановка численного эксперимента.

В таблице №1 приводится фрагмент результатов подобного эксперимента таких решений.

Таблица №1.

Решения для гипотетического НС-11 ( $n_0=1.514$ ,  $k_0=1.0$ ).

φ, гр.	Ψ(φ), гр.	Δ(φ), гр.	n(φ)	k(φ)10 <sup>8</sup>	n(φ) – n <sub>0</sub>	k(φ) – k <sub>0</sub>
62.5	20.14415	92.54000	1.514940	1.000945	0.000936	0.000941
62.7	20.14930	91.57336	1.514361	1.000374	0.000357	0.000370
62.8	20.15320	91.09646	1.514176	1.000184	0.000172	0.000180
63.1	20.17000	89.69260	1.514014	1.000015	0.000010	0.000011
63.2	20.17800	89.23364	1.514086	1.000095	0.000082	0.000091
63.4	20.19585	88.32930	1.514411	1.000466	0.000407	0.000462
63.5	20.20620	87.88400	1.514660	1.000758	0.000656	0.000754

Данные для  $\psi$  и  $\Delta$  в таблице №1 вычислены по априорным показателям НС ( $n_0, k_0$ ), по ним пересчитаны (12)  $n$  и  $k$  при разных углах падения вблизи псевдо Брюстера и показаны их отличия принципиального характера, начиная с четвёртого разряда после запятой.

На рис. 2, 3, 4 и 5 показаны графики этих модельных решений для гипотетического по параметру показателя поглощения светофильтра типа НС-11 с подобными для НС-11 показателем преломления и прозрачного оптического стекла марки К-8.

Поскольку коэффициенты Френеля (3) справедливы для всевозможных углов, постольку и пересчёты по ним априорных констант (12) обязаны иметь только систематические погрешности численного эксперимента, что и отражается на рис.2.

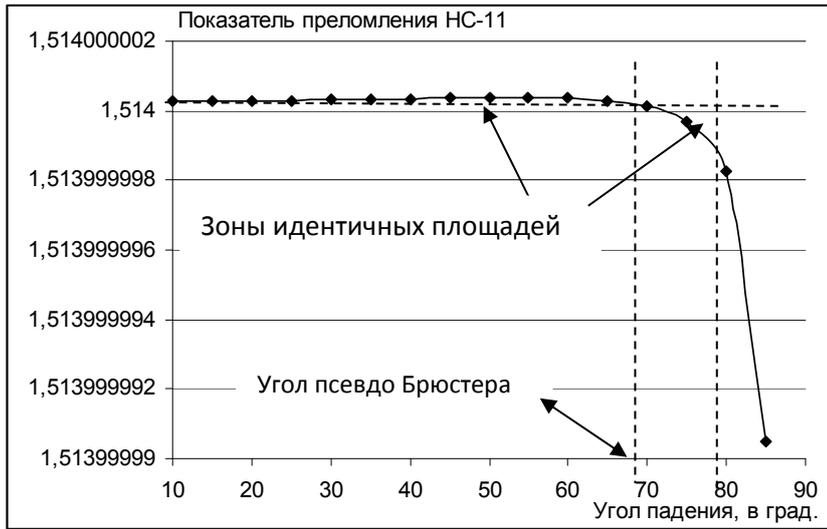


Рис.2. Машинные решения функции  $n(\varphi)$  обратной задачи для гипотетического НС-11.

Согласно (13), определяющим решения (12), после углов псевдо Брюстера экстинкция в главном должна иметь тангенциальный характер роста (вблизи  $90^\circ$ ), и это чётко просматривается на рисунке 3.

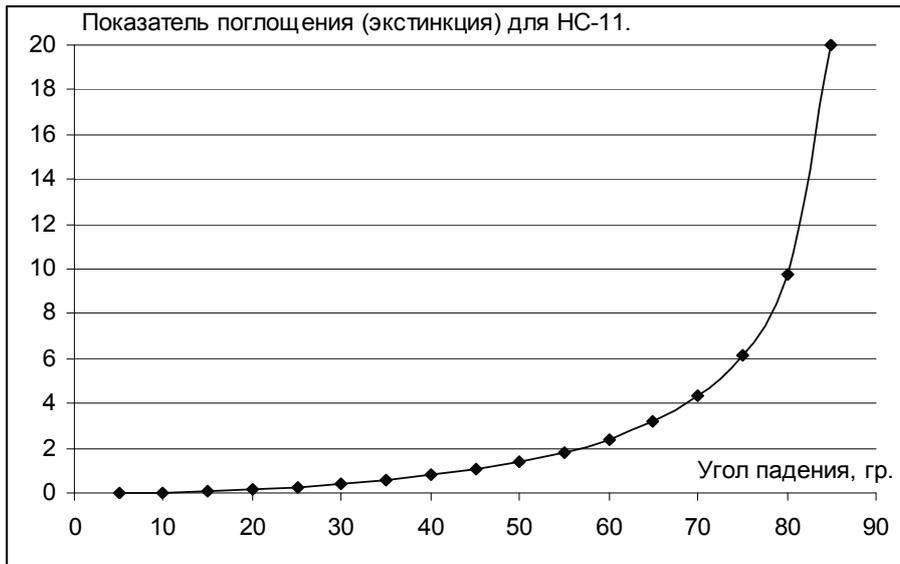


Рис.3. График зависимости показателя поглощения НС от углов падения. Масштаб на оси ординат для показателя поглощения  $k$  увеличен в  $10^5$  раз.

То, что показывают эти графики решений обратной задачи эллипсометрии для констант выбранного материала поражают воображение любого экспериментатора подобным непостоянством.

Для полноты машинного эксперимента на рис.4 представлены решения прямой задачи эллипсометрии для высоко прозрачного оптического стекла марки К-8 ( $n=1.51428$  и  $k=10^{-8}$ ).

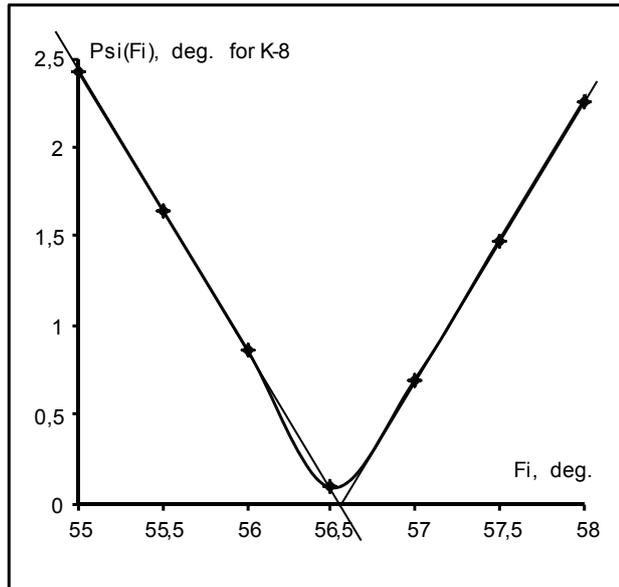


Рис.4. Амплитудные параметры решений ОУЭ для К-8 в окрестности угла Брюстера.

Линейная аппроксимация крыльев амплитудной функции на рис.4 позволяет задать угол Брюстера примерной величиной  $56,56^{\circ}$ , тангенс которого даёт оценку показателя преломления:

$$n = \operatorname{tg}(56,56) = 1.514278$$

близкого к оригиналу.

На рис.5 показано поведение фазового параметра стекла К-8.

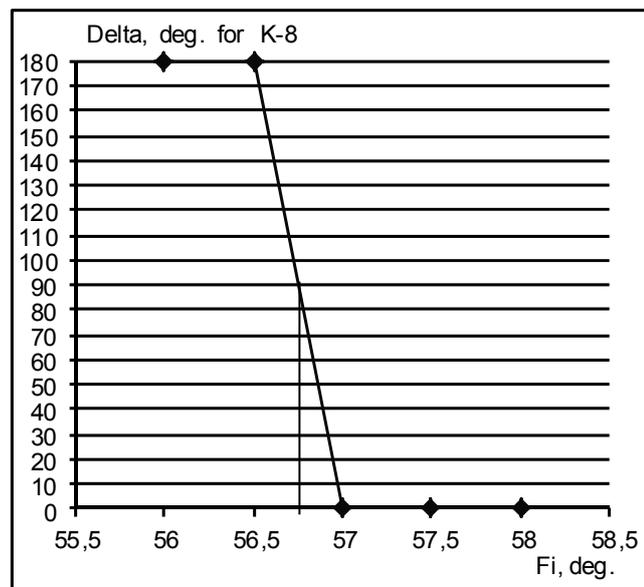


Рис.5. Фазовые параметры решений прямой задачи ОУЭ для К-8.

Аналогичное компьютерное решение обратной задачи эллипсометрии в самосогласованной постановке априорных констант, то есть по рассмотренным выше решениям прямой задачи показаны ниже на рис.6 и рис.7.

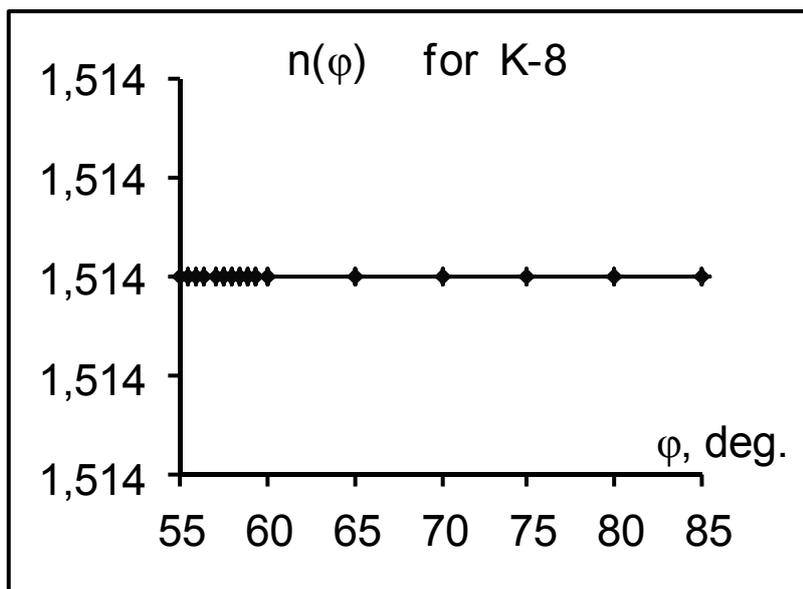


Рис.6. Численные решения для показателя преломления стекла К-8.

Этот самосогласованный машинный эксперимент говорит об удовлетворительном порядковом варьировании показателя поглощения и хорошем графически постоянном поведении показателя преломления в 30 градусной развёртке углов падения не более, однако,  $85^\circ$ .

Успокаиваться на этом хорошем поведении показателя преломления, однако, преждевременно. На скользящих углах падения можно ожидать такое же проявление сингулярного поведения, как и на рис.2 для НС-11.

Ожидаемая сингулярность проявляется сразу для показателя поглощения на рис.7.

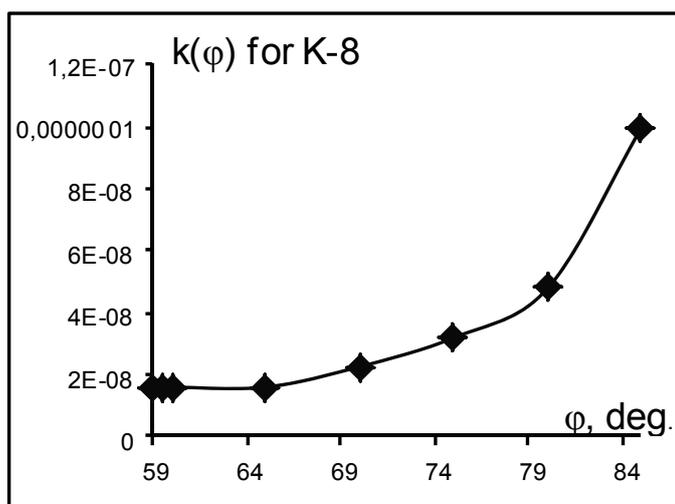


Рис.7. Численные решения для показателя поглощения стекла К-8.

На скользящих углах, оказывается, и показатель преломления заметно падает синхронно с ростом показателя поглощения.

Таким образом, существует определённая тенденция угловой зависимости констант материала при больших углах падения света, что является чрезвычайно огорчительным, но неоспоримым фактом – недостатком уже аналитических решений ОУЭ.

В реальном опыте подобные искажения принимаются за артефакт обработки данных измерений, и, естественно, исключается сама возможность определения сверх малых числовых данных в показателях преломления и поглощения оптических стёкол.

Исторически (почти 150 летний) опыт решения задач металлооптики [9] показывает, что отмеченная тенденция имеет характер реальной закономерности – измеряемые оптические константы являются реальными функциями углов падения-отражения. И это тем более удивительно при определённом доминировании механизмов поглощения для металлов по сравнению с механизмами светорассеяния в них, говорящем о значимом совпадении показателя экстинкции именно с показателем поглощения материала, а не наоборот, как в случае с диэлектриками.

Следовательно, ярко выраженная зависимость оптических констант материалов от углов падения монохроматического света вступает в противоречие с априорными данными и, более того, с физическими предпосылками классической теории Друде-Френеля.

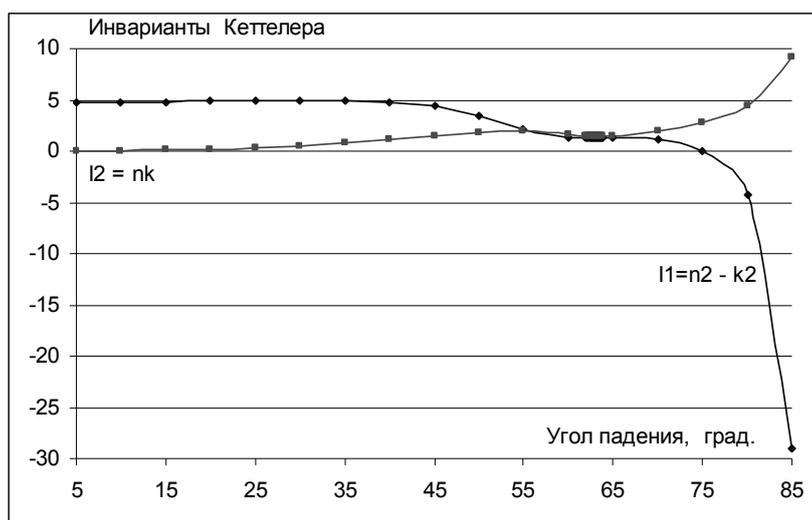


Рис. 8. Инварианты Кеттелера для сильно поглощающих веществ ( $k \geq 1$ ).

В 1875 году Кеттелер обнаружил в амплитудно-фазовой металлооптике пару ( $r$  и  $q$ ) инвариантных соотношений для правых частей соотношения (11).

Из рисунка 8 видно, что инварианты Кеттелера с трудом относятся к классу кусочно-постоянных величин в зоне малых углов и окрестности углов Брюстера.

Васичек [8], в свою очередь, предложил алгоритм пересчёта оптических констант, зависящих от углов падения, на их главные значения для нормального падения.

Однако это не стало решением насущной проблемы ортодоксальной зависимости оптических констант от углов наблюдения при диагностике оптических сред.

На рис.8 представлены инварианты Кеттелера, условно обозначенные как

$$I_1 = q(n, k, \varphi) = n^2 - k^2 \quad \text{и} \quad I_2 = r(n, k, \varphi) = nk.$$

### 1.3. Алгоритмы корректировок значений материальных констант

Из обзора литературы [9], [10] следует, что в эллипсометрии не ставилась задача о введении поправок в решениях её обратных задач для разных углов падения – и Кеттелер и Васичек искали пути пересчёта констант на углы нормального падения, при которых обычно и производятся измерения по закону Бугера-Ламберта-Бэра.

Рассмотрим некоторые алгоритмы возможной численной корректировки оптических констант при решении обратной задачи эллипсометрии на примере данных машинного эксперимента при расчёте по формулам (12).

Самый очевидный путь корректировки следует из характера угловой зависимости этих решений, изображённых на рис. 2, рис.3, рис.7. Основная черта этого поведения – обратный характер монотонности роста и спада показателей поглощения и преломления. Следовательно, спад одного параметра, эквивалентного подъёму другого, резонно считать среднеарифметическими поправками друг для друга.

Истинное же значение показателя преломления при его регулярном спаде приходится на угол, сдвинутый от угла Брюстера на интервал, площадь под которым равна площади нарастания разностной функции абсолютной ошибки с  $F(\varphi) = k(\varphi) - k(\varphi_{Br})$ , отрицательной до  $\varphi_{Br}$  и положительной после этого угла минимума амплитудной функции.

Следовательно, критерий  $n_2 - n_1 = \int F(\varphi) d\varphi$  при обращении в 0 может служить численным способом (метод площадей) выбора «истинного» значения  $n_0$ .

Более того, «истинная» материальная константа  $n_0 = Const$  при подходящем подборе нормирующего множителя (с) может быть восстановлена почти на всём интервале измерений от  $0^\circ$  до  $89^\circ$  кроме, естественно,  $90^\circ$  при котором режим численного роста экстинкции тангенциально велик:

$$n_0(\varphi) = n(\varphi) + 1/c \int (k(\varphi) - k_{Br}) d\varphi. \quad (16)$$

Результат подобной корректировки для стекла марки НС-11 по данным машинного эксперимента с этим стеклом представлен на рис. 9.

Таким образом, алгоритм численного решения проблемы Васичека для слабо поглощающих материалов можно считать работоспособным.

Суть проблемы материальности оптических констант комплексного показателя преломления  $m = n - ik$  формально через дифференцирование записывается в виде:

$$\frac{d}{d\varphi} m = \frac{d}{d\varphi} n - i \frac{d}{d\varphi} k = 0,$$

что справедливо в следующих простых случаях:

$$\frac{d}{d\varphi} n = 0; \frac{d}{d\varphi} k = 0, \rightarrow n, k = Const$$

или в более интересной интегральной постановке:

$$\frac{d}{d\varphi} n = i \frac{d}{d\varphi} k \rightarrow n = i \int_0^{\pi/2} \frac{d}{d\varphi} k(\varphi) d\varphi. \quad (17)$$

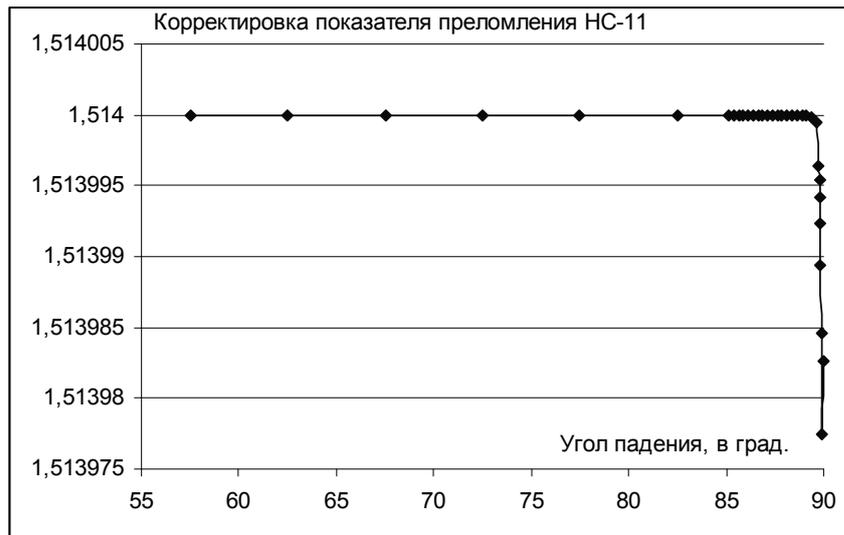


Рис. 9. Восстановление показателя преломления модельного стекла НС-11 (см. рис.2).

Из представленного на рис.9 восстановления кривой показателя преломления  $n(\varphi)$  от углов падения видно, что область устойчивого постоянства материальной константы вещества значительно расширяется с ростом угла почти до  $90^\circ$ . Однако сингулярность предельного угла сохраняет силу.

В силу симметрии связи дифференциалов  $n$  и  $k$  в (16), аналогично выполняется корректировка показателя поглощения по интегралам приращений функции преломления.

Т.е. материальные константы для слабо поглощающих материалов в принципе можно восстанавливать по их феноменологическим аналогам  $n_\varphi$  и  $k_\varphi$ .

Более сложная картина свойств существует в решениях обратной задачи для сильно поглощающих материалов (см. рис.3, рис.7).

Главное из этих свойств – совпадение истинного показателя поглощения с его значением на углах псевдо Брюстера, равно как и истинного показателя преломления с минимумом значений  $n(\varphi)$  в зоне перегиба фазовой функции ( $63^\circ$ ), совпадающей с экстремумом амплитудной.

Из условия (17) независимости сопряжённых компонент комплексного показателя преломления от углов  $\varphi$  в дифференциальной форме следует:

$$n_2 - n_1 = \int k'(\varphi) d\varphi = k_2 - k_1. \quad (18)$$

Действительно, небольшой фрагмент табулированных решений для НС-11 с сильно поглощающим наполнителем  $k=1$ , приведённый в таблице № 1, с точностью до 5%% подтверждает справедливость соотношения (18).

Следовательно, экзотическая, на первый взгляд, формула (16) площадей успешно решает проблему Васичека для металлооптических измерений по восстановлению постоянства материальных оптических констант среды в окрестности углов псевдо Брюстера.

Для углов, меньших углов псевдо Брюстера, применим рассмотренный ранее метод площадей от разностного показателя поглощения, близкого по величине к площади под кривой разностного показателя преломления.

Это позволит и для малых углов (почти нормального падения света), в принципе, относительно успешно так же решать проблему Васичека.

Рассмотрим аналитическое содержание этого алгоритма.

Предположим, что экстинкция состоит из дисперсионной ( $k_\lambda$ ) и угловой ( $k_\theta$ ) частей в виде суммы:  $k(\varphi) = k_\lambda + k_\theta$ .

Предположим так же, что дисперсионная часть  $k_\lambda$  не зависит от углов  $\varphi$ , то есть она – искомая постоянная, совпадающая с экстинкцией на углах  $\varphi_{Br}$ .

Тогда знакопеременная функция разности:

$$F(\varphi) = k(\varphi) - k(\varphi_{Br}) = k_\theta(\varphi) - k_\theta(\varphi_{Br})$$

уже не содержит постоянной неизвестной  $k_\lambda$  и отражает индикатриссные свойства этого показателя.

Её производная  $F'(\varphi) > 0$  содержит аддитивную постоянную наклона  $k_\theta$  при угле Брюстера (подгоночный параметр при численной обработке):

$$F'(\varphi) = k'_\theta(\varphi) - k'_\theta(\varphi_{Br}).$$

Следовательно, определённый  $\int F'(\varphi)d\varphi$  с переменным верхним пределом от начального  $\varphi_{Br}$  в интервале углов около 0 долго остаётся слабо растущей поправкой из-за близких к нулю индикатриссных компонент  $F(\varphi)$  для слабо спадающего около нулевых углов показателя преломления (см. рис.2). Т.е., это должна быть не простая аддитивная корректировка для функций роста преломления с перегибом в точке её экстремума. Резонно простую аддитивность использовать до точки перевала от углов Брюстера, а после неё использовать интегральное ослабление поправки в виде дополнительного, тоже самонасыщающегося по численному значению интеграла от  $\varphi_{\max}(n_{\max})$  до выбранного верхнего предела  $\varphi$ . Этот экстремум роста показателя преломления можно найти путём прямой прогонки, если он существует, в рассматриваемой зоне углов, и улучшить его корректировку по формуле (16) с поправкой в поправке вида:

$$n = n(\varphi) + \left[ \int_{\varphi_{Br}}^{\varphi} F'(\varphi)d\varphi - \int_{\varphi_{\min}(n_{\max})}^{\varphi} H(\varphi)F'(\varphi)d\varphi \right].$$

Для скользящих углов падения (вне зоны углов псевдо Брюстера) простые методы численной корректировки найти не просто.

Поэтому рассмотрим строгий дифференциальный метод расчета корректирующих функций для констант сильно поглощающих материалов.

Относительный комплексный показатель преломления для измерений на воздухе имеет следующие вещественные составляющие:

$$\begin{aligned} \frac{\delta m}{m} &= \frac{\delta n - i\delta k}{n - ik} = \frac{\delta n}{n - ik} - i \frac{\delta k}{n - ik} = \frac{n + ik}{n^2 + k^2} \delta n - i \frac{n + ik}{n^2 + k^2} \delta k = \\ &= \frac{n^2}{n^2 + k^2} \left( \frac{\delta n}{n} \right) + \frac{k^2}{n^2 + k^2} \left( \frac{\delta k}{k} \right) + i \left( \frac{k\delta n}{n^2 + k^2} - \frac{n\delta k}{n^2 + k^2} \right) = \\ &= \frac{\frac{\delta n}{n}}{1 + \left(\frac{k}{n}\right)^2} + \frac{\frac{\delta k}{k}}{1 + \left(\frac{k}{n}\right)^2} + i \left( \frac{\frac{\delta n}{n}}{\frac{n}{k} + \frac{k}{n}} - \frac{\frac{\delta k}{k}}{\frac{n}{k} + \frac{k}{n}} \right) = \tilde{A} + i\tilde{B}, \quad \text{где} \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \tilde{A} = \frac{\frac{\delta n}{n}}{1 + \left(\frac{k}{n}\right)^2} + \frac{\frac{\delta k}{k}}{1 + \left(\frac{k}{n}\right)^2} \\ \tilde{B} = \left( \frac{\frac{\delta n}{n}}{\frac{n}{k} + \frac{k}{n}} - \frac{\frac{\delta k}{k}}{\frac{n}{k} + \frac{k}{n}} \right) \end{array} \right.$$

Правая часть этого выражения  $\delta m/m$  также может быть представлена вещественными компонентами:

$$\frac{2Co \sec^2(\varphi)[\delta Ctg(\Psi) - i\delta\Delta]}{(1 + R^{-1})[1 + R^2 + 2RCo \sec(2\varphi)]} = \frac{2Co \sec^2(\varphi)[\delta Ctg(\Psi) - i\delta\Delta]}{\zeta},$$

где комплексный знаменатель можно записать в алгебраическом виде

$$\zeta = \omega + i\Omega,$$

а вариации в числителе записать в виде

$$\begin{aligned} \delta Ctg(\Psi) &= -\delta\Psi/\text{Sin}^2(\Psi), \\ \delta\Psi &= (d\Psi/d\varphi) \delta\varphi \\ \text{и } \delta\Delta &= (d\Delta/d\varphi)\delta\varphi \end{aligned}$$

$$\text{при } \begin{cases} \omega = [tg(\Psi) + Cos(\Delta)] \left[ Ctg(\Psi) + tg(\Psi)Cos(2\Delta) + \frac{2Cos(\Delta)}{Sin(2\varphi)} \right] + \frac{Sin^2(\Delta)}{tg(\Psi)} [2Cos(\Delta) + 1] \\ \Omega = Sin(\Delta) \left\{ \frac{Cos(2\Delta)}{tg(\Psi)} + 2Cos(\Delta) + tg(\Psi) \left[ \frac{2}{Sin(2\varphi)} - Cos(2\Delta) \right] \right\} \end{cases}$$

Освобождаясь от комплексности  $\zeta$  в знаменателе, умножением на комплексно сопряженное  $\zeta^*$ , т.е.  $\zeta \zeta^* = \omega^2 + \Omega^2$ , получим следующее выражение для относительной вариации показателя (погрешности)  $\delta m/m$ :

$$\tilde{A} + i\tilde{B} = \frac{2Co \sec^2(\varphi)}{\omega^2 + \Omega^2} [i\Delta - \omega] \left[ \frac{\Psi'(\varphi)}{Sin^2(\Psi)} + i\Delta'(\varphi) \right] \delta\varphi.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= -2 \frac{Co \sec^2(\varphi)}{\omega^2 + \Omega^2} \left[ \frac{\omega}{Sin^2(\Psi)} \Psi'(\varphi) + \Omega \Delta'(\varphi) \right] \delta\varphi \\ \tilde{B} &= \left( \frac{n}{k} + \frac{k}{n} \right) = \left( \frac{n}{k} + \frac{k}{n} \right) \left[ \frac{\Omega}{Sin^2(\Psi)} \Psi'(\varphi) - \omega \Delta'(\varphi) \right] \frac{2Co \sec^2(\varphi)}{\omega^2 + \Omega^2} \delta\varphi. \end{aligned}$$

Сопоставляя левые и правые части комплексных выражений для относительной вариации относительного показателя преломления, приходим к системе уравнений для вариаций натуральных логарифмов искоемых констант вида:

$$\begin{cases} \delta \ln(n) + \left( \frac{n}{k} \right)^2 \delta \ln(k) = -2 \frac{1 + \left( \frac{n}{k} \right)^2}{Sin^2(\varphi)(\omega^2 + \Omega^2)} \left[ \frac{\omega}{Sin^2(\Psi)} \Psi'(\varphi) + \Omega \Delta'(\varphi) \right] \delta\varphi \\ \delta \ln(n) - \delta \ln(k) = -2 \frac{\frac{k}{n} \left( 1 + \left( \frac{n}{k} \right)^2 \right)}{Sin^2(\varphi)(\omega^2 + \Omega^2)} \left[ \omega \Delta'(\varphi) - \frac{\Omega}{Sin^2(\Psi)} \Psi'(\varphi) \right] \delta\varphi \end{cases} \quad (19)$$

Исключая вариации логарифма от показателя преломления в системе (19) получаем вариационное уравнение для логарифма экстинкции вида:

$$\delta \ln(k) = \delta \varphi \left[ \frac{-2}{(\omega^2 + \Omega^2) \sin^2(\varphi)} \right] \left\{ \frac{\omega + \Omega \frac{k}{n}}{\sin^2(\Psi)} \Psi'(\varphi) + \left( \Omega - \frac{k}{n} \right) \Delta'(\varphi) \right\},$$

решение которого имеет очень простой, но экспоненциально чувствительный к числовому режиму вид:

$$k(\varphi) = k_{\text{Бр}} \exp \left\{ -2 \int_{\varphi_{\text{Бр}}}^{\varphi} \left[ \frac{\omega + \Omega k / n}{\sin^2(\Psi)} \Psi'(\varphi) + \left( \Omega - \frac{k}{n} \right) \Delta'(\varphi) \right] \frac{\delta \varphi}{(\omega^2 + \Omega^2) \sin^2(\varphi)} \right\} \quad (20)$$

Выражение (20) легко обратить в метод корректировки материальной константы  $k_{\text{Бр}}$  показателя поглощения по её эмпирическим значениям  $k(\varphi)$  в виде

$$k_{\text{Бр}} = k(\varphi) \exp \left\{ 2 \int_{\varphi_{\text{Бр}}}^{\varphi} \left[ \frac{\omega + \Omega k / n}{\sin^2(\Psi)} \Psi'(\varphi) + \left( \Omega - \frac{k}{n} \right) \Delta'(\varphi) \right] \frac{\delta \varphi}{(\omega^2 + \Omega^2) \sin^2(\varphi)} \right\} \quad (21)$$

В формулах (20) и (21) под интегралом стоят эмпирические численные выражения и для производных от поляризационных параметров  $\Psi(\varphi)$ ,  $\Delta(\varphi)$ , и для отношения  $k(\varphi)/n(\varphi)$ , включая и зависящие от углов  $\varphi$  величины  $\omega$  и  $\Omega$ .

Полученные здесь интегралы, описывающие экспоненциальный рост экстинкции на скользящих углах можно найти только численно.

#### 1.4. Эмпирические инварианты Френеля-Брюстера

Согласно рассмотренным данным, становится очевидно, что амплитудная функция  $\Psi(\varphi_{\text{Бр}})$  в минимуме монотонно растет с ростом показателя поглощения  $k$ , а фазовая монотонно убывает от  $180^\circ$ , меняя характер кривизны при этих углах псевдо Брюстера  $\varphi_{\text{Бр}}$ .

Детальный анализ этих тенденций выполнен для системы с  $n=1.3$  на воздухе.

Рисунок 10 содержит программную выборку значений минимума амплитудной функции  $\Psi(\varphi_{\text{мин}})$  на соответствующих углах  $\varphi_{\text{мин}}$  в зависимости от пробного значения показателя поглощения как аргумента.

Боле того, для слабо поглощающих сред априорная величина показателя поглощения близка со значениями её оценок на углах псевдо Брюстера.

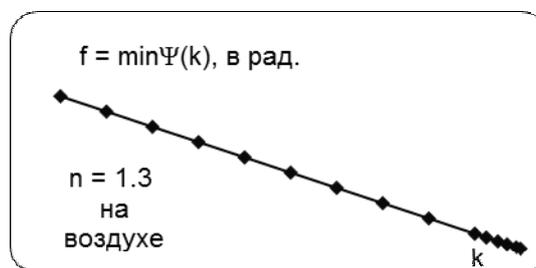


Рис.10. Поведение  $f(k)=\min\Psi(\varphi_{\text{мин}})$  для модели идеальной границы.

Зависимость между экстинкцией и высотой подъёма амплитудной функции в минимуме оказывается прямой пропорциональной для широкой области значений показателя поглощения. Следовательно, сам коэффициент пропорциональности в области

своего постоянства может быть назван физическим инвариантом модельной оптической системы с идеальной отражающей границей Френеля при углах псевдо Брюстера или инвариантами Френеля-Брюстера. Поведение  $C = \min\Psi/k$  рассмотренного ОИ показано на рис. 11.

Поскольку инвариант  $C = \min\Psi/k$  находится в обратном отношении к параметру показателя поглощения, то при  $k \rightarrow 0$  значение  $C$  может неустойчиво устремиться к  $\infty$ . Подобная неустойчивость  $C(k)$  должна наблюдаться как слева слева ( $|\ln(0)| \approx \ln(\infty) \rightarrow \infty$ ), так и справа (см. рис.11). Естественно, можно переопределить константу  $C$  обратным отношением, но это не устранил проблему неустойчивости в особых точках ряда моделей.

Завал справа на этом рисунке может иметь и совсем другую физическую причину, связанную с явлением аномального отражения (АО) на скользящих углах падения-отражения на ОИ.

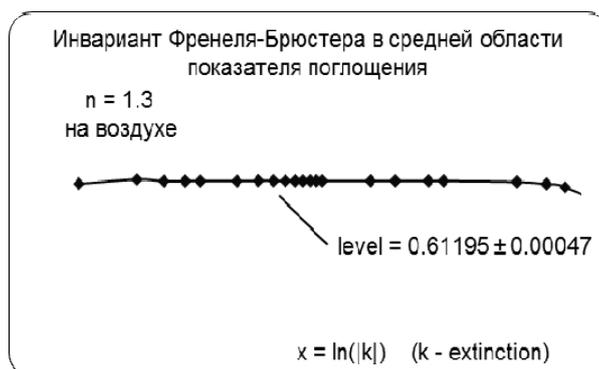


Рис.11. Инвариант Френеля-Брюстера для водного зеркала ( $n=1.3$ ) на воздухе.

На рис.12 представлено семейство значений инвариантов Френеля-Брюстера, рассчитанных для всевозможных реалистичных значений показателя преломления  $1 < n < 5$  (для вещественных значений  $n$  комплексного в общем случае показателя преломления  $n - ik$ ).

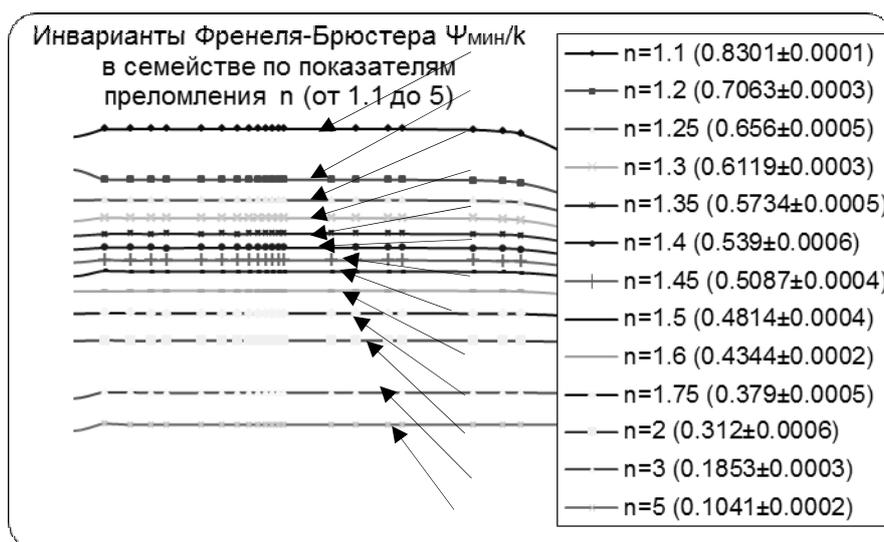


Рис.12. Инварианты Френеля-Брюстера в модели идеальной границы при отражении на воздухе.

На основании теоретических (расчетных) данных рис.10 в дополнение к открытым в 1875 году металлооптическим инвариантам Кеттелера может быть добавлен новый класс эллипсометрических инвариантов  $C = \Psi(\varphi_{\min}) / k = \text{const}(n)$  для множества веществ от диэлектрических (слабо поглощающих) материалов до полупроводников.

Участки постоянства этих соотношений в [2] названы инвариантами Френеля – Брюстера.

Сформулируем некоторые промежуточные выводы из этого корректно поставленного, численно выверенного и достаточно полно и тщательно проведенного машинного эксперимента.

Главное убийственное для метода эллипсометрии суждение состоит в том, что свойства обратного конформного преобразования решений ОУЭ Друде-Френеля не только не равносильны, но даже не эквивалентны преобразованию его комплексных решений от априорных оптических констант:

$$ma'priority \rightarrow \Psi - \Delta \rightarrow ma'posterioy \neq ma'priority .$$

Машинный эксперимент с решениями ОУЭ Друде для классической модели идеальных границ Френеля показал принципиальное различие между априорными константами для прямой задачи и их воспроизведением в решениях даже аналитически бесспорных обратных задачах.

Более того, систематическая машинная погрешность этого воспроизведения принимает вид определённой аналитическими решениями угловой зависимости апостериорных констант оптической системы, аналогично известной в металлооптике проблеме Васичека о неконстантности оптических констант, определяемых при наклонном падении света на поверхность исследуемых материалов.

Дело в том, что уравнения Друде для металлооптики составлены в упрощающем предположении о бесконечной проводимости среды, и это объясняет источник угловой зависимости в решениях обратной задачи для этого уравнения.

Несоответствие же решений прямой и обратной задач в строгой аналитической постановке общего уравнения эллипсометрии Друде в модели Френеля объяснить трудно.

По-видимому, проявляется трансцендентная нелинейность для этих конформных преобразований, взаимная обратимость комплексных функций от многих переменных в которых может быть определена с точностью до семейства функций. Более того, в решениях могут проявляться эффекты их физически несостоятельных множественных ветвлений.

Поэтому впервые для задач прикладной эллипсометрии рассмотрены аналитически обоснованные методы корректировки решений задачи Васичека о нахождении оптических констант по способу площадей в интервале малых углов падения, вложенных площадей для зоны углов псевдо Брюстера и интегро-дифференциальный способ на скользящих углах падения. Эти методы справедливы в предположении, что амплитудно-фазовые функции прямой задачи не отягощены влиянием аномального индикатриссного светоослабления отражённого света, что справедливо для дробных значений экстинкции, как это выясняется при анализе аналитических свойств решений прямой задачи эллипсометрии.

Кроме того, нет совпадения углов псевдо Брюстера для амплитудных и фазовых функций всевозможных материалов ( $1 < n < 10$ ), за исключением показателей поглощения из небольшого интервала от нескольких тысячных до сотых величин его значений.

Закон Брюстера оказывается индифферентным к значениям показателя поглощения диэлектриков и полупроводников, так как определяется в основном вещественной составляющей показателя преломления, за исключением металлооптических материалов.

Подобным свойством обладает и минимум амплитудной функции, который растёт над одним и тем же углом псевдо Брюстера в интервале сотых и десятых долей значения показателя поглощения, а при больших значениях начинает сдвигаться в сторону больших углов положения минимума амплитудной функции.

Из рассмотренных общих (не гипотетических) свойств решений прямой задачи ОУЭ в модели идеальных границ Френеля следует ряд фактологических выводов:

- угол псевдо Брюстера индифферентен к низкому уровню показателя поглощения с точностью до 15 знака после запятой вплоть до тысячных долей значений  $k \sim 0.002$ ;
- уровень экстремума амплитудной функции соизмерим со значением показателя поглощения в радианной мере для диэлектрических и полупроводниковых материалов;
- с ростом показателя поглощения минимум амплитудной функции так же растёт со сдвигом в область больших углов псевдо Брюстера по сравнению с  $\varphi_0 = \arctg(n)$ , начиная со значительных значений  $k \sim 0.2$ ;
- фазовая функция в точках экстремума амплитудной ведёт себя неустойчиво при сверх малых показателях поглощения (шаг прогонки дискретных решений по углам падения составлял  $0.0001^\circ$ ) и, наоборот, проявляет тенденцию стабилизации вблизи значения  $90^\circ$  и слабую зависимость от величины показателя поглощения;
- совокупное поведение свойств  $\delta\Delta(k) = \Delta(\varphi_{\min}) - \pi/2$  в семействе по показателю преломления допускают табулирование и представление в виде номограмм для анализа экспериментального поведения данных  $\Psi(\varphi) - \Delta(\varphi)$  в зоне углов псевдо Брюстера;

## Глава 2. Эллипсометрия проходящего света

В литературных источниках, начиная с первых отечественных конференций по прикладной эллипсометрии, работы в проходящем свете представлены очень слабо.

Это связано с кажущейся простотой классических коэффициентов Френеля для идеальных границ раздела сред типа (4), согласно которым ОУЭ Друде имеет примитивный вид функций секанса или косинуса разности углов падения и преломления.

В эллипсометрии отражённого от идеальных диэлектриков света эффект Брюстера проявляется глубоким минимумом амплитудной и скачком фазовой функций от углов падения при описании состояния поляризации световой волны в вещественной форме. Однако в проходящем свете аналогичные функции (6) эллипсометрии теряют это свойство.

При выполнении машинного эксперимента по априорному анализу свойств решений прямой задачи эллипсометрии в вещественном и комплексном видах для света, проходящего через идеальную границу раздела прозрачных сред, выясняется, что комплексное описание возвращает информацию об эффекте Брюстера.

Более того, на примере компьютерного моделирования свойств воды выясняется принципиальная некорректность со стороны ряда экспериментаторов исключения значений малых параметров поглощения в основном уравнении эллипсометрии Друде.

### 2.1. Форма ОУЭ Друде для проходящего света

Для параметрического описания состояния поляризации поля световой волны необходимо и достаточно с помощью коэффициентов Френеля проходящего света (4) составить ОУЭ Друде аналогичное (6).

На рисунке 13 представлена схема оптической планарной модели границ раздела двух сред с комплексными показателями преломления  $m_1, m_2$  при косом падении света ( $\Phi_{\text{пад}}, \Phi_{\text{отр}}$ ).

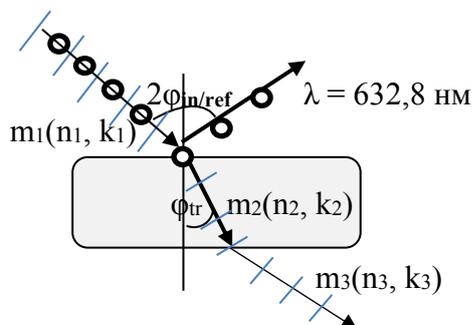


Рис. 13. Ход лучей (●-s и |-p) в средах с идеальными границами раздела. При  $m_3=m_2$  остаётся одна граница раздела между  $m_1$  и  $m_2$ .

Оптическая схема границ Френеля при угле Брюстера интересна тем, что в отражённом свете проходит только сагиттальная компонента поля, а в среду попадает только планарная компонента.

Согласно этой условной схеме обозначений компонент светового поля на рис.13, в отражённом луче нельзя выполнять операцию деления на планарные составляющие, а в проходящем свете на сагиттальные компоненты поля, которые полностью (при 100%

отражении на внешней границе) остаются во внешней среде. В противном случае может появиться нежелательная сингулярность при делении на ноль.

Поэтому в отражённом свете ОУЭ (6) Друде определял отношением  $r^p/r^s=F$ , корень которого ортогонализует лучи отражения и преломления, определяя этим физическое следствие разделения поляризаций в эффекте Брюстера. В проходящем свете (4) подобное, скажем стандартное, отношение (6) может содержать нежелательную сингулярность:

$$\begin{aligned} \tau^p/\tau^s &\approx \tau^p/0, \\ \mathbf{F} &= \sec(\varphi_1 - \varphi_2) \rightarrow \\ &\rightarrow \sec(2\varphi_1 - \pi/2) \approx \\ &\approx \operatorname{cosec}(2\varphi_{\text{Бр}}). \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь преобразования выполнены при условиях явления Брюстера без сингулярности, так как  $\varphi_{\text{Бр}} \geq \pi/4$ . Возможно, это противоречие связано с тем, что физическое отсутствие в (22) сагиттальной компоненты поля не равносильно математическому обращению её в ноль  $\tau^s \neq 0$ :

$$\tau^{(s)} = \frac{2\sin(\varphi_2)\cos(\varphi_2)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)} = \frac{\sin(2\varphi_2)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \Rightarrow \sin(2\varphi_2) = \sin(2\varphi_1) \rightarrow 0,$$

т. и т. т., к.  $\varphi_2 = \varphi_1 = 0$ . Это – тривиально верная бессмыслица.

Формулы (4) всегда приводят к выражению (22), не проявляющему сингулярность.

Кроме того, в (22) подстановка угла преломления  $\varphi_2$  выполнена в вещественной форме, которая является не строгой.

Комплексное соотношение (22) является стандартной формой ОУЭ Друде для проходящего света.

Проще всего избежать возможную сингулярность и неадекватность информации об эффекте Брюстера обратным делением в (22):

$$\mathbf{F}^* = \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \tau^s / \tau^p \quad (23)$$

Функция  $F^*$  при росте разности углов из-за опережающего возрастания угла падения (см. рис.19) монотонно падает, и в комплексном виде от неё можно ожидать появление корня – классического признака существования эффекта Брюстера.

Чтобы проверить эту гипотезу достаточно выполнить программирование, например, в EXCEL.

Таким образом, в проходящем свете возможны два вида ОУЭ Друде: традиционно стандартное (22) без предпочтения и нетрадиционное (23). Предпочтительный выбор, по-видимому, может решить адекватное или нет описание ими эффекта Брюстера.

### 2.1.1. Физический смысл параметризации коэффициентов Френеля.

Различают несколько видов коэффициентов Френеля:

- классического вещественного для идеальных границ раздела сред,
- классического комплексного для идеальных границ раздела сред,
- обобщённого комплексного типа для сложных границ раздела.

Параметризация всех этих коэффициентов относится к формализму разложения электрической составляющей электромагнитного (ЭМ) поля световой волны на (p, s) ортогональные компоненты планарных (p) и сагитальных (s) волн относительно плоскости падения.

Сама плоскость падения, натянутая на световой луч и нормаль к границе раздела сред в точке падения, всегда перпендикулярна к этой границе.

Электрическая (E) составляющая ЭМ поля принята к рассмотрению по причине физической связи электрических зарядов вещества с этой компонентой поля. Исторически апеллировали к магнитной компоненте (H) в смысле неизменной ориентации плоскости, натянутой на луч и H, которая и называлась плоскостью поляризации.

Линейно поляризованный свет – его простейшая физическая форма. Математическая форма так же проста в виде синуса или косинуса гармонических колебаний, либо в более общем виде комплексной экспоненты, объединяющей обе тригонометрические описания гармоник.

Свет, говорят, это поток лучистой энергии, её скалярная мощность. Луч света – это интуитивное понятие, начиная с примеров горящего фонарика в туманной мгле. Почему же мрак не свет? Энергию света тоже как-то понять можно с точки зрения физической материальности, как количественную скалярную, а не векторную величину (как один из основных первичных атрибутов материи).

Не раскрыт пока и вопрос о потоке векторов. Поток то же скалярная величина, но определяемая произведением вектора поверхности на пересекающие её вектора.

Известно, что отношение поверхности шарового сегмента (s) к квадрату радиуса ( $\rho^2$ ) шара определяет телесный угол ( $\Omega$ ) из центра конуса к этому сегменту, измеряемого в стерadians:

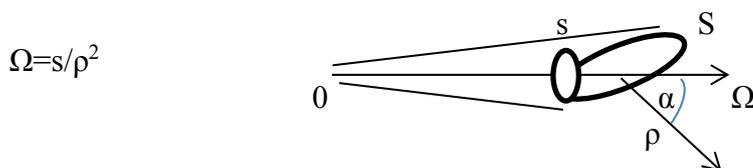


Рис. 14. Векторная природа плоских и конических (объёмных) телесных углов.

Угол  $\alpha$  на рис.14 между нормальными сечений s и S в радианах определяется отношением длины любой дуги (L) к радиусу её пеленгации (R):  $\alpha = L/R$ . Следовательно, длина дуги (скаляр) или её малый элемент (вектор с направлением по- или против-движения часовой стрелки)  $L = \alpha R$  обязывает линейному углу  $\alpha$  придать тоже векторный характер – хорошо известной аксиальной природы.

Телесный угол  $\Omega$  является столь же осевым вектором конуса, опирающегося на сечение  $s = \Omega \rho^2$ .

Вопросов много, но сначала рассмотрим светотехническое понятие лучевого потока.

Известно, что белый свет – это сумма всех цветов радуги (чисто физиологическое понятие). А что такое просто свет? Интересно, что следует считать «чёрным» светом? Уж не полное ли наложение невидимых глазу УФ и до них лучей или далёких ИК и после них невидимых ЭМ волн?

Если бы телесный угол был настолько мал, что совпадал бы с осью конуса, то это можно было бы считать геометрической моделью луча. Число лучей в конусе было бы пропорционально величине  $\Omega$ , и сам телесный угол, вслед за вектором поверхности при

скаляре квадрата радиуса-вектора, можно было бы считать аксиально-векторной величиной.

Если нормаль сечения (S), пересекающего конус, не совпадает с осью конуса под углом  $\alpha$  к ней, то работает проективная связь:

$$s = S \cos(\alpha) = \Omega \rho^2$$

Угол раствора образующих конуса из центра 0 не меняется вдоль оси. Тогда его можно заполнить векторами любого лучевого потока, например, тех же энергий или силы света J от точечного источника излучений из (·)0.

Действительно, поверхностная плотность световой энергии на S создаёт освещённость E этой поверхности на расстоянии  $\rho$  от источника с силой света J в потоке вектора  $\Omega J$  под косым углом  $\alpha$ , которая описывается известной формулой:

$$E = \frac{[\Omega J]}{S} = \frac{J}{S'} = \frac{J \cos(\alpha)}{\rho^2}$$

По Ньютону световой луч – это поток световых корпускул. Летящие кванты световой энергии – это вполне понятная механическая модель.

По Гюйгенсу и Френелю свет – это распространяющиеся в пространстве ЭМ волны. Волны – это процесс передачи ЭМ колебаний. ЭМ колебания – локальный процесс изменения во времени за период колебаний электрической и связанной с нею магнитной компонент поля. Упомянутая связь осуществляется законом М. Фарадея об ЭМ индукции, когда токи псевдозарядов электрического поля переходят в магнитные компоненты, изменение которых возвращает электрическую... и так без потерь в вакууме 100% связанные потоки энергий переходят друг в друга. В системе уравнений Максвелла это и есть волновой процесс случайно направленной передачи, точнее сказать трансформации колебаний компонент единого ЭМП. Движение мыслится только у псевдозарядов по вихревым (роторным) дорожкам их тока, вихревого магнетизма и обратного перехода в динамическую электрическую форму. Так же выглядит картина волн на воде. Волны кажутся всюду выходят на берег, но мусор на них не перемещается, а только колышется.

Возбуждённое в соседних точках колебание может быть погашено противофазным сложением (интерференцией), либо быть вечно незатухающим осциллятором в этом поле.

Если колебательный контур осцилляторов закрытый, то нет излучения, в противном случае идёт трансформация возбуждений энергий колебаний по световым лучам. В волне нет движения, кроме возбуждения колебаний с периодом  $T=2\pi(LC)^{1/2}$ , где C и L – погонные ёмкость и индуктивность точек поля.

Поскольку математическое уравнение волны отражает передачу, трансформацию колебаний источника, пришедшие с учётом времени запаздывания ( $t_{\text{запазд}}$ ) в определённую точку наблюдения (r), постольку эти колебания с амплитудой A и фазой B имеют простой вид:

$$\begin{aligned} a(t) &= A \exp\{i [\omega t + B]\} = \\ &= A \exp\{i [2\pi (t - t_{\text{запазд}})/T + B]\}. \end{aligned}$$

Ядро функции F имеет комплексный вид  $Y=a+ib \sim (|Y|, \arg(Y))$ . Оно представляется либо алгебраической парой (a, b) вещественных компонент, либо аналогичной парой модуля и аргумента ( $|Y|, \arg(Y)$ ) тригонометрической (или экспоненциальной) форм.

В системе уравнений Максвелла физика скалярного волнового процесса состоит в случайно направляемой передаче или просто трансформации колебаний компонент

единого ЭМП. Движение мыслится только у псевдозарядов по вихревым (роторным) многообразиям с запаздыванием:

$$t_{\text{зазд}} = r/c,$$

где  $c$  – скорость света в пустоте, и длина волны формально является комплексной величиной, определяемой как путь со скоростью  $c/m$  за период  $T$

$$\lambda = cT/m.$$

Тогда имеем право записать гармонические соотношения с обычной начальной фазой  $B$ :

$$\begin{aligned} a(t) &= A \exp\{i [\omega t - 2\pi m r/(c T) + B]\} = \\ &= A \exp\{i \omega t - i [2\pi(n - ik)r/\lambda - B]\} = \\ &= A \exp\{-kr 2\pi/\lambda\} \exp\{i\omega t\} \exp\{-i[2\pi n r/\lambda - B]\} = \\ &= A_{\text{dis}}(r) e^{i\omega t} \exp\{-i[2\pi n r/\lambda - B]\}, \end{aligned}$$

где диссипация

$$A_{\text{dis}}(r) = A \exp\{-kr 2\pi/\lambda\}$$

осмысливается как угасание в пространстве среды, описываемого показателем поглощения  $k$  (светоослабления или экстинкции) потери энергии по закону Бугера-Ламберта-Бэра

$$J(r) = (A_{\text{dis}})^2 = A^2 e^{-(4\pi\xi/\lambda)k} = J_0 e^{-\xi r}.$$

Здесь входная интенсивность обозначена как  $J_0 = A^2$  и введён коэффициент погонного (в расчёте на единицу длины) поглощения  $\xi$ :

$$\xi = 4\pi k/\lambda. \quad (24)$$

Отношение  $2\pi/\lambda = \tilde{u}$  называют модулем вектора волнового числа, т.к.  $1/\lambda$  показывает, сколько длин волн помещается на единице длины или единичной окружности  $2\pi$ . Вектора формируются умножением на единичные орты (будем вектора обозначать жирным шрифтом)  $\mathbf{e} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}| = \mathbf{r}/r$  ( $r = |\mathbf{r}|$  модули записаны не жирным шрифтом). Произведение  $n\mathbf{r} = \tilde{n}$  называют вектором оптической длины (хода луча), а выражение  $\mathbf{e} 2\pi n r/\lambda = \tilde{n} \tilde{u}$  становится скалярным произведением векторов (волнового и оптической длины, соответственно).

Таким образом, физический смысл параметризации классических коэффициентов Френеля (3) и (4) состоит в чётком разграничении лучей отражения ( $r$  - рефракции) и преломления ( $t$  - трансмиссии), а так же ортогонального проектирования их компонент относительно всегда присутствующей по умолчанию плоскости падения (либо в ней  $p$ -, либо перпендикулярные ей  $s$ - составляющие).

Сложение компонент восстанавливает вектор исходного поля ( $E$  или  $H$ ), произвольно ориентированного относительно плоскости падения. Эти компоненты, в свою очередь, являются ортогональными колебаниями, сложение которых даёт эллиптически поляризованное излучение.

Классические коэффициенты Френеля планарной  $r_{j,j+1}^{(p)}$  и сагиттальной  $r_{j,j+1}^{(s)}$  компонент относительно плоскости падения света, отражённого (преломлённого) на  $j, j+1$  границе Френеля при косом падении ( $0 < \varphi_j < 90^\circ$ ; индексы нумеруют среды со стороны падения) и закон Снеллиуса для планарных сред имеют вид, представленный в списке формул (3) и (4).

Уравнение Друде для основного уравнения эллипсоидности (ОУЭ Друде) в отражённом свете задаётся формулой (5) без сингулярности.

$$F = \frac{1-P}{1+P} = \frac{Q-1}{Q+1} = A + iB, \quad (25)$$

где комплексные функции от углов ( $\varphi$ ) падения  $PQ = 1$  имеют нижеследующий вид :

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \text{Ctg}(\vartheta)\sqrt{m^2 \text{Co sec}^2(\varphi) - 1} \Rightarrow \lim P(\varphi) = \begin{cases} 0, & \text{если } \varphi \rightarrow 90^0 \\ \infty, & \text{если } \varphi \rightarrow 0^0 \end{cases} \\ Q = \frac{\text{Sin}^2(\vartheta)}{\text{Cos}(\varphi)\sqrt{m^2 - \text{Sin}^2(\varphi)}} \Rightarrow \lim Q(\varphi) = \begin{cases} 0, & \text{если } \varphi \rightarrow 0^0 \\ \infty, & \text{если } \varphi \rightarrow 90^0 \end{cases} \end{array} \right. \\ F \Rightarrow \begin{cases} -1 & \text{при } \varphi \rightarrow 0^0 \\ +1 & \text{при } \varphi \rightarrow 90^0 \end{cases} \quad (26)$$

Асимптотические свойства  $P$  и  $Q$  определяют так же и асимптотику  $F$  (26).

Поскольку эллипсометрические измерения обычно проводят при углах  $\varphi > 45^0$ , то для определенности достаточно выбрать функцию  $P(\varphi)$  в виде (8):

$$P(\varphi) = \text{Ctg}(\varphi)\sqrt{Y(\varphi)} = \text{Ctg}(\varphi)\sqrt{|Y| \exp\{i \arg(Y)\}}, \quad (27)$$

Величину  $Y$  в (27) можно описать явными выражениями вида:

$$Y = m^2 \text{Co sec}^2(\vartheta) - 1 = [(n^2 - k^2) \text{Co sec}^2(\vartheta) - 1] - i[2nk \text{Co sec}^2(\vartheta)],$$

$$\text{где } \begin{cases} a = (n^2 - k^2) \text{Co sec}^2(\vartheta) - 1, \\ b = -2nk \text{Co sec}^2(\vartheta), \end{cases} \quad \arg(Y) = \alpha = \text{arctg}\left(\frac{b}{a}\right).$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |Y| = \sqrt{[(n^2 - k^2) \text{Co sec}^2(\vartheta) - 1]^2 + 4n^2 k^2 \text{Co sec}^2(\vartheta)}, \\ \arg(Y) = \begin{cases} \alpha, & \leftrightarrow a, b > 0 \\ \pi + \alpha, & \leftrightarrow a < 0 \\ 2\pi + \alpha, & \leftrightarrow a > 0, b < 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

Решения так называемой прямой задачи (5) или (6) в эллипсометрии состоят в определении амплитудно-фазовых  $\Psi$ - $\Delta$  функций от углов падения света ( $\varphi$ ). Для прозрачных диэлектриков ( $k=0$ ) решение прямой задачи Друде имеет вид вещественной функции (5)  $F = \cos(\varphi_1 + \varphi_2) / \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ , где  $\theta_2 = \arcsin(n_1 \sin(\varphi_1) / n_2)$ .

Для отрицательных значений этой функции комплексный аргумент кратен нечётным значениям числа  $\pi$ , иначе – чётным и при смене знака происходит  $\pi$ -скачок обычной фазовой функции  $\Delta(\varphi)$ :

Уравнения (5), (25) при  $m \rightarrow 1$  ( $\varphi_{\text{прел}} = \varphi_{\text{пад}}$ ) имеют самый простой вид:

$$F(\varphi) = -\text{Cos}(2\varphi). \quad (28)$$

Графики компонент этой функции (28)  $F(\varphi)$  качественно представлены на рис.14. Имеется ввиду аналитическая зависимость (28) и её комплексное представление через модуль и фазу.

Таким образом, аналитическая интерпретация скачков фазы от  $\pi$  до 0 или от  $\pi$  до  $2\pi$  состоит в том, что они отражают знаковый характер вещественных решений ОУЭ Друде, а при обращении в ноль – положение корня.

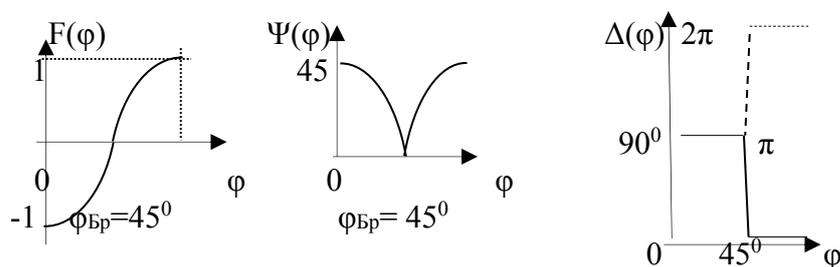


Рис. 14а. Комплексное представление вещественной функции F (при  $n=1$ ).

В общем случае эти решения описываются выражениями:

$$\begin{aligned} \Psi &= \operatorname{arctg} \sqrt{A^2 + B^2} \\ \Delta &= \operatorname{argument}(F). \end{aligned} \quad (29)$$

Аналитические решения обратной задачи ОУЭ сводятся к определению оптических констант подложки или относительного показателя преломления сред по формулам (12), (13) с графической иллюстрацией типа рис.(3)–(7). Следует повторить, что основная некорректность классической эллипсометрии состоит в проявлении угловой зависимости оптических констант ОИ.

### 2.1.2 Амплитудно-фазовые параметры проходящего света

Исследовано уравнение Друде при стандартном отношении «р» к «s» коэффициентов Френеля для проходящего света.

Стандартное (22) Основное Уравнение Эллипсометрии (ОУЭ) Друде  $F(\varphi)$  имеет вид:

$$F = \frac{\tau^{(p)}}{\tau^{(s)}} = |F| e^{i \arg(F)} = \operatorname{tg}(\Psi(\varphi)) \exp\{i\Delta(\varphi)\} = \frac{1}{\cos(\varphi_{\text{пад}} - \varphi_{\text{прел}})}.$$

Рассмотрим два способа представления решений  $\Psi$ -  $\Delta$  прямой задачи этого ОУЭ в вещественном и комплексном видах.

Из выражения (22) следует, что при вещественных показателях преломления ( $k=0$ ) ОУЭ Друде является возрастающей функцией секанса разности углов, которые никогда не достигают значения  $90^\circ$ , сингулярного для функции секанса.

Разность этих углов показана на рис.15. По Снеллиусу (4) угол преломления равен

$$\varphi_{\text{прел}} = \arcsin[m_1 \sin(\varphi_{\text{пад}})/m_2].$$

Обычно, по свойству монотонного роста от нуля функции синуса и дроби отношения показателей преломления  $n_2 > n_1$  на воздухе ( $n_1=1$ ) угол преломления меньше угла падения, что и объясняет данные рис.15.

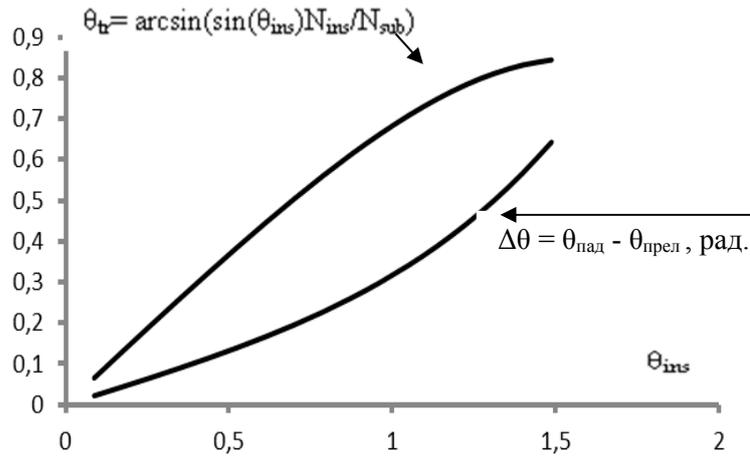


Рис.15. Вещественное представление угла преломления в среде без поглощения.

На рис.16 показаны графики коэффициентов Френеля как функции углов падения.

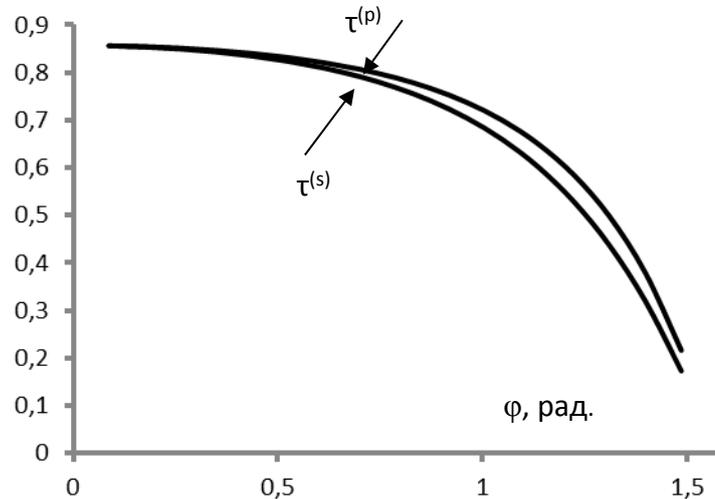


Рис. 16. Коэффициенты Френеля в функции от углов падения  $\tau^{(p)}$ ,  $\tau^{(s)}$ .

Рисунок 16 показывает их числовую близость при доминировании планарной компоненты:

$$\tau^p > \tau^s.$$

В табл.№2 и на рис.17 представлены решения задачи (22) в вещественной форме.

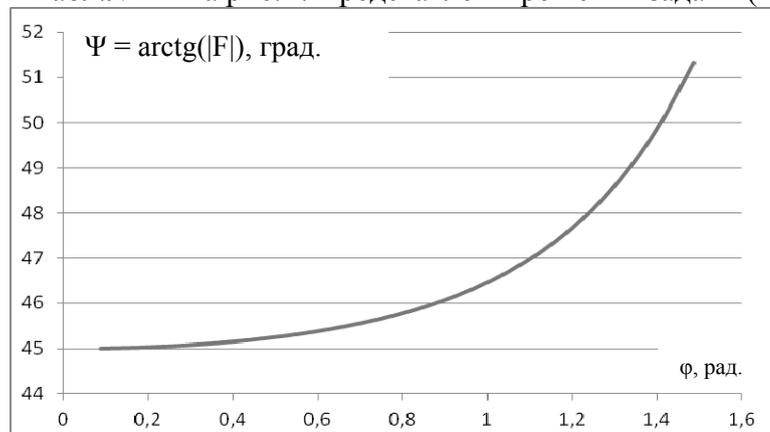


Рис.17. Функция  $\Psi(\varphi)$  в вещественном ОУЭ Друде от углов падения  $\varphi$ .

Таблица №2.  
Табуляграммы вещественных решений ОУЭ (22) для проходящего света.

Угол падения (в рад.)	Угол преломл. (в рад.)	Коэфф. Френеля (p-компл.)	Коэфф. Френеля (s-компл.)	ОУЭ Друде $F = \operatorname{tg}\Psi e^{i\Delta}$	Амплитудный $\Psi(\varphi)$ параметр (град.)
0,087266	0,065413	0,856529	0,856324	1,000239	45,00684
0,174732	0,130756	0,854654	0,853828	1,000968	45,02771
0,262198	0,195649	0,851438	0,849553	1,002218	45,06348
0,349664	0,259851	0,846737	0,843324	1,004047	45,1157
0,43713	0,323098	0,840333	0,834876	1,006537	45,18666
0,524596	0,385096	0,831918	0,823836	1,00981	45,27965
0,612062	0,445509	0,82106	0,809698	1,014032	45,39918
0,699528	0,503955	0,80717	0,791782	1,019434	45,55137
0,786994	0,559988	0,789434	0,769181	1,026331	45,74449
0,87446	0,613091	0,766739	0,740698	1,035157	45,98968
0,961926	0,662667	0,73754	0,70476	1,046512	46,30197
1,049392	0,708033	0,699687	0,659315	1,061233	46,70158
1,136858	0,748428	0,650165	0,60173	1,080492	47,21559
1,224324	0,783033	0,584703	0,528689	1,105949	47,88009
1,31179	0,811011	0,497195	0,436144	1,13998	48,74248
1,399256	0,831573	0,37878	0,319368	1,18603	49,86412
1,486722	0,844066	0,21632	0,173165	1,249209	51,3225

Из аналитического подобия коэффициентов Френеля проходящего света (4) следует, что отношение этих вещественных классических коэффициентов в стандартном для ОУЭ Друде виде всегда больше единицы, и амплитудная функция в градусной мере должна быть больше  $45^\circ$ , а в сингулярном случае доходить до  $90^\circ$ :

$$\operatorname{tg}\Psi(\varphi) > 1.$$

В представленном табл. №2 монотонном характере роста вещественной функции  $F(\varphi)$  нет никакой информации о законе Брюстера. Нет её и в поведении  $\Psi(\varphi)$  на рис. 17 при постоянстве  $\Delta = 0$  как типовых амплитудно-фазовых параметров эллипса депolarизации проходящего света.

Амплитудно-фазовые  $\Psi$ -  $\Delta$  параметры состояния поляризации света для прозрачных диэлектриков теряют атрибутику эффекта Брюстера, которая неожиданно восстанавливается при использовании комплексного описания материальных сред и ОУЭ.

Монотонный рост вещественной амплитудной функции от угла падения на рис. 17 строго соответствует аналитическим свойствам прямых решений уравнения (22).

Действительно, разность углов  $\varphi_1 - \varphi_2$  монотонно растёт, как показано на рис. 15, т. к.  $\varphi_2$  стремится к постоянному значению критического угла ПВО. Следовательно, косинус этой разности неукоснительно падает от 1 до 0, а обратная ему функция секонса, естественно, растёт как амплитудная функция  $\operatorname{tg}\Psi(\varphi) > 1$ .

Фазовая функция  $\Delta(\varphi)$ , отражая знак вещественного выражения ОУЭ Друде (22), тождественно равна нулю для положительных величин  $\Psi(\varphi) > 45^\circ$ .

Имеется ввиду, что любые реальные числа можно описать классом комплексных чисел векторами от нуля числовой оси в сторону положительных чисел под нулевым углом (аргумент к.ч. – 0 - нулевая фаза или 360<sup>0</sup>) или под развёрнутым углом ( $\pi$  - фаза 180<sup>0</sup>) к отрицательным числам на этой оси.

Отсюда и возникает скачок фазы при переходе от отрицательных к положительным величинам.

Однако эта картина изменяется при комплексном описании и ОУЭ Друде, и углов преломления. Действительно, всё возвращается к физически правомерной интерпретации решений этого уравнения при задании показателей преломления и уравнения (22) в комплексном виде.

Чистая вода, например, на границе с воздухом имеет  $m_{ins}=1-i\cdot 0,000000015$  при  $m_{sub}=4/3-i\cdot 0,00000025$ .

Табуляграммы корректных решений также записаны в табл. №2, и по ним построены графики амплитудно-фазовых параметров на рис.18.

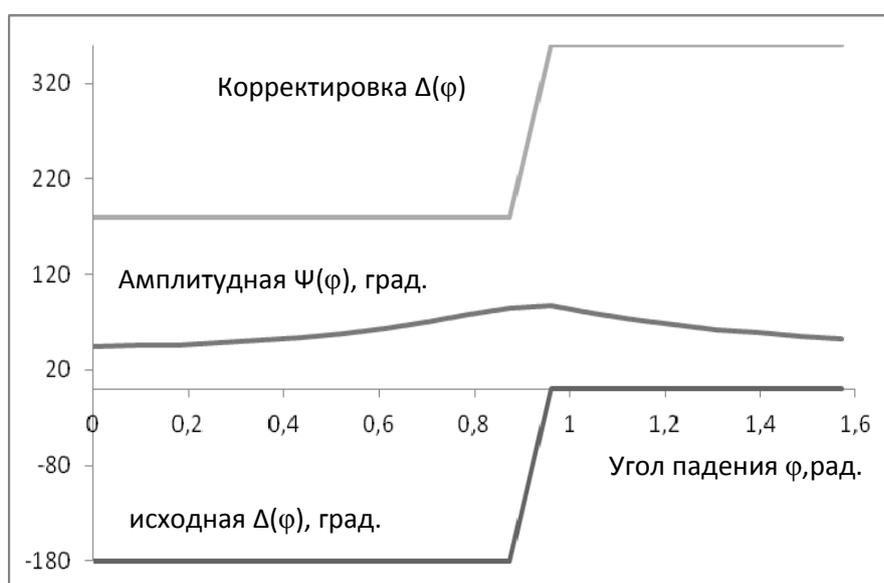


Рис. 18. Данные корректировки фаз  $\Delta=\Delta(\varphi)$  и амплитуд  $\Psi=\Psi(\varphi)$  в градусной мере.

Функция (22) от угла падения  $F(\varphi_{пад})$  представляется развёртками  $\Psi$ - $\Delta$  параметров при комплексных по Снеллиусу углах преломления.

Эти преобразования составлены по следующему формульному алгоритму в EXCEL:

$$\begin{aligned}
 F(\theta_{пад}) &= \sec(\theta_{пад} - \theta_{прел}) = 1 / \cos(\theta_{пад} - \theta_{прел}) = \\
 &= 1 / (\cos(\theta_{пад}) \cdot \cos(\theta_{прел}) + \sin(\theta_{пад}) \cdot \sin(\theta_{прел})) = \\
 &= 1 / (\alpha + i\beta) = |F(\theta_{пад})| \exp\{-i \cdot \arg(\alpha + i\beta)\} = \text{tg}\Psi \cdot e^{i\Delta},
 \end{aligned}$$

где введены рабочие переменные и для углов  $\varphi \approx \theta$ , и для их всевозможных выражений вида

$$\alpha = a \cos(\theta_{пад}) + A \sin(\theta_{пад}),$$

$$\beta = b \cos(\theta_{пад}) + B \sin(\theta_{пад}),$$

$$\begin{aligned}
a &= \sqrt[4]{e^2 + d^2} \cos(\gamma / 2) \leq 0, \\
b &= \sqrt[4]{e^2 + d^2} \sin(\gamma / 2) \geq 0, \\
\gamma &= 2\pi - \operatorname{arctg} \frac{d}{e}, \\
e &= 1 - M^2 \cos(2m) \geq 0, \\
d &= -M^2 \sin(2m) \leq 0, \\
A &= M \cos m), \\
B &= M \sin(m), \\
M &= \sin(\vartheta_{in}) \frac{|N_{in}|}{|N_{sub}|}, \\
m &= \arg um(N_{in}) - \arg um(N_{sub}), \\
|N| &= \sqrt{n^2 + k^2}, \\
\arg um(N) &= 2\pi - \operatorname{arctg}(k / n), \\
\operatorname{tg}(\Psi) &= \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \\
\Delta &= \begin{cases} \pi + \operatorname{arctg}(\beta / \alpha), & \text{àñëè } \alpha < 0 \\ \operatorname{arctg}(\beta / \alpha), & \text{àñëè } \alpha > 0. \end{cases}
\end{aligned}$$

В таблице №3 приведены расчётные данные, по которым построены графики на рис.18.

Таблица №3.  
Расчётные в EXCEL табуляграммы решений комплексного ОУЭ.

φ, гр.	φ, рад.	Ψ(φ) рад.	Δ(φ) рад	Ψ, град	Δ, гр.
0	0	1	-3,14159	45	180
5	0,087266	1,0117699	-3,14159	45,335205	180
10	0,174533	1,0484325	-3,14159	46,35443	180
15	0,261799	1,1144391	-3,14159	48,097978	180
20	0,349066	1,2187432	-3,14159	50,630527	180
25	0,436332	1,3781285	-3,14159	54,034545	180
30	0,523599	1,6251523	-3,14159	58,394895	180
35	0,610865	2,0294664	-3,14159	63,768672	180
40	0,698132	2,7680459	-3,14159	70,136951	180
45	0,785398	4,4547671	-3,14159	77,348053	180
50	0,872665	11,629107	-3,14159	85,085162	180,0001
55	0,959931	19,726534	-1,9E-06	87,097981	359,9999
60	1,047198	5,4846271	-5,8E-07	79,666891	360
65	1,134464	3,2672099	-3,6E-07	72,982141	360
70	1,22173	2,3830766	-2,7E-07	67,235831	360
75	1,308997	1,9181067	-2,2E-07	62,464832	360
80	1,396263	1,6384782	-1,8E-07	58,603347	360
85	1,48353	1,4569308	-1,5E-07	55,535294	360
90	1,570796	1,3333339	-1,3E-07	53,130114	360

## 2.2. Эффект Брюстера в эллипсометрии проходящего света

В эллипсометрии отражённого от идеальных диэлектриков света эффект Брюстера проявляется глубоким минимумом амплитудной и скачком фазовой функций от углов падения с описанием состояния поляризации световой волны вещественным ОУЭ Друде. Однако в эллипсометрии проходящего света аналогичные функции теряют это свойство.

Выполним априорный анализ свойств решений прямой задачи эллипсометрии для света, проходящего через идеальную границу раздела прозрачных сред в вещественном и комплексном видах. Последнее должно вернуть информацию о потерянном эффекте Брюстера.

Рассмотрим тот же пример воды и докажем принципиальную некорректность исключения значений малых показателей поглощения в основном уравнении эллипсометрии Друде.

Рассматриваемая оптическая модель идеальной границы раздела двух сред обладает интересными особенностями в проходящем свете. Основное уравнение эллипсометрии Друде описывается, казалось бы, тривиально простой функцией секанса разности углов падения и преломления.

Однако строгое решение прямой задачи эллипсометрии для этой модели в комплексных переменных не совпадает с решениями его вещественного задания и сохраняет также преобладание описания эффекта Брюстера, подобного этому эффекту в отражённом свете.

При записи связи коэффициентов Френеля для проходящего света в виде

$$\tau^{(p)} = \frac{\tau^{(s)}}{\cos(\varphi_{пад} - \varphi_{прел})}$$

так же легко следуют формы ОУЭ Друде напросвет.

Разрешение софизма о комплексном артефакте на фоне вещественного решения начнём с введения комплексного представления углов преломления. Этот угол преломления связан с углом падения формулой:

$$\varphi_{tr} = \arcsin(\sin(\varphi_{ins})m_{ins}/m_{sub}).$$

Здесь угол падения света  $\varphi_{ins}$  – вещественная величина в отличие от комплексных углов  $\varphi_{tr}$  преломления. Кроме математического, комплексные углы никакого другого физического смысла (в отличие от  $m$ ) не имеют.

Закон Снеллиуса обладает свойством ковариантности вида при описании показателей преломления в комплексном виде.

Таким же свойством ковариантности формы обладают и коэффициенты Френеля. Графики этих коэффициентов (4) в функции от углов падения при вещественном описании представлены на рисунке 16.

Коэффициенты Френеля в функции от углов падения выглядят аналогично друг другу, отличаясь косинусом разности углов, причём планарный коэффициент Френеля на воздухе больше сагитального и расположен, как это показано на рис. 16 выше.

Следовательно, стандартное отношение  $\tau^{(p)}$  к  $\tau^{(s)}$  для ОУЭ, естественно, описывается функцией секанса (22) разности углов  $\varphi_{пад} - \varphi_{прел}$ .

Для прозрачных сред в нулевом приближении показатель поглощения  $k = 0$  и ОУЭ имеет вещественную форму, следовательно, фазовый параметр ( $\Delta$ ) описания состояния поляризации света зависит только от знака аналитического решения ОУЭ, принимая нулевое или значение  $360^\circ$  для положительных  $F(\varphi)$  и  $180^\circ$  для отрицательных. В общем

случае комплексного представления ОУЭ требуется стандартное выделение и модуля ( $\Psi$ ), и аргумента ( $\Delta$ ):

$$F(\varphi) = \sec(\varphi_{\text{пад}} - \varphi_{\text{прел}}) = \text{tg}(\Psi)e^{i\Delta}.$$

На рис.19 показан типовой график вещественной функция  $\text{tg}(\Psi)$  от углов падения в ОУЭ Друде. Здесь  $\Psi = \arctg(|F|) \geq 45^\circ$  и  $\text{tg}(\Psi) \geq 1$ , то есть заведомо положительные величины и  $\Delta = 0$ .

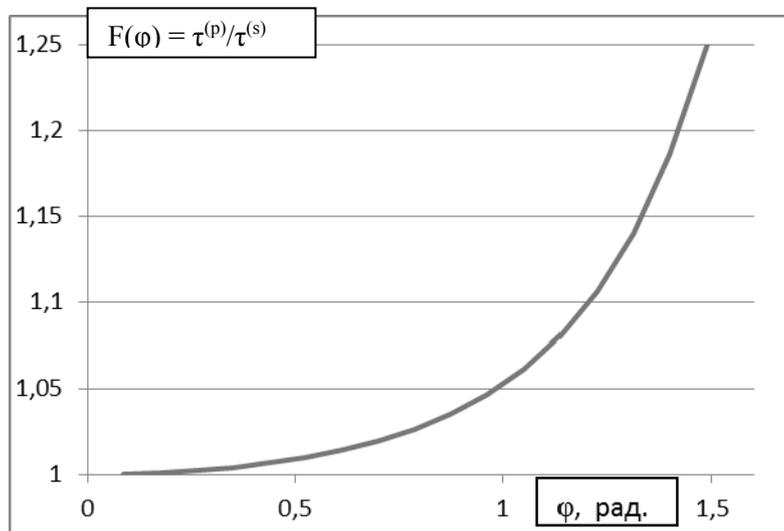


Рис.19. Вещественное уравнение Друде  $F(\varphi) = \tau^{(p)}/\tau^{(s)} = 1/\cos(\Delta\varphi)$  напросвет.

Вещественный вид ОУЭ Друде, т.е. вид этой функции  $F(\varphi)$ , показан на рис.19. Она имеет всюду положительно определённую кривизну и строго монотонно возрастающий характер.

Однако бесконечно больших значений эта вещественная функция не достигает, так как функция определяющего её косинуса не обращается в ноль из-за того, что разность углов никогда не принимает значения 90 градусов

$$\varphi_{\text{пад}} - \varphi_{\text{прел}} \neq \pi/2.$$

Действительно, при достижении предельного значения угла падения

$$\varphi_{\text{пад}} = \pi/2,$$

угол преломления оказывается далёк от нуля:

$$\varphi_{\text{прел}} \neq 0.$$

Для не поглощающих диэлектриков и решение прямой задачи ОУЭ имеет вид (рис.19) монотонный вещественной функции

$$|F| = \text{tg}(\Psi) = \sec(\varphi_1 - \varphi_2) = \sec[\varphi_1 - \arcsin(n_1 \sin \varphi_1 / n_2)]$$

при вещественности угла преломления  $\varphi_2$ . В противном случае всё выглядит иначе, как на рис.20.

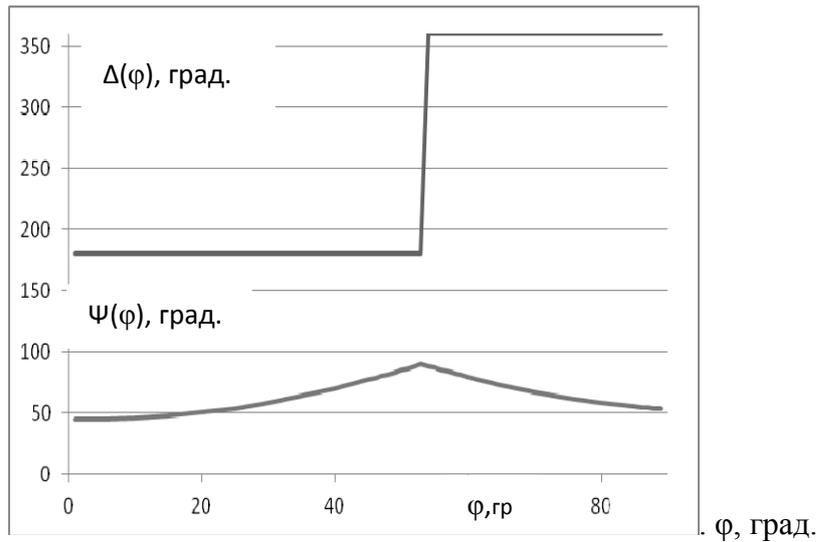


Рис.20. Решения  $\Psi$ - $\Delta$  комплексного ОУЭ напросвет.

Видно, что функция  $\Psi$  на рис.19 не имеет ни корней, ни экстремума, т.е. не имеет никакой информации об эффекте Брюстера. Есть он или нет, сразу понять трудно.

Но и на рис.20 вместо корня амплитудной функции возникает экстремальный максимум. Это означает, что так проявляются признаки эффекта Брюстера они существуют и в проходящем свете, но для ОУЭ напросвет в стандартной форме (22) они, похоже, просто не адекватны истине.

### 2.2.1. Интерпретация решений прямой задачи при вещественной форме ОУЭ

Явление дисперсионной зависимости от длины волны ( $\lambda$ ) или круговой частоты ( $\omega = 2\pi c/\lambda$ ,  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/сек) оптических констант сред – вещественных показателя преломления ( $n$ ) и показателя поглощения ( $k$ ) – определяет основной механизм взаимодействия света с веществом при его распространении в среде с реальным, отличным от нуля, поглощением  $k(\lambda) \neq 0$ .

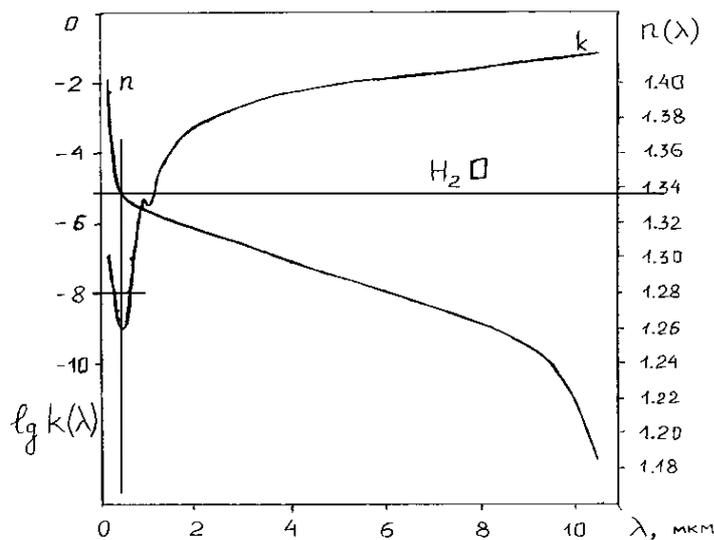


Рис.21. Компоненты комплексного показателя преломления воды  $m(n,k)$ .

На длине волны He-Ne лазера ( $\lambda = 632,8$  нм), используемой в лазерных эллипсофотометрах типа ЛЭФ-2,-3 и других ручного управления, из данных рис.21 следует, в частности, что для чистой воды показатель  $n = 4/3$  и его светоослабление  $k = 3 \cdot 10^{-9}$  составляет единицы нанопорядкового диапазона малых величин.

Следовательно, для коэффициента погонного поглощения воды ( $\xi$ ) на этой длине волны (24) получается, согласно закону Бугера-Ламберта-Бэра,

$$\xi = 4\pi k/\lambda = (18,9/6,3)10^{-9+7} = 0,03 \text{ (м}^{-1}\text{)} = 0,0003 \text{ (см}^{-1}\text{)}.$$

Коэффициент поглощения воды в десятитысячных долях длины каждого погонного сантиметра выглядит малой величиной ( $0,0003 \text{ см}^{-1}$ ), хотя он много больше дисперсионного показателя  $\xi \gg k$  поглощения на пять порядков. Это означает, что если бы экспериментальное значение экстинкции ( $k_{\text{эксп}}$ ) имело значение в десятитысячных долях безразмерной единицы, что часто и бывает на опыте при эллипсометрических измерениях прозрачных веществ, то при пересчёте на единицы показателя поглощения (24) вещество уподобилось бы металлу – вода, стекло должны были бы казаться чёрной средой типа нейтральных светофильтров марки НС [11].

Однако, этот софизм (кажущееся противоречие) легко разрешается в пользу другого реального механизма взаимодействия света с веществом – светорассеяния ( $k_{\text{расс}}$ ), аддитивно усиливающего полное светоослабление  $k$  по Полю [1]:

$$k_{\text{эксп}} = k_{\text{расс}} + k_{\text{дисп.}} \quad (30)$$

Пока исследовались вещества с большим поглощением в (30)  $k_{\text{дисп.}} > k_{\text{расс}}$ , методы классической (по Максвеллу) традиционной эллипсометрии хорошо работали даже для моделей идеальных границ раздела сред по Френелю.

Однако, при попытке использовать методы прикладной эллипсометрии для оценки оптических констант однородных прозрачных стёкол, вскрылась вся несостоятельность метода эллипсометрии как в теоретическом, так и в экспериментальном планах, когда  $k_{\text{дисп.}} \ll \delta k$  – теряется в погрешностях эксперимента ( $\delta k$ ).

Вряд ли и сейчас на мощных зарубежных машинах (см. прилож.№1) того же Сколково успешно решается этот принципиальнейший для материаловедения высоко прозрачных веществ вопрос.

В эллипсометрии комплексные показатели преломления сред описывают в виде разности  $m = n - i \cdot k$ , где  $n$  – вещественная часть показателя преломления и  $k$  – показатель поглощения или с учётом (30) показатель светоослабления (мнимая часть;  $i^2 = -1$ ).

Рассмотрим для примера чистую воду на границе с воздухом (см. рис.22), где для воды в качестве подложки на воздухе:

$$m_{\text{sub}} = 4/3 - i \cdot 0,0000000299,$$

$$m_{\text{ins}} = 1 - i \cdot 0,000000001.$$

Связь углов преломления и падения следует из закона Снеллиуса:

$$\varphi_{\text{прел}} = \arcsin(\sin(\varphi_{\text{пад}})m_{\text{ins}}/m_{\text{sub}}).$$

На рис.15 была показана вещественная связь углов ( $n, k = 0$ ), один из которых показан на рис.22.

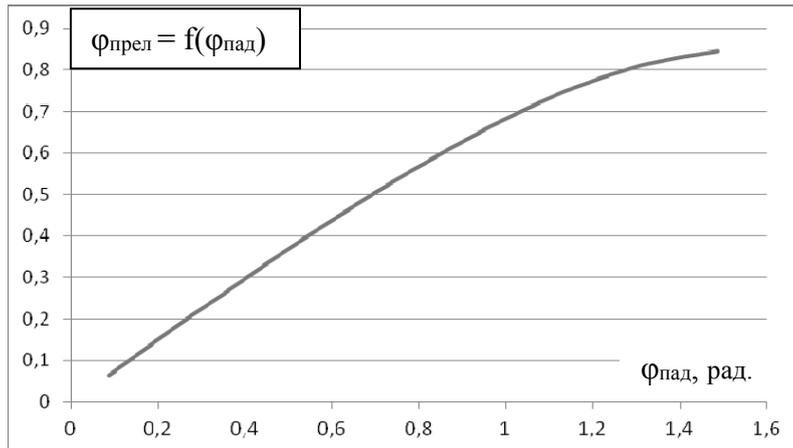


Рис.22. Вещественный угол преломления от угла падения света в воду из воздуха.

Поскольку при  $\varphi_{\text{пад}} = 0$  и  $\varphi_{\text{прел}} = 0$ , то численно  $\tau^{(p)}(0) = \tau^{(s)}(0)$  в отличие от предельного угла падения

$$\varphi_{\text{пад}} = 90^\circ \neq \varphi_{\text{пад}}(90^\circ),$$

где  $\tau^{(p)}(1/2\pi) \neq \tau^{(s)}(1/2\pi)$  в отличие от графической интерпретации в монографии [5].

Из (5) следует, что эти коэффициенты Френеля отличаются друг от друга только косинусом разности углов падения и преломления, причём на воздухе  $\tau^{(p)} > \tau^{(s)}$ , то есть планарный коэффициент Френеля всегда больше сагитального.

Следовательно, искомое отношение  $\tau^{(p)}$  к  $\tau^{(s)}$  для стандартного вида ОУЭ Друде описывается функцией секанса разности углов  $\varphi_{\text{пад}} - \varphi_{\text{прел}}$ :

$$F(\varphi) = \tau^{(p)}/\tau^{(s)} = \sec(\varphi_{\text{пад}} - \varphi_{\text{прел}}) = \text{tg}(\Psi)e^{i\Delta},$$

где  $\Psi$  – угловое представление амплитудной функции  $\text{tg}(\Psi(\varphi))$  в ОУЭ Друде (6) и  $\Delta(\varphi)$  – фазовая функция углов  $\varphi$  состояния поляризации поля световой волны. Здесь всюду  $\Psi = \arctg(|F|) \geq 45^\circ$ .

Для положительно определённой вещественной формы при пренебрежении поглощением ( $k = 0$ ) фазовый параметр тождественно равен  $\Delta = 0$ .

В отличие от вещественного поведения на рис.19, функции  $\Psi(\varphi)$  и  $\Delta(\varphi)$ , показанные на рис.20, восстанавливают экстремальное поведение и амплитудной функции  $\Psi(\varphi)$  от углов падения, и скачка фазы функции  $\Delta(\varphi)$  при углах Брюстера, рассчитанных на примере воды.

Здесь экстремум  $\Psi$  приходится на угол  $\varphi_{\text{БР}} = 53,13^\circ$  и по закону Брюстера  $\text{tg}(\varphi_{\text{БР}}) = 4/3$ .

Те же решения прямой задачи (22) получаются и при программировании коэффициентов Френеля непосредственно по формулам (4) в ОУЭ Друде для проходящего света, которые будут рассмотрены ниже.

Полезно этих априорных расчётов несомненно в том, что они показывают то, что следует ожидать на опыте от апостериорной эллипсометрии проходящего света через границу Френеля из менее в более плотную среду изнутри.

Имеются в виду две отличных от эллипсометрии отражённого света принципиально важные аналитические особенности:

1. Амплитудная функция  $\text{tg}(\Psi) \geq 1$  и  $\Psi \geq 45^\circ$ .
2. Фазовая функция  $\Delta(\theta)$  не падает, а растёт после угла Брюстера до  $2\pi$ .

Подобным обратным скачком  $\Delta(\theta)$ -функции обладают и решения прямой задачи эллипсометрии в модели однородного слоя большой толщины ( $\geq \lambda/2$ ).

В эллипсометрии на просвет это не вызывает удивления, так как согласно рис.13 при переходе только верхней границы ( $m_3=m_2$ ), слой превращается в полубесконечную среду.

Как было выяснено выше, более корректным и адекватным эффекту Брюстера выступает нетрадиционное ОУЭ Друде в форме уравнения (23). На рис.23 показан вид вещественной функции  $F^* = \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ , числовые данные которой сведены в табл.№4.

Таблица №4

Решения нетрадиционного ОУЭ Друде в комплексной и вещественной формах

$\varphi, \text{рад}$	$\Delta(\varphi), \text{рад.}$	$\Psi(\varphi), \text{рад.}$	$\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$
0,1	3,141593	0,777708	0,999686
0,2	3,141593	0,74	0,998728
0,3	3,141593	0,713754	0,997075
0,4	3,141593	0,654398	0,994637
0,5	3,141593	0,573912	0,991275
0,6	3,141593	0,470472	0,986791
0,7	3,141593	0,344121	0,980905
0,8	3,141593	0,198672	0,973228
0,9	3,141592	0,042797	0,963225
1	1,55E-07	0,111479	0,950167
1,1	7,23E-08	0,252779	0,933071
1,2	4,93E-08	0,37394	0,910642
1,3	3,78E-08	0,472757	0,881227
1,4	3,03E-08	0,550535	0,842825
1,5	2,48E-08	0,610262	0,793186

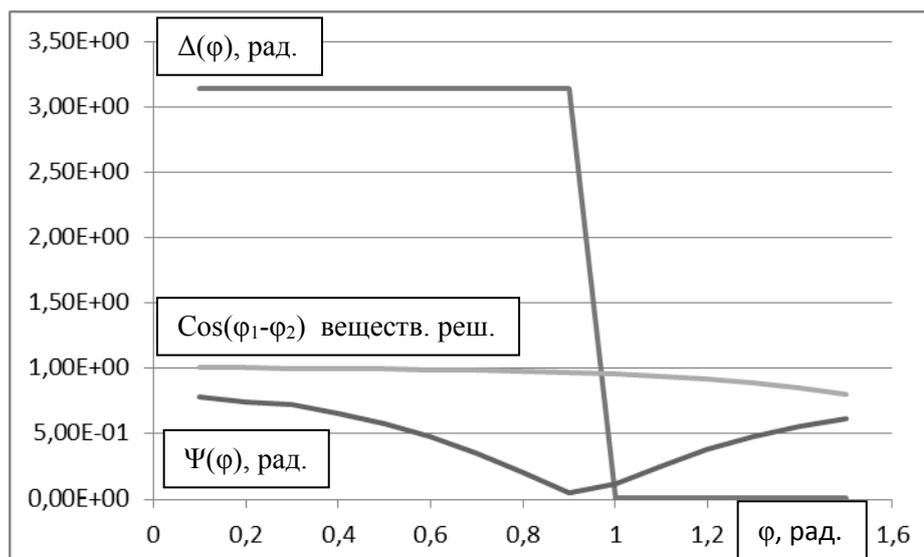


Рис.23. Решения ОУЭ Друде (23) в нетрадиционной вещественной и комплексной формах.

Решение прямой задачи эллипсометрии проходящего света в нетрадиционной вещественной форме ОУЭ (23) также представлено на рис.23 функцией косинуса разности углов падения и преломления. Это решение приобретает желательный убывающий вид, но не имеет корня, да и фазовая функция положительных значений этого косинуса тождественно равна нулю без желательного скачка вниз или вверх на  $180^0$ .

Эта картина должна измениться при переходе к комплексным переменным.

### 2.2.2. Корректировка решений прямой задачи при комплексной форме ОУЭ.

Комплексные решения (23) в виде амплитудно-фазовых параметров  $\Psi$  и  $\Delta$ , рассчитанных в EXCEL на ПК, так же размещены в табл. №3 и по ним построены соответствующие графики на рис.23.

Теперь всё выглядит так, как подсказывала интуиция: появился минимум амплитудной и  $180^0$  скачок фазовой функции. И всё это благодаря правильному выбору представления ОУЭ для проходящего света в виде нетрадиционного уравнения (23).

Рассмотрим последовательно комплексные решения прямой задачи эллипсометрии на просвет. Алгоритмы решений прямой задачи стандартного ОУЭ Друде (22) для идеальной границы Френеля не требуют применения методов численной математики и все расчёты легко осуществимы в среде EXCEL.

Рассмотрим формульный алгоритм программирования и этих стандартных решений для комплексного преобразования ОУЭ двух сред воздух/вода (углы  $\varphi$  обозначим  $\theta=\varphi$ ):

$$F = \frac{m_1 \cos \vartheta_1 + m_2 \cos \vartheta_2}{m_2 \cos \vartheta_1 + m_1 \cos \vartheta_2} = |F| e^{i \arg(F)} = tg(\Psi(\vartheta)) \exp\{i\Delta(\vartheta)\}.$$

Здесь  $m_1=n_1-ik_1$  и  $m_2=n_2-ik_2$ ,

где  $n_1=1,0002765$ ,  $k_1=10^{-9}$ ,  $n_2=1.3333(3)$  и  $k_2=2,9 \cdot 10^{-9}$ ,

$$\begin{aligned} \cos^2(\theta_2) &= 1 - \sin^2(\theta_2) = 1 - \sin^2(\theta_1) \left\{ \frac{[n_1 - ik_1]}{[n_2 - ik_2]} \right\}^2 = \\ &= 1 - \sin^2(\theta_1) \left\{ \frac{[n_1 - ik_1]}{[n_2 + ik_2]} \right\}^2 = \\ &= 1 - \sin^2(\theta_1) / [n_2^2 + k_2^2]^2 \left\{ [n_1 - ik_1] [n_2 + ik_2] \right\}^2 = \\ &= 1 - \sin^2(\theta_1) / [n_2^2 + k_2^2]^2 \left\{ [n_1 n_2 + k_1 k_2] + i [n_1 k_2 - n_2 k_1] \right\}^2 = \\ &= 1 - \sin^2(\theta_1) / [n_2^2 + k_2^2]^2 \left\{ [n_1 n_2 + k_1 k_2]^2 + 2i [n_1 k_2 - n_2 k_1] [n_1 n_2 + k_1 k_2] - [n_1 k_2 - n_2 k_1]^2 \right\} = \\ &= 1 - \sin^2(\theta_1) / [n_2^2 + k_2^2]^2 \left\{ [n_1 n_2]^2 + [k_1 k_2]^2 + 2 [n_1 n_2] [k_1 k_2] - [n_1 k_2]^2 - [n_2 k_1]^2 + 2 n_1 k_2 n_2 k_1 \right\} + \\ &+ 2i \sin^2(\theta_1) / [n_2^2 + k_2^2]^2 (n_1 n_2 + k_1 k_2) (n_2 k_1 - n_1 k_2) = \\ &= a + ib = |\cos^2(\theta_2)| \exp\{i \arg(a, b)\}, \\ \text{здесь } a &= 1 - \sin^2(\theta_1) / [n_2^2 + k_2^2]^2 \left\{ [n_1 n_2]^2 + [k_1 k_2]^2 + 4 [n_1 n_2] [k_1 k_2] - [n_1 k_2]^2 - [n_2 k_1]^2 \right\}, \\ b &= 2 \sin^2(\theta_1) / [n_2^2 + k_2^2]^2 (n_1 n_2 + k_1 k_2) (n_2 k_1 - n_1 k_2), \\ |\cos^2(\theta_2)| &= (a^2 + b^2)^{1/2}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\cos(\theta_2) = |\cos(\theta_2)| \exp\{i \arg(\cos^2(\theta_2))/2\} = A + i B,$$

причём

$$\begin{aligned} |\cos(\theta_2)| &= (a^2 + b^2)^{1/4}, \\ \arg(\cos(\theta_2)) &= \arg(\cos^2(\theta_2))/2, \end{aligned}$$

а фазы зависят от четверти местоположения составляющих а, в:

$$A = (a^2+b^2)^{1/4} \cos(\arg(\cos^2(\theta_2))/2),$$

$$B = (a^2+b^2)^{1/4} \sin(\arg(\cos^2(\theta_2))/2).$$

Таким образом, ОУЭ Друде на просвет имеет вид:

$$F = \{[n_1 - ik_1]\cos(\theta_1) + [n_2 - ik_2](A + iB)\} / \{[n_2 - ik_2]\cos(\theta_1) + [n_1 - ik_1](A + iB)\} =$$

$$= \{n_1\cos(\theta_1) + An_2 + Bk_2 + i[n_2B - Ak_2 - k_1\cos(\theta_1)]\} / \{n_2\cos(\theta_1) + An_1 + Bk_1 + i[Bn_1 - k_1A - k_2\cos(\theta_1)]\}.$$

$$F = (c+id)/(p+iq) = [(c^2+d^2)/(p^2+q^2)]^{1/2} \exp\{i[\arg(c+id) - \arg(p+iq)]\}:$$

$$c = n_1\cos(\theta_1) + An_2 + Bk_2,$$

$$d = n_2B - Ak_2 - k_1\cos(\theta_1),$$

$$p = n_2\cos(\theta_1) + An_1 + Bk_1,$$

$$q = Bn_1 - k_1A - k_2\cos(\theta_1).$$

Вариант решений прямой задачи эллипсометрии для проходящего света:

$$\Psi(\theta) = \arctg|F| = \arctg[(c^2+d^2)/(p^2+q^2)]^{1/2},$$

$$\Delta(\theta) = \arg(c+id) - \arg(p+iq).$$

$$\cos(\varphi_2) = (1 - \sin^2(\varphi_2))^{1/2} = (c_1^2 + c_2^2)^{1/4} \exp\{1/2i\arg(c_1 + ic_2)\},$$

$$c_1 = 1 - s_1^2 + s_2^2$$

$$c_2 = -2s_1s_2$$

Формульный алгоритм выполненных расчётов в краткой форме имеет следующий вид:

$$F = \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \cos(\varphi_1)\cos(\varphi_2) + \sin(\varphi_1)\sin(\varphi_2) = f_1 + if_2 = |F|\exp\{i\arg(F)\},$$

$$\sin(\varphi_2) = \sin(\varphi_1)m_1/m_2 = \sin(\varphi_1)(n_1 - ik_1)/(n_2 - ik_2) = s_1 + is_2,$$

$$s_1 = \sin(\varphi_1)(n_1n_2 - k_1k_2)/(n_2^2 + k_2^2),$$

$$s_2 = \sin(\varphi_1)(n_1k_2 + n_2k_1)/(n_2^2 + k_2^2),$$

$$|F| = (f_1^2 + f_2^2)^{1/2} = \text{tg}(\Psi).$$

Таким образом, ОУЭ Друде на просвет имеет вид:

$$F = \{[n_1 - ik_1]\cos(\theta_1) + [n_2 - ik_2](A + iB)\} / \{[n_2 - ik_2]\cos(\theta_1) + [n_1 - ik_1](A + iB)\} =$$

$$= \{n_1\cos(\theta_1) + An_2 + Bk_2 + i[n_2B - Ak_2 - k_1\cos(\theta_1)]\} / \{n_2\cos(\theta_1) + An_1 + Bk_1 + i[Bn_1 - k_1A - k_2\cos(\theta_1)]\}.$$

$$F = (c+id)/(p+iq) = [(c^2+d^2)/(p^2+q^2)]^{1/2} \exp\{i[\arg(c+id) - \arg(p+iq)]\}:$$

$$c = n_1\cos(\theta_1) + An_2 + Bk_2,$$

$$d = n_2B - Ak_2 - k_1\cos(\theta_1),$$

$$p = n_2\cos(\theta_1) + An_1 + Bk_1,$$

$$q = Bn_1 - k_1A - k_2\cos(\theta_1).$$

Вариант решений прямой задачи эллипсометрии для проходящего света:

$$\Psi(\theta) = \arctg|F| = \arctg[(c^2+d^2)/(p^2+q^2)]^{1/2},$$

$$\Delta(\theta) = \arg(c+id) - \arg(p+iq).$$

Расчёты по рассмотренным алгоритмам выявляют неожиданную аномалию в поведении показателя поглощения для прозрачных стёкол в окрестности угла Брюстера (рис.24).

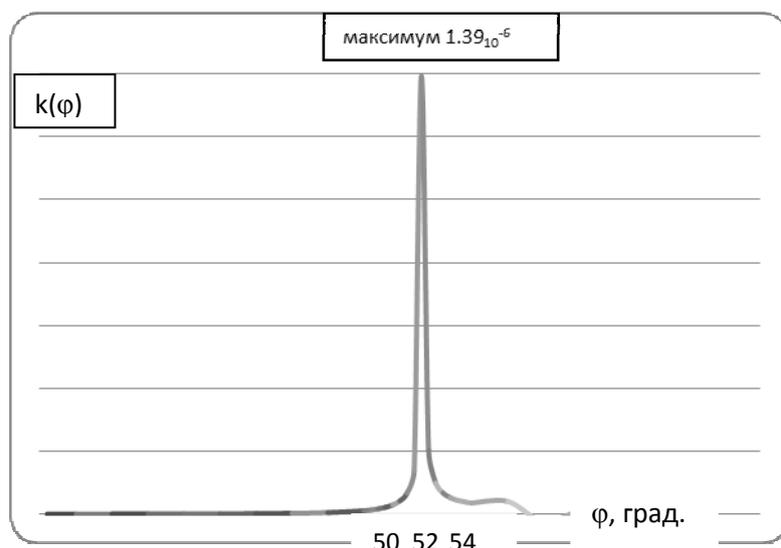


Рис.24. Аномальные значения показателя поглощения  $10^{-9} < k < 10^{-6}$ .

Подобный неожиданный эффект теории экспериментально наблюдал в ГОИ им. С.И.Вавилова Топорец с коллегами [13].

Угол Брюстера для воды по экстремуму  $\Psi$ -функции имеет значение  $53^{\circ}$ :

$$\operatorname{tg}53^{\circ}=1,33.$$

На рис.24 представлены графики этих решений в функции от углов падения в небольшой окрестности угла Брюстера в отличие от развѐток по всем углам падения на рис.25.

Применение программных продуктов позволяют проверить все основные свойства решений прямой задачи для проходящего света. На рис.25 показано семейство  $\Psi(\varphi)$  по  $n$  от  $\varphi$ .

Таблица №5.

Решения прямой задачи эллипсометрии на просвет для воды.

φ, гр.	Ψ(φ), гр.	90 - Ψ	Δ(θ), град.	Показ-ль прел-я	Пок. погл.
1	45,0134	44,9866	180,000000000270	1,333333333003	6,28266E-10
5	45,3353	44,6647	180,0000000007	1,333333333000	6,9335E-10
10	46,3548	43,6452	180,0000000028	1,333333333000	8,15358E-10
15	48,0987	41,9013	180,0000000066	1,333333333000	1,02068E-09
20	50,6320	39,3680	180,0000000125	1,333333333000	1,3615E-09
25	54,0369	35,9631	180,0000000214	1,333333333000	1,9468E-09
30	58,3986	31,6014	180,0000000349	1,333333333000	3,02929E-09
35	63,7740	26,2260	180,0000001	1,333333333000	5,30719E-09

φ, гр.	Ψ(φ), гр.	90 - Ψ	Δ(θ), град.	Показ-ль прел-я	Пок. погл.
40	70,1441	19,8559	180,0000001	1,333333333000	1,14073E-08
45	77,3572	12,6428	180,0000002	1,333333333000	1,38706E-08
46	78,8759	11,1241	180,0000002	1,333333333000	1,72532E-08
47	80,4127	9,5873	180,0000003	1,333333333000	2,21159E-08
48	81,9642	8,0358	180,0000003	1,333333333000	2,95711E-08
49	83,5266	6,4734	180,0000004	1,333333333000	4,2167E-08
50	85,0961	4,9039	180,0000005	1,333333333000	6,72772E-08
51	86,6689	3,3311	180,0000008	1,333333333000	1,38607E-07
52	88,2410	1,7590	180,0000016	1,333333332999	1,39119E-06
53	89,8085	0,1915	180,0000151	1,333333333000	2,03694E-07
54	88,6325	1,3675	359,9999978	1,333333333000	9,94506E-08
55	87,0857	2,9143	359,999999	1,333333333000	6,80051E-08
56	85,5548	4,4452	359,9999993	1,333333333000	5,31038E-08
57	84,0430	5,9570	359,9999995	1,333333333000	4,46486E-08
58	82,5538	7,4462	359,9999996	1,333333333000	3,94427E-08
59	81,0899	8,9101	359,9999996	1,333333333000	3,61889E-08
60	79,6540	10,3460	359,9999997	1,333333333000	4,09518E-08
65	72,9694	17,0306	359,9999998	1,333333333000	-2,3658E-08
70	67,2237	22,7763	359,9999999	1,333333333000	8,69527E-09
75	62,4537	27,5463	359,9999998842	1,333333333000	2,11556E-09
80	58,5933	31,4067	359,9999999042	1,333333333000	2,77773E-09
85	55,5265	34,4735	359,9999999198	1,333333333000	2,82775E-09
86	54,9968	35,0032	359,9999999225	1,333333333000	2,86234E-09
87	54,4926	35,5074	359,9999999252	1,333333333000	2,88444E-09
88	54,0129	35,9871	359,9999999278	1,33333333300	2,89637E-09
89	53,5565	36,4435	359,9999999303	1,333333333003	6,06339E-09

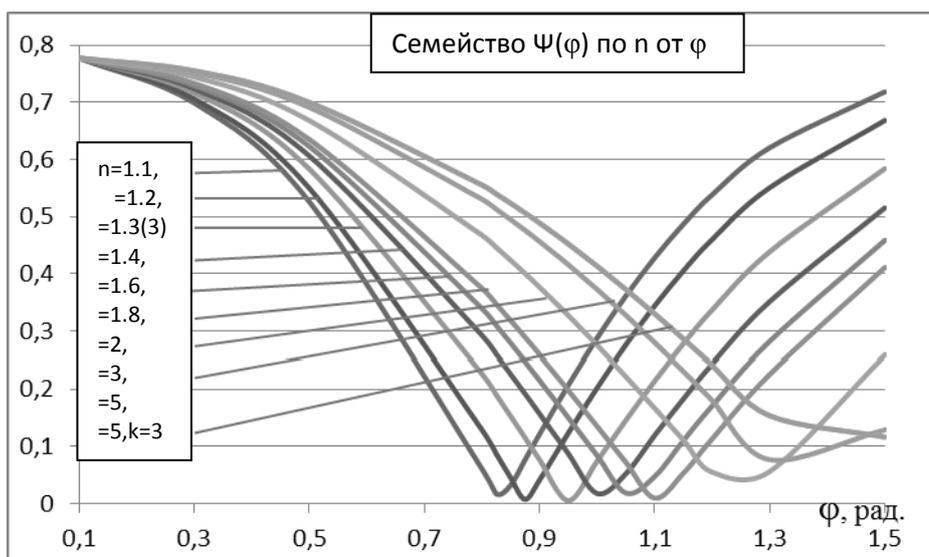


Рис.25. Семейство амплитудных функций по показателю преломления от углов падения.

В проходящем свете, как это следует из данных рис.25, увеличение значения показателя преломления закономерно сдвигает угол Брюстера в сторону больших углов падения без подъёма минимума амплитудной функции до 2 единиц этого показателя, после которого минимум сдвигается и растёт даже при малом показателе поглощения ( $k=0.0001$ ).

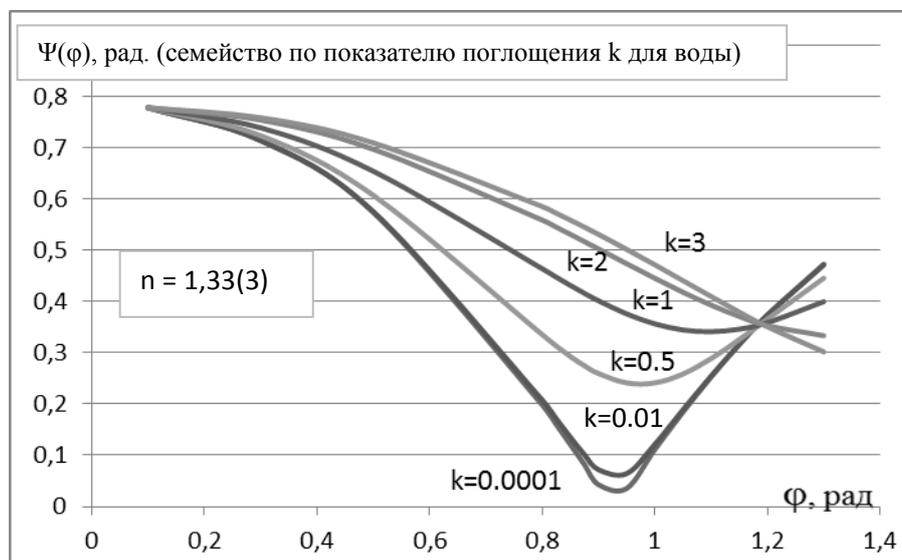


Рис.26. Семейство  $\Psi(\varphi)$  по показателю поглощения ( $k$ ) от углов ( $\varphi$ ) для воды ( $n=4/3$ ).

На рис.26 для показателя преломления воды представлено семейство тех же амплитудных функций по показателю поглощения от углов падения. Тенденция её сдвига и подъёма с ростом поглощения и в проходящем свете чётко сохраняется за исключением проявления минимального экстремума при  $k > 2$ .

Интересное для отражённого света отношение минимума амплитудной функции к показателю поглощения в модели идеальной границы сред постоянного типа в той же модели для проходящего света теряет свойство инвариантности Френеля-Брюстера, что и показано на рис.27.

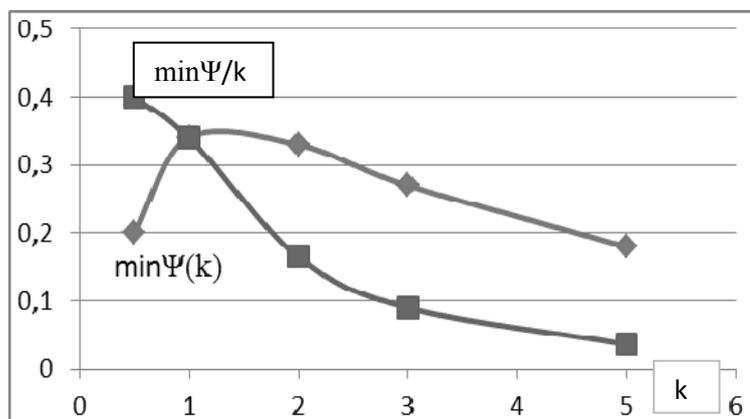


Рис.27. Вид  $\min\Psi(k)$  и отношения  $\Psi/k$  для воды от показателя поглощения.

Рисунки 27 и 28 показывают, что нет ни линейной связи экстремума  $\Psi$  с ростом поглощения, ни постоянства их отношения для рассматриваемой системы, равно как и для любой другой, кроме модели идеальной границы Френеля.

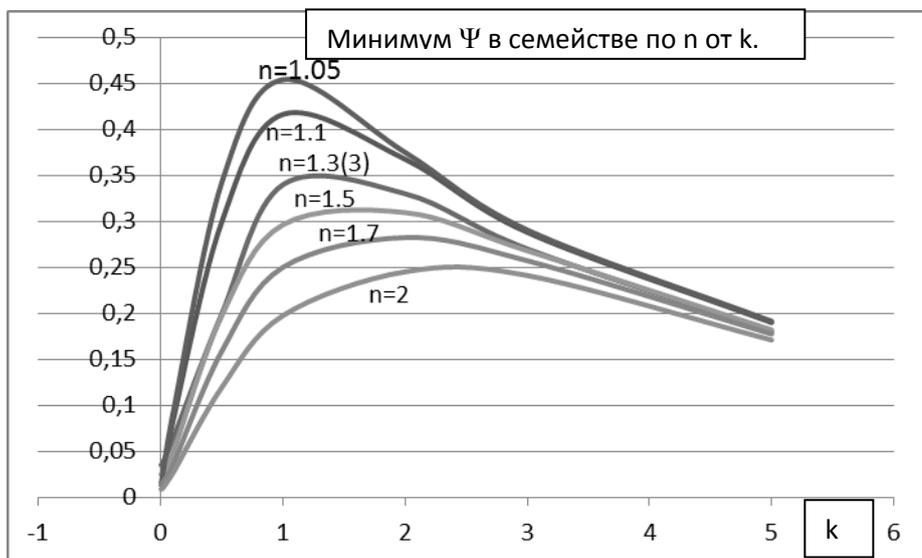


Рис. 28. Семейство минимальных значений амплитудных функций от n по k .

На рис. 29 данные рис.28 рассмотрены для всевозможных n и k (в логарифмическом масштабе) с целью поиска линейных участков для инвариантов типа Френеля-Брюстера.

Уточнение такого поиска проще вести в полулогарифмическом масштабе, компьютерное моделирование которых показано на рис.29.

Логарифмическое преобразование чисел растягивает дробные и сжимает смешанные дроби, так что создаётся иллюзия широкого пространства дробных показателей

поглощения. Однако для диэлектрических и полупроводниковых материалов это совсем не иллюзия графического масштабирования, представленная на рис.30.

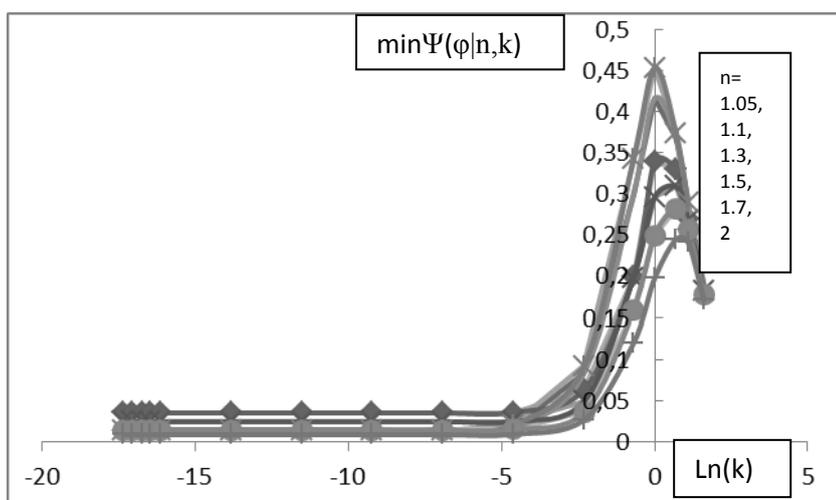


Рис.29. Семейство минимумов  $\Psi[\ln(k)]$  по показателям преломления для света, проходящего идеальную границу Френеля из воздуха под разными углами.

На рис.30 для большинства расчётных данных показателей поглощения значения минимумов амплитудных функций имеют существенно постоянные уровни, записанные в скобках около своих показателей преломления.

Методологически это означает, что в рассматриваемой модели идеальной границы для проходящего света при любых малых показателях поглощения ( $\ln[k] < -4$  диэлектриков и полупроводников) показатель преломления является строгой функцией значений минимума эмпирической амплитудной функции.

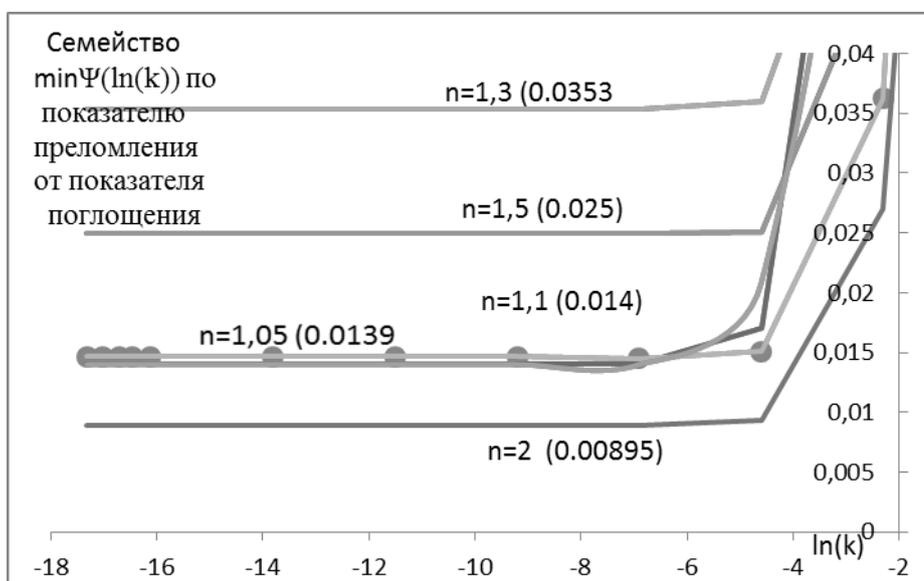


Рис.30. Развёртка значений  $\min\Psi(\varphi)$  для малых значений показателей поглощения.

На рис.31 показан явный вид этой методологической зависимости  $\min\Psi(\varphi)=F(n)$ .

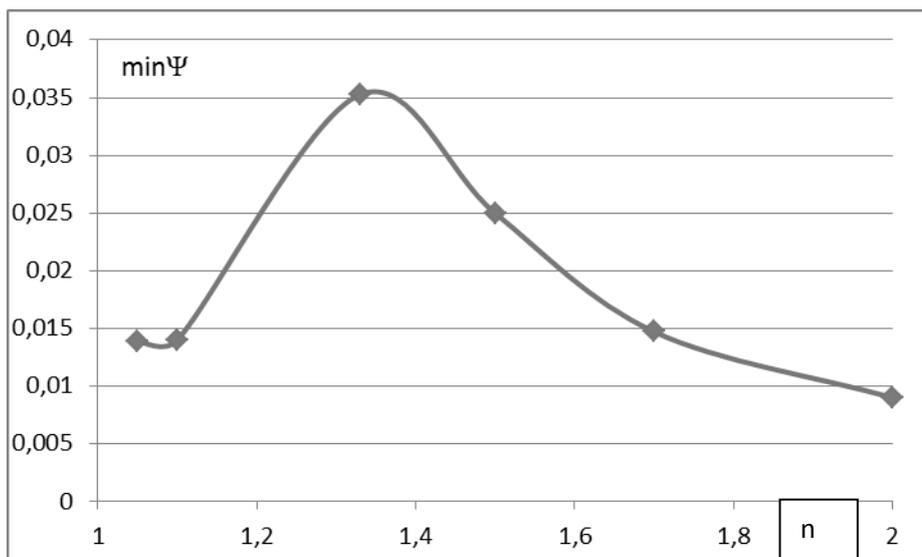


Рис.31. Номограмма связи уровня минимума амплитудной функции с показателем преломления материала для проходящего света.

Практически рис. 31 является численной номограммой для оценки показателя преломления по минимуму амплитудной функции проходящего света.

Боле того, данные рис.28, как второй парной номограммы, позволяют уточнить и совместное значение показателя поглощения при том же минимуме амплитудной функции.

Подобная номограмма представлена на рис.27 для границы Френеля при отражении.

По-видимому, существует генетическая связь решений задач отражения от однородных слоёв с решениями задач для проходящего света.

Подобная инвариантность амплитуд теоретически существует и в отражённом свете в моделях однородных слоёв, которые будет рассмотрены ниже.

### 2.2.3. Решение обратной задачи ОУЭ на просвет в вещественной форме.

В таблице №4 расчётных данных представлены также решения обратной задачи эллипсометрии в самосогласованной постановке. Для примера априорной воды показатель преломления срывает периодичность после 10 знака после запятой, заменяя цифру тремя нулями, что ещё можно объяснить, но изменение показателя поглощения от углов падения, растущего от 10 знака после запятой до шестого с последующим падением снова объяснить трудно.

Острый пик этого роста при угле Брюстера, показанный на рис.24, не находит простого аналитического объяснения и просто удивляет.

При этом численные решения не могут быть не строгими и превращать эту экзотику в пренебрежимую игру артефактов.

Однако аккуратный эксперимент способен подтвердить возможную реальность их проявления.

## 2.2.4. Решение обратной задачи ОУЭ на просвет в комплексной форме.

Обратная задача в эллипсометрии состоит в нахождении оптических параметров объекта исследования по экспериментальным данным значений амплитудно-фазовых параметров, описывающих состояние поляризации поля световой волны после взаимодействия её с оптической системой.

Таковыми параметрами считаются толщины сверх тонких слоёв и их оптические константы – показатели преломления и поглощения.

Аналитические решения определены для модели идеальной границы Френеля. В более сложных моделях оптических систем решения находят методами численной математики на ЭВМ или ПК.

Рассмотрим решение обратной задачи ОУЭ для  $\chi = m_2/m_1$  по данным  $\Psi$ - $\Delta$ :

$$F = \frac{m_1 \cos \vartheta_1 + m_2 \cos \vartheta_2}{m_2 \cos \vartheta_1 + m_1 \cos \vartheta_2} = |F| e^{i \arg(F)} =$$

$$= \frac{\cos \vartheta_1 + \frac{m_2}{m_1} \cos \vartheta_2}{\frac{m_2}{m_1} \cos \vartheta_1 + \cos \vartheta_2} = \frac{1 + \chi \frac{\cos \vartheta_2}{\cos \vartheta_1}}{\chi + \frac{\cos \vartheta_2}{\cos \vartheta_1}} = \operatorname{tg}(\Psi(\vartheta)) \exp\{i\Delta(\vartheta)\} = F$$

$$\frac{\cos \vartheta_2}{\cos \vartheta_1} = \sqrt{\frac{1 - \sin^2(\vartheta_2)}{1 - \sin^2(\vartheta_1)}} = \sqrt{\frac{1 - (\chi)^{-2} \sin^2(\vartheta_1)}{1 - \sin^2(\vartheta_1)}} = \sqrt{\sec^2(\vartheta_1) - \chi^{-2} \operatorname{tg}^2(\vartheta_1)}.$$

$$(F\chi) - (\chi - F) \frac{\cos \vartheta_2}{\cos \vartheta_1} = 1.$$

$$\frac{F\chi - 1}{\chi - F} = \sqrt{\sec^2(\vartheta_1) - \chi^{-2} \operatorname{tg}^2(\vartheta_1)} = \frac{F}{1} + F \frac{F}{\chi} + \frac{F^2}{\chi} \frac{F}{\chi} + \frac{F^3}{\chi^2} \frac{F}{\chi} + \frac{F^4}{\chi^3} \frac{F}{\chi} + \dots$$

$$\sec^2(\vartheta_1) - \chi^{-2} \operatorname{tg}^2(\vartheta_1) = \left( \frac{F}{1 - F\chi^{-1}} \right)^2 = \left( \frac{F\chi}{\chi - F} \right)^2 = \frac{F^2 \chi^2}{(\chi - F)^2},$$

$$1 - \chi^{-2} \sin^2(\vartheta_1) = \left( \frac{F \cos(\vartheta_1)}{1 - F\chi^{-1}} \right)^2, \quad \chi^2 - \sin^2(\vartheta_1) = \frac{\chi^4 F^2 \cos^2(\vartheta_1)}{(\chi - F)^2}$$

$$a\chi^4 - b\chi^3 + c\chi^2 + d\chi - e = 0$$

$$a = 1 - F^2 \cos^2(\vartheta_1)$$

$$b = 2F$$

$$c = F^2 - \sin^2(\vartheta_1)$$

$$d = 2F \sin^2(\vartheta_1)$$

$$e = F^2 \sin^2(\vartheta_1)$$

Выполненные преобразования показывают, что искомое решение обратной задачи для отношения комплексных показателей преломления сред сводится к комплексному уравнению четвёртой степени общего вида.

Однако резонней искать упрощающие физические преобразования, например, в следующем виде:

$$F = \frac{1}{\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} = |F| e^{i \arg(F)} = \operatorname{tg}(\Psi(\varphi)) \exp\{i\Delta(\varphi)\}.$$

В этом уравнении комплексным числом с неизвестными является угол  $\varphi_{\text{прел}} = \varphi_2$  (или  $\vartheta_2$  при переобозначениях в тексте).

Рассмотрим применение формул Снеллиуса после ряда разложений:

$$\begin{aligned}
 \cos(\theta_1 - \theta_2) &= \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) + \sin(\theta_1)\sin(\theta_2). \\
 F \{ \cos(\theta_1)[1 - \sin^2(\theta_2)]^{1/2} + \sin(\theta_1)\sin(\theta_2) \} &= 1, \\
 F \{ [\cos^2(\theta_1) - 1/4 \sin^2(2\theta_1)/\chi^2]^{1/2} + \sin^2(\theta_1)/\chi \} &= 1, \\
 F[\chi^2 \cos^2(\theta_1) - 1/4 \sin^2(2\theta_1)]^{1/2} &= \chi - F \sin^2(\theta_1), \\
 F^2[\chi^2 \cos^2(\theta_1) - 1/4 \sin^2(2\theta_1)] &= \chi^2 - \chi 2F \sin^2(\theta_1) + F^2 \sin^4(\theta_1), \\
 \chi^2 [1 - F^2 \cos^2(\theta_1)] - \chi 2F \sin^2(\theta_1) + F^2 [\sin^2(\theta_1) + \cos^2(\theta_1)] \sin^2(\theta_1) &= 0, \\
 A\chi^2 + B\chi + C &= 0, \\
 A &= 1 - F^2 \cos^2(\theta_1), \\
 B &= -2F \sin^2(\theta_1), \\
 C &= F^2 \sin^2(\theta_1). \\
 \chi &= [-B \pm D^{1/2}] / (2A).
 \end{aligned}$$

Решения квадратного уравнения с комплексными коэффициентами в общем случае тоже комплексные, выбор единственного из которых задаётся критериями:  $n > 1$ ,  $k > 0$ .

Здесь дискриминант  $D$  определяется с помощью соотношения:

$$\begin{aligned}
 D &= B^2 - 4AC = 4F^2 \sin^2(\theta_1) \{ \sin^2(\theta_1) - 1 + F^2 \cos^2(\theta_1) \} = \\
 &= \sin^2(2\theta_1) \{ F^4 - F^2 \} = \sin^2(2\theta_1) \{ |F|^4 \exp[i(4\Delta)] - |F|^2 \exp[i(2\Delta)] \} = \\
 &= \sin^2(2\theta_1) \operatorname{tg}^2(\Psi) \{ \operatorname{tg}^2(\Psi) \cos(4\Delta) - \cos(2\Delta) + i [\operatorname{tg}^2(\Psi) \sin(4\Delta) - \sin(2\Delta)] \} = \\
 &= a + ib, \\
 a &= \sin^2(2\theta_1) \operatorname{tg}^2(\Psi) [\operatorname{tg}^2(\Psi) \cos(4\Delta) - \cos(2\Delta)], \\
 b &= \sin^2(2\theta_1) \operatorname{tg}^2(\Psi) [\operatorname{tg}^2(\Psi) \sin(4\Delta) - \sin(2\Delta)]. \\
 D &= |D| \exp \{ i [\arg(a + ib)] \}, \\
 D^{1/2} &= |D|^{1/2} \exp \{ i [\arg(a + ib)] / 2 \}, \\
 |D|^{1/2} &= (a^2 + b^2)^{1/4}. \\
 -B \pm D^{1/2} &= 2 \operatorname{tg}(\Psi) \sin^2(\theta_1) \exp[i(\Delta)] \pm (a^2 + b^2)^{1/4} \exp \{ i [\arg(a + ib)] / 2 \} = c + id, \\
 c &= 2 \operatorname{tg}(\Psi) \sin^2(\theta_1) \cos[\Delta] \pm (a^2 + b^2)^{1/4} \cos[\arg(a + ib) / 2], \\
 d &= 2 \operatorname{tg}(\Psi) \sin^2(\theta_1) \sin[\Delta] \pm (a^2 + b^2)^{1/4} \sin[\arg(a + ib) / 2]. \\
 \chi &= (c + id) / (2 - 2F^2 \cos^2(\theta_1)) = (c + id) / \{ 2 - 2 \cos^2(\theta_1) \operatorname{tg}^2(\Psi) \exp[i(2\Delta)] \} = \\
 &= (c + id) / \{ 2 - 2 \cos^2(\theta_1) \operatorname{tg}^2(\Psi) \cos(2\Delta) + i 2 \cos^2(\theta_1) \operatorname{tg}^2(\Psi) \sin(2\Delta) \} = \\
 &= (c + id) / \{ e + i g \}. \\
 e &= 2 - 2 \cos^2(\theta_1) \operatorname{tg}^2(\Psi) \cos(2\Delta), \\
 g &= 2 \cos^2(\theta_1) \operatorname{tg}^2(\Psi) \sin(2\Delta). \\
 \chi &= (c + id)(e - ig) / (e^2 + g^2) = [(ce + gd) + i(ed - cg)] / (e^2 + g^2) = p + i q, \\
 p &= (ce + gd) / (e^2 + g^2), \\
 q &= (ed - cg) / (e^2 + g^2).
 \end{aligned}$$

Таким образом, из относительного показателя преломления  $\chi = (n_2 - ik_2) / (n_1 - ik_1)$  по любой известной паре оптических постоянных сред всегда можно найти константы другой – либо внешней «1», либо среды преломления «2»:

$$\begin{aligned}
 \chi &= (n_2 - ik_2)(n_1 + ik_1) / (n_1^2 + k_1^2) = \\
 &= [(n_1 n_2 + k_1 k_2) + i(k_1 n_2 - n_1 k_2)] / (n_1^2 + k_1^2), \\
 p(n_1^2 + k_1^2) &= n_1 n_2 + k_1 k_2, \\
 q(n_1^2 + k_1^2) &= k_1 n_2 - n_1 k_2.
 \end{aligned}$$

Разрешим эту систему относительно оптических констант преломляющей среды:

$$p(n_1 + k_1^2/n_1) = n_2 + (k_1/n_1)k_2,$$

$$q(n_1^2/k_1 + k_1) = n_2 - (n_1k_2)/k_1.$$

Исключая одну из неизвестных ( $n_2$ ), получаем уравнение для второй:

$$p(n_1 + k_1^2/n_1) - (q(n_1^2/k_1 + k_1)) = [k_1/n_1 + n_1/k_1] k_2.$$

Следовательно, искомые решения имеют вид:

$$k_2 = pk_1 - qn_1,$$

$$n_2 = pn_1 + qk_1.$$

Для воды расчеты по этим формулам представлены в последней сводной таблице №5. Их интерпретация выполнена выше.

Расчётные значения показателя преломления воды ( $n_2$ ) не уменьшают точность данных, используемых при решении прямой задачи (для расчёта параметров  $\Psi$ - $\Delta$  от всех углов падения). Однако показатель поглощения  $k(\varphi)$  при разных углах воспроизводится плохо (только по порядку величины). На скользких углах ( $\varphi > 60^\circ$ ) падения он отвечает априорным данным и аномально высок (в сотни раз от ожидаемого значения в окрестности угла Брюстера (см. рис.24). По-видимому, компьютерные вычисления следует проводить при более высокой разрядности числового режима, недоступного для экспериментаторов при низкой точности проведения опытов ( $\pm 10^{-7}$ ).

Дискуссионным вопросом остаётся физическая корректность вида ОУЭ Друде для проходящего идеальную границу света, аналогичного отражению (5). Уравнение (23) представляется в нашем случае наиболее корректным и адекватным.

### 2.3. Экспериментальная апробация.

В методе эллипсометрических измерений используется классическая схема скрещенных поляризаторов (Р,А) при косом ( $2\varphi < 180^\circ$ ) падении света ( $\lambda = 632.8$  нм) на поверхность ОИ, схематично представленная на рис.32.

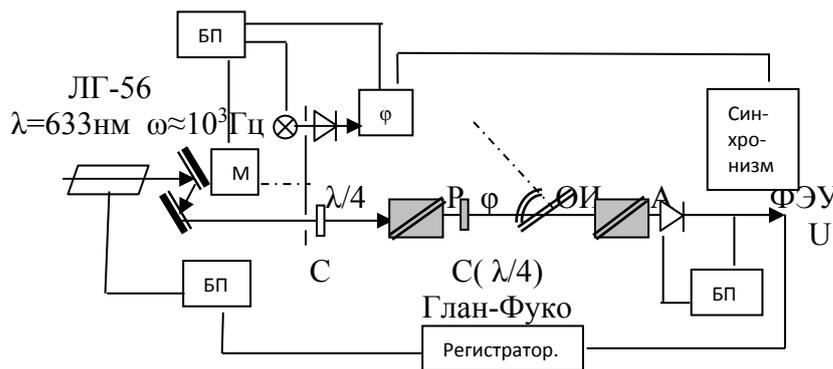


Рис. 32. Принципиальная схема ноль-эллипсометра.

Принципиальная схема поляризационно-оптических измерений материальных констант прозрачных веществ в проходящем свете представлена на рис. 33.

На этом рис.33 показаны кристаллы Р и А, соответственно, линейные поляризатор (Р) и (А) анализатор. Лазер, компенсатор, фотоприёмник и др. элементы эллипсометров здесь не показаны.

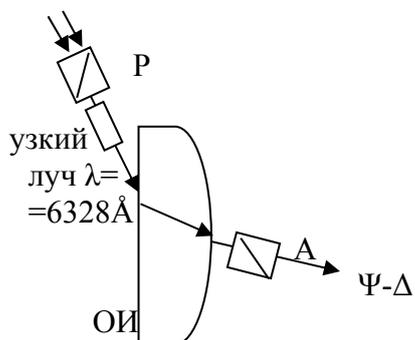


Рис.33. Объект исследования напросвет.

Объект исследования представляет собой полусферу на выходе световых лучей, поляризационные свойства которых сохраняются при нормальном пересечении сферической поверхности. Последняя может быть выполнена в виде тонкой стеклянной чаши (пиалы), в которую можно помещать для исследования и жидкости.

Исследовать напросвет кристаллические образцы затруднительно, хотя и возможно с использованием иммерсионных жидкостей в мини полусферах на выходе.

Затруднительно работать с газообразными веществами из-за проблем с их герметизацией и введением света нормально к стеклянным входам.

Важнейшая обратная задача Друде в материаловедении состоит в нахождении стандартных оптических констант изучаемой системы.

### 2.3.1. Описание объектов.

На рис.34 представлена фотография одного из полуцилиндрических стеклянных дисков для измерений оптических констант материала диска в проходящем свете.



Рис.34. Фотография прозрачного полуцилиндрического диска.

Фотография рис.34 выполнена на веб камере ПК с плохим разрешением. Однако видно, что ОИ имеет три рабочих поверхности: в плоском сантиметровой толщины полированном дециметровой длины основании с лёгкой волнистостью, судя по удлинённым справа и в центре бликам, гладкой плоскости сбоку (другая четвёртая поверхность матово шероховатая) и сверху полированной полуокружности. Материал ОИ – прозрачное стекло. Этот ОИ пригоден только для качественных тестовых измерений.

Второй диск из неодимового стекла, показанный на фотографии рис.35, вдвое более широкий и короткий так же служил тестовым материалом.



Рис.35. Фотографии тестовых ОИ.

Рассмотрим результаты тестового контроля – измерения оптических констант пары стеклянных материалов рассмотренными методами эллипсометрии в проходящем свете.

Объекты измерений из этих материалов выполнены пластинами полуцилиндрического вида, как это показано на рис.34.

Измерения производились на лазерном эллипсофотометре типа ЛЭФ-3М. Погрешности и промахи измерений амплитудно-фазовых параметров поля световой волны гелий-неонового лазера на реальных недоброкачественных объектах проводились по методикам статистически значимых корректировок. Примеры детализировок обсуждаются ниже.

На ниже на рис.36 – 37 представлены схемы возможных измерений.

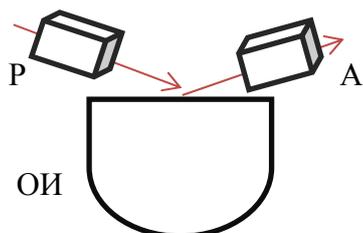


Рис.36. Контроль констант материала в отражённом свете.

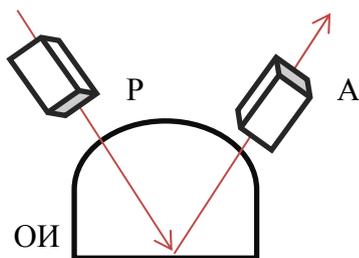


Рис.37. Схема контроля констант при двойном прохождении светом ОИ.

Последняя схема осложняется дополнительным отражением на основании диска, способном привести к потере или приобретению дополнительной полуволновой фазы светового поля в зависимости от более или менее плотной внешней среды по сравнению с материалом ОИ.

### 2.3.2. Сложность работы с объектами исследования.

Объекты исследования для тестовых измерений оптических параметров в проходящем свете осложнены чаще всего плохой пробоподготовкой ОИ к измерениям.

Так, на рис.34 видна волнистость поверхностей вместо идеальной плоскостности для эллипсометрических измерений.

На рис.35 можно увидеть и свили на поверхностях ОИ, и вырывы материала на сколах и грубую шероховатость рабочих поверхностей.

Реальный ОИ из цветного неодимового стекла имел основание, представляющее собой простой скол довольно плоского, хотя не совсем, вида.

Однако этот недостаток следует считать несомненным преимуществом чистоты материала по сравнению с энтропийными дефектами ОИ при их механической обработке (резке, шлифовке и полировке), когда возникает неустранимый до конца трещиноватый приповерхностный слой, загрязнённый полировочным материалом или средствами чистки вплоть до наклёпочных механических или термических структур.

Следовательно, требовалось тщательно юстировать не только константы пересчёта азимутов в амплитудно-фазовые характеристики ОИ, но и геометрию его положения при зеркальном ходе светового зайчика.

Естественно, тестовые измерения относятся к категории только качественных исследований и требуют как доработки чистоты поверхности рабочих граней (высокой плоскостности и гладкости с низкой шероховатостью), так и более достоверного их статистического анализа.

Тем не менее, положительные результаты тестовых качественных измерений хороши уже сами по себе.

### 2.3.3. Корректировка данных первичных измерений.

Рассмотрим основные измерения, выполненные по схеме рис.37, когда и вход и выход светового пучка осуществлялся ортогонально кривизне полуцилиндра.

В табл. №6 - №8 представлены данные измерений и корректировок амплитудно-фазовых параметров объекта исследования из неодимового стекла при нескольких углах падения.

Таблица №6.

Результаты измерений в отражённом свете (см. рис.35).

$\varphi$ , гр.	P1, гр.	P2=P1+90	A1, гр.	A2, гр.	$\Psi(\varphi)$ , гр.	P1+P2	$\Delta(\varphi)$ , град.
45	20,5	110,5	125	70	27,5	131	179
50	23,38333	113,3833	113	80	16,5	136,7667	173,2333
55	27,25	117,25	93	89	2	144,5	165,5
60	204,3667	294,3667	96	80	8	498,7334	25,2666
65	216,5	306,5	106,1	70	18,05	523	1

Объект измерения выполнен в виде плосковыпуклого диска, свет из которого должен выходить перпендикулярно его сферической части. Главное в этой схеме состоит в формировании на входе ОИ узкого пучка коллимированных лучей, нормально пересекающих сферические участки ОИ.

Процедура измерений на эллипсометрах ручного управления серии ЛЭФ-3М сводится к произвольным заданиям азимутов поляризаторов P и A для достижения глубокого гашения света при скрещивании кристаллов. Следовательно, любая строчка табл.№6 может быть эквивалентно (по результатам измерений) четырёхкратно изменена за счёт добавления и вычитания  $180^0$  доворота кристаллов. Поэтому графическое изображение этих азимутов может представлять совершенно хаотический вид.

Подобное графическое представление данных табл. №6 первичных измерений азимутов поляризаторов P и A показано на рис.38.

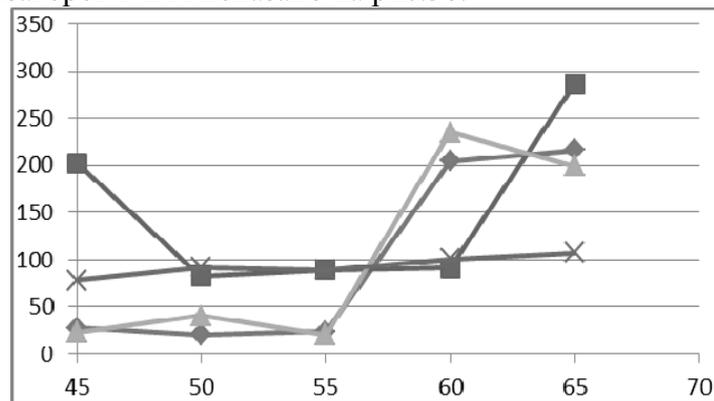


Рис.38. Данные измерения азимутов P, A неодимового стекла при отражении.

Их возможная (допустимая) корректировка представлена на рис. 39.

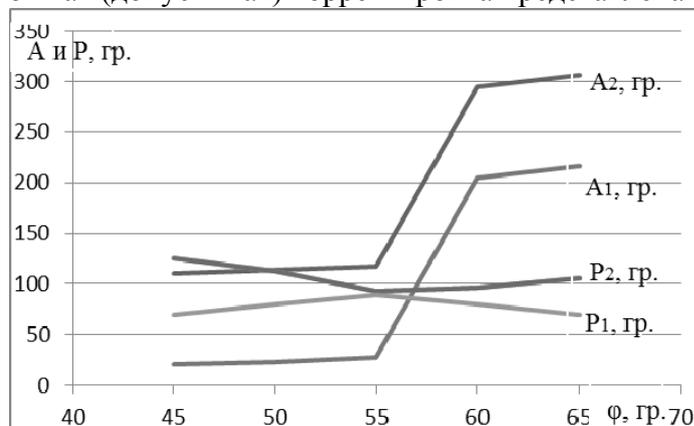


Рис.39. Корректировка первичных данных, представленных на рис.38.

Рис.40 даёт представление о линейной обработке первичных данных рис.39 с целью получения амплитудно-фазовых параметров прозрачной стеклянной неодимовой шайбы.

По представленным на рис.39 данным линейными преобразованиями определены до- и после- брюстеревские параметры фазовой и амплитудной функций  $\Psi(\varphi)$  и  $\Delta(\varphi)$ , помещённые в табл.№6.

Угол Брюстера для неодимового стекла можно оценить порядка  $57^\circ$ , тангенс которого и даёт представление о показателе преломления этого стекла:

$$n = \text{tg}(57) = 1,538.$$

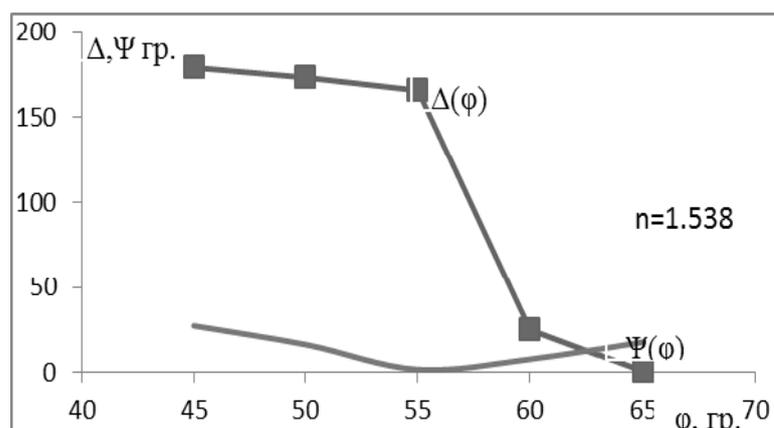


Рис.40. Амплитудно-фазовые параметры неодимового стекла при отражении.

Таблица №7.

Результаты измерений по схеме рис.37 в проходящем свете

$\varphi$ , гр.	P1, гр.	A1, гр.	P2, гр.	A2, гр.
45	69,21667	48,33333	336,0167	139,2
50	74,66667	46,08333	337	136,7667
55	74,08333	47,53333	338,0333	135,9667
60	73,21667	41,86667	339,6333	137,4167
65	69,71667	47,3	337,2833	137,3167
70	65,7	47,45	335,25	136,55
75	60,66667	48,08333	331,5	134,3333
80	51,33333	50	328,3333	137,3333

В этой таблице №7, также как и в таблице №6, представлены случайные одноразовые данные, графически показанные на рис.41.

Несмотря на более выразительный монотонный характер этих данных рис.41, они далеки от физически более корректного представления рис.40. Очередная корректировка данных первичных измерений может улучшить и эту картину.

В таблице №8 приводятся скорректированные  $180^\circ$  преобразованием физически более правильные данные, графически изображённые на рис.42.

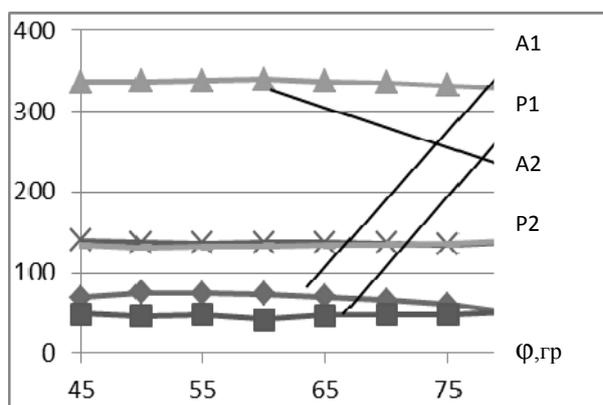


Рис.41. Данные измерения азимутов P,A неодимового стекла напросвет.

Таблица №8.  
Корректировка азимутов А.

Исх. A <sub>2</sub> -A <sub>1</sub>	К о р р е к ц и я азимутов		A <sub>2</sub> -A <sub>1</sub>
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	
90,8667	49	139	90
90,6833	48	138	90
88,43333	47,63333	137,6667	90,03333
95,55	47,5	137,5	90
90,01667	47,3	137,3167	90,01667
89,1	47,53333	137,55	90,01667
86,25	48,5	138,5	90
87,33333	50	140	90

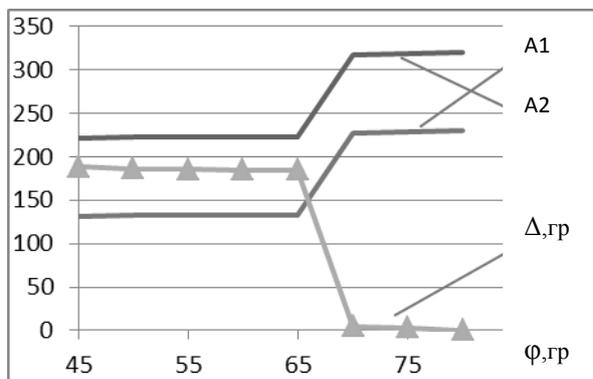


Рис.42. Корректировка азимутов анализатора (А) и построение функции Δ(φ).

На рис. 43 показана амплитудная функция Ψ(φ) неодимового стекла при измерениях в проходящем свете.

Аналогичная предыдущему способу по данным рис.43 определяется:

$$n = \text{tg}(57) = 1,54.$$

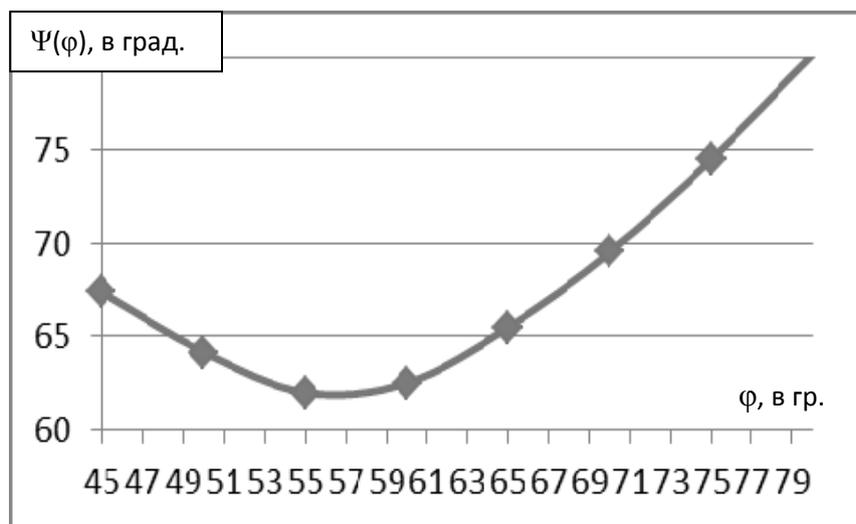


Рис.43. Амплитудная функция  $\Psi(\varphi)$  неодиового стекла в проходящем свете.

Особенность представленных на рис. 43 данных состоит в приобретении дополнительной высоты, подобной металлооптическим ОИ.

### 2.3.4. Результаты по Брюстеру.

Тестовый контроль оптических параметров прозрачного слегка голубоватого неодиового стекла, краснеющего при ярком освещении подобно александриту и тускнеющего к голубому при слабом освещении был выполнен как в отражённом, так и в проходящем свете, результаты которых практически совпали на значениях с избытком  $n=1,54$  по методу Брюстера. Было бы интересно оценить значения этого показателя при дополнительном освещении полуцилиндрических пластин дневным светом низкой и повышенной интенсивности. Результаты не должны значительно расходиться, но ожидается, что должны статистически значимо различаться при повышении точности тестовых измерений за счёт улучшенной пробоподготовки ОИ.

Невысокая точность обусловлена как самой целью сравнения методов напросвет и в отражении, так и несовершенной подготовкой отражающих граней пластин. Так, основание полуцилиндра представляло собой чистый скол, плоскостность которого сомнительна, но ювенильная чистота материала была всё окупающей.

Сходимость этих оптических методик для одного и того же ОИ оказалась удовлетворительной, если не сказать поразительной. Завышенный уровень фазового параметра при этом в пространстве углов падения можно было бы связать с тем, что основание ОИ находилось в контакте не с воздухом, а со стальным ребром трёхкоординатного столика эллипсометра.

## Глава 3. Эллипсометрия слоистых сред

Во второй части нашей методички [14] рассмотрены многие примеры методологии Френеля-Брюстера, успешно работающей в моделях идеальной границы и в более сложных моделях отражения от переходных приповерхностных слоёв. Многие из этих примеров подобны случаям эллипсометрии проходящего света. Ниже в пособии будут рассмотрены подобные типовые случаи.

### 3.1. Аппроксимация инвариантов Френеля-Брюстера в модели Френеля

Рассмотренные в разделе 1.4 эмпирические значения инвариантов Френеля-Брюстера представлены графиками от показателя преломления в семействе по показателю преломления от 1 до 10. Эти данные ниже сведены в таблицу №9 и представлены графиком соответствующей функции от вещественного показателя преломления на рис.44.

Ранее было показано, что уровни этих инвариантных величин постоянны для большого многообразия показателей поглощения ( $k$ ).

Таблица №9.

Эмпирические инварианты Френеля-Брюстера

n	Инварианты Ф-Б
1,1	0,8301
1,2	0,7063
1,25	0,656
1,3	0,6119
1,35	0,5734
1,4	0,539
1,45	0,5087
1,5	0,4814
1,6	0,4344
1,75	0,379
2	0,312
3	0,1853
5	0,1041

Резонна мысль перехода от номограммной техники к формульной аппроксимации этого закона.

На рис.44 абсолютные показатели преломления веществ начинаются с 1.

Константы Френеля-Брюстера при отражении от ОИ с дробными показателями поглощения являются дробными величинами монотонно убывающими с ростом аргумента.

Формальная асимптотика этих констант скорее всего имеет нулевые значения, что физически не правдоподобно, так как минимум амплитудной функции равен нулю при нулевом поглощении...

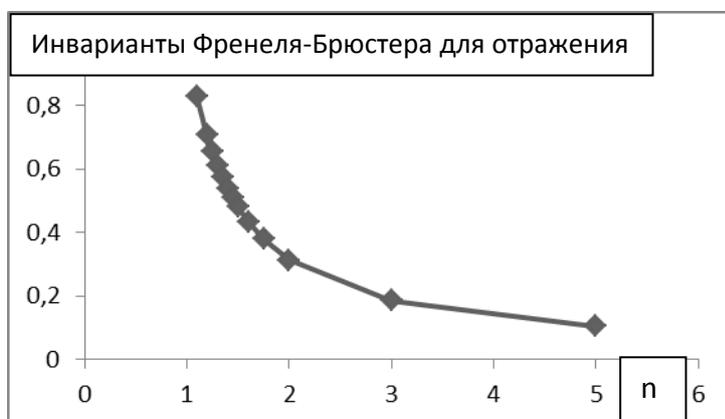


Рис.44. Эмпирические инварианты Френеля-Брюстера в модели Френеля.

Аппроксимирующую функцию для графика на рис.44 логичнее искать в виде  $Y(x)=A\exp(-ax)$ .

### 3.2. Алгоритмы однородного отражающего слоя для расчёта инвариантов Френеля-Брюстера

Известные в металлооптике инварианты Кеттелера, как показал математический анализ решений обратной задачи эллипсометрии для оптической модели отражающей системы в виде идеальной границы Френеля, являются слабыми кусочно-постоянными величинами. Для этой задачи удалось так же показать линейную связь между минимумом амплитудного параметра поляризации поля световой волны и показателем экстинкции или светоослабления материала. Коэффициент пропорциональности был назван инвариантом Френеля-Брюстера, который в более сложных моделях отражающих систем изменяется, модифицируется и даже легко трансформируется в другие относительно устойчивые величины, детально рассмотренные нами в модели однородного отражающего слоя [14].

Зеркальное отражение линейно поляризованного монохроматического света от слоя с плоскопараллельными границами (интерференция цвета) описывается классическим [2] основным уравнением эллипсометрии в виде отношения обобщённых комплексных  $R^p, R^s$  коэффициентов Френеля для этой системы:

$$\rho = \frac{R^p}{R^s} = |\rho| e^{i\Delta} = \operatorname{tg}(\Psi_{\text{сист}}) e^{i\Delta_{\text{сист}}}, \quad (31)$$

где  $\Psi_{\text{сист}} = \operatorname{arctg}(|\rho|)$  и  $\Delta = \Delta_{\text{сист}}$ .

Обобщённые коэффициенты Френеля  $R=R(r)$  как функции  $r$  для идеальных  $j, j+1$  границ ( $r$ , индексы опущены) раздела планарных сред с комплексными показателями преломления  $m_j = n_j - ik_j$  и толщиной  $d_j$  имеют вид отношения  $r^p/r^s$ :

$$\begin{cases} r_{j,j+1}^p = \frac{m_{j+1} \cos(\varphi_j) - m_j \cos(\varphi_{j+1})}{m_{j+1} \cos(\varphi_j) + m_j \cos(\varphi_{j+1})} \\ r_{j,j+1}^s = \frac{m_j \cos(\varphi_j) - m_{j+1} \cos(\varphi_{j+1})}{m_j \cos(\varphi_j) + m_{j+1} \cos(\varphi_{j+1})} \end{cases}, \quad (32)$$

где  $j = 0$  для внешней среды и  $j = k$  - подложки в  $(k-1)$ -слойной системе с двумя полубесконечными средами. В соотношениях (32) углы падения  $\varphi_j$  и преломления  $\varphi_{j+1}$  связаны инвариантами Снеллиуса:

$$\begin{cases} m_0 \sin(\varphi_0) = m_j \sin(\varphi_j) = \operatorname{const}; \\ j = 0, 1 \dots k \text{ (} k \text{ границ } k+1 \text{ сред)}. \end{cases} \quad (33)$$

Для однослойной оптической системы обобщённые коэффициенты Френеля ( $R$ ) при бесконечно кратной интерференции когерентных лучей на слое  $d$  двух сред 1, 2 имеют вид:

$$R = r_1(1 + \exp\{-i\delta\}) / (1 + r_1 r_2 \exp\{-i\delta\}) \quad (34)$$

где  $\delta = 4\pi m d \cos(\varphi) / \lambda$  ( $\lambda = 632.8$  нм).

По рабочим алгоритмам этого раздела в [14] и были выполнены расчеты псевдо констант типа Френеля-Брюстера для идеальных границ ОИ с внешней средой.

### 3.3. Связь ОУЭ для идеальных границ с однослойной системой

Из уравнения (31) при подстановках (34), (32) и (33) следует ОУЭ для однослойной модели вида:

$$tg(\Psi)e^{i\Delta} = \frac{\frac{r_{j-1,j}^p + r_{j,j+1}^p e^{-i\delta_j}}{1 + r_{j-1,j}^p r_{j,j+1}^p e^{-i\delta_j}}}{\frac{r_{j-1,j}^s + r_{j,j+1}^s e^{-i\delta_j}}{1 + r_{j-1,j}^s r_{j,j+1}^s e^{-i\delta_j}}} = \frac{r_{j-1,j}^p}{r_{j-1,j}^s} \frac{1 + \frac{r_{j,j+1}^p}{r_{j-1,j}^p} e^{-i\delta_j}}{1 + \frac{r_{j,j+1}^s}{r_{j-1,j}^s} e^{-i\delta_j}} = \frac{r_{j,j+1}^p}{r_{j,j+1}^s} \frac{1 + e^{-i\delta_j}}{1 + r_{j-1,j}^p r_{j,j+1}^p e^{-i\delta_j}} \cdot \quad (35)$$

Возникает естественное желание сравнить степень искажения решений прямой задачи эллипсометрии для этих двух моделей друг с другом.

Это легко сделать аналитически, выделив в (35) множители либо внешней среды (out), либо подложки (sub):

$$tg(\Psi)e^{i\Delta} = tg(\Psi_{out})e^{i\Delta_{out}} \frac{1 + \frac{r_{j,j+1}^p}{r_{j-1,j}^p} e^{-i\delta_j}}{1 + r_{j-1,j}^p r_{j,j+1}^p e^{-i\delta_j}} = tg(\Psi_{sub})e^{i\Delta_{sub}} \frac{\frac{1}{r_{j,j+1}^p} + e^{-i\delta_j}}{1 + r_{j-1,j}^p r_{j,j+1}^p e^{-i\delta_j}} \cdot \quad (36)$$

Связь модельных решений прямой задачи для ОУЭ (31) по формулам (36) может быть представлена в виде произведения решений задачи Друде в модели Френеля с некоторыми поправочными комплексными коэффициентами со своим модулем и фазой ( $Ae^{ib}$ ):

$$tg(\Psi)e^{i\Delta} = tg(\Psi_{out})e^{i\Delta_{out}} A_{out} e^{ib_{out}} = tg(\Psi_{sub})e^{i\Delta_{sub}} A_{sub} e^{ib_{sub}}. \quad (37)$$

Формула (37) показывает, что амплитудная функция умножается на коэффициент  $A$ , а фаза аддитивно меняется на величину фактора « $b$ ».

### 3.4. Основные свойства решений ОУЭ для однослойной модели

Расчеты по формуле (36) для амплитудной  $\Psi(\varphi)$  и фазовой  $\Delta(\varphi)$  функций от углов  $\varphi$  падения-отражения приводят к типичным картинам их свойств, представленным на рис.45.

При отражении света от слоя на воздухе амплитудная функция, так же как и при отражении от идеальной границы Френеля дважды меняет кривизну и монотонно скатывается в минимум при углах псевдо Брюстера, а фаза – монотонно убывает от  $180^\circ$ .

На следующих рис. 46 – рис. 49 показано влияние этих двух типов выделений среды и подложки на примере вырожденных однослойных систем с нулевой толщиной, но константами среды или подложки при вариации показателя поглощения.

Получается, что слои нулевой толщины должны описывать свойства либо внешней среды, либо подложки, для которых инварианты Френеля-Брюстера и были установлены.

Графическое представление подобных решений подтверждают эти предположения на представленных ниже рисунках.

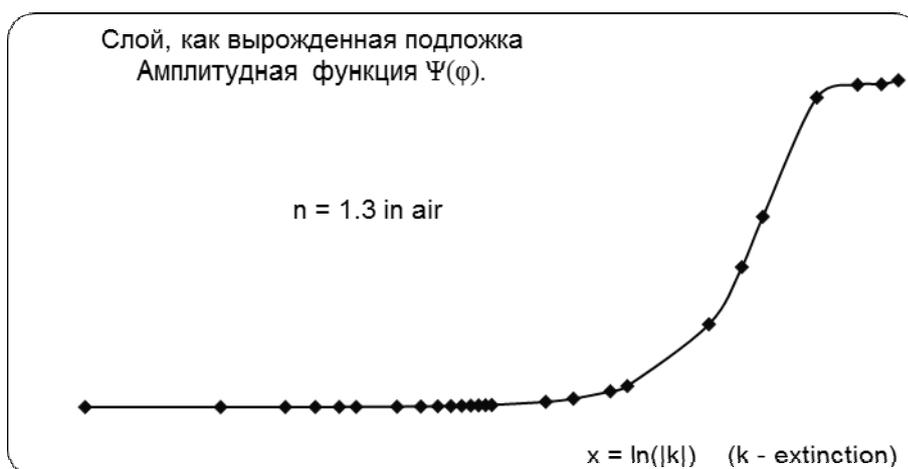


Рис. 45. Минимум амплитудной функции для масла на воде как функция логарифма  $|k|$ .

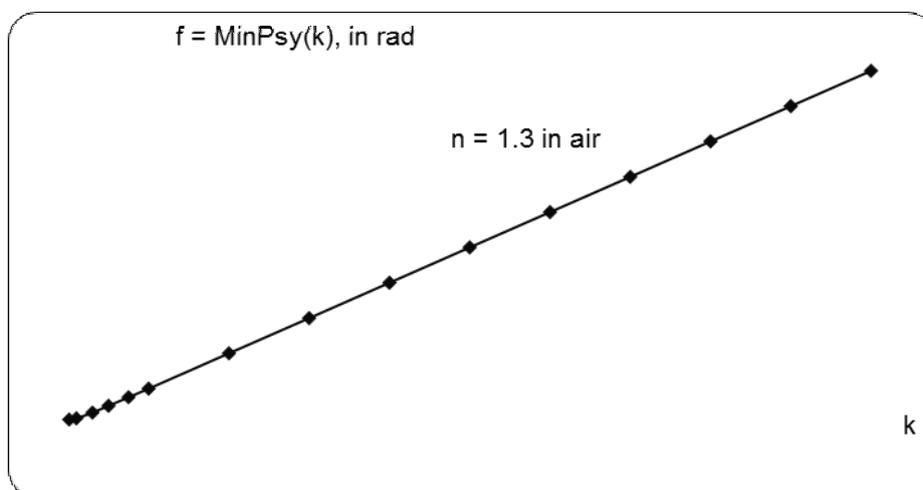


Рис. 46. Минимум амплитудной функции для масла на воде для малых значений  $|k|$ .

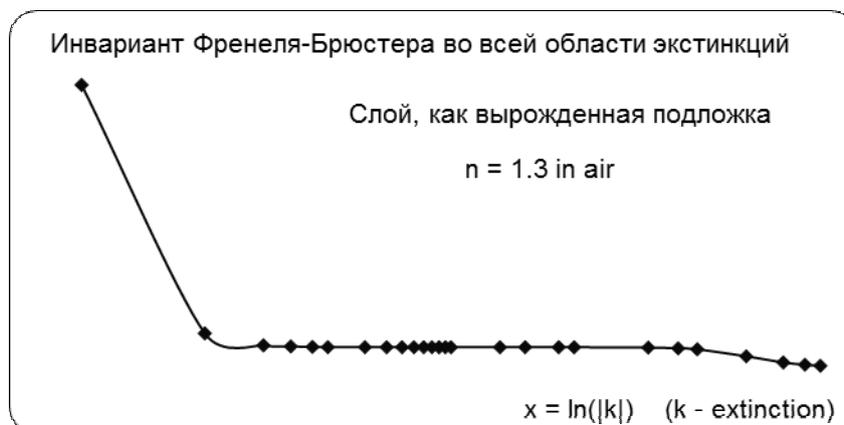


Рис.47. Полная развёртка «инварианта» отношения  $\Psi_{\text{мин}}/k$  для водной плёнки на воздухе.

Рис.46 показывает линейную развёртку минимума амплитудных функций для тонкого слоя масла на воде порядка 0.9 мкм. Для экстинкции металлоподобных веществ (большие значения показателя поглощения) эта линейность в малом естественно теряется, но может для некоторого типа систем перейти в другого типа линейную зависимость, что видно из рис.47.

Участки постоянства для функции инвариантного отношения в средней области показателей поглощения как тенденции для вырожденных моделей слоя просматриваются довольно чётко.

Интересно найти эти тенденции в родственном преобразовании однослойной системы, переходящей во внешнюю среду оптическими константами с одной границей раздела на нижнем основании слоя.

Ожидание инвариантных тенденций в подобных моделях понять не сложно – граница практически одна и именно для таких систем установлены инварианты Френеля-Брюстера.

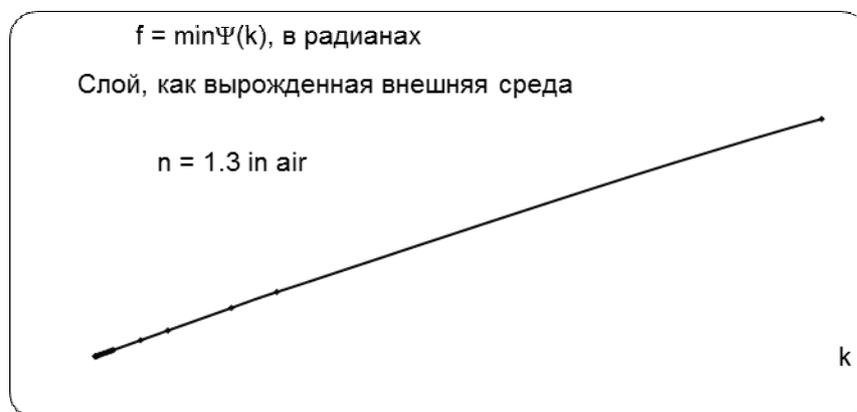


Рис.48. Частная развёртка инварианта  $\Psi_{\min}/k$  для водной плёнки при больших  $k$ .

Эти же зависимости в другом масштабе показаны для ничтожно малой толщины слоя. Слоя нет, а в среде поглощение растёт до металла с насыщенным  $\Psi \sim \Psi_{\min}$ .

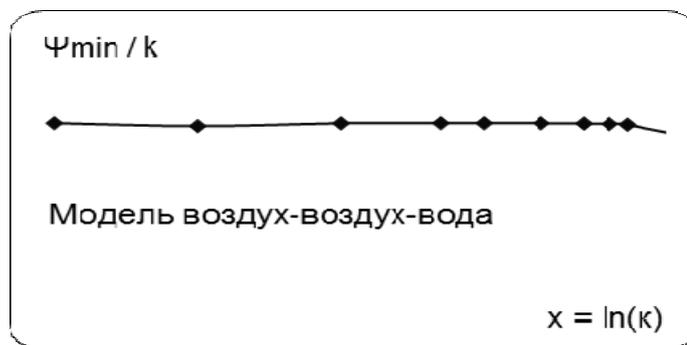


Рис.49. Инвариант типа Френеля-Брюстера воздушного псевдо слоя над водой.

Рассмотренные расчёты инвариантов Френеля-Брюстера для вырожденных слоёв выглядят вполне логично.

Этого уже нельзя сказать ни для тонких, ни тем более для слоёв достаточно большой толщины, что демонстрируется нижеследующими рисунками.

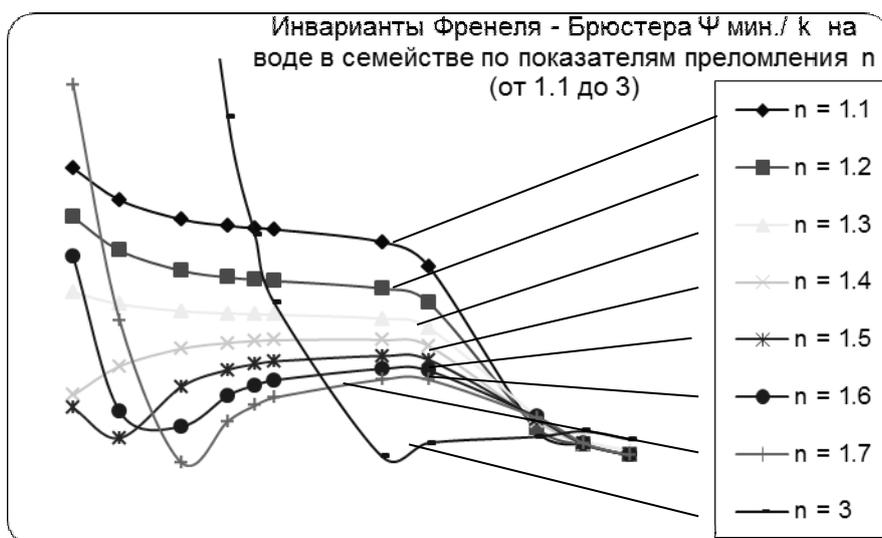


Рис.50. Семейство по показателю преломления n «инвариантов» слоя (0.9 нм воды).

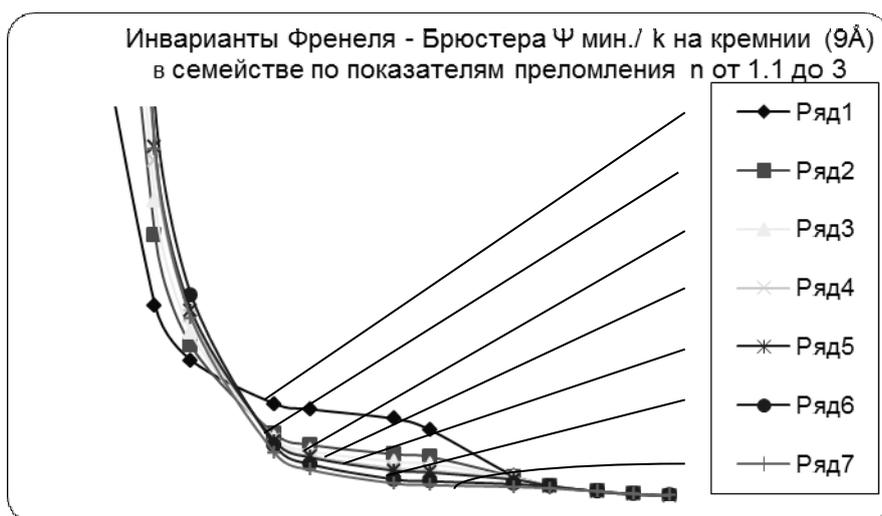


Рис.51. Семейство по показателю преломления n «инвариантов» слоя (9 нм) для кремния.

Видно, что участков постоянства интересующего нас отношения нигде нет, хотя зоны слабого наклона наблюдаются, и они значимо различны для низких показателей преломления, однако, строить номограммы эквинаклонных семейств для  $n < 3$  дело неблагоприятное из-за сложной зависимости от параметра толщины возможных слоёв и природы материалов.

При этом многофакторные методы степенной аппроксимации ожидаемых псевдоинвариантов не представляют собой никакой принципиальной трудности.

Принципиальные трудности только в физической интерпретации на практике.

### 3.5. Трансформация инвариантов Френеля-Брюстера

На представленных рисунках номера рядов соответствуют значениям показателей поглощения согласно следующей схеме:

№ ряда	n
Ряд 1	1.1
Ряд 2	1.2
Ряд 3	1.3
Ряд 4	1.4
Ряд 5	1.5
Ряд 6	1.6
Ряд 7	1.7
Ряд 8	3

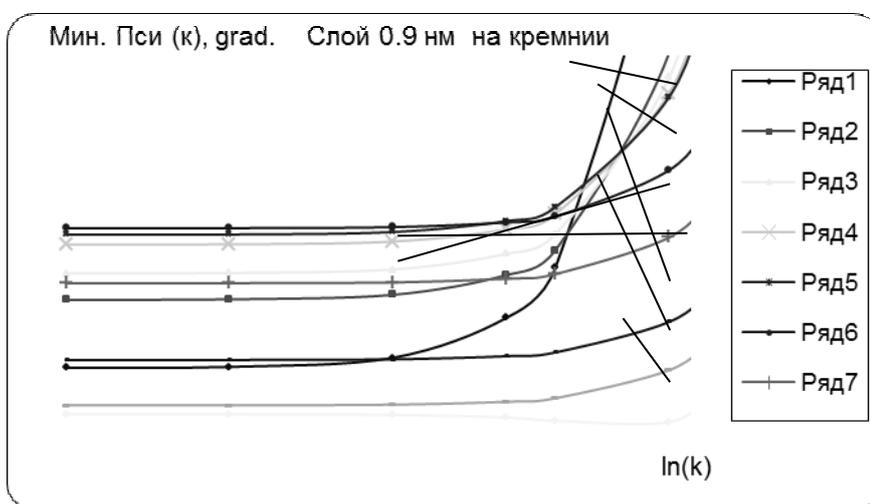


Рис.52. Псевдо инварианты в слоях 9Å на кремниевой подложке.

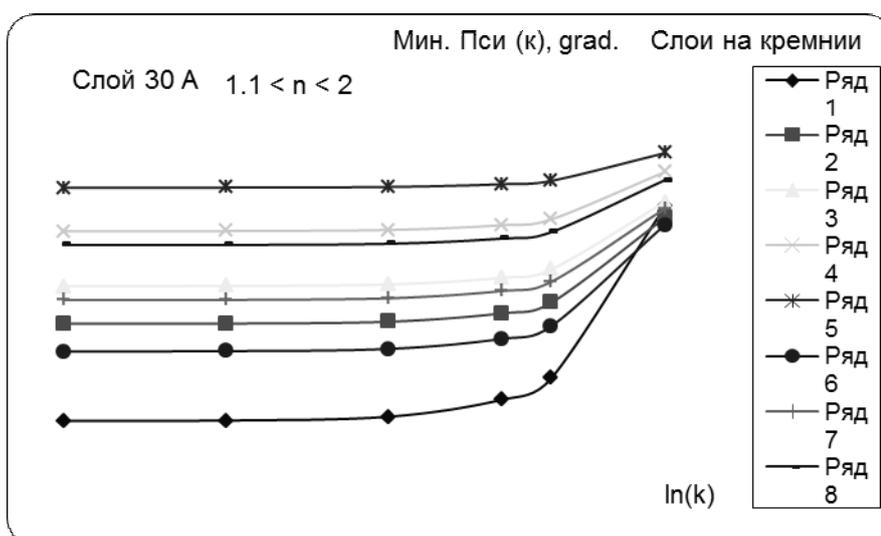


Рис.53. Псевдо инварианты в слоях 30Å на кремниевой подложке.

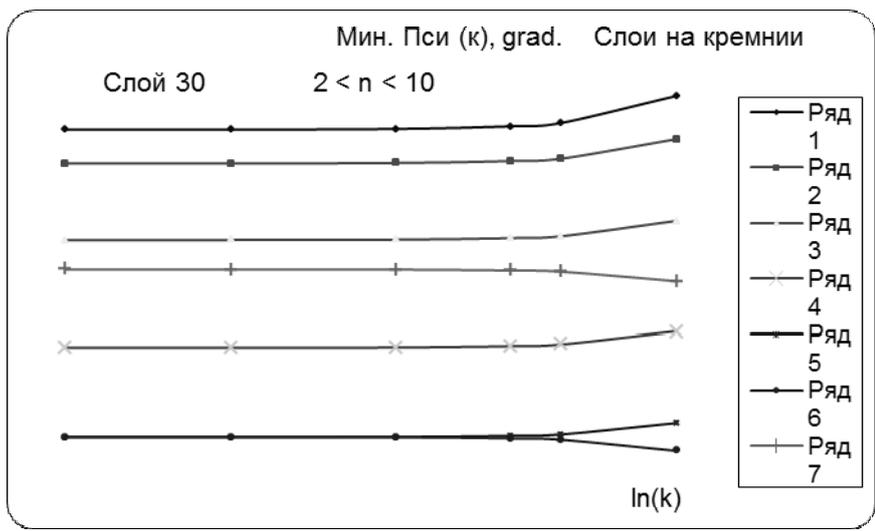


Рис.54. Псевдо инварианты в слоях 300Å на кремниевой подложке.

Из последних рисунков 52 – 54 напрашивается неожиданное упрощение поиска неких инвариантов в функциях не отношений, а самих минимумов амплитудных функций, неизменных для отдельных показателей преломления для малых значений показателей поглощения.

Как говорил М.В.Ломоносов, бездна раскрывается бесконечно.

**Выводы**

Результаты машинного исследования решений прямой задачи эллипсометрии на просвет поражают тем, что при предельном переходе комплексных коэффициентов Френеля к вещественной форме вещественные и комплексные решения ОУЭ не совпадают.

Требования к независимым измерениям в проходящем свете следующие.

Во-первых, необходимо собрать элементы второго подвижного приёмного плеча для 0-эллипсометра на основе теодолитного лимба или гониометра Г-5 для точного измерения азимутов кристалла (А) анализатора в центре фотоприёмника.

Во-вторых, необходимо установить это плечо для ручной наводки на проходящий свет и пеленговать азимуты гашения для определения амплитудно-фазовых параметров проходящего света под строго определёнными углами.

В среде EXCEL ввести данные протокола измерений и выполнить все графические построения соответствующего программного анализа.

Появление обратного экстремума логически правомерно, поскольку сингулярность от принятого в ОУЭ деления на ноль в тангенциальном представлении как раз и стремится к  $90^0$  при угле Брюстера. Однако дополнительные исследования так же правомочны.

Для завершения этой программы исследования необходимо составить двумерную матрицу, подобную табл. №11 и провести графический анализ результатов исследования.

Таблица №11. Двумерная матрица псевдоинвариантов Френеля-Брюстера.

d, Å	0.0001	9	30	300	2500
n					
1.1					
1.2	.....	.....			

## Литература

1. Поль Р.В. Оптика и атомная физика. / – М.:ИЛ, перевод с нем., 1966.
2. Алексеев С.А. Введение в прикладную эллипсометрию: методическое учебное пособие по курсу «Оптические измерения», часть 1 «Метрологические основы ноль-эллипсометрии» /С.А.Алексеев, В.Т.Прокопенко, Е.К.Скалецкий, [и др.]. – СПб.: Издательство СПб ГУ ИТМО, 2005. – 196 с.
3. Yonede Y. Reflection of X-rays.// Phys. Rev, 1963.
4. Аззам Р. Эллипсометрия и поляризованный свет./Р.Аззам, Н.Башара. – М.: ИЛ, 1981. – 583 с.
5. Ахманов С.А.. Физическая оптика./ С.А. Ахманов, С.Ю. Никитин. – М.: «Наука», 2004, – 654 с.
6. Drude P. Über die gesetze der reflexion und ozechund des lichthe an der grenze absorbierender krystalle.//Ann.Physik, В32, s.584-600, 1887.
7. Эллипсометрия – эффективный метод исследования поверхности твёрдых тел и тонких плёнок. /Конференция. Современные проблемы эллипсометрии, под ред. акад. А.В. Ржанова. – Н.: ИФПП СОАН СССР, 1980 г.
8. М.Горшков. Эллипсометрия. /М. Соврадио, 1974, – 200 с.
9. А.Пришивалко. Отражение света от поглощающих сред. /– Минск,1963 г.
10. А.Вашичек. Теория отражения света поглощающим слоем, нанесённым на металл. //ОиС, т.11, №2, 1961 г., – 242 с.
11. Г.Т.Петровский. Цветное оптическое и особые стёкла. /ГОИ,1990, 228с
12. И.Н.НагибинаПрикладная физическая оптика. /С-Пб, 1995, 528 с.
13. А.С.Топорец. Оптика шероховатой поверхности./Л.,Машиностр., 1988
14. И.Е. Скалецкая. Введение в прикладную эллипсометрию. Часть 2 «Свойства решений ОУЭ для однородных слоев»./– СПб.: Издательство СПб ГУИТМО, 2007. – 172 с.
15. Прикладная физическая оптика. /– СПб.: С-Пб, «Политехника», 1995, – 528 с.
16. Физические величины. Справочник./– М.: Энергоатомиздат, 1991, – 1232 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ №1. Приборная база эллипсометрии.

Приборная база эллипсометров, представленная ниже следующими зарубежными приборами.

FF-1000



DIGISCREEN



FF-1000 позволяет «точно» и быстро определять толщины, оптические константы и однородность с высокой надёжностью результатов. Предполагается возможность производства с помощью этих машин нового низкотемпературного поликремния для тонкопленочных транзисторов и органических элетролюминофоров.

DIGISCREEN – это спектральный эллипсометр, который позволяет очень быстро и точно измерять толщины пленок и их однородность на большой площади материала.

DeltaPsi2 – это новое программное обеспечение, работающее на общепринятом GUI интерфейсе, позволяющем интуитивное взаимодействие пользователя с системой.

Это - многозадачное программное обеспечение в ex-situ and in-situ конфигурациях:

- со спектроэллипсометрией многоугловых разверток,
- с библиографической справочной базой данных,
- с улучшенными аппроксимационными математическими алгоритмами для  $n$  и  $k$ ,
- с одновременной аппроксимации до 4 параметров.

Это программное обеспечение позволяет анализировать:

- Шероховатость и волнистость поверхности.
- Состав / Кристалличность.
- Оптические константы ступенчатых слоёв.
- Анизотропные структуры.
- Неоднородные слои.



UVISEL – спектральный эллипсометр с диапазоном от дальнего ультрафиолета до ближнего ИК:

- спектральный фазово-модуляционный эллипсометр;
- широкий спектральный диапазон: от 190 нм до 2100 нм;
- достигаемая скорость: 1мс/измер.

UVISEL приборы относятся к типу фазово-модуляционных эллипсометров. Они контролируются интегрированным ПО, работающими под Windows.

MM-16 – тоже спектральный эллипсометр на диапазон 430 нм – 850 нм.

Он обеспечивает получение классических эллипсометрических данных и полную 16-элементную матрицу Мюллера.

Спектральный эллипсометр Options обеспечивает измерения с контролем уровня температуры образцов в диапазоне (196–600)С для исследования высокотемпературных свойств образцов (анализ термических переходов для полимеров; мартенситных границ в сплавах и др.).

Полностью автоматизированные эллипсометрические машины, предназначенные для применения в полупроводниковой промышленности, имеют весьма внушительный вид и стоимость. Это UT-300 и PQ Ruby.

Ещё более мощные системы это целая метрологическая промышленная платформа:

- FF-1000 – автоматический спектральный эллипсометр на диапазон: (190 – 830) нм;
- DigiScreen – спектральная рефлектометрическая платформа в интервале 400-800нм.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Устройство отечественного прибора серии ЛЭФ-3М.1

Среди упрощённых отечественных приборов классического типа особое место занимают лазерные эллипсометрические фотометры серии ЛЭФ. На рис. 2.1, 2.2, 2.3 и 2.4 представлены три проекции прибора, который состоит из механического, оптического и электронного узлов с элементами управления.

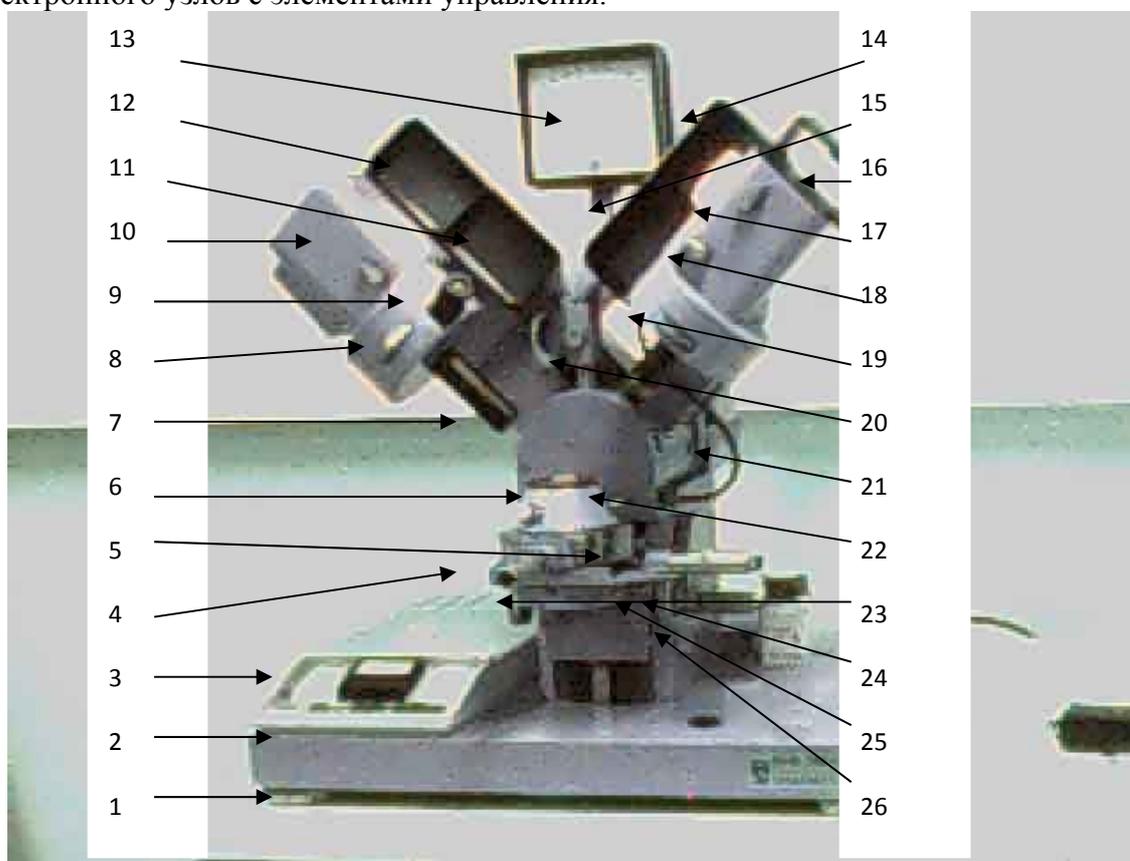


Рис.2.1. Планарная проекция ЛЭФ-3М.1

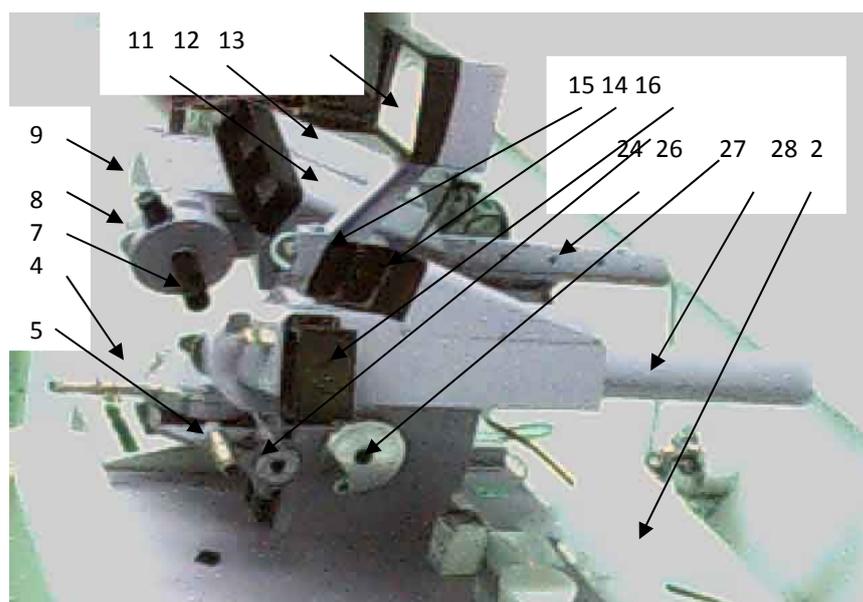


Рис.2.2. Сагитальная проекция ЛЭФ-3М.

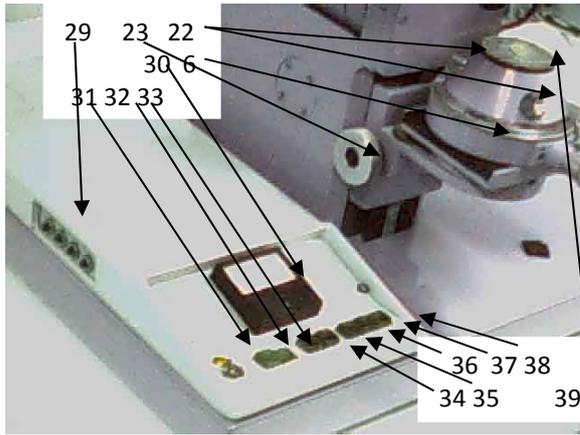


Рис.2.3. Узлы электроники ЛЭФ-3М.1

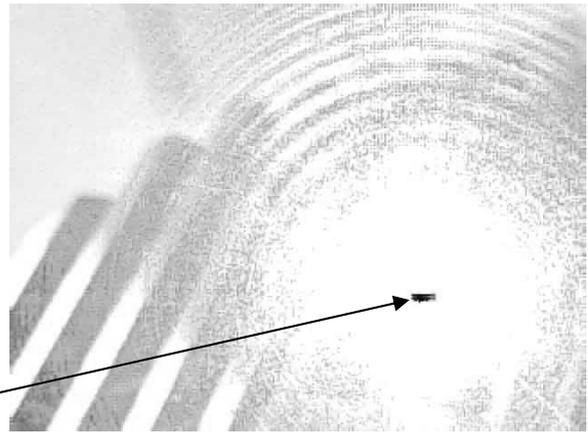


Рис.2.4. Вид по лучу отражения.

На этих рисунках обозначены следующие элементы управления прибором:

1. винты для юстировки горизонтального расположения основания прибора 2;
2. основание эллипсометра со скрытой проводкой к узлам электроники блока 3;
3. блок электроники с микроамперметром (30) второго класса 2% точности для контроля 4-х напряжений (29);
4. 1 микрометр линейного перемещения объектного столика (6) в плоскости ХУ;
5. 2 микрометр линейного перемещения объектного столика (6) в плоскости ХУ;
6. 3-х координатный столик для расположения объектов измерений (ОИ) 39;
7. насадка с диафрагмой формирования луча падения на подъёмном плече 27;
8. шайба кинематического редуктора азимутального вращения поляризатора (Р);
9. окуляр азимутов установки компенсатора С на оптической оси (ОО) прибора;
10. оптическая муфта зеркального разворота лазерного пучка с модулятором (М);
11. экран индикатора углов падения-отражения ( $2\varphi$ ), подсвечиваемый при нажатии кнопки 38 на передней панели электронного блока 3;
12. экран индикатора азимутов поляризатора (Р), подсвечиваемый при нажатии кнопки 36 на передней панели электронного блока 3;
13. регистратор относительного уровня гашения – микроамперметр 2 класса с автоблокировкой размаха сигнала до  $\frac{1}{3}$  его шкалы измерений;
14. экран индикатора азимутов анализатора (А), подсвечиваемый при нажатии кнопки 37 на передней панели электронного блока 3;
15. экран визуализации лучей от ОИ (39) на оптической оси плеча отражения 27;
16. крепёж на съёмной крышке прямого доступа к лучам в зеркальном канале 27;
17. 2-х позиционный рычаг направления пучка на экран 15 или прямой выход 16;
18. 2-х позиционный рычаг направления пучка на экран 15 или прямо на ФЭУ 28;
19. шайба кинематического редуктора азимутального вращения анализатора (А);
20. шток для установки микроскопа и регистратора, компланарный с нормалью к поверхности ОИ в точке пересечения оптических осей плеч прибора;
21. единственные наружные провода от выходного гнезда 13;
22. 3 головки регуляторов ориентации столика для юстировки ОИ;
23. подъёмный механизм столика с клиренсом от 3 см до излома лучей ОО;
24. двухсторонний винт подъёма объектного столика;
25. фиксатор вертикального положения объектного столика;
26. ручка управления вращательно-поступательного механизма пальцевых толкателей плеч прибора в синхронном изменении углов падения-отражения;
27. узел юстировки лазерного генератора (Г);

28. герметичный узел размещения ФЭУ;
29. боковая панель кнопок контроля напряжений в электронном блоке 3;
30. контрольный микроамперметр, показывающий коэффициент АРУ регистратора 13 после сброса кнопкой 34 и нажатии кнопки запуска АРУ 35;
31. тумблер включения сетевого питания прибора после подключения е<sub>1</sub> к внешнему источнику 220В (50 Гц) кабелем с евровилкой под евророзетку;
32. использование постоянной времени T<sub>1</sub> для сглаживания высокочастотных шумов на регистраторе 13 сигнала гашения с ФЭУ;
33. использование постоянной времени T<sub>2</sub> для более сильного, чем с T<sub>1</sub>, сглаживания шумов на регистраторе 13 сигнала гашения ФЭУ;
34. кнопка сброса перегрузки регистратора 13 сигналами с ФЭУ;
35. кнопка запуска автоматической регулировки усиления сигнала ФЭУ;
36. подсветка шкалы лимба измерения азимута поляризатора (Р);
37. подсветка шкалы оптического лимба измерения азимута анализатора (А);
38. подсветка шкалы лимба измерения углов падения-отражения 2φ;
39. объект исследования (кварцевая пластинка от спектрометрической кюветы) на рис.2.4 с видом зон Френеля на матрице веб-камеры для этого ОИ.

Механическая часть прибора состоит из горизонтально расположенной станины (2), жёстко связанной с нормально расположенными к ней толкателями плеч падения (27) и отражения (28) с углом 2φ между ними. Этот угол отображается на оптическом лимбе (11) при нажатой кнопке (38). Установка этих углов производится вращением штурвала 26.

Точная установка линий горизонта на станине или 3-х координатном (6) подъёмном объектном столике производится винтами (1) под станиной (2).

Ориентация столика для объектов исследования (ОИ) регулируется тремя винтами (22). Его подъём-опускание производится двусторонним винтом (23, 24) с поджимным язычком (25), расположенном справа. Рекомендуется эту регулировку производить двумя руками с откинутым вниз стопорным язычком во избежание удара столика о станину.

Оптические оси отдельных элементов оптического тракта прибора (Р, А, С) обычно стремятся при азимутальных вращениях вывести луч с главной оси на свою коническую развёртку. Поэтому при всех измерениях следует единообразно корректировать текущее положение светового пучка на диафрагме выхода на ФЭУ с помощью визуального экрана (15). Критерием правильной юстировки положения луча может служить монотонное поведение средних значений показаний регистратора (13) при измерениях под разными углами падения-отражения φ: (0° ≤ φ ≤ 90°).

Электронный блок прибора (3) размещён в малогабаритном плоском электрически безопасном металлическом корпусе слева на станине (2). Два стрелочных индикаторных микроамперметра (13, 30) эстетично вписываются в строгий грамотно выполненный инженерный дизайн прибора. Этот блок совмещает в себе два высоковольтных источника питания для лазерного генератора Г и ФЭУ (порядка 1500 В) и рабочих напряжений для мотора механического модулятора (М) и синхронизирующего фотодиода (Ф). Контроль этих напряжений производится по показаниям токов на индикаторе 39 при нажатии ряда кнопок на боковом (слева) пульте 29 блока 3. На лицевом пульте этого блока размещён сетевой тумблер (31), кнопки установки постоянных времени T<sub>1,2</sub> (32, 33) сглаживания высокочастотных шумов сигнала гашения экран индикатора азимутов анализатора (А), подсвечиваемый при нажатии кнопки 37 на передней панели электронного блока 3;

экран визуализации лучей от ОИ (39) на оптической оси плеча отражения 27; крепёж на съёмной крышке прямого доступа к лучам в зеркальном канале 27; 2-х позиционный рычаг направления пучка на экран 15 или прямой выход 16; 2-х позиционный рычаг направления пучка на экран 15 или прямо на ФЭУ 28; шайба кинематического редуктора азимутального вращения анализатора (А);

шток для установки микроскопа и регистратора, компланарный с нормалью к поверхности ОИ в точке пересечения оптических осей плеч прибора;  
 единственные наружные провода от выходного гнезда 13;  
 на ФЭУ, кнопок включения подсветок (36, 37, 38) на оптических лимбах (11, 12, 14) и двух кнопок для сброса перегрузки ФЭУ (34) и включения (35) автоматической регулировки усиления (АРУ) сигнала гашения ФЭУ в отсчётном поле (до 50% размаха шкалы) регистратора (13).

Методология решения задач АРУ основывается на привязке к максимуму шкалы регистрирующего микроамперметра (13) и сводится к установке динамического коэффициента усиления  $K$ , который регистрируется микроамперметром (30) с помощью которого показания регистратора  $U$  (13) можно рассчитать по формуле  $U_{ФЭУ} = U/K$  (мкА).

Крепёжное устройство 16 служит для установки веб-камеры и передаче на монитор ПК отражённого света при открытой заслонке (17) или фотокалибровки ФЭУ (28).

На вертикальном штоке (20) может быть установлена микроскопическая приставка для наблюдения поверхности ОИ и регистрирующий микроамперметр (13) для индикации гашения светового луча от лазера (27).

Конструктивно механическая часть прибора выполнена в лучших классических традициях – с высокой инерционностью (масса около 100 кг) для виброзащиты на фоне промышленных помех. Поэтому располагать его на шатких столах нецелесообразно.

Оптическими конструктивами прибора ЛЭФ-3М.1 являются He-Ne лазер  $\Gamma$  (27) с  $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ , система поворотных зеркал в плечах падения-отражения, поляризаторы (8, 19), компенсаторы (9) и фотоприёмник ФЭУ (28).

Основной принцип работы оптического тракта соответствует классическому закону Малюса, описывающему гашение поляризованного света при прохождении скрещенных (Р, А) поляризаторов при косом ( $\phi$ ) падении на ОИ с размещенной перед ним пластиной  $\lambda/4$  (С - компенсатором). Эта схема –  $\Gamma, P, C, OI, A, U$  (ФЭУ) - представлена на рис. 2.5.

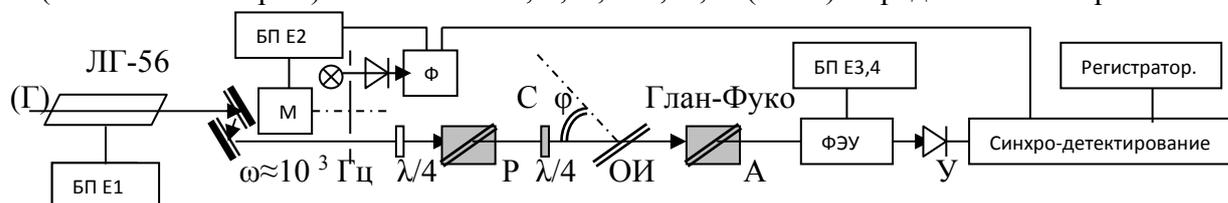


Рис. 2.5. Принципиальная схема рабочих элементов ноль-эллипсометра ЛЭФ-3М.1.

Азимуты поляризаторов 8, 19 можно отсчитывать с оптических лимбов Свиташова 12 и 14 (11) при включённой подсветке кнопками 36, 37, 38. В поле наблюдения попадает пара упорядоченных крупноформатных цифр текущих значений градусов со шкалой 60 минут между ними, сгруппированная десятками в шесть интервалов. Т. о., цена делений на этих оптических лимбах составляет  $1' = 60''$ . Значение углов  $a = a^0 + a'/60 + a''/3600$  в градусной мере складывается из младшей цифры градусов ( $a^0$ ), меньшего из значений окружающих риску градусов минут ( $a'$ ), делённых на 60 (долю градуса), и глазомерной добавки секунд ( $a''$ ), делённых на их градусную долю. Перевод в радианы обычный  $a^0 = a\pi/180$ . Значение  $\pi$  с наибольшим числом значащих цифр резонно калькулировать по формуле  $\pi = 4 \arctg(1)$ .

В измерительных схемах 0-эллипсометрии (на полное гашение) с фиксированным компенсатором (С) его азимут положения ( $c = C_0$ ) выбирается при юстировке оптического тракта эллипсометра. В приборах серии ЛЭФ-3М-1 используется полихроматический компенсатор для видимого диапазона световых волн и ряд  $\lambda/4$  пластин из кристаллов кварца, служащих для исключения поляризации лазерного излучения источника  $\Gamma$  за счёт однородного распределения световой энергии в пучках поляризованных по кругу лучей.

Оптическая ось прибора (ОО) от входной диафрагмы источника Г до выходной на ФЭУ физически представляет собой 3-х мерно изломанный световой луч значительной длины (около 1000 мм), несмотря на кажущуюся миниатюрность эллипсометра. В центре этого луча размещается ОИ. При диафрагме на ФЭУ порядка 0.5 мм расходимость лучей от ОИ будет не выше  $0.5/500 = 10^{-3}$  одного миллирадиана, что соизмеримо с собственной расходимостью лазерного генератора. Следовательно, ОО проходит в центре его лучей.

Объектами исследования (ОИ) для этих приборов являются любые плоские участки вещества и, в принципе, сколь угодно шероховатые зеркала, поскольку  $k=k_1+k_2$  показатель поглощения в сумме не различает дисперсионную или светорассеивающие части  $k_1, k_2$ .

### ПРИЛОЖЕНИЕ 3. «Проблемы метрологии»

#### Общая схема метрологической проработки НИР

Впервые ошибки эллипсометрических измерений систематически рассмотрел Уинтерботтом. Затем более подробный анализ отдельных источников ошибок был проделан в работах Смита, Лукеша, Джерарда.

Роль различных ошибок может существенно зависеть от выбранной схемы измерений. Так, если воспользоваться измерениями в двух зонах, то можно определить не только  $\Delta$  и  $\psi$ , но и параметры компенсатора. Если же пользоваться результатами данных измерений при повороте всех трех элементов для достижения лучшей чувствительности, то параметры компенсатора следует знать заранее, т. е. он должен быть заранее откалиброван для всех используемых азимутов, углов падения и длин волн.

Источники аппаратурных ошибок:

- 1) многократные отражения в оптической системе эллипсометра;
- 2) спектральная ширина используемого света;
- 3) паразитные поляризационные эффекты оптического тракта прибора;
- 4) неточность в величине угла падения;
- 5) погрешности электронной части прибора.

В Рекомендациях по межгосударственной стандартизации (РМГ) 29-99 «ГСИ. Метрология. Основные термины и определения», метрология определяется как наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства в рамках допустимой вероятной погрешности  $\Theta$ .

Общая схема метрологической проработки экспериментальной научно-исследовательской работы изображена ниже от постановки измерительной задачи, анализа оптимальных схем, выбора средств и методов измерений, анализа погрешностей и адекватности результатов:

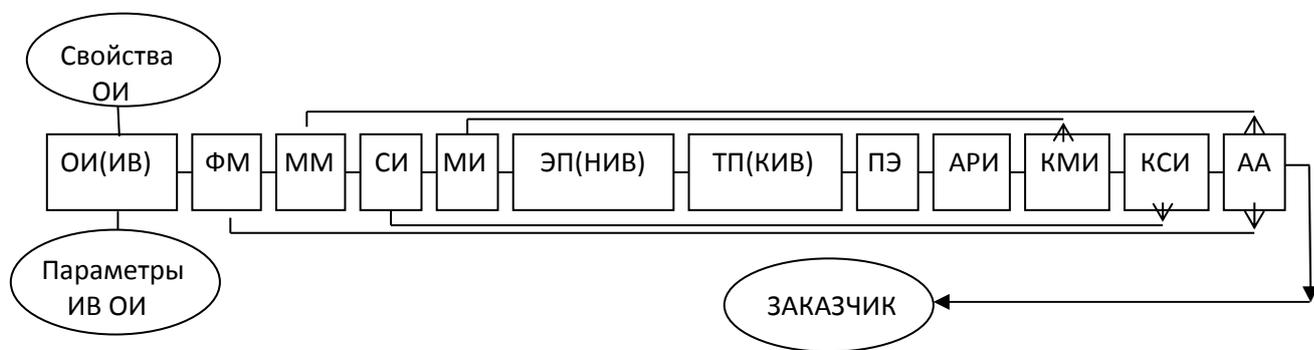


Рис. 3.1. Схема нетрадиционной метрологической проработки НИР.

Алгоритм начинается с постановки задач и планирования эксперимента (ПЭ) и заканчивается анализом их адекватности и корректности расчётов.

Принятые обозначения:

ПЗ – постановка задачи;

ОИ – объект исследования;

ИВ – измеряемые величины;

ФМ – физическое моделирование свойств ОИ в соответствующих ФВ;

ФВ – физическая величина;

ММ – математическое моделирование функций и законов связи ФВ;

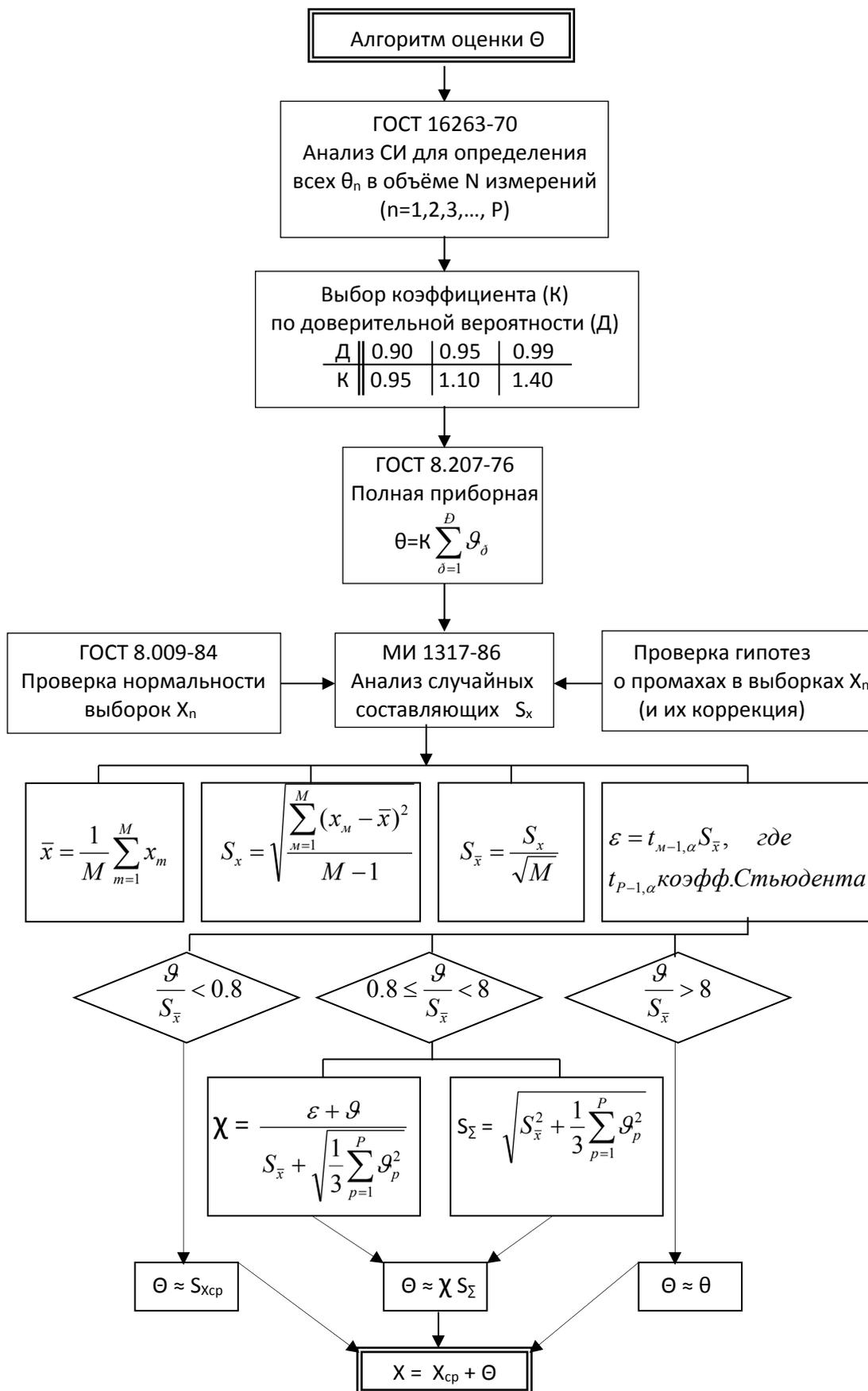
СИ – средства измерений включая не стандартизованные (НСИ);  
 МИ – методы измерений из (или для) соответствующего банка (БМИ);  
 ЭП – экспериментальная погрешность ИВ из групп неустранимых приборных систематических составляющих -  $\theta$ , случайных  $\varepsilon$  составляющих и личностных -  $\Delta$ ;  
 НИВ – непосредственно измеряемые приборные ИВ;  
 ТП – теоретическая (расчётная) погрешность косвенно ИВ;  
 КИВ - косвенно (опосредованно, пересчётом по НИВ) ИВ;  
 ПЭ – планирование (оптимального) эксперимента;  
 РИ – результаты измерений;  
 ПП – полная погрешность ( $\Theta$ );  
 НСИ – не стандартизованные СИ;  
 АРИ – анализ результатов измерений по полной погрешности ПП;  
 КМИ – коррекция МИ;  
 КСИ – коррекция СИ (стандартизация НСИ);  
 АА – анализ адекватности ФМ вплоть до коррекции задач НИР.

Особенность представленной схемы состоит в том, что здесь рассмотрены три точки возврата к повторению эксперимента. Во-первых, перед проведением эксперимента заказывается априорная погрешность измерений, невыполнение которой по результатам анализа (АРИ) в первую очередь потребует пересмотра МИ выбранных СИ. Во-вторых, после КСИ и их корректировки возникает проблема адекватности, решение которой строится на корректном математическом моделировании решений выбранных ФМ.

**t-квантили Стьюдента.**

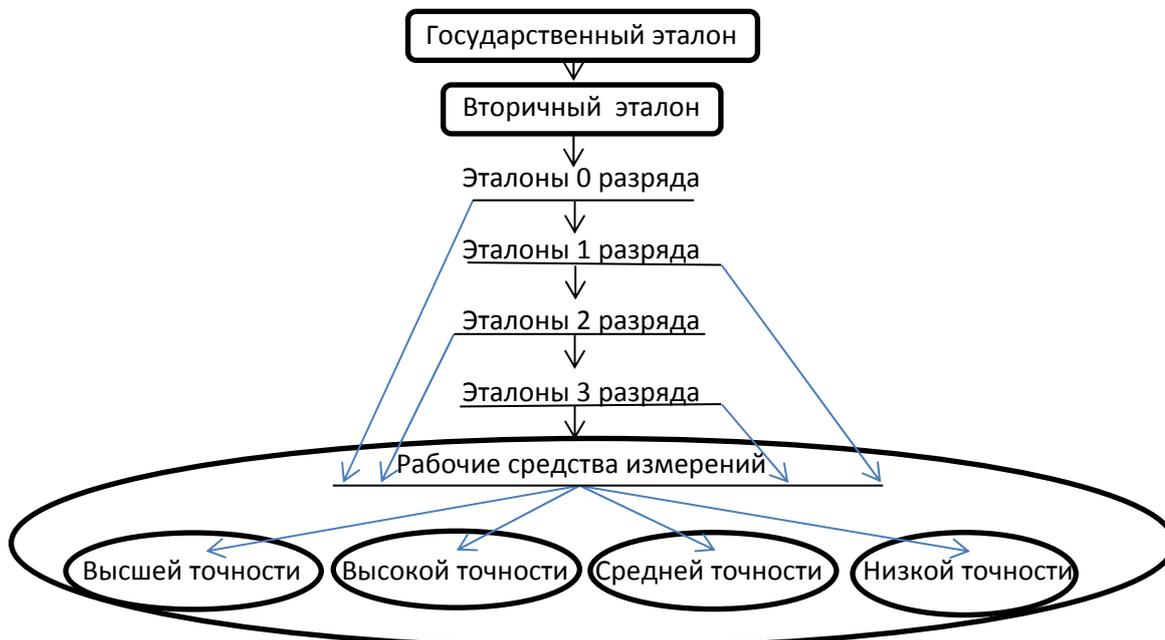
n	$\alpha$	0,75	0,875	0,95	0,975	0,99	0,995
3	0,765	1,42	2,35	3,18	4,54	5,84	
4	0,741	1,34	2,13	2,78	3,75	4,60	
5	0,727	1,30	2,01	2,57	3,37	4,03	
6	0,718	1,27	1,94	2,45	3,14	3,71	
7	0,711	1,25	1,89	2,36	3,00	3,50	
8	0,706	1,24	1,86	2,31	2,90	3,36	
9	0,703	1,23	1,83	2,26	2,82	3,25	
10	0,700	1,22	1,81	2,23	2,76	3,17	
11	0,697	1,21	1,80	2,20	2,72	3,11	
12	0,695	1,21	1,78	2,18	2,68	3,05	
13	0,694	1,20	1,77	2,16	2,65	3,01	
14	0,692	1,20	1,76	2,14	2,62	2,98	
15	0,691	1,20	1,75	2,13	2,60	2,95	
18	0,688	1,19	1,73	2,10	2,55	2,88	
20	0,687	1,18	1,73	2,09	2,53	2,85	
30	0,683	1,17	1,70	2,04	2,46	2,75	
40	0,681	1,17	1,68	2,02	2,42	2,70	
60	0,679	1,16	1,67	2,00	2,39	2,66	
$\infty$	0,674	1,15	1,64	1,96	2,33	2,58	

## Рекомендации ГОСТ для оценок ПП ( $\Theta$ )



Измерение – познавательный процесс, базирующийся на отождествлении эквивалентного объекту исследования количества соответствующих ему эталонов единичного размера.

Иерархия эталонов в государственных поверочных схемах (ГСП):



В Рекомендациях по межгосударственной стандартизации (РМГ) 29-99 «ГСИ. Метрология. Основные термины и определения», метрология определяется как наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства в рамках допустимой вероятной погрешности (см. ниже АЛГОРИТМ определения полной погрешности  $\Theta$ ).

Межгосударственный совет принял так же РМГ 43-2001 «ГСИ. Применение Руководства по выражению неопределённости измерений» вместо искомого понятия погрешности. Однако при вероятностно-статистическом подходе к измерениям (по типу «А» не в паре с «Б») новое понятие стандартной неопределённости ( $u_A$ ) просто дублирует старое понятие средне-квадратического отклонения средних значений ( $x$ ) в генеральных совокупностях ( $n$ ) их измерительных выборок:

$$u_A = \text{СКО}_x = S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

Считается, что только в будущих разработках нормативных документов РФ должны быть учтены рекомендации этого Руководства.

Метрология не консервативная наука, она динамично меняется по рыночным законам.

В 1993 г. были приняты три закона РФ – «Об обеспечении единства измерений»,  
– «О стандартизации»,  
– «О сертификации продукции и услуг».

Накануне же в 1992 г. был введён закон «О защите прав потребителя». Всё - просто.

Не прошло и десятка лет, как наш рынок стал проявляться со своей реальной стороны ...

С момента принятия 15.12.2002 г. Госдумой федерального закона «О техническом регулировании» и введения его в действие 01.07.2003 сразу же утратили силу законы о стандартизации и сертификации продукции и услуг. Понятия о стандартизации и сертификации вошли теперь в новое понятие технического регулирования.

В понятии технического регулирования установлено, что сертификация – это одна из форм подтверждения соответствия объекта ожидаемым свойствам, которая выполняется независимым испытательным центром (лабораторией).

Однако допустима и другая форма подтверждения соответствия, или его декларирования самим изготовителем (продавцом) на основании собственных доказательств, либо, если собственных недостаточно (для третейского суда), то с помощью другой третьей стороны, привлекаемой продавцом для сбора доказательств, например, испытательного центра для проведения дополнительных измерений.

Какова картинка(!) – судья, шарящий в эксперименте...

Т. о., обязательными требованиями в нашей стране при выпуске продукции, товаров или предоставлении услуг являются новые нормативные документы – технический регламент – в статусе закона РФ, который необходимо рассмотреть отдельно.

В нём так же указано, что технические регламенты, устанавливающие обязательные требования в областях безопасности продукции, электромагнитной совместимости здоровью и единства измерений. Под единством измерений здесь следует понимать требования к средствам и методикам выполнения измерений при сертификации и испытаниях выпускаемой продукции.

Следовательно, и третий форпост рассматриваемой науки об измерениях рухнул.

Наработанные за многие годы в СССР и утверждённые Госстандартом России ГОСТы сейчас переведены в национальные стандарты того же названия и содержания под патронированием уже не существующего Госстандарта. Уродливая система – угода демократии.

Госстандарт стал Федеральным агентством по техническому регулированию и метрологии (Ростехрегулирование в Минпромэнерго РФ).

В целях демонополизации здесь образован Департамент по техническому регулированию и метрологии – скудная часть Госстандарта России – чудеса развития.

#### Система сертификации ГОСТ Р

Система сертификации – это совокупность правил выполнения работ по самой сертификации, её участников и правил функционирования системы в целом. Различают обязательную и добровольную сертификации.

В настоящее время (2010 г) в России зарегистрированы 18 систем обязательной и 70 добровольных систем. Их структура тройственная: центральный орган – рабочий орган – центр испытаний. Центральный орган помимо общих оргфункций рассматривает в частности апелляции заявителей по поводу действий рабочих органов и испытательных центров (лабораторий). Рабочий орган выдаёт сертификаты и лицензии на применение знаков соответствия на основании протокола испытаний, выданного третьим уровнем – центром (лабораторией). Он может отменить или приостановить действие выданных сертификатов. Лаборатории действуют по нормативным документам «Порядок проведения сертификации продукции в РФ» и в Изменении №1 к нему.

Главное здесь – схема сертификации – совокупность действий, результаты которых выступают в качестве доказательств соответствия продукции (работ, услуг) установленным требованиям:

- рассматривается заявка с документами и в течении 15 дней принимается решение,
- производится отбор объектов на испытания в лабораторию,
- проводится (при согласованной необходимости) оценка производства,
- проводится анализ результатов и принимается решение о выдаче сертификата,
- при необходимости проводится инспекционный контроль продукции,
- предоставляется информация о результатах в центральный орган.

Система сертификации может создаваться государственными органами управления, предприятиями и организациями-участниками. В неё могут входить юридические лица независимо от форм собственности. Самой крупной системой в России является Система ГОСТ Р. В ней производится обязательная сертификация товаров и услуг для производителей и покупателей, попадающих под действие закона о защите прав потребителей, федерального закона об основах охраны труда в РФ, закона о ветеринарии, об оружии и др. Практически все продукты питания, современные средства измерений, используемые в сферах ГМКиН, продукция производственно-технического назначения и множества других товаров испытаны в этой системе и имеют сертификат соответствия и маркировку знака соответствия этой системы, представленную ниже.

Следует заметить, что система ГОСТ Р проводит и добровольную сертификацию.

Основные правила деятельности в этой системе установлены в «Положении о Системе сертификации ГОСТ Р», зарегистрированном в Минюсте России с 1998 г. В систему входят органы Государственной метрологической службы и научные метрологические центры. Они же аккредитуются в качестве испытательных центров, что упрощает работу системы...

Практика международного сотрудничества и торговли показала, что сертификация только продукции предприятий и услуг не гарантированы своим высоким качеством. Появление их на международном рынке приводит к потере авторитета производителя и к финансовому краху изготовителя (продавца).

Международная организация по стандартизации ISO в 1987 г. выпустила ряд стандартов серии 9000 (ISO 9001-9004), на основе которых в нашей стране были утверждены ГОСТ 40.9000-88. Со временем был выполнен пересмотр и переиздание к настоящему времени их как стандарты России ГОСТ Р ИСО 9000-2001 и ГОСТ Р ИСО 9004-2001.

Подтверждением способности и права у предприятия выпускать продукцию высокого качества является их сертификация в одной или нескольких российских или зарубежных системах подобной сертификации под флагами международных стандартов ISO серии 9000 с возможным выходом на внешний рынок.

Помимо Системы ГОСТ Р в РФ признаны действующие другие системы качества типа:

- Российский морской регистр судоходства (Морской регистр),
- регистр Ллойда (Lloyd's Register Quality Assurance – LRQA – , Великобритания),
- Bureau Veritas Quality International (BVQI), Великобритания,
- Det Norske Veritas (DNV), Норвегия,
- ТЮФ-СЕРТ (Германия).

ГОСТ Р включена также в международную сеть по сертификации качества IQNet из 35 международных участников. Все они имеют только рекомендательную силу по сертификации...

#### Объекты технического регулирования и принятие их регламентов

В настоящее время обязательные требования к продукции устанавливаются техническими регламентами. Сейчас сертификация – одна из форм подтверждения соответствия свойств объектов требованиям технических регламентов, положениям стандартов или условиям договора. Однако более ёмким (включая отношения) понятием является понятие «оценки соответствия».

Технические регламенты принимаются для достижения следующих целей:

- защиты жизни или здоровья граждан,
- защиты имущества физических или юридических (организаций) лиц, государственного или муниципального имущества,
- охраны окружающей среды, жизни или здоровья животных и растений,
- предупреждения действий, вводящих в заблуждение приобретателей.

Технические регламенты при минимуме требований должны давать максимум гарантий:

- безопасности всякого рода (от излучения, биопоражения, взрывоопасности, пожароопасности, механоопасности, ядерной радиоопасности и т. д.),
- электромагнитную совместимость с приборами и техническими средствами труда,
- единство измерений.

Технический регламент может быть принят одним из четырёх способов:

- международным договором Российской Федерации, ратифицированным правительством,
- федеральным законом,
- Указом Президента Российской Федерации,
- постановлением Правительства РФ.

Два последних способа используются в исключительных случаях при возникновении угроз жизни или здоровью граждан отечества, окружающей их животным или растениям, а так же в других случаях, когда незамедлительно требуется принятие необходимого технического регламента. Они автоматически утрачивают свою силу сразу после их подтверждения принятием по статусу федерального закона о соответствующем техническом регламенте (ТР).

При всей своей помпезности содержание технического регламента весьма приземлённое. Оно должно включать исчерпывающий перечень обязательных требований и к продукции и к процессам его производства и к эксплуатации, хранения, перевозки, реализации, утилизации, а так же к терминологии, упаковке, маркировке и к правилам и формам оценки соответствия на всей

территории РФ. Не включённые в ТР требования не могут носить обязательный характер. При этом страна-производитель не играет никакой роли к жёсткости требований за исключением природной (климатической) объективности. Поэтому различают общие и специальные ТР.

Общие ТР обязательны для любых видов продукции.

С 1 июля 2003 по 1 июля 2010, т.е. к наступившему 2011 г. в РФ должны работать около 2000 принятых ТР.

Государственный контроль (надзор) за соблюдением требований ТР осуществляется:

- федеральными органами исполнительной власти,
- исполнительной властью субъектов РФ,
- подведомственными службами надзора в соответствующих госучреждениях соответствующими должностными лицами.

Они в свою очередь имеют определённые права и обязанности:

- требовать от изготовителя декларации о соответствии или сертификата соответствия (копий, если они предусмотрены ТР),
- осуществлять мероприятия по госконтролю (надзору) в рамках законодательства РФ,
- выдавать предписания об устранении нарушений требований ТР,
- запрещать деятельность при не устранении нарушений ТР,
- привлекать по мере необходимости изготовителя (исполнителя) к ответственности.

Виновник причинённого вреда обязан возместить причинённый вред и принять меры для недопущения причинения вреда в будущем.

Спор – через суд.

**СТРУКТУРА ТЕХНИЧЕСКОГО РЕГЛАМЕНТА:**

- указывается область применения и объекты регулирования;
- формулируются основополагающие понятия;
- отмечаются общие положения для размещения на рынке РФ;
- регламентируются требования к продукции;
- отмечаются применения стандартов (презумпция соответствия);
- выполняется подтверждение соответствия;
- осуществляется государственный контроль (надзор);
- назначается федеральный орган исполнительной власти, ответственного за ТР;
- утверждаются переходные положения (инкубационные сроки подготовки к выполнению требований ТР, заготовки разработок национальных стандартов для выполнения ТР).

Первым стал ТР, принятый 22 апреля 2006 г. «О требованиях к выбросам автомобильной техникой, выпускаемой в обращение на территории РФ, вредных веществ». Основной целью этого ТР являлось поэтапное улучшение экологических характеристик автомобилей на территории России. Проблемы есть и они – в ФЗ.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Основные модели оптических систем.

Прямая задача всегда имеет модельную аналитически строгую физико-математическую постановку выбора функции  $F(\lambda, \varphi; d, n, k) = a + ib$ .

Амплитудно-фазовые параметры  $\Psi$ - $\Delta$  характеризуют модуль и аргумент отношения отношений всех компонент напряжённости  $\mathbf{E}$  для планарных (p) и сагитальных (s) составляющих  $\mathbf{E}=(E_p, E_s)$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi = \arctg |F(\lambda, \varphi, n, k, d)| = \arctg \sqrt{a^2 + b^2} \\ \Delta = \arg \{F(\lambda, \varphi, n, k, d)\} = \begin{cases} \arctg(b/a), & a > 0, b \geq 0 \\ \pi + \arctg(b/a), & a < 0 \\ 2\pi + \arctg(b/a), & ab < 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

Это отношение обобщенных коэффициентов Френеля:

$$R^p = E^p_{отр} / E^p_{пад} \text{ и } R^s = E^s_{отр} / E^s_{пад}$$

для границ раздела сред в исследуемой системе  $F = R^p / R^s$ :

$$F = \operatorname{tg}(\Psi) \exp\{i\Delta\} = \frac{\frac{E^p_{отр}}{E^p_{пад}}}{\frac{E^s_{отр}}{E^s_{пад}}} = \frac{\left| \frac{E^p_{отр}}{E^p_{пад}} \right|}{\left| \frac{E^s_{отр}}{E^s_{пад}} \right|} \exp\{i[\Delta^p_{отр} - \Delta^s_{пад} + \Delta^s_{пад} - \Delta^s_{отр}]\}$$

На опыте определяются азимуты поляризаторов P и A, по которым находят  $\psi$  и  $\Delta$  вида:

$$\Psi = \frac{|A_1 - A_2|}{2}$$

$$\Delta = P_0 - (P_1 + P_2)$$

Непосредственно измеряемые на опыте значения  $\Psi(\varphi)$  и  $\Delta(\varphi)$  обладают погрешностями, относящимися к категории неустраняемых систематических составляющих азимутальных измерений P и A, которые доходят до 15'' или 3'' (ПРИЛОЖЕНИЕ №2). Многократные измерения улучшают случайные погрешности, но требуют вероятностного анализа определенными гипотезами доверия к измерениям. Обычно используют критерии Стьюдента при анализе ошибок, распределенных по нормальному закону Гаусса. Существуют и личностные ошибки. Они могут привести к промахам измерений. Их корректируют соответствующими гипотезами.

Граница Френеля, разделяющая две среды, определяет и простейшую оптическую модель отражающей системы. ОУЭ для этой модели идеальной границы Френеля имеет вид:

$$F = \operatorname{tg}(\psi) \exp\{i\Delta\} = R_p / R_s = - \frac{\cos(\varphi_j + \varphi_{j-1})}{\cos(\varphi_j - \varphi_{j-1})},$$

где  $\cos(\varphi) = \sqrt{1 - \sin^2(\varphi)}$  находится через синус соответствующего угла  $\varphi$ , определяемого по ковариантной форме закона Снеллиуса

$$\sin(\theta_{прел}) / \sin(\theta_{пад}) = m_{пад} / m_{прел}$$

Вторая, аналитически описываемая модель приповерхностной структуры ОИ, это – модель однородного слоя с определённой толщиной ( $d_j$ ) и сложными обобщенными коэффициентами Френеля ( $R_p, R_s$ ):

$$\delta_m = d_m \frac{2\pi}{\lambda} m_m \cos(\varphi_m)$$

$$R_p = \frac{r_{m-1,m}^p + r_{m,m+1}^p \exp\{-2i\delta_m\}}{1 + r_{m-1,m}^p r_{m,m+1}^p \exp\{-2i\delta_m\}}$$

$$R_s = \frac{r_{m-1,m}^s + r_{m,m+1}^s \exp\{-2i\delta_m\}}{1 + r_{m-1,m}^s r_{m,m+1}^s \exp\{-2i\delta_m\}}$$

Отношение  $R_p/R_s$  определяет вид ОУЭ для однослойной модели ОИ:

$$\operatorname{tg}(\Psi)e^{i\Delta} = \frac{\frac{r_{j-1,j}^p + r_{j,j+1}^p e^{-i\delta_j}}{1 + r_{j-1,j}^p r_{j,j+1}^p e^{-i\delta_j}}}{\frac{r_{j-1,j}^s + r_{j,j+1}^s e^{-i\delta_j}}{1 + r_{j-1,j}^s r_{j,j+1}^s e^{-i\delta_j}}}$$

Для более сложных оптических моделей ОИ существуют более сложные комплексные коэффициенты Френеля от двух и более слоёв:

$$R_p = \frac{R_{m-1,m}^p + R_{m,m+1}^p \exp\{-2i\delta_m\} + R_{m-1,m}^p R_{m,m+1}^p R_{m+1,m+2}^p \exp\{-2i\delta_{m+1}\} + R_{m,m+1}^p \exp\{-(\delta_{m-1} + \delta_m)\}}{1 + R_{m-1,m}^p R_{m,m+1}^p \exp\{-2i\delta_m\} + R_{m-1,m}^p R_{m,m+1}^p R_{m+1,m+2}^p \exp\{-2i\delta_{m+1}\} + R_{m,m+1}^p \exp\{-(\delta_{m-1} + \delta_m)\}}$$

$$R_s = \frac{R_{m-1,m}^s + R_{m,m+1}^s \exp\{-2i\delta_m\} + R_{m-1,m}^s R_{m,m+1}^s R_{m+1,m+2}^s \exp\{-2i\delta_{m+1}\} + R_{m,m+1}^s \exp\{-(\delta_{m-1} + \delta_m)\}}{1 + R_{m-1,m}^s R_{m,m+1}^s \exp\{-2i\delta_m\} + R_{m-1,m}^s R_{m,m+1}^s R_{m+1,m+2}^s \exp\{-2i\delta_{m+1}\} + R_{m,m+1}^s \exp\{-(\delta_{m-1} + \delta_m)\}}$$

Однако, резонно использовать описание обобщённых коэффициентов  $R^v$  многослойных систем с помощью цепных дробей (здесь малые литеры « $v$ » обозначают классические коэффициенты Френеля с индексами ( $v = p, s$ )):

$$R^v(\lambda, \varphi) =$$

$$= r_{1,2}^v + \frac{1 - (r_{1,2}^v)^2}{\exp\{\delta_2\}}$$

$$r_{1,2}^v + \frac{1 - (r_{2,3}^v)^2}{\exp\{\delta_3\}}$$

$$r_{2,3}^v + \frac{\exp\{\delta_j\}}{r_{j,j+1}^v + \frac{1 - (r_{j,j+1}^v)^2}{\exp\{\delta_{j+1}\}}}$$

$$\dots + \frac{\exp\{\delta_{j-1}\}}{r_{j-1,j}^v}$$

С помощью этих обобщённых комплексных коэффициентов Френеля для компонент ( $v$ ) в рекуррентной форме можно эффективно проводить численное моделирование произвольных неоднородных по глубине  $n(d_j)$ ,  $k(d_j)$  систем модельных многослойных структур.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Постулаты Н.Бора.

Нильс Бор исходил из классических аксиом кинематики, полагая для модели Резерфорда, что при равномерном вращении ( $|v|=\text{const}$ ;  $\Delta\mathbf{R} = \Delta\boldsymbol{\varphi}\mathbf{R}$ , где  $\boldsymbol{\varphi}$  вектор угловых перемещений) за период интервала времени  $\Delta t = T$  циклическое значение действия и противодействия соответствующих сил с работой  $A$  становятся скалярным модулем торсионного (тройного) векторного произведения  $A T = 2\pi\mathbf{R}m\mathbf{v}|=2\pi Rm v$ . Вектора здесь обозначены жирным шрифтом. Скаляр работы  $A=\Delta E$  при этом взаимодействии является мерой изменения полной энергии  $E_{\text{полн}} = \text{Const}$  при переходе её со временем компонент из вида в вид. Сохраняется не только импульс  $\mathbf{p}=m\mathbf{v}$ , но и его момент  $\mathbf{L}=\mathbf{p}\mathbf{v}=\text{const}$ .

М.Планк нашёл фундаментальную постоянную  $\hbar=h/(2\pi)$  для взаимодействий поля и вещества, находящихся в тепловом равновесии. Н.Бор использовал её в постулате излучения атомов при переходе электронов с одной стационарной орбиты на другую ( $E=\Delta E$ ):

$$E = \hbar\omega = h\nu = h\frac{c}{\lambda},$$

где  $\lambda$  - длина волны возбуждения ЭМП. Таким образом, первый постулат стационарности для циклических видов механического движения, отражая наиболее общий закон сохранения величины момента количества движения, принимает на себя ответственность за квантование орбит циклами действия-противодействия между полем и веществом с помощью главного квантового числа  $n=1,2,3\dots$ :

$$\mathbf{L}=\mathbf{R}\mathbf{p} = \mathbf{R}m\mathbf{v} = n \hbar.$$

При  $n = 1$  постоянная Планка  $\hbar/(2\pi)$  приобретает смысл минимального кванта действия.

Бору пришлось постулировать естественную стационарность не произвольных, а квантованных орбит, моменты которых генерируются циклами действий порождающих их полей.

Простые формулы баланса кулоновских и центробежных сил положены в основу начальной схемы постулатов Бора-Зоммерфельда для планетарной модели Резерфорда:

$$\begin{cases} m_e v^2 R = Z e^2 \\ m_e v R = n \frac{\hbar}{2\pi} \end{cases}$$

В этой системе Бора неизвестными являются радиусы стационарных орбит и скорости электрона на них в одноэлектронной модели произвольного  $Z$ -атома ( $Z=1$  кратного иона). Вводя параметр  $\alpha$  тонкой структуры

$$\alpha=2\pi e^2/(hc)$$

и радиус первой стационарной орбиты в атоме водорода ( $r = 0.5 \text{ \AA}$ ), решения системы Бора можно представить в виде:

$$\begin{cases} \frac{v}{c} = \alpha \frac{Z}{n} \\ \frac{R}{r} = \frac{n^2}{Z} \end{cases} \quad (5.1)$$

Несмотря на определённые модельные ограничения, эти решения описывают и более сложные многоэлектронные атомы с помощью поправок на экранирование заряда ядра  $Z_{эфф}$  внутренними электронами и эффективное значение квантового числа  $n_{эфф}$ .

Первое из четвёрки квантовых чисел  $n_{эфф}$  описывает все параметры стационарных атомных орбиталей (АО), включая и энергию  $E$  их сферической конфигурации:

$$\begin{aligned} E_{полн} &= E_{кин} + E_{пот} = \\ &= -mv^2/2 = -Ze^2/(2R) = \\ &= -13.6 Z_{эфф}^2/n_{эфф}^2 \text{ (в эВ)}. \end{aligned}$$

Однако АО могут иметь эллиптический вид, описываемый вторым побочным азимутальным квантовым числом  $L=0,1,2,\dots, n-1$  или в буквенных обозначениях s, p, d, f, g, ... в пределах заданного n, а их пространственная ориентация, соответственно, третьим ориентационным или магнитным квантовым числом  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm(L-1)$ .

Четвёртое квантовое спиновое число  $s = \pm 1/2$  описывает собственный вращательный момент атомных электронов. Складываясь, вращательные моменты образуют полный момент  $J = L + S$ , определяющий энергетику и мультиплетность термов электронной конфигурации сложных атомов:

$$E = -13.6 \frac{M(Z-\zeta)^2}{(M+m_e)n_{эфф}^2} \left[ 1 + \alpha^2 \frac{(Z-\zeta)^2}{n_{эфф}^2} \left( \frac{n_{эфф}}{J + \frac{1}{2}} - \frac{3}{5} \right) \right] \quad (5.2)$$

где  $M$  – суммарная масса атома и  $m_e$  – масса рассматриваемого электрона.

Эмпирические данные поправок на экранирование

	1	2	3	4	5	6	7
$Z$	2	3 - 10	11 - 18	19 - 36	37 - 54	55 - 86	87 - 136
$n_{эфф}$	1	2	3	3.7	4	4.2	4.3
орбитали	1 s	sp(n)	sp(n-1)	sp(n+1)	d, f		
$\zeta = Z - Z_{эфф}$	0.3	0.35	0.85	1.0	1.0		

Последовательность заполнений электронами 4-хмерной матрицы z-элементов, угаданная Менделеевым, соответствует минимуму энергетических состояний, о которых Менделеев, к сожалению, не имел чётких представлений. Именно эта энергетика термов (5.2) приводит к явлению вставных декад редкоземельных элементов в группах актиноидов и лантаноидов в провалах его таблицы.

На представленных далее рисунках изображены графики основных решений. Они объясняют и периодичность изменений ионных радиусов от порядкового номера элементов, и энергетический закон Мозли в Оже- и рентгеновских спектрах элементов, но самое главное – они объясняют конечность числа элементов в таблице Менделеева, связанную с конечностью скорости света.

Рассмотрим возможные ограничения на эти решения системы постулатов Бора.

На нижеследующем рисунке представлен график решений  $v/c$ . Он объясняет конечность числа элементов в таблице Менделеева, связанную с конечностью скорости света  $v < c$ :

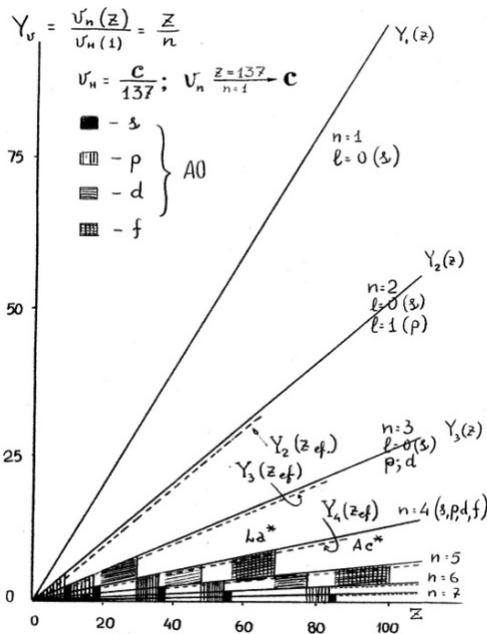


Схема распределения атомных электронов по скоростям.

Естественным ограничением решений (5.1) является конечность скорости, которое автоматически нарушается для всех  $Z > 136$ . Поэтому  $Z=136$  – последний атом.

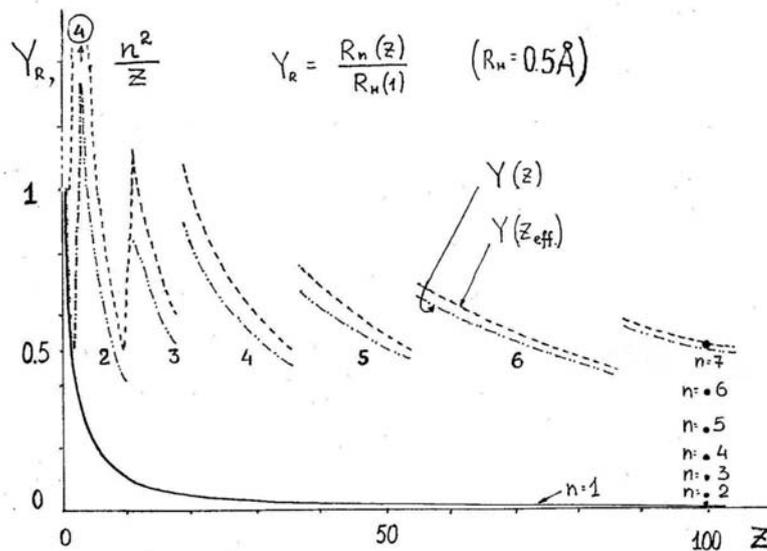


Рис.5.1. Закон изменения радиусов сферических орбит электронов в атомах.

Графики, представленные пунктирными линиями, учитывают поправки на экранирование.

Все графики представлены в относительном масштабе.

По принципу Паули на одной АО, естественно, могут сосуществовать два электрона с противоположными спинами, которые можно уподобить вальсирующим партнерам, не сбивающимся, а подкручивающим друг друга при достаточно близком сближении, в чем каждый может легко убедиться на собственном танцевальном опыте.

Постулаты Н.Бора содержат интересный вывод о конечности числа элементов в природе, последний из которых – благородный газ – имеет номер 136 и назван Rок136.

В нижеследующей таблице даётся пример развёртывания таблицы Д.И.Менделеева в 4-хмерном пространстве квантования по мере роста главного квантового числа и заполнения термов.

Ниже представлен пример матрицы электронных конфигураций элементов половины таблицы Д.И.Менделеева.

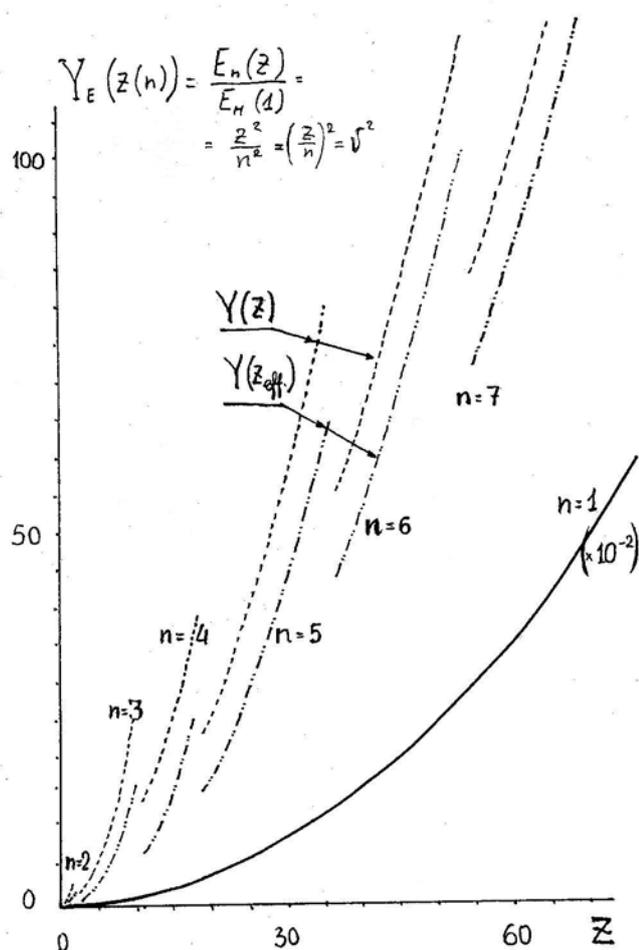


Рис.5.2. Схема распределения атомных электронов по энергетическим слоям.

№ п/п	Z	n	L<n	m  ≤ L	S	E <sub>ioniz</sub>	АО	Атом	Конфигурация	Терм <sup>M</sup> T <sub>S</sub>
1	1	1	0	0	+ ½	13,595	1s <sup>1</sup>	H	1s <sup>1</sup>	<sup>2</sup> S <sub>½</sub>
2	2	1	0	0	- ½	24,58	1s <sup>2</sup>	He	1s <sup>2</sup>	<sup>1</sup> S <sub>0</sub>
3	3	2	0	0	+ ½	5,39	2s <sup>1</sup>	Li	1s <sup>2</sup> 2s <sup>1</sup>	<sup>2</sup> S <sub>½</sub>
4	4	2	0	0	- ½	9,32	2s <sup>2</sup>	Be	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup>	<sup>2</sup> S <sub>0</sub>
5	5	2	1	0	+ ½	8,296	2p <sup>1</sup>	B	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>1</sup>	<sup>2</sup> P <sub>½</sub>
6	6	2	1	0	- ½	11,264	2p <sup>2</sup>	C	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>2</sup>	<sup>3</sup> P <sub>0</sub>
7	7	2	1	-1	+ ½	14,54	2p <sup>3</sup>	N	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>3</sup>	<sup>4</sup> S <sub>3/2</sub>

8	8	2	1	-1	-1/2	13,614	2p <sup>4</sup>	O	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>4</sup>	<sup>3</sup> P <sub>2</sub>
9	9	2	1	1	+1/2	17,42	2p <sup>5</sup>	F	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>5</sup>	<sup>2</sup> P <sub>3/2</sub>
10	10	2	1	1	-1/2	21,559	2p <sup>6</sup>	Ne	1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup>	<sup>1</sup> S <sub>0</sub>
11	11	3	0	0	+1/2	5,138	3s <sup>1</sup>	Na	AO(Ne) 3s <sup>1</sup>	<sup>2</sup> S <sub>1/2</sub>
12	12	3	0	0	-1/2	7,644	3s <sup>2</sup>	Mg	AO(Ne) 3s <sup>2</sup>	<sup>1</sup> S <sub>0</sub>
13	13	3	1	0	+1/2	5,948	3p <sup>1</sup>	Al	AO(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>1</sup>	<sup>2</sup> P <sub>1/2</sub>
14	14	3	1	0	-1/2	8,149	3p <sup>2</sup>	Si	AO(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>2</sup>	<sup>3</sup> P <sub>0</sub>
15	15	3	1	-1	+1/2	10,55	3p <sup>3</sup>	P	AO(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>3</sup>	<sup>4</sup> S <sub>3/2</sub>
16	16	3	1	-1	-1/2	10,357	3p <sup>4</sup>	O	AO(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>4</sup>	<sup>3</sup> P <sub>2</sub>
17	17	3	1	1	+1/2	13,01	3p <sup>5</sup>	Cl	AO(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>5</sup>	<sup>2</sup> P <sub>3/2</sub>
18	18	3	1	1	-1/2	15,755	3p <sup>6</sup>	Ar	AO(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup>	<sup>1</sup> S <sub>0</sub>
19	21	3	2	0	+1/2	6,54	3d <sup>1</sup>	Sc	AO(Ar) 3d <sup>1</sup> 4s <sup>2</sup>	<sup>2</sup> D <sub>3/2</sub>
20	22	3	2	0	-1/2	6,83	3d <sup>2</sup>	Ti	AO(Ar) 3d <sup>2</sup> 4s <sup>2</sup>	<sup>3</sup> F <sub>2</sub>
21	23	3	2	1	+1/2	6,74	3d <sup>3</sup>	V	AO(Ar) 3d <sup>3</sup> 4s <sup>2</sup>	<sup>4</sup> F <sub>3/2</sub>
22	24	3	2	1	-1/2	6,764	3d <sup>4</sup>	Cr	AO(Ar) 3d <sup>4+1</sup> 4s <sup>1</sup>	<sup>7</sup> S <sub>3</sub>
23	25	3	2	-1	+1/2	7,432	3d <sup>5</sup>	Mn	AO(Ar) 3d <sup>5</sup> 4s <sup>2</sup>	<sup>6</sup> S <sub>5/2</sub>
24	26	3	2	-1	-1/2	7,896	3d <sup>6</sup>	Fe	AO(Ar) 3d <sup>6</sup> 4s <sup>2</sup>	<sup>5</sup> D <sub>4</sub>
25	27	3	2	2	+1/2	7,86	3d <sup>7</sup>	Co	AO(Ar) 3d <sup>7</sup> 4s <sup>2</sup>	<sup>4</sup> F <sub>9/2</sub>
26	28	3	2	2	-1/2	7,633	3d <sup>8</sup>	Ni	AO(Ar) 3d <sup>8</sup> 4s <sup>2</sup>	<sup>5</sup> F <sub>4</sub>
27	29	3	2	-2	+1/2	7,723	3d <sup>9</sup>	Cu	AO(Ar) 3d <sup>9+1</sup> 4s <sup>1</sup>	<sup>2</sup> S <sub>1/2</sub>
28	30	3	2	-2	-1/2	9,391	3d <sup>10</sup>	Zn	AO(Ar) 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup>	<sup>1</sup> S <sub>0</sub>
29	19	4	0	0	+1/2	4,339	4s <sup>1</sup>	K	AO(Ar) 4s <sup>1</sup>	<sup>2</sup> S <sub>1/2</sub>
30	20	4	0	0	-1/2	6,111	4s <sup>2</sup>	Ca	AO(Ar) 4s <sup>2</sup>	<sup>2</sup> S <sub>0</sub>
31	31	4	1	0	+1/2	6,0	4p <sup>1</sup>	Ga	AO(Ar) 4s <sup>2</sup> 4p <sup>1</sup>	<sup>2</sup> P <sub>1/2</sub>
32	32	4	1	0	-1/2	7,88	4p <sup>2</sup>	Ge	AO(Ar) 4s <sup>2</sup> 4p <sup>2</sup>	<sup>3</sup> P <sub>0</sub>
33	33	4	1	-1	+1/2	9,85	4p <sup>3</sup>	As	AO(Ar) 4s <sup>2</sup> 4p <sup>3</sup>	<sup>4</sup> S <sub>3/2</sub>
34	34	4	1	-1	-1/2	9,75	4p <sup>4</sup>	Se	AO(Ar) 4s <sup>2</sup> 4p <sup>4</sup>	<sup>3</sup> P <sub>2</sub>
35	35	4	1	1	+1/2	11,84	4p <sup>5</sup>	Br	AO(Ar) 4s <sup>2</sup> 4p <sup>5</sup>	<sup>2</sup> P <sub>3/2</sub>
36	36	4	1	1	-1/2	13,996	4p <sup>6</sup>	Kr	AO(Ar) 4s <sup>2</sup> 4p <sup>6</sup>	<sup>1</sup> S <sub>0</sub>
37	39	4	2	0	+1/2	6,4	4d <sup>1</sup>	Y	AO(Kr) 4d <sup>1</sup> 5s <sup>2</sup>	<sup>2</sup> D <sub>3/2</sub>
38	40	4	2	0	-1/2	6,8	4d <sup>2</sup>	Zr	AO(Kr) 4d <sup>2</sup> 5s <sup>2</sup>	<sup>3</sup> F <sub>2</sub>
39	41	4	2	1	+1/2	6,9	4d <sup>3</sup>	Nb	AO(Kr) 4d <sup>3+1</sup> 5s <sup>1</sup>	<sup>6</sup> D <sub>1/2</sub>
40	42	4	2	1	-1/2	7,1	4d <sup>4</sup>	Mo	AO(Kr) 4d <sup>5</sup> 5s <sup>1</sup>	<sup>7</sup> S <sub>3</sub>
41	43	4	2	-1	+1/2	7,3	4d <sup>5</sup>	Tc	AO(Kr) 4d <sup>5</sup> 5s <sup>2</sup>	<sup>6</sup> S <sub>5/2</sub>
42	44	4	2	-1	-1/2	7,5	4d <sup>6</sup>	Ru	AO(Kr) 4d <sup>6+1</sup> 5s <sup>1</sup>	<sup>5</sup> F <sub>5</sub>
43	45	4	2	2	+1/2	7,5	4d <sup>7</sup>	Rh	AO(Kr) 4d <sup>8</sup> 5s <sup>1</sup>	<sup>4</sup> F <sub>9/2</sub>
44	46	4	2	2	-1/2	8,33	4d <sup>8</sup>	Pd	AO(Kr) 4d <sup>8+2</sup> 5s <sup>0</sup>	<sup>1</sup> S <sub>0</sub>
45	47	4	2	-2	+1/2	7,574	4d <sup>9</sup>	Ag	AO(Kr) 4d <sup>10</sup> 5s <sup>1</sup>	<sup>2</sup> S <sub>1/2</sub>
46	48	4	2	-2	-1/2	8,991	4d <sup>10</sup>	Cd	AO(Kr) 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup>	<sup>1</sup> S <sub>0</sub>
47	58	4	3	0	+1/2	6,9	4f <sup>1</sup>	Ce	AO(Xe) 4f <sup>1</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>	<sup>3</sup> H <sub>4</sub>
48	59	4	3	0	-1/2	5,76	4f <sup>3</sup>	Pr	AO(Xe) 4f <sup>3</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	<sup>4</sup> I <sub>9/2</sub>
49	60	4	3	1	+1/2	6,3	4f <sup>4</sup>	Nd	AO(Xe) 4f <sup>4</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	<sup>5</sup> I <sub>4</sub>
50	61	4	3	1	-1/2		4f <sup>5</sup>	Pm	AO(Xe) 4f <sup>5</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	<sup>6</sup> H <sub>5/2</sub>

## ПРИЛОЖЕНИЕ 6. Лабораторная работа № 15. «Определение комплексного показателя преломления на ЛЭФ-3М.1».

### Цели и задачи работы:

Ознакомление с устройством ноль-эллипсометра ЛЭФ-3М-1.

Овладение поляризационно-оптической методикой многоугловых ( $\varphi$ ) измерений (в интервале от  $45^0$  до  $90^0$ ) для эллипсометрии отражённого света:

- Получение первичных экспериментальных данных – азимутов поляризатора ( $\Pi$ ), анализатора ( $A$ ) и сигнала гашения приёмника излучения ( $Y_{ФЭУ}$ );
- Вычисление вторичных косвенных данных измерений: амплитудной –  $\Psi(\varphi)$  и фазовой –  $\Delta(\varphi)$  функций поля отраженной от объекта поляризованной монохроматической волны.
- Корректировка измерений  $\Psi(\varphi)$  и  $\Delta(\varphi)$  функций с использованием свойств монотонности  $\Pi(\varphi)$  и  $A(\varphi)$  азимутов поляризаторов при многоугловых измерениях.

Оценка вещественного показателя преломления ( $n$ ) исследуемых материалов по аппроксимации амплитудной функции в окрестности псевдобрюстеровского угла по методу пересечения линейной аппроксимации её крыльев в этой недоступной для измерений области.

### Основные теоретические положения

Явление поляризации световых волн, обнаруженное Френелем около 200 лет назад, открыло дорогу к развитию всевозможных количественных и качественных методов и приборов для исследования оптических свойств и характеристик материалов.

Объяснение законом Малюса величины степени гашения света в «скрещенных» поляризаторах, привело к созданию поляриметрических приборов. Так, сахариметры служат для измерения оптической активности прозрачных веществ с помощью непосредственно измеряемых углов поворота  $\alpha(c)$  плоскости поляризации падающего света после прохождения активного вещества и анализатора-поляризатора. При этом можно опосредованно судить о концентрации  $c=c(\alpha)$  оптически активного материала.

При косом падении света на объекты исследования эти приборы переходят в класс эллипсометров, предназначенных для непосредственного измерения амплитудно-фазовых параметров в градусной мере эллиптической поляризации светового поля, формируемого исследуемым материалом, по которым судят о толщине сверх тонких слоёв ( $d$ ) и, в общем случае, о его комплексном показателе преломления  $m = n - i k$  ( $i^2 = -1$ ).

Прикладная эллипсометрия – поляризационно-оптический раздел технической физики, изучающий эллиптическое состояние поляризации электромагнитных волн после взаимодействия их на границах раздела сред с исследуемыми материалами при описании его амплитудно-фазовыми параметрами  $\Psi(\theta, \lambda)$  и  $\Delta(\theta, \lambda)$  для произвольных углов падения ( $\theta$ ) и длин волн ( $\lambda$ ). Принципиальное преимущество этого метода перед энергетическими состоит в уникально высокой чувствительности измерений амплитудно-фазовых соотношений поля световых волн, испытавших взаимодействие с исследуемым веществом.

Эллипсометрические параметры  $\psi$  и  $\Delta$  связаны между собой.

$$\operatorname{tg} \psi \cdot e^{i\Delta} = R_p / R_s, \quad (6.1)$$

Выражение (6.1) называется *основным уравнением эллипсометрии*. Это уравнение устанавливает связь между микроскопическими и макроскопическими характеристиками образца и его эллипсометрическими параметрами.

Конкретное аналитическое выражение обобщённых коэффициентов Френеля через макро- и микро- параметры исследуемой системы и конкретный вид (6.1) зависит от выбора той или иной оптической модели поверхности.

Часто в качестве объектов исследования в эллипсометрии используются образцы различных материалов – диэлектриков (стекла), полупроводников, металлов жидкостей и газов, исследуемая поверхность которых обработана по высокому классу чистоты ( $\geq 14$ ). Поверхность таких образцов неизбежно содержит возникающий в процессе обработки нарушенный слой, свойства которого отличаются от свойств материала в объеме, и, как правило, отягощены из-за слоя окисла, либо различных инородных адсорбционных слоёв. Иногда подбором соответствующих режимов обработки и условий измерения влияние переходных слоев на поляризационные характеристики отраженного от поверхности образца излучения можно свести к минимуму настолько, что изменение фазовых и амплитудных характеристик излучения при отражении может быть с достаточной степенью точности описано с помощью формул Френеля. В этом случае поверхность исследуемого образца можно рассматривать как плоскую границу раздела двух оптически разнородных сред, причем в качестве первой среды выступает, как правило, либо вакуум, либо газовая фаза с заданным составом (в простейшем случае – воздух), либо специально подобранная иммерсионная жидкость, в качестве другой среды – материал исследуемого образца. В этом случае говорят, что поверхность образца является оптически чистой, а модель, в которой реальная поверхность заменяется идеально резкой границей сред с соответствующими ей формулами Френеля, называют *моделью чистой поверхности*.

Одним из замечательных следствий формул Френеля применительно к диэлектрикам является следующее: если вектор  $\mathbf{E}$  лежит в плоскости падения, существует такой угол падения – угол Брюстера  $\theta_B$ , при котором нет отраженной волны. Действительно, подберем угол падения  $\theta_i$  таким образом, чтобы было  $\text{tg}(\theta_i + \theta_t) = \infty$ , то есть  $\theta_i + \theta_t = 90^\circ$ , иначе говоря, так, чтобы направление, по которому должна пойти отраженная волна, было перпендикулярно к направлению преломленной волны. Как следует из формул Снелла о преломлении, при выбранном таким образом угле падения луча света, имеем:

$$\text{tg} \theta_B = \frac{n_0}{n_1}, \quad (6.2)$$

$$\theta_B = \text{arctg}(n_0/n_1)$$

где  $n_0/n_1$  – относительный показатель преломления исследуемой системы среды и объекта.

Как вытекает из формул Френеля, отражение P- и S- составляющих от поверхности диэлектрика в зависимости от угла падения  $\theta_i$  носит принципиально различный характер: S-составляющая при всех значениях угла  $\theta_i$  ( $0 \leq \theta_i \leq 90^\circ$ ) меняет свой знак на обратный, в то время как P- составляющая меняет свой знак лишь при углах падения  $\theta_i$ , больших угла Брюстера  $\theta_B$ . При угле падения  $\theta_i = \theta_B$  P-составляющая в отраженном свете обращается в ноль – она полностью проходит образец (на этом явлении основано изготовление различного рода отражательных поляризаторов), в то время как S-составляющая полностью отражается от поверхности образца. Таким образом, *при угле Брюстера падающий луч расщепляется на два луча, распространяющиеся по разные стороны границы с ортогональной поляризацией*.

Все эллипсометрические приборы действуют по закону Малюса, описывающему простой косинусоидальный характер проектирования амплитуд поля световой волны  $E$  между линейными поляризаторами (П и А), энергия  $J$  (квадрат амплитуды) пропускания которой квадратично изменяется от косинуса угла ( $\alpha$ ) между их осями:

$$[E_{\text{П}} \cos(\alpha)]^2 = E_{\text{А}} E_{\text{А}}^* = J_{\text{П}} \cos^2(\alpha).$$

При идеальном скрещивании поляризаторов (П и А) на просвет (без ОИ) в этих приборах проявляется максимальный фон «гашения»  $J_0$ , который в других случаях может оказаться ниже из-за влияния поглотительно-рассеивательной способности ОИ:  $J_0 > J_{\text{фон}}$ . Эллипсометры ручного управления относятся непосредственно к 0-измерительному типу, когда по паре независимых ситуаций гашения (2 зонный метод) по значениям азимутов поляризаторов  $\Pi_{1,2}$  и  $A_{1,2}$  находят параметры  $\Psi$  и  $\Delta$  самого непосредственного ОИ без какого-либо влияния оптического тракта прибора.

Описание прибора по схеме – Г, Р, С, ОИ, А, У (ФЭУ) представлена на рис. 2.5 (Приложение 2).

В измерительных схемах 0-эллипсометрии (на полное гашение) с фиксированным компенсатором (С) азимут его положения ( $c = C_0$ ) выбирается при юстировке оптического тракта эллипсометра. В приборах серии ЛЭФ-3М-1 используется полихроматический компенсатор для видимого диапазона световых волн и ряд  $\lambda/4$  пластин из кристаллов кварца, служащих для исключения поляризации лазерного излучения источника Г за счёт однородного распределения световой энергии в пучках поляризованных по кругу лучей.

Оптическая ось прибора (ОО) от входной диафрагмы источника Г до выходной на ФЭУ физически представляет собой 3-х мерно изломанный световой луч значительной длины (около 1000 мм), несмотря на кажущуюся миниатюрность эллипсометра. В центре этого луча размещается ОИ. При диафрагме на ФЭУ порядка 0.5 мм расходимость лучей от ОИ будет не выше  $0.5/500 = 10^{-3}$  одного миллирадиана, что соизмеримо с собственной расходимостью лазерного генератора. Следовательно, ОО проходит в центре его лучей и состоит из совмещённых (то же 3-х мерно изломанных) полуосей двух механических плеч падения и отражения эллипсометра.

Оптические оси отдельных элементов оптического тракта прибора (Р, А, С) обычно стремятся при азимутальных вращениях вывести луч с главной ОО на свою коническую развёртку. Поэтому при всех измерениях следует единообразно корректировать текущее положение светового пучка на диафрагме выхода на ФЭУ с помощью визуального экрана (15). Критерием правильной юстировки положения луча может служить монотонное поведение средних значений показаний регистратора (13) при измерениях под разными углами падения-отражения  $\varphi$ : ( $0^0 \leq \varphi \leq 90^0$ ).

Электронный блок прибора (3) размещён в малогабаритном плоском электрически безопасном металлическом корпусе слева на станине (2). Два стрелочных индикаторных микроамперметра (13, 30) эстетично вписываются в строгий грамотно выполненный инженерный дизайн прибора. Этот блок совмещает в себе два высоковольтных источника питания для лазерного генератора Г и ФЭУ (порядка 1500 В) и рабочих напряжений для мотора механического модулятора (М) и синхронизирующего фотодиода (Ф). Контроль этих напряжений производится по показаниям токов на индикаторе 39 при нажатии ряда кнопок на боковом (слева) пульте 29 блока 3. На лицевом пульте этого блока размещён сетевой тумблер (31), кнопки установки постоянных времени  $T_{1,2}$  (32, 33) сглаживания высокочастотных шумов сигнала гашения на ФЭУ, кнопок включения подсветок (36, 37, 38) на оптических лимбах (11, 12, 14) и двух кнопок для сброса перегрузки ФЭУ (34) и включения (35) автоматической регулировки усиления (АРУ) сигнала гашения ФЭУ в отсчётном поле (до 50% размаха шкалы) регистратора (13).

Методология решения задач АРУ, по-видимому, основывается на привязке к максимуму шкалы регистрирующего микроамперметра (13) и сводится к установке динамического коэффициента усиления К, который регистрируется микроамперметром (30) и с помощью которого в условных единицах показаний регистратора U (13) относительные значения сигнала гашения можно рассчитать по формуле  $U_{\text{ФЭУ}} = U/K$  (в мкА). Абсолютные значения этого сигнала можно получить дополнительной калибровкой прибора.

К недостаткам такого изящного схемотехнического решения задач автоматического управления высоким напряжением на ФЭУ и случайным выходным сигналом на нём с регистрацией усиления на паре не перестраиваемых микроамперметров можно отнести:

- случайные переходы к режиму самовозбуждения, которые никак не связаны с установкой постоянных времени сглаживания высокочастотных шумов на полезном сигнале, частота селекции которого синхронизирована с оборотами вращения механического модулятора в КГц диапазоне;
- случайное зашкаливание (ослепление, перегорание) регистратора  $U \rightarrow 0$  при слишком резком сбрасывании уровня гашения ФЭУ человеком-оператором, управляющим вручную азимутами поляризаторов прибора;
- случайное перегорание защитных узлов электроники при экстратоках резкого зашкаливания регистратора при возможных оплошностях оператора, если время срабатывания защиты окажется более инерционным.

Включение прибора производится одним тумблером 31 при включении в сеть 220 В.

Требования техники безопасности при работе на настроенном ЛЭФ-3М-1 сводится к паре общеизвестных моментов:

- Нельзя при подключении прибора в сеть касаться пальцами усиков евровилки.
- Недопустимо прямое попадание лазерного излучения на сетчатку глаз.
- При включённом питании нельзя вскрывать блок электроники.

Методика многоугловых эллипсометрических измерений:

Конструктивно прибор позволяет варьировать угол падения излучения на поверхность объекта исследования в диапазоне от  $45^0$  до  $90^0$ .

Непосредственно измеряемыми величинами в 0-эллипсометрии являются азимуты положения поляризатора (P) и анализатора (A) при самом глубоком (глобальном) гашении сигнала на ФЭУ. По паре этих азимутов, полученных в независимых измерительных зонах гашения, простыми линейными преобразованиями, т.е. косвенно, определяют два  $\Psi(\varphi)$  и  $\Delta(\varphi)$  амплитудно-фазовых параметра эллипса поляризации отражённого от ОИ света:

$$\Psi = \frac{|A_1 - A_2|}{2} \quad (6.3)$$

$$\Delta = P_0 - (P_1 + P_2)$$

Согласно этим формулам, амплитудная функция от углов падения  $\Psi(\varphi)$  должна при углах Брюстера для идеальных диэлектриков стать равной нулю, т.е. азимуты  $A_{1,2}$  должны идти на сближение друг к другу. Этого всегда можно достичь, поскольку зоны измерений при добавлении  $180^0$  к любым азимутам, задающим полное гашение, повторяют это гашение с достаточно хорошей точностью, зависящей от совершенства оптических элементов прибора.

Фазовая функция должна воспроизводить для диэлектриков скачок от  $180^0$  до  $0^0$ .

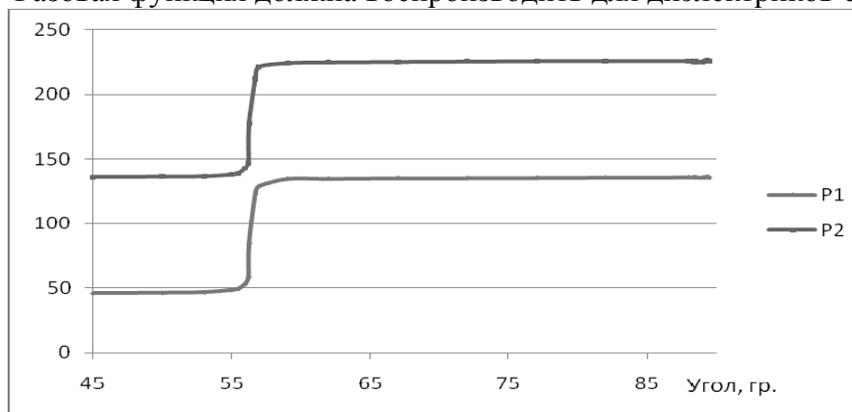


Рис. 6.1. Угловые развертки поведения азимутов  $P_{1,2}$  поляризатора.

На рисунке 6.1 представлены типовые развертки азимутов поляризатора от углов падения света на образец. В окрестности угла Брюстера наблюдается характерный скачок.

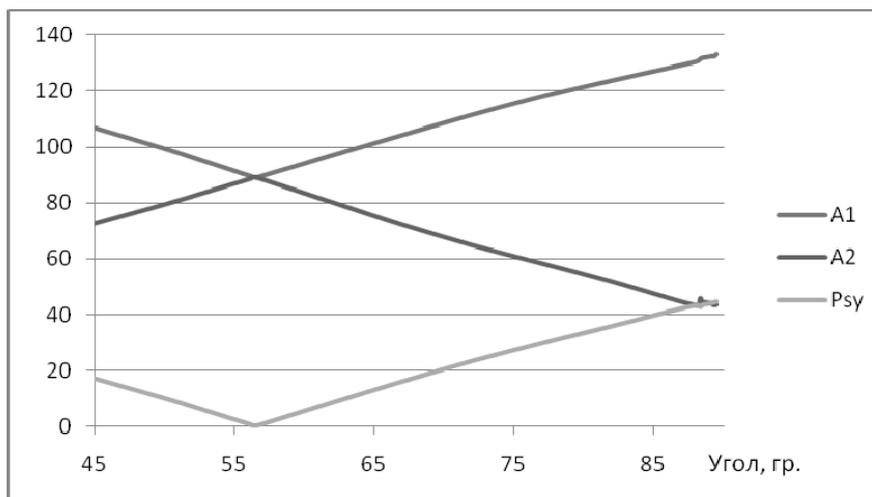


Рис. 6.2. Типовое поведение азимутов анализатора от углов падения и поведение амплитудной функции  $\Psi$ .

На рисунке 6.2 представлены типичные кривые, описывающие физически обоснованное сближение азимутов анализатора, и характерное поведение амплитудной функции, точка экстремума которой приходится на псевдобрюстеровский угол, тангенс которого определяет относительный показатель преломления исследуемой системы. Графическое определение псевдобрюстеровского угла аппроксимационным методом представлено на рисунке 6.3.

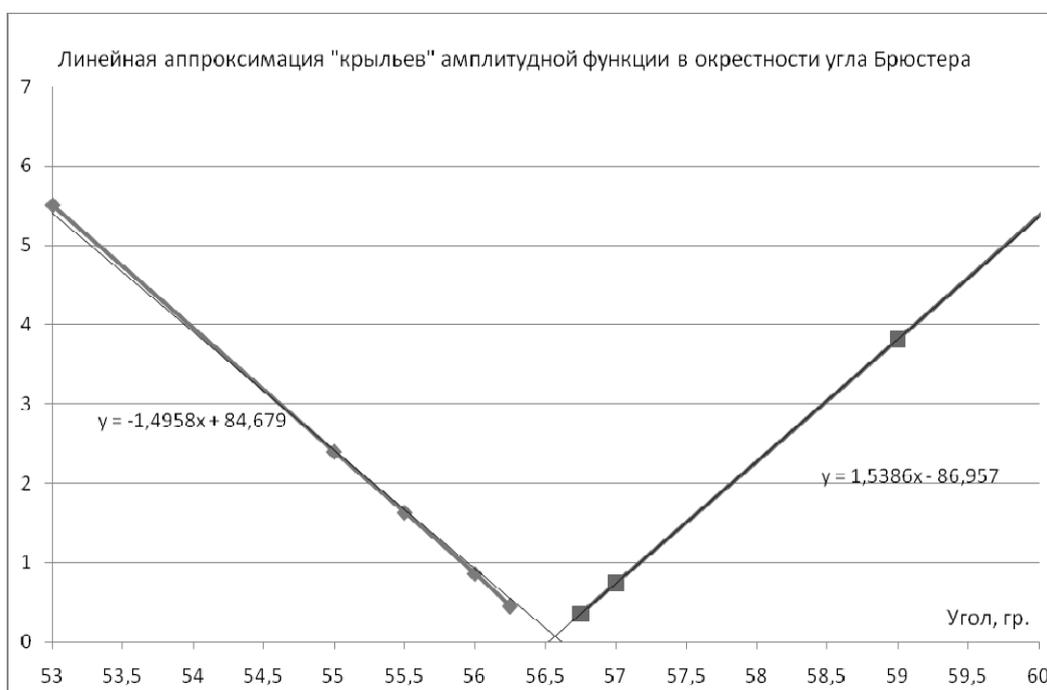


Рис. 6.3. Линейная аппроксимация амплитудной функции в окрестности угла Брюстера.

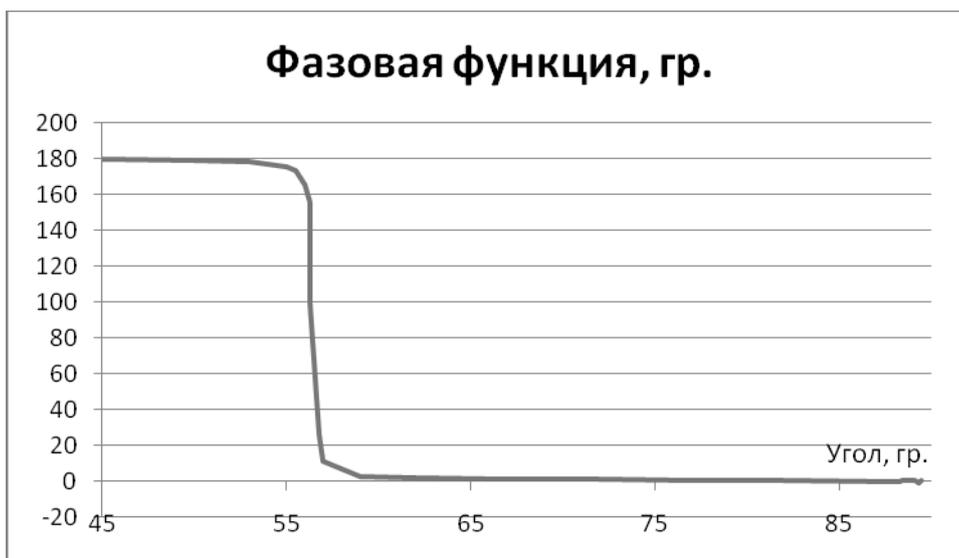


Рис. 6.4. Поведение фазовой функции от углов падения.

Рисунок 6.4 демонстрирует скачкообразную зависимость фазовой функции в окрестности псевдобрюстеровского угла. Такого рода скачок от  $180^{\circ}$  до  $0^{\circ}$  характерен для случая модели идеальной границы между исследуемым образцом и внешней средой.

Юстировочная постоянная  $P_0$  необходимая для построения фазовой функции определяется как раз из ожидаемого стремления этой функции к 0, обусловленного физикой явления отражения света от «идеальной» границы.

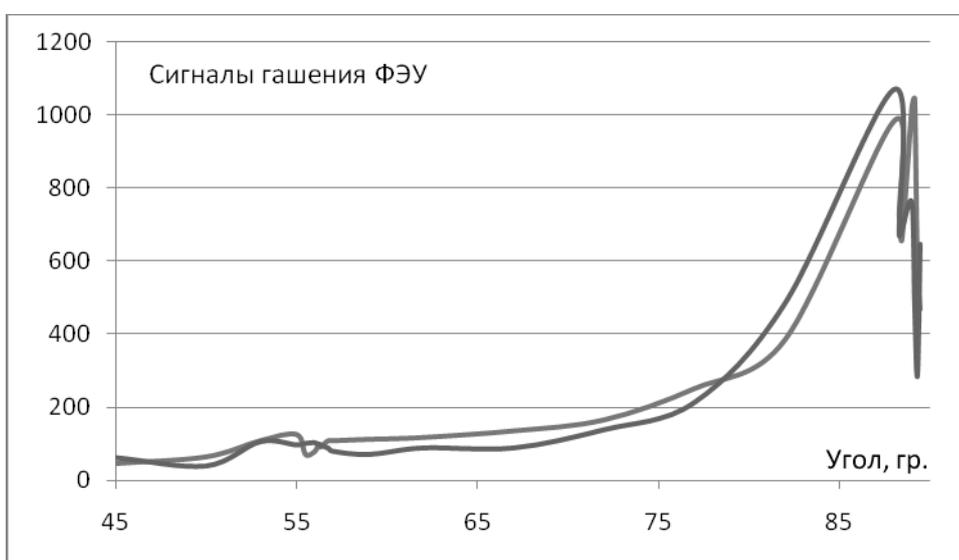


Рис. 6.5. Поведение сигнала гашения ноль-эллипсометра (на ФЭУ) от угла падения.

На рисунке 6.5 показано поведение сигнала гашения ФЭУ на ноль-эллипсометре от углов падения при остаточной деполяризации первичного линейно поляризованного излучения по механизму не зеркального (френелевского), а по механизму светорассеяния на границах материала в лучах зеркального канала отражения ( $\phi$ ), особенно ярко выраженного на скользящих углах падения.

*Экспериментальная часть. Подготовка к измерениям:*

1). Ознакомиться со схемой прибора и уяснить назначение органов управления элементами схемы (см. группу рисунков 2.1, 2.2, 2.3 из Приложения 2).

2). Проверить положение ручек переключателей светового сигнала, которые должны находиться в исходных положениях, обеспечивающих работу эллипсометра со штатным источником излучения и со штатным фотоприемником с визуальной индикацией светового пучка на экране:

- ручка переключателя источника - в положении «ИВ» (горизонтально);
- ручка переключателя индикации - в положении «+» (вертикально);
- ручка переключателя приемника - в положении «ПВ» (горизонтально).

3). Включить электронный блок нажатием кнопки «СЕТЬ». При этом загорится лампа подсветки шкалы индикатора интенсивности пучка света, на предметном столике с объектом измерения появится световое пятно лазера.

4). Расположить на предметном столике исследуемый образец так, чтобы световое пятно пучка света попало на измеряемую площадку в точке, расположенной строго на оси вращения столика. При необходимости повернуть столик вокруг своей оси или сдвинуть микровинтами в горизонтальной плоскости.

5). Установить заданный угол падения пучка на образец путем вращения маховичка с ручкой в ту или иную сторону. Для удобства в этом и в последующих разделах будем обозначать угол падения  $\varphi_0$ . Угол разворота плеч ( $2\varphi_0$ ) необходимо контролировать по показаниям угломерного устройства на экране после включения лампы подсветки кнопкой «УГОЛ». Установку заданного угла  $2\varphi_0$  завершить поворотом маховичка с ручкой по часовой стрелке во избежание «зависания» плеч относительно подъёмного механизма. Оценить неустранимую систематическую составляющую погрешности задания и отсчёта углов на оптических лимбах прибора.

7). Отъюстировать окончательно положение отражающей поверхности образца и добиться попадания отраженного от образца светового пучка через центр диафрагмы плеча анализатора в перекрестие экрана. Для этого изменить положение отражающей поверхности образца относительно горизонта, путем покачивания верхней площадки предметного столика или путем опускания (подъема) кронштейна предметного столика. Если интенсивность светового пятна на экране окажется недостаточной, увеличить ее путем поворота одного из рабочих азимутов поляризаторов эллипсометра на небольшой угол ( $10^\circ$ - $20^\circ$ ).

***Поиск минимума сигнала с помощью фотоприемного устройства:***

1) Добиться максимального гашения светового пятна на экране совместным вращением азимутов анализатора и поляризатора. После глубокого (на глаз) гашения переключить световой пучок на ФЭУ поворотом ручки переключателя индикации хода луча в горизонтальное положение. Ручка переключателя индикации переводится в горизонтальное положение только на время использования фотоприемного устройства с нуль-индикатором, т.е. при необходимости точного определения угловых положений рабочих азимутов эллипсометра, соответствующих минимальной интенсивности пучка света. Эта операция должна проводиться после предварительного гашения светового пучка на экране с визуальным контролем. Невыполнение этого требования может привести к неоправданно большой засветке фотокатода ФЭУ и чрезмерному току ФЭУ, что отрицательно отразится на работоспособности устройства в целом.

2) Включить автоматическую регулировку усиления фотоприемного устройства нажатием кнопки «АРУ».

3) При завершении поиска минимума светового сигнала и записи показаний гашения (индикатора и АРУ) выключить питание ФЭУ нажатием кнопки «СБРОС», а ручку переключателя индикации установить в вертикальное положение «+».

*Процедура измерений:*

1. Исследуемый образец положить на предметный столик 2.
2. Вращая маховичок с ручкой по часовой стрелке, установить по экрану заданный угол падения света  $45^{\circ} < \phi < 90^{\circ}$  (шаги последовательно от грубых пристрелочных, до точных на всем диапазоне выбранных углов с детализацией измерений в окрестности угла Брюстера и на скользящих углах падения до шага  $15'$ , указываемых в сводной таблице экспериментальных данных – таблица 1). Подсветка экрана осуществляется при нажатии кнопки «УГОЛ».
3. Путем поворота юстировочных винтов предметного столика добиться попадания отраженного светового пучка в трубу анализатора так, чтобы отраженный от образца световой луч попал в центр сетки зеркальной диафрагмы. Для контроля по экрану с перекрестием в центре повернуть ручку переключателя в положение ПВ.
4. Поворотом анализатора и поляризатора добиться минимальной интенсивности пучка света (гашения) на зеркальной диафрагме, контролируя уменьшение светового пятна по экрану. При этом ручка переключателя индикации находится в вертикальном положении «+».
5. Поворотом ручки переключателя индикации из положения «+» в положение «ПВ» переключить световой пучок на фотоприемник и добиться гашения сигнала по минимуму отклонения стрелки нуль-индикатора, изменяя положения поляризатора и анализатора. Записать значение сигнала фотоприемника в таблицу 1.
6. Определить по экранам первую пару значений  $P_1$  и  $A_1$ , соответствующих гашению излучения на выходе эллипсометра и результаты измерения занести в таблицу 1. Подсветка экранов осуществляется при нажатии соответствующих кнопок «Р» и «А».
7. Произвести сброс «АРУ» кнопкой «СБРОС» и переключить режим работы прибора из фотоэлектрического в визуальный, т.е. из положения «ПВ» в положение «+».
8. Ручкой повернуть поляризатор приблизительно на  $90^{\circ}$  в любую сторону.
9. По экрану определить значение  $A_2$ , соответствующее гашению излучения, и  $P_2$ , в окрестности установленного, не используя нуль-индикатор, т.е. визуально по экрану.
10. Определить точные значения  $P_2$  и  $A_2$  по нуль-индикатору, добиваясь гашения сигнала на выходе фотоприемника изменением положений поляризатора и анализатора. Ручка переключателя индикации в положении «ПВ». Результаты измерения занести в таблицу 1.
11. Повторить п.п. 7.
12. Изменить угол падения света на образец и повторить все измерения с п. 2.

Сводная таблица экспериментальных данных.

Угол падения	$P_1$	$A_1$	Значение ФЭУ	$P_2$	$A_2$	Значение ФЭУ	$\Psi$ - функция	$\Delta$ - функция

*Обработка экспериментальных данных:*

1. Построить зависимости значений азимутов  $\Pi$  и  $A$  от угла падения.
2. Рассчитать значения поляризационных углов  $\Psi$  и  $\Delta$ , используя выражение 6.3. Вписать их в таблицу 1.
3. Построить графики зависимостей  $\Psi$  и  $\Delta$  функций от углов падения.
4. Графически (методом линейной аппроксимации) определить псевдобрюстеровский угол и оценить показатель преломления исследуемого материала.



В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»

---

## КАФЕДРА ТВЕРДОТЕЛЬНОЙ ОПТОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра входит в состав **Инженерно-физического** факультета **СПбНИУ ИТМО**. На ее базе ведется активная учебная и научная деятельность. Студенты кафедры получают усиленную подготовку в области физической оптики и других отраслях науки.

Кафедра была организована в 1983 году в период выделения оптоэлектроники в самостоятельную область науки и производства.

Кафедра укомплектована высококвалифицированными специалистами, как штатными, так и совместителями, являющимися ведущими экспертами в отраслях и требовательными к ученому процессу. В состав кафедры входят шесть научно-учебных лабораторий, оснащенных современным оборудованием.

Выпускники кафедры получают подготовку по физической оптике, физике твердого тела, оптическим методам передачи и обработке информации, оптико-физическим измерениям, лазерной технике, волоконной и интегральной оптике, электронике, компьютерной технике и технологиям, оптико-электронным средствам массовой информации, живописи, экологии, иностранному языку, экономике, менеджменту и другим.

Широкая подготовка по ряду дисциплин в области оптоэлектроники дает возможность выпускникам легко ориентироваться на рынке труда. Выпускники кафедры работают в исследовательских институтах и лабораториях, производстве, бизнесе. Многие из них занимают ведущие административные должности.

## Научная деятельность кафедры.

Одним из традиционных направлений научной деятельности кафедры является эллипсометрия как высокоточный бесконтактный оптический метод измерения физических и геометрических характеристик тонких пленок и покрытий. Сотрудниками кафедры созданы оригинальные методики анализа поляризационно-оптических свойств однородных и неоднородных слоев и шероховатых поверхностей различных стекол и полупроводниковых материалов, разработаны специальная оптическая аппаратура и соответствующие пакеты программ для обработки данных эллипсометрии. Эти данные широко используются в технологии высококачественной обработки поверхностей силикатных и других сортов стекол и полупроводниковых материалов, лежащих в основе современных нанотехнологий. В рамках направления исследований и разработок новых методик неразрушающего контроля оптических материалов развиваются также методы голографической интерферометрии. С использованием современной аппаратуры, выполняются измерения спектральных характеристик отражения и пропускания различных оптических материалов, применяемых в современной оптоэлектронике, разрабатываются новые методики исследования оптических характеристик искусственных и природных сред, выполняются измерения кинетики флуоресценции органических и неорганических веществ.

В связи с актуальностью проблем развития оптоволоконных систем передачи информации, а также ввиду практической необходимости разработки высокоточных оптических измерительных устройств (оптических сенсоров), на кафедре проводятся исследования волоконно-оптических элементов оптических систем передачи и обработки информации. Разрабатываются новые волоконно-оптические датчики температуры, предназначенные для использования в электроэнергетике. С участием специалистов КНР выполнялись обширные экспериментальные исследования возможностей создания компактных интегрально-оптических гироскопов, подробно исследовались поляризационные свойства интегрально-оптических и волоконно-оптических элементов и устройств. С использованием волоконных интерферометров со сверхдлинной (свыше 10 км) базой разработаны методы измерения спектральных характеристик полупроводниковых излучателей с частотным разрешением на уровне 10-20 кГц. Проводятся экспериментальные и теоретические исследования нелинейно-оптических явлений в одномодовых волоконных световодах, целью которых является повышение чувствительности оптических измерительных устройств.

Значительный опыт, полученный на кафедре при проведении поляризационных и эллипсометрических исследований, используется в разработках новых методик исследования поляризационной чувствительности полупроводниковых фотоприемников, а также при разработке эффективных методов распознавания изображений.

На кафедре также выполняются научные работы и фундаментального характера. В частности, проводятся поисковые экспериментальные исследования некоторых аналогов оптических и гравитационных явлений. Результаты этих работ были представлены на международных конференциях (в США и Австралии), где получили высокую оценку.

### **Направления кафедры.**

Кафедра обучает по направлениям: лазерная техника и лазерные технологии, техническая физика.

Кафедра укомплектована высококвалифицированными специалистами, как штатными, так и совместителями, являющимися ведущими экспертами в отраслях и требовательными к ученому процессу. В состав кафедры входят шесть научно-учебных лабораторий, оснащенных современным оборудованием.

В рамках кафедры организована Учебно-исследовательская лаборатория «Технические Системы Безопасности».

Студенты кафедры в 2009 году приняли участие в организации на практике в Санкт-Петербургском Планетарии, так называемого «лазерного театра», который в течение 9 месяцев собирал аншлаги в Планетарии Санкт-Петербурга. Аспиранты и студенты-магистранты принимают участие в проектах по производства на кафедре лазерных проекторов, предназначенных для получения различных световых эффектов в ночных клубах, а также устройств для проведения лазерных шоу.

Ежегодно зарубежные университеты объявляют конкурсы на продолжение обучения на их базе. Поскольку в Университетах мира в основном культивируется ступенчатая система подготовки кадров, то наши бакалавры и магистры, вписываясь в эту систему, участвуют в конкурсах и часто их выигрывают, получают дипломы об окончании этих учебных заведений. Многие выпускники находят за рубежом работодателя и заключают с ним контракт на вполне определенных условиях по продолжительности и оплате труда. Студенты нашей кафедры активно участвуют в подобных конкурсах и ежегодно 1–2 человека выезжают за рубеж для продолжения обучения. Такими странами являются США, Великобритания, Германия, Швеция.

Некоторые фирмы зарубежных стран также объявляют конкурс для набора молодых специалистов, в котором участвуют и выпускники нашей кафедры. При этом к конкурсантам предъявляются весьма высокие требования. Но, тем не менее, наши выпускники участвуют в этих конкурсах и часто их выигрывают и на основании контракта выезжают на место работы. В случае положительных результатов работы контракты могут быть продлены.

При обучении студентам предлагается освоить три образовательные программы:

- Оптоэлектронные системы безопасности
- Физика и техника оптоэлектронных информационных систем
- Оптоэлектронные системы отображения информации и светового

дизайна

В рамках программы «Оптоэлектронные системы безопасности» обеспечивается подготовка в области оптоэлектронных систем охраны и наблюдения. При этом даётся базисное образование в рамках лазерной физики и технологии, что позволяет работать в будущем и по смежным специальностям.

Подготовка специалистов ведется с участием ряда научно-производственных коммерческих фирм, успешно работающих на Российском и зарубежном рынках, что даёт возможность практического изучения самой современной техники. Прохождение практик и стажировок в этих фирмах позволяет будущему выпускнику уверенно ориентироваться не только в

технических вопросах, но и получить первичные навыки менеджерской и маркетинговой деятельности.

При подготовке студентов по программе «Физика и техника оптоэлектронных информационных систем» делается упор на практическое применение современной оптоэлектроники, такие как: системы передачи, приёма, хранения, обработки и отображения информации на основе синтеза оптических и электрических методов. Оптоэлектроника открывает новые возможности в способах кодирования, скорости передачи, хранения и преобразования информации. Благодаря тому, что высокие технологии продолжают стремительно развиваться, специализация твёрдотельной оптоэлектроники уверенно шагает вперед.

Программа подготовки специалистов включает как изучение общеобразовательных дисциплин, так и ряда дисциплин:

- Физика полупроводников;
- Оптические методы передачи, приёма и обработки информации;
- Методы преобразования и обработки оптического сигнала;
- Компьютерное моделирование.

Образовательная программа «Оптоэлектронные системы отображения информации и светового дизайна». Это современный дизайн на основе достижений оптики, оптоэлектроники и лазерной техники.

Чтобы овладеть такой специализацией, которая является симбиозом гуманитарного и технического образования, необходим высокий уровень подготовки в оптике, электронике, вычислительной технике, которые в сочетании с такими дисциплинами оптика спецэффектов, компьютерное моделирование и управление параметрами световой волны позволяют разрабатывать светотехнические устройства на высоком современном уровне.

Для разработки дизайнерского проекта, основой которого является художественный образ, построенный на световых эффектах, необходимы знания особенностей психологии визуального восприятия и основ художественного конструирования, законов построения изобразительной композиции и цветоведения, компьютерной графики и графических приемов в композиции.

Вы сможете с помощью света и современных светотехнических средств решать различные дизайнерские задачи:

- Световой дизайн всевозможных объектов – от архитектурных ансамблей и исторических памятников до масштабных проектов по освещению мостов, улиц и площадей города
- Световой дизайн в оформлении интерьеров, дискотек, ресторанов, гостиниц, витрин и т.д.
- Световой дизайн в индустрии развлечений – от освещения праздничных мероприятий с лазерным шоу, до световых представлений на театральных сценах
- Световой дизайн в сфере рекламы

Программа подготовки обеспечивает возможность стать художником и инженером в одном лице. А это значит, что вы научитесь:

- Сами принимать художественное решение
- Конструировать разнообразные световые эффекты в виде художественных образов

Выполнить технический расчёт проекта, учитывая особенности психологического восприятия создаваемого реального изображения

Скалецкая Ирина Евгеньевна  
Прокопенко Виктор Трофимович  
Скалецкий Евгений Кириллович

**ВВЕДЕНИЕ В ПРИКЛАДНУЮ  
ЭЛЛИПСОМЕТРИЮ**  
**Часть 3. ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ ПРОХОДЯЩЕГО  
СВЕТА**

**Учебное пособие**

В авторской редакции  
Редакционно-издательский отдел НИУ ИТМО  
Зав. РИО  
Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99  
Подписано к печати  
Заказ №  
Тираж  
Отпечатано на ризографе

Н.Ф. Гусарова

## **Редакционно-издательский отдел**

Санкт-Петербургского национального  
исследовательского университета  
информационных технологий, механики  
и оптики

197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

