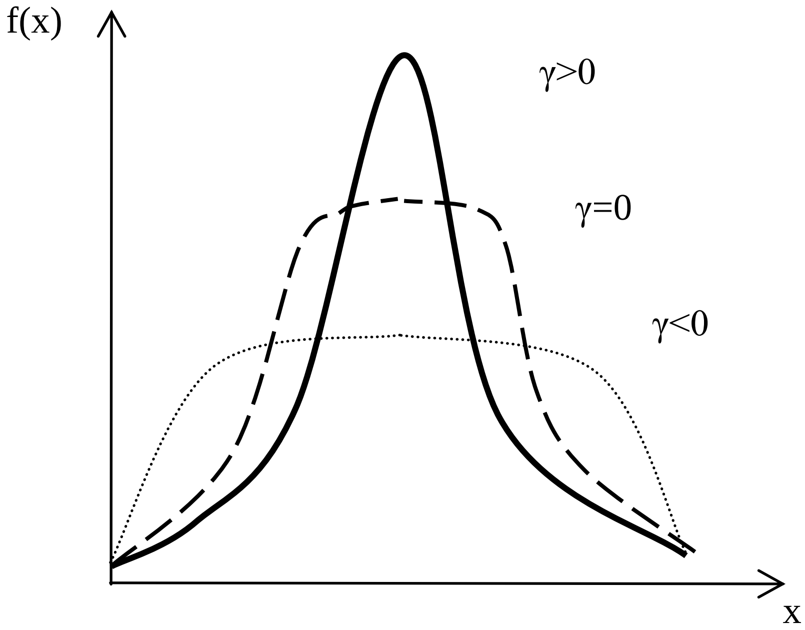
Зверева Е.Н., Лебедько Е.Г., Петросян Г.А.

СБОРНИК ПРИМЕРОВ И ЗАДАЧ ПО ВЕРОЯТНОСТНЫМ МОДЕЛЯМ В ОПТОТЕХНИКЕ

Методические указания



Санкт-Петербург
2014

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Зверева Е.Н., Лебедько Е.Г., Петросян Г.А.

СБОРНИК ПРИМЕРОВ И ЗАДАЧ

ПО ВЕРОЯТНОСТНЫМ МОДЕЛЯМ

В ОПТОТЕХНИКЕ

Методические указания

Санкт-Петербург
2014

Зверева Е.Н., Лебедько Е.Г., Петросян Г.А. Сборник примеров и задач по вероятностным моделям в оптотехнике. – СПб: НИУ ИТМО, 2014. – 88 с.

В методических указаниях содержатся краткие теоретические сведения по разделам курса «Теория вероятностей и математическая статистика». В конце каждого параграфа приводится разбор решений типовых задач, предлагаются задачи для самостоятельной работы, и контрольные вопросы.

Рекомендовано к печати Ученым советом факультета оптико-информационных систем и технологий 29 августа 2014г (протокол №8).

Настоящие методические указания представляют собой руководство для проведения практических занятий по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика». Методические указания предназначены для студентов вечерней и заочной формы обучения по направлению подготовки 200400 и 200401 «Оптотехника», по профилю 200200.62 «Оптико-электронные приборы и системы».

В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»

Содержание

Раздел 1. Элементы теории вероятностей

СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ

Теория вероятностей - это раздел математики, в котором изучаются случайные явления (события) с устойчивой частостью и выявляются закономерности при массовом их повторении.

Испытанием называется осуществление определенной совокупности условий какого-либо эксперимента, наблюдения, которые могут производиться неограниченное число раз. При этом эксперимент и наблюдения включают в себя случайные факторы, влияние которых в каждом испытании приводит к неоднозначности исхода испытания.

Событиями называются возможные исходы испытаний (обозначаются А, В, С,...). На основе различных признаков события можно классифицировать следующим образом:

по возможности появления:

- достоверные;
- невозможные;
- случайные;

по совместности появления:

- совместные (происходят одновременно);
- несовместные (происходят не одновременно);

по взаимозависимости:

- зависимыми называются события, при которых вероятность появления одного из них изменяет вероятность появления другого;
- независимыми называются события, при которых вероятность появления одного из них не изменяет вероятность появления другого;

по сложности:

- элементарные события - возможные, исключающие друг друга результаты одного испытания;
- сложные события, состоящие из других событий.

События образуют ***полную группу,*** если в результате испытания появляется хотя бы одно из них.

Противоположными называются два несовместных события $(A, \bar{A})$, образующих полную группу событий.

Элементарным событием называется конкретный результат испытания. В результате испытания происходят только элементарные события.

Пространством элементарных событий называется совокупность всех возможных, различных, конкретных исходов испытаний.

Вероятностью события А называется число равное отношению числа исходов m, благоприятствующих появлению события, к числу всех равновозможных исходов n, образующих полную группу:

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Пример. В результате проведения эксперимента по тестированию программного продукта на наличие ошибок в коде было зафиксировано 10 ошибок. Среди них 6 «нулей». Какова вероятность появления в коде ошибочных «единиц»?

Решение. Всего возможных событий 10. Событие A – появление «единицы». Таких случаев 4 - все они равновозможные. Таким образом, получаем: $P(A) = \frac{4}{10}$.

В теории вероятностей часто приходится иметь дело с задачами, в которых необходимо подсчитать число всех возможных способов расположения некоторых предметов или число всех возможных способов осуществления выбора некоторого количества элементов из имеющихся элементов. Задачи такого типа называются комбинаторными, а раздел математики, занимающийся решением таких задач, — комбинаторикой.

В комбинаторике используется в основном три понятия: перестановки, сочетания, размещения.

Перестановками называют комбинации, состоящие из одних и тех же n различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения.

Размещениями называют комбинации, составленные из n различных элементов по k элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком.

Сочетаниями называют комбинации, составленные из n различных элементов по k элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом.

В таблице №1 представлены основные формулы комбинаторики (без повторений).

Таблица 1

Виды комбинаций (без повторений)	**Формулы**
Перестановки	$P_n = n!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. По определению 0!=1.
Размещения	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$
Сочетания	$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Существуют два основных правила применяемых при решении комбинаторных задач.

Правило суммы. Если некоторый объект А может быть выбран из некоторой совокупности объектов m способами, а объект В может быть выбран n способами, то выбрать либо А, либо В можно выбрать $m+n$ способами.

Правило произведения. Если объект А можно выбрать из некоторой совокупности m способами и после каждого такого выбора объект В можно выбрать n способами, то пара объектов А и В в указанном порядке может быть выбрана $m \cdot n$ способами.

Пример. В последовательности из 6 двоичных символов имеется 3 единицы. При передаче данной последовательности сохраняется 3 символа, остальные теряются. Какова вероятность того, что среди сохранившихся символов будет 2 единицы?

Решение. Общее число возможных комбинаций выбора символов равно числу сочетаний 3 из 6, т.е. C_6^3.

Число благоприятных исходов для X=2 определяется как произведение $C_3^2 C_3^1$, где первый сомножитель это число комбинаций выбора 2-х «единиц» из общего числа «единиц» в последовательности. Но с каждой такой комбинацией могут встретиться символы, не являющиеся «единицами». Число таких комбинаций будет C_3^1. Поэтому искомая вероятность запишется в виде

$$P(X=2) = \frac{C_3^2 C_3^1}{C_6^3} = 0{,}45$$

Свойства вероятности события:

1. $0 \le P(A) \le 1$.
2. *Если A - событие невозможное, то* $P(A) = 0$.
3. *Если B- событие достоверное, то* $P(B) = 1$.

Суммой или объединением двух событий A и B ($C=A+B$) называется событие C, состоящее в появлении хотя бы одного из них.

<u>Теорема сложения вероятностей.</u> Вероятность наступления одного из двух несовместных событий равна сумме их вероятностей, то есть:

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Следствие 1. Если события A, B, C образуют полную группу, то сумма их вероятностей равна 1.

Следствие 2. Сумма вероятностей двух противоположных событий A и $\overline{A}$ равна 1.

Пример. Для сборки некоторого узла прибора пригодны детали с диаметром от 9,99 до 10,02 мм. Из 200 изготовленных на станке деталей, две имеют диаметр менее 9,99 мм; 15 деталей — 9,99 — 10,00 мм; 120 деталей — 10,00 — 10,01 мм; 60 деталей— 10,01—10,02 мм; 3 детали — 10,02 мм и более. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь пригодна для сборки?

Решение. Из общего числа 200 единственно возможных и несовместных исходов испытания искомому событию благоприятствуют 15 + 120 + 60 = 195 случаев. Поэтому вероятность того, что взятая наудачу деталь пригодна для сборки равна 195/200= 0,975.

Произведением или пересечением событий A и B называется событие C ($C=AB$), состоящее в совместном наступлении этих событий, то есть в наступлении события A и события B.

Два случайных события A и B ***называются зависимыми,*** если наступление одного из них изменяет вероятность наступления другого.

Условной вероятностью события B называется вероятность наступления события B при условии, что событие A уже наступило. Обозначается: $P(B/A)$ или $P_A(B)$.

<u>Теорема умножения вероятностей</u>. Вероятность совместного наступления событий A и B, равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого:

$$P(AB) = P(A)P(B/A) \text{ или } P(AB) = P(B)P(A/B),$$

Следствие. Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению их вероятностей:

$$P(AB) = P(A)P(B).$$

Пример. При увеличении напряжения может произойти разрыв электрической цепи вследствие выхода из строя одного из трех последовательно соединенных элементов. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0,2; 0,3; 0,4. Определить вероятность того, что разрыва цепи не будет.

Решение. Пусть события A_1, A_2, A_3 означают выход из строя соответственно первого, второго и третьего элементов. По условию $P(A_1) = 0{,}2$, $P(A_2) = 0{,}3$, $P(A_3) = 0{,}4$. Тогда вероятности противоположных событий (первый, второй и третий элемент не вышел из строя) равны: $P(\overline{A_1}) = 1 - P(A_1) = 0{,}8$; $P(\overline{A_2}) = 1 - P(A_2) = 0{,}7$; $P(\overline{A_3}) = 1 - P(A_3) = 0{,}6$.

Событие A, состоящее в том, что разрыва цепи не произошло, есть совмещение независимых событий. Следовательно, используя теорему о независимых событиях, получим:

$$P(A) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}6 = 0{,}336.$$

<u>Теорема сложения вероятностей для случая, когда события совместны</u>. Вероятность наступления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, минус вероятность их совместного появления, то есть

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Пример. Электрическая цепь между точками M и N составлена по схеме, приведенной на рис №1. Выход из строя за время T различных элементов цепи – независимые события. Вероятности выхода из строя каждого элемента представлены в таблице

Элемент	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3
Вероятность	0,6	0,5	0,4	0,7	0,9

Определить вероятность разрыва цепи за указанный промежуток времени.

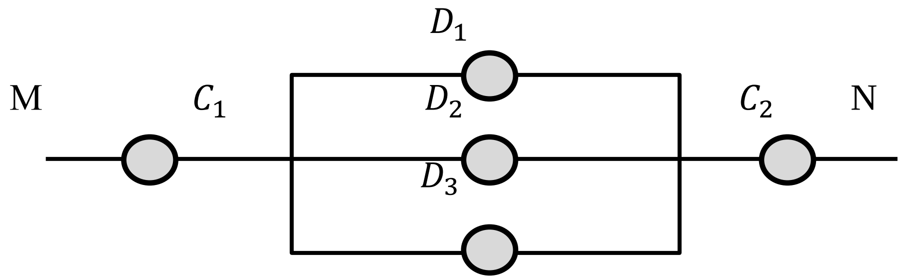


рис.1

Решение. Так как элементы C_1 и C_2 соединены последовательно, то обозначим A_1 – событие, состоящее в выходе их строя элемента C_1. Событие A_2 - выход из строя элемента C_2. Это совместные события.

Так как элементы D_1, D_2, D_3 соединены параллельно (они независимые), то событие B – выход из строя всех трех элементов D_1, D_2, D_3 (одновременно).

Вычислим вероятности $P(A)$ и $P(B)$:

$P(A) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1)P(A_2)$=0,8,

$P(B)$=0,4·0,7·0,9=0,252.

Тогда искомую вероятность найдем по теореме суммы совместных событий:

$$P = P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B).$$

Окончательно P =0,8+0,252-0,8·0,252≈0,85.

Объединение теорем сложения и умножения выражается в ***формуле полной вероятности***

Теорема. *Вероятность события A, которое может произойти при осуществлении одного из несовместных событий $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$, образующих полную группу, определяется формулой*:

$$P(A) = P(B_1)P(A/B_1) + P(B_2)P(A/B_2) + \ldots$$

$$+ P(B_n)P(A/B_n) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A/B_i).$$

Замечание. События $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$ называются ***гипотезами***.

При решении практических задач, когда событие A, появляющееся совместно с каким-либо из несовместных событий $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$, образующих полную группу, произошло и требуется произвести количественную переоценку вероятностей событий $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$ применяются ***формулы Бейеса (Bayes)***:

$$P(B_i / A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A/B_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i) \cdot P(A/B_i)}$$

Пример. Телеграфное сообщение состоит из «точек» и «тире». Статистические данные свидетельствуют о том, что из восьми переданных сигналов три соответствуют «точке», а пять – «тире». Других сигналов нет. Аппаратура такова, что искажается 1/5 всех передаваемых сигналов «точка» и 1/3 – «тире». Известно, что принят сигнал «точка». Какова вероятность, что он правильный?

Решение. Событие A – принят сигнал «точка». Это событие произошло. По условию задачи возможно два варианта:

1. Передан сигнал «точка». Это гипотеза B_1.
2. Передан сигнал «тире». Это гипотеза B_2.

$P(B_1)=\frac{3}{8}$, $P(B_2)=\frac{5}{8}$.

Вероятность того, что сигнал не исказится при передаче и будет принята «точка» при условии, что передана «точка»:

$$P(A/B_1) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}.$$

Вероятность того, что сигнал исказится и вместо передаваемого «тире» будет принята «точка»:

$P(A/B_2) = \frac{1}{3}$.

Вероятность того, что принята «точка» независимо от переданного сигнала определяется по формуле полной вероятности:

$P(A) = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{61}{120}$.

Вероятность того, что передана «точка» при условии, что принята «точка» определяется по формуле Байеса:

$P(B_1/A) = \frac{\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{61}{120}} = \frac{36}{61}$.

Таким образом, при передачи «точки» вероятность того, что сигнал не исказится, равна $\frac{36}{61}$. Вероятность искажения сигнала при передаче «точки», равна $1 - \frac{36}{61} = \frac{25}{61}$. Это очень высокая вероятность искажения и практический вывод заключается в том, что нужно совершенствовать аппаратуру, т.е. уменьшать вероятности $P(A/B_1)$ и $P(A/B_2)$. Измерять величины $P(B_1)$ и $P(B_2)$ невозможно по объективным причинам. В то же время, если поступить формально и принять $P(B_1)=\frac{1}{8}$, $P(B_2)=\frac{7}{8}$ при неизменных прочих соотношениях, то в этом случае вероятность $P(B_1/A)$ уменьшится до 12/37, не существенно возрастут искажения при приеме «тире».

Пусть производится n последовательных независимых испытаний. Результат каждого испытания (события *A)* будем считать не зависящим от того, какой результат наступил в предыдущих испытаниях. Пусть вероятность $P(A)$ появления события A постоянна и равна p. Вероятность $P(\overline{A})$ события $\overline{A}$ обозначим через q: $P(\overline{A})$ = 1- p=q. В случае небольшого числа испытаний вероятность того, что в n испытаниях это событие наступит ровно k раз рассчитывается по ***формуле Бернулли:***

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}.$$

Пример. По каналу связи передается 6 сообщений. Каждое из сообщений может быть искажено помехами с вероятностью 0,2 независимо от других. Найти вероятность того, что 4 сообщения из 6 не искажены; не менее 3 из 6 сообщений переданы искаженными.

Решение. Так как вероятность искажения 0,2, то вероятность передачи сообщения без помех – 0,8. Используя формулу Бернулли, найдем вероятность передачи 4 сообщений из 6 без помех:

$P_6(4) = C_6^4 \cdot 0{,}8^4 \cdot 0{,}2^2 = 0{,}24576$.

Вероятность того, что не менее 3 из 6 сообщений переданы искаженными:

$$P_6(3 \le m \le 6) = P_6(3) + P_6(4) + P_6(5) + P_6(6) =$$
$$= C_6^3 \cdot 0{,}2^3 \cdot 0{,}8^3 + C_6^4 \cdot 0{,}2^4 \cdot 0{,}8^2 + C_6^5 \cdot 0{,}2^5 \cdot 0{,}8^1 + C_6^6 \cdot 0{,}2^6 \cdot 0{,}8^0 = 0{,}099.$$

При большом числе испытаний n использование формулы Бернулли затруднительно, в этих случаях для вычисления вероятности появления события А ровно k раз используется ***формула Лапласа*** *(локальная* теорема Лапласа):

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x),$$

где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$, $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$. Значения функции $\varphi(x)$ при различных x протабулированы и приводятся в приложении 1.

Вероятность появления события при n испытаниях в интервале от k_1 до k_2 раз вычисляется по интегральной формуле Лапласа:

$$P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1) = \Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right),$$

значения функции $\Phi(x)$ протабулированы и приводятся в приложен. №2.

Пример. Вероятность выхода из строя за время T одного конденсатора равна 0,2. Определить вероятность того, что за время T из 100 конденсаторов выйдут из строя: 1) ровно 10 конденсаторов; 2) не менее 20 конденсаторов.

Решение. 1) Воспользуемся локальной теоремой Муавра-Лапласа:

$$x = \frac{10 - 100 \cdot 0{,}2}{\sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} = -2{,}5$$

Так как функция $\varphi(x)$ –четная, то $\varphi(-2{,}5) = \varphi(2{,}5)$=0,0175 (по таблице приложения 1).

Искомая вероятность $P_{100}(10) = \frac{1}{4} \cdot 0{,}0175 = 0{,}004375.$

2) Требование, чтобы из 100 конденсаторов из строя вышли не менее 20, означает, что из строя выйдут либо 20, либо 21, … , либо100 конденсаторов. Таким образом, $k_1 = 20,\ k_2 = 100$. Тогда

$$x_1 = \frac{20 - 100 \cdot 0{,}2}{4} = 0, \qquad x_2 = \frac{100 - 100 \cdot 0{,}2}{4} = 20.$$

По таблице приложения 2 найдем значения функции $\Phi(x)$. $\Phi(x_1)$ =Φ(0)=0, $\Phi(x_2)$ =Φ(20)=0,5.

Искомая вероятность $P_{100}(20 \le m \le 100) = \Phi(x_2)$- $\Phi(x_1) = 0{,}5.$

При n >20 и p<0,1 для расчетов вероятностей используется ***формула Пуассона:***

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda},$$

где $\lambda = np = const$ – среднее число появлений события А в n испытаниях. λ является параметром распределения Пуассона.

Пример. Вероятность того, что частица, вылетевшая из радиоактивного источника, будет зарегистрирована счетчиком, равна 0,0001. За время наблюдения из источника вылетело 30000 частиц. Найти вероятность того, что счетчик зарегистрировал: 1) ровно 3 частицы; 2) ни одной частицы; 3) менее 10 частиц.

Решение. Воспользуемся распределением Пуассона.

$\lambda = 30000 \cdot 0{,}0001 = 3$

Искомые вероятности:

1) $P_{30000}(3) = \frac{3^3}{3!} e^{-3} = 0{,}22404,$

2) $P_{30000}(0) = \frac{3^0}{0!} e^{-3} = 0{,}049787,$

3) $P_{30000}(x \geq 10) = 1 - \sum_{k=0}^{9} \frac{3^k}{k!} e^{-3} = 1 - (\frac{3^0}{0!} e^{-3} + \frac{3^1}{1!} e^{-3} + \frac{3^2}{2!} e^{-3} +$
$+\frac{3^3}{3!} e^{-3} + \frac{3^4}{4!} e^{-3} + \frac{3^5}{5!} e^{-3} + \frac{3^6}{6!} e^{-3} + \frac{3^7}{7!} e^{-3} + \frac{3^8}{8!} e^{-3} + \frac{3^9}{9!} e^{-3}) = 0{,}001102.$

Основные формулы расчета вероятностей приводятся в таблице №2.

Таблица 2

Название	Формула	Примечания
Классическое определение Лапласа	$P = \frac{m}{n}$ испытание содержит: -конечное число исходов, -все исходы испытания равновозможные и несовместны.	m - количество случаев, благоприятствующих появлению данного события, n - количество всех возможных исходов испытания.
Формула Бернулли	$P = C_n^m p^m q^{n-m}$ в случае небольшого количества m, n; в серии испытаний, в которых возможны два исхода: наступило или не наступило событие.	C_n^m - число сочетаний из n по m; $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ p - вероятность наступления события, q - вероятность противоположного события.

Локальная формула Муавра-Лапласа	$P \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x)$ $x = \frac{m-np}{\sqrt{npq}}$	при $n \to \infty$, $npq \geq 20$, n - число всех испытаний, m -число испытаний, при которых наступило событие А, p - вероятность наступления события, q - вероятность не наступления события $q = 1 - p$. $\varphi(x)$ -четная функция. Значения функции $\varphi(x)$ при различных значениях x приводятся в приложении №1
Интегральная формула Муавра-Лапласа	$P \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$ $x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}, x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}$	при $n \to \infty$, $npq \geq 20$, вероятность того, что событие наступит от k_1 до k_2 раз, $\Phi(x)$ - нечетная функция. Ее значения при различных x приводятся в приложении №2. Для значений $x > 5$ принято считать $\Phi(x) = 0.5$.
Формула Пуассона	$P \approx \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$, где $\lambda = np$	λ - средняя интенсивность, используется в случае редких событий, при малых вероятностях $P < 0{,}1$ и больших значениях n. Ее значения приводятся в прил. №4.
Формула полной вероятности	$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i) \cdot P(A/B_i)$	Событие A может произойти с одним из событий B_i; $P(A/B_i)$ - условная вероятность;события B_i составляют полную группу событий.
Формула Байеса	$P(B_i / A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A/B_i)}{P(A)}$	$P(A/B_i)$ - условные вероятности. Формула дает возможность вычисления вероятностей отдельных гипотез после того, когда событие A произошло.

СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Случайной величиной называется функция $\xi = \xi(\omega)$, определенная на множестве элементарных событий $\omega \in \Omega$.

Случайная величина называется ***дискретной*** (прерывной), если множество ее возможных значений конечно или счетно. Случайная величина называется ***непрерывной,*** если существует неотрицательная функция $f(x)$ такая, что $F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(t)dt$.

Например, число студентов на лекции – дискретная случайная величина, а продолжительность лекции - непрерывная случайная величина**.**

Случайные величины обозначаются заглавными буквами латинского алфавита *X, Y, Z,* а их возможные значения - соответствующими прописными буквами $x_1, x_2,..., x_n$.

Законом распределения случайной величины называется соответствие, устанавливающее связь между возможными значениями случайных величин и их вероятностями.

Закон распределения может быть задан:

- аналитически;
- таблично;
- графически.

Закон распределения дискретной случайной величины задаётся чаще всего ***рядом распределения***, т.е. таблицей

X	x_1	x_2,	…	x_n
P	p_1	p_2	…	p_n

в которой $x_1, x_2,..., x_n$ – расположенные по возрастанию значения дискретной случайной величины X, а $p_1, p_2, ..., p_n$ – соответствующие этим значениям вероятности. То, что случайная величина X принимает одно из значений x_1, x_2, … , x_n, является достоверным событием и поэтому выполняется равенство $\sum\limits_{k=1}^{n} p_k = 1$.

Функция распределения – это вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее заданного значения *x:*

$$F(x) = P(X < x).$$

Из определения следуют следующие свойства:

1. $0 \le F(x) \le 1$.
2. $F(x)$ – неубывающая функция, т.е. если $x_1 < x_2$, то $F(x_1) \le F(x_2)$.
3. Вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b) равна $P(a \le X < b) = F(b) - F(a)$.

4. Если все возможные значения случайной величины X находятся на интервале (a, b), то $F(x)=0$ при $x \le a$ и $F(x)=1$ при $x \ge b$.
5. $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x)=0, \quad \lim\limits_{x\to+\infty} F(x)=1$

Непрерывная случайная величина может быть задана в виде ***функции плотности вероятностей,*** которая является производной от функции распределения $f(x)=F'(x)$ в точках непрерывности.

Составить полное представление о случайной величине только по закону распределения часто бывает трудно. Поэтому возникает необходимость охарактеризовать случайную величину с помощью некоторых постоянных величин. Они выводятся на основе ее закона распределения.

Математическое ожидание - это число, которое выражает ***среднее значение*** случайной величины с учетом распределения. Математическое ожидание - важнейшая «характеристика положения» случайной величины.

Для дискретных величин она вычисляется по формуле

$$M(X)=x_1\cdot p_1+x_2\cdot p_2+...+x_n\cdot p_n=\sum_{i=1}^{n}x_i p_i\ ,$$

где $x_1, x_2,...,x_n$ – возможные значения случайной величины,

$p_1, p_2,,...,p_n$.– их вероятности.

Для непрерывных случайных величин математическое ожидание это число, которое определяется формулой

$$M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx \text{(сходится)}.$$

Свойства математического ожидания:

- *M(C)=C (C=const);*
- *M(CX)=CM(X) (C=const);*
- *M(X±Y)=M(X)±M(Y);*
- *M(XY)=M(X)M(Y) (*для независимых случайных величин*).*

Характеристиками рассеивания возможных значений случайной величины вокруг математического ожидания являются ***<u>дисперсия и среднеквадратичное отклонение</u>***.

Разность между случайной величиной и ее математическим ожиданием называется отклонением случайной величины X от ее математического ожидания.

Для любой случайной величины X верно равенство $M(X-M(X))=0.$

Дисперсией случайной величины X называется величина равная математическому ожиданию квадрата отклонения

$$D(X) = M(X - M(X))^2.$$

При практических вычислениях используют формулу:

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2.$$

Для непрерывных случайных величин дисперсия вычисляется формулами:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M(X))^2 f(x) dx,$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - (M(X))^2.$$

Дисперсия характеризует ***меру рассеивания*** возможных значений случайной величины около ее математического ожидания. Из двух величин с равными математическими ожиданиями та считается «лучшей», которая имеет меньший разброс.

Свойства дисперсии:

- *D(C)=0 (C=const);*
- *D(CX)=C²D(X) (C=const);*
- *D(X±Y)=D(X)+D(Y) (*для независимых случайных величин*).*

Арифметический корень из дисперсии случайной величины называется ***среднеквадратическим отклонением****:*

$$\sigma_x = \sqrt{D(X)}.$$

Раздел 2. Элементы математической статистики

Математическая статистика – это раздел математики, занимающийся разработкой методов сбора, регистрации, систематизации результатов многократных наблюдений с целью познания массовых явлений и процессов.

Общим для статистических и вероятностных характеристик является техника их вычислений. Главное различие между ними состоит в том, что статистические характеристики относятся к эмпирическим, а вероятностные - к теоретическим понятиям.

Основные понятия теории вероятностей и математической статистики тождественны, но не равны в смысле их количественного выражения. Их сопоставимость приведена в таблице №3.

Таблица №3

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
Генеральная совокупность	Выборочная совокупность
Вероятность	Частость
Математическое ожидание	Средняя арифметическая (простая и взвешенная)
Закон распределения и теоретическая функция распределения	Вариационный ряд распределения

Задачи математической статистики можно разбить на три типа:

- определение неизвестного закона распределения случайной величины;
- определение параметров распределения и их оценка;
- проверка правдоподобия гипотез о распределении статистических параметров.

ВЫБОРОЧНАЯ СОВОКУПНОСТЬ И ЕЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Объектом изучения математической статистики является генеральная совокупность результатов измерений, наблюдений.

Генеральной совокупностью называется множество результатов всех наблюдений над значениями одного или нескольких признаков, которые могут быть осуществлены при заданных условиях.

Исследовать всю генеральную совокупность, которая может быть очень большой, не всегда представляется возможным. Поэтому вся совокупность исследуется на основе выборок. Основной задачей математической статистики является изучение свойств генеральной совокупности по результатам случайной выборки. При этом выборка должна правильно оценивать пропорции генеральной совокупности, отражать структуру и особенности распределения признаков таким образом, чтобы объекты генеральной совокупности имели одинаковую возможность попасть в выборку. Такая выборка называется ***репрезентативной***.

Выборочной совокупностью или выборкой называется множество результатов измерений, наблюдений случайно отобранных из генеральной совокупности. Каждая генеральная совокупность обладает конкретными параметрами, которые характеризуют ее и отличают от других совокупностей. Параметры генеральной совокупности являются постоянными, а выборочные характеристики – случайными величинами, так как выборка производится случайно.

При отборе объектов в выборочную совокупность возможны два варианта:

- объект возвращается в генеральную совокупность. Выборочная совокупность, полученная таким образом, называется ***случайной выборкой с возвратом или повторной выборкой;***
- объект, включенный в выборку, не возвращается назад в генеральную совокупность. Такая выборка называется ***случайной выборкой без возврата (или бесповторной выборкой).***

Очевидно, что в повторной выборке возможна ситуация, когда один и тот же объект будет обследован несколько раз. Если объем генеральной совокупности велик, то различие между повторной и бесповторной выборками (которые составляют небольшую часть генеральной совокупности) незначительно. В таких случаях, как правило, используется выборка без возврата. Если генеральная совокупность имеет не очень большой объем, то различие между указанными выборками будет существенным.

При большом объеме выборки результаты наблюдений предварительно группируются и составляется интервальный вариационный ряд. Для этого сначала определяется минимальное и максимальное значения, размах варьирования $R = x_{\max} - x_{\min}$, затем вычисляется длина интервала по формуле Стерджеса:

$$h = \frac{R}{1 + 3.32\lg n},$$

где n – число наблюдений.

По длине интервала рассчитываются границы интервалов, на которые разносятся статистические данные значения признака, при этом за нижнюю границу первого интервала принимается величина $x_{min} - \frac{h}{2}$; верхняя граница первого интервала принимается равной $x_{max} + \frac{h}{2}$. После определения границ интервалов значения признака распределяются по соответствующим интервалам. Если значения признаков совпадают с границами интервалов, то в каждый интервал включаются значения большие или равные нижней границы интервалов, но меньшие верхней границы. Далее подсчитывается количество попавших в каждый интервал значений признака и составляется вариационный ряд. Затем вместо интервального ряда составляется дискретный ряд, где все значения признака внутри каждого интервала заменяются его серединным значением, равным половине суммы значений начала и конца интервала. Каждой группе значений признака в ранжированном дискретном ряду ставится в соответствие частота и относительная частота попадания признака в интервал.

Отдельные значения генеральной совокупности $x_1, x_2, ...x_n$ называются вариантами признака.

Числа, показывающие, сколько раз наблюдается определенная варианта, называют ***частотами.***

Вариационным рядом называется упорядоченная последовательность вариант, расположенных в возрастающем или убывающем порядке, которым ставятся в соответствие частоты или относительные частоты.

Одной из основных характеристик выборки является ***выборочная (эмпирическая) функция распределения:***

$$F_n^*(x) = \frac{n_x}{n},$$

где n_x – количество элементов выборки меньших $\boldsymbol{x}$. $F_n^*(x)$ - относительная частота появления события $A = \{X < x\}$ в n независимых испытаниях.

Функция $F_n^*(x)$, аналогично $F(x)$, соответствующей теоретической функции распределения, обладает следующими свойствами:

1. $0 \le F_n^*(x) \le 1$;
2. $F_n^*(x)$ – неубывающая функция;
3. $F_n^*(-\infty) = 0; \quad F_n^*(\infty) = 1.$

Характер изменения частот (частостей) наглядно можно представить в виде графического изображения вариационных рядов. Такие графики позволяют лучше представить характер распределения и сделать предположение о распределении генеральной совокупности. Среди них различают полигон частот, точечную диаграмму, гистограмму.

Полигон частот представляет ломаную линию, вершинами которой являются точки из статистического ряда (по оси абсцисс откладываются варианты x_i, по оси ординат – соответствующие им частоты или относительные частоты).

Гистограммой частот называется ступенчатая фигура, составленная из прямоугольников, построенных на интервалах так, чтобы высота каждого прямоугольника численно была равна частоте варианты, расположенной в середине каждого интервала. Площадь этой ступенчатой фигуры равна объему выборки. При разбиении на равные интервалы высоты прямоугольников равны $\frac{n_i}{n}$, где n - объем выборки, n_i - частота, соответствующая варианте x_i.

Вместо полигона и гистограммы частот можно построить полигон и гистограмму относительных частот. В этом случае по оси ординат откладывается не частота, а относительная частота. Высота прямоугольников гистограммы относительных частот равна $\frac{w_i}{h}$, где w_i - относительная частота, h - длина интервала. Площадь всей гистограммы относительных частот равна единице.

Пример.

Распределение символов $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$ некоторого сообщения представлено в таблице. В первом столбце указано количество символов от 2 до 6, во втором столбце от 6 до 10, в третьем столбце от 10 до 14. Общее количество символов равно 20.

$\boldsymbol{n_j}$ – количество символов в 1, 2, 3 группах соответственно составляет 3, 10, 7. $\boldsymbol{n_x}$ - накопленные частоты.

x_i -x_{i+1}	**2-6**	**6-10**	**10-14**
$\boldsymbol{n_i}$	3	10	7
$\boldsymbol{n_x}$	3	13	20
$F_n^*(x)$	3/20 = 0.15	13/20 = 0.65	20/20 = 1

По данным таблицы построим график выборочной функции распределения (график накопленных частот) и полигон частот (рис. 1; рис. 2). При x<2 функция распределения равна нулю.

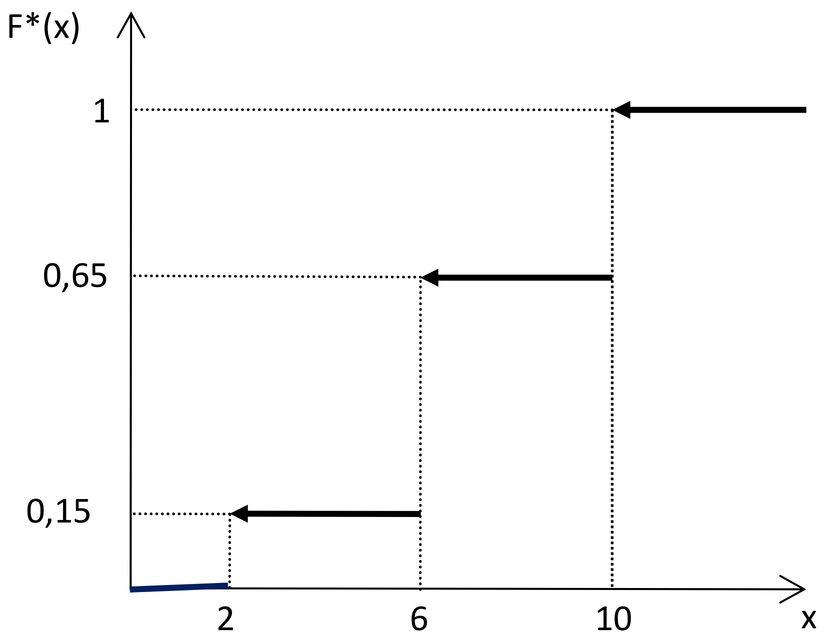


Рис. 1 График выборочной функции распределения.

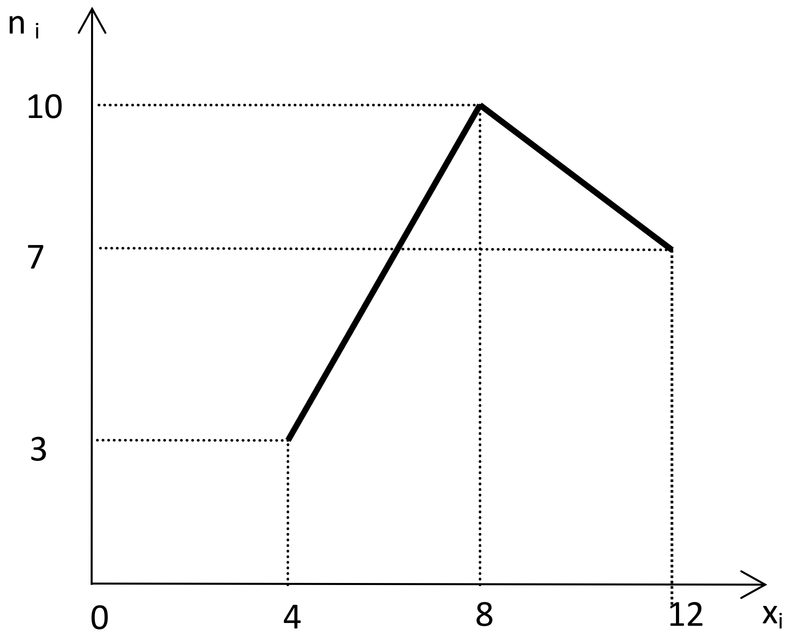


Рис. 2 Полигон частот случайной величины.

Построим гистограмму частот и относительных частот (рис.3, рис.4).

x_j-x_{j+1}	2-6	6-10	10-14
n_i/h	¾=0,75	10/4=2,5	7/4=1,75

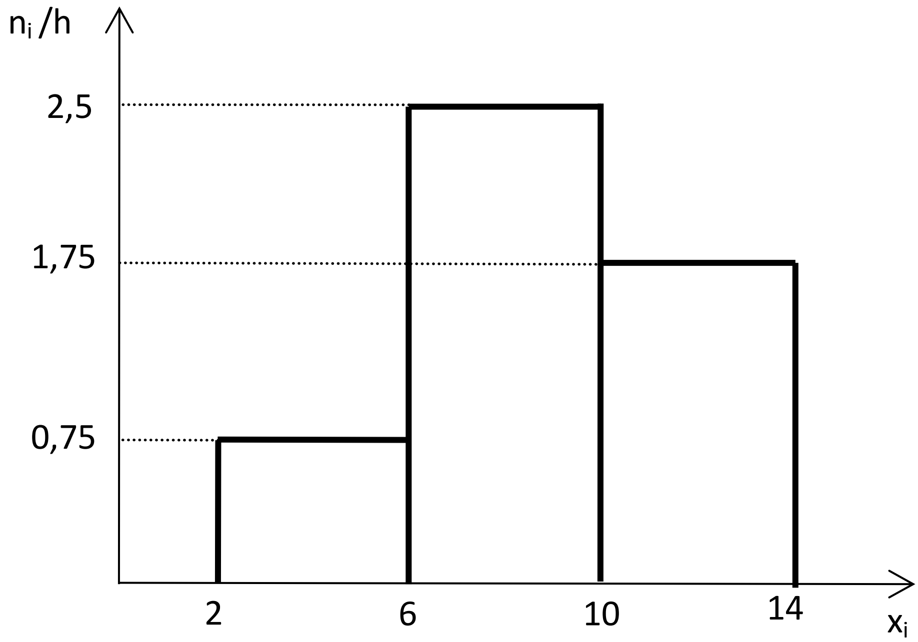


Рис. 3. Гистограмма частот случайной величины.

Для построения гистограммы относительных частот вычислим относительные частоты:

x_j-x_{j+1}	2-6	6-10	10-14
n_i/nh	3/(4*20)=0,0375	10/(4*20)=0,125	7/(4*20)=0,0875

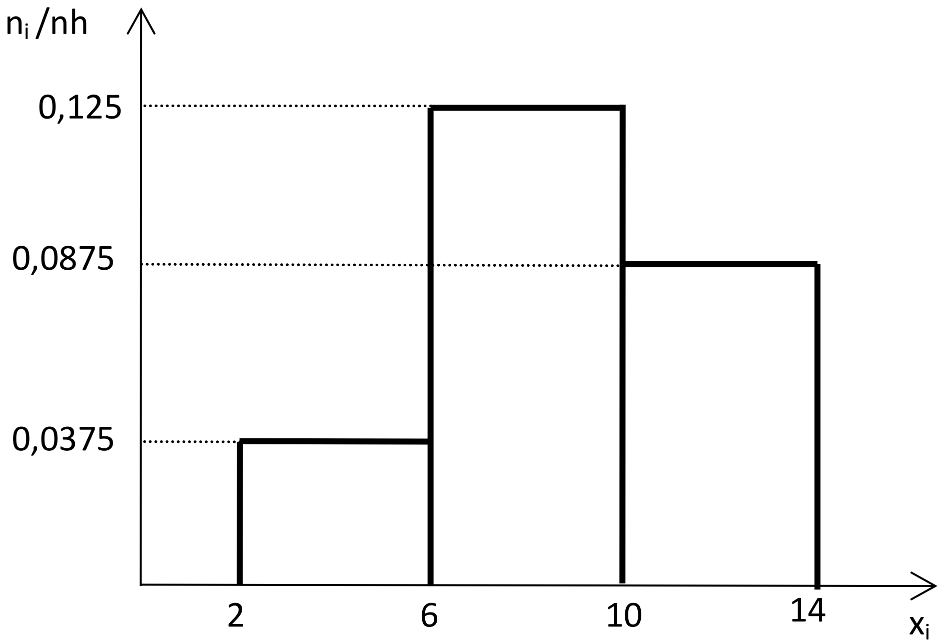


Рис.4 Гистограмма относительных частот.

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫБОРОЧНОЙ СОВОКУПНОТИ

Закон распределения полностью характеризует распределение случайной величины с вероятностной точки зрения. При анализе данных наблюдений возникает вопрос получения информации о случайной величине с использованием некоторых количественных показателей. Такие показатели называются числовыми характеристиками. Основными из них являются: математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение, мода, медиана, не приведённый коэффициент эксцесса.

Выборочным средним $\bar{x}_в$ называется случайная величина, определяемая формулами:

$$\bar{x}_в = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$$ (для не сгруппированной выборки),

$$\bar{x}_в = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \ldots + x_k m_k}{n}$$ (для сгруппированной выборки),

$n = m_1 + m_2 + \ldots + m_k$

Медиана (M$_e$) – это случайная величина, определяемая как $P(X < M_e) = P(X > M_e)$

-при четном числе вариант – $M_e = \frac{x_m + x_{m+1}}{2}$

-при нечетном числе вариант – $M_e = x_{m+1}$,

где x_m и x_{m+1} серединные значения вариационного ряда.

Медиана делит совокупность на две равные части. Ее приближенное значение можно получить по графику распределения.

Мода (M$_o$) определяется для непрерывной случайной величины как точка максимума функции плотности вероятностей *f(x).* Для дискретной случайной величины ее значение имеет максимальную вероятность. Это наиболее часто встречающееся значение наблюдения случайной величины.

Соотношение характеристик медианы, моды и выборочной средней изображены на рис.5

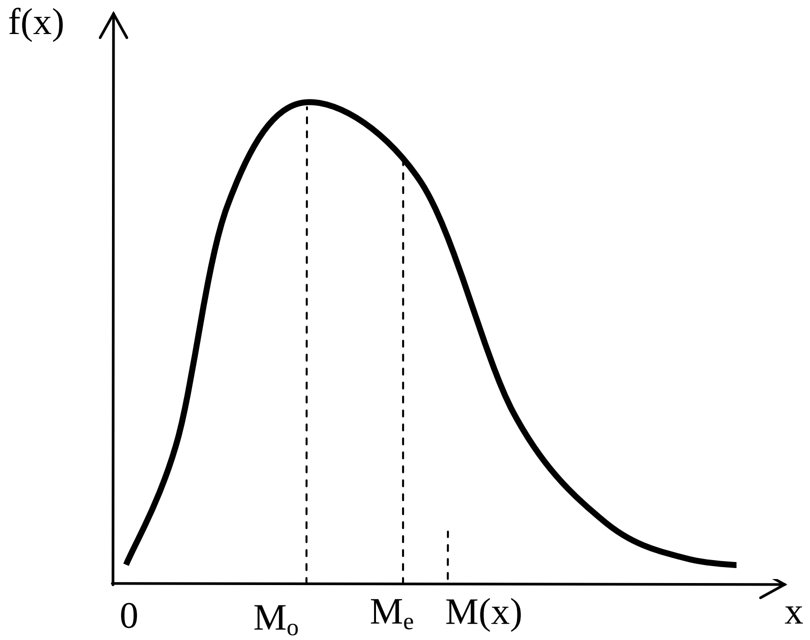


Рис. 5 Соотношение характеристик медианы *Me* и моды *Mo* на графике плотности распределения вероятностей *f(x).*

Дисперсия и среднеквадратическое отклонение являются характеристиками рассеивания или разброса распределения случайной величины, и чем сильнее варьируются значения случайной величины, тем больше разброс. Если все значения $x_1, x_2, ..., x_n$ различны, то дисперсия определяется по формуле:

$$d_в = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x}_в)^2}{n} \text{ (для не сгруппированной выборки),}$$

Если значения $x_1, x_2, ..., x_n$ повторяются n_i раз, то применяется следующая формула:

$$d_в = \sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i - \bar{x}_в)^2 \cdot n_k}{n} \text{ (для сгруппированной выборки).}$$

Число $d_в$, полученное для отдельной выборки, является одним из значений случайной величины, которая называется ***выборочной дисперсией***.

Выборочная дисперсия обладает одним существенным недостатком: если среднее арифметическое выражается в тех же единицах, что и значения случайной величины, то, как следует из формул, задающих дисперсию, последняя выражается в квадратных единицах. Этого недостатка можно избежать, взяв, в качестве меры рассеивания, арифметический квадратный корень из дисперсии. Выборочным ***среднеквадратическим отклонением*** называется арифметический квадратный корень из выборочной дисперсии ($\boldsymbol{\sigma_в}$):

$$\sigma_B = \sqrt{d_B}$$

В качестве характеристики формы распределения, отражающей его асимметрию, служит ***коэффициент асимметрии*** (***As),*** который рассчитывается по формуле:

$$As = \frac{\sum_i \left(x_i - \bar{x}_в\right)^3}{n \cdot \sigma^3}, \quad i = 1...n$$

Неприведенный коэффициент эксцесса E_x также является характеристикой формы распределения, а именно его островершинности, и определяется из выражения:

$$E_x = \frac{\sum_i \left(x_i - \bar{x}_в\right)^4}{n \cdot \sigma^4}, \quad i = 1...n$$

Неприведенный коэффициент эксцесса $\boldsymbol{E_x}$ изменяется в пределах $(-\infty;\infty)$. Для нормального распределения $\boldsymbol{E_x}$=0. Величина $\gamma = E_x - 3$ называется <u>***приведенным коэффициентом эксцесса.***</u>

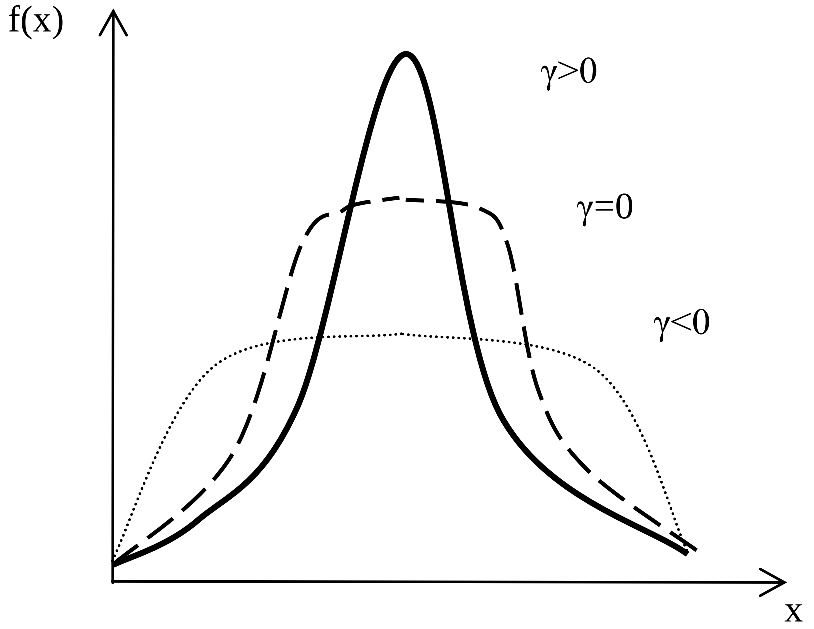


Рис. 6 График функции плотности распределения вероятностей *f(x)* при различных значениях приведенного коэффициента эксцесса.

ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫБОРОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Рассмотрим задачу нахождения на основе вариационного ряда общего закона распределения данного признака. На основе всестороннего анализа имеющегося распределения и изучения рассматриваемого признака выбирают из известных распределений <u>*определенный закон*</u> распределения в качестве предполагаемого теоретического закона распределения для рассматриваемого признака в генеральной совокупности.

Часто используемыми статистическими распределениями являются:
- нормальное распределение,
- χ^2-распределение (распределение Пирсона),
- ***t***-распределение (распределение Стьюдента),
- ***F***-распределение (распределение Фишера) [1,2].

Их значения можно найти в таблицах приложений.

Нормальный закон распределения случайной величины имеет вид:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma_x\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{\left(x-\overline{x_в}\right)^2}{2\cdot\sigma_x^2}}$$

По этой формуле при различных значениях среднего арифметического ($\overline{x_в}$) и среднеквадратичного отклонения (σ_x) получается семейство нормальных кривых. Нормальное распределение симметрично относительно $\overline{x_в}$ и имеет следующие числовые характеристики: математическое ожидание $a=\overline{x_в}$, дисперсия $d_в=\sigma^2$, коэффициент асимметрии $As=0$, неприведенный коэффициент эксцесса $E_x = 3$, приведенный коэффициент эксцесса $\gamma = 0$.

Для нормального распределения значения моды, медианы и среднего арифметического равны между собой.

При решении статистических задач во многих случаях применяется стандартное нормальное распределение, которое имеет параметры $\overline{x_в}=0$ и $\sigma_x=1$, т.е. (0,1). Использование стандартного нормального распределения позволяет анализировать любое нормальное распределение на основе характеристик единичного нормального распределения. Значения функции нормального распределения протабулированы и приводятся в приложении №1.

Множество случайных величин имеют нормальное распределение, например, распределение приращений индексов развитых стран, курсы акций, ошибок измерений и т.д. Для этих величин характерным является то, что на их формирование влияет большое число факторов, причем влияние каждого из них мало и ни один фактор не имеет значительного преимущества перед другими.

ОЦЕНИВАНИЕ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ И ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Выборочная характеристика, используемая в качестве приближенного значения неизвестной генеральной характеристики, называется ее ***точечной статистической оценкой***. Она определяется одним числом. Ранее были рассмотрены выборочные среднее $\overline{x_в}$, дисперсия $d_в$ и $\sigma_в$.

Для выборок малого объема точечные оценки могут значительно отличаться от оцениваемого параметра. Однако, вопрос о точности получаемых оценок является очень важным. В связи с этим в математической статистике введено понятие интервальных оценок. Зная распределение случайной величины, находят соответствующие доверительные границы с требуемой точностью.

Интервальной оценкой для параметра **θ** называется такой интервал $(\underline{\theta^*}, \overline{\theta^*})$со случайными границами, что $P(\underline{\theta}^* < \theta < \overline{\theta}^*) = \gamma$.

Вероятность γ называется ***надежностью*** интервальной оценки или доверительной вероятностью, случайные величины. $\underline{\theta}^*, \overline{\theta}^*$ – доверительными границами, а сам интервал $(\underline{\theta}^*, \overline{\theta}^*)$ называется ***доверительным интервалом***. Центром этого интервала является значение точечной оценки θ^*.

Надежность γ принято выбирать равной 0.95, 0.99, в этом случае событие, состоящее в том, что интервал $(\underline{\theta}^*, \overline{\theta}^*)$покроет параметр θ, будет практически достоверным. Для параметров нормального распределения формулы для расчета доверительных интервалов оценки математического ожидания при известном и неизвестном значении σ приводятся в таблице №4.

Таблица №4

Параметр	**Доверительный интервал**	**Статистическая оценка**
Математическое ожидание при известном ***σ***	$\bar{x}_в - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, где $t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \delta$ - точность оценки ***n*** объем выборки ***t*** - значение аргумента функции Лапласа ***Φ(t)*** ***a*** - математическое ожидание ***σ***-среднеквадратическое отклонение	$\bar{x}_в = \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n}$, $\bar{x}_в = \frac{\sum n_i x_i}{n}$

Математическое ожидание при неизвестном $\boldsymbol{\sigma}$	$\bar{x}_в - t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}}$ $\bar{x}_в$ - выборочная средняя ***S*** - исправленное среднеквадратическое отклонение t_γ- находится по таблице прилож. 3 по заданным *n* и γ ***n*** -объем выборки	$t = \frac{\bar{x}_в - a}{S/\sqrt{n}}$ распределение Стьюдента, степень свободы ***k = n - 1***

Например, для оценки математического ожидания генеральной совокупности нормально распределенного признака по выборочной средней и известном среднеквадратическом отклонении σ генеральной совокупности применяется формула:

$$P\left(\bar{x}_в - t\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + t\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 2\Phi\left(\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}\right) = \gamma .$$

При этом t определяется по таблицам функции Лапласа из соотношения

$$t = \frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma},$$

где σ - среднеквадратическое отклонение; n - объем выборки.

Пример. По данным 36 измерений расстояния до исследуемого объекта найдены средняя результатов измерений, равная 6,5 км и среднеквадратическое отклонение 3 км. Найдите границы, в которых с надежностью 0,95 заключено истинное значение расстояния. Распределение считать нормальным.

Решение. Воспользуемся данными из таблицы приложения №2. Для этого из выражения $2\Phi\left(\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}\right) = \gamma$, где Φ - функция Лапласа, n = 36, σ = 3, δ - точность оценки, γ=0,95, найдем t. Получаем $\Phi(t) = \frac{1}{2}\gamma$,

$\Phi\left(\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}\gamma = 0{,}475$, t=1,96, тогда $\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}96\cdot 3}{\sqrt{36}} = 0{,}98$. доверительный интервал будет равен $(6{,}5 - 0{,}98; 6{,}5 + 0{,}98)$. $P(5.52 < a < 7.48) = 0.95$ т.е. с вероятностью 0,95 среднее расстояние до объекта находится в интервале 5,52-7,48 км.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ

При статистическом анализе массива данных в технике, экономике, биологии, медицине часто прибегают к выдвижению гипотез (умозаключений) и последующей их проверке.

Статистическими гипотезами *называют предположения относительно вида распределения случайной величины или его отдельных параметров.* Например, гипотеза о нормальном законе распределения ошибки измерения, гипотеза о том, что с увеличением стажа работы заработная плата увеличивается.

Сопоставление выдвигаемой гипотезы относительно генеральной совокупности, осуществляемое на основании анализа выборки, называется ***проверкой статистической гипотезы***.

Статистические гипотезы можно классифицировать как гипотезы о законах распределения и гипотезы о параметрах распределения.

Виды задач, решаемых с помощью гипотез, делятся на 4 группы:

- способы проверки случайности, независимости и однородности результатов измерений;
- задачи по проверке средних значений и дисперсий для одной или двух нормально распределенных случайных величин;
- задачи по проверке гипотез о наличии линейной и множественной корреляции и регрессии;
- задачи по проверке закона распределения генеральной совокупности.

Любая статистическая гипотеза проверяется на основе статистического критерия - формулы (правила) с помощью которого определяется мера расхождения результатов выборочного наблюдения с высказанной гипотезой. В результате этой проверки выдвигаемая гипотеза либо отвергается, либо принимается.

Обычно рассматриваются две взаимоисключающие статистические гипотезы. Выдвигаемую на проверку гипотезу называют ***нулевой*** ***(H_0),*** противоположную ей гипотезу называют ***конкурирующей, альтернативной (H_1).***

Выбор критерия для проверки статистических гипотез производят на основании различных принципов. Он сводится к использованию такого критерия (K), чтобы при заданном уровне значимости α, можно было найти критическую точку $K_{кр}$, которая разделила бы область значений на 2 части по отношению к нулевой гипотезе H_0. Не существует единого, универсального критерия значимости – их приходится разрабатывать в теории и использовать на практике применительно к особенностям конкретных задач. В результате применения критерия возможны 4 случая:

- гипотеза H_0 верна и она принимается согласно критерию;
- гипотеза H_0 не верна и она отвергается согласно критерию;
- гипотеза H_0 верна, но отвергается (ошибка первого рода);

- гипотеза H_0 не верна, но она принимается (ошибка второго рода).

При проверке статистических гипотез используется понятие *уровня значимости*. ***Уровнем значимости α*** *называется вероятность совершить ошибку I-го рода, т.е. отвергнуть верную гипотезу.* Ошибка II-го рода (обозначается ***β)*** происходит при принятии неверной гипотезы. С уменьшением ***α*** возрастает вероятность ошибки ***β***.

Множество значений изучаемой совокупности объектов с помощью критерия ***К*** разбивается на 2 части, при этом одна из них содержит значения, при которых нулевая гипотеза отвергается.

Критической *называется* ***область*** *значений, при которых нулевая гипотеза отвергается. Областью принятия гипотезы является совокупность значений критерия при которых нулевая гипотеза принимается.*

Различают одностороннюю (правостороннюю или левостороннюю) и двустороннюю критические области (т.е. области, где нулевая гипотеза отвергается). Правосторонней называется критическая область (нулевая гипотеза отвергается), если $K > K_{кр}$. Левосторонней называется критическая область, если $K < K_{кр}$. Двусторонней называется критическая область, которая определяется следующими неравенствами: $K < K_{1кр}$; $K > K_{2кр}$. Для каждого критерия имеются соответствующие таблицы, по которым и находят критическую точку.

Основные этапы проверки статистической гипотезы:

1. Выдвигается нулевая гипотеза H_0 (т.е. предположение нуждающееся в проверке) и альтернативная гипотеза H_1.
2. Задается величина уровня значимости ***α.***
3. Задается некоторая функция от результатов наблюдения - (критическая статистика, которая сама является случайной величиной). В предположении о справедливости гипотезы H_0 эта функция подчиняется некоторому хорошо изученному закону распределения и обычно задается в форме таблицы.
4. Из таблицы находят $\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\cdot 100\%$ и $\frac{\alpha}{2}\cdot 100\%$ точки, которые делят всю область на 3 части:
   - область неправдоподобно малых значений;
   - область вероятностных значений;
   - неправдоподобно больших значений.

Рассмотрим более подробно задачу проверки гипотез о законе распределения, так как во многих практических задачах возникает необходимость определения ***закона распределения*** исследуемой случайной величины, проверка согласованности теоретических и эмпирических функций распределения. Такие гипотезы называются критериями согласия.

В этом случае, прежде всего выдвигается нулевая гипотеза H_0 о том, что случайная величина подчиняется конкретному теоретическому закону распределения $F(x)$**.** Выдвинутая для проверки гипотеза проверяется по выборке из генеральной совокупности. Предварительно по выборке строится эмпирическая функция распределения исследуемой величины. Затем производится сравнение эмпирического и теоретического распределения с помощью специально подобранных, критериев согласия. Различают несколько критериев согласия: χ^2 Пирсона, Колмогорова, Смирнова и др. Наиболее часто употребляется критерий согласия χ^2 Пирсона (хи-квадрат).

Критерий χ^2 (хи квадрат - критерий К.Пирсона).

Правило применения критерия χ^2 сводится к следующему алгоритму:

1) рассчитывается значение χ^2;
2) выбирается уровень значимости критерия α;
3) по таблице распределения χ^2 определяются критические точки $\chi^2(k,\alpha)$. Если $\chi^2 > \chi^2(k,\alpha)$, то гипотеза отвергается, если $\chi^2 \le \chi^2(k,\alpha)$, то гипотеза принимается.

Согласно критерию χ^2

$$\chi^2_{набл} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(m_i - m_i^T\right)^2}{m_i^T},$$

где m_i - частоты полученные эмпирическим путем,

$m^T{}_i$ - теоретические частоты соответствующие определенному распределению.

Распределение χ^2 зависит от числа степеней свободы $k = l - r - 1$, где r - число параметров предлагаемого теоретического закона, использованных для вычисления теоретических частот. Так для нормального закона число степеней свободы $r = 2$, l - количество интервалов.

Критерий имеет ряд ограничений: он применим для рядов, имеющих большой объем выборки и достаточную величину частот в крайних интервалах. Количество интервалов, на которые разделяются данные, должно быть не менее пяти.

При проверке различных гипотез применяются различные формулы (статистики). Некоторые статистики для задач проверки гипотез приводятся в таблице №5.

Пример. По критерию χ^2 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, $\bar{x}_B = 1.64$, $\sigma_x = 0.43$, $N = 100$, $h = x_{i+1} - x_i = 0.3$.

Решение.

$$m_i^T = \frac{N \cdot h}{\sigma_x}\varphi(u_i) = \frac{100 \cdot 0.3}{0.43}\varphi(u_i) = 70 \cdot \varphi(u_i),$$

значения функции $\varphi(u_i)$ берут из таблицы значений функции Лапласа (см. приложение №1)

i	x_i	$u_i = \dfrac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}$	$\varphi(u_i)$	$m_i^T = 70 \cdot \varphi(u_i)$
1	1	-1,488	0,1315	9,205
2	1,3	-0,79	0,292	20,44
3	1,6	-0,09	0,3973	27,811
4	1,9	0,604	0,3332	23,324
5	2,2	1,302	0,1714	11,998
6	2,5	2	0,054	3,78
7	2,8	2,69	0,0107	0,749

Сравним эмпирические и теоретические частоты.

Рассчитаем $\chi^2_{набл} = \dfrac{\sum_{i=1}^{7}(m_i - m_i^T)^2}{m_i^T}$.

i	m_i	m_i^T	$m_i - m_i^T$	$(m_i - m_i^T)^2$	$\dfrac{(m_i - m_i^T)^2}{m_i^T}$
1	5	9,205	-4,205	17,68	1,9206
2	13	20,44	-7,44	55,35	2,707
3	26	27,811	-1,811	3,279	0,117
4	24	23,324	0,676	0,457	0,019
5	19	11,998	7,002	49,02	4,086
6	10	3,78	6,22	38,69	10,24
7	3	0,749	2,251	5,067	6,765

$\sum m_i = 100$ $\qquad\qquad$ $\chi^2_{набл} = 25{,}85$

По таблице критических точек распределения χ^2, уровню значимости $\alpha = 0{,}05$ и числу степеней свободы $k = 7-2-1 = 4$ находят критическую точку правосторонней критической области $\chi^2_{кр}(0{,}05;4) = 9{,}5$. Так как $\chi^2_{набл} > \chi^2_{кр}$, то гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности отвергают.

Таблица № 5

Статистики для задач проверки гипотез.

гипотеза	Статистика	границы	критерий
Гипотеза о значении генеральной средней нормальной совокупности: а) при известной генеральной дисперсии:	$t_{набл} = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\sigma}\sqrt{n}$ при $\mu_1 > \mu_0$ - правосторонняя критическая область при $\mu_1 < \mu_0$ - левосторонняя критическая область при $\mu = \mu_1 \neq \mu_0$ -двусторонняя критическая область (нормированный закон распределения)	границы находят из условий $\}$ $\Phi(t_{кр})=1-2\alpha$ $\}$ $\Phi(t_{кр})=1-\alpha$	если $\lvert t_{набл} \rvert > t_{кр}$ то гипотеза отвергается если $\lvert t_{набл} \rvert \leq t_{кр}$ гипотеза не противоречит опытным данным
б) при неизвестной генеральной дисперсии:	$t_{набл} = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n-1}$ при $\mu_1 > \mu_0$ - правосторонняя при $\mu_1 < \mu_0$ - левосторонняя при $\mu = \mu_1 \neq \mu_0$ - двусторонняя критическая область (распределение Стьюдента)	определяются по таблице t - распределения (уровень значимости = α; число степеней свободы n - 1 при односторонней области $S_t = 2\alpha$ при двухсторонней $S_t = \alpha$	$\lvert t \rvert > t_{кр}$
Гипотеза о равенстве генеральных средних двух нормальных совокупностей: а) при известных генеральных дисперсиях:	$t_{набл} = \dfrac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\dfrac{\sigma_x^2}{n_x} + \dfrac{\sigma_y^2}{n_y}}}$ (распределение Стьюдента)	границы находятся по таблице Ф(t)	

б) при неизвестных генеральных дисперсиях:	$t_{набл} = \dfrac{\bar{x}-\bar{y}}{\sqrt{\dfrac{n_x S_x^2 + n_y S_y^2}{n_x + n_y - 2}}} \cdot \sqrt{\dfrac{n_x n_y}{n_x + n_y}}$ (распределение Стьюдента)	$\upsilon = n_x + n_y - 2$ (степень свободы)	Если $\lvert t_{набл} \rvert > t_{кр}$ то гипотеза отвергается, При $\lvert t_{набл} \rvert \le t_{кр}$ гипотеза не противоречит опытным данным
Гипотеза о значении дисперсии генеральной совокупности (значения признака распределены по нормальному закону)	$x^2_{набл} = \dfrac{nS^2}{\sigma^2}$	распределение хи-квадрат с (n-1) степенями свободы	если $x^2_{набл} > \lambda^2_{кр}$, то нулевая гипотеза H_0: $\sigma^2 = \sigma_0^2$ отвергается
Гипотеза о равенстве дисперсий двух генеральных совокупностей	$F_{набл} = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$, где S_1 и S_2 исправленные дисперсии (распределение Фишера-Снедекора (F - распределение))	границы ($\alpha, n_1 - 1; n_2 - 1$) определяют по таблице F	если $F_{набл} > F_{кр}(\alpha, n_1 - 1, n_2 - 1)$, то гипотеза не противоречит опытным данным; если $F_{набл} > F_{кр}$, то гипотезу отвергают.

На практике часто встречаются ситуации, когда среднее значение данных одного эксперимента отличается от среднего значения данных другого, хотя условия эксперимента являются схожими. Возникает вопрос: можно ли считать это расхождение случайным, незначимым или оно вызвано существенным различием двух генеральных совокупностей.

Пример. При испытании некоторого прибора было произведено 12 измерений температуры исследуемого объекта. Среднее значение оказалось равным $\bar{x}=10.2$, а стандартное отклонение - $\sigma_x=0.05$. Через некоторое время было произведено 8 измерений и на этот раз $\bar{y}=10.25$, а отклонение равно $\sigma_y=0.06$. Можно ли сделать вывод при 5% уровне значимости, что температура исследуемого объекта была увеличена?

Решение. (Это задача проверки гипотезы о равенстве средних значений двух нормальных совокупностей при известных генеральных дисперсиях).

$$H_0 : a_x = a_y$$

$$H_1 : a_x \neq a_y$$

В качестве критерия справедливости статистической гипотезы используется статистика $t=\dfrac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\dfrac{\sigma_x{}^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_y{}^2}{n_2}}}$. Подставим данные задачи в формулу $t_{набл}=\dfrac{10.2-10.25}{\sqrt{\dfrac{0.05^2}{12}+\dfrac{0.06^2}{8}}}=-1.9487$. Используя таблицу приложения 2 при $\Phi(t)=\dfrac{1-\alpha}{2}=0.475$, находим

$$x_{лев,\alpha/2}=-1.96\,;$$

$$x_{пр,\alpha/2}=1.96\,.$$

Так как число (-1.9487) не попадает в критическую область (конкретно в интервал $(-\infty,-1.96)$), то гипотеза $H_0 : a_x = a_y$ принимается.

Пример. При определении некоторой физической величины при двух различных условиях получены следующие значения выборочных дисперсий $S_1^2=2.842$ с 2-мя степенями свободы (3 измерения) и $S_2^2=1.646$ с 12 степенями свободы (13 измерений). Требуется оценить гипотезу о равенстве соответствующих генеральных дисперсий σ_1^2 и σ_2^2 при уровне значимости $\alpha=0.05$.

Решение. (Эта задача проверки гипотезы о сравнении двух дисперсий). $H_0 : \sigma_x = \sigma_y$; $H_1 : \sigma_x \neq \sigma_y$

В качестве критерия справедливости статистической гипотезы используется функция $F = \frac{S_1^{\ 2}}{S_2^{\ 2}}$, которая имеет распределение Фишера. Подставим данные задачи в формулу $F = \frac{2.842}{1.646} = 1.727$. Используя таблицу приложения 7 при $\alpha = 0.05$ и заданных степеней свободы $l_1 = 2$ и $l_2 = 12$, находим $f_{кр} = 3.885$. Так как число 1,727 не попадает в критическую область (конкретно в интервал $(3.885;\infty)$, то гипотеза $H_0 : \sigma_x = \sigma_y$ принимается.

Пример. По результатам тестирования 9 элементов прибора установлено, что среднее время тестирования $\bar{x}_в = 48\,мкс$. Предполагая, что время тестирования подчиняется нормальному распределению с дисперсией $\sigma^2 = 9мкс^2$ на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, найти:

а) можно ли принять 50 мкс в качестве нормативного времени (математического ожидания) выполнения теста?

б) можно ли принять за норматив 49с?

Решение. (Эта задача относится к проверке гипотезы о числовом значении математического ожидания при известной дисперсии)

а) по условию задачи нулевая гипотеза H_0: $a = 50c$. Так как $\overline{x_в} = 48$с., то в качестве альтернативной примем гипотезу H_1: $a < 50c$, т.е. имеем случай 2 при $a_0 = 50$с. По изложенной схеме получаем $x_{лев,\alpha} = -1{,}65$. Подставив исходные данные $\overline{x_в} = 48$с, $\sigma = 3$, $n = 9$, получаем $K_{наб} = \frac{48-50}{3/\sqrt{9}} = -2$. Так как число –2 попадает в критическую область $(-\infty, -1{,}65)$, то гипотеза H_0: $a = 50c$ отвергается и принимается H_1: $a < 50c$;

б) здесь нулевая гипотеза H_0: $a = 49c$, альтернативная H_1: $a < 49c$. Снова имеет место случай 2 при $a_0 = 49$с. Так как $K_{наб} = \frac{48-50}{3/\sqrt{9}} = -1$ не попадает в критическую область, то гипотеза H_0: $a = 49c$ не отвергается и в качестве норматива времени тестирования нужно взять 49 с.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Основной целью изучения причинно-следственной зависимости является выявление связей, закономерностей и тенденций развития. Причинно-следственная зависимость выражает соотношение между аргументом (причиной) и функцией (следствием).

Различают две основные формы причинных зависимостей: статистическую и функциональную. При функциональной зависимости каждому возможному значению аргумента поставлено в однозначное соответствие определенное значение функции, т.е. $y = f(x)$.

Такого рода однозначные (функциональные) связи между переменными величинами встречаются редко. Например, между ростом (длиной тела) и массой человека существует положительная связь: более высокие индивиды имеют обычно и большую массу, чем индивиды низкого роста. То же наблюдается и в отношении качественных признаков: блондины, как правило, имеют голубые, а брюнеты — карие глаза. Однако из этого правила имеются исключения, когда сравнительно низкорослые индивиды оказываются тяжелее высокорослых, и среди населения, хотя и нечасто, встречаются кареглазые блондины и голубоглазые брюнеты. Причина таких "исключений" в том, что каждый признак является функцией многих переменных. На его величине сказывается влияние не только генетических факторов. В этих случаях зависимость между признаками приобретает не функциональный, а ***статистический характер.*** Статистическая связь состоит в том, что одна случайная переменная реагирует на изменение другой изменением своего закона распределения. Такого рода зависимость между переменными величинами называется ***корреляционной*** или ***корреляцией*** (термин "корреляция" происходит от лат. correlatio — соотношение, связь).

Статистические связи между переменными исследуются методами корреляционного и регрессионного анализа. ***Корреляционный анализ*** основан на использовании вероятностных моделей, описывающих поведение исследуемых признаков в некоторой генеральной совокупности, из которой получены экспериментальные значения x_i и y_i.

Основная задача корреляционного анализа - выявление связи между случайными переменными путем точечной и интервальных оценок. Метод корреляции применяется для того, чтобы при сложном взаимодействии посторонних влияний выяснить какой должна была быть зависимость между величинами, если бы посторонние факторы не изменялись и своим изменением не искажали основную зависимость.

Теория корреляции решает три основные задачи:

- определение корреляционных уравнений связи между двумя и более случайными величинами;
- определение тесноты связи и вероятности получаемых характеристик;
- обоснование методики проведения исследований по выявлению корреляционных связей.

Показателями тесноты связи между двумя случайными наблюдениями ***x*** и ***y*** является коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sigma_x \sigma_y},$$

где $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum n_i}$, $\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{\sum n_i}$. σ_x и σ_y- соответствующие средние квадратичные отклонения, n - количество независимых наблюдений, m_i- частота появления определенной варианты

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\overline{x})^2}, \quad \text{где} \quad \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{n} m_i},$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\overline{y})^2}, \quad \text{где} \quad \overline{y^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i^2}{\sum_{i=1}^{n} m_i}.$$

Коэффициент корреляции не изменяется при изменении начала отсчета и масштаба измерения величин ***x*** и ***y***. Он удовлетворяет неравенству $-1 \le r \le 1$.. Знак «+» указывает на связь прямую (увеличение или уменьшение одного признака сопровождается аналогичным изменением другого признака), знак «–» – на связь обратную (увеличение или уменьшение одного признака сопровождается противоположным по направлению изменением другого признака). Если ***r*** = ±***1***, то между величинами существует тесная линейная связь, если ***r=0***, нет линейной корреляционной зависимости (но может быть нелинейная).

Для оценки тесноты связи используются специальные шкалы. В таблице №6 приводится шкала Чеддока.

Таблица №6

Количественные критерии оценки тесноты связи (шкала Чеддока)

Величина коэффициента корреляции	0,1-0,3	0,3-0,5	0,5-0,7	0,7-0,9	0,9-1,0
СИЛА СВЯЗИ	слабая	умеренная	заметная	высокая	весьма высокая

Коэффициенты корреляции рассчитываются для выборочных данных и являются случайными величинами. После вычисления ***r*** возникает необходимость проверки гипотезы о значимости полученной оценки и распространении полученных результатов на генеральную совокупность. Для этого приходится допускать некоторую ошибку, которую можно оценить с помощью средней квадратичной ошибки или определенных критериев.

РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Регрессионный анализ это поиск *аналитического выражения связи*, в котором изменение результативного признака обуславливается влиянием одного или нескольких факторных признаков, а множество всех прочих факторов принимается за постоянные (или усредненные) величины.

Связь между случайными величинами может быть прямо пропорциональной, гиперболической, параболической, экспоненциальной и др.

В основе регрессионного анализа лежит метод наименьших квадратов, который заключается в построении такой математической модели, что сумма квадратов отклонений эмпирических данных от теоретических была бы минимальной.

В уравнении однофакторной линейной регрессии $\overline{Y} = \rho x + c$, параметр ρ означает среднее изменение величины результативного признака Y, в зависимости от изменения значений факторного признака $\boldsymbol{x}$, если все остальные факторы, влияющие на результативный признак Y рассматриваются как неизменные. Параметр ρ показывает, насколько в среднем величина одного признака Y изменяется при изменении на единицу меры другого корреляционно связанного с Y признака X. Свободный член c отражает усредненное влияние всех неучтенных факторов.

При исследовании корреляции между количественными признаками, значения которых можно точно измерить в единицах метрических шкал (километры, секунды, килограммы и т.д.), очень часто принимается модель двумерной нормально распределенной генеральной совокупности. Эта модель отображает зависимость между переменными величинами x_i и y_i в системе прямоугольных координат. Зависимость может быть y от x (y_x) и x от y (x_y). Наглядно эти зависимости можно представить в виде *диаграммы рассеивания* или ***корреляционного поля***.

Пример. В результате 100 измерений двух физических величин (X и Y) получена следующая корреляционная таблица, представленная в виде интервального вариационного ряда:

Y	*X*							
	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240	Итого
0-5	5	6	14	7				32
5-10		3	4	7	10	2		26
10-15		1	2	6	5	4		18
15-20				4	1	6	1	12
20-25				1	3	1	3	8
25-30					1	2	1	4

Для характеристики связи между рассматриваемыми показателями необходимо провести корреляционно-регрессионный анализ двумерной модели.

Решение.

Для графического изображения зависимости в прямоугольной системе координат по оси абсцисс отложим значения признака – фактора (X), а по оси ординат – средние значения интервалов зависимого признака (Y).

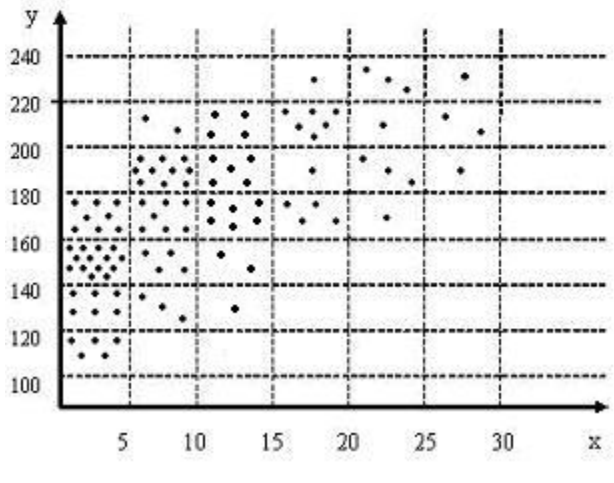


Рис. 7 Корреляционное поле

На основе анализа корреляционного поля можно предположить, что между Y и X существует прямая регрессия:

$$\overline{x_y} = \rho y + c.$$

Для нахождения значений величин ρ и c, входящих в систему нормальных уравнений, составим расчетные таблицы, введя в них одновременно и величины, необходимые для расчета коэффициента корреляции (в качестве вариант возьмем середины интервалов):

x / y	**110**	**130**	**150**	**170**	**190**	**210**	**230**	m_y	$y\ m_y$	$y^2\ m_y$
2,5	5	6	14	7				32	80	200
7,5		3	4	7	10	2		26	195	1462,5
12,5		1	2	6	5	4		18	225	2812,5
17,5				4	1	6	1	12	210	3675
22,5				1	3	1	3	8	180	4050
27,5					1	2	1	4	110	3025
m_x	5	10	20	25	20	15	5	100	**1000**	15225
$X\ m_x$	550	1300	3000	4250	3800	3150	1150	17200		
$X^2\ m_x$	60500	169000	450000	722500	722000	661500	264500	3050000		
$\sum y\ m_{xy}$	12,5	50	90	237,5	250	247,5	112,5	**1000**		
$x\sum y\ m_{xy}$	1375	6500	13500	40375	47500	51975	25875	187100		

Коэффициент корреляции вычисляется по формуле:

$$r = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\cdot\overline{y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Из таблицы определяются: $m_x = \sum_i m_{x_i}$, $m_y = \sum_j m_{x_j}$

Например, для (X=150) $m_x = 14 + 4 + 2$, для (Y=12,5) $m_y = 1 + 2 + 6 + 5 + 4 + 18$

$Xm_x = 150 \cdot 20 = 3000$, $\qquad Ym_y = 12.5 \cdot 18 = 225$

$X^2 m_x = 150^2 \cdot 20 = 450000 \qquad Y^2 \cdot m_y = 12.5^2 \cdot 18 = 2812.5$

$\sum y \cdot m_{xy} = 2.5 \cdot 14 + 7.5 \cdot 4 + 12.5 \cdot 2 = 90$

$x \sum y \cdot m_{xy} = 150 \cdot 90 = 13500$

$17200 = 550 + 1300 + 3000 + 4250 + 3800 + 3150 + 1150$

$3050000 = 60500 + 169000 + 450000 + 722500 + 722000 + 661500 + 264500 + 3050000$

$1000 = 12.5 + 50 + 90 + 237.5 + 250 + 247.5 + 112.5$

$187100 = 1375 + 6500 + 13500 + 40375 + 47500 + 51975 + 25875$

$15225 = 200 + 1462.5 + 2812.5 + 3575 + 4050 + 3025$

$1000 = 80 + 195 + 225 + 210 + 180 + 110$

Подставим найденные величины в формулу коэффициента корреляции и получим:

$$r = \frac{\frac{187100}{100} - \frac{1000}{100} \times \frac{17200}{100}}{\sqrt{\left[\frac{15225}{100} - \left(\frac{1000}{100}\right)^2\right] \times \left[\frac{3050000}{100} - \left(\frac{17200}{100}\right)^2\right]}} =$$

$$= \frac{1871 - 10 \times 172}{\sqrt{(152{,}25 - 100) \times (30500 - 29564)}} =$$

$$= \frac{1871 - 1720}{\sqrt{52{,}25 \times 916}} = \frac{151}{\sqrt{47861}} = \frac{151}{218{,}7} = 0{,}69.$$

Полученное значение коэффициента корреляции по шкале Чеддока указывает на наличие заметной линейной связи между величиной Y и величиной X.

Вычислим коэффициенты уравнения регрессии, для этого подставим найденные значения в систему уравнений, полученную на основе метода наименьших квадратов:

$$\begin{cases} cn + \rho \sum y m_y = \sum x m_x \\ c \sum y m_y + \rho \sum y^2 m_y = \sum x y m_{xy} \end{cases}$$

получим:

$$\begin{cases} 100c + 1000\rho = 17200, \\ 1000c + 15225\rho = 187100. \end{cases}.$$

В результате совместного решения уравнений находим: c=143,1 и ρ =2,89. Искомое уравнение прямой регрессии примет вид:

$$\overline{x_y} = 143{,}1 + 2{,}89y \cdot$$

Это уравнение показывает, что между физической величиной Y и физической величиной X имеется прямая связь: с увеличением Y на одну единицу величина X возрастает в среднем на 2,89 единиц (ρ).

Однако чаще уравнение регрессии записывают с использованием выборочного коэффициента корреляции:

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y}(y - \bar{y}),$$

где $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{m}$, $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{m}$, m – объем выборки.

Для данной задачи

$\bar{y} = \frac{1000}{100} = 10$, $\bar{x} = \frac{17200}{100} = 172$, $\sigma_x = \sqrt{\frac{3050000}{100} - 172^2} = 30.27$, $\sigma_y = \sqrt{\frac{15225}{100} - 10^2} = 7.23$,

$\bar{x}_y - 172 = 0.69 \frac{30.27}{7.23}(y - 10)$, окончательно $\bar{x}_y = 2.89y + 143.1$

Корреляция и регрессия тесно связаны между собой: первая оценивает силу (тесноту) статистической связи, вторая исследует ее форму.

Контрольные задания

Вариант 1

№1 Космическая частица, попадая в область пространства, порождает лавину 600 одинаковых и независимых частиц, каждая из которых с вероятностью 0,8 регистрируется одним из счетчиков. Какова вероятность того, что будут зарегистрировано 500 частиц?

№2 На заводе выпускаются оптико-электронные приборы, в которых используются детали, поступающие с трех предприятий, при этом первое предприятие поставляет 30% деталей, второе – 50%, а третье – 20%. При производстве деталей брак с первого предприятия составляет 2%, со второго – 1%, а с третьего – 4%. Найти вероятность того, что случайно выбранная деталь окажется бракованной.

№3 Алфавит источника содержит 4 элемента {А, Б, В, Г}. В результате кодирования сообщения с использованием этих элементов методом Шенно-Фано определился вес (количество повторений символа в сообщении):
В, В, А, Б, Г, Г, Б, Г, Б, Б, В, Г, Г, В, А, В, Б, Г, В, Б, В, Б, В, Б, А, А, Б. Б, В, В, В, В, А, В, В, В, А, Б, Б, Б, В, Г, В, А, А, Б, Г, В, В, Б.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить вариационный ряд.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 Произведено 5 независимых измерений толщины пластины. Получены следующие результаты: 2,15: 2,18; 2,14; 2,16; 2,17 мм. Оценить истинное значение толщины пластины с помощью доверительного интервала с доверительной вероятностью 0,95. Распределение считать нормальным.

№5 Проводился контроль работы измерительной техники. В таблице приведены результаты измерений некоторой физической величины 9 приборами до поверки (первая строка таблицы), после поверки (вторая строка таблицы):

До поверки	76	71	57	49	70	69	26	65	59
После поверки	81	85	52	52	70	63	33	83	32

Требуется при уровне значимости 0,05 выяснить, улучшилась ли работа измерительной техники, в предположении, что значения физической величины распределены нормально.

№6 Составить уравнение регрессии.

x \ y	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	n_x
0,2	2	3					5
0,5	3	8	2				13
0,8		9	13				22
1,1			15	13			28
1,4			9	10			19
1,7			3	6	1		10
2					2	1	3
n_y	5	20	42	29	3	1	N=100

Вариант 2

№1 Из 100 аккумуляторов за год хранения 7 выходят из строя. Наудачу выбирают 5 аккумуляторов. Определить вероятность того, что среди них 3 исправных.

№2 По каналу связи с помехами передается одна из двух команд управления в виде кодовых комбинаций 11111 и 00000, вероятности передачи этих команд соответственно равны 0,7 и 0,3. Вероятность правильного приема каждой комбинации равна 0,6. Найти вероятность того, что случайно принятая комбинация будет правильной.

№3 Измерен параметр транзистора. В результате были получены следующие значения:

4,18; 4, 26; 4,50; 4,31; 4,38; 4,35; 4,45; 4,42; 4,32; 4,27; 4,41; 4,36; 4,44; 4,38; 4,40; 4,45; 4,40; 4,42; 4,34; 4,42; 4,28; 4,30; 4,52; 4,24; 4,39; 4,20; 4,28; 4,54; 4,32; 4,33; 4,33; 4,29; 4,34; 4,39; 4,51; 4,37; 4,43; 4,46; 4,30; 4,34; 4,40; 4,46; 4,48; 4,28; 4,38; 4,19; 4,41; 4,46; 4,32; 4,47.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 6.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 Выборка из большой партии светодиодов содержит 100 светодиодов. Средняя продолжительность горения светодиода из выборки оказалась равной 1000 часов. Найти с доверительной вероятностью 0.95 доверительный интервал для средней продолжительности горения светодиода всей партии, если известно, что среднеквадратическое отклонение продолжительности горения светодиода составило 40 часов. Распределение считать нормальным.

№5 Главный инженер большого предприятия при регулярной проверке работы двух лабораторий обнаружил неправильно оформленные отчеты. В первой лаборатории из 1500 регулярно выбираемых отчетов в среднем 35 оказывались с незначительными нарушениями. Во второй лаборатории при проверке 2000 отчетов в среднем 30 оказывались с нарушениями. При $\sigma_1 = 1$ и $\sigma_2 = 1$ можно ли утверждать, что лаборатории работают одинаково? Принять уровень значимости $\alpha = 0.05$. Распределения считать нормальными.

№6 Составить уравнение регрессии.

$y \setminus x$	20	25	30	35	40	45	n_y
14	5	15					20
24		8	12				20
34			5	8	3		16
44			18	2	6		26
54				8	8	2	18
n_x	5	23	35	18	17	2	N=100

Вариант 3

№1В последовательности из 6 двоичных символов имеется 3 единицы. При передаче данной последовательности сохраняется 3 символа, остальные теряются. Какова вероятность того, что среди сохранившихся будет не более 2 –х единиц?

№2 Партия транзисторов, среди которых 10% дефектных, поступила на проверку. Схема проверки такова, что с вероятностью 0,95 обнаруживается дефект (если он есть), и существует вероятность 0,03 того, что исправный транзистор будет признан дефектным. Случайно выбранный транзистор был признан дефектным. Какова вероятность того, что на самом деле транзистор исправный?

№3 Число α частиц достигающих счетчика (с точностью до 10) в некотором опыте является случайной величиной распределяющейся по следующему закону:

620, 560, 650, 740, 580, 700, 650, 610, 640, 600, 670, 620, 720, 610, 660, 790, 650, 510, 690, 700, 570, 550, 630, 640, 570, 640, 600, 530, 660, 780, 670, 650, 730, 620, 560, 650, 630, 710, 680, 520, 580, 790, 530, 620, 630, 570, 690, 650, 530, 740.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 7.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 Производились измерения некоторой физической величины на 12 приборах. В результате были получены следующие результаты: 105, 90, 110, 120, 100, 90, 95, 85, 100, 110, 96, 111. По этим данным найти 95%-ый доверительный интервал для оценки среднего значения физической величины при среднеквадратическом отклонении равном 1. Распределение считать нормальным.

№5 Произведена обработка результатов 7 испытаний нового самолета. При этом каждый раз максимальная скорость развиваемая самолетом оказывалась различной: 425, 430, 439, 440, 420, 426, 423м/с. Необходимо проверить при уровне значимости 0,01 гипотезу о том, что самолеты такого типа могут развить максимальную скорость в среднем равную 420 м/с. Распределение считать нормальным.

№6 Составить уравнение регрессии.

$y \backslash x$	20	25	30	35	40	n_y
16	3	6				9
26		12	13			25
36			28	10	8	46
46			3	5	4	12
56				6	2	8
n_x	3	18	44	21	14	N=100

Вариант 4

№1 Устройство, состоящее из 5 независимо работающих элементов, включается за время Т. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что откажут 3 элемента.

№2 На вход дискретного симметричного канала без памяти поступают двоичные символы $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$ с вероятностями $p(x_1) = 0{,}4$ и $p(x_2) = 0{,}6$. Вероятность ошибки $p(x_1) = 0{,}05$, а $p(x_2) = 0{,}04$. В результате принятый символ оказался ошибочным. Какой символ вероятнее всего был передан?

№3 В результате измерения оптико-электронным прибором некоторой физической величины были получены следующие результаты:

4,744	9,127	7,201	8,650	11,536	9,013	10,255	10,390	9,268	7,354
6,232	10,600	11,902	10,216	11,470	10,954	6,739	12,697	13,084	6,088
14,593	8,671	10,500	15,190	9,202	11,047	9,124	7,351	9,832	12,271
7,126	10,744	9,715	5,536	8,917	9,823	8,383	9,766	10,687	10,582
11,245	5,854	10,387	8,917	6,739	6,748	10,954	11,101	7,024	11,587

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 7.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 Произведено 5 независимых равноточных измерений для определения заряда электрона. Получены следующие результаты в кулонах: $1{,}594 \cdot 10^{-19}$, $1{,}597 \cdot 10^{-19}$, $1{,}598 \cdot 10^{-19}$, $1{,}593 \cdot 10^{-19}$, $1{,}590 \cdot 10^{-19}$. Определить оценку величины заряда электрона и найти доверительные границы при $\alpha = 0{,}99$ и среднеквадратическом отклонении равном 5. Распределение считать нормальным.

№5 На контрольных испытаниях n=16 ламп определено среднее время работы ламп $\bar{x} = 291$ч. Считая, что срок службы ламп распределен нормально с $\sigma = 20$ч. Проверить на уровне значимости $\alpha = 0{,}1$ гипотезу H_0: $\mu = 300$ч. против альтернативной гипотезы H_1: $\mu = 290$ч.

№6 Составить уравнение регрессии.

y \ x	2	4	6	8	10		n_y
10	9	10					19
20		8	3				11
30			10	11	18		39
40			5	8	8		21
50				6	4	2	12
n_x	9	18	18	25	28	2	N=100

Вариант 5

№1 Вероятность того, что прибор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течении гарантийного срока из 6 приборов хотя бы один не потребует ремонта.

№2 По каналу связи передаются символы, вероятности появления которых равны $p(x_1) = 0{,}2$, $p(x_2) = 0{,}3$, $p(x_3) = 0{,}5$. Потери информации в канале связи для этих символов равны 0,08; 0,07; 0,06 соответственно. Найти вероятность появления символа на выходе приемника.

№3 Алфавит источника содержит 7 элементов {А, Б, В, Г, Д, Е, Ж}. В результате кодирования сообщения с использованием этих элементов методом Хаффмена определился вес (количество повторений символа в сообщении):
Д, А, Е, Д, Б, В, А, Е, Г, Г, Е, А, Ж, Е, В, Б, Г, Г, Г, Г, Г, В, Ж, В, Г, Б, В, Д, Ж, Д, Б, Г, Б, Г, Г, Д, Г, Ж, Д, Е, В, А, В, Д, Б, Е, Д, Д, В, Д.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:
1. Составить вариационный ряд.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 Средняя ошибка измерения высоты полета гидрометеорологического спутника относительно наземной станции подчинена нормальному закону с математическим ожиданием, равным 0,75 км и среднеквадратическим отклонением, равным 1 км. Провели 10 измерений. Найти с доверительной вероятностью 0.95 доверительный интервал для средней ошибки измерения высоты полета спутника.

№5 Из партии резисторов одного типа и номинала случайным образом отобраны 36 штук. Выборочное среднее величины сопротивления при этом оказалось равным 9,3 кОм. Используя двусторонний критерий при $\alpha = 0{,}05.$ проверить гипотезу о том, что выборка взята из партии с номиналом 10 кОм, если дисперсия величины сопротивления не известна, а выборочная «исправленная» дисперсия равна 6,25 кОм^2.

№6 Составить уравнение регрессии.

y \ x	3	6	9	12	15	13	n_y
10	4	7					11
15		9	11				20
20			30	10	2		42
25			2	4	5		11
30				9	5	2	16
n_x	4	16	43	23	11	2	N=100

Вариант 6

№1 Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор, равна 0,95, а второй - 0,9. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

№2 По двоичному симметричному каналу связи с помехами передаются два символа с вероятностями $p(x_1) = 0{,}6$ и $p(x_2) = 0{,}4$. Из-за наличия помех вероятность неправильного приема символов 5% и 2% соответственно. Найти вероятность того, что случайно выбранный символ является искаженным.

№3 Было зарегистрировано время сборки 50 трансформаторов (сек.):
150, 120, 80, 70, 110, 140, 100, 70, 130, 160, 130, 110, 100, 120, 110, 120, 120, 140, 110, 100, 130, 120, 120, 130, 130, 130 110, 120, 120, 110, 150, 120, 110, 110, 100, 140, 150, 160, 120, 110, 90, 100, 90, 100, 90, 130, 140, 100, 120, 80.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить вариационный ряд.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 Оптико-электронным дальномером произведено 5 измерений расстояния от орудия до цели со среднеквадратическим отклонением случайных ошибок измерений $\sigma = 40$м. Найти доверительный интервал для оценки истинного расстояния до цели с надежностью $\gamma = 0{,}95$, зная среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x} = 2000$м.

№5 Были взяты две выборки деталей среди предприятий выпускающих одинаковую продукцию. Одна выборка из 50 предприятий, где в среднем за минуту выпускают 120 деталей и вторая выборка из 60 предприятий, где в среднем за минуту выпускают 111 таких же деталей. Известны генеральные дисперсии $D_1 = 126$, $D_2 = 130$. При уровне значимости 0,05 необходимо проверить случайно ли это различие? (рассмотреть гипотезу о равенстве математических ожиданий). Распределения считать нормальными.

№6 Составить уравнение регрессии.

$y \backslash x$	15	20	25	30	35	40	n_y
25	3	4					7
35		6	3				9
45			6	35	2		43
55			12	8	6		26
65				4	7	4	15
n_x	3	10	21	47	15	4	N=100

Вариант 7

№1 При передаче сообщения по двоичному симметричному каналу связи шумы вносят ошибки таким образом, что в среднем 3 символа из 1000 принимаются неверно (т.е. 1 вместо 0 и наоборот). Определить вероятность того, что из 1000 символов при передаче исказятся 4 символа.

№2 При отклонении от нормального режима работы оптико-электронного прибора (ОЭП) срабатывает сигнализатор С1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор С2 с вероятностью 0,9. Вероятности того, что ОЭП имеет сигнализаторы С1 и С2, соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал об отклонении от нормального режима работы ОЭП. Что вероятнее: ОЭП имеет сигнализатор С1 или С2?

№3 В результате измерения освещенности вдоль строки элементов прибора зарядовой связи (ПЗС) получили следующую последовательность электрических сигналов (видеоимпульсов):

10,984	22,672	17,536	21,400	29,096	22,368	25,680	26,040	23,048	17,944
14,952	31,608	30,072	25,576	28,920	27,544	16,304	32,192	33,224	14,568
37,248	21,456	36,272	38,540	22,872	27,792	22,664	17,936	24,552	31,056
17,336	26,984	24,240	13,096	22,112	24,528	20,688	24,376	26,832	26,552
28,320	13,944	26,032	21,112	16,304	16,328	27,936	17,064	27,544	29,232

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 6.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 По данным 7 измерений расстояния до объекта найдены средняя результатов измерений, равная 30 и выборочная дисперсия, равная 4. Найдите границы, в которых с надежностью 0,99 заключено истинное значение измеряемой величины.

№5 Затраты времени на сборку некоторого технического устройства у 21 слесарей показали, что $\overline{x}_{\text{в}} = 77$ мин., а $S^2 = 4$ мин. В предположении о нормальном законе распределения затрат времени следует решить можно ли на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ считать 80 мин. нормативом трудоемкости?

№6 Составить уравнение регрессии.

y \ x	15	20	25	30	35	40	n_y
20	8	5					13
30		10	32				42
40			6	4	6	1	17
50			3	1	2		6
60				12	19	1	22
n_x	8	15	41	17	17	2	N=100

Вариант 8

№1 Вычислительное устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность отказа каждого элемента за смену равна 0,024. Найти вероятность того, что за смену откажут 6 элементов.

№2 По каналу связи передается цифровой текст, содержащий только три цифры: 1, 2, 3, которые могут появляться в тексте с равной вероятностью. Каждая передаваемая цифра в силу наличия помех принимается правильно с вероятностью P и с вероятностью(1-P)/2 принимается за какую-либо другую цифру. Предполагается, что цифры искажаются независимо. Найти вероятность того что было передано 111, если принято 123.

№3 Пользователем было зафиксировано время получения ответа на 50 запросов к базе данных сервера (сек):

37, 31, 21, 49, 33, 45, 35, 36, 22, 35, 42, 37, 47, 36, 41, 54, 40, 26, 30, 45, 32, 30, 38, 39, 32, 48, 24, 28, 41, 53, 36, 40, 42, 37, 31, 40, 38, 50, 24, 27, 33, 54, 28, 37, 38, 32, 44, 40, 28, 49.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 7.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 При 10-кратном измерении параметра транзистора получены следующие значения: 4,0; 4,5; 4,0; 4,2; 3,5; 4,5; 3,7; 4,0; 3,6; 3,8. Дать интервальную оценку (с доверительной вероятностью 0,95) истинного значения параметра транзистора. Распределение считать нормальным.

№5 Производитель некоторого прибора утверждает, что средний срок его службы равен 800 час. Для выборки из 17 приборов средний срок службы оказался равным 865 час. при «исправленном» среднеквадратическом отклонении 120 час. Проверить нулевую гипотезу при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

№6 Составить уравнение регрессии.

$y \backslash x$	3	6	9	12	15	18	n_y
10	8						
20		5	1				
30			7	38	5		50
40				10	7		17
50				4	8	7	19
n_x	8	5	8	52	20	7	N=100

Вариант 9

№1 Вероятность приема искаженного сообщения равна 0,1. Найти вероятность того, что из 100 принятых сообщений 10 будут искаженными.

№2 По линии связи посылаются сигналы 1 и 0 с вероятностями 0,6 и 0,4 соответственно. Вероятности приема сигналов 1 и 0 при условии, что посылается сигнал 1, равны 0,9 и 0,1 соответственно. Вероятности приема сигналов 1 и 0, при условии, что посылается сигнал 0, равны 0,3 и 0,7 соответственно. Какова вероятность того, что принимается сигнал 1?

№3 Для определения максимальной скорости самолета было произведено 50 испытаний, в результате которых были получены следующие результаты (м/с):
611, 800, 620, 700, 760, 740, 447, 626, 750, 467, 655, 520, 480, 796, 600, 720, 550, 540, 810, 691, 650, 612, 701, 635, 580, 550, 590, 730, 630, 650, 775, 625, 543, 705, 732, 753, 615, 685,745, 543, 895, 835, 707, 897, 456, 830, 595, 657, 722, 683.
По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 6.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 На контрольных испытаниях 17 электроламп найдено, что средний срок службы лампы равен $\bar{X} = 800$ часов при S=100. Найдите границы срока службы лампы с доверительной вероятностью 0,95. Распределение считать нормальным.

№5 Было произведено $n_1 = 12$ измерений диаметра вала (в мм). При этом оказалось, что среднее $\bar{x}_1 = 10{,}2$, а стандартное среднеквадратичное отклонение $\sigma_1 = 0{,}05.$ Затем вал поместили в условия с высокой температурой и провели еще $n_2 = 8$ измерений диаметра его оси. Среднее на этот раз оказалось равным $\bar{x}_2 = 10{,}25$, а стандартное отклонение $\sigma_2 = 0{,}06$. Можно ли сделать вывод, что диаметр вала существенно увеличивается при увеличении температуры? Доверительная вероятность $\gamma = 95\%$.

№6 Составить уравнение регрессии.

y \ x	10	15	20	25	30	35	n_y
6	4	2					6
12		6	2				8
18			5	40	5		50
24			2	8	7		17
30				4	7	8	19
n_x	4	8	9	52	19	8	N=100

Вариант 10

№1 Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятность безотказной работы (за время t) первого, второго, третьего элементов соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что за время t безотказно будут работать: а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента.

№2 Среди наблюдаемых спиральных галактик 23% принадлежит подтипу I, 31% - подтипу II, 23%- подтипу III. Вероятность вспышки в течение года сверхновой звезды галактики I подтипа составляет 0,002, II подтипа – 0,0035, III подтипа - 0,0055. Найти вероятность вспышки в течение года сверхновой звезды в далёкой спиральной галактике, подтип которой определить не удается.

№3 При измерении оптико-электронным прибором расстояния до исследуемого объекта были получены следующие ошибки измерений:

0,16; 0,18; 0,25; 0,32; 0,47; 0,40; 0,43; 0,58; 0,32; 0,34; 0,32; 0,24; 0,35; 0.54; 0,25; 0,24; 0,49; 0,35; 0,44; 0,29; 0,45; 0,43; 0,34; 0,23; 0,35; 0,55; 0,36; 0, 37; 0,30; 0,30; 0,38; 0,36; 0,41; 0,29; 0, 25; 0,39; 0,37; 0,23; 0,48; 0,43; 0,50; 0,19; 0,35; 0,34; 0,46; 0,39; 0,38; 0,46; 0,32; 0,45.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 7.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 Произведено 30 измерений диаметров деталей. По результатам измерений найдено среднее значение диаметров $\bar{X} = 96$ мм. Предположив, что ошибки измерения распределены по нормальному закону со среднеквадратическим отклонением $\sigma = 0{,}5$ мм, найдите границы, в которых с надежностью 0,95 заключено истинное значение диаметра деталей.

№5 Станок производит детали средней длины a=20 мм со стандартным отклонением $\sigma = 0{,}5$ мм. В случайной выборке объема n=16 деталей средняя длина составила $\bar{x} = 19{,}8$ мм. Правильно ли настроен станок? Доверительная вероятность $\gamma = 95\%$. Распределение считать нормальным.

№6 Составить уравнение регрессии.

y \ x	4	9	14	19	24	29	n_y
30	3	3					6
40		5	4				9
50			40	2	8		50
60			5	10	6		21
70			-	4	7	3	14
n_x	3	8	49	16	21	3	N=100

Вариант 11

№1 Вероятность того, что в электрической цепи напряжение превысит номинальное значение, равна 0,3. При повышенном напряжении вероятность аварии прибора-потребителя электрического тока равна 0,4. Определить вероятность аварии прибора вследствие повышения напряжения.

№2 По линии связи посылаются сигналы 1 и 0 с вероятностями 0,6 и 0,4 соответственно. Вероятности приема сигналов 1 и 0 при условии, что посылается сигнал 1, равны 0,9 и 0,1 соответственно. Вероятности приема сигналов 1 и 0, при условии, что посылается сигнал 0, равны 0,3 и 0,7 соответственно. Какова условная вероятность того, что посылается сигнал 1 при условии, что принимается сигнал 1?

№3 Исследовался срок работы электрических компонент. Были получены следующие результаты (час.):
20, 56, 36, 40, 52, 36, 72, 66, 73, 90, 78, 60, 49, 80, 95, 98, 70, 65, 42, 35, 42, 44, 78, 50, 73, 43, 60, 80, 50, 72, 79, 73, 66, 64, 69, 57, 80, 65, 63, 64, 82, 75, 76, 31, 21, 57, 28, 55, 52, 40.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 6.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 По результатам 50 опытов установлено, что в среднем для сборки трансформатора требуется $\bar{X} = 100$ сек. при S=10 сек. В предположении о нормальном распределении определить с надежностью 0,99 границы доверительного интервала для среднего времени сборки трансформатора.

№5 На двух станках обрабатываются втулки. Отобраны две пробы: из втулок, сделанных на первом станке $n_1 = 15$ шт, на втором станке - $n_1 = 18$ шт. По данным этих выборок рассчитаны выборочные смещенные дисперсии $\sigma_1^2 = 8{,}5$ (для первого станка) и $\sigma_2^2 = 6{,}3$ (для второго станка). Полагая, что размеры втулок подчиняются нормальному закону распределения, выяснить, можно ли считать, что станки обладают различной точностью. Доверительная вероятность $\gamma = 95\%$.

№6 Составить уравнение регрессии.

$y \backslash x$	5	10	15	20	25	30	n_y
20	1	5					6
30		5	3				8
40			9	40	2		51
50			4	11	6		21
60				4	7	3	14
n_x	1	10	16	55	15	3	N=100

Вариант 12

№1 Принимаемый сигнал может иметь амплитуду A_1 с вероятностью 0,6 или амплитуду A_2 с вероятностью 0,4. Сигналы независимы друг от друга. Найти вероятность того, что из 3-х сигналов один с амплитудой A_1, два с амплитудой A_2.

№2 Из 10 каналов радиосвязи 6 защищены от воздействия помех. Вероятность того, что защищенный канал в течении времени Т не выйдет из строя, равна 0,95, для незащищенного канала – 0,8. Найти вероятность того, что случайно выбранный канал за время Т не выйдет из строя.

№3 При контроле рельефа поверхности оптическим локатором были получены следующие значения сигналов:

25,401	22,545	28,335	24,750	22,560	18,600	20,425	20,650	18,780	24,590
26,720	28,505	23,170	20,360	22,450	21,590	23,565	24,495	22,140	25,200
25,655	24,785	27,045	28,650	18,670	25,745	22,540	22,585	19,720	23,785
22,210	21,240	19,525	26,560	24,195	21,705	22,305	19,610	21,145	20,970
22,075	24,090	20,645	22,195	25,565	23,580	21,590	21,835	25,040	22,645

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 6.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 Исследовалось время безотказной работы 50 фотоприемников. Из априорных наблюдений известно, что среднеквадратическое отклонение времени безотказной работы $\sigma = 16$ час. По результатам исследований получено среднее время безотказной работы $\bar{X} = 1000$ час. Постройте 95%-й интервал для среднего времени безотказной работы.

№5 Утверждается, что шарики для подшипников, изготовленные автоматическим станком, имеют средний диаметр d=10 мм. Используя односторонний критерий $\alpha = 0{,}05$, проверить гипотезу о среднем значении диаметра шарика, если в выборке из n=16 шариков средний диаметр оказался равным 10,3 мм, а дисперсия известна и равна 1 мм^2.

№6 Составить уравнение регрессии.

$y \backslash x$	5	10	15	20	25	30	n_y
30	2	6	-			-	8
40	-	5	3			-	8
50	-	-	7	40	2	-	49
60	-	-	4	9	6	-	19
70	-	-	-	4	7	5	16
n_x	2	11	14	58	15	5	N=100

Вариант 13

№1 Предполагается, что из 1000 светодиодов 5 неисправных. Определить вероятность того, что среди 1000 светодиодов 2 будут неисправные.

№2 По линии связи передаются два сигнала А и В с вероятностями 0,72 и 0,28 соответственно. Из-за помех $\frac{1}{6}$ часть А-сигналов искажается и принимается как В-сигналы, а $\frac{1}{7}$ часть переданных В-сигналов искажается и принимается как А-сигналы. Определить вероятность того, что на приемном пункте будет принят А-сигнал.

№3 В результате проведения некоторого эксперимента были получены результаты:
0,6; 0.5; 0.8; 0,5; 0,9; 0.6; 0.5; 0.4; 0.4; 0,6; 0,8; 0.3; 0.7; 0,9; 0.5; 0.3; 0.6; 0.8; 0.5; 0.7; 0.6; 0.4; 0,9; 0.5; 0.7; 0,6; 0,4; 0,4; 0.6; 0,7; 0.3; 0.5; 0.6; 0.5; 0.5; 0.4; 0.6; 0.7; 0.8; 0,8; 0,6; 0.6; 0.7; 0.8; 0.4; 0.7; 0.7; 0.7; 0,6; 0,9.
По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить вариационный ряд.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 Оптико-электронным прибором произведено 16 измерений прогиба платформы, причем $\bar{X} = 50{,}5$ мм, а исправленное среднеквадратическое отклонение S случайных ошибок измерений оказалось равным 0,7. Оценить истинное значение прогиба платформы с помощью доверительного интервала с доверительной вероятностью 0,95. Распределение считать нормальным.

№5 Выборочная проверка надежности материнских плат двух производителей дала следующие результаты: из 200 материнских плат производителя A средняя величина брака оказалась $\overline{x_{\text{в}}} = 15$, из 400 материнских плат производителя B в среднем $\overline{y_{\text{в}}} = 32$ оказались бракованными. Генеральная дисперсия в обоих случаях равна 1. Существенны ли различия в надежности материнских плат? Распределение считать нормальным. (Проверить гипотезу о равенстве генеральных средних при $\alpha = 0{,}05$).

№6 Составить уравнение регрессии.

y \ x	5	10	15	20	25		n_y
10	4	6					10
20		14	16				30
30			15	5	4	1	25
40			15	5	3	2	25
50				6	2	2	10
n_x	4	20	46	16	19	5	N=100

Вариант 14

№1 Три электрические лампочки последовательно включены в сеть. Вероятность того, что одна (любая) лампочка перегорит, если напряжение в сети превысит номинальное, равна 0,6. Найти вероятность того, что при повышенном напряжении тока в цепи перегорит хотя бы одна лампочка.

№2 По линии связи передаются два сигнала А и В с вероятностями 0,72 и 0,28 соответственно. Из-за помех $\frac{1}{6}$ часть А-сигналов искажается и принимается как В-сигналы, а $\frac{1}{7}$ часть переданных В-сигналов искажается и принимается как А-сигналы. Известно, что был принят А-сигнал. Какова вероятность, что он же и был передан?

№3 Данные освещенности, создаваемой оптической системой от точечного источника на фоточувствительной площадке фотоприёмного устройства имеют вид:

19,982	26,670	25,534	31,398	23,094	32,366	28,678	20,038	27,046	19,938
28,950	30,606	24,070	29,574	22,918	21,542	27,302	26,190	27,222	23,566
31,246	22,454	30,270	32,538	26,870	27,790	25,662	25,934	23,550	25,054
25,334	27,982	23,238	27,094	26,110	28,526	22,686	25,374	25,830	29,550
24,318	27,942	23,030	25,110	30,302	29,326	24,934	28,062	27,542	23,230

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 6.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 По данным 16 независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений $\bar{X} = 42{,}8$ исправленное среднеквадратическое отклонение S=8. Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью 0,99.

№5 Два токарных станка изготавливают детали по одному чертежу. Из продукции первого станка было отобрано n деталей, а из продукции второго m деталей. Выборочные дисперсии контрольного размера, определенные по этим выборкам, равны соответственно $S_1^2 = 5{,}9$ мкм^2 и $S_2^2 = 22{,}4$ мкм^2. Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при $\alpha = 0{,}05$, если альтернативная гипотеза утверждает, что дисперсии не равны.

№6 Составить уравнение регрессии.

y \ x	5	10	15	20	25	30	n_y
40	2	4					6
50		3	7				10
60			5	30	10		45
70			7	10	8		25
80				5	6	3	14
n_x	2	7	19	45	24	3	N=100

Вариант 15

№1 В последовательности из 6 двоичных символов имеется 3 единицы. При передаче данной последовательности сохраняется 3 символа, остальные теряются. Какова вероятность того, что среди сохранившихся будет 1 единица?

№2 Сообщение состоит из сигналов «0» и «1». Статистические свойства помех таковы, что искажаются в среднем $\frac{2}{3}$ сообщений «0» и $\frac{1}{3}$ сообщений «1». Известно, что среди передаваемых сигналов «0» и «1» встречаются в соотношении 5:3. Известно, что принят сигнал «0». Какова вероятность того, что он же и был передан?

№3 С целью исследования закона распределения ошибки измерения дальности с помощью радиодальномера произведено 50 измерений дальности. Результаты опытов представлены в виде:

20, 31, 42, 32, 62, 56, 62, 57, 49, 71, 72, 59, 30, 80, 63, 46, 38, 54, 55, 52, 76, 61, 45, 25, 47, 61, 35, 53, 67, 81, 58, 51, 60, 36, 41, 43, 69, 52, 56, 60, 48, 63, 45, 75, 77, 37, 88, 66, 43, 53.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 8.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 По данным 50 испытаний средний срок службы аккумуляторной батареи составляет 1000 часов при этом среднеквадратическое отклонение составляет 100 часов. Оценить истинное значение срока службы аккумуляторной батареи с помощью доверительного интервала с доверительной вероятностью 0,95. Распределение считать нормальным.

№5 На двух станках производят одну и ту же продукцию, контролируемую по наружному диаметру изделия. Из продукции выпускаемой на станке А было проверено 16 изделий, а из продукции со станка В – 25 изделий. Выборочные оценки математических ожиданий и дисперсий контролируемых размеров составили $\overline{x_A} = 37{,}5$ мм при $\sigma_A^2 = 1{,}21$ мм^2 и $\overline{x_B} = 36{,}8$ мм при $\sigma_B^2 = 1{,}44$ мм^2. Проверить гипотезу о равенстве генеральных средних двух нормальных совокупностей, если $\alpha = 0{,}1$.

№6 Составить уравнение регрессии.

y \ x	10	15	20	25	30	35	n_y
40	2	4					6
50		3	7				10
60			5	30	10		45
70			7	10	8		25
80				5	6	3	14
n_x	2	7	19	45	24	3	N=100

Вариант 16

№1 Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Вероятность безотказной работы в течение времени T (мин.) первого узла 0,9, второго узла – 0,8. Испытание длилось T мин. И за это время зарегистрирован один отказ. Найти вероятность того, что отказал только первый узел; отказали оба узла.

№2 Сообщение состоит из сигналов «0» и «1». Статистические свойства помех таковы, что искажаются в среднем $\frac{2}{3}$ сообщений «0» и $\frac{1}{3}$ сообщений «1». Известно, что среди передаваемых сигналов «0» и «1» встречаются в соотношении 5:3. Известно, что принят сигнал «1». Какова вероятность того, что он же и был передан?

№3 Случайные ошибки высотомера без систематических ошибок имеют следующий вид:

3,16; 3,18; 3,25; 3,32; 3,47; 3,40; 3,43; 3,58; 3,32; 3,34; 3,32; 3,24; 3,35; 3.54; 3,25; 3,24; 3,49; 3,35; 3,44; 3,29; 3,45; 3,43; 3,34; 3,23; 3,35; 3,55; 3,36; 3,37; 3,30; 3,30; 3,38; 3,36; 3,41; 3,29; 3,25; 3,39; 3,37; 3,23; 3,48; 3,43; 3,50; 3,19; 3,35; 3,34; 3,46; 3,39; 3,38; 3,46; 3,32; 3,45.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 7.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 Срок работы электрических компонент подчиняется нормальному распределению со средней продолжительностью работы 80 ч. и среднеквадратическим отклонением 30 ч. Производителю необходимо оценить истинное значение срока работы 100 электрических компонент с помощью доверительного интервала с доверительной вероятностью 0,95.

№5 По результатам n=9 замеров установлено, что выборочное среднее время (в секундах) изготовления детали $\bar{x} = 48$с. Предполагая, что время изготовления нормально распределенная случайная величина с $\sigma^2 = 9$, рассмотреть гипотезу H_0: a=49 против конкурирующей гипотезы H_1: а$\neq$ 49. Доверительная вероятность $\gamma = 95\%$.

№6 Составить уравнение регрессии.

y \ x	10	15	20	25	30		n_y
5	10	15					25
10		5	5				10
			7	8	12		27
			3	7	13		23
				10	4	1	15
n_x	10	20	15	25	29	1	N=100

Вариант 17

№1 При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 1/10. Каковы вероятности того, что сообщение из 10 знаков:

а) содержит ровно 3 искажения? б) содержит не более трех искажений?

№2 Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества. Около 40% приборов собирается из высококачественных деталей. В этом случае надежность прибора (вероятность безотказной работы) за время t равна 0,95. Если прибор собирается из деталей обычного качества, то его надежность равна 0,7. Прибор испытывался в течение времени t и работал безотказно. Найти вероятность того, что он собран из высококачественных деталей.

№3 В ОТК с точностью до 0,1 мм была измерена длина 50 деталей изготовленных на автоматическом станке. Получили следующие результаты:

17,16; 17,18; 17,25; 17,32; 17,47; 17,40; 17,43; 17,58; 17,32; 17,34; 17,32; 17,24; 17,35; 17.54; 17,25; 17,24; 17,49; 17,35; 17,44; 17,29; 17,45; 17,43; 17,34; 17,23; 17,35; 17,55; 17,36; 17,37; 17,30; 17,30; 17,38; 17,36; 17,41; 17,29; 17,25; 17,39; 17,37; 17,23; 17,48; 17,43; 17,50; 17,19; 17,35; 17,34; 17,46; 17,39; 17,38; 17,46; 17,32; 17,45.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 7.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 При обработке 10 испытаний самолета на максимальную скорость было получено $\bar{X} = 425$ м/с и S=10 м/с. Соответствует ли испытываемый самолет техническим требованиям, где максимальная скорость определена в 430 м/с. Распределение считать нормальным. Принять $\alpha = 0{,}05$.

№5 В результате испытаний двух приборов A и B установлены вероятности P помех, оцениваемые по четырехбальной системе уровня помех U:

$P\backslash U$	0	1	2	3
Прибор A	0,7	0,2	0,06	0,04
Прибор B	0,8	0,06	0,04	0,1

При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ можно ли утверждать, что первый прибор лучше, чем второй? (Лучшим считается тот, который в среднем имеет меньший уровень помех). Распределения считать нормальными.

№6 Составить уравнение регрессии.

$y \backslash x$	5	10	15	20	25	30	n_y
17	3	2					5
27		16	1				17
37		29	5	4			38
47			17	13	1		31
57				6	2	1	9
n_x	3	47	23	23	3	1	N=100

Вариант 18

№1 Прибор содержит восемь однотипных микросхем. Вероятность выхода из строя каждой в течение месяца равна 0,1. Найти вероятность того, что в течение очередного месяца из строя выйдет не более половины микросхем.

№2 Сообщение со спутника на землю передается в виде бинарного кода, то есть в виде упорядоченного набора нулей и единиц. Предполагается, что послание на 70% состоит из нулей. Помехи приводят к тому, что только 80% нулей и единиц правильно распознаются приемником. Если принят сигнал «1», то какова вероятность того, что отправлен сигнал «0»?

№3 В результате измерения силы звука самолета (в дБ) на различных расстояниях от точки взлета были получены следующие данные:

2, 4, 6, 4, 10, 4, 6, 8, 2, 4, 4, 1, 9, 7, 5, 6, 7, 3, 8, 9, 5, 6, 3, 7, 5, 8, 6, 5, 4, 3, 9, 10, 5, 3, 7, 5, 8, 4, 5, 5, 6, 7, 5, 7, 6, 8, 7, 9, 5, 6.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить вариационный ряд.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 В научной лаборатории проводились исследования по проверке работы оптико-электронного прибора. Для 100 приборов в среднем дальность действия оказалось 11,94 м. Установить доверительный интервал, в котором с 95% доверительностью должна находиться генеральная средняя при среднеквадратическом отклонении 1,26. Распределение считать нормальным.

№5 В рамках исследования сравнивались уровни помех, регистрируемые двумя приборами. Выборочные данные для прибора *A* дали следующие результаты : 4, 6, 3, 2, 5, 6, 7; для прибора *B*: 10, 12, 15, 9, 5, 9, 7. Можно ли утверждать, что разброс значений прибора *A* и прибора *B* одинаков при $\alpha = 0{,}05$, если выборки сделаны из нормальной совокупности?

№6 Составить уравнение регрессии.

$y \backslash x$	2	4	6	8	10		n_y
11	5	10					15
13		11	6				17
15			21	8	7		36
17			3	7	2		12
19				16	2	2	20
n_x	5	21	30	31	11	2	N=100

Вариант 19

№1 Радиолокационная станция ведет наблюдение за пятью объектами за интервал времени *T*. Контакт с каждым из них может быть потерян с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что с тремя объектами контакт будет поддерживаться за время *T*.

№2 Три лаборатории должны представить свои научные разработки к определенному сроку. Вероятность того, что они представят работы своевременно, соответственно для лабораторий равны, 0,32; 0,28; 0,4. Если учеными своевременно будут представлены документы, то научные открытия будут изданы соответственно к сроку с вероятностями: для I лаборатории - 0,05; для II лаборатории– 0,02; для III лаборатории – 0,03. Найти вероятность того, что научный отчет второй лаборатории будет издан своевременно.

№3 Исследовались данные измерений некоторой физической величины технической системы. Были получены следующие результаты:

5,6; 5.5; 5.8; 5,5; 5,9; 5.6; 5.5; 5.4; 5.4; 5,6; 5,8; 5.3; 5.7; 5,9; 5.5; 5.3; 5.6; 5.8; 5.5; 5.7; 5.6; 5.4; 5,9; 5.5; 5.7; 5,6; 5,4; 5,4; 5.6; 5,7; 5.3; 5.5; 5.6; 5.5; 5.5; 5.4; 5.6; 5.7; 5.8; 5,8; 5,6; 5.6; 5.7; 5.8; 5.4; 5.7; 5.7; 5.7; 5,6; 5,9.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить вариационный ряд.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0{,}05$.

№4 В конденсаторе возможен дефект диэлектрика. Проверена партия из 1000 конденсаторов. Было получено $\bar{X} = 100$. В каких границах с 95% доверительностью должна находиться генеральная средняя при среднеквадратическом отклонении 1? Распределение считать нормальным.

№5 Имеется следующая выборочная статистика по результатам измерения некоторой физической величины прибором А и прибором В. Результаты по 8 значениям прибора А: 181, 170, 150, 182, 130, 162, 170, 142. А для 10 значений прибора В: 188, 152, 130, 140, 144, 175, 179, 147, 154, 160. Можно ли по представленной информации утверждать, что в среднем результаты измерений прибора *A* имеют более низкую точность, чем результаты измерений прибора *B*? Распределения считать нормальными.

№6 Составить уравнение регрессии.

$y \backslash x$	5	10	15	20	25	20	n_y
3	5						5
6	8	3	2				13
9			20	7	15		42
12			9	10			19
15				3	3	15	21
n_x	13	3	31	20	18	15	N=100

Вариант 20

№1 Наблюдение за районом осуществляется тремя радиолокационными станциями (РЛС). В район наблюдения попал объект, который обнаруживается любой радиолокационной станцией с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что РЛС обнаруживающих объект будет не менее двух.

№2 При передаче сообщений в двоичном коде сигналы "0" и "1" встречаются в соотношении 3:2. Определить вероятность того, что сигнал искажен, если из-за помех искажается в среднем 4% сигналов "0" и 2% сигналов"1".

№3 При измерении диаметра колец, изготовляемых цехом предприятия были получены следующие результаты:

7,16; 7,18; 7,25; 7,32; 7,47; 7,40; 7,43; 7,58; 7,32; 7,34; 7,32; 7,24; 7,35; 7.54; 7,25; 7,24; 7,49; 7,35; 7,44; 7,29; 7,45; 7,43; 7,34; 7,23; 7,35; 7,55; 7,36; 7,37; 7,30; 7,30; 7,38; 7,36; 7,41; 7,29; 7,25; 7,39; 7,37; 7,23; 7,48; 7,43; 7,50; 7,19; 7,35; 7,34; 7,46; 7,39; 7,38; 7,46; 7,32; 7,45.

По выборке 50 значений независимой случайной величины требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 7.
2. Построить функцию распределения, полигон частот, гистограмму частот, гистограмму относительных частот.
3. Найти выборочную среднюю, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс, размах варьирования, моду, медиану.
4. Проверить гипотезу о нормальном распределении при $\alpha = 0,05$.

№4 С помощью радиодальномера произведено 400 измерений дальности. Получили $\bar{X} = 2000$ м и S=100 м. Установить доверительный интервал, в котором с 95% доверительностью должна находиться генеральная средняя. Распределение считать нормальным.

№5 Исследовались данные измерений двух технических систем. Были получены следующие результаты некоторой физической величины:

Система *A*	9	12	10	15	11	8
Система *B*	10	8	15	13	12	11

Можно ли на уровне значимости 5% из приведенных в таблице значений утверждать, что технические системы с среднем работают одинаково?

№6 Составить уравнение регрессии.

$y \backslash x$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	n_y
0,5	2	3					5
1	4	8	9				21
1,5		10	12	15	8		45
2			9	10	7		26
2,5						3	3
n_x	6	21	30	2,5	15	3	N=100

Контрольные вопросы

1. Что такое событие?
2. Какие события называются противоположными, достоверными, невозможными?
3. Какие события составляют полную группу?
4. Какие события называются элементарными?
5. Сформулируйте классическое определение вероятности.
6. Что такое перестановки? Как они определяются?
7. Что такое сочетания? Как вычисляются сочетания?
8. Что такое размещения? Как вычисляются размещения?
9. Что такое условная вероятность?
10. Сформулируйте формулу Бернулли, когда она используется?
11. Локальная формула Лапласа.
12. Интегральная формула Лапласа.
13. Формула Пуассона.
14. Как формулируется теорема о полной вероятности?
15. Как формулируется теорема Байеса?

16. Что называется случайной величиной?
17. Какие случайные величины называют дискретными, непрерывными?
18. Как вычисляется математическое ожидание для дискретных и непрерывных случайных величин?
19. Как вычисляется дисперсия и среднеквадратическое отклонение для дискретных и непрерывных случайных величин?
20. Основные законы распределения.
21. Связь теории вероятностей с математической статистикой.
22. Что называется генеральной совокупностью?
23. Что называется выборочной совокупностью?
24. Что такое выборочный метод?
25. Какие методы отбора элементов Вам известны?
26. Какая существует связь между выборочной и генеральной совокупностями?
27. Что называется вариационным рядом?
28. Что называется частостью, частотой, накопленной частотой?
29. Что называется интервальным вариационным рядом?
30. Что называется полигоном; гистограммой?
31. Что называется ранжированным рядом?
32. Что называется выборочной средней?
33. Что называется медианой?
34. Что называется модой?
35. Что называется выборочной дисперсией?
36. Как вычисляется коэффициент асимметрии?
37. Как вычисляется коэффициент эксцесса?
38. Назовите основные законы распределения.
39. Какое распределение называется нормальным?
40. Какое распределение называется стандартным нормальным распределением?
41. Что называется статистической гипотезой?
42. Что называется критерием согласия?
43. Сформулируйте основные этапы проверки гипотезы по критерию хи-квадрат.
44. В чем заключается задача корреляционного анализа?
45. Что называется коэффициентом корреляции?
46. Для чего используется шкала Чеддока?
47. Что называется полем корреляции?
48. Какая таблица называется корреляционной?
49. В чем заключается задача регрессионного анализа?
50. Что называется прямой регрессии?
51. Что называется доверительной вероятностью?
52. Какой интервал называется доверительным?
53. Сформулируйте правило трех сигм.

ТАБЛИЦА ФУНКЦИИ $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-x^2}{2}}$ **(КРИВАЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ)**

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3725	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290

2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001
4,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,2	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица функции $\Phi(x)=\int\limits_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-t^2}{2}}dt$ **(функция Лапласа)**

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02790	0,03188	0,03586
0,1	0,03983	0,04380	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0,2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0,3	0,11791	0,12172	0,12552	0,12930	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0,4	0,15542	0,15910	0,16276	0,16640	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0,5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,20540	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,22240
0,6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,25490
0,7	0,25804	0,26115	0,26424	0,26730	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,28230	0,28524
0,8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0,9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1,0	0,34134	0,34375	0,34614	0,34849	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1,0	0,36433	0,36650	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,37900	0,38100	0,38298
1,2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1,3	0,40320	0,40490	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41308	0,41466	0,41621	0,41774
1,4	0,41924	0,42073	0,42220	0,42364	0,42507	0,42647	0,42785	0,42922	0,43056	0,43189
1,5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408
1,6	0,44520	0,44630	0,44738	0,44845	0,44950	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1,7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,46080	0,46164	0,46246	0,46327
1,8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1,9	0,47128	0,47193	0,47257	0,47320	0,47381	0,47441	0,47500	0,47558	0,47615	0,47670
2,0	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,48030	0,48077	0,48124	0,48169
2,1	0,48214	0,48257	0,48300	0,48341	0,48382	0,48422	0,48461	0,48500	0,48537	0,48574
2,2	0,48610	0,48645	0,48679	0,48713	0,48745	0,48778	0,48809	0,48840	0,48870	0,48899
2,3	0,48928	0,48956	0,48983	0,49010	0,49036	0,49061	0,49086	0,49111	0,49134	0,49158
2,4	0,49180	0,49202	0,49224	0,49245	0,49266	0,49286	0,49305	0,49324	0,49343	0,49361
2,5	0,49379	0,49396	0,49413	0,49430	0,49446	0,49461	0,49477	0,49492	0,49506	0,49520
2,6	0,49534	0,49547	0,49560	0,49573	0,49585	0,49598	0,49609	0,49621	0,49632	0,49643
2,7	0,49653	0,49664	0,49674	0,49683	0,49693	0,49702	0,49711	0,49720	0,49728	0,49736
2,8	0,49744	0,49752	0,49760	0,49767	0,49774	0,49781	0,49788	0,49795	0,49801	0,49807
2,9	0,49813	0,49819	0,49825	0,49831	0,49836	0,49841	0,49846	0,49851	0,49856	0,49861
3,0	0,49865	0,49869	0,49874	0,49878	0,49882	0,49886	0,49889	0,49893	0,49896	0,49900
3,1	0,49903	0,49906	0,49910	0,49913	0,49916	0,49918	0,49921	0,49924	0,49926	0,49929
3,2	0,49931	0,49934	0,49936	0,49938	0,49940	0,49942	0,49944	0,49946	0,49948	0,49950
3,3	0,49952	0,49953	0,49955	0,49957	0,49958	0,49960	0,49961	0,49962	0,49964	0,49965
3,4	0,49966	0,49968	0,49969	0,49970	0,49971	0,49972	0,49973	0,49974	0,49975	0,49976
3,5	0,49977	0,49978	0,49978	0,49979	0,49980	0,49981	0,49981	0,49982	0,49983	0,49983
3,6	0,49984	0,49985	0,49985	0,49986	0,49986	0,49987	0,49987	0,49988	0,49988	0,49989
3,7	0,49989	0,49990	0,49990	0,49990	0,49991	0,49991	0,49992	0,49992	0,49992	0,49992
3,8	0,49993	0,49993	0,49993	0,49994	0,49994	0,49994	0,49994	0,49995	0,49995	0,49995
3,9	0,49995	0,49995	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49997	0,49997
4,0	0,499968									
4,5	0,49997									
5,0	0,4999997									

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Таблица значений $t_\gamma=t(\gamma, n)$

n	γ			n	γ		
	0,95	**0,99**	**0,999**		**0,95**	**0,99**	**0,999**
5	2,78	4,60	8,61	**20**	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	**25**	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	**30**	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	**35**	2,032	2,720	3,600
9	2,31	3,36	5,04	**40**	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	**45**	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	**50**	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	**60**	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	**70**	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	**80**	1,001	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	**90**	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	**100**	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	**120**	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	**∞**	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

Таблица значений функции Пуассона: $P(X = m) = P_{n,m} \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$

m | λ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066
1	0,0905	0,1638	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3596	0,3696
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494
4	0,0000	0,0000	0,0002	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003
m | λ	**1,0**	**2,0**	**3,0**	**4,0**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,0**
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0055
3	0,0613	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337
5	0,0081	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607
m | λ	**1,0**	**2,0**	**3,0**	**4,0**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,0**
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911
7	0,0001	0,0034	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1318
8	0,0000	0,0009	0,0081	0,0298	0,0655	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318
9	0,0000	0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,0318
10	0,0000	0,0000	0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1180
11	0,0000	0,0000	0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970
12	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0264	0,0481	0,0728
13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504
14	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324
15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000.	0,0003	0,0014	0,0045	0,0109
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0021	0,0058
18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0029
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006
21	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003
22	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы k	**Уровень значимости α**					
	0,01	**0,025**	**0,05**	**0,95**	**0,975**	**0,99**
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
S	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
fl	21,7	19,0	16,9	3,33	2, 70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Критические точки распределения Стьюдента

Число степене й	Уровень значимости α (двусторонняя критическая					
		0,05	**0,02**	**0,01**	**0,00**	**0,001**
1	6,31	12,7	31,8	63,7	318,	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,3	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,2	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,00	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,70
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,28	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,07	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
Число степене й свободы ***k***	**0,05**	**0,02**	**0,01**	**0,00**	**0,001**	**0,000**
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

Критические точки распределения Фишера-Снедекора (k_1 — число степеней свободы большей дисперсии, k_2 — число степеней свободы меньшей дисперсии)

	Уровень значимости α= 0,01											
	k 1											
k 2	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	90,17	99,25	99,33	99,30	99,34	99,36	99,36	99,40	99,41	99,42
3	34,12	38,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,96	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,72	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,44	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45

	Уровень значимости α = 0,05											
	k 1											
k 2	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38

Список литературы

а) основная литература:

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / В. Е. Гмурман, - 12-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2011. - 479 с.: табл. - (Основы наук). - ISBN 978-5-9916-1163-3.
2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие / В. Е. Гмурман, - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2011. - 404 с.: табл. - (Основы наук). - ISBN 978-5-9692-1180-3 .
3. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник. – М.: Либроком, 2011. – 488 с.

б) дополнительная литература:

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Высшая школа, 2010. – 480 с.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. – М.: КноРус, 2010. – 448 с.

В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»

КАФЕДРА ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ И ЕЕ НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ШКОЛА

Кафедра создавалась в 1937-38 годах и существовала под следующими названиями:

– с 1938 по 1958 год - кафедра военных оптических приборов;

– с 1958 по 1967 год - кафедра специальных оптических приборов;

– с 1967 по 1992 год - кафедра оптико-электронных приборов;

– с 1992 года - кафедра оптико-электронных приборов и систем.

Кафедру возглавляли:

– с 1938 по 1942 год - профессор К.Е. Солодилов;

– с 1942 по 1945 год - профессор А.Н. Захарьевский (по совместительству);

– с 1945 по 1946 год - профессор М.А. Резунов (по совместительству);

– с 1947 по 1972 год - профессор С.Т. Цуккерман;

– с 1972 по 1992 год - заслуженный деятель науки и техники РСФСР, профессор Л.Ф. Порфирьев;

– с 1992 по 2007 год - заслуженный деятель науки РФ, профессор Э.Д. Панков.

– с 2007 года по настоящее время - почетный работник высшего профессионального образования, профессор В.В. Коротаев.

История кафедры началась в 1937-38 годах с организации в Ленинградском институте точной механики и оптики (ЛИТМО) кафедры военных оптических приборов. Первым заведующим кафедрой был К.Е. Солодилов, до этого возглавлявший Центральное конструкторское бюро (ЦКБ) Всесоюзного объединения оптико-механической промышленности (ВООМП). Преподавателями кафедры стали сотрудники этого ЦКБ - М.А. Резунов, М.Я. Кругер, С.Т. Цуккерман, В.А. Егоров, Б.М. Кулежнов.

В годы Великой Отечественной войны кафедра была эвакуирована в Черепаново, где обязанности заведующего кафедрой выполнял профессор А.И. Захарьевский. Преподавателями кафедры по состоянию на 01.04.1945 г были профессор Чулановский, доцент Кругер, ст. преподаватель Гриневич, ассистенты Дедюлин и Погарев. После возвращения в Ленинград кафедрой в 1945-46 годах по совместительству заведовал начальник конструкторского бюро (КБ) Государственного оптического института им. С.И. Вавилова (ГОИ) М.А. Резунов.

В начале 1947 года кафедру возглавил профессор С.Т. Цуккерман, который руководил ею до 1972 года. В 1958 году кафедра была реорганизована в кафедру специальных оптических приборов, а в 1967 году в кафедру оптико-электронных приборов (ОЭП).

Создание С.Т. Цуккерманом в предвоенные годы книги «Точные механизмы» (М.: Оборонгиз, 1941) является значительным вкладом в развитие отечественного точного приборостроения. С.Т. Цуккерман является автором более 120 научных работ и более 50 изобретений. В предвоенные, военные и послевоенные годы С.Т. Цуккерман работал над созданием прицельных устройств для зенитной и авиационной артиллерии. Он был одним из создателей серийного авиационного гироскопического прицела АСП с автоматической выработкой поправки на упреждение, который устанавливался на истребителях МиГ, а также механического ракурсного прицела для мелкокалиберной зенитной артиллерии, широко применяемого во время войны во Вьетнаме.

В 1958 г. при кафедре была организована отраслевая лаборатория «Специальные оптические приборы» с достаточно сильной группой конструкторов-разработчиков. ………

С.Т. Цуккерман и старший научный сотрудник А.С. Гридин руководили разработкой приборов управления по лучу (ПУЛ), предназначенных для управления движением различных подвижных объектов по прямой линии или по программе.

В начале 60-х годов старший научный сотрудник Г.Г. Ишанин занимался разработкой фотометрической аппаратуры, предназначенной для паспортизации оптико-электронных приборов и систем различного назначения.

Значительное влияние на содержание подготовки специалистов и научных исследований оказало привлечение к работе на кафедре выдающегося специалиста в области оптико-электронного приборостроения, члена-корреспондента Российской академии наук (РАН), Героя Социалистического Труда, лауреата Ленинской премии профессора М.М. Мирошникова, который, работая на кафедре ОЭП с 1969 года по 1976 год в должности профессора по совместительству, поставил и читал курс «Теория оптико-электронных приборов».

С 1972 года по 1992 год кафедрой ОЭП заведовал заслуженный деятель науки и техники РСФСР, профессор Л.Ф. Порфирьев, известный специалист в области автоматических ОЭПиС в комплексах навигации и управления авиационной и космической техникой. Соответственно тематика выполнения научно-исследовательских работ на кафедре приобрела новые направления, существенно увеличилось число тем, носящих поисковый фундаментальный характер. Были разработаны новый учебный план и программы учебных дисциплин.

Л.Ф. Порфирьев является автором 19 учебников, учебных пособий и монографий, среди которых можно выделить такие как «Теория оптико-электронных приборов и систем» (Л.: Машиностроение, 1980), «Основы теории преобразования сигналов в оптико-электронных системах» (Л.: Машиностроение, 1989). Результаты его работ можно оценить как значительный вклад в разработку общей теории оптико-электронных систем.

Л.Ф. Порфирьев как руководитель проводил достаточно жесткую кадровую политику, при которой на кафедре оставались работать только те сотрудники, которые отличались преданностью делу. При этом он оказывал всемерную поддержку сотрудникам кафедры по разработке ими различных направлений теории и практики оптико-электронного приборостроения. По результатам научно-исследовательских работ в этот период защитили диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук Г.Н. Грязин (1983 г.), Е.Г. Лебедько (1985 г.), Э.Д. Панков (1986 г.), Г.Г. Ишанин (1988 г.), защищено много диссертаций на соискание ученой степени кандидата технических наук.

В этот период под руководством Э.Д. Панкова начали проводиться исследования по разработке новых оптико-электронных систем измерения взаимного положения разнесенных в пространстве объектов.

Г.Н. Грязин, перешедший на кафедру с радиотехнического факультета в конце 60-х годов, продолжил свои работы в области прикладного телевидения, в частности, по разработке систем наблюдения за быстродвижущимися объектами и быстропротекающими процессами.

С 1975 года заведующим отраслевой лабораторией стал старший научный сотрудник А.Н. Тимофеев, который продолжил исследования по разработке методов и средств контроля пространственного положения объектов с помощью ОЭП с оптической равносигнальной зоной для машиностроения, энергетики, строительства, судостроения и железнодорожного транспорта.

С 1975 года, после увольнения в запас, из Ленинградской военной инженерной краснознаменной академии (ЛВИКА) им. А.Ф. Можайского на кафедру пришел работать в должности профессора С.П. Авдеев, известный специалист в области ОЭПиС космических аппаратов. Он поставил курсы и читал лекции по учебным дисциплинам «Оптико-электронные приборы», «Оптико-электронные приборы систем управления», «Оптико-электронные приборы для научных исследований».

Существенное влияние на содержание подготовки специалистов и научных исследований оказало привлечение к работе на кафедре лауреата Ленинской и Государственной премий профессора Б.А. Ермакова, известного специалиста в области физической оптики и оптико-электронного приборостроения. Б.А. Ермаков работал на кафедре ОЭП с 1979 года по 1992 год в должности профессора по совместительству и поставил курс «Оптико-электронные приборы с лазерами».

В 70-80 годах под руководством доцента Е.Г. Лебедько проводились исследования законов отражения лазерного излучения от нестационарных поверхностей и протяженных объектов, исследования в области теории идентификации объектов по их излучению в сложной фоновой ситуации. Создан комплекс для лазерной локации крупногабаритных морских объектов сложной конфигурации и водной поверхности. В этих работах принимали участие доценты О.П. Тимофеев и С.Б. Лукин.

В 70-90 годах под руководством Л.Ф. Порфирьева был разработан ряд астродатчиков, систем астроориентации и космической навигации (В.И. Калинчук, А.Л. Андреев, С.Н. Ярышев).

С 1992 г. заведующим кафедрой является заслуженный деятель науки Российской Федерации, профессор Э.Д. Панков. В 1992 году кафедра была переименована в кафедру оптико-электронных приборов и систем (ОЭПиС).

Под руководством Э.Д. Панкова в 70-90-х годах были проведены разработки ряда оптико-электронных приборов и систем специального и гражданского применения, нашедших практическое внедрение и способствующих научно-техническому прогрессу и укреплению обороноспособности нашей страны.

В частности, исследования и разработки в области линейных и угловых измерений позволили приступить к решению общей проблемы согласования отсчетных баз на нестационарно деформируемых объектах с помощью оптико-электронных систем.

В рамках указанной проблемы доцентом И.А. Коняхиным проводились исследования, результаты которых можно классифицировать как разработку теории построения автоколлимационных систем с компонентами нарушенной типовой конфигурации.

В то же время доцентом В.В. Коротаевым разработан ряд поляризационных приборов и измерительных установок. Теоретическим результатом работ явилась разработка методологии анализа поляризационных свойств оптических систем с изменяющейся ориентацией элементов. По результатам указанных работ В.В. Коротаев (в 1997 г.) и И.А. Коняхин (в 1998г.) защитили диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук.

Применение многоэлементных приемников в системах пеленгации дало толчок развитию телевизионных систем технического зрения, измерительных телевизионных систем и систем обработки изображений. Результаты этих исследований были использованы доцентом А.Л. Андреевым при постановке учебных курсов «Оптико-электронные системы с ЭВМ», «Специализированные аппаратные и программные средства ОЭП», «Автоматизированные телевизионные вычислительные комплексы», а также доцентом С.Н. Ярышевым при постановке им в 1993 году учебной дисциплины «Видеотехника».

Указанные курсы обеспечиваются лабораторным практикумом на базе рабочих мест, оснащенных персональными компьютерами, объединенными в локальную сеть. Рабочие места оснащены аппаратными и программными средствами цифровой видеозаписи и обработки изображений. В этот период Г.Н. Грязиным были подготовлены дисциплинам: «Телевизионные системы», «Прикладное телевидение и телевизионно-вычислительные комплексы» (совместно с А.Л. Андреевым).

На основе обобщения методик расчета оптико-электронных систем различного назначения и принципа действия в 1981 году были развернуты работы по созданию элементов систем автоматизированного проектирования ОЭП. За период с 1981 по 1987 год под руководством И.А. Коняхина были разработаны оригинальные пакеты прикладных программ расчета параметров систем измерения пространственного положения объектов.

Развитие компьютерной техники и программного обеспечения общего назначения позволило создать проблемно-ориентированное программное обеспечение поддержки проектирования ОЭП на системотехническом уровне.

По результатам научных работ сотрудниками кафедры ОЭПиС выпущено в свет 15 монографий, 11 учебников и учебных пособий. На кафедре подготовлено 14 докторов наук, а также более 110 кандидатов наук.

На разработки кафедры получены авторские свидетельства СССР и патенты Российской Федерации на более чем 200 изобретений. Наибольший вклад в изобретательскую деятельность внес Э.Д. Панков - автор 123 изобретений, из которых 33 внедрены в промышленности.

При заявлении научно-педагогической школы «Оптико-электронное приборостроение» в 2009 году были сформулированы следующие основные научно-технические результаты, достигнутые в период с 1938 по 2009 годы:

– разработаны принципы построения военных оптико-механических приборов;

– разработаны принципы построения точных механизмов;

– разработаны принципы построения оптико-электронных приборов с оптической равносигнальной зоной;

– систематизированы теоретические основы и принципы построения оптико-электронных приборов;

– разработаны методы описания импульсных сигналов, идентификации и классификации объектов в системах нестационарной лазерной локации;

– разработаны теория, принципы построения и методы расчета импульсных телевизионных систем наблюдения быстродвижущихся объектов;

– обнаружен термоупругий эффект в кристаллическом кварце и создан новый тип приемников оптического излучения;

– разработана теория построения автоколлимационных систем с компонентами нарушенной типовой конфигурации;

– разработана методология анализа поляризационных свойств оптических систем с изменяющейся ориентацией элементов;

– систематизированы теоретические основы и принципы построения измерительных систем на основе матричных фотопреобразователей;

– разработаны основы построения ОЭС согласования отсчетных баз на нестационарно деформируемых объектах.

Основоположники научной школы:

- Солодилов Константин Евгеньевич, заведующий кафедрой с 1938 г. по 1942 г., профессор;
- Цуккерман Семен Тобиасович, заведующий кафедрой с 1947 г. по 1972 г., профессор;
- Мирошников Михаил Михайлович, директор ГОИ, д.т.н., профессор, профессор кафедры ОЭП с 1967 г. по 1978 г.; член-корреспондент Российской Академии наук, Герой Социалистического Труда, лауреат Ленинской премии.
- Порфирьев Леонид Федорович, заведующий кафедрой с 1972 г. по 1992 г., д.т.н., профессор, Заслуженный деятель науки и техники РСФСР.
- С 2007 г. заведующим кафедрой является почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации, профессор В.В. Коротаев.

На кафедре была открыта подготовка по новой специализации инженеров «Оптико-электронные приборы и системы обработки видеоинформации» и новая магистерская программа «Оптико-электронные методы и средства обработки видеоинформации».

В 2007 году был создан научно-образовательный центр оптико-электронного приборостроения (НОЦ ОЭП).

Научно-образовательный центр оптико-электронного приборостроения выполняет научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы по созданию видеоинформационных и информационно-измерительных приборов различного назначения, высокоточных приборов для измерения линейных, угловых и других физических величин в промышленности, энергетике, на транспорте, а также систем технического зрения и обработки видеоинформации. К выполнению научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ широко привлекаются студенты, аспиранты, молодые специалисты, молодые кандидаты наук. Научно-образовательный центр является активным участником Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы.

Направления научных исследований кафедры ОЭПиС в 2007-2012 годах

Развитие теоретических основ и принципов построения оптико-электронных приборов и систем, в том числе:

- видеоинформационных измерительных систем;
- видеоинформационных систем наблюдения;
- видеоинформационных импульсных систем наблюдения быстродвижущихся объектов;
- комплексированных телевизионно-тепловизионных систем наблюдения,
- ОЭПиС обеспечения техносферной безопасности;
- ОЭПиС согласования отсчетных баз на нестационарно деформируемых объектах;
- автоколлимационных систем с компонентами нарушенной типовой конфигурации;
- ОЭПиС цветового и спектрального анализа объектов;
- фотометрических систем аттестации ОЭПиС, источников и приемников оптического излучения;
- систем лазерной локации с нестационарным облучением;
- ОЭС сепарации полезных ископаемых.

По результатам исследований в этот период на кафедре были защищены 14 диссертаций на соискание ученой степени кандидата технических наук.

Идет активное пополнение преподавательского состава молодыми кандидатами наук. В настоящее время на кафедре работает 7 кандидатов наук в возрасте до 35 лет.

Мы занимаемся разработкой оптико-электронных приборов и систем в целом:

– системотехническое проектирование,

– разработка (выбор) оптической системы,

– разработка конструкции,

– разработка (выбор) электроники и средств обработки информации,

– разработка программного обеспечения,

– сборка, юстировка, настройка и испытания.

Мы учим тому, что сами умеем делать!

По итогам конкурсов ведущих научно-педагогических коллективов СПб НИУ ИТМО 2007-2011 годов кафедра занимала призовые места.

С 2011 года подготовка бакалавров, магистров и специалистов на кафедре ОЭПиС осуществляется по Федеральным государственным образовательным стандартам третьего поколения (ФГОС).

Подготовка бакалавров по направлению:

200400 «Оптотехника» (профиль - Оптико-электронные приборы и системы). Срок обучения - 4 года

Подготовка магистров по направлению:

200400 Оптотехника.

Магистерские программы:

– Оптико-электронные методы и средства обработки видеоинформации

– Оптико-электронные приборы и системы безопасности

Срок обучения – 2 года.

Подготовка инженеров по специальности:

200401 -Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения.

Специализация:

– Оптико-электронные информационно-измерительные приборы и системы. Срок обучения – 5,5 лет.

Подробная информация о кафедре ОЭПиС имеется на сайте кафедры:

http://oeps.ifmo.ru/

Зверева Е.Н., Лебедько Е.Г., Петросян Г.А.

СБОРНИК ПРИМЕРОВ И ЗАДАЧ ПО ВЕРОЯТНОСТНЫМ МОДЕЛЯМ В ОПТОТЕХНИКЕ

Методические указания

В авторской редакции Зверева Е.Н., Лебедько Е.Г., Петросян Г.А.
Редакционно-издательский отдел НИУ ИТМО
Зав. РИО Н.Ф. Гусарова
Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99
Подписано к печати
Заказ №
Тираж 50 экз.
Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Санкт-Петербургского национального
исследовательского университета
информационных технологий, механики
и оптики
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49