

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Н.П. Деменчук

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Сопротивление материалов

Учебно-методическое пособие

 **УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

Санкт-Петербург

2015

УДК 539.3/8(075.8)

Деменчук Н.П. Прикладная механика. Сопротивление материалов: Учеб.-метод. пособие. – СПб.: Университет ИТМО; ИХиБТ, 2015. – 39 с.

Приведены рабочая программа, методические указания и контрольные задания по курсу «Прикладная механика», ч. I – «Сопротивление материалов».

Предназначено для направлений бакалавриата 16.03.03, 23.03.03, 15.03.04, 15.03.02, 19.03.01, 19.03.02, 19.03.03, 14.03.01, 18.03.02 заочной формы обучения.

Рецензент: кандидат техн. наук, проф. А.А. Малышев

**Рекомендовано к печати редакционно-издательским советом
Института холода и биотехнологий**



Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 – 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 2015

© Деменчук Н.П., 2015

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является достижение следующих результатов образования:

знания:

– на уровне представлений: обеспечение базы инженерной подготовки; теоретическая и практическая подготовка в области прикладной механики деформируемого твердого тела;

– на уровне воспроизведения: приобретение знаний, необходимых для изучения последующих дисциплин;

– на уровне понимания: развитие инженерного мышления;

умения: проводить расчет типовых деталей и узлов машин и аппаратов аналитическими и вычислительными методами, а также с помощью компьютерных программных систем;

навыки: формирование навыков применения понятий и принципов сопротивления материалов к решению конкретных инженерных задач.

Содержание разделов дисциплины

Раздел 1. «Введение в курс». Предмет и задачи сопротивления материалов. Расчетная схема. Основные принципы и гипотезы сопротивления материалов. Силы внешние и внутренние. Метод сечений. Внутренние силовые факторы. Напряжения. Перемещения. Деформации. Закон Гука. Условие прочности. Условие жесткости.

Раздел 2. «Растяжение–сжатие стержней». Растяжение и сжатие призматических стержней. Внутренние силы и напряжения. Определение усилий, напряжений и упругих перемещений под действием ряда осевых сил на стержень. Монтажные и температурные напряжения. Экспериментальное определение механических характеристик материалов при центральном растяжении–сжатии. Диаграмма условная и истинная. Механические характеристики материала. Пластические и хрупкие материалы.

Расчет на прочность по допускаемым напряжениям. Нормативный коэффициент запаса прочности, условие прочности. Проектировочный расчет, определение площади поперечного сечения.

Определение допускаемой нагрузки. Поверочный расчет, фактический запас прочности. Расчет на жесткость. Условие жесткости.

Раздел 3. «Основы теории напряженного состояния в точке». Напряженное состояние в точке тела. Тензор напряжений. Понятие о линейном, плоском и объемном напряженном состоянии. Плоское напряженное состояние: аналитические зависимости для напряжений по наклонным сечениям, главные площадки и главные напряжения. Чистый сдвиг. Обобщенный закон Гука. Закон Гука для изотропного тела при объемном напряженном состоянии. Удельная потенциальная энергия деформации. Теории прочности. Равнопрочность. Эквивалентные напряжения. Классические критерии прочности.

Раздел 4. «Кручение стержней». Кручение стержней круглого и кольцевого поперечных сечений. Определение напряжений, перемещений и деформаций. Расчет стержня (вала) на прочность и жесткость при кручении.

Раздел 5. «Изгиб балок». Понятие изгиба. Балка. Нагрузки на балки. Определение реакций опор. Внутренние силовые факторы: поперечная сила и изгибающий момент. Дифференциальные зависимости между усилиями и интенсивностью распределенной нагрузки. Чистый изгиб: основные допущения, зависимости между напряжением и радиусом кривизны оси балки, определение положения нейтрального слоя. Распределение напряжений по сечению. Моменты сопротивления изгибу для простейших поперечных сечений. Условие прочности. Поперечный изгиб: основные допущения, нормальные и касательные напряжения, формула Журавского. Полная проверка прочности при плоском изгибе.

Определение упругих перемещений в балках. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки и его применение к определению перемещений. Универсальное уравнение упругой линии балки. Условие жесткости.

Раздел 6. «Сложное сопротивление стержней». Определение усилий в произвольном сечении стержня при сложном сопротивлении. Определение нормальных напряжений. Проверка прочности стержней. Изгиб с кручением. Внецентренное растяжение и сжатие.

Раздел 7. «Устойчивость центрально-сжатых стержней». Устойчивые и неустойчивые формы равновесия. Критическая сила. Задача Эйлера. Пределы применимости формулы Эйлера. Определе-

ние критической силы за пределом упругости. График критических напряжений. Условие устойчивости.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛОВ КУРСА

Изучение теоретического материала следует начинать с ознакомления с содержанием рабочей программы и указаниями к темам курса. При изучении каждой темы курса необходимо осмыслить вновь вводимые понятия, термины и определения, разобраться в их физической сущности, установить существующую между ними связь, освоить общий метод решения поставленных задач и уметь выводить основные формулы темы. Не изучив вопросов теории, не усвоив общих методов исследования и не запомнив основных зависимостей, невозможно рассчитывать на успешное освоение курса сопротивления материалов. К решению рекомендованных задач следует приступать только после изучения соответствующего раздела теоретической части курса.

Введение

В разделе «Введение» дается суть рассматриваемой дисциплины и формулируются лежащие в ее основе принципы, представления, понятия и термины. Необходимо четко уяснить понятие расчетной схемы и те ограничения в виде гипотез и принципов, накладываемых на нее, что отличает ее от реального объекта. Усвоение понятий внутренних сил, внутренних силовых факторов, напряжений, перемещений, деформаций, опасного напряжения, коэффициента запаса прочности, допускаемого напряжения позволит терминологически свободно изучать все разделы курса.

Решение любой задачи о прочности или жесткости начинается с определения внутренних силовых факторов методом сечений. Необходимо уяснить сущность этого метода, заключающегося в равновесии отсеченной части стержня под действием внешних и внутренних сил.

В любых задачах о прочности или жесткости ответ формулируют, исходя из условия прочности или жесткости.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте понятие дисциплины «Сопротивление материалов».
2. Объясните понятия прочности, жесткости и устойчивости.
3. Что представляет собой расчетная схема? Объясните идеализацию геометрии и материала объекта.
4. Перечислите и сформулируйте основные принципы и гипотезы, лежащие в основе сопротивления материалов.
5. Объясните понятия «внешние силы» и «внутренние силы».
6. Что понимается под внутренними силовыми факторами?
7. В чем состоит сущность метода сечений? Сформулируйте и объясните на примере.
8. Перечислите простые виды деформирования.
9. Сформулируйте понятие напряжения.
10. Объясните понятие «перемещения».
11. Что называют линейной деформацией и угловой деформацией?
12. Что называется коэффициентом Пуассона?
13. Сформулируйте закон Гука и понятие модуля упругости материала.
14. Какое напряжение понимается под допускаемым напряжением?
15. Запишите условие прочности и условие жесткости конструкции в самом общем виде. Что является гарантией прочности?
16. Какие типы задач решаются, исходя из условия прочности?

Растяжение–сжатие стержней

Материал этой темы является самым простым, но и основополагающим для изучения всего последующего курса, следовательно, тема должна быть рассмотрена с особой тщательностью.

Надо научиться вычислять, используя метод сечений, продольную силу – этот единственный силовой фактор, возникающий в сечении стержня при его растяжении или сжатии. Следует понимать, что нормальная сила является равнодействующей всех элементарных внутренних сил, которые характеризуются нормальными напряжени-

ями. Рассмотрение геометрической стороны задачи на основании гипотезы плоских сечений показывает равенство перемещений и, следовательно, деформаций во всех точках поперечного сечения. Отсюда следует чрезвычайно простая формула вычисления нормального напряжения как отношения нормальной силы к площади поперечного сечения стержня.

Обратить внимание на понятия деформации ϵ и перемещения Δl и не путать их. Так, при постоянной продольной силе на участке стержня деформация постоянна, а перемещение меняется линейно. Не существует понятия абсолютной деформации.

Вопросы, относящиеся к механическим свойствам различных материалов и к экспериментальному изучению этих свойств, имеют большое значение и должны быть хорошо усвоены. На примере диаграммы растяжения малоуглеродистой стали должны быть выявлены физические особенности всех стадий деформирования и сформулированы четко основные характеристики прочности и пластичности материалов. Следует помнить числовые значения модуля упругости и коэффициента Пуассона стали. Диаграммы растяжения–сжатия пластичных и хрупких материалов позволяют выявить различие в допускаемых напряжениях для них и, следовательно, различие в составлении условия прочности.

Вопросы для самопроверки

1. Какие внутренние силы, деформации и напряжения возникают при осевом растяжении–сжатии?
2. Выведете формулу напряжений, возникающих при осевом растяжении–сжатии.
3. Как определить перемещение любой точки стержня при осевом растяжении–сжатии?
4. Что понимают под жесткостью при осевом растяжении–сжатии?
5. Какие виды механических испытаний существуют?
6. С какой целью проводят механические испытания материалов?
7. Какие требования предъявляются к образцам для механических испытаний?

8. Изобразите общий вид диаграммы растяжения пластичного материала. Определите характерные участки диаграммы. Каким механическим состояниям материала они соответствуют?

9. Как преобразовать диаграмму нагружения в диаграмму напряжений? Чем отличаются условная и истинная диаграммы напряжений?

10. Определите на диаграмме и дайте формулировку механических характеристик прочности материала.

11. Перечислите и дайте формулировку механических характеристик пластичности материала. Какому моменту нагружения на диаграмме они соответствуют?

12. Как определить по диаграмме полную, упругую и остаточную деформации?

13. В каких случаях определяют условный предел текучести и что под ним понимают?

14. Как по диаграмме определить модуль упругости материала?

15. Объясните понятие «наклеп материала».

16. Изобразите диаграммы сжатия хрупкого и пластичного материалов. Какие механические характеристики существуют у каждого из них?

Основы теории напряженного состояния Критерии прочности

Прежде всего необходимо осмыслить сами понятия напряженного и деформированного состояний, характеристиками которых являются напряжения и деформации. При этом надо четко представлять виды напряженного состояния (линейное, плоское, объемное) и уметь вычислять величины главных напряжений и их направление для плоского напряженного состояния. Важным понятием является максимальное касательное напряжение, поэтому надо знать его связь с главными напряжениями и уметь вычислять его направление (положение площадок сдвига). Обратит внимание на частные случаи плоского напряженного состояния (чистый сдвиг и особый случай плоского напряженного состояния), которые постоянно реализуются в реальных стержневых конструкциях.

Связь между напряженным и деформированным состояниями осуществляется обобщенным законом Гука, поэтому необходимо проанализировать, что определяет каждое слагаемое в выражении этого закона.

В разделе теорий прочности следует обратить внимание на необходимость оценки прочности при сложном напряженном состоянии по допускаемым напряжениям, полученном при линейном напряженном состоянии. Для этого необходимо усвоить понятие равнопрочности и эквивалентного напряжения, которое определяется выбранным критерием опасного состояния.

Вопросы для самопроверки

1. Что называется напряженным состоянием в точке тела?
2. Чем определяется напряженное состояние в точке?
3. Что называется главными напряжениями?
4. Какие виды напряженного состояния существуют?
6. Что понимают под законом парности касательных напряжений?
7. Как вычислить главные напряжения?
8. Как вычислить положение главных площадок?
9. Что понимают под инвариантностью напряжений?
10. Как вычислить максимальные касательные напряжения? Как определить положение площадок, на которых они действуют?
11. Что такое чистый сдвиг? Изобразите схемы чистого сдвига в произвольных площадках, главных площадках и площадках сдвига.
13. Определите зависимость между модулем сдвига и модулем Юнга.
20. Выведите обобщенный закон Гука.
21. Как вычислить объемную деформацию?
23. В чем состоят трудности оценки прочности при сложном напряженном состоянии?
24. В чем существо критериального подхода к оценке прочности?
25. Сформулируйте понятия: предельное состояние, коэффициент запаса прочности, равнопрочность, эквивалентное напряжение.
26. Сформулируйте критерии и запишите эквивалентные напряжения по четырем классическим теориям прочности.

Кручение стержней

Изучение этой темы необходимо начать с понятия крутящего момента, определяемого методом сечений. Следует четко разграничивать понятие момента внешних пар, приложенных к стержню, и понятие крутящего момента, являющегося внутренним силовым фактором в рассматриваемом сечении.

При выводе формулы напряжений следует обратить внимание на интегральное уравнение, показывающее крутящий момент как сумму моментов от элементарных сил, вызываемых касательными напряжениями. Для выяснения функции распределения напряжений в сечении рассматривается геометрическая сторона задачи. Здесь следует обратить внимание на предпосылки теории, на возникающие деформации и перемещения точек. Надо четко усвоить понятие угла закручивания и не путать с углом сдвига. При анализе напряженного состояния надо понять, почему в любой точке стержня реализуется чистый сдвиг. Касательные напряжения в круглом сечении линейно изменяются вдоль радиуса – от нуля на оси до максимального значения у поверхности. Поэтому при записи условия прочности следует обратить внимание на вновь введенную в этом разделе геометрическую характеристику – полярный момент сопротивления.

Необходимо понимать, что расчет валов определяется как условием прочности, так и условием жесткости. В связи с этим не путать условие жесткости с понятием жесткости при кручении, представляющим собой произведение модуля сдвига на полярный момент инерции.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте понятие кручения как вида деформирования.
2. Приведите пример применения метода сечений для определения крутящего момента.
3. Покажите схему и определите статическое (интегральное) уравнение при кручении стержня круглого сечения (зависимость между крутящим моментом и касательными напряжениями).
4. Перечислите экспериментальные зависимости, проявляющиеся при кручении стержня круглого сечения.

5. Покажите схему и определите зависимость между углом закручивания и относительным сдвигом.
6. Покажите, из каких соображений вытекает физическое уравнение (закон Гука).
7. Объясните понятия угла поворота сечения и угла закручивания участка длины стержня. Что они собой представляют на эпюре перемещений?
8. Получите формулу угла закручивания.
9. Что понимают под жесткостью при кручении?
10. Получите формулу напряжений.
11. Нарисуйте график (эпюру) распределения напряжений в круглом и кольцевом сечениях стержней.
12. Объясните понятие момента сопротивления.
13. Напишите и объясните условие прочности.
14. Напишите и объясните условие жесткости.

Плоский поперечный изгиб

Эта тема является самой большой и самой сложной темой первой части курса. Сначала надо усвоить понятия и определение методом сечений внутренних силовых факторов (поперечной силы и изгибающего момента) в любом сечении балки и научиться уверенно строить их эпюры. При этом необходимо пользоваться дифференциальными зависимостями между внутренними силовыми факторами и нагрузкой на балку. Эпюры поперечной силы и изгибающего момента позволяют установить опасное сечение балки.

Вывод формулы напряжений начинается с рассмотрения чистого изгиба. При этом необходимо обратить внимание на геометрическую сторону задачи, основанную на гипотезе плоских сечений, и усвоить понятие нейтрального слоя и нейтральной оси. Последняя позволяет определить опасные точки сечения. Анализируя условие прочности, следует уяснить, что величина максимального напряжения зависит от величины момента сопротивления, поэтому надо хорошо представлять, какие формы поперечных сечений являются наиболее выгодными при изгибе.

При изучении перемещений при изгибе надо обратить особое внимание на вывод приближенного дифференциального уравнения

упругой линии балки. Правая часть этого уравнения содержит выражение изгибающего момента в произвольном сечении балки. Для определения угла поворота сечения или прогиба надо научиться интегрировать дифференциальное уравнение и определять постоянные интегрирования из граничных условий, предварительно уяснив их физический смысл. При этом необходимо заметить закономерности выражений слагаемых в уравнении прогибов для различных видов нагрузки на балку. После этого нетрудно понять, записать и использовать универсальное уравнение упругой линии балки.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте понятия прямого, плоского, поперечного изгибов.
2. Что понимают под балкой?
3. Приведите пример определения опорных реакций балок.
4. Какие внутренние силовые факторы возникают в балках?

Почему?

5. Приведите пример определения внутренних силовых факторов и построения их эпюр. Какова цель эпюр?
6. Выведите дифференциальные зависимости между внутренними силовыми факторами и интенсивностью распределенной нагрузки.
7. Объясните использование дифференциальных зависимостей между внутренними силовыми факторами на примере построения эпюр.
8. Приведите пример построения эпюр внутренних силовых факторов по характерным точкам.
9. Что понимают под чистым изгибом?
10. Приведите схему и определите для чистого изгиба балки интегральные уравнения, определяющие связь изгибающего момента с нормальными напряжениями.
11. Перечислите экспериментальные зависимости, проявляющиеся при чистом изгибе балки.
12. Определите понятия нейтрального слоя и нейтральной оси.
13. Приведите схему и выведите геометрическое уравнение (связь кривизны волокна балки с его деформацией).
14. Покажите, из каких соображений вытекает физическое уравнение (закон Гука).

15. Получите формулу напряжений, основываясь на статическом, геометрическом и физическом уравнениях.
16. Докажите, какое положение занимает нейтральная ось в поперечном сечении балки.
17. Приведите эпюры напряжений для различных форм сечений балок.
18. Объясните понятие момента сопротивления.
19. Объясните понятие рациональной формы сечения балки.
20. Сформулируйте и запишите условие прочности балки. Какие задачи решают, исходя из него?
21. Что понимают под поперечным изгибом?
22. Какие особенности деформирования возникают при поперечном изгибе? Чем они объясняются?
23. Нарисуйте схему и выведите уравнение Журавского.
24. Статический момент какой площади вычисляется в формуле Журавского? Объясните почему?
25. Нарисуйте эпюры распределения касательных напряжений для различных форм сечений балок. Как вычислить максимальные напряжения для каждого случая?
26. Как записать условие прочности для балки прямоугольного сечения из пластичного материала?
27. Нарисуйте эпюры распределения нормальных и касательных напряжений для двутавровой балки. Какие точки сечения являются опасными? Определите вид напряженного состояния в этих точках.
28. Что понимают под упругой линией балки?
29. Какие перемещения имеют поперечные сечения балок при изгибе?
30. Напишите уравнение кривизны любой линии.
31. Напишите уравнение кривизны изогнутой оси балки. Сравните его с уравнениями перемещений при других видах деформирования.
32. Что понимают под жесткостью поперечного сечения балки?
33. Получите точное дифференциальное уравнение упругой линии.
34. В каких случаях точное дифференциальное уравнение упругой линии можно заменить приближенным уравнением? Запишите его.
35. Запишите в дифференциальном виде уравнения связи между перемещениями, внутренними силовыми факторами и нагрузкой на балку.

36. Каким образом определяют постоянные интегрирования в уравнениях перемещений? Что представляют собой граничные условия?

37. Какой физический смысл имеют постоянные интегрирования?

38. Приведите пример определения перемещений балки непосредственным интегрированием дифференциального уравнения.

39. В чем заключается метод начальных параметров? Что является начальными параметрами?

40. Определите и запишите универсальное уравнение упругой линии балки.

41. Сделайте вывод универсального уравнения упругой линии балки.

42. Как определяются значения неизвестных начальных параметров?

43. Приведите пример определения перемещений посредством универсального уравнения упругой линии балки.

44. Как приближенно построить упругую линию балки?

Сложное сопротивление

В общем случае сложного сопротивления применяется принцип независимости действия сил. При расчете стержней прямоугольного сечения опасное сечение определяется совокупностью всех возникающих внутренних силовых факторов, а опасная точка сечения определяется по эпюрам напряжений. Для правильной записи условия прочности необходимо четко представлять вид напряженного состояния в каждой точке сечения.

При изгибе с кручением стержней круглого сечения опасное сечение определяется максимальной величиной расчетного момента. Для его понимания необходимо определить напряженное состояние в опасной точке стержня. При этом нормальные напряжения определяются геометрической суммой изгибающих моментов, а эквивалентные напряжения определяются с учетом соотношения моментов сопротивления при изгибе и кручении.

Частными случаями сложного сопротивления являются кривой изгиб и внецентренное растяжение–сжатие. Необходимо четко представлять, чем кривой изгиб отличается от прямого, а также, почему первый опаснее второго. Поиск опасных точек при сложном сопро-

тивлении облегчается, если известно положение нейтральной линии. В связи с этим необходимо уметь записывать уравнение нейтральной линии. Для записи условия прочности необходимо уметь определять вид напряженного состояния в опасных точках. При косом изгибе, как и при прямом, часто требуется оценить жесткость балки. Для этого надо уметь определять величину прогиба.

При изучении внецентренного растяжения–сжатия следует помнить, что в сечении имеются точки с напряжениями растяжения и напряжениями сжатия. Это обстоятельство важно для оценки прочности стержней из хрупкого материала, которые плохо сопротивляются растяжению. Именно для таких материалов важно знать очерта-ние ядра сечения.

Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под сложным сопротивлением?
2. Сколько внутренних силовых факторов возникает в общем случае действия сил?
3. Как выглядит формула нормальных напряжений в общем случае действия сил?
4. Что такое нейтральная линия? Как выглядит ее уравнение в общем случае действия сил?
5. Для чего необходимо знать положение нейтральной линии?
6. Как определяется опасное сечение в общем случае действия сил на стержень круглого (кольцевого) поперечного сечения?
7. Что понимают под суммарным изгибающим моментом?
8. Сколько опасных точек имеется в сечении стержня круглого (кольцевого) поперечного сечения в общем случае действия сил? Где располагаются эти точки?
9. Какой вид напряженного состояния имеет место в опасных точках стержня круглого (кольцевого) поперечного сечения в общем случае действия сил?
10. Как образуется расчетный момент для стержня круглого (кольцевого) поперечного сечения?
11. Как записывается условие прочности для стержня круглого (кольцевого) поперечного сечения в общем случае действия сил?
12. Сколько опасных точек имеется в сечении стержня прямоугольного поперечного сечения в общем случае действия сил?

13. Какой вид напряженного состояния имеет место в каждой опасной точке стержня прямоугольного поперечного сечения общем случае действия сил?

14. Как вычисляются напряжения в каждой опасной точке стержня прямоугольного поперечного сечения общем случае действия сил?

15. Как записывается условие прочности в общем случае действия сил на стержень прямоугольного поперечного сечения?

16. Что понимают под косым изгибом?

17. Как вычисляются нормальные напряжения в любой точке поперечного сечения при косом изгибе?

18. Как выглядит уравнение нейтральной линии и как она располагается в сечении стержня при косом изгибе?

19. Как записывается условие прочности при косом изгибе?

20. Почему косой изгиб опаснее прямого?

21. Каким образом можно избежать косоугольного изгиба?

22. Как определяются перемещения при косом изгибе?

23. Что понимают под внецентренным растяжением–сжатием?

24. Как вычисляются напряжения в любой точке сечения при внецентренном растяжении–сжатии?

25. Чему равно напряжение в центре тяжести сечения при внецентренном растяжении–сжатии?

26. Как выглядит уравнение нейтральной линии при внецентренном растяжении–сжатии?

27. Как определяется положение опасных точек при внецентренном растяжении–сжатии?

28. Как записывается условие прочности при внецентренном растяжении–сжатии?

29. Что понимается под ядром сечения? Каким образом оно может быть определено?

30. Какой вид напряженного состояния имеет место в опасных точках при внецентренном растяжении–сжатии?

Устойчивость центрально-сжатых стержней

Опасность потери устойчивости заключается в том, что она может наступить при напряжениях, значительно меньших допускаемых на простое сжатие. Наименьшая нагрузка, при которой происходит потеря

устойчивости, называется критической. Критическая сила определяется формулой Эйлера, которая выводится исходя из уравнения упругой линии искривленного стержня при потере им устойчивости в плоскости наименьшей жесткости. При этом форма упругой линии представляет собой полуволну синусоиды при шарнирном опирании концов стержня. Понимание этого позволяет перейти к понятию приведенной длины и распространению формулы Эйлера на различные способы закрепления стержня. Критические напряжения связаны с понятием гибкости как важной безразмерной геометрической характеристикой стержня. Формула Эйлера справедлива только при потере устойчивости в упругой зоне деформирования. При наличии пластических деформаций критическое напряжение определяется формулой Ясинского. Необходимо представлять график зависимости критических напряжений от гибкости, понятия зон большой и малой гибкости.

Допускаемое напряжение при расчете на устойчивость должно быть снижено по сравнению с допускаемым напряжением на простое сжатие. Коэффициенты понижения определяются по таблицам справочника. Следует обратить внимание на то, что в задачах на определение размеров поперечного сечения стержня приходится несколько раз производить вычисления, применяя метод последовательных приближений.

Вопросы для самопроверки

1. Как определяется вид равновесия идеального центрально сжатого стержня? Что такое устойчивость механической системы?
2. Сформулируйте понятие критической силы.
3. Как определяется допускаемое значение сжимающей силы?
4. Какие факторы влияют на коэффициент запаса устойчивости?
5. Какое уравнение положено в основу вывода формулы Эйлера?
6. Напишите формулу Эйлера для критической силы сжатого стержня.
7. Как влияют изгибная жесткость и длина стержня на величину критической силы?
8. Каков смысл коэффициента приведения длины? Как он определяется для различных способов закрепления концов стержня?
9. Что понимается под критическим напряжением? Как оно вычисляется?

10. Что такое гибкость стержня, предельная гибкость? Получите формулу предельной гибкости.

11. Как устанавливается предел применимости формулы Эйлера?

12. Как определяются критическая сила и критическое напряжение для стержней с гибкостью, менее предельной?

13. Приведите полный график зависимости критических напряжений от гибкости.

14. Какой характер имеет ошибка (опасная, безопасная) при использовании формулы Эйлера для стержней средней и малой гибкости?

15. Как записывается условие устойчивости? Какие типы задач решают, исходя из него?

16. Что представляет собой коэффициент ν , от чего он зависит и как определяется?

17. Какова схема решения задач по определению размеров сечения стержня из условия устойчивости?

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

По учебному плану каждый студент должен выполнить контрольную работу с задачами настоящего контрольного задания.

Контрольная работа может быть успешно выполнена и зачтена при условии усвоения соответствующего теоретического материала. Несамостоятельно выполненное задание не дает возможности преподавателю-рецензенту вовремя заметить недостатки в работе студента-заочника. В результате студент не приобретает необходимых знаний и оказывается неподготовленным к зачету.

Контрольная работа, представляемая на рецензию, должна выполняться в отдельной тетради, четко, разборчиво и аккуратно. На обложке тетради указываются фамилия, имя, отчество (полностью) и учебный шифр студента, факультет, название и шифр специальности, наименование предмета, номер контрольной работы, дата отсылки работы, почтовый адрес.

Каждую задачу необходимо начинать с новой страницы и оставлять поля для пометок и замечаний рецензента. Перед решением каждой задачи должно быть выписано полностью ее условие со всеми буквенными и числовыми данными. На схеме задачи, вычерченной в масштабе, указываются в буквах и цифрах все размеры, нагруз-

ки, а также значения величин, полученных в результате решения задачи.

Решение задачи обязательно сопровождается краткими, грамотными, без сокращения слов объяснениями. Следует избегать многословных объяснений и пересказа учебника; студент должен знать, что язык техники – формула и чертеж.

Необходимо указывать единицы измерения всех величин и подчеркивать окончательные результаты.

Не следует вычислять большое число значащих цифр; вычисления должны соответствовать необходимой точности.

Незначительная контрольная работа исправляется студентом в соответствии с замечаниями и указаниями рецензента в конце тетради под заголовком «Работа над ошибками». Возвращая работу на повторное рецензирование, студент должен представить предыдущую рецензию, без которой работа повторно не рецензируется и не засчитывается.

Указания к выбору контрольных задач

Приступая к решению каждой задачи, студент обязан исходные данные брать из таблиц, прилагаемых к каждой задаче, в соответствии с номером зачетной книжки (шифром) и первыми шестью буквами русского алфавита, которые следует расположить под шифром. Если шифр состоит из пяти и менее цифр, необходимо написать шифр дважды и вычеркнуть лишние цифры слева до оставшихся шести цифр. Например, шифр 345734 необходимо записать так:

$$\begin{array}{cccccc} 3 & 4 & 5 & 7 & 3 & 4 \\ \hline а & б & в & г & д & е \end{array}$$

Из каждого вертикального столбца любой таблицы, обозначенного внизу определенной буквой, надо взять только одно число, стоящее в той горизонтальной строке, номер которой совпадает с номером буквы шифра. Например, столбцы табл. 1 обозначены буквами «е», «в», «г», «б» и т. д. В этом случае, при указанном выше шифре, нужно взять из столбца «е» – строку номер семь (седьмая схема), из столбца «в» – строку номер три ($a = 1,4$ м), из столбца «г» – строку номер четыре ($b = 1,4$ м), из столбца «б» – строку номер семь ($c = 1,8$ м) и т. д.

Работы, выполненные с нарушением этого требования, не рецензируются.

Контрольные задачи

Задача 1

Дано: стальной ступенчатый стержень ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа) с площадями поперечных сечений F_1 и F_2 зашпелен одним концом (второй конец стержня свободный), нагружен силами P_1 , P_2 и P_3 (рис. 1). Конструктивными мерами обеспечена работа стержня только на простое центральное растяжение либо сжатие. Исходные данные приведены в табл. 1.

Требуется:

1. Определить величину продольной силы N на каждом участке по длине стержня (пренебречь собственным весом стержня) и построить эпюру N .

2. Определить величины площадей F_1 и F_2 поперечных сечений стержня, приняв допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.

3. В указанном участке стержня взаимно перпендикулярными сечениями выделить элемент, по наклонным площадкам которого найти величины нормальных и касательных напряжений (σ_α , τ_α , σ_β , τ_β). Показать на чертеже выделенный элемент и векторы найденных напряжений.

4. Определить перемещение точки приложения силы P_1 .

Таблица 1

Номер строки	Номер схемы	Длина, м			Сила, кН			Угол наклона сечения, град
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	P_1	P_2	P_3	α
1	I	1,0	1,8	0,8	140	80	90	30
2	II	1,2	1,6	1,0	100	60	80	45
3	III	1,4	1,5	1,2	60	120	70	60
4	IV	1,6	1,4	1,4	50	80	60	-30
5	V	1,8	1,2	1,5	80	140	80	45
6	VI	2,0	1,4	1,6	100	60	90	-60
7	VII	0,8	2,0	1,8	40	120	100	30
8	VIII	0,6	1,6	2,0	70	40	110	-45
9	IX	1,3	1,8	0,6	80	50	70	60
0	X	1,5	1,2	0,8	120	70	90	-30
	е	в	г	б	д	е	г	б

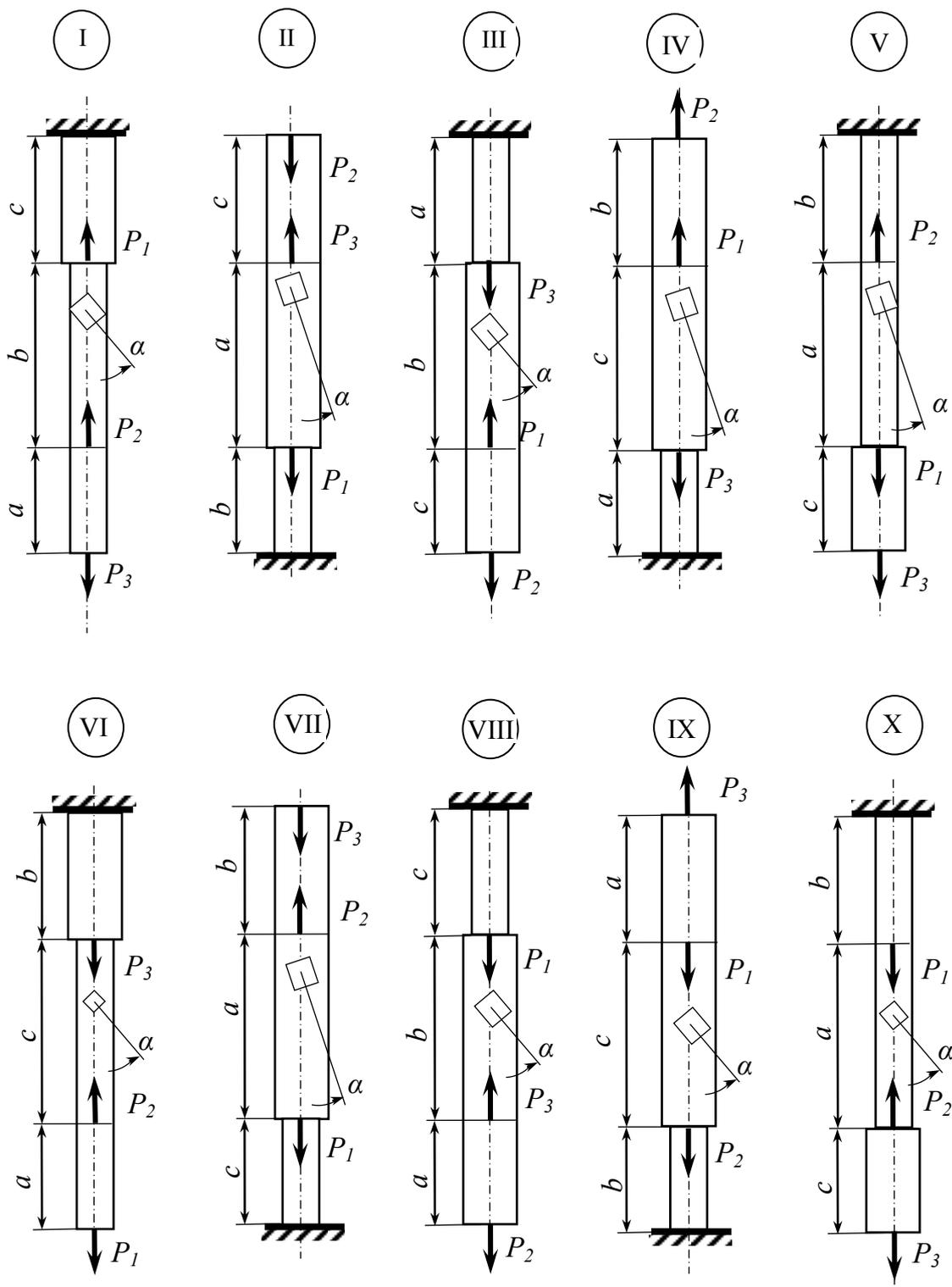


Рис. 1

Задача 2

Дано: стальной вал круглого сечения скручивается заданными моментами M_1 , M_2 , M_3 , которые уравниваются моментом в заделке, либо моментом M в зависимости от схемы (рис. 2).

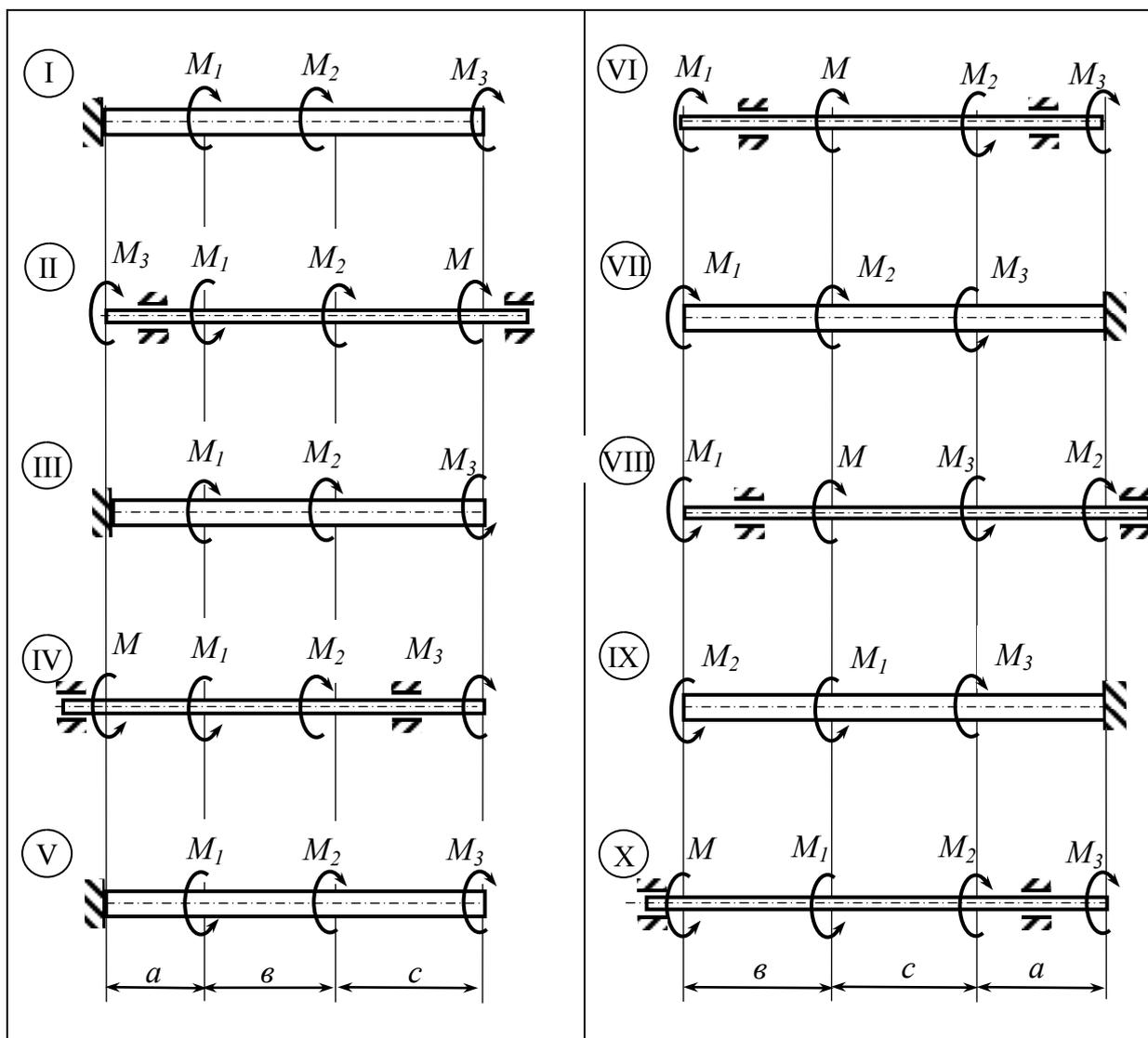


Рис. 2

Требуется:

1. Определить величину крутящего момента на каждом участке стержня и построить его эпюру.
2. Определить диаметр вала из условия прочности.
3. Построить эпюру углов закручивания.
4. Найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 м длины).

Исходные данные взять из табл. 2.

Таблица 2

Номер строки	Номер схемы	Длина участков, м			Момент, кН·м			[τ], МПа
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	M_1	M_2	M_3	
1	I	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	35
2	II	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	40
3	III	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	45
4	IV	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	50
5	V	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	55
6	VI	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	60
7	VII	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	65
8	VIII	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	70
9	IX	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	75
0	X	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	80
	е	г	д	е	г	д	е	в

Задача 3

Дано: схемы двух балок (рис. 3). Исходные данные приведены в табл. 3.

Требуется:

1. Написать уравнения поперечной силы и изгибающего момента в общем виде для каждого участка балок и построить их эпюры.

2. Для схемы *a*) определить размеры поперечного сечения круглой деревянной балки из условия прочности по нормальным напряжениям при $[\sigma] = 10$ МПа.

3. Для схемы *б*) определить размеры поперечного сечения стальной двутавровой балки из условия прочности по нормальным напряжениям при $[\sigma] = 160$ МПа.

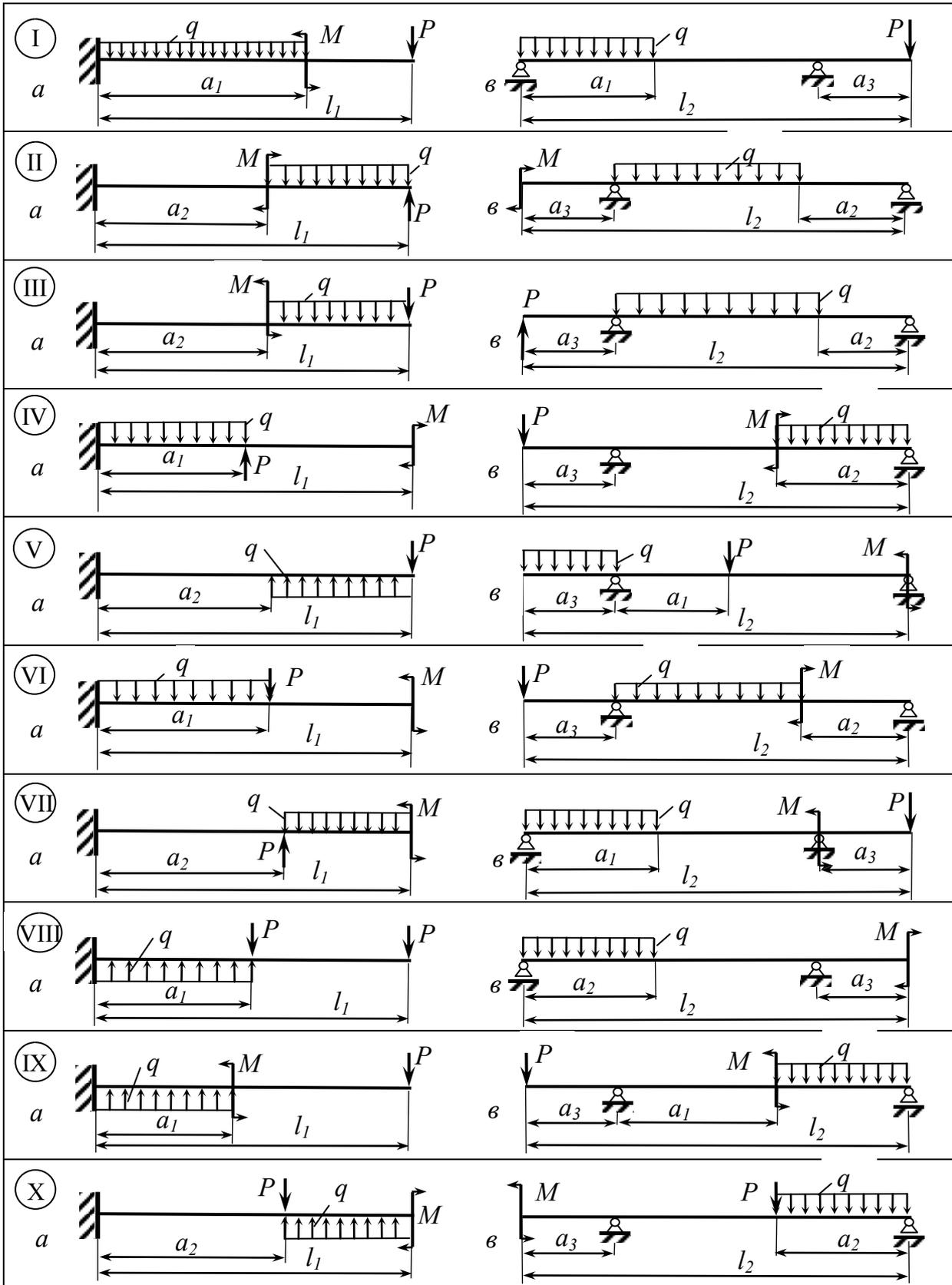


Рис. 3

Таблица 3

Номер схемы	Номер строки	l_1 , м	l_2 , м	Коэффициент длины участка			M , кН·м	P , кН	q , кН/м
				k_1	k_2	k_3			
1	I	1,6	6	1	10	1	3	10	4
2	II	1,2	7	2	9	2	4	8	5
3	III	1,3	3	3	8	3	5	6	6
4	IV	1,4	4	4	7	4	6	12	7
5	V	1,5	5	5	6	5	7	14	8
6	VI	1,6	6	6	5	1	6	16	9
7	VII	1,7	7	7	6	2	5	18	10
8	VIII	1,8	8	8	7	3	8	7	9
9	IX	1,9	9	9	8	4	9	9	8
0	X	2,0	5	10	9	5	10	20	7
	е	д	е	г	д	е	г	д	е
Для схемы <i>a</i> : $l_1 = 10a$, $a_1 = k_1a$, $a_2 = k_2a$									
Для схемы <i>b</i> : $l_2 = 10a$, $a_1 = k_1a$, $a_2 = k_2a$, $a_3 = k_3a$									

Задача 4

Дано: вал редуктора передает мощность N при вращении с постоянной угловой скоростью ω (рис. 4). Колесо 1 – ведущее, 2 и 3 – ведомые. Для всех колес радиальная сила $R = 0,364P$. Данные взять из табл. 4.

Требуется определить диаметр поперечного сечения вала по энергетической теории прочности, приняв $[\sigma] = 160$ МПа.

Таблица 4

Номер строки	Номер схемы	N_1	N_2	ω , рад/с	Диаметры колес, мм			a , мм	$[\sigma]$, Мпа
		кВт			D_1	D_2	D_3		
1	I	700	400	150	300	150	120	100	100
2	II	580	200	140	250	220	130	150	90
3	III	270	140	130	200	180	140	200	80
4	IV	800	200	120	200	200	150	250	70
5	V	600	300	100	300	200	160	160	60
6	VI	500	300	90	400	160	170	200	70
7	VII	400	100	100	300	200	180	180	80
8	VIII	300	200	110	250	150	190	220	90
9	IX	250	100	120	300	170	200	140	100
0	X	450	200	130	350	210	210	240	110
	е	в		г	д	б	г	е	в

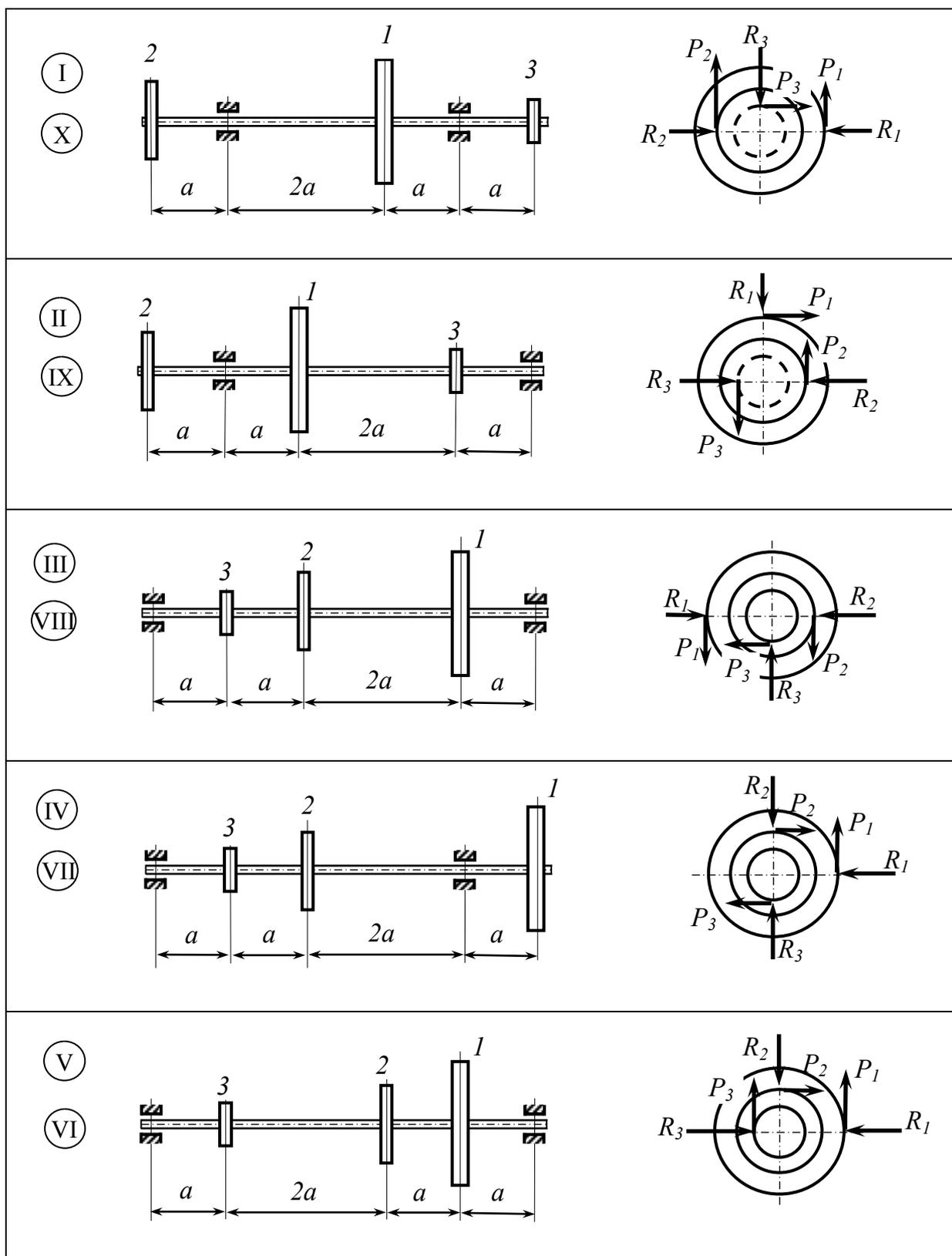


Рис. 4

Задача 5

Дано: стальной стержень длиной l сжимается центрально приложенной силой P (рис. 5). Форма и размеры сечения определяются рис. 5 и табл. 5. Коэффициент запаса устойчивости стержня $n_y = 3$; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Требуется определить допускаемую нагрузку на стержень.

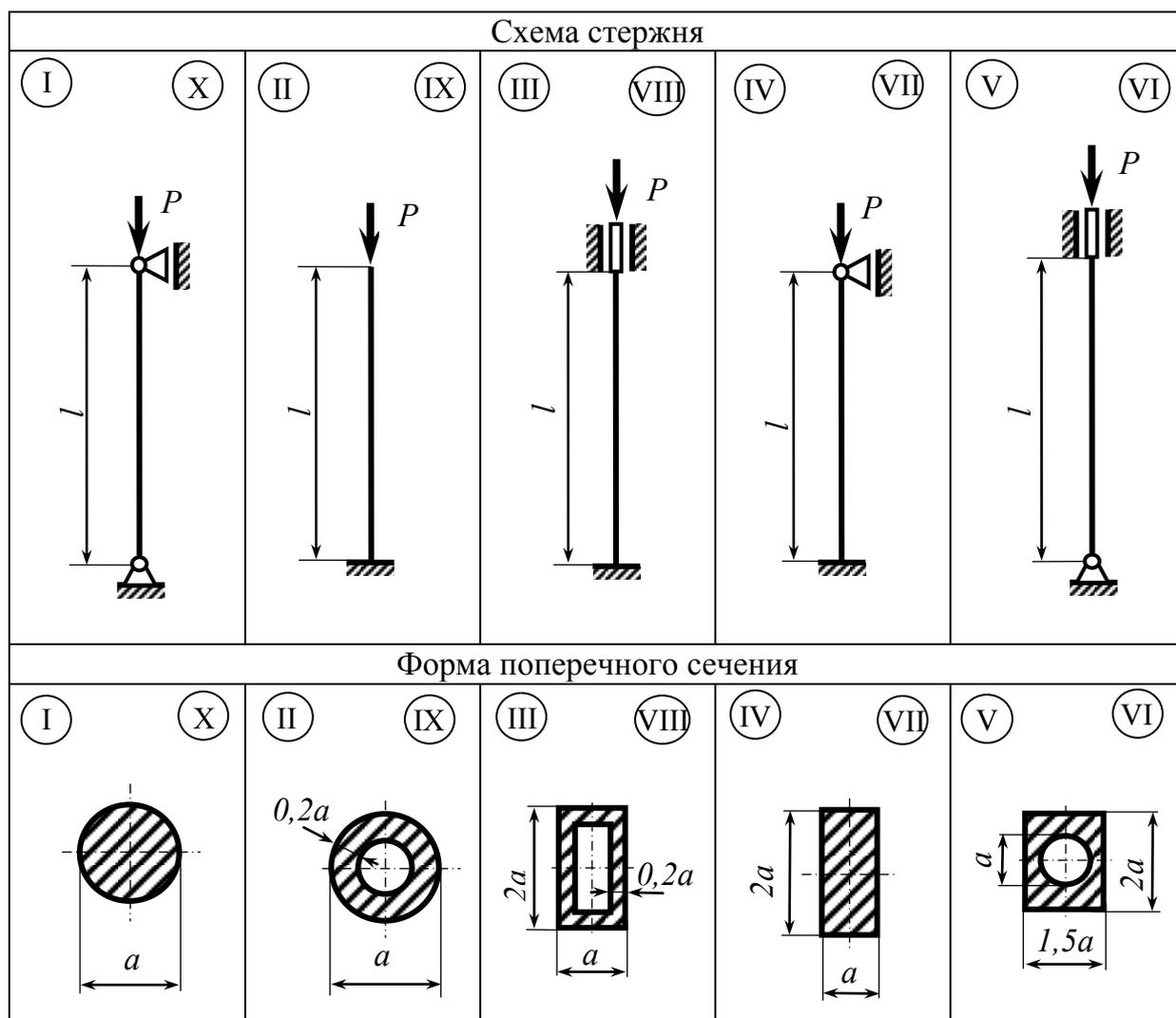


Рис. 5

Таблица 5

Номер строки	Номер схемы стержня	Номер формы сечения	a , мм	l , м	$[\sigma]$, МПа
1	I	I	30	2,1	180
2	II	II	35	2,2	200
3	III	III	40	2,3	190
4	IV	IV	45	2,4	210
5	V	V	50	2,5	180
6	VI	VI	55	2,6	190
7	VII	VII	60	2,7	200
8	VIII	VIII	65	2,8	210
9	IX	IX	70	2,9	200
0	X	X	75	3,0	190
	е	д	г	д	в

Указания к оформлению контрольных задач

Задача 1

1. Вычертить стержень в масштабе, указав буквенные и числовые значения всех величин (рис. 6, а).
2. Определить методом сечений продольную силу N на каждом участке стержня (рис. 6, б, в, г), записав уравнение равновесия отсеченной части стержня.
3. Построить эпюру N на прямой, параллельной оси стержня, указав на ней знаки и числовые значения продольной силы (рис. 6, д).
4. Вычислить напряжения на каждом участке стержня в долях от F .
5. Определить требуемые площади поперечных сечений из условия прочности: $|\max \sigma| \leq [\sigma]$.

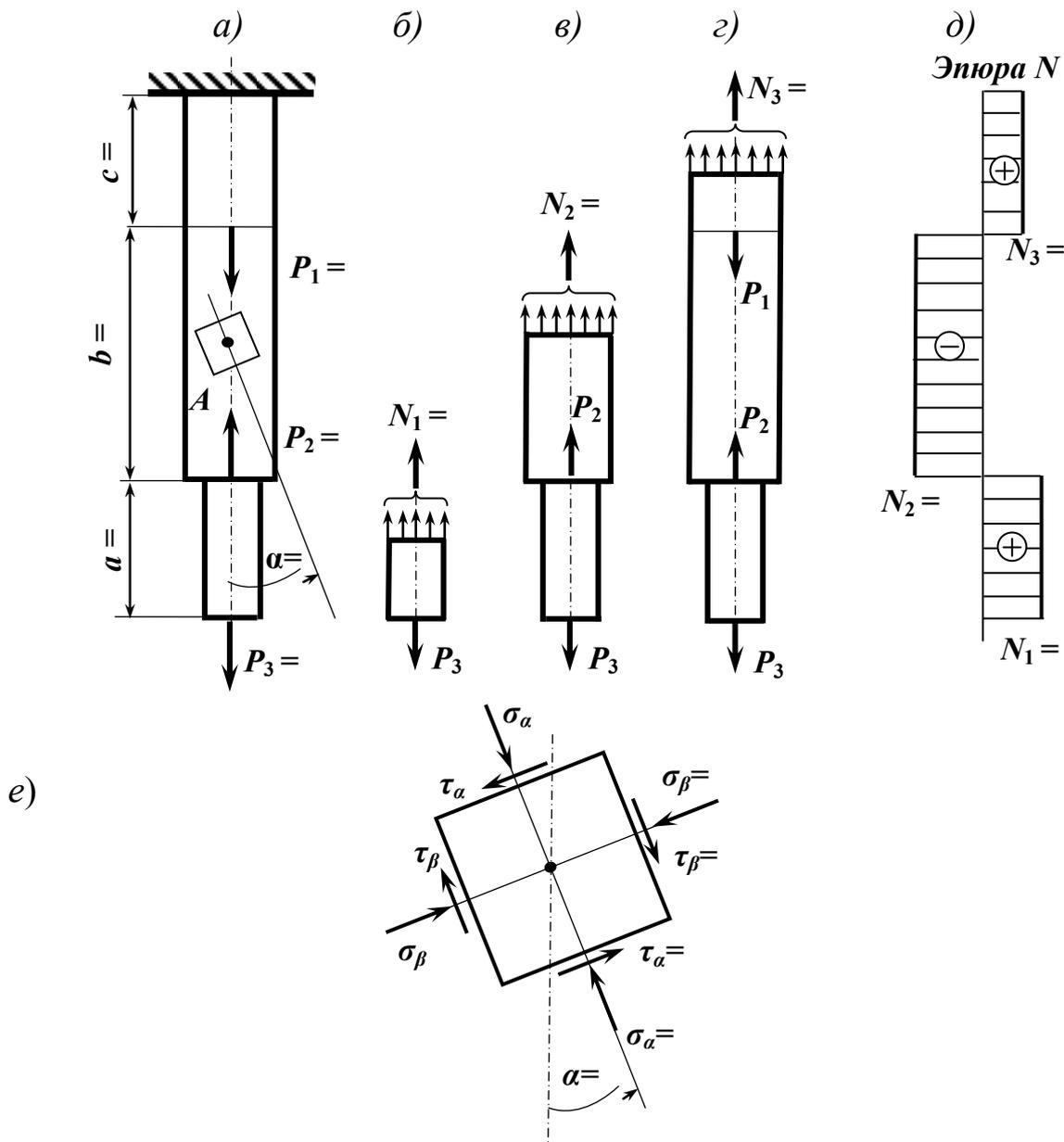


Рис. 6

6. Показать схему элемента, выделенного около заданной точки A (рис. 6, e).

7. Вычислить нормальные и касательные напряжения, возникающие на площадках выделенного элемента.

8. Перемещение точки приложения силы P_1 определяется изменением длин соответствующих участков стержня. В данном случае оно равно удлинению участка « c »:

$$\Delta l_c = \frac{N_3 c}{EF_c}.$$

Задача 2

1. Вычертить стержень в масштабе, указав буквенные и числовые значения всех величин (рис. 7).

2. Определить методом сечений крутящий момент на каждом участке стержня, записав уравнение равновесия отсеченной части стержня.

3. Построить эпюру M_k , указав на ней числовые значения крутящего момента (см. рис. 7), и определить опасное сечение.

4. Из условия прочности определить размер поперечного сечения вала.

5. Вычислить углы закручивания на каждом участке вала и построить их эпюру (см. рис. 7).

6. Вычислить наибольший относительный угол закручивания, определяющийся максимальным крутящим моментом и жесткостью вала.

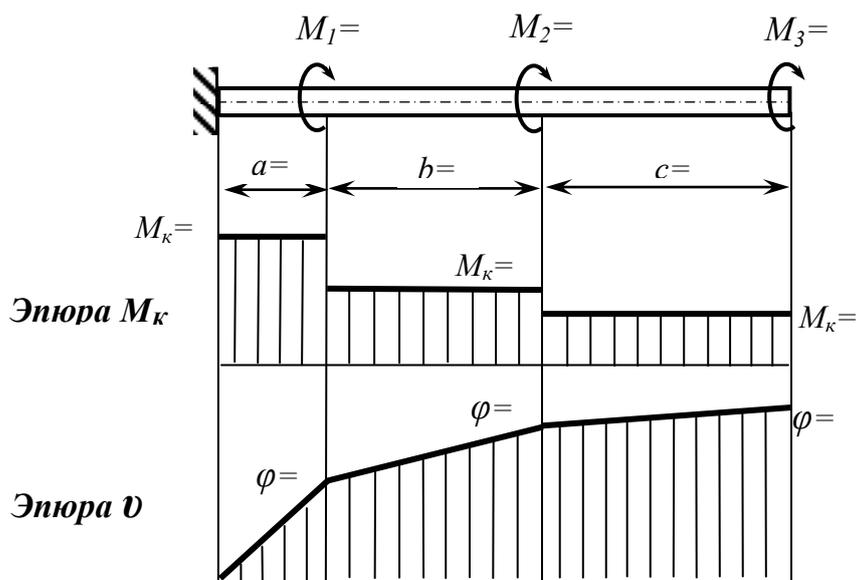


Рис. 7

Задача 3

1. Вычертить балку в масштабе, указав буквенные и числовые значения всех величин (рис. 8, а).

2. Определить реакции. Показать на чертеже опорные реакции.

Уравнения равновесия:

$$\Sigma M_A = 0; M + q2aa + P2a + qa3, \quad 5a - R_B3a = 0, \text{ откуда } R_B = \quad \text{кН.}$$

$$\Sigma M_B = 0; \dots\dots\dots R_A = \quad \text{кН.}$$

Проверка: $\Sigma Y = 0$.

3. Определить внутренние силовые факторы. Обозначить на схеме грузовые участки и указать координаты произвольных сечений.

$$I \text{ участок. } 0 \leq z \leq 2a, \quad Q = R_A - qz, \quad M = R_Az - qz^2/2 + M$$

$$z = 0, \quad Q = \text{кН}, \quad M = \text{кН}\cdot\text{м}$$

$$z = 2a, \quad Q = \text{кН}, \quad M = \text{кН}\cdot\text{м}$$

II участок.

III участок.

По вычисленным значениям построить в масштабе эпюры Q и M , указав их знак, значения величин в характерных сечениях с их единицами измерений (рис. 8, б, в). По эпюрам установить опасное сечение.

4. Из условия прочности по нормальным напряжениям определить размер поперечного сечения прокатного двутавра.

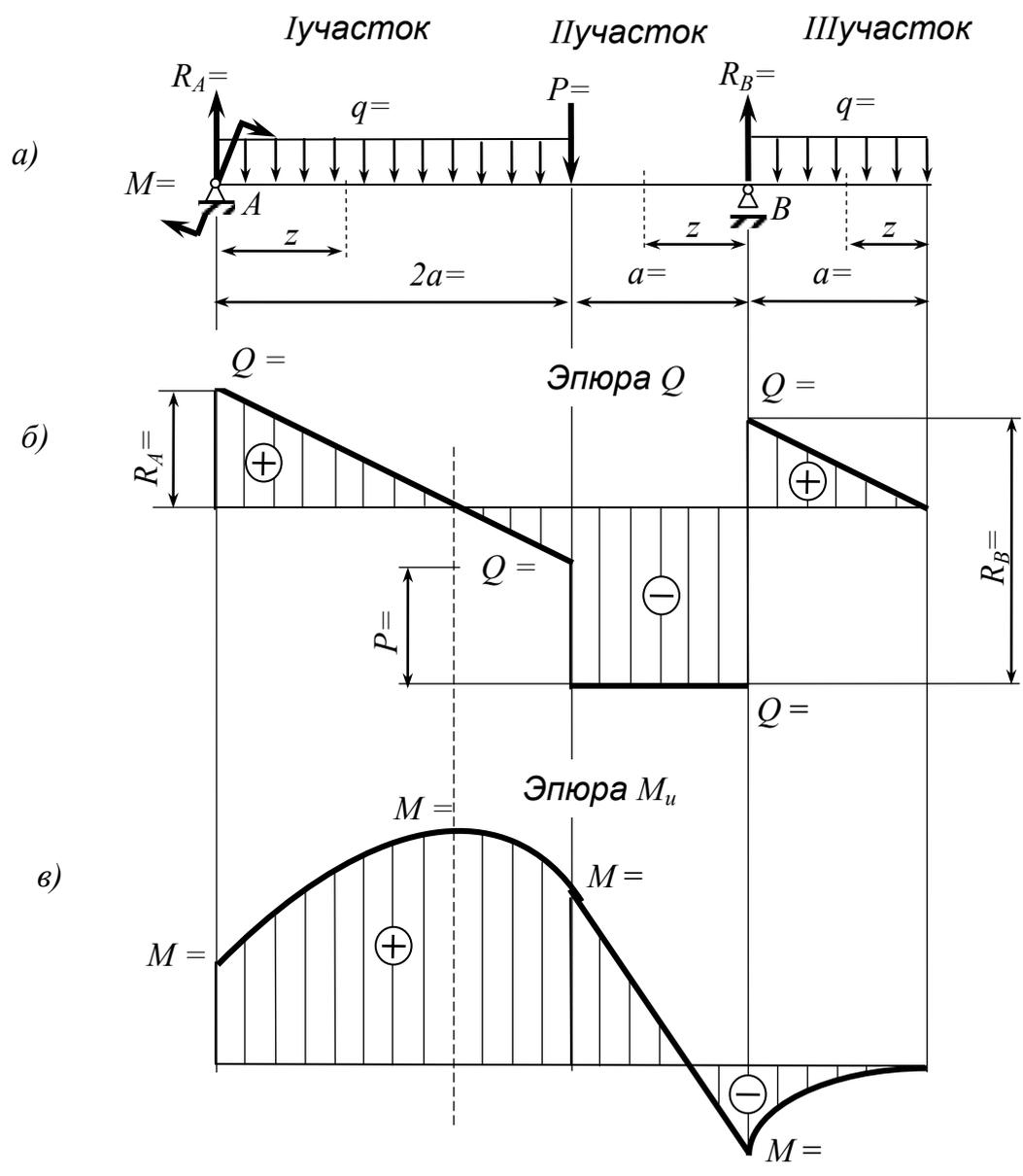


Рис. 8

Задача 4

1. Начертить заданную схему вала (рис. 9, а).
2. Определить моменты, передаваемые колесами, по заданным величинам мощности N и скорости ω .
3. Вычислить окружные P_i и радиальные R_i силы, действующие на каждое зубчатое колесо.
4. Показать на схеме силы, действующие на каждое зубчатое колесо, с указанием их величины (рис. 9, б или рис. 9, в).
5. Начертить расчетную схему вала (рис. 10, а).
6. Начертить схему кручения вала и построить эпюру крутящих моментов (рис. 10, б).
7. Начертить схему изгиба вала в плоскости $уoz$ и построить эпюру изгибающих моментов M_x (рис. 10, в).
8. Начертить схему изгиба вала в плоскости xoz и построить эпюру изгибающих моментов M_y (рис. 10, г).
9. Построить эпюру суммарных изгибающих моментов (рис. 10, д).

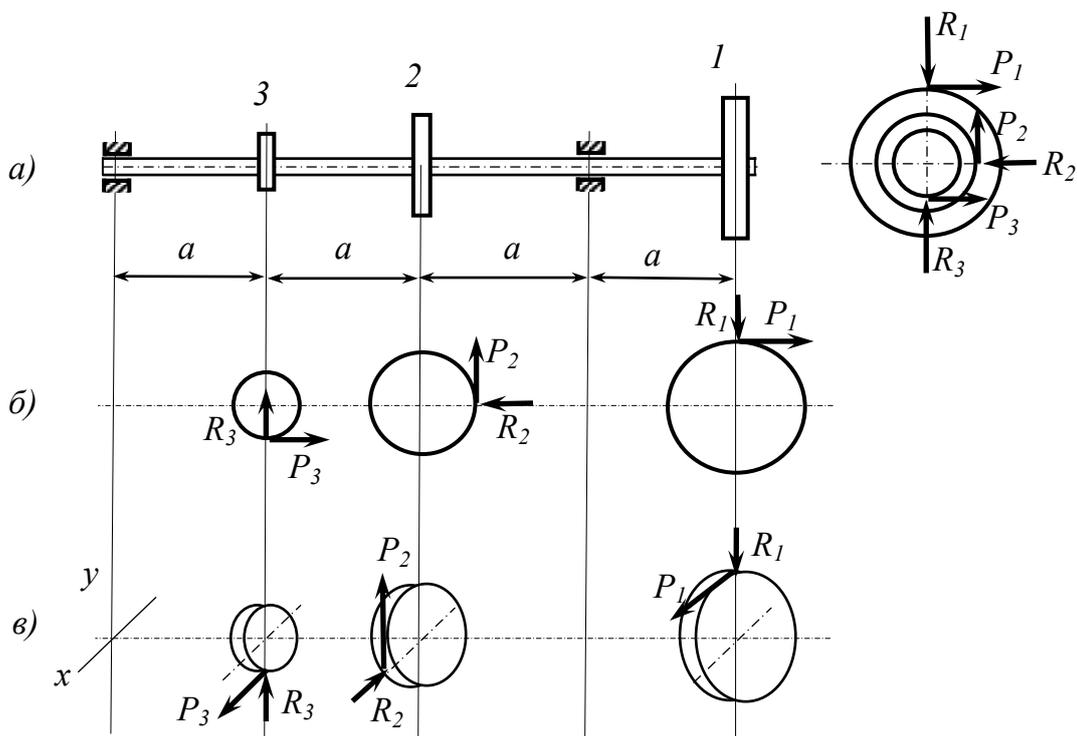


Рис. 9

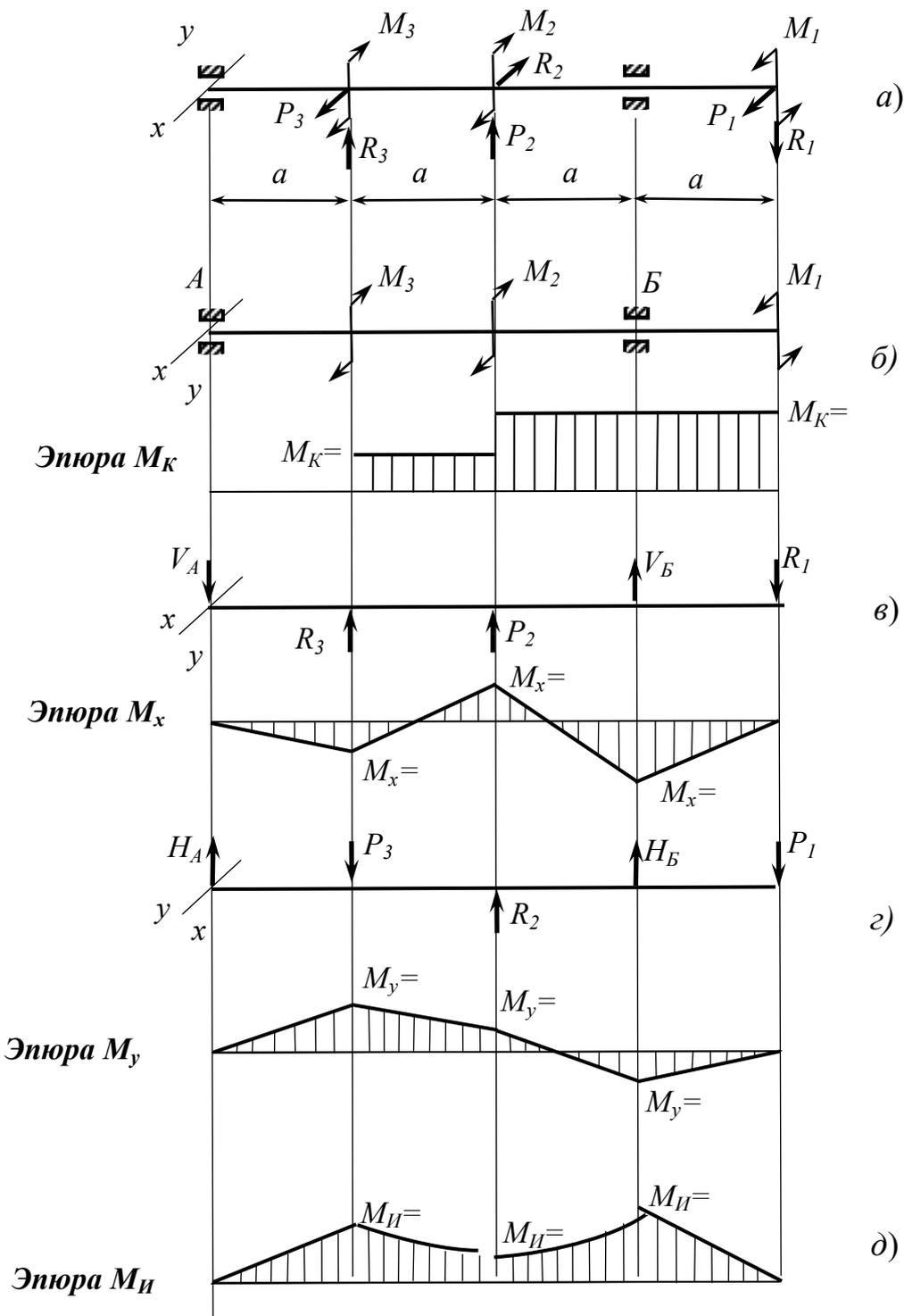


Рис. 10

10. По эпюрам изгибающих и крутящих моментов установить опасное сечение и определить величину максимального расчетного момента, используя IV теорию прочности.

11. Из условия прочности определить диаметр поперечного сечения вала.

Задача 5

1. Начертить схему стержня и его поперечное сечение.
2. Вычислить геометрические характеристики сечения и определить коэффициент закрепления концов стержня.
3. Вычислить гибкость стержня.
4. Вычислить критическую силу и допускаемую нагрузку.

ЛИТЕРАТУРА

Степин П.А. Сопротивление материалов. – СПб.: Лань, 2012. – 320 с.

СОДЕРЖАНИЕ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА	3
Цели освоения дисциплины	3
Содержание разделов дисциплины	3
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛОВ КУРСА	5
Введение	5
Растяжение–сжатие стержней	6
Основы теории напряженного состояния. Критерии прочности	8
Кручение стержней	10
Плоский поперечный изгиб	11
Сложное сопротивление	14
Устойчивость центрально-сжатых стержней	16
УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	18
Указания к выбору контрольных задач	19
Контрольные задачи	20
Указания к оформлению контрольных задач	28
ЛИТЕРАТУРА	35

Миссия университета – генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

ИНСТИТУТ ХОЛОДА И БИОТЕХНОЛОГИЙ



Институт холода и биотехнологий является преемником Санкт-Петербургского государственного университета низкотемпературных и пищевых технологий (СПбГУНиПТ), который в ходе реорганизации (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации № 2209 от 17 августа 2011г.) в январе 2012 года был присоединен к Санкт-Петербургскому национальному исследовательскому университету информационных технологий, механики и оптики.

Созданный 31 мая 1931года институт стал крупнейшим образовательным и научным центром, одним из ведущих вузов страны в области холодильной, криогенной техники, технологий и в экономике пищевых производств.

За годы существования вуза сформировались известные во всем мире научные и педагогические школы. В настоящее время фундаментальные и прикладные исследования проводятся по 20 основным научным направлениям: научные основы холодильных машин и термотрансформаторов; повышение эффективности холодильных установок; газодинамика и компрессоростроение; совершенствование процессов, машин и аппаратов криогенной техники; теплофизика; теплофизическое приборостроение;

машины, аппараты и системы кондиционирования; хладостойкие стали; проблемы прочности при низких температурах; твердотельные преобразователи энергии; холодильная обработка и хранение пищевых продуктов; тепломассоперенос в пищевой промышленности; технология молока и молочных продуктов; физико-химические, биохимические и микробиологические основы переработки пищевого сырья; пищевая технология продуктов из растительного сырья; физико-химическая механика и тепло-и массообмен; методы управления технологическими процессами; техника пищевых производств и торговли; промышленная экология; от экологической теории к практике инновационного управления предприятием.

На предприятиях холодильной, пищевых отраслей реализовано около тысячи крупных проектов, разработанных учеными и преподавателями института.

Ежегодно проводятся международные научные конференции, семинары, конференции научно-технического творчества молодежи.

Издаются научно-теоретический журнал «Вестник Международной академии холода» и Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Холодильная техника и кондиционирование», Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Процессы и аппараты пищевых производств», Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Экономика и экологический менеджмент».

В вузе ведется подготовка кадров высшей квалификации в аспирантуре и докторантуре.

Действуют два диссертационных совета, которые принимают к защите докторские и кандидатские диссертации.

Вуз является активным участником мирового рынка образовательных и научных услуг.

www.ifmo.ru

ihbt.ifmo.ru

Деменчук Николай Павлович

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА
Сопротивление материалов
Учебно-методическое пособие

Ответственный редактор
Т.Г. Смирнова

Титульный редактор
Е.О. Трусова

Компьютерная верстка
Д.Е. Мышковский

Дизайн обложки
Н.А. Потехина

Печатается
в авторской редакции

Подписано в печать 16.02.2015. Формат 60×84 1/16
Усл. печ. л. 2,33 Печ. л. 2,5 Уч.-изд. л. 2,31
Тираж 170 экз. Заказ № С 11

Университет ИТМО. 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

Издательско-информационный комплекс
191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9