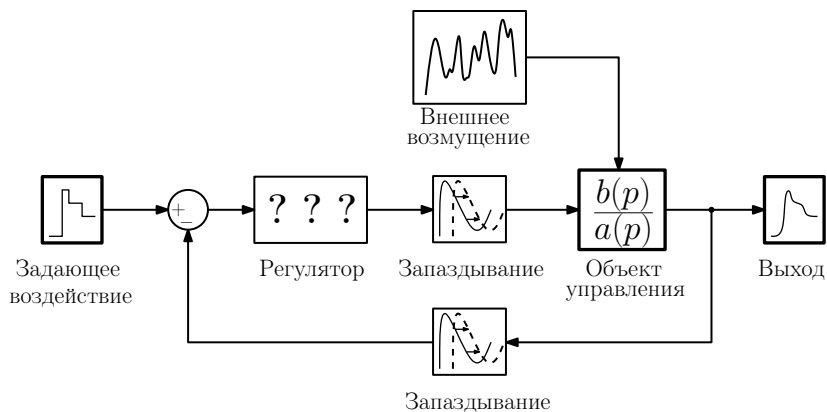


Бобцов Алексей Алексеевич
Пыркин Антон Александрович
Фуртат Игорь Борисович

УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ



Санкт-Петербург

2014

Министерство образования и науки Российской Федерации
Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский
Университет Информационных Технологий, Механики и Оптики

Кафедра систем управления и информатики

**Бобцов Алексей Алексеевич,
Пыркин Антон Александрович,
Фуртат Игорь Борисович**

УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Учебное пособие



Санкт-Петербург

2014

УДК 681.51, 681.53, 681.58

Бобцов А.А., Пыркин А.А., Фуртат И.Б., Управление системами с запаздыванием. Учебное пособие. — СПб.: Университет ИТМО, 2014. — 120с.

Учебное пособие посвящено исследованию современных методов адаптивного и робастного управления линейными и нелинейными объектами в условиях запаздывания и параметрической неопределенности. Описаны оригинальные, разработанные авторами алгоритмы оценивания параметров объектов управления. Рассмотрены способы стабилизации нелинейных систем с запаздывающим управлением. Пособие предназначено для студентов старших курсов факультета компьютерных технологий и управления НИУ ИТМО, специализирующихся по направлениям подготовки 220100 Системный анализ и управление, 220400 Управление в технических системах и 221000 Мехатроника и робототехника.

Илл. 24, список литературы — 60 наим.

Одобрено на заседании кафедры СУиИ, протокол № 7 от 15.05.2014

Одобрено Ученым советом факультета КТиУ, протокол № 6 от 24.06.2014

В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория “Национальный исследовательский университет”. Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009-2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование “Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики”.



© Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 2014

© Бобцов А.А., Пыркин А.А., Фуртат И.Б., 2014

Оглавление

Введение	5
Глава 1 Обзор методов управления в условиях запаздывания	12
1.1 Введение в проблематику	12
1.2 Предиктор Смита	15
1.3 Предиктор для неустойчивых систем	18
1.4 Управление с предиктором по выходу	22
1.5 Системы с запаздыванием и неизвестными параметрами	24
Глава 2 Адаптивное управление по состоянию в условиях входного запаздывания и возмущений	26
2.1 Управление линейными системами с известными параметрами	27
2.1.1 Постановка задачи	27
2.1.2 Стабилизация системы	28
2.1.3 Оценивание частоты возмущения	31
2.1.4 Компенсация возмущения	35
2.1.5 Числовой пример 2.1	41
2.2 Управление нелинейными системами с известными параметрами	45
2.2.1 Постановка задачи	45
2.2.2 Базовый алгоритм стабилизации	46
2.2.3 Оценка возмущающего воздействия	48
2.2.4 Синтез алгоритма управления	52

2.2.5	Числовой пример 2.2	55
2.3	Управление линейными системами с неизвестными параметрами	58
2.3.1	Постановка задачи	58
2.3.2	Алгоритм управления параметрически не определенным объектом с входным запаздыванием	58
2.3.3	Числовой пример 2.3	60
2.3.4	Алгоритм компенсации возмущения	63
2.3.5	Числовой пример 2.4	65
Глава 3 Адаптивное управление по выходу параметрически неопределенными системами		68
3.1	Постановка задачи	69
3.2	Адаптивный предиктор	70
3.3	Управление с использованием модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка	72
3.3.1	Числовой пример 3.1	81
3.4	Алгоритмы адаптивного управления без прогнозирующих устройств для устойчивых объектов	83
3.4.1	Метод решения	84
3.4.2	Числовой пример 3.2	93
3.5	Алгоритмы адаптивного управления без прогнозирующих устройств для неустойчивых объектов	95
3.5.1	Метод решения	98
3.5.2	Числовой пример 3.3	103
Заключение		110
Список литературы		111

Введение

В теории автоматического управления особое место занимают системы с запаздыванием, задача управления которыми всегда привлекала внимание многих исследователей [4–8, 10, 12, 13, 15, 16, 20, 21, 23, 24, 27, 28, 32, 33, 39, 40, 43, 45, 58, 59]. Выделение объектов с запаздыванием в отдельный класс вызвано, прежде всего, сложностью их исследования по сравнению с объектами, не содержащих временного запаздывания. Характерной особенностью систем управления для объектов с запаздыванием является зависимость состояния управляемого процесса от предыстории, и пренебрежение влиянием запаздывания приводит к ухудшению качества функционирования системы.

Эффект запаздывания особенно ярко проявляется при автоматическом управлении высокоскоростными самолетами, ракетами и сложными системами при наличии больших расстояний. Запаздывание реакции управляющей системы на возникшее нарушение процесса приводит, как правило, к возникновению автоколебаний в замкнутой системе, а нередко и к потере устойчивости.

Транспортное запаздывание может возникать в силу конструктивных особенностей системы. Например, при автоматическом управлении впрыском топлива в инжекторном двигателе внутреннего сгорания анализатор выхлопного газа проблематично поместить непосредственно в камеру сгорания [30]. Решение задачи поддержания заданного стехиометрического соотношения является экологически и экономически выгодным, поскольку с одной стороны в атмосферу не выбрасываются вредные вещества, вызванные частичным сгоранием топлива, а с другой стороны производится оптимальный по объему впрыск топлива, необходимый для функ-

ционирования двигателя.

Бурный рост информационно-коммуникационных технологий привел к обширному использованию цифровых контроллеров в современных системах автоматике. Простота реализации, недорогая стоимость и малые габариты — все это привело к замене классических аналоговых регуляторов цифровыми. Однако, несмотря на относительно высокое быстродействие современные контроллеры, в силу сложности алгоритма управления, могут вызывать крайне нежелательное запаздывание.

При синтезе законов управления сложными химическими реакторами запаздывание имеет место в силу особенностей протекания химических реакций. Также запаздывание можно встретить, работая с экологическими, эволюционными, организационными, транспортными системами и многими другими.

При необходимости учитывать время запаздывания в математической модели следует использовать уравнения в форме, более общей, чем дифференциальная, а именно — дифференциально-разностные уравнения, представляющие собой более общий класс функциональных уравнений. Математическая модель в виде дифференциально-разностных уравнений охватывает в частных случаях процессы, описываемые дифференциальными уравнениями (то есть непрерывные системы регулирования), и процессы, описываемые разностными уравнениями (то есть импульсные системы регулирования). Кроме чистого запаздывания, рассмотрение которого приводит к дифференциально-разностным уравнениям, в системах управления встречаются так называемые распределенные запаздывания. Такое запаздывание наблюдается в системах с распределенными параметрами, описываемыми дифференциальными уравнениями в частных производных. В теории регулирования встречается также понятие эквивалентного запаздывания, которое используется при замене дифференциальных уравнений высокого порядка дифференциально-разностными уравнениями низкого порядка или нелинейных дифференциальных уравнений, линейными дифференциально-разностными уравнениями.

В настоящее время имеется большое количество работ по исследованию систем с запаздыванием [32, 39]. Отметим, что использование функций Ляпунова для исследования устойчивости данного типа систем нельзя рассматривать в качестве общего подхода, по-

скольку теоремы прямого метода Ляпунова не допускают обращения. Поэтому большое значение имели работы [7, 12], где для анализа устойчивости было предложено рассматривать вместо функций Ляпунова функционалы Ляпунова-Красовского, обладающие аналогичными свойствами.

Системы с запаздыванием можно разделить на три класса:

- объекты с запаздыванием по управлению;
- объекты с запаздыванием по состоянию, из которых можно выделить особый класс объектов — объекты нейтрального типа;
- объекты с запаздыванием по управлению и состоянию.

Синтез систем управления для объектов с запаздывающим управлением требует учета влияния величины запаздывания на устойчивость и качество переходных процессов в замкнутой системе. Уникальным подходом была идея Отто Смита [57, 58]. Она заключалась в построении системы управления, в которой запаздывание не влияет на устойчивость и качество переходных процессов. Недостатками такого подхода является то, что он рассчитан только на асимптотически устойчивые объекты управления, а также необходимость точного знания всех параметров системы. В последующие годы учеными со всего мира исследовались и были решены более сложные постановки задач управления в условиях запаздывания: для дискретных объектов управления [22], для параметрически не определенных объектов управления [8, 14, 31, 49], для неустойчивых объектов управления [39, 40, 43].

В настоящее время нет удовлетворительных решений, связанных с синтезом регуляторов в условиях временного запаздывания и возмущений. Задача компенсации внешних возмущающих воздействий относится к фундаментальным проблемам современной теории автоматического управления. Особый интерес представляют задачи управления по выходу, как линейными и нелинейными, так и устойчивыми и неустойчивыми объектами.

Весьма наглядный пример сложной технической системы, функционирующей в условиях нестационарной внешней среды, — надводное судно. В открытом море судно подвергается возмущениям,

имеющим различную природу и происхождение. Выделяют три типа возмущений, существенно влияющих на качество управления: ветровые воздействия, волновые воздействия и течение. Система автоматического управления движением судна может решать различные задачи: стабилизация курса, движение вдоль заданной траектории, стабилизация продольной и поперечной скоростей, динамическое позиционирование в точке. К системам автоматического управления движением предъявляются жесткие требования к динамическим и точностным показателям качества. Например, для задачи стабилизации курса установившаяся ошибка не должна превышать значение 1 градуса. Для нефтеналивных судов большого водоизмещения, длина которых может быть более 100 метров, необходимо синтезировать системы динамического позиционирования в точке. При том, что судно может находиться под нефтяной вышкой более суток, система управления должна обеспечивать точность позиционирования с отклонением не более 20 см при различного рода возмущениях.

Более сложными техническими объектами в смысле управления являются летательные аппараты, обладающие сравнительно высокими скоростями полета. Сложность объясняется повышенными требованиями к безопасности движения. При этом сам летательный аппарат подвержен весьма серьезным внешним воздействиям: ветер, зоны турбулентности, грозовые тучи, и многое другое, характерное для данного типа объектов управления.

Нормальное функционирование высокоточных оптических систем требуют относительно спокойной и неподвижной внешней среды. Наличие возмущающих воздействий может крайне негативно сказываться на работе такой системы, поэтому влияние возмущения должно быть устранено. В прецизионном электроприводе необходимо минимизировать траекторную ошибку с помощью компенсации возмущающих воздействий. Задача компенсации возмущений решается стендами активной виброзащиты.

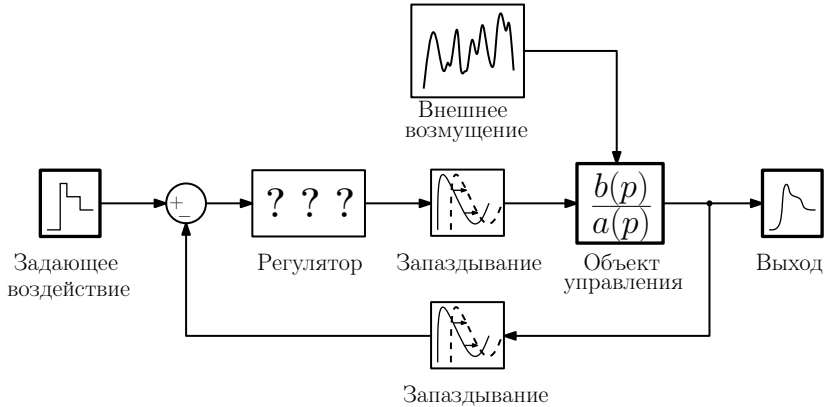
Заданную траекторию при движении орбитального тела сохраняет только центр масс, а весь корабль под действием различных возмущающих моментов может вращаться относительно системы координат, связанной с центром масс. Чтобы корпус корабля был неподвижен относительно своего центра, необходимо его стабилизировать в нужном положении. Управление кораблем или орбиталь-

ной космической станцией — это не только стабилизация его относительно центра масс, но и ориентация по отношению к внешней системе координат, например, по отношению к Солнцу. Сохранению же полученной ориентации будут препятствовать различного рода регулярные и нерегулярные возмущения, компенсация которых и составляет задачу стабилизации.

Система стабилизации должна работать непрерывно, быть очень чувствительной к возмущающим моментам, которые могут иметь самое разнообразное происхождение, величину и продолжительность действия. Причин возможных внешних возмущений — десятки. Это и силы аэродинамического сопротивления, и гравитационное и магнитное поля Земли, и давление солнечной радиации, и столкновение с метеорами, возможные толчки и удары при встрече с другими космическими аппаратами. Источники возмущающих моментов могут находиться как внутри орбитальной космической станцией, так и вне ее.

Внутренние возмущения могут быть вызваны не только работой подвижных частей оборудования, но и перемещениями членов экипажа. Если возмущения не компенсировать постоянно, то импульс момента может быть очень большим, а угловые скорости вращения будут расти неограниченно и станция может раскрутиться до большой скорости. Внешние возмущения естественного происхождения — аэродинамического, гравитационного или магнитного — характеризуются, с одной стороны, весьма малыми значениями возмущающего момента, с другой стороны, довольно большой продолжительностью их действия.

Нет никаких сомнений, что задача активной компенсации возмущающих воздействий является актуальной для широкого класса технических объектов управления. На сегодняшний день получено большое число алгоритмов управления в условиях внешних воздействий [2, 3, 11, 25, 26, 51–53]). Как правило, подходы к управлению при наличии возмущения предполагают использование интегральных регуляторов, повышение у системы порядка астатизма или же встраивание известной модели возмущающего воздействия (комбинированные регуляторы), что в подавляющем большинстве случаев является сильной идеализацией. Однако, применение указанных методов ограничивается классом измеряемых, ограниченных возмущений или же возмущений с известной динамической моделью. С



развитием адаптивного управления удалось найти более конструктивные решения в классе параметрически и сигнально не определенных детерминированных возмущений [11, 26, 51].

При огромном количестве работ, посвященных методам синтеза регуляторов в условиях запаздывания зачастую не рассматривается наличие внешних возмущений, при этом не ясно, является ли тот или иной предложенный метод пригодным к использованию в реальном техническом объекте. Существует не меньшее количество результатов, где получены адаптивные и робастные схемы компенсации параметрически не определенных возмущающих воздействий. Однако, при наличии временного запаздывания в контуре управления практически все эти методы становятся неэффективными. В связи с этим студентам предлагается изучить подходы, позволяющие работать в условиях и запаздывания, параметрической неопределенности и действия внешних возмущений, чему посвящено учебное пособие.

Описанные в учебном пособии подходы базируются на методе функций Ляпунова, анализе амплитудно-фазовых частотных характеристик линейных динамических звеньев, методе “backstepping” Мирослава Крстича. В пособии также использованы общие методы теории автоматического управления и автоматизации технологических процессов, алгебры многочленов и теории

матриц, теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом.

В пособии предложены оригинальные методы компенсации детерминированного гармонического возмущения, действующего на неустойчивые нелинейные объекты с запаздыванием в канале управления. Наиболее значимым является объединение результатов по компенсации возмущений и метода М. Крстича [39] по стабилизации неустойчивых объектов управления с запаздыванием, что позволило получить новый метод управления неустойчивыми объектами с запаздыванием в условиях параметрически не определенных возмущающих воздействий.

Управление в условиях параметрической неопределенности и при измерении скалярных входов и выходов объекта с запаздыванием безусловно является наиболее сложной задачей. В пособии представлены алгоритмы управления, как с использованием прогнозирующих устройств, так и без них. Представленные алгоритмы обеспечивают слежение выхода объекта за эталонным сигналом с заданной точностью, при этом динамический порядок объекта может быть произвольным. Приведены результаты моделирования для случая, если запаздывание в объекте неизвестно (но известна верхняя граница запаздывания) и объект управления подвержен внешним неконтролируемым ограниченными возмущениями.

Практическая значимость алгоритмов управления по выходу заключается в том, что такие методы (т. е. без измерения переменных состояния объекта или производных выходного сигнала) могут быть эффективно применены для широкого класса технических объектов, функционирующих в условиях возмущающих воздействий и запаздывания в каналах управления и измерения. Применение описанных методов позволяет существенно ослабить требования к объему априорной информации о свойствах среды функционирования объекта управления; значительно снизить затраты на разработку и использование сенсорной техники для измерения всех переменных состояния системы или производных выходной переменной; расширить класс технических объектов, для которых могут быть успешно решены задачи высокоточного управления; повысить надежность системы благодаря устранению дополнительных помех, вызванных использованием датчиков переменных состояния или вычислителей производных выходной переменной.

Глава 1

Обзор методов управления в условиях запаздывания

В главе представлен обзор методов управления в условиях запаздывания. Рассмотрен сравнительный анализ существующих методов управления в условиях запаздывания. Выделены достоинства и недостатки известных подходов.

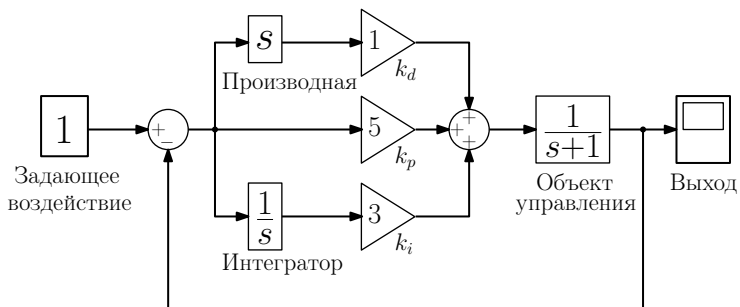
1.1 Введение в проблематику

Характерной особенностью систем управления для объектов с запаздыванием является зависимость состояния управляемого процесса от предыстории, и пренебрежение влиянием запаздывания приводит к ухудшению качества функционирования системы, а иногда и к потере устойчивости.

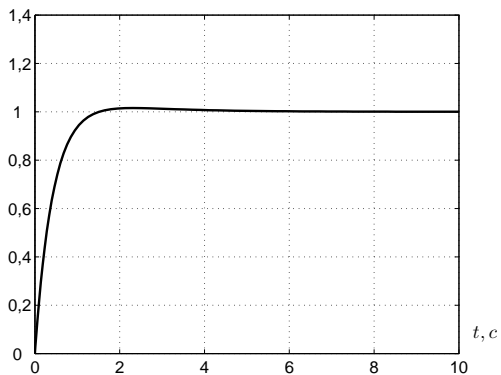
Рассмотрим простейший объект управления, описываемый аperiodическим звеном первого порядка, и пропорционально-интегрально-дифференциальный закон управления. Показатели качества определяются коэффициентами регулятора k_p , k_d и k_i (Рис. 1.1).

Если канал измерения характеризуется запаздыванием, то становится затруднительным обеспечение требуемых показателей качества с помощью того же регулятора (Рис. 1.2). При некотором критическом значении запаздывания система управления потеряет устойчивость. Это объясняется тем, что звено запаздывания вносит отрицательный сдвиг фазы в систему.

Пропорционально-интегрально-дифференциальный алгоритм

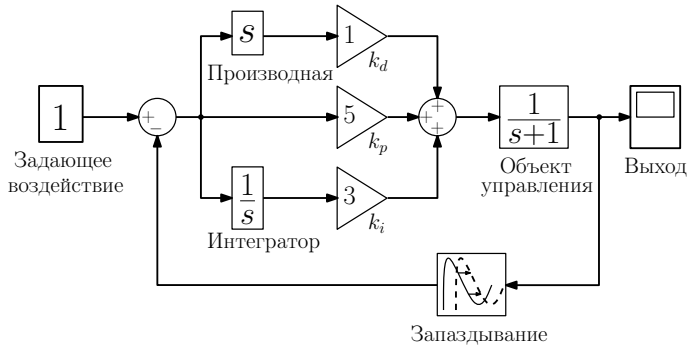


(а) Структурная схема замкнутой системы

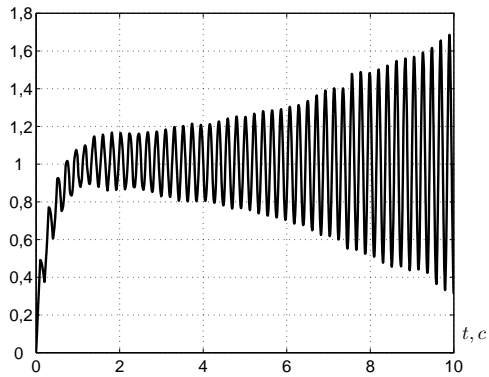


(б) Временная диаграмма выходной переменной

Рис. 1.1. Система управления с ПИД-регулятором



(а) Запаздывание в канале измерения



(б) Неустойчивый процесс

Рис. 1.2. Потеря устойчивости системы управления из-за запаздывания $h = 0,1$ секунд

управления является достаточно популярным как в теории, так и в практике, в силу простоты реализации и анализа. Однако, как показано на рис. 1.1, 1.2 наличие очень маленького запаздывания делает систему неустойчивой. В этом случае задача настройки параметров регулятора представляется очень сложной, а может и вовсе неразрешимой, если сигнал управления ограничен по модулю. В связи с этим задачи управления в условиях запаздывания — это особый класс задач, требующий специального рассмотрения, разработки новых методов управления, ориентированных на возможное временное запаздывание в канальной среде.

В работах [1, 54, 55] рассматривается нелинейный объект управления при наличии запаздывания по состоянию. Задача решена методом профессора Бобцова “последовательный компенсатор”. Данный метод также позволяет решать задачи слежения в условиях параметрической и функциональной неопределенности, неучтенной паразитной динамики, внешних возмущающих воздействий. В качестве недостатка этого подхода отметим отсутствие в рассмотрении запаздывания в канале управления или измерения.

В статье [31] решается задача стабилизации линейного объекта управления с запаздыванием по управлению. Группа ученых профессора Цыкунова А.М. получила достаточно много серьезных теоретических результатов для систем с входным запаздыванием, и даже для параметрически не определенных объектов [10, 14–20]. Однако в этих работах не рассматриваются возмущения.

1.2 Предиктор Смита

Стабилизация линейных систем с запаздыванием в канале управления продолжает быть областью активных исследований. Различные схемы управления объектами с запаздыванием на входе предложены многими авторами, отправной точкой во многих из них является предиктор Смита [57, 58], специальная структура регулятора, предложенная Смитом в 1957 году.

Цель предиктора Смита — предсказать, какой сигнал должен появиться на выходе до того, как он там появится на самом деле. Для предсказания можно использовать модель объекта управления, состоящую из дробно-рациональной части $M_0(s)$ и транспорт-

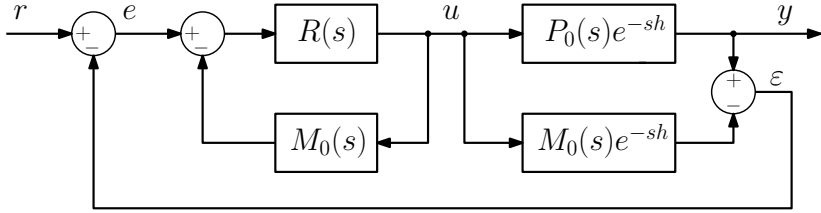


Рис. 1.3. Система управления с предиктором Смита

ной задержки e^{-sh} . Благодаря тому, что из модели можно исключить задержку, появляется принципиальная возможность предсказания поведения объекта до появления сигнала на его выходе. На рис. 1.3 представлена структурная схема замкнутой системы с предиктором Смита. Здесь R — структура обычного ПИД-регулятора, $P_0(s)e^{-sh}$ — передаточная функция объекта управления.

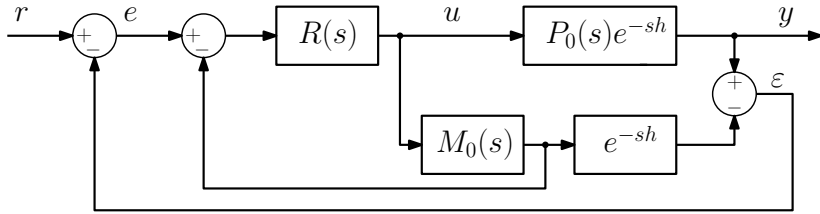
Принцип работы системы состоит в следующем. Предположим, что модель абсолютно точна. Тогда разность сигналов на выходах модели и объекта будет равна нулю ($\varepsilon = 0$). Но в таком случае непосредственно из схемы на рис. 1.3 можно получить:

$$y = P_0 e^{-sh} \left(\frac{R}{1 + RM_0} \right) r = \left(\frac{P_0 R}{1 + RP_0} e^{-sh} \right) r. \quad (1.1)$$

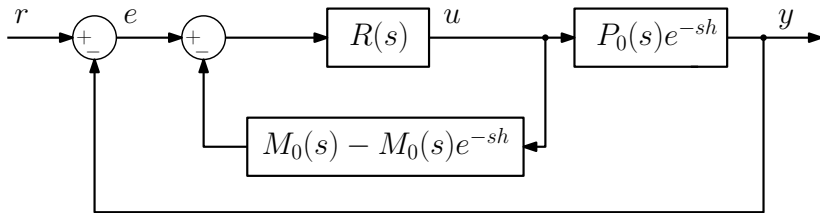
В этом выражении член $\left(\frac{P_0 R}{1 + RP_0} \right)$ представляет собой передаточную функцию системы без запаздывания. А это значит, что звено с транспортной задержкой не входит в контур обратной связи и не влияет на устойчивость и быстродействие системы, то есть происходит регулирование в контуре с моделью без запаздывания, а транспортная задержка прибавляется к полученному результату.

Рассмотрим теперь работу предиктора Смита без предположения $\varepsilon = 0$. В этом случае схему на рис. 1.3 можно описать следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} y &= P_0 e^{-sh} R (r - \varepsilon - M_0 u), \quad \varepsilon = y - M_0 e^{-sh} u, \\ y &= P_0 e^{-sh} u, \end{aligned} \quad (1.2)$$



(а) Модифицированная структура предиктора Смита



(б) Модифицированная структура предиктора Смита

Рис. 1.4. Модификации системы управления с предиктором Смита

откуда можно найти

$$y = \left[\frac{P_0 R}{1 + R M_0 + R(P_0 - M_0)e^{-sh}} r \right] e^{-sh}. \quad (1.3)$$

Как видим, с ростом точности модели разность $M_0 - P_0$ в знаменателе стремится к нулю, и из передаточной функции системы исключается запаздывание, которое только добавляется к результату регулирования (в квадратных скобках в (1.3)).

С помощью топологических преобразований структурных схем можно получить много эквивалентных между собой структур систем с предиктором Смита. Две из них представлены на рис. 1.4. Можно показать, что они описываются тем же уравнением (1.3).

Предиктивный пропорционально-интегральный регулятор (сокращенно ППИ-регулятор) является модификацией предиктора Смита, которая распространена в системах автоматического управления более широко, чем сам предиктор Смита. Один из вариантов ППИ-регулятора изображен на рисунке 1.5

Наиболее важные работы [24, 29, 34, 40, 43, 48, 50], основанные на предикторе Смита, используют конечномерные модели и струк-

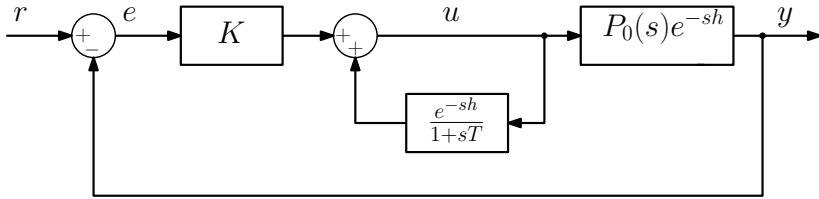


Рис. 1.5. Система управления с ППИ-регулятором

туры. На ряду с ними стоит выделить адаптивные версии линейных регуляторов, основанных на предикторе [49], где адаптивный алгоритм управления разработан даже для неизвестного запаздывания [27]. Более того, существуют различные схемы построения регуляторов для нелинейных систем [33–35, 37, 44, 46].

1.3 Предиктор для неустойчивых систем

Линейным системам с входным запаздыванием посвящено огромное количество работ. Однако, остаются нерешенными такие задачи как системы с запаздыванием и по входу, и по состоянию, даже для линейного случая. При такой постановке классический подход становится неприменимым. Предиктор Смита рассчитан только на асимптотически устойчивые объекты, так как не учитывает свободную составляющую движения системы, обусловленную ненулевыми начальными условиями.

Обозначенные задачи были решены всемирно известным ученым Мирославом Крстичом с помощью его метода бэкстеппинг (“backstepping” — обратный обход интегратора, [9, 39]). Также данный метод позволил решить широкий спектр задач управления в условиях запаздывания, включая нелинейные системы, неустойчивые системы, неизвестное запаздывание, дополнительная динамика в системе, описываемая уравнениями в частных производных [37, 38]. Под решением задачи понимается аналитическое доказательство (экспоненциальной) устойчивости замкнутой системы.

Рассмотрим предиктор Крстича на наиболее простой задаче: стабилизация неустойчивой линейной системы с запаздыванием в

канале управления. Дело в том, что более сложные задачи решаются с помощью этого же подхода с соответствующими модификациями: управление по выходу [52], управление бесконечномерными объектами, описываемыми уравнениями в частных производных и другие.

Рассмотрим линейный объект вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - D), \quad (1.4)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, пара (A, B) полностью управляема, и управление $u(t)$ запаздывает на D секунд.

Нетрудно видеть, что для стабилизации системы (1.4) достаточно построить управление в виде

$$u(t - D) = Kx(t), \quad (1.5)$$

где вектор-строка K обеспечивает гурвицевость матрицы $A + BK$. Откуда имеем физически не реализуемый алгоритм управления

$$u(t) = Kx(t + D). \quad (1.6)$$

Тем не менее, используя решение для $x(t)$ с учетом начальных условий, получим

$$x(t + D) = e^{AD}x(t) + \int_{t-D}^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau, \quad \forall t \geq 0, \quad (1.7)$$

откуда имеем закон управления по состоянию

$$u(t) = K \left[e^{AD}x(t) + \int_{t-D}^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \right], \quad \forall t \geq 0, \quad (1.8)$$

который является реализуемым, хоть и является бесконечномерным, так как содержит член с распределенным запаздыванием $\int_{t-D}^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$. В замкнутом контуре исчезло запаздывание:

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t), \quad \forall t \geq D. \quad (1.9)$$

Выражение (1.9) справедливо только после D секунд, а до этого момента состояние объекта изменяется по закону:

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau - D)d\tau. \quad \forall t \in [0, D]. \quad (1.10)$$

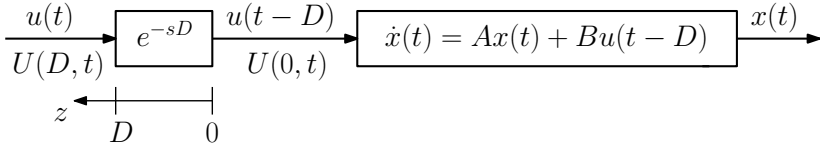


Рис. 1.6. Линейный объект с запаздыванием в канале управления

Закон управления вида (1.8) впервые был получен с позиций конечно-мерного представления системы [40, 43] и редуцированного подхода [24]. На первый взгляд, такое интуитивно простое решение лежит на поверхности, однако вопрос о доказательстве устойчивости замкнутой системы остался без ответа. Проблема заключается в том, что в данном случае не удается применить функционал Ляпунова-Красовского и доказать устойчивость. Метод Крстича “backstpping” позволяет это сделать.

Запаздывание может быть представлено в виде уравнения в частных производных первого порядка

$$U_t(z, t) = U_z(z, t), \quad (1.11)$$

$$U(D, t) = u(t), \quad (1.12)$$

где индексы z и t означают частную производную по соответствующему аргументу. Решение (1.11), (1.12) имеет вид

$$U(z, t) = u(t + z - D), \quad (1.13)$$

где выход блока запаздывания

$$U(0, t) = u(t - D) \quad (1.14)$$

определяет запаздывающее управление (рис. 1.6).

Рассмотрим преобразование вида бэкстеппинг [39]

$$W(z, t) = U(z, t) - \int_0^z q(z, \zeta) U(\zeta, t) d\zeta - \gamma(z)^T x(t), \quad (1.15)$$

которое позволяет преобразовать исходную систему (1.4), (1.11)–

(1.14) в устойчивую целевую систему

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) + BW(0, t), \quad (1.16)$$

$$W_t(z, t) = W_z(z, t), \quad (1.17)$$

$$W(D, t) = 0. \quad (1.18)$$

Рассчитывая производные $W_t(z, t)$ и $W_z(z, t)$, нетрудно найти решение для функций $q(z, \zeta)$ и $\gamma(z)$:

$$q(z, \zeta) = Ke^{A(z-\zeta)}B, \quad \gamma(z)^T = Ke^{Az}. \quad (1.19)$$

Подставляя $q(z, \zeta)$ и $\gamma(z)$ в (1.15) и выбирая $z = D$, имеем закон управления

$$U(D, t) = \int_0^D Ke^{A(D-\zeta)}BU(\zeta, t)d\zeta + Ke^{AD}x(t), \quad (1.20)$$

тождественно равный (1.8).

Как и в редуцированном анализе (1.9) мы получили устойчивую систему (1.16), но при этом учтены начальные условия системы в виде возмущения $W(0, t)$. Заметим, что эта функция сходится к нулю за D секунд. Для доказательства экспоненциальной устойчивости системы (1.16) рассматривается функция Ляпунова [38, 39]

$$V(t) = x^T(t)Px(t) + \frac{\gamma}{2} \int_0^D (1+z)W(z, t)^2 dz, \quad (1.21)$$

где $P = P^T > 0$ — решение уравнения Ляпунова

$$P(A + BK) + (A + BK)^T P = -Q \quad (1.22)$$

для некоторой матрицы $Q + Q^T > 0$ и

$$\gamma = 4\lambda_{\max}(PBB^T P)/\lambda_{\min}(Q),$$

дает

$$\dot{V}(t) \leq -CV(t),$$

где

$$C = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}, \frac{1}{1+D} \right\}.$$

Таким образом, система (1.4), (1.8) является экспоненциально устойчивой.

Используя методику Крстича, удалось решить эту задачу при допущении измеримости вектора состояния [51] и при измерении только выходной переменной объекта [52]. Подробно эти алгоритмы управления представлены в следующем разделе пособия.

1.4 Управление с предиктором по выходу

В этом разделе представлен алгоритм управления линейным объектом управления по измерениям только выходной переменной. Для использования результата, описанного в предыдущем разделе, синтезируется наблюдатель состояния, а далее закон управления с предиктором.

Рассмотрим линейный объект вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - D), \quad y(t) = Cx(t), \quad (1.23)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $y(t) \in \mathbb{R}$ — выходная переменная, доступная для измерения, и управление $u(t)$ запаздывает на D секунд.

Предполагается, что пара (A, B) полностью управляема, а пара (A, C) полностью наблюдаема.

Рассмотрим наблюдатель состояния

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t - D) + L(y(t) - \hat{y}(t)), \quad \hat{y}(t) = C\hat{x}(t), \quad (1.24)$$

где L выбирается из условия гурвицевости матрицы $(A - LC)$.

Для невязки $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ и $\tilde{y}(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ имеем

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - LC)\tilde{x}(t), \quad \tilde{y}(t) = C\tilde{x}(t), \quad (1.25)$$

откуда нетрудно видеть, что функция $\tilde{x}(t)$ экспоненциально быстро сходится к нулю, то есть каждый элемент вектора ограничен затухающей экспонентой.

Рассмотрим аналогичное (1.15) преобразование вида бэкстеп-

ПИНГ

$$\begin{aligned}\hat{W}(z, t) &= U(z, t) - Ke^{Az}\hat{x}(t) - K \int_0^z e^{A(z-\zeta)} BU(\zeta, t) d\zeta \\ &\quad + K \int_z^D e^{A(z+D-\zeta)} L\tilde{Y}(\zeta, t) d\zeta,\end{aligned}\quad (1.26)$$

$$\tilde{Y}(z, t) = \tilde{y}(t + z - D), \quad (1.27)$$

$$\tilde{Y}_t(z, t) = \tilde{Y}_z(z, t), \quad (1.28)$$

$$\tilde{Y}(D, t) = \tilde{y}(t), \quad (1.29)$$

Выбирая $z = D$ с требованием равенства нулю члена $\hat{W}(D, t)$ в преобразовании (1.26), имеем реализуемый закон управления

$$u(t) = Ke^{AD}\hat{x}(t) + K \int_{t-D}^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau, \quad (1.30)$$

в котором использованы оценки состояния $\hat{x}(t)$.

Для анализа устойчивости объекта управления с наблюдателем и предиктором, необходимо рассмотреть уравнение замкнутой системы с учетом всех начальных условий. Для этого подставим в (1.23) преобразование (1.26) с параметром $z = 0$:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + BK\hat{x}(t) + K \int_0^D e^{A(D-\zeta)} L\tilde{Y}(\zeta, t) d\zeta + B\hat{W}(0, t) \\ &= (A + BK)x(t) + B\hat{W}(0, t) \\ &\quad - BK\tilde{x}(t) + BK \int_0^D e^{A(D-\zeta)} L\tilde{Y}(\zeta, t) d\zeta \\ &= (A + BK)x(t) + B\hat{W}(0, t) + B\varepsilon(t),\end{aligned}\quad (1.31)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (1.32)$$

$$\hat{W}_t(z, t) = \hat{W}_z(z, t), \quad (1.33)$$

$$\hat{W}(D, t) = 0, \quad (1.34)$$

где функция

$$\varepsilon(t) = -K\tilde{x}(t) + K \int_0^D e^{A(D-\zeta)} L\tilde{Y}(\zeta, t) d\zeta$$

является экспоненциально затухающей функцией времени в силу экспоненциальной сходимости к нулю вектора $\tilde{x}(t)$ и, как следствие, функции $\tilde{y}(t)$.

Таким образом, объект управления (1.23) и регулятор (1.30) соответствует устойчивой системе (1.31)-(1.34). Справедливость (1.33) нетрудно проверить, вычислив соответствующие производные. Устойчивость замкнутой системы (1.31)-(1.34) может быть доказана с помощью функции Ляпунова вида (1.21) аналогичным образом, как и в предыдущем разделе.

1.5 Системы с запаздыванием и неизвестными параметрами

На сегодняшний день проблема управления объектами в условии неопределенности – одна из фундаментальных задач теории и практики автоматического управления. Решению данной проблемы посвящено достаточно большое количество литературы (например [9,20]). Проблема управления в условии неопределенности усложняется, если в модели объекта присутствует запаздывание во входном сигнале.

По способу реализации системы управления объектами с запаздыванием по управлению можно условно разделить на два вида: одноконтурные и двухконтурные. Впервые были предложены двухконтурные системы управления, где в первом контуре осуществлялся прогноз регулируемой величины на время запаздывания, а во втором обеспечивалось выполнение поставленного целевого условия. Позже были предложены одноконтурные схемы управления, где исключался первый контур (предиктор). Стоит отметить, что, как правило, достоинства двухконтурной схемы управления состоят в применении предиктора, который позволяет получить модель объекта, не содержащую запаздывание. Поэтому для дальнейшего синтеза можно использовать любые решения, разработанные для объектов без запаздывания. Однако расчет и реализация двухконтурной системы управления может быть достаточно громоздкой, и динамический порядок регулятора высокий. Одноконтурная же система управления отличается простотой реализации и расчета, при этом динамический порядок регулятора не высокий.

Впервые решение задачи прогноза регулируемой величины на время запаздывания было рассмотрено в [57, 58]. Решение строилось на введении контура (предиктора Смита) параллельно объекту, который позволял получить новую модель объекта, не содержащую запаздывания. Позже для непрерывных объектов был также предложен регулятор Ресвика [4], для дискретных систем – предиктор Цыпкина [4, 22, 57, 58]. Однако решения [22] были получены при предположениях о знании параметров модели объекта, его устойчивости и минимальной фазовости.

Среди многочисленных решений, полученных для прогноза регулируемой величины на время запаздывания, предиктор Смита (включая его модификации) получил наиболее широкое распространение. Так, в [42] для управления объектами с неизвестными параметрами предложен перезапускающийся (*resetting*) предиктор Смита, где через заданные интервалы времени происходит перерасчет его состояния. В [17] предложен адаптивный вариант предиктора Смита с одним настраиваемым параметром для объектов с измеряемым вектором состояния. В [14] рассмотрено обобщение результата [17] для адаптивного управления, когда доступен измерению только скалярный выход объекта. В работе [39] для синтеза системы управления вначале предлагалось представить модель объекта, описываемую обыкновенным дифференциальным уравнением произвольного порядка с запаздыванием в виде гиперболического дифференциального уравнения в частных производных первого порядка. Дальнейший синтез системы управления основан на использовании метода обратного обхода интегратора [9] и предиктора Смита. В [49] рассмотрено неявное использование предиктора Смита для получения системы управления без прогнозирующих устройств. Однако в [49] был получен объект управления с положительно-обратной связью, что не гарантировало устойчивость замкнутой системы управления. Причем алгоритм [49] работоспособен только для объектов с относительной степенью не превышающей двух. В [19] предложено робастное управление объектами с запаздывающим входным сигналом. Получено условие на величину запаздывания, выполнение которого гарантирует работоспособность системы управления.

Глава 2

Адаптивное управление по состоянию в условиях входного запаздывания и возмущений

В главе представлен новый алгоритм стабилизации объектов, содержащих запаздывание в сигнале управления. Решается задача синтеза алгоритма управления по измерению переменных состояния для нелинейной системы. Задача синтеза стабилизирующего регулятора усложнена влиянием параметрически неопределенного синусоидального возмущающего воздействия.

Эта глава пособия посвящена развитию методов управления в условиях запаздывания и возмущающих воздействий на случай нелинейных систем. За последние 60 – 70 лет исследователями из различных стран мира были предложены разнообразные подходы к управлению системами с запаздыванием (см., например, [10, 11, 38, 39, 49, 51, 54, 55, 57, 58]). Большое количество работ посвящено анализу замкнутых систем с использованием функционалов Ляпунова-Красовского, которые для систем с запаздыванием по состоянию являются аналогом классических функций Ляпунова (см., например [1, 54, 55]).

Более сложной задачей, на взгляд авторов, является синтез регуляторов для объектов с запаздыванием по управлению. В подобной ситуации, как правило, используется, так называемый, предиктор Смита [57, 58] и его расширения, предложенное, в том числе, в [24, 38–40, 43]. В монографии [39] была доказана экспоненциальная устойчивость замкнутой системы с предиктором с помощью аппарата функций Ляпунова, что является крайне полезным

при стабилизации систем с входным запаздыванием. Очевидно, что недостатками использования такого подхода является то, что он предусматривает наличие точных оценок всех параметров системы и не распространяется на нелинейные системы. Однако отметим, что данный подход был распространен для линейных асимптотически устойчивых параметрически не определенных систем. Например, метод российского профессора Цыкунова А.М. [10] позволяет решать задачу слежения за эталонным сигналом для некоторого класса параметрически не определенных объектов. Также можно выделить работы [51, 52], в которой подход [39] был распространен на стабилизацию линейной стационарной системы в условиях действия неопределенного синусоидального возмущающего воздействия.

2.1 Управление линейными системами с известными параметрами

2.1.1 Постановка задачи

Рассмотрим линейный неустойчивый объект управления с входным запаздыванием вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - D) + \Delta(t), \quad (2.1)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (2.2)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $y \in \mathbb{R}$ — выходная переменная, $u \in \mathbb{R}$ — управляющее воздействие, D — известное постоянное запаздывание. Возмущающее воздействие Δ имеет вид смещенной синусоидальной функции времени

$$\Delta(t) = G_1 + G_2 \sin(\omega t) + G_3 \cos(\omega t), \quad (2.3)$$

где ω — неизвестная частота, G_1 , G_2 и G_3 неизвестные $(n \times 1)$ -мерные вектора.

Целью является поиска такого закона управления $u(t)$ который обеспечивает стабилизацию нулевого положения равновесия,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0, \quad (2.4)$$

с учетом следующих допущений:

Допущение 2.1 A, B и C — известные матрицы.

Допущение 2.2 (A, B) — полностью управляемая пара матриц.

Допущение 2.3 Нижняя граница частоты известна.

2.1.2 Стабилизация системы

Первая цель — это стабилизация неустойчивой системы (2.1), (2.2) с использованием предиктора. Следуя подходу [39], запишем модель запаздывания с помощью уравнения в частных производных

$$\frac{d}{dt}U(z, t) = \frac{d}{dz}U(z, t), \quad 0 < z < D, \quad (2.5)$$

$$U(D, t) = u(t) \quad (2.6)$$

с начальным условием $U(z, 0) = u(z - D)$.

Решение такого уравнения в частных производных имеет вид $U(z, t) = u(t + z - D)$, и, следовательно, $U(0, t) = u(t - D)$ соответствует запаздывающему управлению. Перепишем модель объекта управления (2.1) в следующей форме

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BU(0, t) + \Delta(t). \quad (2.7)$$

Рассмотрим бэкстепинг-преобразование [51]

$$U_2(z, t) = U(z, t) - W(z, t) - Ke^{Az}x(t) - K \int_0^z e^{A(z-\zeta)} BU(\zeta, t) d\zeta \quad (2.8)$$

для $t \geq 0$, $0 \leq z < D$ и закона управления

$$u(t) = u_2(t) + K \left[e^{AD}x(t) + \int_0^D e^{A(D-\zeta)} BU(\zeta, t) d\zeta \right], \quad (2.9)$$

где $u_2 \in \mathbb{R}$ — дополнительный сигнал управления, и $W(z, t)$ является решением уравнения в частных производных, соответствующего

транспортному запаздыванию

$$\frac{d}{dt}W(z, t) = \frac{d}{dz}W(z, t), \quad (2.10)$$

$$W(D, t) = 0 \quad (2.11)$$

с начальными условиями, определяемыми (2.8) при $t = 0$.

Лемма 2.1 Замена координат (2.8) и закон управления (2.9) преобразуют (2.5)–(2.7) в устойчивую систему

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + BK)x(t) + BU_2(0, t) + \Delta(t) \\ &\quad + BW(0, t), \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\frac{d}{dt}U_2(z, t) = \frac{d}{dz}U_2(z, t) - Ke^{Az}\Delta(t), \quad (2.13)$$

$$U_2(D, t) = u_2(t). \quad (2.14)$$

Доказательство. Чтобы показать (2.13), вычислим производные (2.8) по времени и по координате z :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}U_2(z, t) &= \frac{d}{dz}U(z, t) - \frac{d}{dz}W(z, t) - KAe^{Az}x(t) \\ &\quad - KBU(z, t) - KA \int_0^z e^{A(z-\zeta)}BU(\zeta, t)d\zeta \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}U_2(z, t) &= \frac{d}{dt}U(z, t) - \frac{d}{dt}W(z, t) - Ke^{Az}\dot{x}(t) \\ &\quad - K \int_0^z e^{A(z-\zeta)}B \left[\frac{d}{dt}U(\zeta, t) \right] d\zeta \\ &= \frac{d}{dz}U(z, t) - KAe^{Az}x(t) - Ke^{Az}BU(0, t) \\ &\quad - Ke^{Az}\Delta(t) - KBU(z, t) + Ke^{Az}BU(0, t) \\ &\quad - KA \int_0^z e^{A(z-\zeta)}BU(\zeta, t)d\zeta - \frac{d}{dz}W(z, t) \\ &= \frac{d}{dz}U_2(z, t) - Ke^{Az}\Delta(t). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Выбирая $z = D$ в (2.8) и используя (2.9), находим (2.14). Для $z = 0$ в (2.8) имеем $U(0, t) = U_2(0, t) + W(0, t) + Kx(t)$, откуда следует (2.12).

Следующая лемма устанавливает связь между $U_2(0, t)$ и $u_2(t)$.

Лемма 2.2 *Существуют такие константы σ_0 , μ_0 и ν_0 , что*

$$U_2(0, t) = u_2(t - D) + \sigma_0 + \mu_0 \sin(\omega t) + \nu_0 \cos(\omega t). \quad (2.16)$$

Доказательство. Решение (2.13), (2.14) имеет вид

$$U_2(z, t) = u_2(z + t - D) - \int_z^D K e^{A\zeta} \Delta(z + t - \tau) \zeta d\zeta, \quad (2.17)$$

где предполагается $\Delta(\tau) \equiv 0$, $v(\tau) \equiv 0$ для $\tau \in [-D, 0)$. Из (2.17) найдем

$$U_2(0, t) = u_2(t - D) - \int_0^D K e^{A\zeta} \Delta(t - \zeta) d\zeta. \quad (2.18)$$

Из (2.18) и (2.3) находим (2.16) и

$$\sigma_0 = - \int_0^D K e^{A\zeta} G_1 d\zeta, \quad (2.19)$$

$$\mu_0 = - \int_0^D K e^{A\zeta} (G_2 \cos(\omega\zeta) + G_3 \sin(\omega\zeta)) d\zeta, \quad (2.20)$$

$$\nu_0 = \int_0^D K e^{A\zeta} (G_2 \sin(\omega\zeta) - G_3 \cos(\omega\zeta)) d\zeta. \quad (2.21)$$

Используя леммы 2.1 и 2.2, перепишем модель объекта управления (2.1), (2.2) в виде

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) + Bu_2(t - D) + \bar{\Delta}(t) + BW(0, t), \quad (2.22)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (2.23)$$

где

$$\bar{\Delta}(t) = G_4 + G_5 \sin(\omega t) + G_6 \cos(\omega t) \quad (2.24)$$

$G_4 = G_1 + \sigma_0 B$, $G_5 = G_2 + \mu_0 B$ и $G_6 = G_3 + \nu_0 B$ — неизвестные векторы.

Мы показали, что закон управления (2.9) стабилизирует систему (K выбирается из условия гурвицевости матрицы $A + BK$) и дает возможность синтезировать дополнительный сигнал управления $u_2(t - D)$ для компенсации возмущения. Возмущение вида $\bar{\Delta}$ — смещенная синусоидальная функция времени, как и исходное возмущение, а член $BW(0, t)$ представляет собой эффект от начальных условий и стремится к нулю за D секунд.

Будем использовать модель (2.22), (2.23) для синтеза закона управления $u_2(t)$ с целью компенсации возмущения.

2.1.3 Оценивание частоты возмущения

Для того, чтобы синтезировать закон управления, компенсирующий неопределенное возмущение, необходимо оценить его частоту. Рассмотрим вспомогательную систему

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A + BK)\hat{x}(t) + Bu_2(t - D), \quad (2.25)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t). \quad (2.26)$$

Лемма 2.3 Ошибка $\tilde{y} = y - \hat{y}$ может быть представлена как

$$\tilde{y}(t) = \sigma + \mu \sin(\omega t + \phi) + \varepsilon(t), \quad (2.27)$$

где σ , μ и ϕ — константы, функция $\varepsilon(t)$ и ее производные ограничены забывающими экспонентами.

Доказательство. Невязка $\tilde{x} = x - \hat{x}$ является решением дифференциального уравнения

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A + BK)\tilde{x}(t) + \bar{\Delta}(t) + BW(0, t). \quad (2.28)$$

Рассмотрим вспомогательную систему вида

$$\dot{\tilde{x}}_a(t) = (A + BK)\tilde{x}_a(t) + \bar{\Delta}(t). \quad (2.29)$$

Так как матрица $(A + BK)$ гурвицева, и функция $\bar{\Delta}$ — смещенная синусоида, то выходная переменная этой системы может быть записана в следующей форме

$$\tilde{y}_a(t) = C\tilde{x}_a(t) = \sigma + \mu \sin(\omega t + \phi) + \varepsilon_0(t),$$

где σ , μ и ϕ — константы, а функция $\varepsilon_0(t)$ ограничена экспоненциально затухающей функцией.

Для невязки $\tilde{x}_e = \tilde{x} - \tilde{x}_a$ имеем

$$\dot{\tilde{x}}_e(t) = (A + BK)\tilde{x}_e(t) + BW(0, t). \quad (2.30)$$

Как показано в [39], для функции Ляпунова

$$V(t) = \tilde{x}_e^T(t)P\tilde{x}_e(t) + \frac{\gamma}{2} \int_0^D (1+z)W(z, t)^2 dz, \quad (2.31)$$

где $P = P^T > 0$ — решение уравнения Ляпунова

$$P(A + BK) + (A + BK)^T P = -Q \quad (2.32)$$

для любой матрицы $Q = Q^T > 0$, и параметра $\gamma = 4\lambda_{\max}(PBB^T P)/\lambda_{\min}(Q)$, справедливо $\dot{V}(t) \leq -CV(t)$, где $C = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}, \frac{1}{1+D} \right\}$.

Таким образом, $\tilde{y}_e = C\tilde{x}_e$ экспоненциально затухает, откуда следует (2.27), где функция $\varepsilon(t)$ представляет собой затухающие экспоненты, умноженные на полиномиальные функции времени и синусоиды (после D секунд), и, следовательно, она затухает экспоненциально также, как и ее производные по времени.

Следуя идеям, представленным в [11, 51, 52] будем использовать сигнал $\tilde{y}(t)$ для оценки частоты возмущения.

Введем в рассмотрение фильтр второго порядка

$$\xi(s) = \frac{\lambda^2}{(s + \lambda)^2} \tilde{y}(s), \quad \lambda > 0. \quad (2.33)$$

Лемма 2.4 Для фильтра (2.33), где невязка \tilde{y} определена в (2.27), справедливо следующее соотношение:

$$\lambda^2 \dot{\tilde{y}}(t) = 2\lambda \ddot{\xi}(t) + \lambda^2 \dot{\xi}(t) + \theta \dot{\xi}(t) + \varepsilon_2(t), \quad (2.34)$$

где $\theta = -\omega^2$ и $\varepsilon_2(t)$ ограничена экспоненциально затухающей функцией времени.

Доказательство. Из (2.33) имеем

$$\lambda^2 \tilde{y}(s) = s^2 \xi(s) + 2\lambda s \xi(s) + \lambda^2 \xi(s). \quad (2.35)$$

Выполняя обратное преобразование Лапласа, получим

$$\lambda^2 \tilde{y}(t) = \ddot{\xi}(t) + 2\lambda \dot{\xi}(t) + \lambda^2 \xi(t). \quad (2.36)$$

Дифференцирование (2.36) дает

$$\lambda^2 \dot{\tilde{y}}(t) = \dddot{\xi}(t) + 2\lambda \ddot{\xi}(t) + \lambda^2 \dot{\xi}(t). \quad (2.37)$$

Так как полином $(s + \lambda)^2$ гурвицев, выходная переменная фильтра (2.33) может быть представлена в виде

$$\xi(t) = \sigma_1 + \mu_1 \sin(\omega t + \phi_1) + \varepsilon_1(t), \quad (2.38)$$

где σ_1 , μ_1 и ϕ_1 — константы, и функция $\varepsilon_1(t)$ и ее производные экспоненциально сходятся к нулю.

После дифференцирования (2.38) три раза будем иметь

$$\ddot{\xi} = -\omega^2 \xi + \omega^2 \dot{\varepsilon}_3 + \ddot{\varepsilon}_3 = \theta \xi + \varepsilon_2, \quad (2.39)$$

где $\varepsilon_2 = \omega^2 \dot{\varepsilon}_1 + \ddot{\varepsilon}_1$.

Подставляя (2.39) в (2.37) получим требуемое уравнение (2.34).

Адаптивная схема оценивания частоты представлена в следующей теореме.

Теорема 2.1 Алгоритм адаптации

$$\hat{\omega} = \sqrt{|\hat{\theta}|}, \quad (2.40)$$

$$\hat{\theta} = \chi + k\lambda^2 \dot{\xi}(y - \hat{y}), \quad (2.41)$$

$$\dot{\chi} = -k\dot{\xi} \left(2\lambda \ddot{\xi} + \lambda^2 \dot{\xi} + \dot{\xi} \hat{\theta} \right) - k\lambda^2 \ddot{\xi}(y - \hat{y}), \quad (2.42)$$

где $k > 0$, гарантирует экспоненциальную сходимость к нулю ошибки $\tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega}$:

$$|\tilde{\omega}(t)| \leq M e^{-ct}, \quad \forall t \geq 0, \quad (2.43)$$

где M и c — положительные константы.

Доказательство. С использованием леммы 2.4 вычислим производную ошибки оценивания $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}$:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\theta}} &= -\dot{\chi} - k\lambda^2\ddot{\xi}\tilde{y} - k\lambda^2\dot{\xi}\dot{\tilde{y}} \\ &= k\dot{\xi} \left(2\lambda\ddot{\xi} + \lambda^2\dot{\xi} + \dot{\xi}\dot{\tilde{\theta}} \right) - k\dot{\xi}(2\lambda\ddot{\xi} + \lambda^2\dot{\xi} + \theta\dot{\xi} + \varepsilon_2) \\ &= -k\dot{\xi}^2\tilde{\theta} - k\dot{\xi}\varepsilon_2.\end{aligned}\tag{2.44}$$

Рассмотрим функцию Ляпунова

$$V(t) = \frac{1}{2}f(t)\tilde{\theta}^2(t),\tag{2.45}$$

где $f(t)$ — ограниченная положительная функция, которая будет выбрана позже. Для производной функции Ляпунова имеем

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \frac{1}{2}\dot{f}\tilde{\theta}^2 + f\tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}} \\ &= \frac{1}{2}\dot{f}\tilde{\theta}^2 - kf\dot{\xi}^2\tilde{\theta}^2 - kf\dot{\xi}\tilde{\theta}\varepsilon_2 \\ &\leq \frac{1}{2}\dot{f}\tilde{\theta}^2 - \frac{k}{2}f\dot{\xi}^2\tilde{\theta}^2 + \frac{k}{2}f\varepsilon_2^2.\end{aligned}\tag{2.46}$$

Из уравнения (2.38) следует

$$\begin{aligned}\dot{\xi}^2(t) &= (\mu_2\omega \cos(\omega t + \phi_2) + \dot{\varepsilon}_3(t))^2 \\ &= \frac{1}{2}\mu_2^2\omega^2 + \frac{1}{2}\mu_2^2\omega^2 \cos(2\omega t + 2\phi_2) \\ &\quad + 2\mu_2\omega \cos(\omega t + \phi_2)\dot{\varepsilon}_3(t) + \dot{\varepsilon}_3^2(t).\end{aligned}\tag{2.47}$$

Подставляя (2.47) в (2.46), получим

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq \frac{1}{2}\dot{f}\tilde{\theta}^2 - \frac{1}{2}k\mu_2^2\omega^2\frac{1}{2}f\tilde{\theta}^2 \\ &\quad - \frac{1}{2}kf\tilde{\theta}^2 \left(\frac{1}{2}\mu_2^2\omega^2 \cos(2\omega t + 2\phi_2) \right. \\ &\quad \left. + 2\mu_2\omega \cos(\omega t + \phi_2)\dot{\varepsilon}_3 + \dot{\varepsilon}_3^2 \right) + \frac{1}{2}kf\varepsilon_2^2.\end{aligned}\tag{2.48}$$

Пусть $f(t) = e^{g(t)}$, где

$$g(t) = 2k \int_0^t (\mu_2 \omega \cos(\omega\tau + \phi_2) \dot{\varepsilon}_3(\tau) + \dot{\varepsilon}_3^2(\tau)) d\tau + \frac{1}{2} k \mu_2^2 \omega (\sin(2\omega t + 2\phi_2) - \sin(2\phi_2)). \quad (2.49)$$

Так как $g(t)$ зависит от ограниченных гармонической и экспоненциальной функций времени, то она также ограничена, $|g(t)| \leq C_1$, где C_1 — положительная константа. Таким образом, $e^{-C_1} \leq f(t) \leq e^{C_1}$.

Используя (2.49) и (2.48), получим

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\frac{1}{2} k \mu_2^2 \omega^2 \frac{1}{2} f(t) \tilde{\theta}^2(t) + \frac{1}{2} k f(t) \varepsilon_2^2(t) \\ &\leq -\beta_1 V(t) + \beta_2 e^{-\beta_3 t}, \end{aligned} \quad (2.50)$$

где β_1 , β_2 и β_3 — положительные константы.

Используя принцип сравнения [36], нетрудно показать, что

$$V(t) \leq M_1 e^{-\beta_4 t}, \quad (2.51)$$

где $M_1 > 0$ и $\beta_4 = (1/2) \min\{\beta_1, \beta_3\}$. Из (2.45) и (2.51) найдем

$$\tilde{\theta}(t) \leq \sqrt{2e^{C_1}} e^{-\frac{1}{2}\beta_4 t}. \quad (2.52)$$

Используя (2.40), можно показать, что

$$|\tilde{\omega}(t)| \leq \sqrt{|\tilde{\theta}(t)|} \leq M e^{-ct}, \quad (2.53)$$

где $M = \sqrt[4]{2} e^{\frac{1}{4}C_1}$ и $c = \beta_4/4$.

2.1.4 Компенсация возмущения

Для синтеза алгоритма компенсации возмущения рассмотрим найдем регулятор для случая измеряемого возмущения. Основываясь на (2.25)–(2.27), можем записать

$$y(t) = \left[\frac{b(p)}{a(p)} \right] u_2(t - D) + \sigma + \mu \sin(\omega t + \phi) + \varepsilon(t), \quad (2.54)$$

где ε экспоненциально сходится к нулю, $p = d/dt$ — оператор дифференцирования, а полиномы $a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0$ и $b(p) = b_m p^m + \dots + b_1p + b_0$, $m \leq n$ соответствуют передаточной функции

$$\frac{b(p)}{a(p)} = C(pI - (A + BK))^{-1}B. \quad (2.55)$$

Далее необходимо рассмотреть допущение.

Допущение 2.4 Полином $b(p)$ не имеет корней с нулевой вещественной частью.

Так как фильтр (2.33) линейный, можем представить ξ в виде:

$$\xi(t) = \xi_1(t) + \xi_2(t) + \varepsilon_\xi(t), \quad (2.56)$$

$$\xi_1(t) = \sigma, \quad \xi_2(t) = L\delta\left(t + \frac{\varphi}{\omega}\right), \quad (2.57)$$

где $\delta(t) = \mu \sin(\omega t + \phi)$, $\varepsilon_\xi(t)$ экспоненциально сходится к нулю, и

$$L = \left| \frac{\lambda^2}{(j\omega + \lambda)^2} \right|, \quad \varphi = \arg \frac{\lambda^2}{(j\omega + \lambda)^2}. \quad (2.58)$$

В следующей лемме представлен номинальный закон управления.

Лемма 2.5 С учетом допущения 2.4 выходная переменная Y системы (2.22), (2.23) с законом управления $u_2(t) = \bar{u}_2(t)$,

$$\bar{u}_2(t) = -\frac{1}{L_1}\xi_1(t + D) - \frac{1}{L_2L}\xi_2\left(t + D - \frac{\varphi_2 + \varphi}{\omega}\right), \quad (2.59)$$

где

$$L_1 = \frac{b_0}{a_0}, \quad L_2 = \left| \frac{b(j\omega)}{a(j\omega)} \right|, \quad \varphi_2 = \arg \frac{b(j\omega)}{a(j\omega)}, \quad (2.60)$$

экспоненциально сходится к нулю.

Доказательство. Из (2.54) и (2.59) получим

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \left[\frac{b(p)}{a(p)} \right] \left(-\frac{1}{L_1} \sigma - \frac{1}{L_2} \delta_2 \left(t - \frac{\varphi_2}{\omega} \right) \right) \\
 &\quad + \sigma + \delta(t) + \varepsilon(t) \\
 &= -\frac{L_1}{L_1} \sigma - \frac{L_2}{L_2} \delta \left(t - \frac{\varphi_2}{\omega} + \frac{\varphi_2}{\omega} \right) + \sigma + \delta(t) + \varepsilon_2(t) \\
 &= \varepsilon_2(t),
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

где $\varepsilon_2(t)$ — экспоненциально затухающая функция времени, зависящая от начальных условий.

Закон управления (2.59) нереализуем по двум причинам: он требует чистое предсказывание и знание неизмеряемых функций. В следующей лемме показано, как получить упреждающую оценку для гармонического сигнала.

Лемма 2.6 Для гармонической функции $\nu(t)$ с частотой ω упреждающая оценка может быть вычислена по формуле:

$$\nu(t + H) = \kappa_p \nu(t) + \kappa_d \dot{\nu}(t), \tag{2.62}$$

где

$$\kappa_p = \cos(H\omega), \quad \kappa_d = \frac{\sin(H\omega)}{\omega}, \tag{2.63}$$

и H — время предсказания.

Доказательство. Так как $\nu(t)$ — гармоническая функция, то

$$\nu(t) = \sigma_\nu \sin(\omega t + \phi_\nu), \quad \dot{\nu}(t) = \sigma_\nu \omega \cos(\omega t + \phi_\nu), \tag{2.64}$$

где σ_ν и ϕ_ν — константы. Используя (2.63) и (2.64), получим

$$\begin{aligned}
 \kappa_p \nu(t) + \kappa_d \dot{\nu}(t) &= \cos(H\omega) \sigma_\nu \sin(\omega t + \phi_\nu) \\
 &\quad + \frac{\sin(H\omega)}{\omega} \sigma_\nu \omega \cos(\omega t + \phi_\nu) \\
 &= \sigma_\nu \sin(\omega t + \phi_\nu + H\omega) \\
 &= \nu(t + H),
 \end{aligned} \tag{2.65}$$

откуда следует (2.62).

В следующей лемме представлены алгоритмы оценивания ξ_1 , ξ_2 и $\dot{\xi}_2(t)$.

Лемма 2.7 Рассмотрим фильтр (2.33) и оценки

$$\hat{\xi}_1(t) = \xi(t) - \hat{\xi}_2(t), \quad (2.66)$$

$$\hat{\xi}_2(t) = -\frac{\ddot{\xi}(t)}{\eta^2(t)}, \quad \hat{\xi}_3(t) = \dot{\xi}(t), \quad (2.67)$$

где

$$\eta(t) = \begin{cases} \hat{\omega}(t), & \text{для } \hat{\omega}(t) \geq \omega_0 \\ \omega_0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (2.68)$$

С учетом алгоритма адаптации (2.40)–(2.42), ошибки $\tilde{\xi}_1 = \xi_1 - \hat{\xi}_1$, $\tilde{\xi}_2 = \xi_2 - \hat{\xi}_2$ и $\tilde{\xi}_3 = \dot{\xi}_3 - \hat{\xi}_3$ ограничены и экспоненциально сходятся к нулю.

Доказательство. Дифференцируя (2.56) два раза, получим

$$\dot{\xi}(t) = \dot{\xi}_1(t) + \dot{\xi}_2(t) = \dot{\xi}_2(t) + \varepsilon_{\xi}(t), \quad (2.69)$$

$$\ddot{\xi}(t) = -\omega^2 \xi_2(t) + \varepsilon_{\ddot{\xi}}(t), \quad (2.70)$$

где $\varepsilon_{\xi}(t)$ и $\varepsilon_{\ddot{\xi}}(t)$ экспоненциально затухающие члены. Следовательно,

$$\tilde{\xi}_2(t) = -\frac{\ddot{\xi}(t)}{\omega^2} + \frac{\varepsilon_{\ddot{\xi}}(t)}{\omega^2} + \frac{\dot{\xi}(t)}{\eta^2(t)}. \quad (2.71)$$

Так как $\ddot{\xi}(t)$ ограничена, $\tilde{\xi}_2(t)$ также ограничена. Из теоремы 2.1 следует, что $\hat{\omega}(t)$ экспоненциально стремится к ω , значит, $\tilde{\xi}_2(t)$ экспоненциально сходится к нулю. Для (2.56), (2.66) имеем $\tilde{\xi}_1 = -\tilde{\xi}_2 - \varepsilon_{\xi}$, что означает ограниченность и экспоненциальную сходимость к нулю функции $\tilde{\xi}_1(t)$. Из (2.67) и (2.69) найдем $\tilde{\xi}_3 = -\varepsilon_{\dot{\xi}}$, что и требовалось доказать.

Далее представлена теорема, в которой записан алгоритм управления линейными системами в условиях запаздывания.

Теорема 2.2 (Алгоритм управления) Рассмотрим систему (2.1), (2.2) с законом управления

$$u(t) = u_2(t) + K \left[e^{AD} x(t) + \int_{t-D}^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau \right], \quad (2.72)$$

где K такой, что матрица $(A + BK)$ гурвицева, и

$$u_2(t) = -\frac{a_0}{b_0} \hat{\xi}_1(t) - \frac{k_p(t) \hat{\xi}_2(t) - k_d(t) \hat{\xi}_3(t)}{\hat{L}_u(t)}, \quad (2.73)$$

$$k_p(t) = \cos(D\hat{\omega}(t) - \hat{\varphi}_u(t)), \quad (2.74)$$

$$k_d(t) = \frac{\sin(D\hat{\omega}(t) - \hat{\varphi}_u(t))}{\eta(t)}, \quad (2.75)$$

$$\hat{L}_u(t) = \left| \frac{b(j\hat{\omega}(t))\lambda^2}{a(j\hat{\omega}(t))(j\hat{\omega}(t) + \lambda)^2} \right|, \quad (2.76)$$

$$\hat{\varphi}_u(t) = \arg \frac{b(j\hat{\omega}(t))\lambda^2}{a(j\hat{\omega}(t))(j\hat{\omega}(t) + \lambda)^2}, \quad (2.77)$$

где $\hat{\omega}(t)$, $\hat{\xi}_1(t)$, $\hat{\xi}_2(t)$, $\hat{\xi}_3(t)$ и $\eta(t)$ определены в (2.40)–(2.42), (2.66)–(2.68). С учетом допущений 2.1–2.4 выходная переменная замкнутой системы $y(t)$ ограничена и

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0. \quad (2.78)$$

Доказательство. Рассмотрим ошибку

$$\begin{aligned} \tilde{u}_2(t) &= u_2(t) - \bar{u}_2(t) \\ &= -\frac{a_0}{b_0} \hat{\xi}_1(t) - \frac{1}{\hat{L}_u(t)} k_p(t) \hat{\xi}_2(t) \\ &\quad - \frac{1}{\hat{L}_u(t)} k_d(t) \hat{\xi}_3(t) + \frac{1}{L_1} \xi_1(t + D) \\ &\quad + \frac{1}{LL_2} \xi_2 \left(t + D - \frac{\varphi + \varphi_2}{\omega} \right). \end{aligned} \quad (2.79)$$

Функция $\hat{L}_u(t)$ — коэффициент передачи устойчивой линейной системы, на которую действует синусоидальный сигнал с частотой

$\hat{\omega}$, и с учетом допущения 2.4 эта функция строго положительная. Из (2.40), (2.53) нетрудно видеть, что $\hat{\omega}(t)$ ограничена: $0 \leq \hat{\omega}(t) \leq \omega + M$. Откуда следует, что $\hat{L}_u(t)$ также ограничена. Из (2.79) и леммы 2.7 можем показать ограниченность $\tilde{u}_2(t)$.

Далее покажем, что \tilde{u}_2 сходится к нулю. Так как $\xi_1 = \sigma$, с учетом леммы 2.7 имеем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left| \hat{\xi}_1(t) - \xi_1(t + D) \right| = 0. \quad (2.80)$$

Из (2.53) имеем $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\omega}(t) = \omega$, что дает

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{L}_u(t) = \left| \frac{b(j\omega)}{a(j\omega)} \right| \left| \frac{\lambda^2}{(j\omega + \lambda)^2} \right| = L_2 L, \quad (2.81)$$

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\varphi}_u(t) &= \arg \frac{b(j\omega)}{a(j\omega)} + \arg \frac{\lambda^2}{(j\omega + \lambda)^2}, \\ &= \varphi_2 + \varphi, \end{aligned} \quad (2.82)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k_p(t) = \cos(D\omega - \varphi_2 - \varphi), \quad (2.83)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k_d(t) = \frac{\sin(D\omega - \varphi_2 - \varphi)}{\omega}. \quad (2.84)$$

Используя лемму 2.6 и (2.83), (2.84), получим

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} (k_p \hat{\xi}_2 + k_d \hat{\xi}_3) &= \cos(D\omega - \varphi_2 - \varphi_{\xi_2}) \xi_2(t) \\ &\quad + \frac{\sin(D\omega - \varphi_2 - \varphi)}{\omega} \dot{\xi}_2(t) \\ &= \xi_2 \left(t + D - \frac{\varphi + \varphi_2}{\omega} \right). \end{aligned} \quad (2.85)$$

Из (2.79)–(2.85) следует $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{u}_2(t) = 0$. Мы показали, что функции $\tilde{\omega}$, $\tilde{\xi}_1$, $\tilde{\xi}_2$ и $\tilde{\xi}_3$ экспоненциально сходятся к нулю (см. теорему 2.1 и лемму 2.7), откуда следует экспоненциальная сходимости к нулю функции \tilde{u}_2 . Целевое условие (2.78) следует из леммы 2.1 и леммы 2.5.

Закljučая доказательство, заменим $U(\zeta, t)$ в (2.9) на $u(t + \zeta - D)$ и делая замену переменных $\tau = t + \zeta - D$ чтобы получить (2.72).

2.1.5 Числовой пример 2.1

Рассмотрим объект управления вида

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

с (неизвестным) возмущением

$$\Delta(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} \sin(\omega t) + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \cos(\omega t).$$

Разомкнутый контур системы имеет один неустойчивый корень 1. Начальные условия $X_0 = [1, 2]^T$.

Выберем следующие параметры закона управления:

$$K = [-3 \quad -3].$$

Результаты моделирования представлены на рис. 2.1–2.3 для различных частот ω и значений запаздывания в канале управления D .

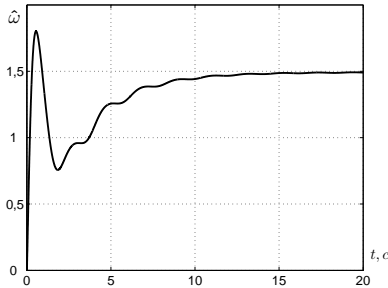
Рис. 2.1 подтверждают, что алгоритм работает также и при отсутствии запаздывания. В этом случае мы подставляем значение ноль параметра h в законе управления.

На рис. 2.1а, 2.2а и 2.3а показано, что оценки частот стремятся к истинным значениям.

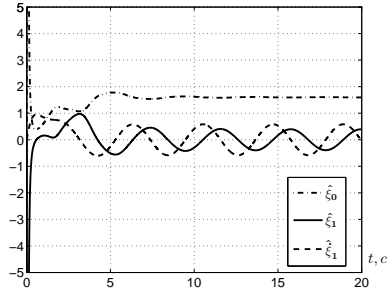
Оценки $\hat{\xi}_0$, $\hat{\xi}_1$ и $\hat{\xi}_1$ представлены на рис. 2.1б, 2.2б, 2.3б.

Сигнал управляющего воздействия представлен на рис. 2.1в, 2.2в, 2.3в. Заметим, что амплитуда управляющего воздействия при компенсации возмущения меньше, чем в случае стабилизирующего управления без компенсации.

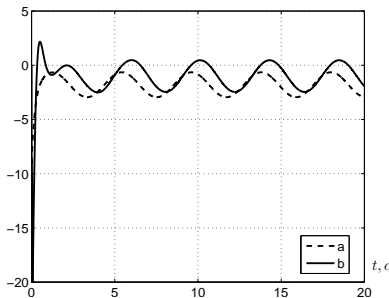
Рис. 2.1г, 2.2г, 2.3г демонстрируют, что алгоритм управления, основанный на предикторе Крстича стабилизирует систему, но не компенсирует возмущение, в то время как полный регулятор обеспечивает асимптотическую сходимость выходной переменной к нулю.



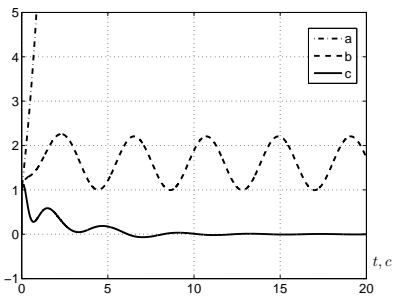
(а) Временная диаграмма оценки частоты $\hat{\omega}(t)$



(б) Временная диаграмма оценки функций $\hat{\xi}_1(t)$, $\hat{\xi}_2(t)$ и $\hat{\xi}_3(t)$

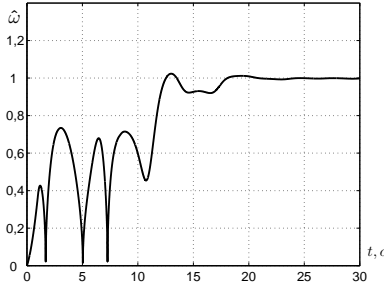


(в) Временная диаграмма запаздывающего управления $u(t - D)$ без компенсации (а) и с компенсацией возмущения (б)

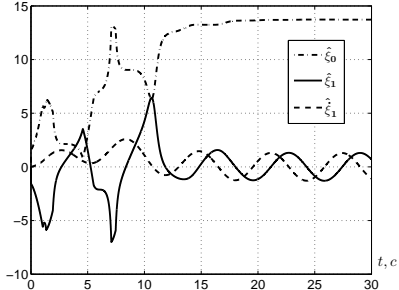


(г) Временная диаграмма выходной переменной $y(t)$ без управления ($u(t) = 0$), только со стабилизирующим управлением ($u_2(t) = 0$) и с компенсацией возмущения (а), с управлением без компенсации (б) и с компенсацией возмущения (с)

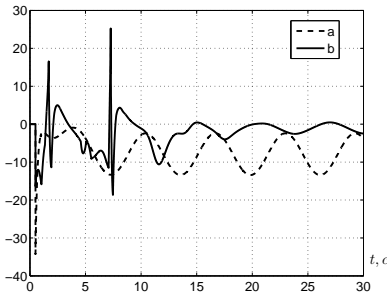
Рис. 2.1. Временные диаграммы оценки компонентов возмущения, входной и выходной переменных без управления ($u(t) = 0$), только со стабилизирующим управлением ($u_2(t) = 0$) и с компенсацией возмущения $\omega = 1, 5$, запаздывание $D = 0$ и параметрами идентификатора $\lambda = 2$, $k = 2$



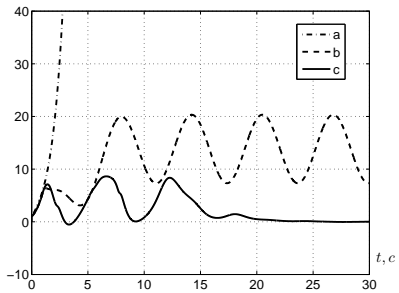
(а) Временная диаграмма оценки частоты $\hat{\omega}(t)$



(б) Временная диаграмма оценки функций $\hat{\xi}_1(t)$, $\hat{\xi}_2(t)$ и $\hat{\xi}_3(t)$

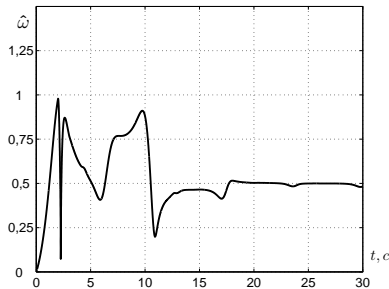


(в) Временная диаграмма запаздывающего управления $u(t - D)$ без компенсации (а) и с компенсацией возмущения (б)

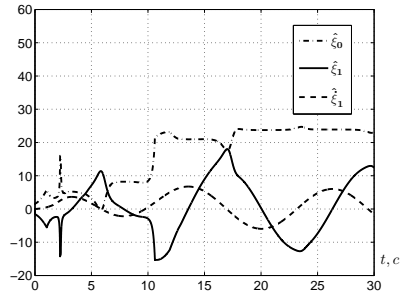


(г) Временная диаграмма выходной переменной $y(t)$ без управления (а), с управлением без компенсации (б) и с компенсацией возмущения (с)

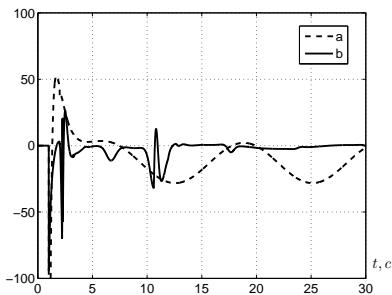
Рис. 2.2. Временные диаграммы оценки компонентов возмущения, входной и выходной переменных без управления ($u(t) = 0$), только со стабилизирующим управлением ($u_2(t) = 0$) и с компенсацией возмущения $\omega = 1$, запаздывание $D = 0, 5$ и параметрами идентификатора $\lambda = 1$, $k = 2$



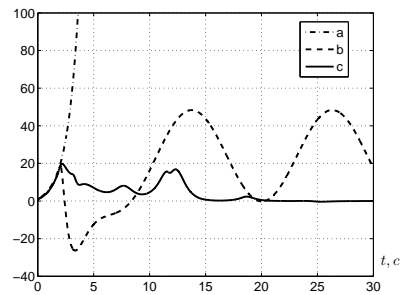
(а) Временная диаграмма оценки частоты $\hat{\omega}(t)$



(б) Временная диаграмма оценки функций $\hat{\xi}_1(t)$, $\hat{\xi}_2(t)$ и $\hat{\xi}_3(t)$



(в) Временная диаграмма запаздывающего управления $u(t - D)$ без компенсации (а) и с компенсацией возмущения (б)



(г) Временная диаграмма выходной переменной $y(t)$ без управления (а), с управлением без компенсации (б) и с компенсацией возмущения (с)

Рис. 2.3. Временные диаграммы оценки компонентов возмущения, входной и выходной переменных без управления ($u(t) = 0$), только со стабилизирующим управлением ($u_2(t) = 0$) и с компенсацией возмущения $\omega = 0, 5$, запаздывание $D = 1$ и параметрами идентификатора $\lambda = 0, 5$, $k = 1$

2.2 Управление нелинейными системами с известными параметрами

В этой главе будем рассматривать задачу стабилизации нелинейного объекта управления вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t - D) + \delta) + \Psi(y), \quad (2.86)$$

где $\delta(t)$ – неизмеряемое синусоидальное возмущающее воздействие, которое может иметь ненулевое смещение.

Алгоритм управления, предлагаемый в данной работе, будет развивать результаты, опубликованные в [51, 52] для случая нелинейного объекта. Также отметим, что данная статья развивает достаточно обширное самостоятельное направление, связанное с компенсацией возмущающих воздействий, имеющих синусоидальную природу (см., например, [2, 3, 11, 25, 26, 51–53]). Таким образом, результаты данной статьи находятся на стыке сразу двух направлений: компенсации параметрически неопределенных синусоидальных возмущающих воздействий и синтеза регулятора в условиях запаздывания в сигнале управления.

2.2.1 Постановка задачи

Пусть объект управления (2.86) записан в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) + \psi_1(y(t - \tau_1)) + a_1 y(t), \\ &\dots \\ \dot{x}_n(t) &= u(t - D) + \psi_n(y(t - \tau_n)) + a_n y(t) + \delta(t), \\ y(t) &= x_1(t), \end{aligned} \quad (2.87)$$

где $x(t) = \text{col}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – измеряемый вектор переменных состояния модели (2.87), $u(t)$ – сигнал управления, $y(t)$ – скалярная выходная переменная, $D \geq 0$ – известное постоянное запаздывание, a_i – известные постоянные параметры, $\psi_i(y(t - \tau_i))$ и τ_i – соответственно, известные нелинейные функции и положительные константы, $\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \vartheta)$ – не измеряемое возмущающее воздействие.

Здесь и далее будем полагать, что $u(t - D) = 0$ при $t < D$.

В качестве цели управления сформулируем задачу поиска такой функции $u(t)$ по измерениям вектора $x(t) = \text{col}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, чтобы было выполнено условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0 \quad (2.88)$$

Сформулируем допущения, для которых цель управления (2.88) будет достигнута.

Допущение 2.5 Будем полагать, что $\tau_i \geq D$ для всех $i = \overline{1, n}$.

Допущение 2.6 Параметры σ , ω , ϑ возмущающего воздействия $\delta(t)$ являются не известными числами.

2.2.2 Базовый алгоритм стабилизации

Хорошо известно, что для системы вида (2.86) при $\Psi(y) = 0$, $\delta(t) = 0$ и $D = 0$ можно синтезировать закон управления вида:

$$u = Kx(t),$$

где вектор-строка K такой, что матрица состояния замкнутой системы $A + BK$ является гурвицевой, то есть все ее собственные числа имеют отрицательную вещественную часть.

Для случая $D > 0$ тривиальный закон управления можно переписать в виде:

$$u(t) = Kx(t + D),$$

где $x(t + D)$ – будущее значение вектора $x(t)$ через D секунд. Понятно, что такой закон управления нереализуем, так как вектор $x(t + D)$ недоступен для прямого измерения. Однако вектор $x(t + D)$ можно рассчитать на основе имеющейся информации об объекте.

Запишем фундаментальное решение системы (2.86), допуская, что $\Psi(y) = 0$ и $\delta(t) = 0$:

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-s)}Bu(s - D)ds. \quad (2.89)$$

На основе (2.89) найдем значение $x(t + D)$:

$$\begin{aligned}
 x(t + D) &= e^{A(t+D)}x(0) + \int_D^{t+D} e^{A(t+D-s)}Bu(s - D)ds. \\
 &= e^{AD}e^{At}x(0) + e^{AD} \int_D^t e^{A(t-s)}Bu(s - D)ds \\
 &\quad + \int_t^{t+D} e^{A(t+D-s)}Bu(s - D)ds \\
 &= e^{AD}x(t) + \int_{t-D}^t e^{A(t-s)}Bu(s)ds. \tag{2.90}
 \end{aligned}$$

Оказывается, что выражение (2.90) можно рассчитать, если известно значение матриц A и B , а также значения сигнала управления на интервале времени $[t - D; t]$.

На основе (2.90) легко записать алгоритм управления, обеспечивающий стабилизацию неустойчивых систем с запаздыванием в канале управления:

$$u(t) = Ke^{AD}x(t) + K \int_{t-D}^t e^{A(t-s)}Bu(s)ds. \tag{2.91}$$

Недостатками закона управления (2.91) можно назвать наличие матричной экспоненты e^{AD} и интеграла, являющегося бесконечномерной величиной. Также отметим, что для расчета сигнала управления по алгоритму (2.91) необходимо знать параметры объекта управления, что тоже является сильным допущением. В следующем разделе будет представлен адаптивный закон управления для случая параметрически не определенного объекта управления. В случае $D = 0$ алгоритм (2.91) тождественно совпадает с (2.87).

Однако по условиям задачи рассматриваемый объект управления является нелинейным и подвержен влиянию возмущения $\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \vartheta)$. Решение поставленной задачи осуществим в несколько шагов.

2.2.3 Оценка возмущающего воздействия

Найдем оценку возмущающего воздействия $\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \vartheta) = \sigma_1 \sin \omega t + \sigma_2 \cos \omega t$. Для этого построим наблюдатель вида

$$\dot{\hat{x}}_n(t) = u(t - D) + \Psi(y) + a_n y(t) + k_n \tilde{x}_n(t), \quad (2.92)$$

где $\hat{x}_n(t)$ – оценка переменной $x_n(t)$, $\tilde{x}_n(t) = x_n(t) - \hat{x}_n(t)$ и параметр $k_n > 0$, $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$.

Рассмотрим ошибку

$$\tilde{x}_n(t) = x_n(t) - \hat{x}_n(t). \quad (2.93)$$

Дифференцируя (2.93) в силу уравнений (2.87) и (2.92), получаем

$$\dot{\tilde{x}}_n(t) = -k_n \tilde{x}_n(t) + \delta(t).$$

Поскольку мы имеем дело с апериодическим звеном первого порядка, то сигнал $\tilde{x}_n(t) = x_n(t) - \hat{x}_n(t)$ является синусоидальной функцией той же частоты ω , что и возмущающее воздействие $\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \vartheta)$ и может быть представлен в виде

$$\tilde{x}_n(t) = \mu \sin(\omega t + \bar{\vartheta}) + \varepsilon(t) = \frac{1}{p + k_n} \delta(t),$$

где $p = d/dt$ и $\varepsilon(t)$ – экспоненциально затухающее слагаемое, вызванное ненулевыми начальными условиями.

Для оценки частоты ω дважды продифференцируем (2.93), тогда

$$\ddot{\tilde{x}}_n(t) = -\omega^2 \mu \sin(\omega t + \bar{\vartheta}) = -\omega^2 \tilde{x}_n(t).$$

Как и в [11, 51, 52] осуществим следующее преобразование

$$\frac{\lambda^2 p^2}{(p + \lambda)^2} \tilde{x}_n(t) = \theta \frac{\lambda^2}{(p + \lambda)^2} \tilde{x}_n(t)$$

или

$$v_1 = \theta v_2, \quad (2.94)$$

где $\lambda > 0$ – любое положительное число, $\theta = -\omega^2$, $v_1(t) = \frac{\lambda^2 p^2}{(p + \lambda)^2} \tilde{x}_n(t)$ и $v_2(t) = \frac{\lambda^2}{(p + \lambda)^2} \tilde{x}_n(t)$.

Запишем алгоритм идентификации параметра $\theta = -\omega^2$ следующим образом

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma v_2^2 (\theta - \hat{\theta}), \quad (2.95)$$

где $\gamma > 0$ – любое положительное число.

Поскольку $\theta = -\omega^2$ неизвестный параметр, то алгоритм (2.95) нереализуем. Однако подставляя (2.94) в (2.95), получаем реализуемый алгоритм идентификации

$$\dot{\hat{\theta}} = -\gamma v_2^2 \hat{\theta} + \gamma v_2 v_1. \quad (2.96)$$

Для доказательства работоспособности алгоритма (2.96) рассмотрим параметрическую ошибку вида

$$\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}.$$

Дифференцируя последнее уравнение, получаем

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\hat{\theta}} = \gamma v_2^2 \hat{\theta} - \gamma v_2 v_1 = \gamma v_2^2 \hat{\theta} - \gamma v_2^2 \theta = -\gamma v_2^2 \tilde{\theta}. \quad (2.97)$$

Из (2.97) получаем

$$\tilde{\theta}(t) = \tilde{\theta}(0) e^{-\gamma \int_0^t v_2^2 d\tau}.$$

Рассмотрим интегральное выражение $\int_0^t v_2^2 d\tau$. Легко показать, что сигнал $v_2(t)$ может быть представлен в виде

$$v_2(t) = \mu_2 \sin(\omega t + \vartheta_2) + \varepsilon_2(t),$$

где $\varepsilon_2(t)$ – экспоненциально затухающее слагаемое.

Тогда

$$\begin{aligned} \int_0^t v_2^2(\tau) d\tau &= \mu_2^2 \int_0^t \sin^2(\omega\tau + \vartheta_2) d\tau \\ &+ 2\mu_2 \int_0^t \varepsilon_2(\tau) \sin(\omega\tau + \vartheta_2) d\tau \\ &+ \int_0^t \varepsilon_2^2(\tau) d\tau \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}(t) &= \tilde{\theta}(0) \exp\left(-\gamma\mu_2^2 \int_0^t \sin^2(\omega\tau + \vartheta_2)d\tau\right) \times \\ &\quad \times \exp\left(-2\gamma\mu_2 \int_0^t \varepsilon_2(\tau) \sin(\omega\tau + \vartheta_2)d\tau\right) \times \\ &\quad \times \exp\left(-\gamma \int_0^t \varepsilon_2^2(\tau)d\tau\right) = \beta_1\beta_2\beta_3 \exp\left(-\frac{\gamma\mu_2^2}{2\omega}t\right) \\ &= \beta e^{-\alpha t},\end{aligned}$$

где функции $\beta_1 = \exp\left(\frac{\gamma\mu_2^2}{4\omega}(\sin(2\omega t + 2\vartheta_2)) - \sin(2\vartheta_2)\right)$, $\beta_2 = \exp\left(-2\gamma\mu_2 \int_0^t \varepsilon_2(\tau) \sin(\omega\tau + \vartheta_2)d\tau\right)$, $\beta_3 = \exp\left(-\gamma \int_0^t \varepsilon_2^2(\tau)d\tau\right)$ — ограничены для любого t , $\beta = \beta_1\beta_2\beta_3$ и $\alpha = -\gamma\mu_2^2/2$.

Из выражения $\tilde{\theta}(t) = \beta e^{-\alpha t}$ следует сходимость $\hat{\theta}$ к $\theta = -\omega^2$. Для оценки параметра ω будем использовать следующее выражение:

$$\hat{\omega}(t) = \sqrt{|\hat{\theta}(t)|}.$$

Теперь построим оценку возмущающего воздействия. Сначала рассмотрим уравнение

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_n(t) &= -k_n\tilde{x}_n(t) + \sigma_1 \sin \omega t + \sigma_2 \cos \omega t \\ &= -k_n\tilde{x}_n(t) + \bar{\sigma}^T v.\end{aligned}\tag{2.98}$$

где $\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix}$ и $v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ \cos \omega t \end{bmatrix}$.

Для формирования регрессора $v = \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ \cos \omega t \end{bmatrix}$ подставим $\hat{\omega}(t) = \sqrt{|\hat{\theta}(t)|}$ и покажем, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (v - \hat{v}) = 0,$$

где $\hat{v} = \begin{bmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \hat{\omega} t \\ \cos \hat{\omega} t \end{bmatrix}$.

Рассмотрим отдельно слагаемое

$$\hat{v}_1 = \sin \hat{\omega} t = \sin(\omega t - \tilde{\omega} t) = \sin \omega t \cos \tilde{\omega} t - \cos \omega t \sin \tilde{\omega} t.$$

В силу

$$\begin{aligned} \tilde{\omega} t &= \omega t - \hat{\omega} t \\ &= \omega t - \sqrt{|\hat{\theta} t^2|} \\ &= \omega t - \sqrt{|\theta t^2 - \tilde{\theta} t^2|} \\ &= \omega t - \sqrt{|\theta t^2 - \beta t^2 e^{-\alpha t}|} \end{aligned}$$

легко видеть, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega} t = \omega t - \sqrt{|\theta t^2|} = 0,$$

а, следовательно, $\lim_{t \rightarrow \infty} \sin \tilde{\omega} t = 0$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} \cos \tilde{\omega} t = 1$.

Таким образом,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (v_1(t) - \hat{v}_1(t)) = 0.$$

Аналогичным образом можно показать, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (v_2(t) - \hat{v}_2(t)) = 0.$$

Для идентификации вектора $\bar{\sigma}$ запишем идеальный алгоритм адаптации вида

$$\dot{\hat{\sigma}} = -\gamma_\sigma v v^T \hat{\sigma} + \gamma_\sigma v v^T \bar{\sigma}, \tag{2.99}$$

где $\gamma_\sigma > 0$ – любой постоянный коэффициент.

Легко показать, что алгоритм (2.99), в силу выполнения условий предельной интегральной невырожденности вектора $v(t)$, обеспечивает выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{\sigma} - \hat{\sigma}(t)) = 0.$$

Однако вектор $\bar{\sigma}$ содержит неизвестные компоненты, а, следовательно, алгоритм (2.99) нереализуем. Используя уравнение (2.98), для (2.99) получаем

$$\dot{\hat{\sigma}} = -\gamma_{\sigma} \nu \nu^T \hat{\sigma} + \gamma_{\sigma} \nu (\dot{\tilde{x}}_n + k_n \tilde{x}_n).$$

Введем новую переменную $\chi = \hat{\sigma} - \gamma_{\sigma} \nu \tilde{x}_n$. Тогда

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= \dot{\hat{\sigma}} - \gamma_{\sigma} (\dot{\nu} \tilde{x}_n + \nu \dot{\tilde{x}}_n) \\ &= -\gamma_{\sigma} \nu \nu^T \hat{\sigma} + \gamma_{\sigma} \nu (\dot{\tilde{x}}_n + k_n \tilde{x}_n) - \gamma_{\sigma} (\dot{\nu} \tilde{x}_n + \nu \dot{\tilde{x}}_n) \\ &= -\gamma_{\sigma} \nu \nu^T \hat{\sigma} + \gamma_{\sigma} k_n \tilde{x}_n - \gamma_{\sigma} \dot{\nu} \tilde{x}_n. \end{aligned}$$

Таким образом, получаем реализуемый алгоритм идентификации возмущающего воздействия. Для идентификации вектора $\bar{\sigma}$ запишем реализуемый алгоритм идентификации вида

$$\hat{\delta}(t) = \hat{\sigma}^T \hat{\nu}, \quad (2.100)$$

$$\hat{\sigma} = \hat{\chi} + \gamma_{\sigma} \hat{\nu} \tilde{x}_n, \quad (2.101)$$

$$\dot{\hat{\chi}} = -\gamma_{\sigma} \hat{\nu} \dot{\nu}^T \hat{\sigma} + \gamma_{\sigma} k_n \tilde{x}_n - \gamma_{\sigma} \dot{\nu} \tilde{x}_n. \quad (2.102)$$

Итак, мы имеем оценку $\hat{\delta}(t)$ возмущающего воздействия $\delta(t)$ такую, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\delta}(t) = 0,$$

где $\tilde{\delta}(t) = \delta(t) - \hat{\delta}(t)$.

2.2.4 Синтез алгоритма управления

Поскольку канал управления содержит запаздывание, то для компенсации возмущения необходимо знать его упреждающую оценку $\hat{\delta}(t + D)$. Имея алгоритм оценивания функции $\hat{\delta}(t)$, нетрудно получить аналогичный алгоритм для $\hat{\delta}(t + D)$. Рассмотрим упреждающую оценку возмущения:

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(t + D) &= \hat{\sigma}_1 \sin(\hat{\omega}t + \hat{\omega}D) + \hat{\sigma}_2 \cos(\hat{\omega}t + \hat{\omega}D) = \\ &= \hat{\sigma}_1 \sin(\hat{\omega}t) \cos(\hat{\omega}D) + \hat{\sigma}_1 \cos(\hat{\omega}t) \sin(\hat{\omega}D) + \\ &\quad + \hat{\sigma}_2 \cos(\hat{\omega}t) \cos(\hat{\omega}D) - \hat{\sigma}_2 \sin(\hat{\omega}t) \sin(\hat{\omega}D) = \\ &= \hat{\sigma}_3 \sin(\hat{\omega}t) + \hat{\sigma}_4 \cos(\hat{\omega}t), \end{aligned} \quad (2.103)$$

где

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_3 &= \hat{\sigma}_1 \cos(\hat{\omega}D) - \hat{\sigma}_2 \sin(\hat{\omega}D), \\ \hat{\sigma}_4 &= \sigma_1 \sin(\hat{\omega}D) + \hat{\sigma}_2 \cos(\hat{\omega}D).\end{aligned}\tag{2.104}$$

Выполнение условия $\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega - \hat{\omega}(t)) = 0$ гарантирует, что ошибка упреждающего оценивания стремится к нулю: $\lim_{t \rightarrow \infty} (\delta(t+D) - \hat{\delta}(t+D)) = 0$.

Запишем алгоритм управления, компенсирующий возмущение, следующим образом:

$$u(t) = u_0(t) - \hat{\delta}(t+D),\tag{2.105}$$

где u_0 – контур управления, необходимый для стабилизации объекта.

Теперь приступим к решению задачи синтеза стабилизирующего управления u_0 . Для этого продифференцируем переменную $y(t) = x_1(t)$ n раз, последовательно проводя замены переменных

$$\begin{aligned}\dot{y}(t) &= \dot{\varsigma}_1(t) = x_2(t) + a_1 y(t) + \psi_1(y(t - \tau_1)) = \varsigma_2(t), \\ \ddot{y}(t) &= \dot{\varsigma}_2(t) = x_3(t) + a_1 \dot{y}(t) + \frac{\partial \psi_1(y(t - \tau_1))}{\partial y(t - \tau_1)} \dot{y}(t - \tau_1) + \\ &\quad + a_2 y(t) + \psi_2(y(t - \tau_2)) = \varsigma_3(t), \\ &\dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y^{(n)}(t) &= \dot{\varsigma}_n(t) = u_0(t - D) + \frac{\partial^{n-1} \psi_1(y(t - \tau_1))}{\partial y(t - \tau_1)^{n-1}} \dot{y}^{n-1}(t - \tau_1) + \dots \\ &\quad + \frac{\partial \psi_1(y(t - \tau_1))}{\partial y(t - \tau_1)} y^{(n-1)}(t - \tau_1) + \dots + \psi_n(y(t - \tau_n)) + \\ &\quad + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) + \tilde{\delta}(t) = \\ &= u_0(t - D) + \frac{\partial^{n-1} \psi_1(y(t - \tau_1))}{\partial y(t - \tau_1)^{n-1}} \varsigma_2^{n-1}(t - \tau_1) + \dots \\ &\quad + \frac{\partial \psi_1(y(t - \tau_1))}{\partial y(t - \tau_1)} \varsigma_n(t - \tau_1) + \dots + \psi_n(y(t - \tau_n)) + \\ &\quad + a_1 \varsigma_{n-1}(t) + \dots + a_n y(t) + \tilde{\delta}(t).\end{aligned}\tag{2.106}$$

Поскольку вектор переменных состояния $x(t) = \text{col}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ измеряется, то все переменные состояния $\varsigma_1(t), \varsigma_2(t), \dots, \varsigma_n(t)$ модели (2.106) известны, а, следовательно, можно выбрать управление следующим образом

$$\begin{aligned} u_0(t) = u_1(t) - & \left(\frac{\partial^{n-1}\psi_1(y(t+D-\tau_1))}{\partial y(t+D-\tau_1)^{n-1}} \varsigma_2^{n-1}(t+D-\tau_1) + \dots \right. \\ & + \frac{\partial\psi_1(y(t+D-\tau_1))}{\partial y(t+D-\tau_1)} \varsigma_n(t+D-\tau_1) + \dots \\ & \left. + \psi_n(y(t-\tau_n)) \right). \end{aligned} \quad (2.107)$$

Тогда, подставляя (2.107) в уравнение (2.106), можно получить линейную стационарную систему вида

$$\begin{aligned} \dot{\varsigma}_1(t) &= \varsigma_2(t), \\ \dot{\varsigma}_2(t) &= \varsigma_3(t), \\ &\dots \\ \dot{\varsigma}_n(t) &= u_1(t-D) + a_1\varsigma_{n-1}(t) + \dots + a_n\varsigma_1(t) + \tilde{\delta}(t). \end{aligned} \quad (2.108)$$

Теперь перепишем (2.108) в матричном виде

$$\begin{aligned} \dot{\varsigma}(t) &= G\varsigma(t) + qu_1(t-D) + \tilde{\delta}(t), \\ y(t) &= h^T\varsigma(t), \end{aligned}$$

где $\varsigma(t) = \begin{bmatrix} \varsigma_1(t) \\ \varsigma_2(t) \\ \vdots \\ \varsigma_n(t) \end{bmatrix}$, $G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_n & a_{n-1} & \dots & a_1 \end{bmatrix}$, $q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$ и

$$h^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Закон управления $u_1(t)$ построим на основе алгоритма (2.91)

$$u_1(t) = Le^{GD}\varsigma(t) + L \int_{t-D}^t e^{G(t-\tau)} qu_1(\tau) d\tau, \quad (2.109)$$

где вектор-строка L определяется из условия гурвицевости матрицы $F = G + qL$.

2.2.5 Числовой пример 2.2

На рис. 2.4 и 2.5 представлены результаты моделирования для системы (2.87) с начальными условиями $x_1(0) = 8$, $x_2(0) = -5$ и различными параметрами.

На рис. 2.4 показаны переходные процессы для системы с параметрами $a_1 = 1$, $a_2 = -1$, входным запаздыванием $D = 1$, нелинейностью $\psi_1(y) = \sin(y(t-1.8))$, $\psi_2(y) = \sin^2(y(t-1.5))$ и возмущением $\delta(t) = 3 \sin(t) - 2 \cos(t)$.

На рис. 2.5 показаны переходные процессы для замкнутой системы с параметрами $a_1 = 1$, $a_2 = -1.5$, входным запаздыванием $D = 0.5$, нелинейностью $\psi_1(y) = \sin(y(t-0.8))$, $\psi_2(y) = y^2(t-1) \sin^2(y(t-1))$ и возмущением $\delta(t) = 6 \sin(2t) - 2 \cos(2t)$, которые также иллюстрируют эффективность представленного алгоритма управления.

Для обоих случаев использована матрица $L = [-5 \quad -5]$ в законе управления (2.109). Нетрудно проверить, что матрица L обеспечивает гурвицевость матрицы $F = G + qL$.

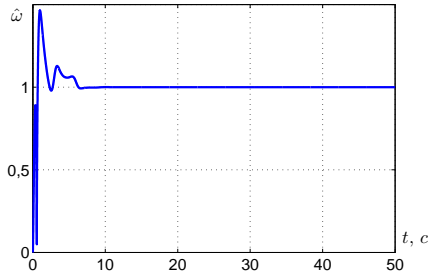
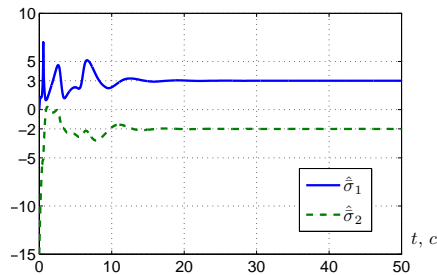
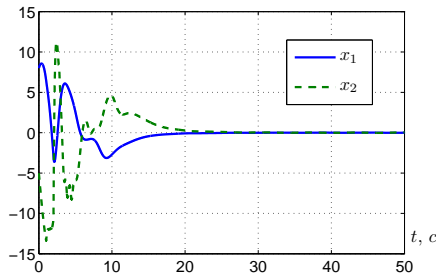
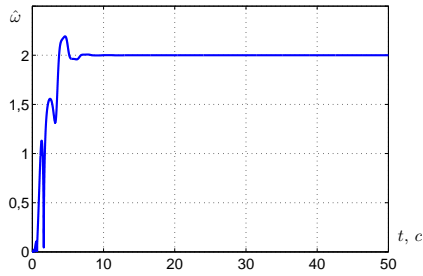
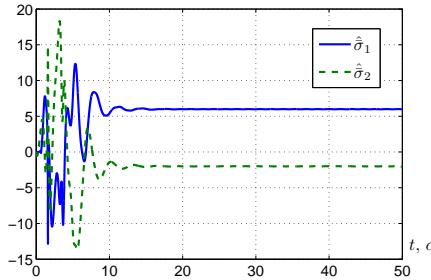
(а) Оценка частоты $\hat{\omega}(t)$ (б) Оценка параметров возмущения $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2$ (в) Переменные состояния $x_1(t), x_2(t)$

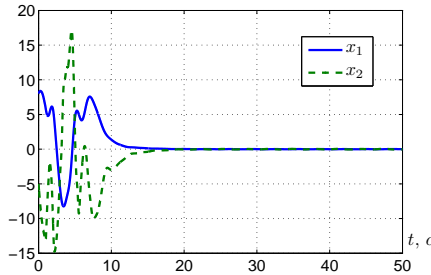
Рис. 2.4. Переходные процессы для замкнутой системы с параметрами $D = 1$, $\psi_1(y) = \sin(y(t - 1.8))$, $\psi_2(y) = \sin^2(y(t - 1.5))$ и возмущением $\delta(t) = 3 \sin(t) - 2 \cos(t)$



(а) Оценка частоты $\hat{\omega}(t)$



(б) Оценка параметров возмущения $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2$



(в) Переменные состояния $x_1(t), x_2(t)$

Рис. 2.5. Переходные процессы для замкнутой системы с параметрами $D = 0.5$, $\psi_1(y) = \sin(y(t - 0.8))$, $\psi_2(y) = y^2(t - 1) \sin^2(y(t - 1))$ и возмущением $\delta(t) = 6 \sin(2t) - 2 \cos(2t)$

2.3 Управление линейными системами с неизвестными параметрами

2.3.1 Постановка задачи

Рассмотрим линейный стационарный объект управления с постоянным запаздыванием

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - D), \quad y(t) = Cx(t) \quad (2.110)$$

где $x \in R^n$ – измеряемый вектор переменных состояния, $u(t)$ – скалярная входная переменная, $y(t)$ – скалярная выходная переменная, $D \geq 0$ – постоянное запаздывание, A, B, C – матрицы соответствующих размерностей, содержащие неизвестные параметры объекта управления.

Целью управления является синтез закона управления $u(t)$ такого, чтобы замкнутая система управления была асимптотически устойчива.

2.3.2 Алгоритм управления параметрически не определенным объектом с входным запаздыванием

Рассмотрим задачу управления объектов вида (2.110), в котором матрицы A, B и C могут содержать неизвестные параметры. Допустим, что прямому измерению доступен вектор состояния $x(t)$, определенный в каноническом наблюдаемом базисе. Пусть неизвестные параметры содержатся только в матрице A :

$$A = \begin{bmatrix} \theta_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \theta_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для того чтобы построить предиктор вида (2.91) необходимо знать значения параметров объекта. Перепишем систему (2.110) в

виде системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t) + \theta_i x_1(t), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (2.111)$$

$$\dot{x}_n(t) = u(t - D) + \theta_n x_1(t). \quad (2.112)$$

Уравнения (2.111), (2.112) содержат неизмеряемые переменные, следовательно, их не достаточно для построения алгоритма оценивания неизвестных параметров. Введем в рассмотрение n линейных фильтров первого порядка для каждой переменной состояния и 1 фильтр для запаздывающего сигнала управления:

$$\dot{\xi}_i(t) = -\lambda \xi_i(t) + \lambda x_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (2.113)$$

$$\dot{\xi}_u(t) = -\lambda \xi_u(t) + \lambda u(t - D), \quad (2.114)$$

где $\lambda > 0$ – положительный параметр фильтров.

После прямого и обратного преобразования Лапласа в (2.111) и (2.112) с учетом (2.113) и (2.114) мы получим следующую систему уравнений:

$$\dot{\xi}_i(t) = \xi_{i+1}(t) + \theta_i \xi_1(t) + \varepsilon_i(t), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (2.115)$$

$$\dot{\xi}_n(t) = \xi_u(t) + \theta_n \xi_1(t) + \varepsilon_n(t), \quad (2.116)$$

где экспоненциально затухающие функции времени ε стремятся к нулю быстрее с увеличением значения параметра λ .

На основе (2.115) и (2.116) несложно построить адаптивный алгоритм оценивания неизвестных параметров [9]:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = k_i \xi_1 \left(\dot{\xi}_i - \xi_{i+1} - \hat{\theta}_i \xi_1 \right), \quad i = \overline{1, n-1}, k_i > 0, \quad (2.117)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_n = k_n \xi_1 \left(\dot{\xi}_n - \xi_u - \hat{\theta}_n \xi_1 \right), k_n > 0. \quad (2.118)$$

Алгоритм адаптации (2.117), (2.118) обеспечивает сходимость оценок параметров $\hat{\theta}_i$ к истинным значениям θ_i . Покажем это.

Рассмотрим ошибки оценивания каждого параметра $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$. Дифференцируя $\tilde{\theta}_i$ и подставляя уравнения (2.117), (2.118), а затем (2.115), (2.116) мы получим модели ошибок:

$$\dot{\tilde{\theta}}_i = -k_i \xi_1^2 \tilde{\theta}_i + k_i \xi_1 \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n}, k_i > 0. \quad (2.119)$$

Из (2.119) нетрудно показать, что все ошибки оценивания $\tilde{\theta}_i$ стремятся к нулю, что гарантирует сходимость оценок $\hat{\theta}_i$ к истинным значениям параметров объекта управления θ_i .

На основе $\hat{\theta}_i$ сформируем оценку матрицы состояния в виде:

$$\hat{A}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1(t) & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \hat{\theta}_2(t) & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_n(t) & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}.$$

Закон управления построим на основе алгоритма (2.91) в виде:

$$u(t) = \hat{K}(t) e^{\hat{A}(t)D} x(t) + \hat{K}(t) \int_{t-D}^t e^{\hat{A}(t)(t-s)} B u(s) ds, \quad (2.120)$$

где вектор-строка $\hat{K}(t)$ определяется из условия гурвицевости матрицы $\hat{A}(t) + B\hat{K}(t)$ в каждый момент времени t .

С учетом того, что оценки $\hat{\theta}_i$ с течением времени стремятся к истинным значениям, то матрица \hat{A} стремится к матрице A , Параметры \hat{K} также стремятся к некоторым постоянным значениям, соответствующим матрице A . Таким образом, получен алгоритм управления (2.120), (2.117), (2.118), (2.113), (2.114) для параметрически не определенного объекта управления с постоянным входным запаздыванием.

2.3.3 Числовой пример 2.3

Рассмотрим неустойчивый объект управления вида (2.110) со следующими параметрами: $n = 3$, $\theta_1 = 1$, $\theta_2 = 0$, $\theta_3 = -1$, $D = 1$, $x^T(0) = [1 \ 0 \ 1]$.

Построим четыре фильтра вида (2.113), (2.114) с параметром $\lambda = 10$. Построим три схемы адаптации вида (2.117), (2.118) с параметрами $k_1 = 10$, $k_2 = 10$, $k_3 = 10$.

Для построения алгоритма управления вида (2.120) необходимо выбрать алгоритм расчета вектора-строки $\hat{K} = [\hat{K}_1 \quad \hat{K}_2 \quad \hat{K}_3]$.

Рассмотрим характеристический полином $Q(p)$ матрицы $\hat{A} + B\hat{K}$:

$$\begin{aligned}
 Q(p) &= \det [pI - (\hat{A} + B\hat{K})]^{-1} \\
 &= \det \left(\begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 & 1 & 0 \\ \hat{\theta}_2 & 0 & 1 \\ \hat{\theta}_3 + \hat{K}_1 & \hat{K}_2 & \hat{K}_3 \end{bmatrix} \right) \\
 &= p^3 + (-\hat{\theta}_1 - \hat{K}_3)p^2 + (-\hat{\theta}_2 - \hat{K}_2 + \hat{\theta}_1\hat{K}_3)p + (-\hat{\theta}_3 - \hat{K}_1 + \hat{\theta}_1\hat{K}_2 + \hat{\theta}_2\hat{K}_3)
 \end{aligned}$$

Для обеспечения желаемого качества переходных процессов назначим желаемый характеристический полином вида:

$$Q^*(p) = p^3 + 3\omega p^2 + 3\omega^2 p + \omega^3,$$

где $\omega > 0$ – положительный параметр, который определяет быстроедействие системы и в то же время чувствительность к внешним воздействиям. Этот параметр назначается разработчиком или оператором во время работы системы управления.

Параметры закона управления $\hat{K} = [\hat{K}_1 \quad \hat{K}_2 \quad \hat{K}_3]$ найдем, приравняв коэффициенты полиномов $Q(p)$ и $Q^*(p)$:

$$\hat{K}_3 = -3\omega - \hat{\theta}_1, \tag{2.121}$$

$$\hat{K}_2 = -3\omega^2 - \hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_1\hat{K}_3, \tag{2.122}$$

$$\hat{K}_1 = -\omega^3 - \hat{\theta}_3 + \hat{\theta}_1\hat{K}_2 + \hat{\theta}_2\hat{K}_3 \tag{2.123}$$

Интеграл в законе управления (2.120) рассчитывается как площадь криволинейной фигуры под кривой в силу свойств определенного интеграла.

На рисунке 2.6 представлены результаты численного моделирования замкнутой системы управления для $\omega = 3$. Как видно из рисунка, адаптивный регулятор решает поставленную задачу.

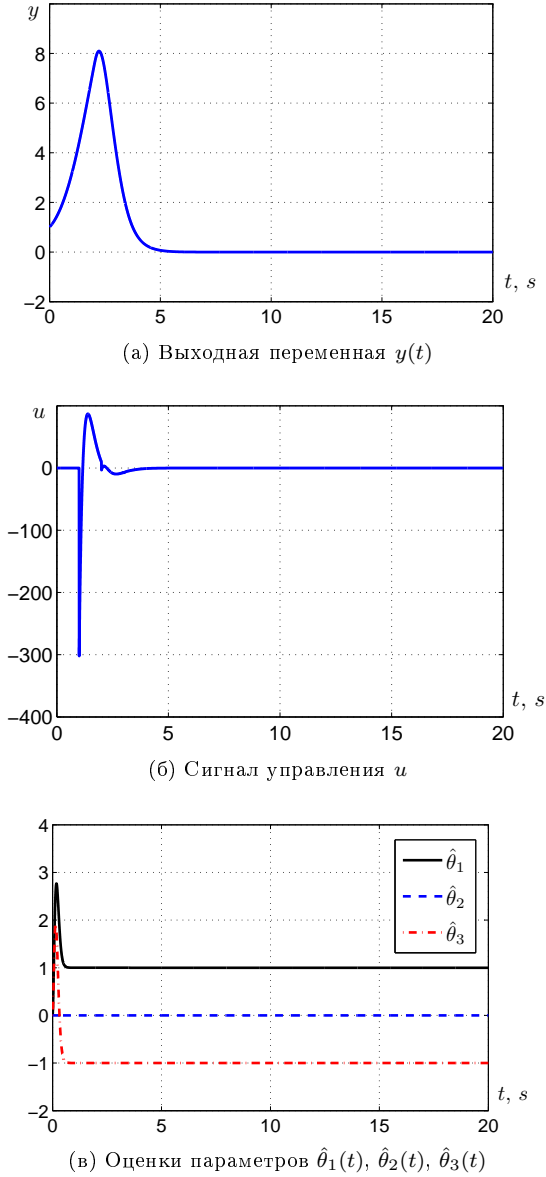


Рис. 2.6. Переходные процессы в замкнутой системе

2.3.4 Алгоритм компенсации возмущения

В этом разделе представим решение задачи управления параметрически не определенным объектом, на который действует неизмеряемое постоянное возмущение.

Математическая модель возмущенного объекта с запаздыванием по управлению:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - D) + Bf, y(t) = Cx(t), \quad (2.124)$$

где $f = const$ – заранее неизвестное возмущение, действующее на объект.

Для синтеза алгоритма управления для объекта вида (2.124) мы будем использовать подход, изложенный в предыдущем разделе. Сначала мы введем в рассмотрение вспомогательные фильтры, затем построим схему оценивания неизвестных параметров и возмущения, затем сформулируем закон управления.

Далее будем считать, что мы уже ввели в рассмотрение фильтры вида (2.113), (2.114). Учитывая, что возмущение непосредственно оказывает влияние только на переменную состояния $x_n(t)$, то для фильтров остается справедливым уравнение (2.115). Уравнение (2.116) будет выглядеть иначе:

$$\dot{\xi}_n(t) = \xi_u(t) + \theta_n \xi_1(t) + f + \varepsilon_n(t), \quad (2.125)$$

где уже учтено, что реакция фильтра с передаточной функцией $\frac{\lambda}{s+\lambda}$ на возмущение f будет иметь то же самое значение f , а переходный процесс учитывается переменной $\varepsilon_n(t)$.

Следовательно, алгоритм оценивания параметров $\theta_1, \dots, \theta_{n-1}$ будет иметь вид (2.117). Алгоритм оценивания параметра θ_n и неизвестного возмущения представлен далее.

Продифференцируем уравнение (2.125) и пренебрежем экспоненциально затухающей функцией времени $\varepsilon_n(t)$:

$$\ddot{\xi}_n(t) = \dot{\xi}_u(t) + \theta_n \dot{\xi}_1(t). \quad (2.126)$$

На основе уравнения (2.126) и (2.118) построим алгоритм оценивания параметра θ_n :

$$\dot{\hat{\theta}}_n = k_n \dot{\xi}_1 \left(\ddot{\xi}_n - \dot{\xi}_u - \hat{\theta}_n \dot{\xi}_1 \right). \quad (2.127)$$

Алгоритм (2.127) не может быть реализован в таком виде, так как функция ξ_n не доступна для измерения. Введем вспомогательную переменную:

$$\chi = \hat{\theta}_n - k_n \xi_1 \dot{\xi}_n. \quad (2.128)$$

Дифференцируя (2.128), имеем

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= k_n \dot{\xi}_1 \left(\ddot{\xi}_n - \dot{\xi}_u - \hat{\theta}_n \dot{\xi}_1 \right) - k_n \ddot{\xi}_1 \dot{\xi}_n - k_n \dot{\xi}_1 \ddot{\xi}_n \\ &= -k_n \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_u - k_n \hat{\theta}_n \dot{\xi}_1^2 - k_n \ddot{\xi}_1 \dot{\xi}_n. \end{aligned} \quad (2.129)$$

Найдем выражение для расчета $\ddot{\xi}_1$ из (2.113):

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_1(t) &= -\lambda \dot{\xi}_1(t) + \lambda \dot{x}_1(t) \\ &= -\lambda \dot{\xi}_1(t) + \lambda x_2(t) + \theta_1 x_1. \end{aligned} \quad (2.130)$$

На основе (2.130) найдем алгоритм настройки переменной χ :

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= -k_n \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_u - k_n \hat{\theta}_n \dot{\xi}_1^2 \\ &\quad - k_n \dot{\xi}_n \left(-\lambda \dot{\xi}_1(t) + \lambda x_2(t) + \hat{\theta}_1 x_1 \right). \end{aligned} \quad (2.131)$$

Реализуемый алгоритм оценивания параметра θ_n найдем из (2.128):

$$\hat{\theta}_n = \chi + k_n \xi_1 \dot{\xi}_n. \quad (2.132)$$

Получив алгоритм оценивания параметра θ_n , мы можем построить наблюдатель возмущающего воздействия в виде:

$$\hat{f}(t) = \dot{\xi}_n(t) - \xi_u(t) - \hat{\theta}_n \xi_1(t). \quad (2.133)$$

Алгоритм управления, компенсирующий возмущение будет иметь вид:

$$u(t) = u_0(t) - \hat{f}(t), \quad (2.134)$$

где u_0 – первый контур управления, необходимый для стабилизации объекта. Значение составляющей u_0 рассчитывается аналогично (2.120) по формуле:

$$u_0(t) = \hat{K}(t) e^{\hat{A}(t)D} x(t) + \hat{K}(t) \int_{t-D}^t e^{\hat{A}(t)(t-s)} B u_0(s) ds. \quad (2.135)$$

В силу того, что все параметры объекта оцениваются с нулевой ошибкой, то наблюдатель возмущения также точно оценивает неизвестное возмущение f . Нетрудно видеть, что алгоритм (2.134) позволяет полностью компенсировать возмущение в замкнутой системе, а выбор параметров $\hat{K}(t)$ обеспечивает стабилизацию нулевого положения равновесия $x = 0$ объекта управления (2.134).

2.3.5 Числовой пример 2.4

Рассмотрим неустойчивый объект управления вида (2.124) со следующими параметрами: $n = 3$, $\theta_1 = -2$, $\theta_2 = -4$, $\theta_3 = 1$, $D = 1$, $f = 1$, $x^T(0) = [1 \ 0 \ 1]$.

Построим четыре фильтра вида (2.113), (2.114) с параметром $\lambda = 15$. Построим две схемы адаптации вида (2.117) с параметрами $k_1 = 50$, $k_2 = 50$. Параметр θ_3 будем оценивать по алгоритму (2.131), (2.132) с параметром $k_3 = 50$. Алгоритм оценивания возмущения имеет вид (2.133). Закон управления определяется уравнением (2.134), где параметры $\hat{K}(t)$ выбираются в соответствии с уравнениями (2.121)-(2.123) с параметром $\omega = 2$.

На рисунке 2.7 представлены результаты численного моделирования замкнутой системы управления без компенсации возмущения, работает только контур стабилизации. Из рисунка 2.7 видно, что неустойчивый объект стабилизируется, однако из-за возмущения установившееся значение выходной переменной отлично от нуля. На рисунке 2.8 представлены результаты моделирования замкнутой системы с компенсацией возмущения. На рисунке 2.8 видно, что алгоритм (2.134) обеспечивает стабилизацию объекта и полную компенсацию внешнего возмущения так, что выходная переменная стремится к нулю.

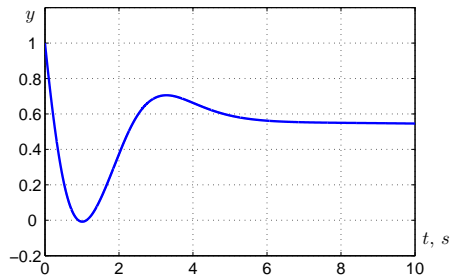
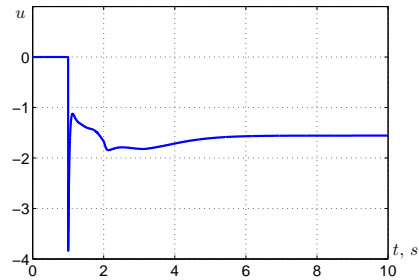
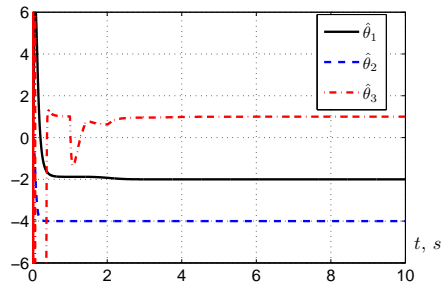
(а) Выходная переменная $y(t)$ (б) Сигнал управления u (в) Оценки параметров $\hat{\theta}_1(t)$, $\hat{\theta}_2(t)$, $\hat{\theta}_3(t)$

Рис. 2.7. Переходные процессы в замкнутой системе: только стабилизация

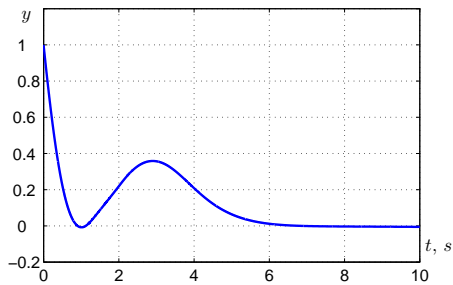
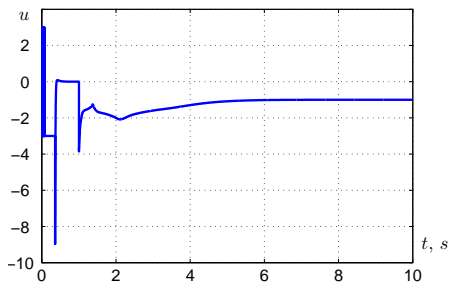
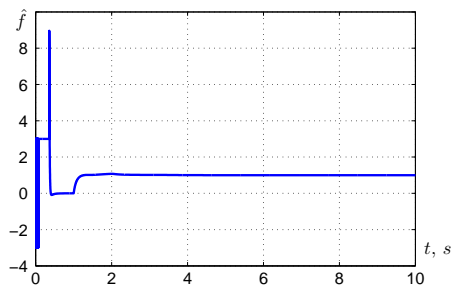
(а) Выходная переменная $y(t)$ (б) Сигнал управления u (в) Оценка возмущения $\hat{f}(t)$

Рис. 2.8. Переходные процессы в замкнутой системе с компенсацией возмущения

Глава 3

Адаптивное управление по выходу параметрически неопределенными системами

Данная глава посвящена обобщению метода модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка [18] для синтеза адаптивных систем управления объектами с запаздыванием по управлению. Предполагается, что в системе управления доступен измерению только скалярный выход объекта. Все аналитические расчеты и выводы сопровождаются примерами компьютерного моделирования.

Проблема синтеза систем управления объектами с запаздывающим входом состоит в учете влияния времени запаздывания на устойчивость и качество переходных процессов в замкнутой системе [4, 6]. Поэтому возникает идея о возможности синтеза системы управления, в которой исключается влияние времени запаздывания.

В п. 3.2 и 3.3 предлагается двухконтурная схема управления объектами с запаздывающим входом. В первом контуре для исключения влияния времени запаздывания используется адаптивный предиктор, предложенный в [17] и рассмотренный с известными схемами адаптивного управления в [14]. Во втором контуре для обеспечения слежения выхода объекта управления за эталонным сигналом используется метод модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка [18].

В п. 3.4 и 3.5 предлагается одноконтурная схема управления объектами с запаздывающим входом без использования прогнози-

рующих устройств и основанная на использовании настраиваемых фильтров состояния.

3.1 Постановка задачи

Рассмотрим параметрически неопределенный объект управления, динамические процессы в котором описываются дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} Q(p)y(t) &= kR(p)u(t-h), \\ p^i y(0) &= y_{i0}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1, \quad u(\lambda) = 0, \quad \lambda \in [-h, 0], \end{aligned} \quad (3.1)$$

где $u(t) \in \mathfrak{R}$ и $y(t) \in \mathfrak{R}$ – вход и выход объекта соответственно, $k > 0$ – высокочастотный коэффициент усиления, $h > 0$ – время запаздывания, $Q(p)$, $R(p)$ – линейные дифференциальные операторы, $\deg Q(p) = n$, $\deg R(p) = m$.

Требуемое качество переходных процессов для объекта управления (3.1) задается эталонной моделью:

$$Q_m(p)y_m(t) = k_m R_m(p)r(t). \quad (3.2)$$

Здесь $y_m(t) \in \mathfrak{R}$ – выход эталонной модели, $r(t) \in \mathfrak{R}$ – ограниченное задающее воздействие, $Q_m(p)$, $R_m(p)$ – линейные дифференциальные операторы с известными постоянными коэффициентами, $\deg Q_m(p) = n$, $\deg R_m(p) = m$.

Сформулируем предположения, при которых решается задача управления объектами класса (3.1).

Допущение 3.1 Коэффициенты операторов $Q(p)$, $R(p)$ и число $k > 0$ зависят от некоторого вектора неизвестных параметров $\vartheta \in \Xi$, где Ξ – известное множество возможных значений вектора ϑ . Операторы $Q(p)$, $R(p)$ – нормированные.

Допущение 3.2 Известны величина запаздывания $h > 0$ и порядки операторов $Q(p)$, $R(p)$, $Q_m(p)$ и $R_m(p)$, причем $\gamma = n - m \geq 1$, где γ – относительная степень объекта (3.1).

Допущение 3.3 Полиномы $Q(s)$, $R(s)$, $Q_m(s)$ и $R_m(s)$ – гурвицевы.

Допущение 3.4 Измерению доступны только сигналы $y(t)$, $y_m(t)$ и $r(t)$.

Необходимо построить систему управления, обеспечивающую в ней ограниченность всех сигналов и выполнения целевого условия

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_m(t - h)| < \delta, \quad \forall \vartheta \in \Xi, \quad (3.3)$$

где $\delta > 0$ – число, которое может быть уменьшено за счет выбора параметров в системе управления.

3.2 Адаптивный предиктор

В данном пункте рассмотрим построение адаптивного предиктора, для которого необходимо, чтобы $z(t) \rightarrow y(t + h)$ при $t \rightarrow \infty$, где $z(t)$ – выход предиктора. Затем на его основе построим адаптивную систему управления с эталонной моделью, позволяющую скомпенсировать влияние запаздывания на устойчивость и качество переходных процессов в замкнутой системе.

Для реализации прогноза регулируемой величины введем предиктор [14, 17]

$$\begin{aligned} Q_0(p)y_p(t) &= R_0(p)(u(t) - u(t - h)) + G(p)v_1(t + h), \\ p^i y_p(0) &= 0, \quad i = 0, 1, \dots, n - 1. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь $Q_0(p)$, $R_0(p)$, $G(p)$ – линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами, полиномы $Q_0(s)$, $R_0(s)$, $G(s)$ – гурвицевы, $\deg Q_0(p) = n$, $\deg R_0(p) = m$, $\deg G(p) = n - 1$, $Q_0(p)$ – нормированный, $v_1(t + h)$ – вспомогательное управляющее воздействие для управления процессом прогноза, $G(s)$ выбирается так, чтобы передаточная функция $G(s)/Q(s)$ была строго положительно вещественной (СПВ) функцией $\forall \vartheta \in \Xi$.

Введем переменную $z(t) = y(t) + y_p(t)$, и из (3.1) и (3.4) сфор-

мируем уравнение

$$\begin{aligned} Q(p)z(t) &= kR(p)u(t) + G(p)v_1(t+h) \\ &\quad - G(p) \left(\frac{kR(p) + R_0(p)}{G(p)} (u(t) - u(t-h)) \right) \\ &\quad - G(p) \left(\frac{\Delta Q(p)}{G(p)} y_p(t) \right), \end{aligned} \quad (3.5)$$

где $\Delta Q(p) = Q_0(p) - Q(p)$. Очевидно, что если $\Delta Q(p) = 0$, $kR(p) - R_0(p) = 0$, то при $v_1(t+h) = 0$ имеем предиктор Смита [57, 58].

Для уравнения (3.5) рассмотрим фильтры:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_p(t) &= F_p \zeta_p(t) + b_0 y_p(t), \\ \zeta_p(0) &= 0, \\ \dot{\zeta}_u(t) &= F_p \zeta_u(t) + b_0 (u(t) - u(t-h)), \\ \pi(t) &= K \zeta_u(t), \quad \zeta_u(0) = 0, \end{aligned} \quad (3.6)$$

$\zeta_p(t) \in \mathfrak{R}^{n-1}$, $\zeta_u(t) \in \mathfrak{R}^{n-1}$ – векторы состояния фильтров, $F_p \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ – числовая матрица в форме Фробениуса с характеристическим многочленом $G(s)$, $b_0^T = [0, \dots, 0, 1]$, $\pi(t) \in \mathfrak{R}^m$, $K = [I_m, 0]$.

Введем вектор регрессии $w_1(t) = [y_p(t), \zeta_p^T(t), \pi^T(t)]^T$ и перепишем уравнение (3.5) в компактной форме

$$Q(p)z(t) = kR(p)u(t) + G(p) (v_1(t+h) - c_{01}^T w_1(t)). \quad (3.7)$$

Здесь элементы вектора c_{01} зависят от коэффициентов полиномов $\Delta Q(s)$ и $kR(s) - R_0(s)$.

Для управления процессом прогноза регулируемой величины зададим закон изменения вспомогательного управляющего воздействия $v_1(t)$ в виде

$$v_1(t+h) = c_1^T(t+h)w_1(t), \quad (3.8)$$

где $c_1(t)$ – вектор настраиваемых параметров, который будет определен в п. 1.3.

Учитывая (3.1), (3.7) и (3.8), сформируем уравнение ошибки прогноза $e_1(t) = z(t-h) - y(t)$ в виде

$$Q(p)e_1(t) = G(p) (c_1(t) - c_{01})^T w_1(t-h). \quad (3.9)$$

Далее рассмотрим построение второго контура, а именно системы управления слежением выхода объекта управления за эталонным сигналом.

3.3 Управление с использованием модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка

Для синтеза системы управления слежением выхода модели (3.7) за эталонным сигналом (3.2) воспользуемся модифицированным алгоритмом адаптации высокого порядка [18].

Принимая во внимание (3.11), заменим целевое условие (3.3) на соотношение

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |z(t) - y_m(t)| < \delta. \quad (3.10)$$

Представим линейные дифференциальные операторы $Q(p)$ и $R(p)$ в виде сумм:

$$Q(p) = Q_m(p) + \Delta Q(p), R(p) = R_m(p) + \Delta R(p) \quad (3.11)$$

где $\Delta Q(p)$ и $\Delta R(p)$ – линейные дифференциальные операторы порядка, которых не превосходят $n - 1$ и $m - 1$ соответственно.

Подставим разложение (3.11) в (3.7) и преобразуем последнее к виду

$$Q_m(p)z(t) = G(p) [c_1(t+h) - c_{01}]^T w_1(t) + kR_m(p)u(t) + kR_m(p) \left[\frac{\Delta R(p)}{R_m(p)} u(t) - \frac{\Delta Q(p)}{kR_m(p)} z(t) \right]. \quad (3.12)$$

Введем закон управления

$$u(t) = T(p)\bar{v}_2(t), \quad (3.13)$$

где $T(p)$ – линейный дифференциальный оператор порядка $\gamma - 1$ и такой, что $\frac{R_m(s)T(s)}{Q_m(s)}$ – СПВ-функция, $\bar{v}_2(t)$ – оценка вспомогательного управляющего воздействия $v_2(t)$, формирование которой будет показано ниже.

Учитывая (3.2), (3.12) и (3.13), составим уравнение для ошибки слежения $e_2(t) = z(t) - y_m(t)$ в виде

$$\begin{aligned} e_2(t) = & \frac{G(p)}{Q(p)} [c_1(t+h) - c_{01}]^T w_1(t) + \\ & + k \frac{R_m(p)T(p)}{Q_m(p)} \left[\bar{v}_2(t) + \frac{\Delta R(p)}{R_m(p)} \bar{v}_2(t) \right] \\ & - k \frac{R_m(p)T(p)}{Q_m(p)} \left[\frac{\Delta Q(p)}{kT(p)R_m(p)} z(t) + \frac{k_m}{kT(p)} r(t) \right]. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Для уравнения (3.14) введем фильтры состояния

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_v(t) &= F_v \zeta_v(t) + b_0 \bar{v}_2(t), \quad \zeta_v(0) = 0, \\ \dot{\zeta}_z(t) &= F_z \zeta_z(t) + b_0 z(t), \quad \zeta_z(0) = 0, \\ \dot{\zeta}_r(t) &= F_r \zeta_r(t) + b_0 r(t), \quad g(t) = L \zeta_r(t), \quad \zeta_r(0) = 0, \end{aligned} \quad (3.15)$$

где $\zeta_v(t) \in \mathbb{R}^m$, $\zeta_z(t) \in \mathbb{R}^{n-1}$, $\zeta_r(t) \in \mathbb{R}^{\gamma-1}$ – векторы состояния фильтров (3.15), матрицы $F_v \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $F_z \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ и $F_r \in \mathbb{R}^{(\gamma-1) \times (\gamma-1)}$ заданы в форме Фробениуса с характеристическими многочленами $R_m(s)$, $T(s)R_m(s)$ и $T(s)$ соответственно.

Составим вектор регрессии $w_2(t) = [\zeta_v^T(t), \zeta_z^T(t), z(t), g(t)]^T$ и перепишем уравнение ошибки слежения (3.14) в виде

$$\begin{aligned} Q_m(p)e_2(t) = & G(p) [c_1(t+h) - c_{01}]^T w_1(t) \\ & + kR_m(p)T(p) [\bar{v}_2(t) - c_{02}^T w_2(t)]. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Здесь c_{02} – вектор неизвестных параметров, зависящих от коэффициентов полиномов $\Delta R(s)$, $\Delta Q(s)$ и числа $1/k$.

Зададим вспомогательное управляющее воздействие $v_2(t)$ в виде

$$v_2(t) = c_2^T(t) w_2(t), \quad (3.17)$$

где $c_2(t)$ – вектор настраиваемых параметров. Подставим (3.17) в (3.16) и преобразуем (3.16) к виду

$$\begin{aligned} Q_m(p)e_2(t) = & G(p) [c_1(t+h) - c_{01}]^T w_1(t) \\ & + kR_m(p)T(p) [(c_2(t) - c_{02})^T \bar{w}_2(t)] \\ & + kR_m(p)T(p)\Delta(t). \end{aligned} \quad (3.18)$$

где $\Delta(t) = \bar{v}_2(t) - v_2(t)$ – ошибка оценки сигнала $v_2(t)$.

Для реализации закона управления (3.13) введем наблюдатель [36]

$$\dot{\xi}(t) = G_0\xi(t) + D_0(\bar{v}_2(t) - v_2(t)), \quad \bar{v}_2(t) = L\xi(t). \quad (3.19)$$

В (3.19): $\xi(t) \in \mathfrak{R}^{\gamma-1}$, $G_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_{\gamma-2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $D_0 = -[d_1\mu^{-1}, d_2\mu^{-2}, \dots, d_{\gamma-1}\mu^{-\gamma+1}]^T$, причем $d_1, d_2, \dots, d_{\gamma-1}$ выбираются из условия гурвицевости матрицы $G = G_0 - DL$, $D_0 = [d_1, d_2, \dots, d_{\gamma-1}]^T$, $\mu > 0$ – достаточно малое число, $L = [1, 0, \dots, 0]$ – матрица соответствующей размерности.

Для оценки точности наблюдения $\gamma - 1$ -производных сигнала $v_2(t)$ введем вектор $\bar{\eta}(t) = \bar{A}^{-1}(\xi(t) - \theta(t))$, где $\bar{A} = \text{diag}\{\mu^{\gamma-2}, \mu^{\gamma-3}, \dots, \mu, 1\}$, $\theta(t) = [v_2(t), \dot{v}_2(t), \dots, v_2^{(\gamma-1)}(t)]^T$. Проинтегрировав $\bar{\eta}(t)$ с учетом (3.19), получим

$$\dot{\bar{\eta}}(t) = \mu^{-1}G\bar{\eta}(t) + \bar{b}v_2^{(\gamma)}(t), \quad \bar{\Delta}(t) = \mu^{\gamma-2}L\bar{\eta}(t),$$

где $\bar{b} = [0, \dots, 0, 1]^T$. Преобразуем предпоследнее уравнение в эквивалентное относительно выхода $\bar{\Delta}(t)$:

$$\dot{\eta}(t) = \mu^{-1}G\eta(t) + b\dot{v}_2(t), \quad \bar{\Delta}(t) = \mu^{\gamma-2}L\eta(t). \quad (3.20)$$

Здесь $\eta_i(t) = \bar{\eta}_i(t) - \mu^{1+i-\gamma}v^{(i-1)}(t)$, $i = 2, \dots, \gamma-1$, $\eta_1(t) = \bar{\eta}_1(t)$, $b = [\mu^{2-\gamma}, 0, \dots, 0]^T$. Тогда, принимая во внимание уравнения (3.20), перепишем (3.9) и (3.14) в виде

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1(t) &= A\varepsilon_1(t) + B_1[c_1(t) - c_{01}]^T w_1(t-h), \quad e_1(t) = L\varepsilon_1(t), \\ \dot{\varepsilon}_2(t) &= A_m\varepsilon_2(t) + B_2[c_1(t+h) - c_{01}]^T w_1(t) + \\ &\quad + kB_3[c_2(t) - c_{02}]^T w_2(t) + \mu^{\gamma-2}kB_3L\eta(t), \\ e_2(t) &= L\varepsilon_2(t). \end{aligned} \quad (3.21)$$

где $\varepsilon_1(t) \in \mathfrak{R}^n$, $\varepsilon_2(t) \in \mathfrak{R}^n$ – векторы состояний, A, B_1, A_m, B_2 и B_3 – матрицы и векторы соответствующих размерностей, которые получены при переходе от (3.9) и (3.14) к (3.21).

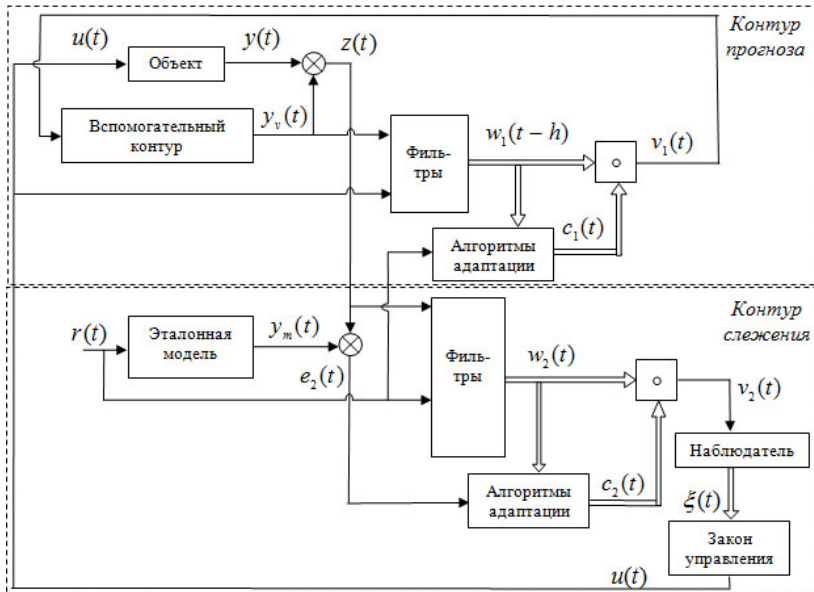


Рис. 3.1. Адаптивная система управления с использованием предиктора

На рисунке 3.1 приведена структурная схема адаптивного управления объектами с запаздыванием по управлению с использованием прогнозирующего устройства.

Следует заметить, что в данном случае невозможно сразу построить вектор $c_1(t+h)$ с использованием ошибки $e_1(t) = z(t-h) - y(t)$ в силу отсутствия информации о значении регулируемой величины $y(t+h)$ в момент времени t . Поэтому строится алгоритм по задержанной ошибке $e_1(t)$, а затем берется $c_1(t+h) = c_1(t)$.

Теорема 3.1 Пусть выполнены условия допущений 3.1-3.4. Тогда существуют числа $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $\alpha_3 > 0$, $\beta_1 > 0$, $\beta_2 > 0$ и

$\mu \leq \mu_0$ такие, что алгоритмы адаптации

$$\begin{aligned}\dot{c}_1(t) &= -\alpha_1 e_1(t) w_1(t-h) - \alpha_2 e_2(t) w_2(t) - \beta_1 e_1^2(t) c_1(t), \\ c_1(t+h) &= c_1(t) - e_2(t) w_1(t), \\ \dot{c}_2(t) &= -\alpha_3 e_2(t) w_2(t) - \beta_2 e_2^2(t) c_2(t),\end{aligned}\tag{3.22}$$

со вспомогательным контуром (3.4), фильтрами (3.6), (3.15), законами управления (3.8), (3.13), (3.17) и наблюдателем (3.19) обеспечивают выполнение целевого условия (3.3) и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.

Доказательство. Запишем уравнения (3.20) и (3.21) в виде системы

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1(t) &= A\varepsilon_1(t) + B_1 [c_1(t) - c_{01}]^T w_1(t-h), \\ \dot{\varepsilon}_1(t) &= A_m \varepsilon_1(t) + B_2 [c_1(t+h) - c_{01}]^T w_1(t) \\ &\quad + kB_3 [c_2(t) - c_{02}]^T w_2(t) + \mu_2^{\gamma-2} kB_3 L \eta(t), \\ \mu_1 \dot{\eta}(t) &= G \eta(t) + \mu_2 b \dot{v}_2(t),\end{aligned}\tag{3.23}$$

где $\mu_1 = \mu_2 = \mu$. Для системы (3.23) воспользуемся леммой.

Лемма 3.1 Если динамическая система описывается уравнением

$$\dot{x}(t) = f(x(t), \mu_1, \mu_2), x(t) \in \mathbb{R}^n, \mu_1 > 0, \mu_2 > 0,\tag{3.24}$$

где $f(x, \mu_1, \mu_2)$ — непрерывная функция, липшицева по x , и при $\mu_2 = 0$ имеет ограниченную замкнутую область диссипативности

$$\Omega_x = \{x : P(x) \leq C\},\tag{3.25}$$

где $P(x)$ — непрерывная, кусочно-гладкая, положительно определенная функция в \mathbb{R}^n , такая, что при $P(x) = C$, некоторых $C_1 > 0$ и $\mu_0 > 0$ выполнено

$$\sup_{\mu_1, \mu_2 \leq \mu_0} \left\langle \left[\frac{\partial P(x)}{\partial x} \right]^T, f(x, \mu_1, 0) \right\rangle \leq -C_1,\tag{3.26}$$

то для всех достаточно малых $\mu_1 \leq \mu_0$ и $\mu_2 \leq \mu_0$ множество (3.25) остается областью диссипативности системы (3.24).

Итак, следуя лемме 3.1, рассмотрим систему (3.23) при $\mu_2 = 0$:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1(t) &= A\varepsilon_1(t) + B_1 [c_1(t) - c_{01}]^T w_1(t - h), \\ \dot{\varepsilon}_2(t) &= A_m \varepsilon_2(t) + B_2 [c_1(t + h) - c_{01}]^T w_1(t) \\ &\quad + kB_3 [c_2(t) - c_{02}]^T w_2(t), \\ \mu_1 \dot{\eta}(t) &= G\eta(t),\end{aligned}\tag{3.27}$$

Выберем функцию Ляпунова $V = V(\varepsilon(t), \varepsilon_1(t), c_1(t), c_1(t), c_2(t))$ в виде

$$\begin{aligned}V &= \varepsilon_1^T(t)P_1\varepsilon_1(t) + \varepsilon_2^T(t)P_2\varepsilon_2(t) + \eta^T(t)P_3\eta(t) + \\ &\quad + \rho_1 (c_1(t) - c_{01})^T (c_1(t) - c_{01}) + \\ &\quad + \rho_2 (c_2(t) - c_{02})^T (c_2(t) - c_{02})\end{aligned}\tag{3.28}$$

где $\rho_1 > 0$, $\rho_2 > 0$ – числа, $P_1 = P_1^T > 0$, $P_2 = P_2^T > 0$, $P_3 = P_3^T > 0$ – матрицы, которые определяются из решений уравнений

$$\begin{aligned}A^T P_1 + P_1 A &= -Q_1, A_m^T P_2 + P_2 A_2 \\ &= -Q_2, G^T P_3 + P_3 G = -Q_3.\end{aligned}\tag{3.29}$$

Здесь $Q_1 = Q_1^T > 0$, $Q_2 = Q_2^T > 0$ и $Q_3 = Q_3^T > 0$.

Возьмем полную производную по времени от (3.28) вдоль траекторий (3.22) и (3.23)

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\varepsilon_1^T(t)Q_1\varepsilon_1(t) + 2\varepsilon_1^T(t)P_1B_1 (c_1(t) - c_{01})^T w_1(t - h) - \\ &\quad - \varepsilon_1^T(t)Q_2\varepsilon_1(t) + 2\varepsilon_1^T(t)P_2B_2 (c_1(t) - c_{01})^T w_1(t) - \\ &\quad - 2\varepsilon_1^T(t)P_2B_2e_1(t)w_1^T(t)w_1(t) + \\ &\quad + 2k\varepsilon_2^T(t)PB_3 (c_2(t) - c_{02})^T w_2(t) - \\ &\quad - \mu_1^{-1}\eta^T(t)Q_3\eta(t) + 2\rho_1\dot{c}_1^T(t) (c_1(t) - c_{01}) + \\ &\quad + 2\rho_2\dot{c}_2^T(t) (c_2(t) - c_{02}).\end{aligned}\tag{3.30}$$

Воспользуемся тождествами и оценкой

$$\begin{aligned}-2c_i^T(t) (c_i(t) - c_{0i}) &= -(c_i(t) - c_{0i})^T (c_i(t) - c_{0i}) - \\ &\quad - c_i^T(t)c_i(t) + |c_{0i}|^2, i = 1, 2,\end{aligned}\tag{3.31}$$

$$-2\varepsilon_1^T(t)P_2B_2e_1(t)w_1^T(t)w_1(t) = -2\varepsilon_1^T(t)P_2B_2L\varepsilon_1^T(t)w_1^T(t)w_1(t),$$

и перепишем (3.30) в виде

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\varepsilon_1^T(t)Q_1\varepsilon_1(t) - \varepsilon_2^T(t)Q_2\varepsilon_2(t) - \mu_1^{-1}\eta^T(t)Q_3\eta(t) - \\ &\quad - \rho_1\beta_1e_1^2(t)c_1^T(t)c_1(t) - \rho_2\beta_2e_2^2(t)c_2^T(t)c_2(t) - \\ &\quad - \rho_1\beta_1e_1^2(t)(c_1(t) - c_{01})^T(c_1(t) - c_{01}) - \\ &\quad - \rho_2\beta_2e_2^2(t)(c_2(t) - c_{02})^T(c_2(t) - c_{02}) + \\ &\quad + \rho_1\beta_1e_1^2(t)|c_{01}|^2 + \rho_2\beta_2e_2^2(t)|c_{02}|^2 \\ &\leq -\varepsilon_1^T(t)\left(Q_1 - \rho_1\beta_1|c_{01}|^2L^TL\right)\varepsilon_1(t) - \\ &\quad - \varepsilon_2^T(t)\left(Q_2 - \rho_2\beta_2|c_{02}|^2L^TL\right)\varepsilon_2(t) - \\ &\quad - \mu_1^{-1}\eta^T(t)Q_3\eta(t). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Очевидно, что существуют такие числа β_1 и β_2 такие, что $Q_1 - \rho_1\beta_1|c_{01}|^2L^TL > 0$ и $Q_2 - \rho_2\beta_2|c_{02}|^2L^TL > 0$. Тогда, в силу того, что $V \geq 0$ и $\dot{V} \leq 0$, будут выполнены условия:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_1(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_2(t) = 0 \text{ и } \lim_{t \rightarrow \infty} \eta(t) = 0. \quad (3.33)$$

Теперь покажем, что все переменные в (3.27) являются ограниченными функциями.

Учитывая (3.33), из (3.27) следует, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (c_1(t) - c_{01})^T w_1(t - h) = 0 \text{ и } \lim_{t \rightarrow \infty} (c_2(t) - c_{02})^T w_2(t) = 0.$$

Из ограниченности сигнала $r(t)$ и гурвицевости матрицы F_r следует ограниченность вектора $\zeta_r(t)$ в третьем уравнении (3.15). Т.к. $e_2(t) = z(t) - y_m(t)$, а $y_m(t)$ – величина ограниченная, то функция $z(t)$ также будет ограничена. Тогда, из второго уравнения (3.15), в силу гурвицевости матрицы F_z , следует ограниченность вектора $\zeta_z(t)$.

Принимая во внимание (3.20), рассмотрим первое уравнение фильтра (3.15), записанное в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_v(t) &= (F_v + b_0\varsigma_{0v}^T)\zeta_v(t) + b_0(c_2(t) - c_{02})^T w_2(t) + \\ &\quad + b_0\left(\varsigma_{0z}^T\zeta_z(t) + \bar{\varsigma}_{0z}z(t) + \frac{k_m}{k}r(t)\right), \end{aligned}$$

где ζ_{0v} ζ_{0z} – векторы, компонентами которых являются коэффициенты операторов $\Delta R(p)$, $k^{-1}\Delta\bar{Q}(p)$, $\Delta\bar{Q}(p)$ и $\bar{\zeta}_{0z}$, где $\Delta\bar{Q}(p)$ и $\bar{\zeta}_{0z}$ получены при выделении целой части в $\frac{\Delta Q(p)}{kT(p)R_m(p)}$, то есть $\frac{\Delta Q(p)}{kT(p)R_m(p)} = \frac{\Delta\bar{Q}(p)}{kT(p)R_m(p)} + \bar{\zeta}_{0z}$. Итак, матрица $F_v + b_0\zeta_{0v}^T$ имеет характеристический многочлен $R(s)$, который гурвицев в соответствии с предположением 3.3. Значит $\zeta_v(t)$ – ограниченный вектор. Тогда, из ограниченности $\zeta_v(t)$ и гурвицевости матрицы F_v в первом уравнении (3.15), следует ограниченность сигнала $v_2(t)$. Значит $|w_2(t)| < \infty$. Поскольку $|c_2(t)| < \infty$, то из (3.13) управляющее воздействие $u(t)$ также ограничено. Т.к. сигнал $u(t)$ ограниченный, то из второго уравнения (3.6) следует, что $|\zeta_u(t)| < \infty$. А в силу ограниченности сигналов $v_1(t)$ и $u(t)$ из (3.4) следует ограниченность $y_p(t)$, что обеспечивает ограниченность $\zeta_p(t)$ из первого уравнения (3.6). Таким образом, все сигналы в замкнутой системе ограниченные.

Согласно лемме 3.1, выберем в качестве функции $P(x)$ функцию Ляпунова P вида

$$\begin{aligned} P = & \varepsilon_1^T(t)P_1\varepsilon_1(t) + \varepsilon_2^T(t)P_2\varepsilon_2(t) + \eta^T(t)P_3\eta(t) + \\ & + \rho(c(t) - c_0)^T(c(t) - c_0) + \\ & + \zeta_p^T(t)R_1\zeta_p(t) + \zeta_u^T(t)R_2\zeta_u(t) + \\ & + \zeta_z^T(t)R_3\zeta_z(t) + \zeta_r^T(t)R_4\zeta_r(t) + \zeta_v^T(t)R_5\zeta_v(t), \end{aligned}$$

где R_i , $i = 1, 2, \dots, 5$ – положительно-определенные симметричные матрицы. Выберем число C так, чтобы ограниченная замкнутая поверхность $P(x) = C$, где $x = [\varepsilon_1^T(t), \varepsilon_2^T(t), \eta^T(t), c^T(t), \zeta_p^T(t), \zeta_u^T(t), \zeta_z^T(t), \zeta_r^T(t), \zeta_v^T(t)]^T$, находилась в некоторой области Ω по переменной x . А поскольку множество притяжения Ω_x лежит в открытой области $V(x) < C$ и система диссипативна, то переменные x будут стремиться к области притяжения Ω_x .

Следовательно существует число C_1 , для которого выполнено (3.26). И только переменные $\eta(t)$ и их скорость сходимости к нулю зависят от выбора μ_1 .

Таким образом, в соответствии с леммой 3.1, существует число $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu < \mu_0$ областью диссипативности системы, (3.6), (3.8), (3.13), (3.15), (3.17), (3.21), (3.22) остается область Ω .

Однако сохранение области диссипативности не гарантирует, что множество притяжения Ω_x в сингулярно-возмущенной системе останется тем же.

Пусть в (3.23) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Выберем снова функцию Ляпунова (3.28). Принимая во внимания результат (3.32), возьмем от (3.28) полную производную по времени вдоль траекторий (3.22) и (3.23):

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\varepsilon_1^T(t) \left(Q_1 - \rho_1 \beta_1 |c_{01}|^2 L^T L \right) \varepsilon_1(t) - \\ & - \varepsilon_2^T(t) \left(Q_2 - \rho_2 \beta_2 |c_{02}|^2 L^T L \right) \varepsilon_2(t) - \mu_0^{-1} \eta^T(t) Q_3 \eta(t) - \\ & - \rho_1 \beta_1 e_1^2(t) (c_1(t) - c_{01})^T (c_1(t) - c_{01}) - \\ & - \rho_2 \beta_2 e_2^2(t) (c_2(t) - c_{02})^T (c_2(t) - c_{02}) + \\ & + 2\mu_0^{\gamma-2} \varepsilon_2^T(t) P_2 k B_3 L \eta(t) + 2\eta^T(t) P_3 b \dot{v}_2(t). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Воспользуемся оценками:

$$\begin{aligned} 2\mu_0^{\gamma-2} \varepsilon_2^T(t) P_2 k B_3 L \eta(t) & \leq 2\mu_0^{\gamma-2} \bar{k} \left[\varepsilon_2^T(t) P_2 B_3 L (P_2 B_3 L)^T \varepsilon_2(t) \right] + \\ & + 2\mu_0^{\gamma-2} \bar{k} \left[\eta^T(t) \eta(t) \right], \quad \bar{k} \geq k, \\ 2\eta^T(t) P_3 b \dot{v}_2(t) & \leq 2\mu_0^{-1} \eta^T(t) P_3 b b^T P_3 \eta(t) + \\ & + 2\mu_0 \psi, \quad \psi = 2 \sup_t \left[\dot{v}_2^2(t) \right]. \end{aligned}$$

Обозначим

$$\begin{aligned} R_1 & = Q_1 - \rho_1 \beta_1 |c_{01}|^2 L^T L > 0, \\ R_2 & = Q_2 - \rho_2 \beta_2 |c_{02}|^2 L^T L - 2\mu_0^{\gamma-2} \bar{k} P_2 B_3 L (P_2 B_3 L)^T \end{aligned}$$

и

$$R_3 = Q_3 - P_3 b b^T P_3 - 2\mu_0^{\gamma-1} \bar{k}.$$

Очевидно, что существует число μ_0 , при котором $R_2 > 0$ и $R_3 > 0$. С учетом новых обозначений перепишем (3.34) в виде

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\varepsilon_1^T(t) R_1 \varepsilon_1(t) - \varepsilon_2^T(t) R_2 \varepsilon_2(t) - \mu_0^{-1} \eta^T(t) R_3 \eta(t) - \\ & - \rho_1 \beta_1 e_1^2(t) (c_1(t) - c_{01})^T (c_1(t) - c_{01}) - \\ & - \rho_2 \beta_2 e_2^2(t) (c_2(t) - c_{02})^T (c_2(t) - c_{02}) + \mu_0 \psi. \end{aligned}$$

Из последнего оценки видно, что уменьшая значение μ_0 , уменьшается значение δ в целевом условии (3.3).

3.3.1 Числовой пример 3.1

Рассмотрим объект управления (3.1), динамические процессы, в котором описываются уравнением

$$(p^3 + q_2 p^2 + q_1 p + q_0) y(t) = ku(t - h). \quad (3.35)$$

Класс неопределенности Ξ задан неравенствами: $0 < q_i \leq 10$, $i = 0, 1, 2$, $0 < k \leq 5$. $h > 0$ – известное время запаздывания.

Зададим $Q_m(p) = (p + 1)^3$, $R_m(p) = 1$ и $r(t) = 1 + \sin t$. Тогда качество переходных процессов для объекта (3.35) определим эталонной моделью

$$(p + 1)^3 y_m(t) = r(t), y_m(0) = \dot{y}_m(0) = \ddot{y}_m(0) = 0 \quad (3.36)$$

Задав $Q_0(p) = (p + 1)^3$, $R_0(p) = 1$ и $G(p) = p^2 + 2p + 1$, уравнение вспомогательного контура (3.4) будет выглядеть как

$$\begin{aligned} \dot{x}_v(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix} x_v(t) + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u(t) - u(t - h)) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} v(t), \\ y_v(t) &= [1, 0, 0] x_v(t), \quad x_v(0) = 0. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Пусть $T(s) = (s + 1)^2$. Тогда сформируем фильтры состояния (3.6) и (3.15) в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_p(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \zeta_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} y_p(t), \quad \zeta_p(0) = 0, \\ \dot{\zeta}_u(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \zeta_u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u(t) - u(t - h)), \\ \pi(t) &= [1, 0] \zeta_u(t), \quad \zeta_u(0) = 0, \\ \dot{\zeta}_z(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \zeta_z(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} z(t), \quad \zeta_z(0) = 0, \\ \dot{\zeta}_r(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \zeta_r(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t), \\ g(t) &= [1, 0] \zeta_r(t), \quad \zeta_r(0) = 0. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Фильтр по $\zeta_v(t)$ отсутствует в силу того, что $\deg R_m(p) = 0$. Векторы регрессии $w_1(t)$ и $w_2(t)$ сформируем в виде $w_1(t) = [y_p(t), \zeta_p^T(t), \pi(t)]^T \in \mathfrak{R}^5$ и $w_2(t) = [z(t), \zeta_z^T(t), g(t)]^T \in \mathfrak{R}^4$.

Пусть $D = [2, 1]^T$ и $\mu = 0, 1$. Наблюдатель (3.19) определим в виде

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1(t) &= \xi_2(t) - 2 \cdot 10 (\xi_1(t) - v_2(t)), \\ \dot{\xi}_2(t) &= -1 \cdot 100 (\xi_1(t) - v_2(t)), \\ \xi_1(0) &= \xi_2(0) = 0.\end{aligned}\tag{3.39}$$

Зададим $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$, $\beta_1 = \beta_2 = 0, 1$. Тогда алгоритмы адаптации (3.22) и законы управления (3.8), (3.13) и (3.17) сформируем в виде

$$\begin{aligned}\dot{c}_1(t) &= -e_1(t)w_1(t-h) - e_2(t)w_2(t) - 0, 1e_1^2(t)c_1(t), \\ c_1(t+h) &= c_1(t) - e_2(t)w_1(t), \\ \dot{c}_2(t) &= -e_2(t)w_2(t) - 0, 1e_2^2(t)c_2(t), \\ v_1(t+h) &= c_2^T(t+h)w_2(t), \quad v_2(t) = c_2^T(t)w_2(t), \\ u(t) &= (p+1)^2 \bar{v}_2(t) = \dot{\xi}_2(t) + 2\xi_2(t) + \xi_1(t).\end{aligned}\tag{3.40}$$

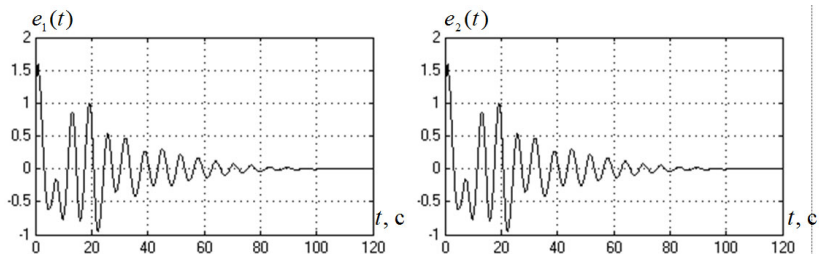
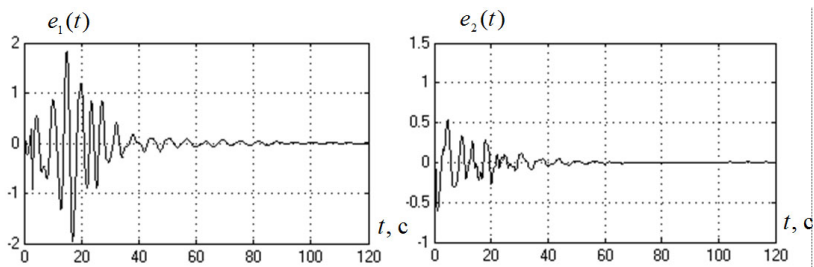
На рисунках 3.2 приведены результаты моделирования по ошибке прогноза $e_1(t)$ и ошибке слежения $e_2(t)$ при следующих значениях параметров в (3.35):

$$\begin{aligned}q_2 &= 4, 5, \quad q_1 = 5, \quad q_0 = 1, 5, \quad k = 2, \quad h = 2c, \\ y(0) &= \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1.\end{aligned}\tag{3.41}$$

На рисунках 3.3 приведены результаты моделирования по ошибке прогноза $e_1(t)$ и ошибке слежения $e_2(t)$ при следующих значениях параметров в (3.35):

$$\begin{aligned}k &= 2, \quad q_2 = 1, \quad q_1 = 2, \quad q_0 = 3, \quad h = 3c, \\ y(0) &= \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 0, 5.\end{aligned}\tag{3.42}$$

Результаты моделирования показали, что величина запаздывания не влияет на устойчивость системы управления и незначительно влияет на качество переходных процессов. Причем величина δ в

Рис. 3.2. Результаты моделирования по $e_1(t)$ и $e_2(t)$ Рис. 3.3. Результаты моделирования по $e_1(t)$ и $e_2(t)$

целевом условии (3.3) существенно зависит от величины μ в наблюдателе (3.19). Т.е. чем меньше величина μ_0 , тем меньше значение δ , что подтверждает результаты аналитических расчетов.

3.4 Алгоритмы адаптивного управления без прогнозирующих устройств для устойчивых объектов

Идея управления объектами с запаздывающим входным сигналом в предыдущих пунктах основывалась на создании двухконтурной системы управления, где в первом контуре осуществлялся прогноз регулируемой величины (п. 3.2), а во втором контуре реализовывался алгоритм управления слежением выхода объекта управления за

эталонным сигналом (п. 3.3).

В данном разделе также будет предложен способ формирования системы управления объектами с запаздывающим сигналом, но уже без использования прогнозирующих устройств.

Пусть задан объект управления (3.1) и эталонная модель (3.2) с выполненными для них допущениями 3.1-3.4.

Требуется построить систему адаптивного управления на базе модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка без использования прогнозирующих устройств. Цель управления состоит в обеспечении ограниченности всех сигналов в замкнутой системе и выполнение целевого условия (3.3).

3.4.1 Метод решения

Принимая во внимание (3.1), (3.2) и (3.11), составим уравнение для ошибки слежения $e(t) = y(t) - y_m(t - h)$ в виде

$$\begin{aligned} e(t) = & \frac{kR_m(p)}{Q_m(p)} \left[u(t - h) - \frac{\Delta Q(p)}{Q(p)} u(t - h) \right] + \\ & + \frac{kR_m(p)}{Q_m(p)} \left[\frac{\Delta R(p)Q_m(p)}{R_m(p)Q(p)} u(t - h) \right] - \\ & - \frac{kR_m(p)}{Q_m(p)} \left[\frac{k_m}{k} r(t - h) \right]. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Для составляющей $\frac{\Delta Q(p)}{Q(p)} u(t - h)$ в (3.43) необходимо сформировать вектор

$$Q(p)\zeta_1(t) = [u(t - h), pu(t - h), \dots, p^{n-1}u(t - h)]^T.$$

Однако полином $Q(s)$ неизвестен, поэтому возьмем настраиваемый фильтр вида

$$\dot{\zeta}_1(t) = F\zeta_1(t) + b_0A_1^T(t)\zeta_1(t) + b_0u(t), \quad \zeta_1(0) = 0, \quad (3.44)$$

где $F \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – матрица в форме Фробениуса с характеристическим многочленом $Q_m(s)$, $A_1(t)$ – вектор настраиваемых параметров. Преобразуем уравнение (3.44) к виду

$$\dot{\zeta}_1(t) = (F + b_0s_{01}^T(t)) \zeta_1(t) + b_0(A_1(t) - s_{01})^T \zeta_1(t) + b_0u(t), \quad (3.45)$$

где ς_{01} – постоянный вектор неизвестных параметров, такой, что матрица $F + b_0 \varsigma_{01}^T$ имеет характеристический полином $Q(s)$. Поэтому, если обеспечить выполнение целевого условия $\lim_{t \rightarrow \infty} (A_1(t) - \varsigma_{01})^T \zeta_1(t) = 0$, то с помощью этого фильтра можно получить требуемый вектор $\zeta_1(t)$. Для выполнения поставленного целевого условия зададимся законом управления в виде

$$u(t) = -c_1^T(t) \zeta_1(t) + u_1(t),$$

тогда уравнение фильтра (3.45) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1(t) &= F \zeta_1(t) + b_0 (c_1(t) - \varsigma_{01})^T (t) \zeta_1(t) + \\ &+ b_0 u_1(t) - b_0 (c_1(t) - \varsigma_{01})^T \zeta_1(t). \end{aligned} \quad (3.46)$$

Как отмечалось, вектор ς_{01} зависит от коэффициентов полинома $Q(s)$. Пусть, существует некоторый вектор c_{01} , зависящий от коэффициентов полинома $\Delta Q(s)$. Тогда из операторного разложения (3.11) для $Q(p)$, следует, что векторы неизвестных параметров равны ς_{01} и c_{01} равны и противоположны по значению, то есть $\varsigma_{01} = -c_{01}$. С учетом этого, уравнение фильтра (3.46) можно переписать в виде

$$\dot{\zeta}_1(t) = F \zeta_1(t) + b_0 u_1(t). \quad (3.47)$$

Теперь рассмотрим построение фильтра состояния для составляющей $\frac{\Delta R(p) Q_m(p)}{R_m(p) Q(p)} u(t-h)$ в уравнении (3.43). Введем переменную $\theta(t) = \frac{Q_m(p)}{Q(p)} u(t-h)$, которую будем формировать как $q_m^T V_u(t)$, где q_m – вектор, коэффициентами которого являются коэффициенты полинома $Q_m(s)$. Тогда, воспользовавшись фильтром (3.45) получим второй вектор

$$R_m(p) \zeta_2(t) = [\theta(t), p\theta(t), \dots, p^{m-1}\theta(t)]^T. \quad (3.48)$$

Следовательно, вектор регрессии для уравнения (3.43) можно сформировать в виде $w(t) = [\zeta_1^T(t), \zeta_2^T(t), r(t)]^T$. На основании введенных фильтров состояния и вектора регрессии, уравнение (3.43) запишется в виде

$$Q_m(p) e(t) = k R_m(p) [u(t-h) - c_0^T w(t-h)]. \quad (3.49)$$

где c_0 – вектор неизвестных постоянных параметров, зависящих от коэффициентов полиномов $\Delta R(s)$ и $\Delta Q(s)$.

Зададим закон управления в виде

$$u(t) = T(p)\bar{v}(t), v(t) = c^T(t)\bar{w}(t). \quad (3.50)$$

Здесь $T(p)$ – линейный дифференциальный оператор порядка $\gamma - 1$ и такой, что $\frac{R_m(s)T(s)}{Q_m(s)}$ – СПВ-функция, $\bar{v}(t)$ – оценка вспомогательного управляющего воздействия $v(t)$, $T(p)\bar{w}(t) = w(t)$.

Для оценки $(\gamma - 1)$ -производных сигнала $v(t)$ воспользуемся наблюдателем (3.19), представленным уравнением (3.19), где только на вход наблюдателя (3.19) поступает сигнал $v(t)$. Следовательно, результат (3.20) будет справедлив и здесь.

Принимая во внимание (3.19), (3.20) и (3.50), преобразуем (3.49) к виду

$$Q_m(p)e(t) = kR_m(p)T(p) \left[(c(t-h) - c_0)^T \bar{w}(t-h) \right] + \\ + kR_m(p)T(p) \left[\mu^{\gamma-2} L\eta(t-h) \right], \quad (3.51)$$

Введем в рассмотрение расширенный вектор $x_p(t) = [x^T(t), \bar{w}^T(t)]^T$, где $x(t)$ – вектор состояния объекта управления (3.1), и составим расширенный объект в виде

$$\dot{x}_p(t) = Ax_p(t) + b \left[(c(t-h) - c_0)^T \bar{w}(t-h) \right] + \\ + b \left[r(t-h) + \mu^{\gamma-2} L_1\eta(t-h) \right], \\ y(t) = Lx_p(t), \quad (3.52)$$

так, чтобы $L(sI - A)^{-1}b = R_m(s)/Q_m(s)$, матрицы A , b и L имели соответствующие размерности.

Для расширенного объекта (3.52) зададимся расширенной эталонной моделью с вектором состояния $x_{mp}(t)$, такой, что динамика ошибки слежения $\varepsilon_p(t) = x_p(t) - x_{mp}(t)$ задается уравнением

$$\dot{\varepsilon}_p(t) = A\varepsilon_p(t) + b \left[(c(t-h) - c_0)^T \bar{w}(t-h) + \mu^{\gamma-2} L\eta(t-h) \right], \\ e_1(t) = L\varepsilon_p(t). \quad (3.53)$$

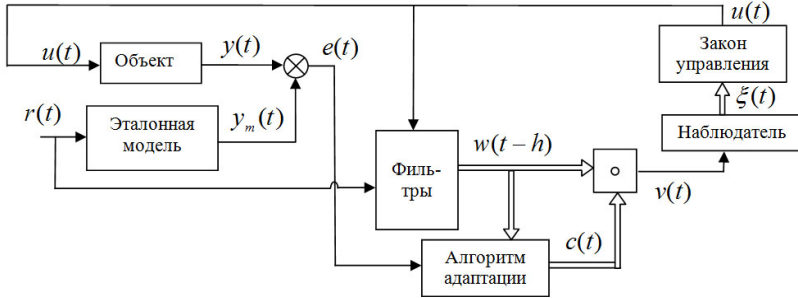


Рис. 3.4. Схема адаптивного управления без использования предиктора

Поскольку векторы $\zeta_1(t)$ и $\zeta_2(t)$ являются субкомпонентами вектора регрессии $\bar{w}(t)$, которые в свою очередь зависят от управляющего воздействия $u(t)$, то очевидно, что выполнены следующие оценки:

$$|u(t)| \leq r_1 \|x_p(t)\|, r_1 > 0 \text{ и } \|\bar{w}(t)\| \leq \|x_p(t)\|. \quad (3.54)$$

На рисунке 3.4 приведена структурная схема адаптивного управления объектами с запаздывающим входом без использования прогнозирующих устройств.

Теорема 3.2 Пусть выполнены условия предположений 3.1-3.4. Тогда существуют числа $\alpha > 0$ и $\mu \leq \mu_0$ такие, что система управления, состоящая из фильтров (3.47) и (3.48), наблюдателя (3.19) (на вход наблюдателя подается сигнал $v(t)$), закона управления (3.50) и алгоритма адаптации

$$\dot{c}(t) = -\alpha e(t)\bar{w}(t-h), \quad (3.55)$$

обеспечивает выполнение целевого условия (3.3) и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.

Доказательство. Перепишем уравнения (3.20) и (3.53) в

виде

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_p(t) &= A\varepsilon_p(t) + b \left[(c(t-h) - c_0)^T \bar{w}(t-h) + \mu_2^{\gamma-2} L\eta(t-h) \right], \\ \mu_1 \dot{\eta}(t) &= G\eta(t) + \mu_2 b\dot{v}(t),\end{aligned}\quad (3.56)$$

где $\mu_1 = \mu_2 = \mu$. Воспользуемся леммой 3.1 и перепишем систему (3.56) при $\mu_2 = 0$

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_p(t) &= A\varepsilon_p(t) + b(c(t-h) - c_0)^T \bar{w}(t-h), \\ \mu_1 \dot{\eta}(t) &= G\eta(t),\end{aligned}\quad (3.57)$$

Рассмотрим функционал Ляпунова-Красовского $V = V(\varepsilon_p(t), c(t), c(t-h), \eta(t))$ вида

$$\begin{aligned}V &= \varepsilon_p^T(t) P_1 \varepsilon_p(t) + \chi (c(t) - c_0)^T (c(t) - c_0) + \\ &+ \int_{-h}^0 df \int_{t+f}^t \dot{c}^T(z) \dot{c}(z) dz + \eta^T(t) P_2 \eta(t),\end{aligned}\quad (3.58)$$

где $\chi > 0$, матрицы $P_1 = P_1^T > 0$ и $P_2 = P_2^T > 0$ должны удовлетворять матричным уравнениям

$$\begin{aligned}A^T P_1 + P_1 A &= -Q_1, \\ G^T P_2 + P_2 G &= -Q_2, \\ Q_1 = Q_1^T > 0, \quad Q_2 = Q_2^T > 0.\end{aligned}\quad (3.59)$$

Для алгоритма (3.55) воспользуемся формулой Ньютона-Лейбница в виде

$$c(t-h) = c(t) + \alpha \int_{t-h}^t e_1(s) \bar{w}(s-h) ds. \quad (3.60)$$

Вычислим полную производную по времени от функционала

(3.58) вдоль траекторий (3.55) и (3.57)

$$\begin{aligned}
 \dot{V} = & -\varepsilon_p^T(t)Q_1\varepsilon_p(t) - \mu_1^{-1}\eta^T(t)Q_2\eta(t) + \\
 & + 2\varepsilon_p^T(t)P_1b \left[c(t) + \alpha \int_{t-h}^t e_1(s)\bar{w}(s-h)ds - c_0 \right]^T \bar{w}(t-h) - \\
 & - 2\chi\alpha e(t)\bar{w}(t-h)(c(t) - c_0) + \\
 & + \alpha^2 h e^2(t)\bar{w}^T(t-h)\bar{w}(t-h) - \\
 & - \alpha^2 \int_{t-h}^t e^2(s)\bar{w}^T(s-h)\bar{w}(s-h)ds. \tag{3.61}
 \end{aligned}$$

Воспользуемся оценкой

$$\begin{aligned}
 & - 0, 5\varepsilon_p^T(t)Q_1\varepsilon_p(t) + 2\alpha\varepsilon_p^T(t)P_1b \int_{t-h}^t e_1(s)\bar{w}(s-h)ds - \\
 & - \alpha^2 \int_{t-h}^t e^2(s)\bar{w}^T(s-h)\bar{w}(s-h)ds \leq \\
 & \leq - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |\varepsilon_p(t)| - \alpha \sqrt{\|P_1b\|} \left| \int_{t-h}^t e_1(s)\bar{w}(s-h)ds \right| \right)^2,
 \end{aligned}$$

где $\|P_1b\| \leq 0, 5$, и перепишем (3.61) в виде

$$\begin{aligned}
 \dot{V} \leq & -\varepsilon_p^T(t) \left[Q_1 - \alpha^2 h \|\bar{w}(t-h)\|^2 J \right] \varepsilon_p(t) - \\
 & - \mu_1^{-1}\eta^T(t)Q_2\eta(t), \tag{3.62}
 \end{aligned}$$

где $J = [L, 0][L, 0]^T$. Для того чтобы $\dot{V} \leq 0$ необходимо выполнение условия

$$Q_1 - \alpha^2 h \|\bar{w}(t-h)\|^2 J > 0. \tag{3.63}$$

Однако в неравенство (3.63) входит вектор регрессии $\bar{w}(t-h)$, зависящий от задающего воздействия $r(t)$, которое является ограниченной функцией времени, и от векторов $\zeta_1(t)$ и $\zeta_2(t)$, которые зависят от управляющего воздействия $u(t)$. Доказательство ограниченности вектора $\bar{w}(t)$ проведем, основываясь на работе [49].

Рассмотрим вектор $\bar{w}(t)$ на полуинтервале времени $[t_0 - h, t_0)$, где t_0 – некоторое начальное время отсчета. Очевидно, что

$\sup_{\sigma_1 \in [t_0-h, t_0]} \|u(\sigma_1)\|^2 \leq l_{01}$, где $l_{01} > 0$, тогда $\sup_{\sigma_1 \in [t_0-h, t_0]} \|\bar{w}(\sigma_1)\|^2 \leq l_1$, где $l_1 > 0$. Значит, на данном участке времени найдется такое положительное вещественное число $\alpha = \alpha_1$, что будет выполнено неравенство $Q_1 - \alpha_1^2 h l_1 J > 0$, откуда следует выполнение $Q_1 - \alpha^2 h \|\bar{w}(t-h)\|^2 J > 0$, для $T \in [t_0-h, t_0]$. Значит, функционал Ляпунова-Красовского является невозрастающим функционалом времени при $[t_0-h, t_0]$. Таким образом

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(P_1)e^2(T) &\leq V(\varepsilon_p(T), c(T) - c_0, \dot{c}(T)), \quad \forall T \in [t_0-h, t_0], \\ \frac{V(\varepsilon_p(t_0), c(t_0) - c_0, \dot{c}(t_0))}{\lambda_{\min}(P_1)} + x_{mp}(t_0) &\geq x_p^2(t_0), \end{aligned} \quad (3.64)$$

где $x_{mp}(t_0)$ – ограниченная величина, зависящая от начальных условий модели (3.2). А поскольку неравенства (3.64) выполнены, то будут выполняться условия, которые следуют из неравенств (3.54)

$$\begin{aligned} |u(T + \sigma)| &\leq r_1 \|x_p(t_0)\|, \\ \|\bar{w}(T)\| &\leq x_p(t_0), \\ \forall T \in [t_0-h, t_0], \sigma &\in [-h, 0]. \end{aligned}$$

Следовательно, неравенство (3.63) будет выполнено на интервале $[t_0-h, t_0]$, и тогда $\dot{V} \leq 0$, т.е. функционал Ляпунова-Красовского V убывает на заданном полуинтервале времени.

Теперь рассмотрим вектор $\bar{w}(t)$ на полуинтервале $[t_0, t_0+h)$. Очевидно, что $\sup_{\sigma_2 \in [t_0, t_0+h)} \|u(\sigma_2)\|^2 \leq l_{02}$, где $l_{02} > 0$, тогда

$\sup_{\sigma_2 \in [t_0, t_0+h)} \|\bar{w}(\sigma_2)\|^2 \leq l_2$, где $l_2 > 0$. Значит, на данном полуинтервале времени найдется такое положительное вещественное число $\alpha = \alpha_2$, что $Q_1 - \alpha_2^2 h l_2 J > 0$ и

$$Q_1 - \alpha_2^2 h \|\bar{w}(t-h)\|^2 J > 0 \forall T \in [t_0, t_0+h). \quad (3.65)$$

Значит, функционал Ляпунова-Красовского также является невозрастающей функцией времени на том же полуинтервале. Та-

ким образом

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(P_1)e^2(T) &\leq V(\varepsilon_p(T), c(T) - c_0, \dot{c}(T)), \quad \forall T \in [t_0, t_0 + h), \\ \frac{V(\varepsilon_p(t_0), c(t_0) - c_0, \dot{c}(t_0))}{\lambda_{\min}(P_1)} + x_{mp}(t_0) &\geq x_p^2(t_0). \end{aligned} \quad (3.66)$$

Поскольку выполнены неравенства (3.66), то будут выполнены условия (3.54)

$$\begin{aligned} |u(T + \sigma)| &\leq r_1 \|x_p(t_0)\|, \\ \|\bar{w}(T)\| &\leq x_p(t_0), \quad \forall T \in [t_0, t_0 + h), \quad \forall \sigma \in [0, h). \end{aligned}$$

Следовательно, неравенство (3.65) выполнено, а значит $\dot{V}(T) \leq 0 \forall T \in [t_0, t_0 + h)$.

Аналогично рассматриваются интервалы времени для произвольного t_0 . Тогда можно заключить, что для любых $\bar{w}(t_i)$, где $i = 1, 2, \dots, \infty$, будут выполнены условия $\sup_{\sigma_i \in [t_i - h, t_i]} \|u(\sigma_i)\|^2 \leq l_{0i}$,

$l_{0i} > 0$ и $\sup_{\sigma_i \in [t_i - h, t_i]} \|\bar{w}(\sigma_i)\|^2 \leq l_i$, $l_i > 0$. Тогда, выбирая в алгоритме настройки (3.55) α из условия $\alpha = \min(\alpha_i)$, функционал Ляпунова-Красовского будет невозрастающей функцией времени для всех $t > t_i$. Из этого следует ограниченность вектора регрессии $\bar{w}(t)$ и выполнение неравенства (3.63), которое обеспечивает ограниченность расширенной ошибки слежения $\varepsilon_p(t)$.

Из ограниченности $\varepsilon_p(t)$ и уравнения (3.57) следует, что функция $(c(t-h) - c_0)^T \bar{w}(t-h)$ также является ограниченной. Поскольку вектор $\bar{w}(t-h)$ ограничен, то из произведения $(c(t-h) - c_0)^T \bar{w}(t-h)$ следует ограниченность $c(t-h) - c_0$, откуда в свою очередь следует ограниченность вектора $c(t)$. А из уравнения (3.50) следует ограниченность управляющего воздействия $v(t)$ в силу ограниченности векторов $\bar{w}(t)$ и $c(t)$. Значит, в замкнутой системе управления все сигналы ограничены, и в силу $V \geq 0$ и $\dot{V} \leq 0$ выполнено $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

Очевидно, условие леммы 3.1 выполнено, а, следовательно, система (3.56) имеет область диссипативности Ω . Однако область притяжения может оказаться другой. Поэтому рассмотрим функционал $P(x)$ и в качестве него возьмем функционал Ляпунова-

Красовского P вида

$$\begin{aligned}
 P(x) = & \varepsilon_p^T(t)P_1\varepsilon_p(t) + \frac{k}{\rho}(c(t) - c_0)^T(c(t) - c_0) + \\
 & + \int_{-h}^0 df \int_{t-h}^t \dot{c}^T(z)\dot{c}(z)dz + \\
 & + \zeta_1^T(t)R_1\zeta_1(t) + \zeta_2^T(t)R_2\zeta_2(t) + \eta^T(t)P_2\eta(t) + \\
 & + \int_{-h}^0 \eta^T(t+s)N\eta(t+s)ds,
 \end{aligned}$$

где R_1, R_2, N – положительно-определенные симметричные матрицы. Выберем число C так в (3.25), чтобы ограниченная замкнутая поверхность $P = C$, где $x^T = [\varepsilon_p^T, c^T, \zeta_1^T, \zeta_2^T, \eta^T]^T$, находилась в области Ω по переменным x . А поскольку множество притяжения Ω_x лежит в открытой области $V < C$ и система диссипативна, то переменные x будут стремиться к области притяжения Ω_x . Следовательно существует число C_1 , для которого выполнено (3.26). И только переменные $\eta(t)$ и их скорость сходимости к нулю зависят от выбора μ_1 . Таким образом, в соответствии с леммой 1.1, существует число $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu < \mu_0$ областью диссипативности системы (3.47), (3.48), (3.19), (3.19), (3.50), (3.55), (3.56) остается область Ω . Однако сохранение области диссипативности не гарантирует, что множество притяжения Ω_x в сингулярно-возмущенной системе останется тем же.

Пусть в (3.56) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Рассмотрим функционал Ляпунова-Красовского (3.58). Принимая во внимание результат (3.62), вычислим от (3.58) полную производную по времени вдоль траекторий системы (3.55) и (3.56)

$$\begin{aligned}
 \dot{V} \leq & -\varepsilon_p^T(t) \left[Q_1 - \alpha^2 h \|\bar{w}(t-h)\|^2 J \right] \varepsilon_p(t) + \\
 & + 2\mu_0^{-2} \varepsilon_p^T(t) P_1 b L_1 \eta(t-h) - \\
 & - \mu_0^{-1} \eta^T(t) Q_2 \eta(t) + 2\eta^T(t) P_2 b \dot{v}(t).
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

Воспользуемся оценками:

$$\begin{aligned}
 2\mu_0^{\gamma-2}\varepsilon_p^T(t)P_1bL_1\eta(t-h) &\leq 2\mu_0^{\gamma-2}\left(\varepsilon_p^T(t)P_1bL_1(P_1bL_1)^T\varepsilon_p(t)\right) + \\
 &\quad + 2\mu_0^{\gamma-2}\left(|\eta(t-h)|^2\right), \\
 2\eta^T(t)P_2b\dot{v}(t) &\leq 2\mu_0^{-1}\eta^T(t)P_2bb^TP_2\eta(t) + 2\mu_0\dot{v}^2(t), \\
 \psi &= 2\sup_t\left[\mu_0^{\gamma-3}|\eta(t-h)|^2 + \dot{v}_2^2(t)\right].
 \end{aligned}$$

Подставив полученные оценки в (3.67), получим

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -\varepsilon_p^T(t)\left[Q_1 - \alpha^2h\|\bar{w}(t-h)\|^2J - \right. \\
 &\quad \left. - 2\mu_0^{\gamma-2}P_1bL_1(P_1bL_1)^T\right]\varepsilon_p(t) - \\
 &\quad - \mu_0^{-1}\eta^T(t)\left[Q_2 - 2P_2bb^TP_2\right]\eta(t) + \mu_0\psi. \quad (3.68)
 \end{aligned}$$

Введем обозначения

$$R_1 = Q_1 - \alpha^2h\|\bar{w}(t-h)\|^2J - 2\mu_0^{\gamma-2}P_1bL_1(P_1bL_1)^T$$

и

$$R_2 = Q_2 - 2P_2bb^TP_2.$$

Очевидно, что существуют числа α и μ_0 при которых $R_1 > 0$ и $R_2 > 0$. Тогда с учетом новых обозначений, перепишем (3.68) в виде

$$\dot{V} \leq -\varepsilon^T(t)R_1\varepsilon(t) - \mu_0^{-1}\eta^T(t)R_2\eta(t) + \mu_0\psi. \quad (3.69)$$

Оценка (3.69) груба. Но из (3.69) видно, что уменьшая значение μ_0 , уменьшается значение δ в целевом условии (3.3).

3.4.2 Числовой пример 3.2

Пусть задан объект управления (3.35) и эталонная модель (3.36). Требуется построить систему адаптивного управления без использования прогнозирующих устройств, которая обеспечивала бы выполнение целевого условия (3.3) и работоспособность системы управления.

В соответствии с выбранными операторами в эталонной модели (3.36), фильтр (3.47) сформируем в виде

$$\dot{\zeta}_1(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix} \zeta_1(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t), \zeta_1(0) = 0.$$

Поскольку $R_m(p) = 1$, то в силу (3.48), фильтр $\zeta_2(t)$ аналогичен фильтру $\zeta_1(t)$. Пусть $T(s) = (s + 1)^2$. Тогда, векторы регрессии $w(t)$ и $\bar{w}(t)$ будут формироваться как $w(t) = [\zeta_1^T(t), \zeta_2^T(t), r(t)]^T \in \mathbb{R}^7$, $(p + 1)^2 \bar{w}(p) = w(p)$.

Для реализации закона управления (3.50) возьмем наблюдатель (3.39), где только на вход наблюдателя подается не $v_2(t)$, а сигнал $v(t)$.

Пусть $\alpha = 0, 3$. Управляющее воздействие $u(t)$ и алгоритм адаптации $c(t)$, в соответствии с (3.50) и (3.55), определим в виде

$$u(t) = (p + 1)^2 \bar{v}(t) = \dot{\xi}_2(t) + 2\xi_2(t) + \xi_1(t), v(t) = c^T(t) \bar{w}(t),$$

$$\dot{c}(t) = -0, 3e_1(t) \bar{w}(t).$$

На рисунках 3.5 приведены переходные процессы по ошибке слежения $e(t)$ при параметрах в объекте (3.35) из (3.41) (слева) и (3.42) (справа).

Результаты моделирования показали, что величина запаздывания не влияет на устойчивость системы управления и незначительно влияет на качество переходных процессов. Причем величина δ в целевом условии (3.3) существенно зависит от величины μ в наблюдателе (3.19). Т.е. чем меньше величина μ_0 , тем меньше значение δ , что подтверждает результаты аналитических расчетов.

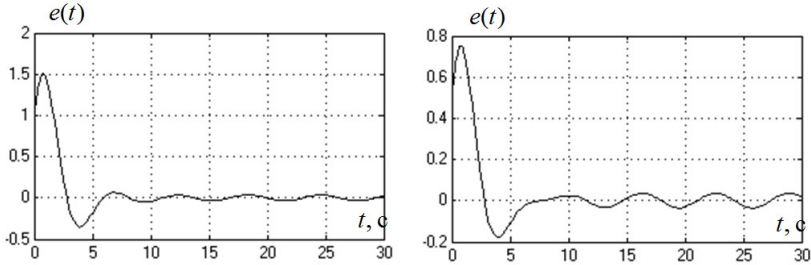


Рис. 3.5. Переходные процессы по $e(t)$

3.5 Алгоритмы адаптивного управления без прогнозирующих устройств для неустойчивых объектов

Пусть в объекте управления динамические процессы описываются уравнением (3.1). Эталонную модель зададим уравнением (3.2). Цель управления состоит в поиске закона управления, обеспечивающего выполнение предельного соотношения (3.3).

Представим операторы $Q(p)$ и $R(p)$ в виде сумм

$$Q(p) = Q_m(p) + \Delta Q(p), \quad R_m(p) = \Delta R(p),$$

где $\Delta Q(p)$ и $\Delta R(p)$ – операторы с неизвестными коэффициентами, порядки которых не превышают $n - 1$ и $m - 1$ соответственно. Подставим это разложение в (3.1) и составим уравнение для ошибки слежения $e(t) = y(t) - y_m(t - h)$ в виде

$$e(t) = \frac{kR_m(p)}{Q_m(p)} \left[u(t - h) + \frac{\Delta R(p)}{R_m(p)} u(t - h) \right] - \frac{kR_m(p)}{Q_m(p)} \left[\frac{\Delta Q(p)}{kR_m(p)} y(t) - \frac{k_m}{k} r(t - h) \right]. \quad (3.70)$$

Введем закон управления

$$u(t) = \frac{Q_m(p)}{R_m(p)} v(t), \quad (3.71)$$

где $v(t)$ – вспомогательное управляющее воздействие, структура которого будет предложена ниже. С учетом закона управления (3.71), преобразуем уравнение (3.70) к виду

$$e(t) = k \left[v(t-h) + \frac{\Delta R(p)}{R_m(p)} v(t-h) \right] - k \left[\frac{\Delta Q(p)}{kQ_m(p)} y(t) + \frac{k_m R_m(p)}{kQ_m(p)} r(t-h) \right].$$

Введем фильтры

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1(t) &= F_1 \theta_1(t) + bv(t-h), & \theta_1(0) &= 0, \\ \dot{\theta}_2(t) &= F_2 \theta_2(t) + by(t), & \theta_2(0) &= 0, \\ \dot{\theta}_3(t) &= F_2 \theta_3(t) + br(t-h), & \theta_3(0) &= 0. \end{aligned} \quad (3.72)$$

Здесь $\theta_1(t) \in R_m$; $\theta_2 \in R_n$; $\theta_3 \in R_n$; F_1, F_2 – числовые матрицы в форме Фробениуса с характеристическими многочленами $R_m(\lambda)$ и $Q_m(\lambda)$ соответственно; $b = [0, \dots, 0, 1]^T$ – вектор, размерность которого соответствует размерности рассматриваемой системы.

Принимая во внимание уравнения фильтров (3.72), преобразуем последнее уравнение ошибки к виду

$$e(t) = k [v(t-h) + c_{01}^T \theta_1(t) - c_{02}^T \theta_2(t) - c_{03}^T \theta_3(t)], \quad (3.73)$$

где c_{01}, c_{02}, c_{03} – векторы неизвестных постоянных параметров, коэффициентами которых являются коэффициенты операторов $\Delta R(p)$, $\Delta Q(p)/k$ и $k_m R_m(p)/k$ соответственно.

Снова преобразуем уравнение объекта (3.1) с учетом разложения оператора $Q(p) = Q_m(p) + \Delta Q(p)$, закона управления (3.71), первых двух уравнений фильтров (3.72). В результате получим

$$y(t) = \frac{kR(p)}{R_m(p)} v(t-h) - \frac{\Delta Q(p)}{Q_m(p)} y(t) = \bar{c}_{01}^T \theta_1(t) - kc_{02}^T \theta_2(t),$$

где \bar{c}_{01} – вектор, составленный из коэффициентов оператора $kR(p)$. Подставим последнее выражение во второе уравнение фильтров (3.72):

$$\dot{\theta}_2(t) = (F_2 - kb_{02}^T) \theta_2(t) + b\bar{c}_{01}^T \theta_1(t).$$

Введем обозначения $c_0 = [-c_{01}^T, -c_{02}^T, -c_{03}^T]^T$, $w(t) = [\theta_1^T(t), \theta_2^T(t), \theta_3^T(t)]^T$ и перепишем уравнения (3.72) и (3.73) в виде

$$\dot{w}(t) = Aw(t) + Bf(t-h), \quad (3.74)$$

$$e(t) = k [v(t-h) - c_0^T w(t)], \quad (3.75)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} F_1 & 0 & 0 \\ bc_{01}^T & F_2 - kbc_{02}^T & 0 \\ 0 & 0 & F_2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix},$$

$$f(t-h) = \begin{bmatrix} v(t-h) \\ r(t-h) \end{bmatrix}.$$

Найдем решение уравнения (3.74) в форме

$$w(t+h) = e^{Ah}w(t) + \int_{t-h}^t e^{A(t-s)}Bf(s)ds.$$

Сделав замену $s = g+t$, перепишем последнее выражение в виде

$$w(t+h) = e^{Ah}w(t) + \int_{-h}^0 e^{-Ag}Bf(t+g)dg.$$

Подставим последнее в (3.75):

$$e(t) = k [v(t-h) - \alpha_0^T w(t-h)] - k \left[\int_{-h}^0 \beta_0^T(g)f(t+g-h)dg \right]. \quad (3.76)$$

Здесь $\alpha_0^T = c_0^T e^{Ah}$, $\beta_0^T = c_0^T e^{-Ag}B$ – новые векторы неизвестных постоянных параметров.

В результате получена обобщенно настраиваемая модель по ошибке слежения (3.76) для которой можно применять любые известные схемы управления. Дальнейший синтез системы управления будем осуществлять с помощью модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка [18].

3.5.1 Метод решения

Зададим закон вспомогательного управляющего воздействия $v(t)$ в виде

$$v(t) = \alpha^T(t)w(t) + \int_{-h}^0 \beta^T(t, g)f(t+g-h)dg, \quad (3.77)$$

где $\alpha(t)$ и $\beta(t, g)$ – векторы настраиваемых параметров. Подставим (3.77) в (3.76) и преобразуем (3.76) к виду

$$e(t) = k \left[(\alpha(t-h) - \alpha_0)^T w(t-h) \right] + k \left[\int_{-h}^0 (\beta(t-h, g) - \beta_0(g))^T f(t+g-h)dg \right]. \quad (3.78)$$

Теорема 3.3 Пусть выполнены допущения 3.1-3.4. Тогда система управления, состоящая из закона управления (3.71) и (3.77), фильтров (3.72) и алгоритмов адаптации

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= -\rho_1 e(t)w(t-h), \\ \frac{\partial \beta(t, g)}{\partial t} &= -\rho_2 e(t)f(t+g-h), \end{aligned} \quad (3.79)$$

где $\rho_1 > 0$, $\rho_2 > 0$, обеспечивает выполнение целевого условия (3.3) и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе управления.

Доказательство. Выберем функцию Ляпунова в виде

$$V_1(t) = \frac{1}{2k\rho_1} (\alpha(t) - \alpha_0)^T (\alpha(t) - \alpha_0) + \frac{1}{2k\rho_2} \int_{-h}^0 (\beta(t, g) - \beta_0)^T (\beta(t, g) - \beta_0) dg, \quad (3.80)$$

и возьмем от нее полную производную по времени вдоль траекто-

рий (3.79):

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \frac{1}{k\rho_1} \dot{\alpha}^T(t) (\alpha(t) - \alpha_0) + \\ &\quad \frac{1}{k\rho_2} \int_{-h}^0 \left[\frac{\partial \beta(t, g)}{\partial t} \right]^T (\beta(t, g) - \beta_0) dg = \\ &= -\frac{e(t)}{k} [w^T(t-h) (\alpha(t) - \alpha_0)] - \\ &\quad -\frac{e(t)}{k} \left[\int_{-h}^0 f^T(t+g-h) (\beta(t, g) - \beta_0) dg \right]. \end{aligned}$$

Подставим в правую часть последнего выражения уравнения ошибки (3.78) и перепишем его в виде

$$\dot{V}_1(t) = -e^2(t).$$

Следовательно, функции $\alpha(t)$ и $\beta(t, g)$ ограничены. Тогда из (3.79) следует, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\alpha}(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \beta(t, g)}{\partial t} = 0.$$

Так как $V_1(t) \geq 0$ и $\dot{V}_1(t) \leq 0$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} V_1(t) < \infty$. С учетом этого рассмотрим интеграл

$$\begin{aligned} \left(\int_0^\infty e^2(t) dt \right)^{0,5} &= \left(- \int_0^\infty \dot{V}_1(t) dt \right)^{0,5} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} (V_1(0) - V_1(t))^{0,5} < \infty. \end{aligned}$$

Значит $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$. Докажем теперь ограниченность вектора регрессии $w(t)$.

Предположим, что вектор $w(t)$ не ограничен. Тогда из ограниченности сигналов $\alpha(t)$, $\beta(t, g)$, $r(t)$, гурвицевости полиномов $R_m(\lambda)$ и $Q_m(\lambda)$, уравнений фильтров (3.72) и ошибки (3.78) можно утверждать, что $\sup_{s \leq t} |y(t)| \approx \sup_{s \leq t} |w(t)|$. Но тогда, в соответствии с леммой

3.1, если $|w(t)|$ возрастает, то степень роста $|y(t)|$ меньше, чем $|w(t)|$, а если $\lim_{t \rightarrow \infty} |w(t)| = 0$, то $|y(t)|$ имеет порядок малости больше, чем $|w(t)|$, что приводит к противоречию, значит вектор $w(t)$ ограничен.

Для реализации закона управления (3.71) необходима реализация γ -производных сигнала $v(t)$, что требует измерение производных сигналов $r(t-h)$, $y_m(t)$ и $y(t)$. Последнее требование противоречит условию допущений.

Тогда сформируем закон управления в виде

$$u(t) = \frac{Q_m(p)}{R_m(p)} \bar{v}(t), \quad (3.81)$$

где $\bar{v}(t)$ – оценка вспомогательного управляющего воздействия $v(t)$, полученная с помощью наблюдателя

$$\dot{\xi}(t) = G_0 \xi(t) + D_0(\bar{v}(t) - v(t)), \quad \bar{v}(t) = L \xi(t), \quad (3.82)$$

где $\xi(t) \in R_\gamma$; $G_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_{\gamma-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $I_{\gamma-1}$ – единичная матрица порядка $\gamma - 1$; $D_0 = \left[-\frac{d_1}{\mu}, -\frac{d_2}{\mu^2}, \dots, -\frac{d_\gamma}{\mu^\gamma} \right]^T$, причем d_1, \dots, d_γ выбираются из условия гурвицевости матрицы $G = G_0 - DL$, где $D = [d_1, \dots, d_\gamma]^T$, $L = [1, 0, \dots, 0]$, $\mu > 0$ – достаточно малая величина.

Для оценки точности наблюдения введем вектор отклонений

$$\bar{\eta}(t) = \Gamma^{-1} (\xi(t) - \sigma(t)),$$

где $\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \mu & & \\ & & \mu^2 & \\ & & & \dots \\ & & & & \mu^{\gamma-1} & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$, $\sigma(t) = [v(t), \dot{v}(t), \dots, v^{(\gamma-1)}(t)]^T$.

Продифференцировав $\bar{\eta}(t)$ по времени с учетом уравнения (3.82), получим:

$$\dot{\bar{\eta}}(t) = \mu^{-1} G \bar{\eta}(t) + b v^{(\gamma)}(t), \quad \bar{\Delta}(t) = \mu^{\gamma-1} L \bar{\eta}(t).$$

Преобразуем предпоследние уравнения в эквивалентные относительно выхода $\bar{\Delta}(t)$:

$$\dot{\eta}(t) = \mu^{-1} G \eta(t) + q \dot{v}(t), \quad \bar{\Delta}(t) = \mu^{\gamma-1} L \eta(t). \quad (3.83)$$

Здесь $\eta_1(t) = \bar{\eta}_1(t)$, $q = [\mu_1 - \gamma, 0, \dots, 0]^T$. Последние два уравнения эквивалентны относительно переменных $\eta_1(t) = \bar{\eta}_1(t)$, так как являются различными формами записи уравнения

$$(p^\gamma + d_1 \mu^{-1} p^{\gamma-1} + \dots + d_\gamma \mu^{-\gamma}) \bar{\eta}_1(t) = p^\gamma v(t).$$

Принимая во внимание (3.81) и (3.83), уравнение ошибки (3.78) преобразуем к виду

$$e(t) = k \left[(\alpha(t-h) - \alpha_0)^T w(t-h) + \mu^{\gamma-1} L \eta(t-h) \right] - k \left[\int_{-\tau}^0 (\beta(t, g) - \beta_0(g))^T f(t+g-h) dg \right]. \quad (3.84)$$

Теорема 3.4 Пусть выполнены условия предположений 3.1-3.4. Тогда существует число $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu \leq \mu_0$ система управления, состоящая из фильтров (3.72), закона управления (3.77) и (3.81), алгоритмов адаптации (3.79) и наблюдателя (3.82) обеспечивает выполнение целевого условия (3.3) и ограниченность сигналов в системе управления.

Доказательство. Перепишем уравнения (3.83) и (3.84) в виде

$$\begin{aligned} e(t) &= k \left[(\alpha(t-h) - \alpha_0)^T w(t-h) + \mu_2 q \dot{v}(t) \right] - \\ &\quad - k \left[\int_{-\tau}^0 (\beta(t, g) - \beta_0(g))^T f(t+g-h) dg \right] \\ &\quad + k \left[\mu_2^{\gamma-1} L \eta(t-h) \right], \\ \mu_1 \dot{\eta}(t) &= G \eta(t), \end{aligned} \quad (3.85)$$

где $\mu_1 = \mu_2 = \mu$. Воспользуемся первой леммой 3.1. Для этого возьмем функционал Ляпунова-Красовского в виде

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t), \quad (3.86)$$

где $V_1(t)$ определяется выражением (3.80),

$$V_2(t) = \eta^T(t) N_1 \eta(t) + \int_{t-h}^t \eta^T(s) N_2 \eta(s) ds,$$

$N_1 = N_1^T$ определяется из уравнения

$$N_1^T G + G N_1 = -Q, \quad Q = Q^T > 0, \quad N_2 = N_2^T > 0.$$

В соответствии с леммой 3.1 рассмотрим (3.85) при $\mu_2 = 0$. С учетом результата, полученного в теореме 3.3, вычислим от (3.86) полную производную по времени вдоль траекторий (3.85):

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -e^2(t) - \frac{1}{\mu_1} \eta^T(t) Q \eta(t) + \\ & + \eta^T(t) N_2 \eta(t) - \eta^T(t-h) N_2 \eta(t-h). \end{aligned} \quad (3.87)$$

Если $\frac{1}{\mu_1} Q - N_2 = Q_2 \geq 0$, то $V_1(t) \geq 0$ и $\dot{V}(t) \leq 0$, а значит система (3.85) при $\mu_2 = 0$ асимптотически устойчива и все сигналы в ней ограничены. В соответствии с леммой 1.1, система уравнений (3.72), (3.77), (3.79), (3.85), (3.81) диссипативна при $\mu_2 = 0$. Найдём теперь μ_0 , при котором система управления сохраняет область диссипативности.

Пусть теперь в (3.85) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Рассмотрим снова функционал (3.87) и возьмем от него производную по времени вдоль траектории (3.79), (3.85):

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -e^2(t) + k\mu^{\gamma-1} e(t) L \eta(t-h) - \\ & - \eta^T(t) Q_2 \eta(t) + 2\mu_0 \eta^T(t) N_1 q \dot{v}(t) - \eta^T(t-h) N_2 \eta(t-h). \end{aligned}$$

Воспользуемся оценками:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} e^2(t) + k\mu^{\gamma-1} e(t) L \eta(t-h) - \eta^T(t-h) N_2 \eta(t-h) \leq \\ & \leq -\left(\frac{1}{\sqrt{2}} |e(t)| - \bar{k} \mu^{\gamma-1} \|L\| \|\eta(t-h)\| \right)^2 \leq 0, \quad \bar{k} \geq k, \\ & \bar{k}^2 \mu^{2\gamma-2} \|L\|^2 - 2 \leq 0, \\ & 2\mu_0 \eta^T(t) N_1 q \dot{v}(t) \leq 2\mu_0 (\eta^T(t) N_1 q q^T N_1 \eta(t) + \dot{v}^2(t)) \leq \\ & \leq 2\mu_0 (\eta^T(t) N_1 q q^T N_1 \eta(t) + \varsigma), \quad \varsigma = \sup_{s \leq t} |\dot{v}^2(s)|. \end{aligned}$$

Подставив полученные оценки в (3.87), получим

$$\dot{V}(t) \leq -e^2(t) - \eta^T(t) (Q_2 - 2\mu_0 N_1 q q^T N_1) \eta(t) + 2\mu_0 \varsigma.$$

Если $Q_2 - 2\mu_0 N_1 h^T h N_1 = Q_3 \geq 0$, то все сигналы в замкнутой системе будут ограничены. Причем, уменьшая число μ_0 , можно уменьшить значение δ в целевом условии (3.3).

Для иллюстрации работоспособности предложенного в статье алгоритма рассмотрим пример.

3.5.2 Числовой пример 3.3

Пусть объект управления (3.1) описывается уравнением

$$(p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3) y(t) = ku(t - h). \quad (3.88)$$

Класс неопределенности Ξ задан неравенствами: $3 \leq a_i \leq 7$, $i = 1, 2, 3$; $0,5 < k \leq 5$; h – известное время запаздывания, которое будет определено позже.

Эталонную модель (3.2) зададим выражением

$$\begin{aligned} (p + 1)^3 y_m(t) &= r(t), \quad r(t) = 1 + 0,2 \sin 0,2t, \\ y_m(0) &= \dot{y}_m(0) = \ddot{y}_m(0) = 0. \end{aligned} \quad (3.89)$$

Так как $R_m(p) = 1$, $Q_m(p) = (p + 1)^3$, то первый фильтр (3.72) отсутствует, а остальные сформируем в виде

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_2(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix} \theta_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} y(t), \quad \theta_2(0) = 0, \\ \dot{\theta}_3(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix} \theta_3(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t - h), \quad \theta_3(0) = 0. \end{aligned} \quad (3.90)$$

Сформируем вектор регрессии в виде $w(t) = [\theta_2^T(t), \theta_3^T(t)]^T$.

Выберем в (3.82) $D = [3, 3, 1]^T$ и $\mu = 0, 1$, и сформируем наблюдатель (3.82) в виде

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi(t) - \begin{bmatrix} 3 \cdot 0, 1 \\ 3 \cdot 0, 1^2 \\ 1 \cdot 0, 1^3 \end{bmatrix} (\bar{v}(t) - v(t)), \\ \bar{v}(t) &= [1, 0, 0] \xi(t), \end{aligned} \quad (3.91)$$

где $\xi(t) = [\xi_1(t) \ \xi_2(t) \ \xi_3(t)]^T$, $\xi(0) = 0$.

Пусть в (3.79) $\rho_1 = 0,8$ и $\rho_2 = 0,1$. В результате алгоритмы адаптации (3.79) и закон управления (3.77) и (3.81) примут вид

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= -0,8e(t)w(t-h), \quad \alpha(0) = 0, \\ \frac{\partial\beta(t, g)}{\partial t} &= -0,1e(t)f(t+g-h), \quad \beta(0, g) = 0, \\ v(t) &= \alpha^T(t)w(t) + \int_{-h}^0 \beta^T(t, g)f(t+g-h)dg, \\ u(t) &= (p+1)^3 \bar{v}(t) \\ &= \xi_1(t) + 3\xi_2(t) + 3\xi_3(t) + \dot{\xi}_3(t). \end{aligned} \quad (3.92)$$

На рисунках 3.6а и 3.6б приведены результаты моделирования по выходу объекта $y(t)$, выходу эталонной модели $y_m(t)$ и управляющему воздействию $u(t)$ при следующих значениях параметров в объекте управления:

$$\begin{aligned} k &= 1; a_1 = 5; a_2 = 5; a_3 = 5; h = 2c, \\ y(0) &= \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1. \end{aligned} \quad (3.93)$$

На рисунках 3.7а и 3.7б приведены графики по $y(t)$, $y_m(t)$ и $u(t)$ при следующих параметрах в объекте:

$$\begin{aligned} k &= 0,5; a_1 = 3; a_2 = 5; a_3 = 5; h = 3c \\ y(0) &= \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1. \end{aligned} \quad (3.94)$$

Результаты моделирования показали, что влияние величины запаздывания сказывается только в начале функционирования системы и практически не сказывается в установившемся режиме.

Следует отметить, что в реальной ситуации объекты подвержены влиянию внешних неконтролируемых возмущений и значение запаздывания может быть известно неточно. Влияние внешних возмущений на результаты переходных процессов незначительно, если собственная частота возмущений значительно отличается от собственной частоты объекта. При регулировании объектами с неизвестным запаздыванием (которое может быть переменным) требуется наличие верхней оценки времени запаздывания ($\bar{h} \geq h$), значение которой устанавливается в системе управления вместо h .

Рассмотрим вышесказанное на численном примере моделирования. Пусть модель объекта управления (3.88) описывается уравнением

$$(p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3) y(t) = k u(t - h(t)) + \varphi(t). \quad (3.95)$$

Положим, что верхняя оценка времени запаздывания $\bar{h} = 4$ с. Эталонную модель зададим уравнением (3.89). Сформируем систему управления, состоящую из фильтров состояния (3.90), наблюдателя (3.91), закона управления и алгоритмов настройки параметров (3.92), где только во втором уравнении (3.90) и в первом, во втором и в третьем уравнениях вместо h ставится \bar{h} .

На рисунках 3.8а и 3.8б приведены результаты моделирования по выходу объекта $y(t)$, выходу эталонной модели $y_m(t)$ и управляющему воздействию $u(t)$ при параметрах в объекте управления (3.95), взятых из (3.93), только где $h = 2 + e^{-2t}$ с и $\varphi(t) = 1 + 0,5 \sin(0,1t)$.

На рисунках 3.9а и 3.9б приведены результаты моделирования по $y(t)$, $y_m(t)$ и $u(t)$ при данных в объекте (3.95), взятых из (3.94), только где $h = 3 - 0,5 \sin(4t)$ с и $\varphi(t)$ – белый шум.

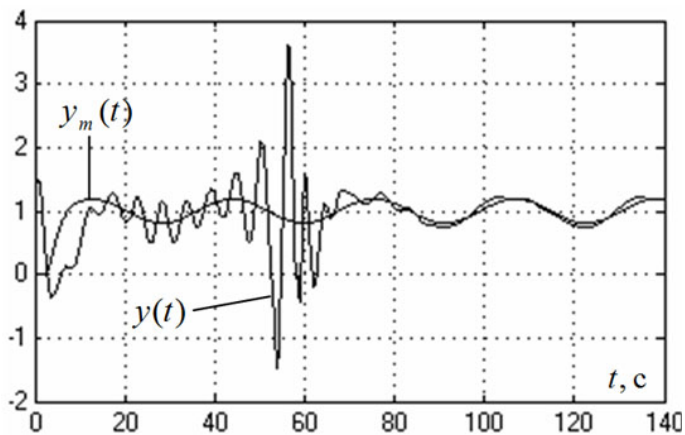
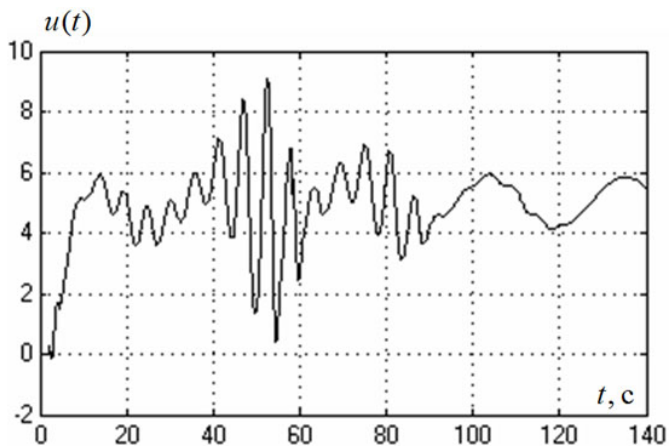
(а) Переходные процессы по $y(t)$ и $y_m(t)$ (б) Переходные процессы по $u(t)$

Рис. 3.6. Переходные процессы для замкнутой системы

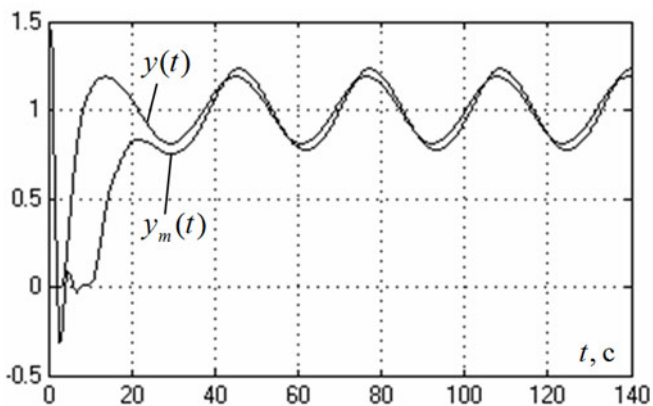
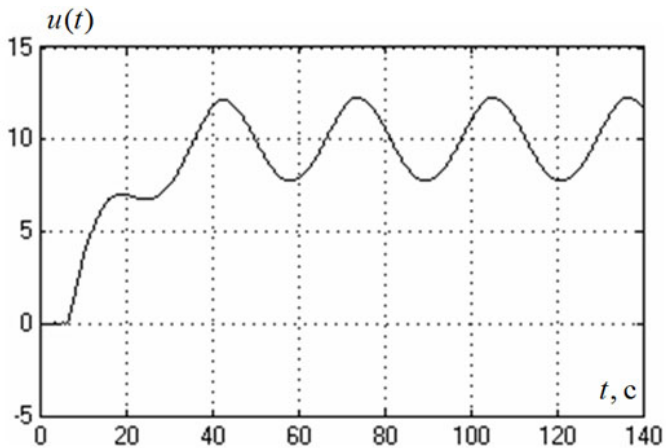
(а) Переходные процессы по $y(t)$ и $y_m(t)$ (б) Переходные процессы по $u(t)$

Рис. 3.7. Переходные процессы для замкнутой системы

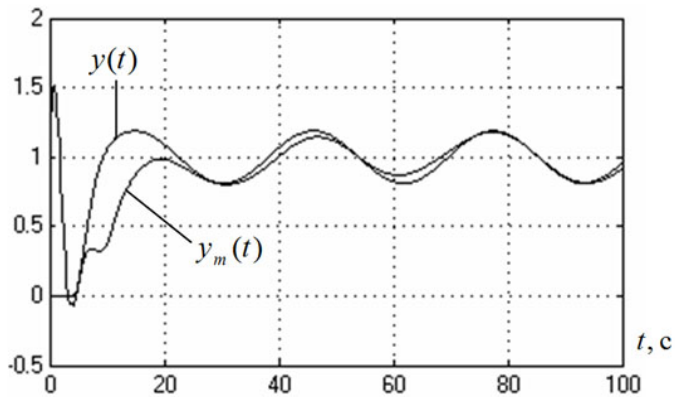
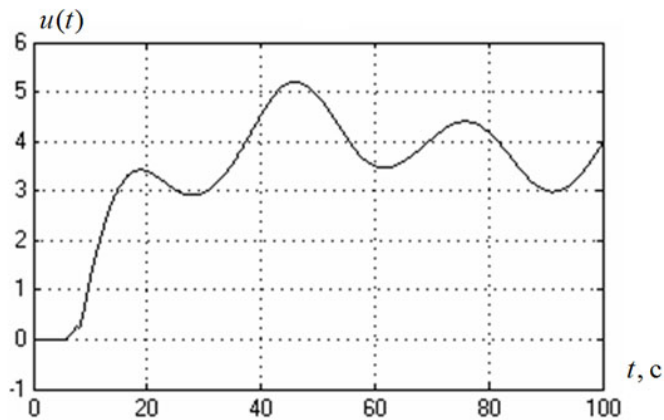
(а) Переходные процессы по $y(t)$ и $y_m(t)$ (б) Переходные процессы по $u(t)$

Рис. 3.8. Переходные процессы для замкнутой системы

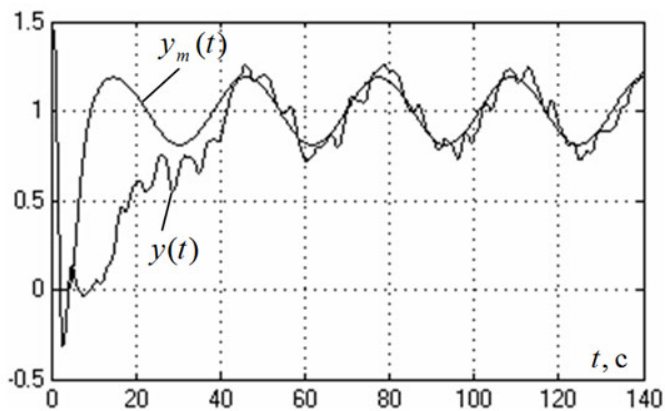
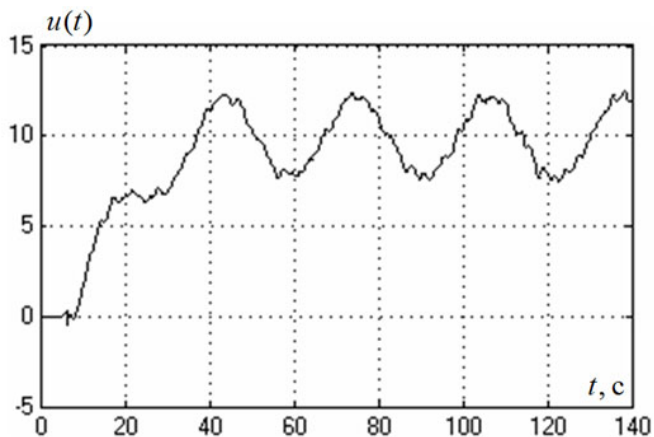
(а) Переходные процессы по $y(t)$ и $y_m(t)$ (б) Переходные процессы по $u(t)$

Рис. 3.9. Переходные процессы для замкнутой системы

Заключение

В пособии рассмотрены задачи, связанные с управлением в условиях запаздывания, параметрической неопределенности и действия возмущающих воздействий.

В первой главе рассмотрен анализ существующих методов управления в условиях входного запаздывания. Показаны базовые методы стабилизации объектов управления с входным запаздыванием: предиктор Смита и предиктор для неустойчивых систем.

Во второй главе представлены алгоритмы управления по состоянию неустойчивыми системами с входным запаздыванием и внешними возмущениями. Представлены решения для трех задач управления: 1) линейная система с известными параметрами и параметрически не определенным внешним возмущением вида смещенная синусоида; 2) нелинейная система с входным запаздыванием и гармоническим возмущением; 3) линейная система с неизвестными параметрами и постоянным возмущением.

В третьей главе представлены алгоритмы управления по выходу системами с запаздыванием в условиях параметрической неопределенности. Синтезирована двухконтурная схема управления объектами с запаздывающим входом. Показана простая схема управления устойчивыми объектами с запаздывающим входным сигналом без использования прогнозирующих устройств. Представлено решение задачи адаптивного управления с эталонной моделью для линейного неустойчивого объекта с неизвестными параметрами и запаздыванием по управлению. Получены алгоритмы, обеспечивающие слежение выхода объекта за эталонным сигналом с заданной точностью без использования прогнозирующих устройств.

Литература

- [1] Бобцов А.А. Стабилизация нелинейных систем по выходу в условиях запаздывания // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2008. — № 2. — С. 21–28.
- [2] Бобцов А.А., Пыркин А.А. Компенсация гармонического возмущения в условиях запаздывания по управлению // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2008. — № 4. — С. 19–23.
- [3] Бобцов А.А., Колюбин С.А., Пыркин А.А. Компенсация неизвестного мультигармонического возмущения для нелинейного объекта с запаздыванием по управлению // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 11. С. 136–148.
- [4] Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. — М.: Машиностроение, 1973. — 328 с.
- [5] Еремин Е.Л., Теличенко Д.А. Алгоритмы адаптивной системы с запаздыванием по управлению в схеме с расширенной ошибкой и эталонным упредителем // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2006. — № 6. — С. 9–16.
- [6] Кирьянен А.И. Устойчивость систем с последствием и их приложения. — СПб.: Издательство Санкт-Петербургского университета, 1994. — 235 с.
- [7] Лихтарников А.А., Якубович В.А. Абсолютная устойчивость нелинейных систем // Приложения к книге Резван В. Абсолютная устойчивость автоматических систем с запаздыванием. — М.: Наука, 1983.

- [8] Миркин Е.Л. Метод адаптивного управления с эталонной моделью объектами с последствием // Автоматизация технологических процессов. Фрунзе.: Изд. ФПИ. — 1987. — С. 64–69.
- [9] Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. — СПб.: Наука, 2000. — 549 с.
- [10] Паршева Е.А., Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектом с запаздывающим управлением со скалярным входом-выходом // АиТ — 2001. — № 1. — С. 142–149.
- [11] Пыркин А.А. Адаптивный алгоритм компенсации параметрически неопределенного смещенного гармонического возмущения для линейного объекта с запаздыванием в канале управления // Автоматика и Телемеханика. — 2010. — № 8. — С. 62–78.
- [12] Резван В. Абсолютная устойчивость автоматических систем с запаздыванием. — М.: Наука, 1983. — 359 с.
- [13] Солодовников В.В., Филимонов А.Б. Упреждающее управление линейными стационарными объектами с запаздыванием // АиТ — 1982. — № 11. — С. 57–60.
- [14] Фуртат И.Б., Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектами с запаздыванием по выходу // Известия ВУЗов. Приборостроение. — 2005. — № 7. — С. 15–19.
- [15] Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектами с последствием. — М.: Наука, 1984. — 245 с.
- [16] Цыкунов А.М. Управление объектами с последствием. — Фрунзе: Илим, 1985.
- [17] Цыкунов А.М. Адаптивное управление с компенсацией влияния запаздывания в управляющем воздействии // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2000. — № 4. — С. 78–81.

- [18] Цыкунов А.М. Модифицированный адаптивный алгоритм высокого порядка для управления линейным объектом по выходу // Автоматика и телемеханика. — 2006. — № 8. — С. 143–153.
- [19] Цыкунов А.М. Следящие системы для линейных объектов с запаздывающим управлением // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2008. — №8. — С. 7–12.
- [20] Цыкунов А.М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами. — М.: Физматлит, 2009. — 268 с.
- [21] Цыпкин Я.З. Устойчивость систем с запаздывающей обратной связью // Автоматика и телемеханика. — 1947. — Т. 7. — № 2, 3. — С. 107–129.
- [22] Цыпкин Я.З. Оптимальные адаптивные системы управления объектами с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. — 1986. — №8. — С. 5–24.
- [23] Янушевский Р.Т. Управление объектами с запаздыванием. — М.: Наука, 1987.
- [24] Arstein Z., Linear systems with delayed controls: A reduction // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1982. — Vol. 27. — P. 869–879.
- [25] Bobtsov A., Pyrkin A., Kapitanjuk Y., Vedyakov A., Titov A., Shadzhe I., Adaptive Cancellation of Unknown Multiharmonic Disturbance for Nonlinear Plant with Input Delay // The 19th Mediterranean Conference on Control and Automation (IEEE), Corfu, Greece, 2011.
- [26] Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Cancellation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with input delay // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. — 2012. — V. 26. — N. 4. — P. 302–315.
- [27] Bresch-Pietri D., Krstic M., Adaptive trajectory tracking despite unknown input delay and plant parameters // Automatica. — Vol. 45. — P. 2074–2081.

- [28] Evesque S., Annaswamy A.M., Niculescu S., Dowling A.P. Adaptive control of a class of time-delay systems // ASME Transactions on Dynamics, Systems, Measurement, and Control. — 2003. — Vol. 125. — P. 186–193.
- [29] Fiagbedzi Y.A., Pearson A.E., Feedback stabilization of linear autonomous time lag systems // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1986. — Vol. 31. — P. 847–855.
- [30] Franceschi E.M., Muske K.R., Jones J.C.P., An adaptive delay-compensated PID air/fuel ratio controller // SAE. — N. 2007-01-1342.
- [31] Furtat I., Tsykunov A., Output adaptive control for plants using time delay in output signal based on the modified algorithm of adaptation of high order // IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP 07), Saint-Petersburg, Russia, 2007.
- [32] Gu K., Niculescu S.I., Survey on recent results in the stability and control of time-delay systems // Trans. ASME. — 2003. — Vol. 125. — P. 158–165.
- [33] Jankovic M., Control of nonlinear systems with time delay // IEEE Conference on Decision and Control. — 2003.
- [34] Jankovic M., Forwarding, backstepping, and finite spectrum assignment for time delay systems // American Control Conference. — 2006.
- [35] Jankovic M., Control of cascade systems with time delay — the integral cross-term approach // IEEE Conference on Decision and Control. — 2006.
- [36] Khalil H., Nonlinear Systems, third edition, Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [37] Krstic M., On compensating long actuator delays in nonlinear control // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2008. — Vol. 53. — P. 1684–1688.

- [38] Krstic M., Smyshlyaev A., Backstepping boundary control for first-order hyperbolic PDEs and application to systems with actuator and sensor delays // *Systems & Control Letters*. — 2008, Vol. 57. — P. 750–758.
- [39] Krstic M., Delay compensation for nonlinear, adaptive, and PDE systems. — Birkhauser, 2009. — 466 p.
- [40] Kwon W.H., Pearson A.E., Feedback stabilization of linear systems with delayed control // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 1980. — Vol. 25. — P. 266–269.
- [41] Lin Z., Fang H., On asymptotic stabilizability of linear systems with delayed input // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 2007. — Vol. 52. — N. 6. — P. 998–1013.
- [42] Lozano R., Castillio P., Garcia P., Dzul A., Robust prediction-based control for unstable delay systems: Application to the yaw control of a mini-helicopter // *Automatica*. — 2004. — Vol. 40. — N. 4. — P. 603–612.
- [43] Manitius A.Z., Olbrot A.W., Finite spectrum assignment for systems with delays // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 1979. — Vol. 24. — P. 541–553.
- [44] Mazenc F., Mondie S., Francisco R., Global asymptotic stabilization of feedforward systems with delay at the input // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 2004. — Vol. 49. — P. 844–850.
- [45] Mazenc F., Mondie S., Niculescu S.I., Global asymptotic stabilization for chains of integrators with a delay in the input // *IEEE Trans. on Autom. Control*. — 2003. — Vol. 48. — N. 1. — P. 57–63.
- [46] Mazenc F., Bliman P.A., Backstepping design for timedelay nonlinear systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 2004. — Vol. 51. — P. 149–154.
- [47] Mirkin L. On the approximation of distributed-delay control laws // *Systems & Control Letters*. — 2004. — Vol. 51. — P. 331–342.

- [48] Mondie S., Michiels W., Finite spectrum assignment of unstable time-delay systems with a safe implementation // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2003. — Vol. 48. — P. 2207–2212.
- [49] Niculescu S.I., Annaswamy A.M., An adaptive Smith-controller for time-delay systems with relative degree $n \leq 2$ // Systems and control letters. — 2003. — Vol. 49. — N. 5. — P. 347–358.
- [50] Olbrot A.W. Stabilizability, detectability, and spectrum assignment for linear autonomous systems with general time delays // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1978. — Vol. 23. — P. 887–890.
- [51] Pyrkin A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M., Rejection of sinusoidal disturbance of unknown frequency for linear system with input delay // American Control Conference, Baltimore, USA. — 2010.
- [52] Pyrkin A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M., Output control algorithm for unstable plant with input delay and cancellation of unknown biased harmonic disturbance // 9th IFAC Workshop on Time Delay System, Prague, Czech Republic. — 2010.
- [53] Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Chepinskiy S.A., Kapitanyuk Y.A., Compensation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with delay in control // 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, Bologna, Italy. — 2010.
- [54] Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Faronov M., Shavetov S., Kapitanyuk Y., Kapitonov A., Output Control Approach “Consecutive Compensator” Providing Exponential and L-infinity-stability for Nonlinear Systems with Delay and Disturbance // Proc. IEEE Multi-Conference on Systems and Control, Denver, USA. — 2011.
- [55] Pyrkin A., Bobtsov A., Output Control for Nonlinear System with Time-Varying Delay and Stability Analysis // 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Orlando, USA. — 2011.

-
- [56] Richard J.P., Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems // *Automatica*. — 2003. — Vol. 39. — P. 1667–1694.
- [57] Smith O.J.M., Closer control of loops with dead time // *Chem. Eng. Prog.* — 1959. — N. 53. — P. 217–219.
- [58] Smith O.J.M., A controller to overcome dead time // *ISA*. — 1959. — Vol. 6. — P. 28–33.
- [59] Zhong Q.C., Mirkin L., Control of integral processes with dead time. Part 2: Quantitative analysis // *IEEE Proc. Control Theory & Appl.* — 2002. — Vol. 149. — P. 291–296.
- [60] Zhong Q.C., *Robust Control of Time-delay Systems*. — Springer. — 2006.

В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория “Национальный исследовательский университет”. Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009-2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование “Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики”.



КАФЕДРА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики (до 2001 г. кафедра Автоматики и Телемеханики) факультета Компьютерных Технологий и Управления была основана в 1945 г. на базе факультета Электроприборостроения ЛИТМО. На кафедру Автоматики и телемеханики ЛИТМО была возложена задача подготовки специалистов по автоматизации приборостроительной промышленности, автоматических систем управления, систем телемеханики и телеизмерений. Первый выпуск молодых инженеров состоялся в 1948 г. и составил 17 человек. Первым заведующим кафедры был крупный специалист в области систем телеизмерений, профессор Марк Львович Цуккерман.

В 1955 г. при кафедре образована научно-исследовательская лаборатория (НИЛ). В этот период основные направления научно-исследовательских работ представляли задачи автоматизации измерения и регистрации параметров кораблей во время их мореходных испытаний, а также стабилизации скорости и фазирования двигателей. Под научным руководством проф. М.Л. Цуккермана была налажена подготовка научных кадров высшей квалификации через систему аспирантуры.

С 1959 г. по 1970 кафедру возглавлял ученик М.Л. Цуккермана доцент Ефимий Аполлонович Танский. За время его руководства в научно-исследовательской работе на кафедре произошел заметный поворот к проблемам автоматизации оптико-механического приборостроения, что привело к длительному научно-техническому сотрудничеству кафедры с ЛОМО им. В.И. Ленина, в рамках которого для нужд оборонной техники была разработана целая гамма прецизионных фотоэлектрических следящих систем. В рамках научно-технического сотрудничества с НИИЭТУ кафедра приняла участие в разработке автоматической фототелеграфной аппаратуры, реализованной в виде комплекса “Газета-2”.

С 1970 по 1990 г., за время руководства кафедрой известного в стране специалиста в области автоматизированного электропривода и фото-

электрических следящих систем доктора технических наук, профессора Юрия Алексеевича Сабина, заметно изменилась структура дисциплин и курсов, читаемых студентам кафедры. К традиционным курсам “Теория автоматического регулирования и следящие системы”, “Теория автоматического управления, экстремальные и адаптивные системы”, “Элементы автоматики” и “Телемеханика” были добавлены дисциплины: “Теоретические основы кибернетики”, “Локальные системы управления”, “САПР систем управления” и другие. Прикладные разработки кафедры были связаны с задачами адаптивной оптики для многоэлементных зеркал оптических телескопов и коррекции волнового фронта технологических лазеров; с задачами адаптивной радиооптики применительно к проблеме управления большими полноповоротными радиотелескопами; гребного электропривода и робототехнических систем, автоматического управления процессом мягкой посадки летательных аппаратов.

С 1990 г. научно-исследовательская работа кафедры велась по федеральным целевым программам и конкурсным проектам РФФИ, Минобразования и Администрации Санкт-Петербурга. С целью расширения исследований, проводимых по теории нелинейных и адаптивным систем, роботов и микропроцессорной техники, а также активизации подготовки кадров в 1994 г. образована научная Лаборатория Кибернетики и Систем управления (руководитель проф. И.В. Мирошник). С 1994 г. существенно расширились международные контакты кафедры, участие в самых престижных международных научных мероприятиях, организации конференций и симпозиумов. С 1998 г. на базе кафедры в университете ежегодно проводится Международная студенческая олимпиада по автоматическому управлению, а с 2009 года проводится Всероссийский Фестиваль Мехатроники и Робототехники.

В 2001 г. кафедра была переименована и получила название “Кафедра Систем управления и информатики”. В 2010 г. кафедру возглавил доктор технических наук, профессор Бобцов Алексей Алексеевич, работающий в то время уже в должности декана факультета Компьютерных технологий и управления. В настоящее время кафедра является одним из ведущих российских научных и образовательных центров, ориентированным на фундаментальные и прикладные исследования в области систем автоматического управления, робототехники и прикладной информатики, подготовку высококвалифицированных специалистов XXI столетия.

Бобцов Алексей Алексеевич
Пыркин Антон Александрович
Фуртат Игорь Борисович

Управление системами с запаздыванием

Учебное пособие

В авторской редакции
Компьютерная верстка
Дизайн обложки и иллюстраций

А.А. Пыркин
А.А. Пыркин, И.Б. Фуртат

Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99

Подписано к печати

Заказ №

Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Санкт-Петербургского национального
исследовательского университета
информационных технологий, механики и оптики
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

