МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

ПРАКТИКУМ ПО РАБОТЕ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПАКЕТЕ MATHCAD

Учебное пособие

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург

2015

УДК 512.11+536.71
ББК 22.1
П 34

Практикум по работе в математическом пакете MathCAD: Учеб. пособие / С.В. Рыков, И.В. Кудрявцева, С.А. Рыков, В.А. Рыков. – СПб.: Университет ИТМО, ИХиБТ, 2015. – 87 с.
ISBN 978-5-9906483-0-2

Учебное пособие содержит более 200 вопросов, охватывающих все разделы теории оптимизации, включая задачи аппроксимации экспериментальных данных о теплофизических свойствах с помощью функции одной переменной. Вопросы структурированы по разделам и содержат ответы с пояснениями.

Предназначено для проверки качества усвоения информации, изложенной в учебном пособии, при самостоятельной работе студентов всех направлений очной и заочной форм обучения.

Рецензенты: кафедра химии и биотехнологии Санкт-Петербургского государственного торгово-экономического университета (**зав. кафедрой доктор техн. наук, доц. Ю.Г. Базарнова**); **кандидат техн. наук, проф. Е.А. Ивлиев** (Санкт-Петербургский государственный морской технический университет)

Рекомендовано к печати редакционно-издательским советом Института холода и биотехнологий

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 – 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

ISBN 978-5-9906483-0-2

ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии «Практикум по работе в математическом пакете MathCAD» рассмотрены вопросы теории и практики использования аналитических и численных методов оптимизации одномерных функций в пакете MathCAD.

Учебное пособие состоит из двух частей. В первой части рассмотрены вопросы тестирования знаний, приобретенных читателями при его изучении.

Тесты структурированы по разделам: основные определения, аналитический метод и численные методы (равномерного поиска, деления интервала пополам, золотого сечения, квадратичной аппроксимации, Ньютона–Рафсона, средней точки, секущей, кубической аппроксимации) оптимизации функции одной переменной.

Общее количество тестов превышает 200 вопросов. При тестировании читателям предлагается: выбрать правильный вариант не менее чем из трех предложенных, численно решить небольшую задачу, выбрать из списка и правильно расположить данные, выполнить анализ графических данных и сделать правильный выбор.

Каждый тест содержит правильный ответ, а в сложных вопросах – комментарий.

Подробные вопросы охватывают все разделы теории одномерной оптимизации, изложенные в первой части учебного пособия «Методы оптимизации в примерах в пакете MathCAD 15», и позволяют читателю самостоятельно оценить степень освоения материала.

Вторая часть учебного пособия посвящена применению оптимизации функции одной переменной для решения задач обработки экспериментальных данных. Рассмотрены основные методы и алгоритмы одномерной оптимизации применительно к задачам по расчету теплофизических свойств системы жидкость–пар, а именно, поиска оптимальной кривой, описывающей линию упругости чистого вещества. Подробно рассмотрены вопросы теории и практики реализации задачи в пакете MathCAD.

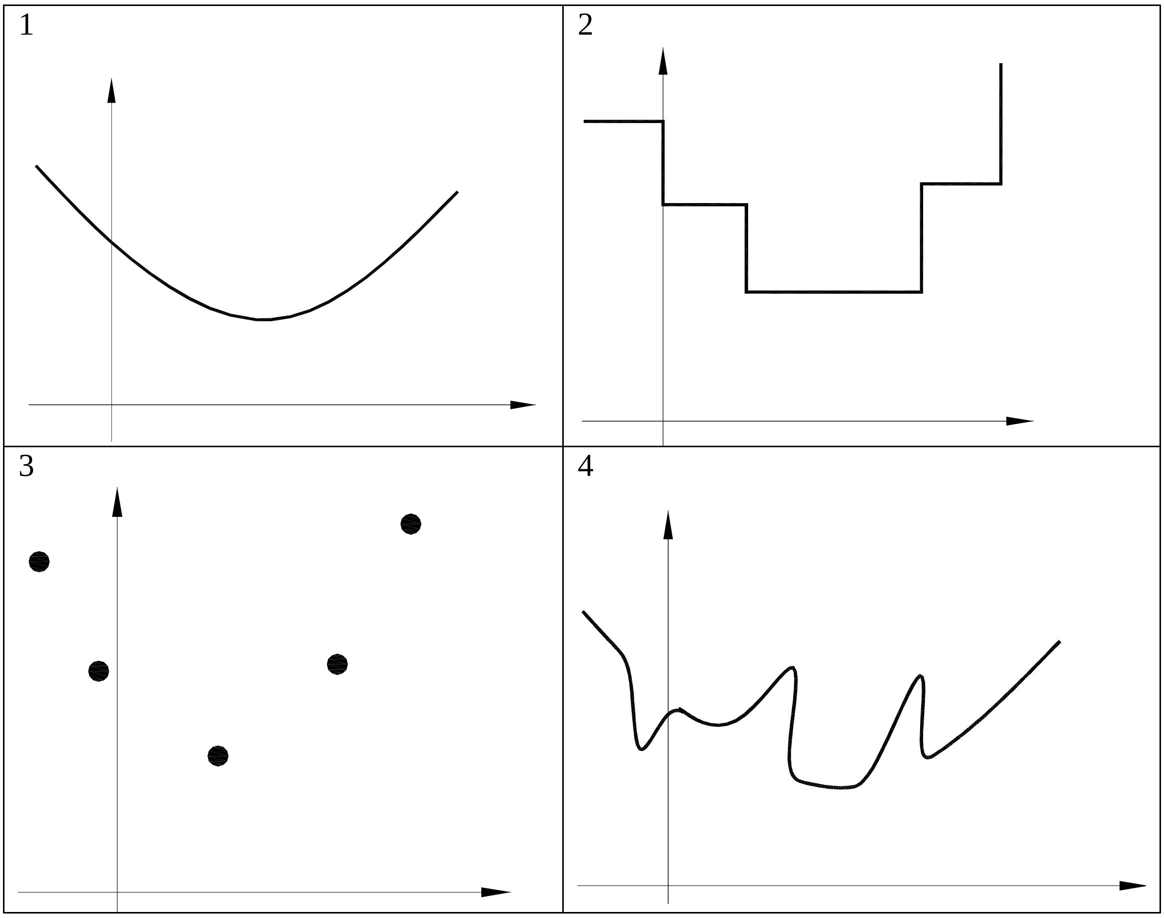
Одно из последующих учебных пособий данной серии будет посвящено вопросам теории и практики в MatchCAD обработки данных, полученных при экспериментальных исследованиях в лабораторных и натурных условиях.

ФУНКЦИЯ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1. В теории оптимизации функция, описывающая процесс, который анализируется, называется ____________.

Ответ: целевая.

2. Укажите функции, которые являются непрерывными.



Ответ: 1, 3.

3. Является ли унимодальной функция $f(x)$, если из условия $x^* \le x_1 \le x_2$ следует, что $f(x^*) \le f(x_1) \le f(x_2)$?

1. Да	2. Нет	3. Иногда	4. Вопрос не корректен

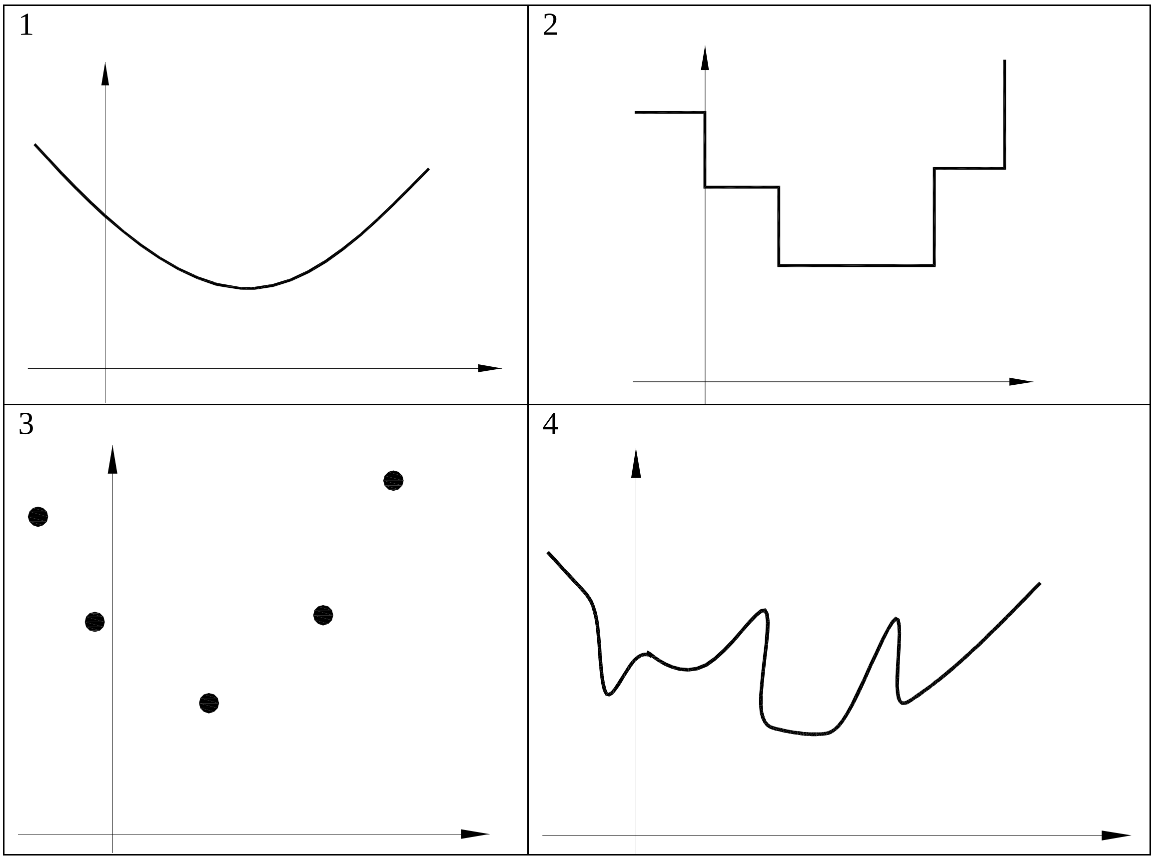
Ответ: 1.

4. Является ли унимодальной функция $f(x)$, если из условия $x^* \le x_1 \le x_2$ следует, что $f(x^*) \le f(x_1) \ge f(x_2)$?

1. Да	2. Нет	3. Иногда	4. Вопрос не корректен

Ответ: 2.

5. Укажите функции, которые являются унимодальными.



Ответ: 1, 2, 3.

6. Какие условия должны выполняться, чтобы функция $f(x)$ была унимодальной?

1. При $x^* \le x_1 \le x_2$ $f(x^*) \le f(x_1) \ge f(x_2)$
2. При $x^* \le x_1 \le x_2$ $f(x^*) \le f(x_1) \le f(x_2)$
3. Из $x^* \le x_1 \le x_2$ $f(x^*) \ge f(x_1) \le f(x_2)$
4. Условие не приведено

Ответ: 2.

7. Сколько оптимальных точек x^* может быть у унимодальной функции на интервале $a \le x \le b$?

1. Одна	2. Две	3. Несколько	4. Ни одной

Ответ: 1.

8. Точка перегиба функции – это ___________.

1. Максимум	2. Минимум	3. Седловая точка	4. Нет такого термина

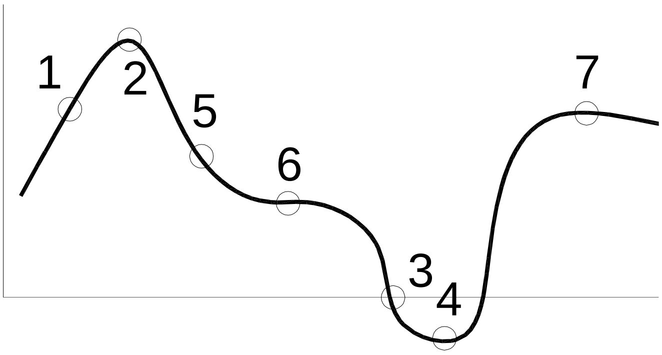
Ответ: 3.

9. Экстремум функции – это ___________.

1. Максимум
2. Минимум
3. Максимум или минимум
4. Точка перегиба

Ответ: 3.

10. Указать на графике функции точку перегиба.



Ответ: 6.

11. Если функция обладает свойством унимодальности, то максимум является _________.

1. Локальным
2. Глобальным
3. Отсутствует
4. Локальным и глобальным

Ответ: 4.

12. В унимодальной функции локальный и глобальный максимум одно и то же.

1. Да	2. Нет	3. Иногда

Ответ: 1.

13. Необходимые условия существования минимума функции в точке x^* описываются системой следующих уравнений:

1. $\left.\frac{df}{dx}\right\|_{x=x^*}=0$, $\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right\|_{x=x^*}\le 0$	2. $\left.\frac{df}{dx}\right\|_{x=x^*}=0$, $\left.\frac{d^3 f}{dx^3}\right\|_{x=x^*}\ge 0$	3. $\left.\frac{df}{dx}\right\|_{x=x^*}=0$, $\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right\|_{x=x^*}\ge 0$	4. $\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right\|_{x=x^*}\le 0$, $\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right\|_{x=x^*}\ge 0$

Ответ: 3.

14. Необходимые условия существования максимума функции в точке x^* описываются системой следующих уравнений:

1. $\left.\frac{df}{dx}\right\|_{x=x^*} = 0$, $\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right\|_{x=x^*} \leq 0$	2. $\left.\frac{df}{dx}\right\|_{x=x^*} = 0$, $\left.\frac{d^3 f}{dx^3}\right\|_{x=x^*} \geq 0$	3. $\left.\frac{df}{dx}\right\|_{x=x^*} = 0$, $\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right\|_{x=x^*} \geq 0$	4. $\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right\|_{x=x^*} \leq 0$, $\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right\|_{x=x^*} \geq 0$

Ответ: 1.

15. В точке $x^* = 0$ функции $f(x) = x^3$ __________.

1. Максимум
2. Минимум
3. Точка перегиба
4. Нет стационарной точки

Ответ: 3.

16. В точке $x^* = 1$ функции $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 4x$ __________.

1. Максимум
2. Минимум
3. Точка перегиба
4. Нет стационарной точки

Ответ: 2.

17. В точке $x^* = -1$ функции $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 4x$ __________.

1. Максимум
2. Минимум
3. Точка перегиба
4. Нет стационарной точки

Ответ: 1.

18. В стационарной точке x^* функции $f(x)$:

1. $\left.\frac{df}{dx}\right\|_{x=x^*} > 0$	2. $\left.\frac{df}{dx}\right\|_{x=x^*} = 0$	3. $\left.\frac{d^3 f}{dx^3}\right\|_{x=x^*} = 0$	4. $\left.\frac{df^2}{dx^2}\right\|_{x=x^*} = 0$

Ответ: 2.

19. Если n-я производная функции $f(x)$ в точке x^* четная и не равна 0, то в x^* _________.

1. Максимум	2. Минимум	3. Точка перегиба	4. Экстремум

Ответ: 4.

20. Если n-я производная функции $f(x)$ в точке x^* нечетная и не равна 0, то в x^* _________.

1. Максимум
2. Минимум
3. Точка перегиба
4. Нет стационарной точки

Ответ: 3.

21. Если n-я производная функции $f(x)$ в точке x^* нечетная и больше 0, то в x^* _________.

1. Максимум
2. Минимум
3. Точка перегиба
4. Нет стационарной точки

Ответ: 3.

22. Если n-я производная функции $f(x)$ в точке x^* четная и больше 0, то в x^* _________.

1. Максимум	2. Минимум	3. Точка перегиба	4. Экстремум

Ответ: 2.

23. Если n-я производная функции $f(x)$ в точке x^* четная и меньше 0, то в x^* _________.

1. Максимум	2. Минимум	3. Точка перегиба	4. Экстремум

Ответ: 1.

24. При доказательстве необходимых и достаточных условий классификации экстремума функции одной переменной использовалось разложение в ряд _________.

1. Фурье	2. Тейлора	3. Тригонометрический	4. Степенной

Ответ: 2.

25. Функция $f(x)=\begin{cases} x & \text{при} \ \ x \le 2, \\ 4-x & \text{при} \ \ x \ge 2 \end{cases}$ в точке $x=2$ является ______.

1. Стационарной	2. Не стационарной	3. Точкой перегиба	4. Корнем

Ответ: 2.

26. Функция $f(x)=\begin{cases} x & \text{при} \ \ x \le 2, \\ 4-x & \text{при} \ \ x \ge 2 \end{cases}$ в точке $x=2$ является ______.

1. Минимума	2. Максимума	3. Точкой перегиба	4. Стационарной

Ответ: 2.

27. Определить и классифицировать стационарную точку функции $f(x)=e^{-\left(x^2\right)}$.

$x^* =$______

Стационарная точка x^* является _________ (выбрать два свойства).

1. Глобальным	2. Локальным	3. Не экстремумом
А. Максимумом	Б. Минимумом	В. Седловой точкой

Ответ: x^* = 0; 1, А.

28. Определить и классифицировать стационарную точку функции $f(x)=-x^3+3x^2+9x+10$.

$x_1^* =$______

Стационарная точка x_1^* является _________ (выбрать два свойства).

1. Глобальным	2. Локальным	3. Не экстремумом	Г. Не стационарной точкой
А. Максимумом	Б. Минимумом	В. Седловой точкой	

$x_2^* =$______

Стационарная точка x_2^* является _________ (выбрать два свойства).

1. Глобальным	2. Локальным	3. Не экстремумом	Г. Не стационарной точкой
А. Максимумом	Б. Минимумом	В. Седловой точкой	

Ответ: x_1^* = 3; 2, А и x_2^* = – 1; 2, А.

Комментарий: так как функция на ± бесконечности уходит в ± бесконечность.

29. Определить точку максимума $x_{\max}$ и значение функции в этой точке для функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 10$ на интервале $-2 \le x \le 4$.

Ответ: $x_{\max}$ = 3, f(3) = 37.

Комментарий: стационарные точки x_1 = – 1, x_2 = 3. Значения функции в этих точках и на краях диапазона f(3) = 37, f(–1) = 5, f(–2) = 12, f(4) = 30.

30. Определить и классифицировать стационарную точку x^* функции $f(x) = (2x+1)^2(x-4)$ на интервале $x \le 1$.

x^* =_____

Стационарная точка x^* является _________ (выбрать два свойства).

1. Глобальным	2. Локальным	3. Не экстремумом	Г. Не стационарной точкой
А. Максимумом	Б. Минимумом	В. Седловой точкой	

Ответ: x^* = – 0,5; 1, А.

31. Определить и классифицировать стационарную точку x^* функции $f(x) = (2x+1)^2(x-4)$ на интервале $x \ge 1$.

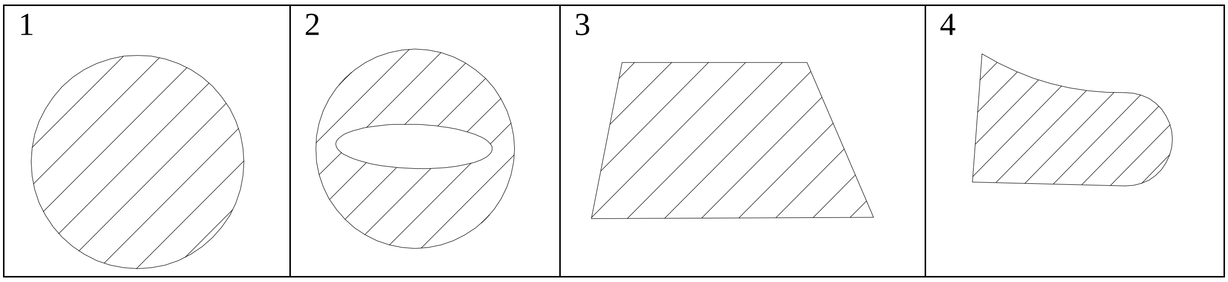
x^* =_____

Стационарная точка x^* является _________ (выбрать два свойства).

1. Глобальным	2. Локальным	3. Не экстремумом	Г. Не стационарной точкой
А. Максимумом	Б. Минимумом	В. Седловой точкой	

Ответ: x^* = 2,5; 1, Б.

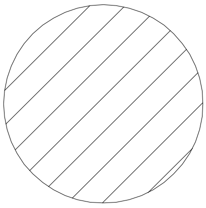
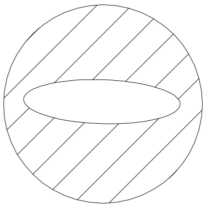
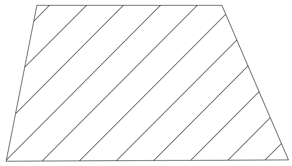
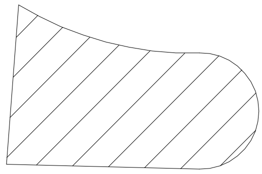
32. Отметить, какие заштрихованные области множества не являются выпуклыми.



Ответ: 2, 4.

Комментарий: так как можно соединить две точки, принадлежащие множеству, отрезком прямой, некоторые точки которой лежат вне множества.

33. Отметить, какие заштрихованные области множества являются выпуклыми:

1	2	3	4
			

Ответ: 1, 3.

Комментарий: так как можно соединить две любые точки, принадлежащие множеству, отрезком прямой, все точки которой лежат внутри множества.

34. Множество всех допустимых решений задачи линейного программирования является выпуклым?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 1.

35. Пересечение выпуклых множеств является выпуклым?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 1.

36. Объединение выпуклых множеств является выпуклым?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 3.

37. Множество $S=\{(x_1, x_2, x_3)|4x_1-2x_2+x_3=6\}$ является выпуклым?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 3, 1.

Комментарий: так как множество представляет собой гиперплоскость.

38. Множество $S=\{(x_1, x_2, x_3)|4x_1-2x_2+x_3=6\}$ называется ______.

Ответ: гиперплоскость.

39. Множество $S=\{(x_1, x_2, x_3)|4x_1-2x_2+x_3\le 6\}$ называется ______.

Ответ: полупространство.

40. Множество $S=\{(x_1, x_2, x_3) | 4x_1-2x_2+x_3 \ge 6\}$ является выпуклым?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 3, 1.

Комментарий: так как множество представляет собой полупространство.

41. Для двух любых точек $x^{(1)}$ и $x^{(2)} \in D$ и $0 \le \lambda \le 1$ выпуклой функции $f(x)$ выполняется следующее условие:

1. $f\left[\lambda x^{(1)}+(1-\lambda)x^{(2)}\right] \ge \frac{1}{2}\lambda f\left(x^{(1)}\right)+(1-\lambda)f\left(x^{(2)}\right)$
2. $f\left[\lambda x^{(1)}+(1-\lambda)x^{(2)}\right] \le \lambda f\left(x^{(1)}\right)+(1-\lambda)f\left(x^{(2)}\right)$
3. $f\left[\lambda x^{(1)}+(1-\lambda)x^{(2)}\right] \ne \lambda f\left(x^{(1)}\right)+(1-\lambda)f\left(x^{(2)}\right)$
4. Такого условия нет

Ответ: 2.

Комментарий: $\boldsymbol{f\left[\lambda x^{(1)}+(1-\lambda)x^{(2)}\right] \le \lambda f\left(x^{(1)}\right)+(1-\lambda)f\left(x^{(2)}\right)}$.

42. Хорда, соединяющая две любые точки графика выпуклой функции, всегда проходит ________ кривой в интервале между двумя этими точками.

1. Выше	2. Ниже	3. Совпадает	4. Не выше

Ответ: 1.

43. Для выпуклой функции при возрастании x от x_1 до x_2 всегда выполняется следующее неравенство:

1. $\frac{df}{dx_2} \ge \frac{df}{dx_1}$	2. $\frac{df}{dx_2} > \frac{df}{dx_1}$	3. $\frac{df}{dx_1} \ge \frac{df}{dx_2}$	4. $\frac{df}{dx_1} < \frac{df}{dx_2}$

Ответ: 1.

44. Вторая производная $f(x)$ на рассматриваемом интервале $[x_1, x_2]$ при $x_2 < x_1$ всегда ________.

1. Положительна	2. Неотрицательна	3. Отрицательна	4. Не определена

Ответ: 2.

45. Для выпуклой функции локальный минимум всегда является глобальным?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 1.

46. Функция $f(x)$ является вогнутой функцией на множестве D тогда и только тогда, когда $-f(x)$ есть выпуклая функция.

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

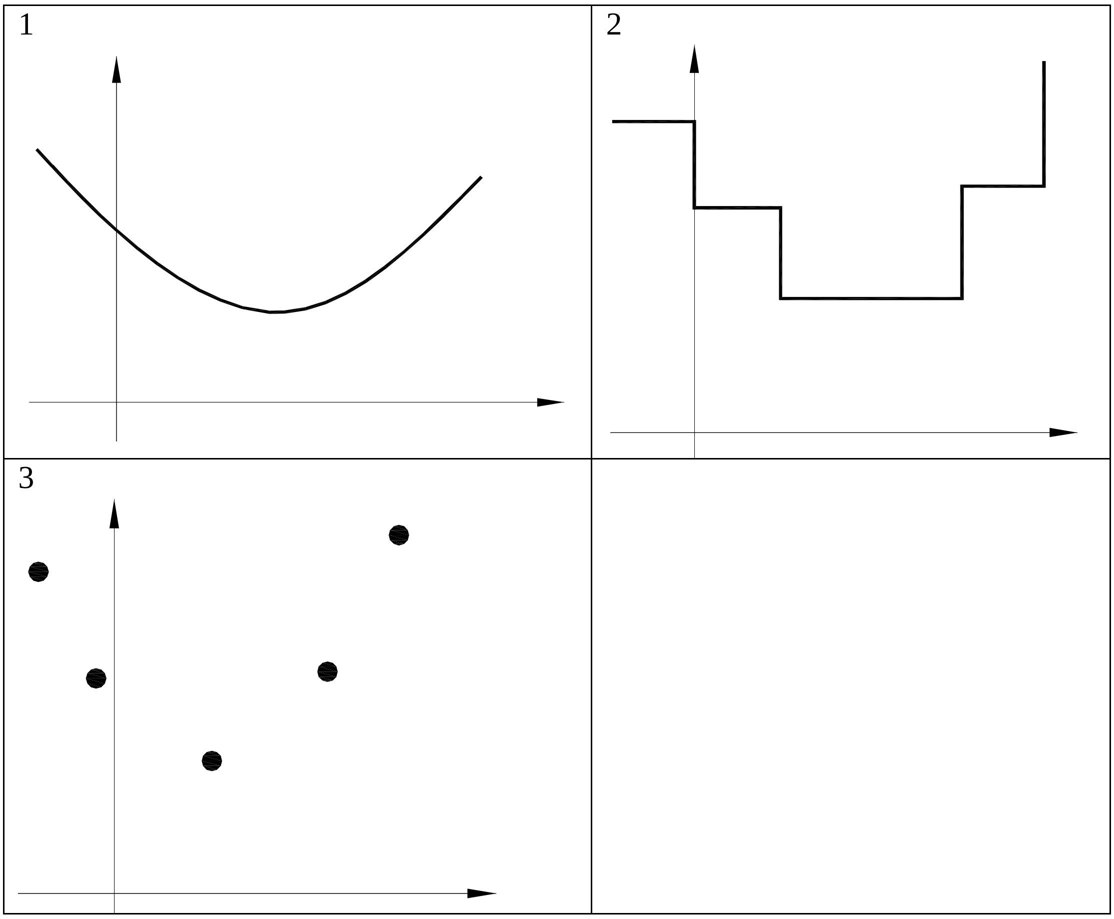
Ответ: 1.

ФУНКЦИЯ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Метод равномерного поиска

47. Экстремум какой функции можно найти методом равномерного поиска? Выбрать значения из двух таблиц.

Тип функции:



Свойство функции:

А. Унимодальной	Б. Одноэкстремальной	В. Многоэкстремальной

Ответ: 1, А, В.

48. К какому классу оптимизационных задач относится метод равномерного поиска?

1. Нулевого порядка
2. Первого порядка
3. Второго порядка
4. Такой классификации нет

Ответ: 1.

49. Значения каких функций используются в методе равномерного поиска?

1. $f(x)$	2. $\frac{d}{dx}(f(x))$	3. $\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$	4. $\frac{d^3}{dx^3}(f(x))$

Ответ: 1.

50. Эффективность метода равномерного поиска зависит от свойств исследуемой функции?

1. Зависит	2. Не зависит	3. Не зависит при определенных условиях

Ответ: 2.

51. Способ «размещения» точек вычисления критерия оптимальности на оси x в методе равномерного поиска ___________.

1. Равномерный
2. Не равномерный по случайному закону
3. Не равномерный по заданному закону

Ответ: 1.

52. Основная задача модернизации «базового» метода равномерного поиска ___________.

1. Уменьшение количества вычислений функции
2. Повышение точности расчета
3. Нет явных преимуществ
4. Удобство использования

Ответ: 1.

53. Основные достоинства модернизированного метода равномерного поиска _____________.

1. Уменьшение количества вычислений функции
2. Повышение точности расчета
3. Нет явных преимуществ
4. Удобство использования

Ответ: 1.

54. Для повышения точности нахождения решения в методе равномерного поиска необходимо _____________ расстояние между точками расчета по оси x.

Ответ: уменьшить.

55. Для нахождения экстремума в методе равномерного поиска необходимо последовательно ______________ значения функций в точках расчета.

Ответ: сравнить.

56. Метод равномерного поиска относится к методам ____________.

1. Первого порядка
2. Нулевого порядка
3. Третьего порядка
4. Второго порядка

Ответ: 2.

57. Как влияет вид исследуемой функции на процесс нахождения решения в методе равномерного поиска, если она удовлетворяет требованию непрерывности?

1. Не влияет
2. Может влиять сильно
3. Влияет слабо
4. В некоторых случаях влияет

Ответ: 1.

58. Относительное уменьшение начального интервала неопределенности ($R(N)$) в методе равномерного поиска вычисляется по следующему выражению:

1. $R(N)=\dfrac{1}{N}$	2. $R(N)=\dfrac{2}{N+1}$	3. $R(N)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{N/2}$	4. $R(N)=(0{,}618)^{N-1}$

Ответ: 2.

59. В формуле для расчета относительного уменьшения начального интервала неопределенности ($R(N)$) в методе равномерного поиска N – это количество вычислений _________________.

Ответ: функции.

60. Определить величину относительного уменьшения интервала ($R(N) = L_i / L_{ab}$) в методе равномерного поиска (вычисляется при $N = 10$).

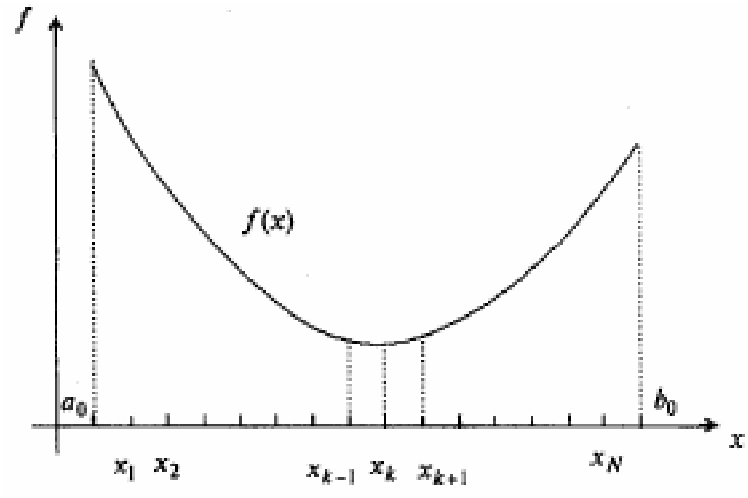
Ответ: 2/11.

Комментарий: $\boldsymbol{R(N) = \dfrac{2}{N+1},\ N = 10,\ R(N) = \dfrac{2}{11}}$.

61. Сколько раз необходимо вычислить исследуемую функцию на отрезке $[a, b]$, если необходимо найти решение с погрешностью 1 % от длины начального интервала в методе равномерного поиска?

Ответ: 199 ($R = 0{,}01$; $n = 2(1/R) - 1$; $n = 199$).

62. Иллюстрация какого метода оптимизации дана на рисунке?

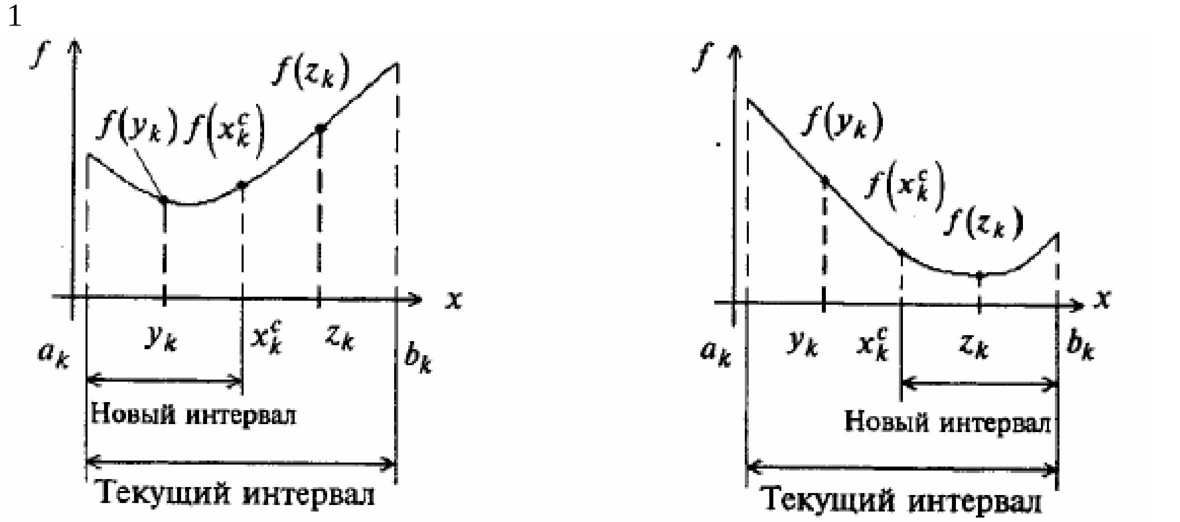


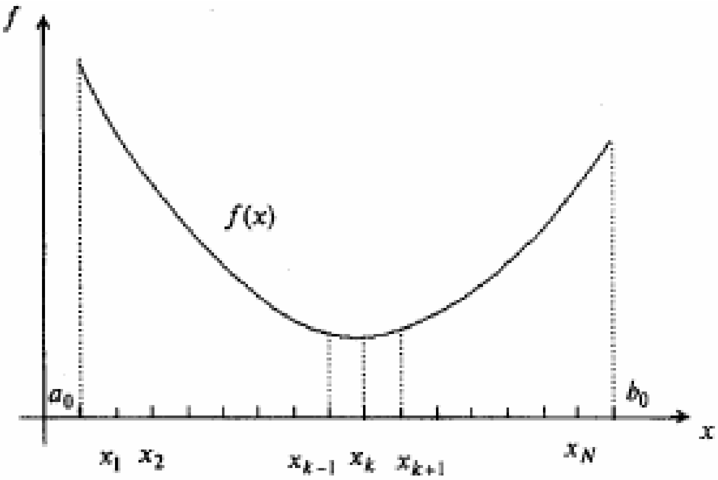
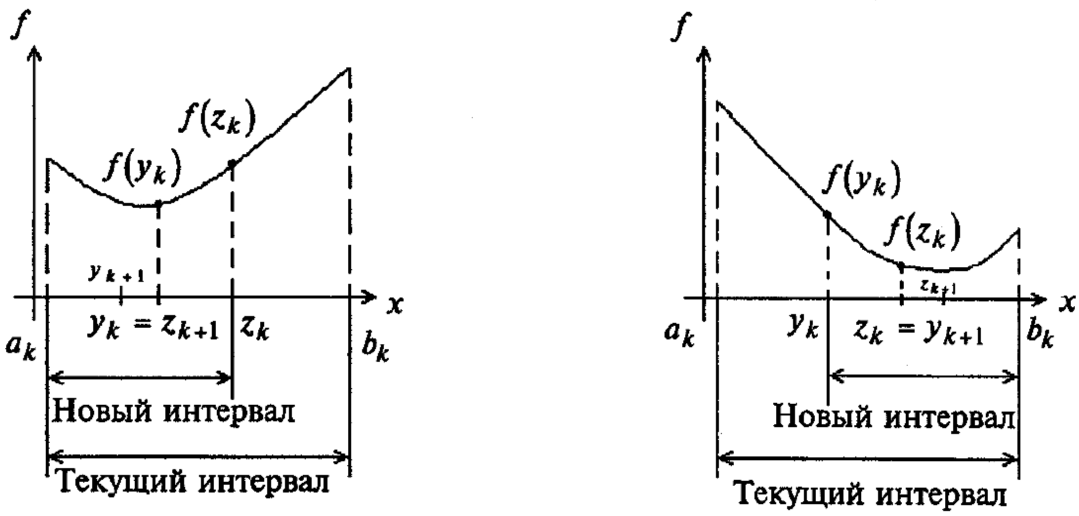
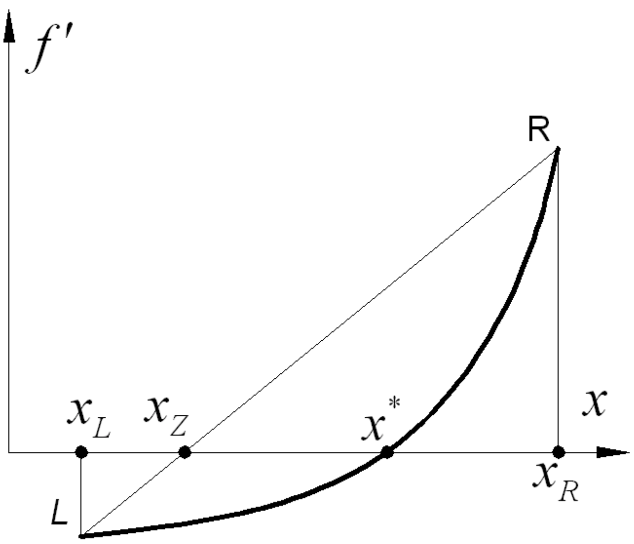
1. Золотого сечения
2. Метода Пауэлла
3. Равномерного поиска
4. Метода Фибоначчи
5. Деления отрезка пополам
6. Метода Ньютона–Рафсона

Ответ: 3.

63. Какой рисунок иллюстрирует работу метода равномерного поиска?

1



2	
3	
4	

f
f(x)
a_0
b_0
x
x_1 x_2
x_{k-1} x_k x_{k+1}
x_N

f
$f(z_k)$
$f(y_k)$
y_{k+1}
a_k
$y_k = z_{k+1}$ z_k
b_k
x
Новый интервал
Текущий интервал
f
$f(y_k)$
$f(z_k)$
z_{k+1}
a_k
y_k $z_k = y_{k+1}$
b_k
x
Новый интервал
Текущий интервал

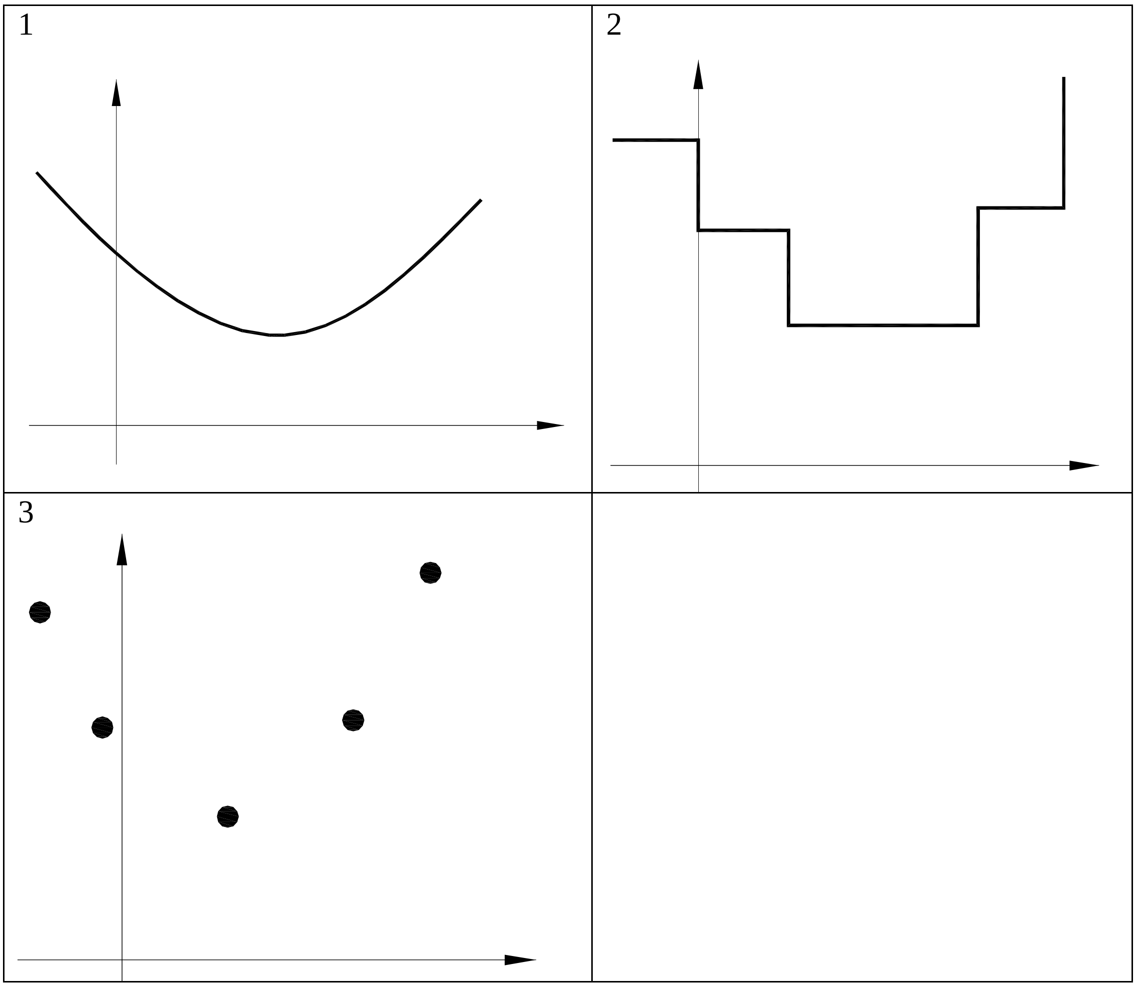
f'
R
x_L x_Z x^*
x
x_R
L

Ответ: 2.

Метод деления интервала пополам

64. Для каких исследуемых функций пригоден метод деления интервала пополам? Указать тип и свойство функции.

Тип функции:



Свойство функции:

А. Унимодальной	Б. Одноэкстремальной	В. Многоэкстремальной

Ответ: 1, Б.

65. К какому классу оптимизационных задач относится метод деления интервала пополам?

1. Нулевого порядка
2. Первого порядка
3. Второго порядка
4. Такой классификации нет

Ответ: 1.

66. Значения каких функций используются в методе деления интервала пополам?

1. $f(x)$	2. $\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)$	3. $\frac{d^2}{dx^2}\left(f(x)\right)$	4. $\frac{d^3}{dx^3}\left(f(x)\right)$

Ответ: 1.

67. Какой вид экстремума функции можно найти методом деления интервала пополам?

1. Глобальный	2. Локальный	3. Глобальный и локальный

Ответ: 2.

68. Сходимость и эффективность метода зависят от свойств исследуемой функции, если функция удовлетворяет установленным для метода деления интервала пополам требованиям?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях влияет

Ответ: 2.

69. Сколько точек используется в методе деления интервала пополам одновременно при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 5.

70. Сколько точек рассчитывается в методе деления интервала пополам при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 2.

71. Назовите условие отыскания оптимального решения в методе деления интервала пополам?

1. Разность значений аргумента функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности
2. Величина отрезка $\left[a_i, b_i\right]$ не больше заданной погрешности по оси x
3. Разность значений функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности
4. Разность значений аргумента функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности и разность значений функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности

Ответ: 2.

72. Каков способ «размещения» точек вычисления критерия оптимальности по оси x в методе деления интервала пополам?

1. Произвольно
2. Слева от точки середины текущего отрезка
3. Справа от точки середины текущего отрезка
4. Справа и слева от точки середины текущего отрезка

Ответ: 3.

73. Каким образом повысить точность нахождения решения в методе деления интервала пополам?

1. Увеличивая количество точек расчета
2. Уменьшая погрешность вычислений
3. Нельзя увеличить точность расчета
4. Вопрос поставлен некорректно

Ответ: 2.

74. Влияет ли вид исследуемой функции на процесс нахождения решения, если функция удовлетворяет требованиям, предъявляемым к ней в методе деления интервала пополам?

1. Да	2. Нет	3. В ряде случаев

Ответ: 2.

75. Каким образом определяется следующий отрезок, на котором находится минимум, в методе деления интервала пополам при следующей итерации?

1. В отрезке значение функции в расчетной точке больше
2. В отрезке значение функции в расчетной точке меньше
3. В отрезке первая производная в расчетной точке больше нуля
4. В отрезке первая производная в расчетной точке меньше нуля

Ответ: 2.

76. Относительное уменьшение начального интервала неопределенности ($R(N)$) в методе деления интервала пополам вычисляется по следующему выражению:

1. $R(N)=\dfrac{1}{N}$	2. $R(N)=\dfrac{2}{N+1}$	3. $R(N)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{N/2}$	4. $R(N)=\left(0{,}618\right)^{N-1}$

Ответ: 3.

77. Всегда ли метод гарантированно дает решение, если функция удовлетворяет предъявляемым к ней требованиям метода деления интервала пополам?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 1.

78. Сколько раз необходимо вычислить исследуемую функцию на отрезке $[a, b]$, если необходимо найти решение с погрешностью 1 % от длины начального интервала в методе деления интервала пополам?

Ответ: 14.

Комментарий: $\boldsymbol{R = 0{,}01;\ N = 2\log\left(R, \frac{1}{2}\right) = 2\frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}5)};\ N = 13{,}288}$.

79. Определить величину относительного уменьшения интервала ($R(N) = L_i / L_{ab}$) в методе деления интервала пополам (вычисляется при $N = 10$).

Ответ: 0,31.

Комментарий: $\boldsymbol{N = 10,\ R = 0{,}5^{N/2} = 0{,}031}$.

80. Производные какого порядка используются для реализации метода деления интервала пополам?

1. Первого	2. Второго	3. Третьего	4. Не используются

Ответ: 4.

81. В формуле для расчета относительного уменьшения начального интервала неопределенности ($R(N)$) в методе деления интервала пополам N – это количество вычислений ________________.

Ответ: функции.

82. Может ли сокращение исходного отрезка $[a, b]$ обеспечить уменьшение затрат на поиск решения с погрешностью 1 % в методе деления интервала пополам?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях

Ответ: 2.

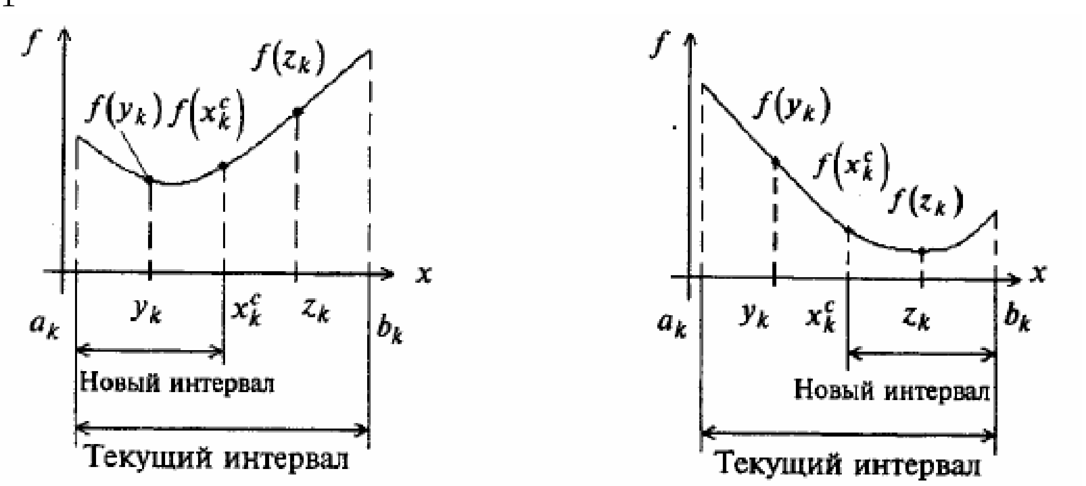
83. Во сколько раз уменьшается исходный интервал $[a, b]$ в методе деления интервала пополам после каждой итерации?

1. В два раза
2. Больше чем в два раза
3. Меньше чем в два раза
4. В заданное число раз

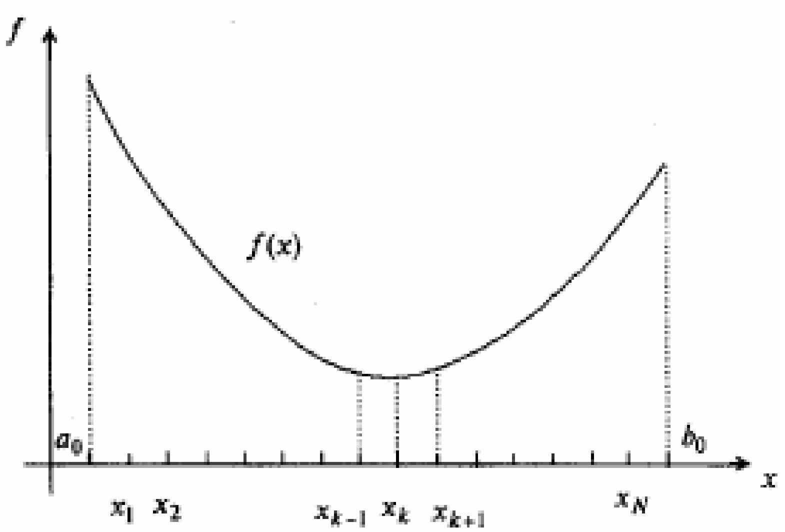
Ответ: 1.

84. Какой рисунок иллюстрирует работу метода деления интервала пополам?

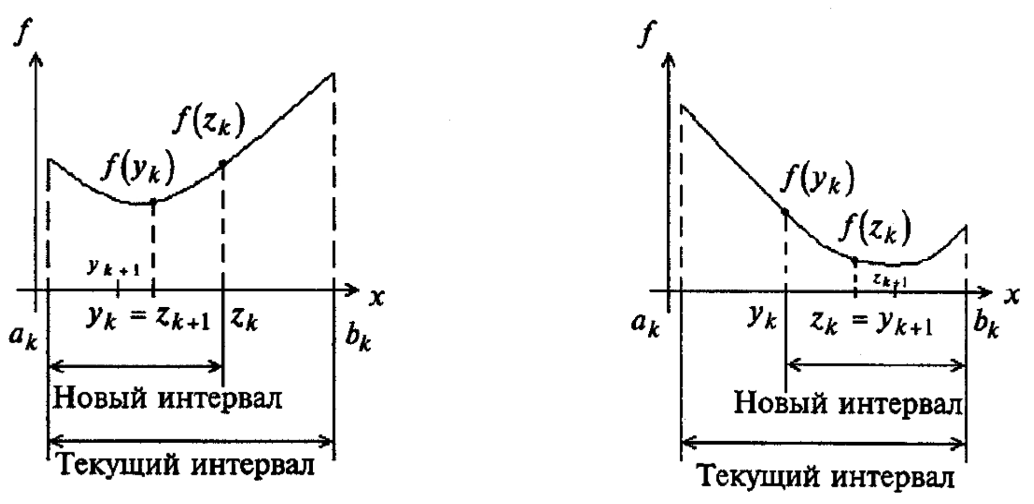
1

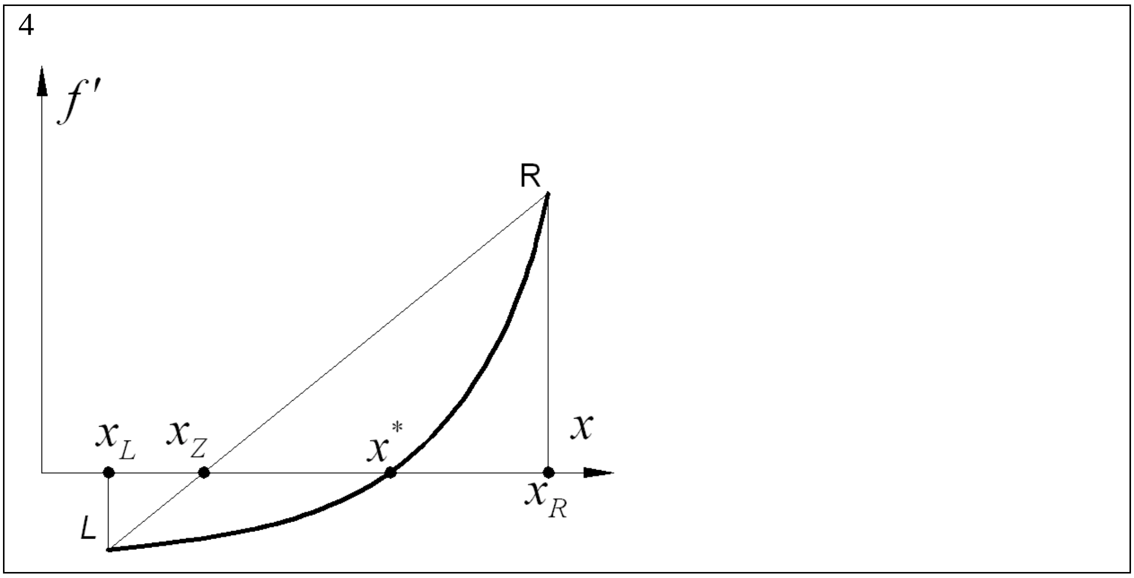


2



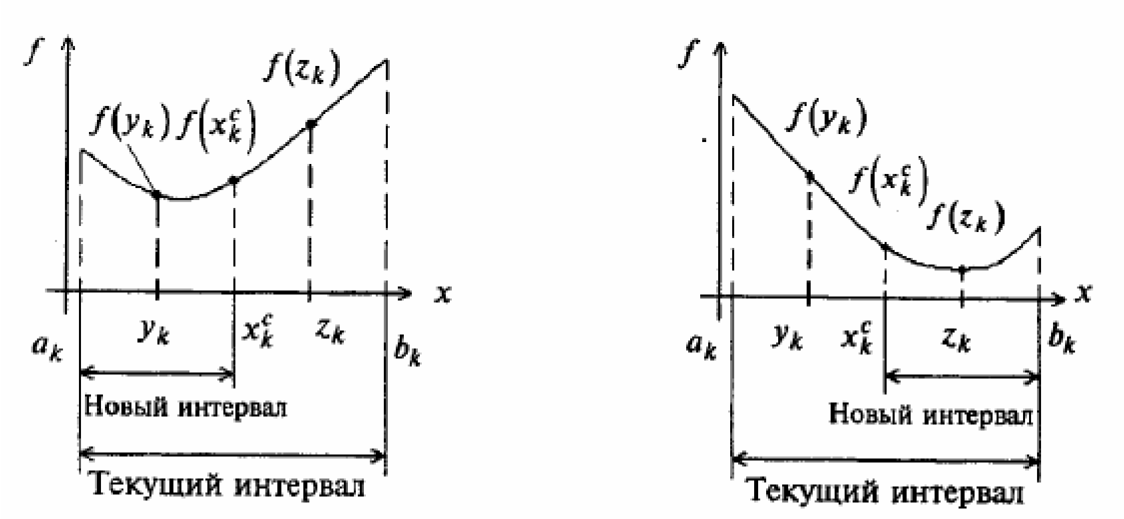
3





Ответ: 1.

85. Иллюстрация какого метода оптимизации дана на рисунке?



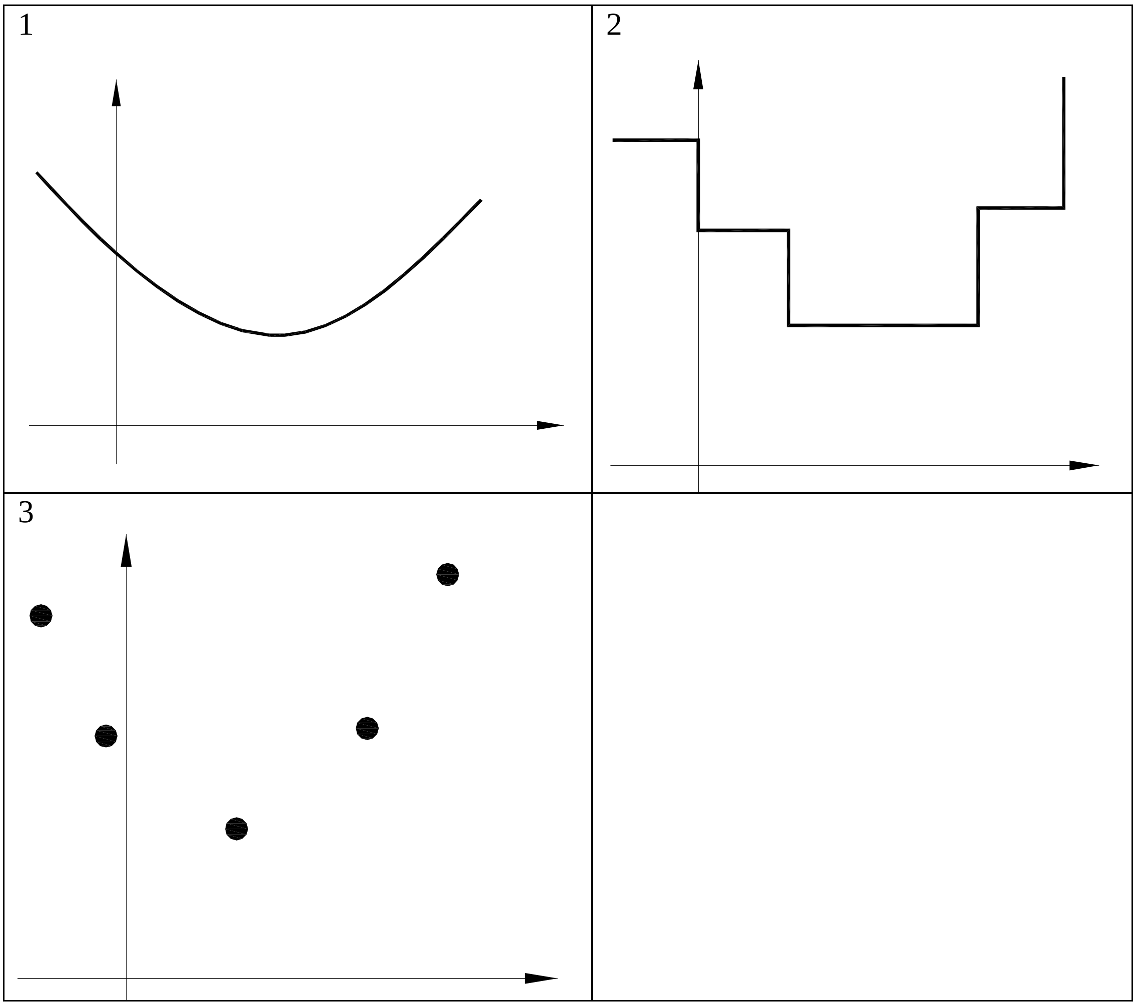
1. Золотого сечения
2. Метода Пауэлла
3. Равномерного поиска
4. Метода Фибоначчи
5. Деления отрезка пополам
6. Метода Ньютона–Рафсона

Ответ: 5.

Метод золотого сечения

86. Для каких исследуемых функций пригоден метод золотого сечения? Указать тип и свойство функции.

Тип функции:



Свойство функции:

А. Унимодальной	Б. Одноэкстремальной	В. Многоэкстремальной

Ответ: 1, Б.

87. Значения каких функций используются в методе золотого сечения?

1. $f(x)$	2. $\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)$	3. $\frac{d^2}{dx^2}\left(f(x)\right)$	4. $\frac{d^3}{dx^3}\left(f(x)\right)$

Ответ: 1.

88. Какой вид экстремума функции можно найти методом золотого сечения?

1. Глобальный	2. Локальный	3. Глобальный и локальный

Ответ: 2.

89. Сходимость и эффективность метода зависят от свойств исследуемой функции, если функция удовлетворяет установленным для метода золотого сечения требованиям?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях влияет

Ответ: 2.

90. Сколько точек используется в методе золотого сечения одновременно при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 4.

91. К какому классу оптимизационных задач относится метод золотого сечения?

1. Нулевого порядка
2. Первого порядка
3. Второго порядка
4. Такой классификации нет

Ответ: 1.

92. Каким образом повысить точность нахождения решения в методе золотого сечения?

1. Увеличивая количество точек расчета
2. Уменьшая погрешность вычислений
3. Нельзя увеличить точность расчета
4. Вопрос поставлен некорректно

Ответ: 2.

93. Условие отыскания оптимального решения в методе золотого сечения ___________.

1. Разность значений аргумента функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности
2. Величина отрезка $[a_i, b_i]$ не больше заданной погрешности по оси x
3. Разность значений функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности
4. Разность значений аргумента функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности и разность значений функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности

Ответ: 2.

94. Сколько точек рассчитывается в методе золотого сечения при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 1.

95. Влияет ли вид исследуемой функции на процесс нахождения решения, если функция удовлетворяет требованиям, предъявляемым к ней в методе золотого сечения?

1. Да	2. Нет	3. В ряде случаев

Ответ: 2.

96. Всегда ли метод гарантированно дает решение, если функция удовлетворяет предъявляемым к ней требованиям метода золотого сечения?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 1.

97. Относительное уменьшение начального интервала неопределенности ($R(N) = L_i / L_{ab}$) в методе золотого сечения вычисляется по следующему выражению:

1. $R(N) = \dfrac{1}{N}$	2. $R(N) = \dfrac{2}{N+1}$	3. $R(N) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{N/2}$	4. $R(N) = \left(0{,}618\right)^{N-1}$

Ответ: 4.

98. Каким образом определяется следующий отрезок, на котором находится минимум, в методе золотого сечения при следующей итерации?

1. В отрезке значение функции в расчетной точке больше
2. В отрезке значение функции в расчетной точке меньше
3. В отрезке первая производная в расчетной точке больше нуля
4. В отрезке первая производная в расчетной точке меньше нуля

Ответ: 2.

99. Если отрезок $[A, B]$ содержит внутреннюю точку C, то какое условие называется золотым сечением?

1. $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{CD}{AC}$	2. $\dfrac{AC}{CD} = \dfrac{CD}{AB}$	3. $\dfrac{CD}{AC} = \dfrac{CD}{AB}$	4. $\dfrac{AC}{CD} = \dfrac{AB}{CD}$

Ответ: 2.

100. Сколько раз необходимо вычислить исследуемую функцию на отрезке $[a,b]$, если необходимо найти решение с погрешностью 1 % от длины начального интервала в методе золотого сечения?

Ответ: 11.

Комментарий: $\boldsymbol{N = 1 + (\ln(0{,}01) / \ln(0{,}618)) = 10{,}569}$.

101. Определить величину относительного уменьшения интервала ($R(N) = L_i / L_{ab}$) в методе золотого сечения пополам (вычисляется при $N = 10$).

Ответ: 0,013.

Комментарий: $\boldsymbol{N = 10,\ R = 0{,}618^{N-1} = 0{,}013}$.

102. В формуле для расчета относительного уменьшения начального интервала неопределенности ($R(N)$) в методе золотого сечения N – это количество вычислений ________________.

Ответ: функции.

103. Может ли сокращение исходного отрезка $[a,b]$ обеспечить уменьшение затрат на поиск решения с погрешностью 1 % в методе золотого сечения?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях

Ответ: 2.

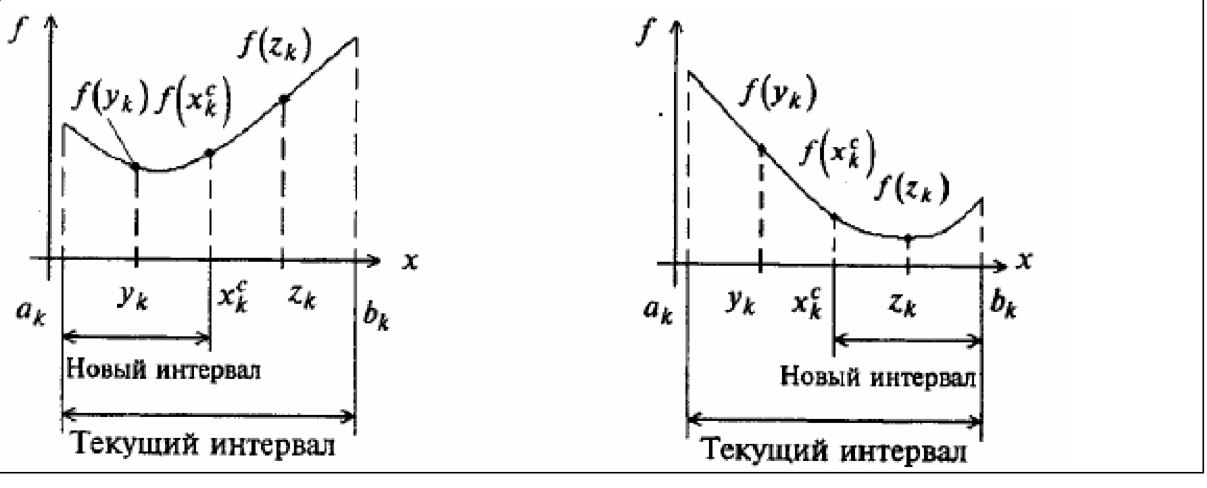
104. Производные какого порядка используются для реализации метода золотого сечения?

1. Первого	2. Второго	3. Третьего	4. Не используются

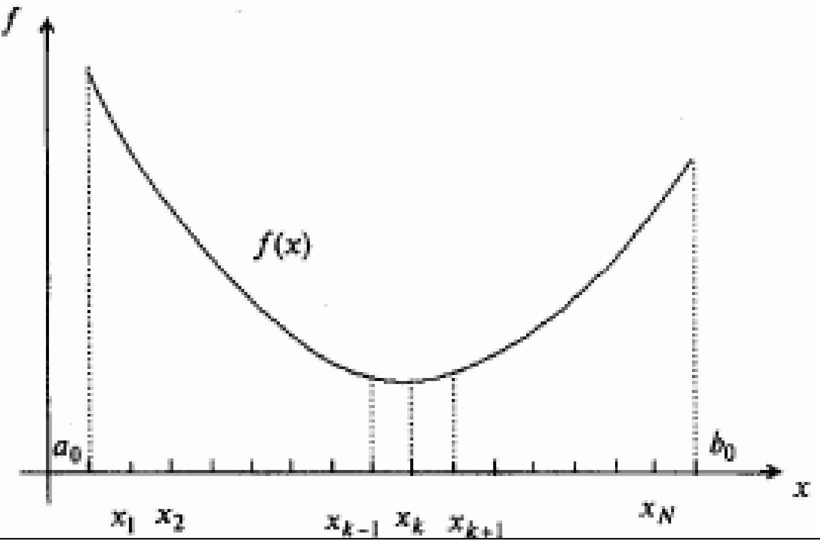
Ответ: 4.

105. Какой рисунок иллюстрирует работу метода золотого сечения?

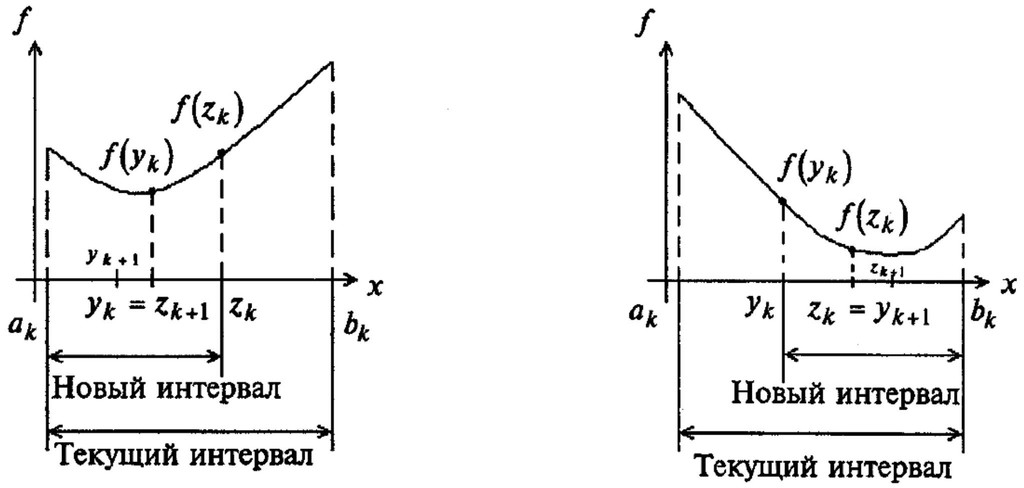
1



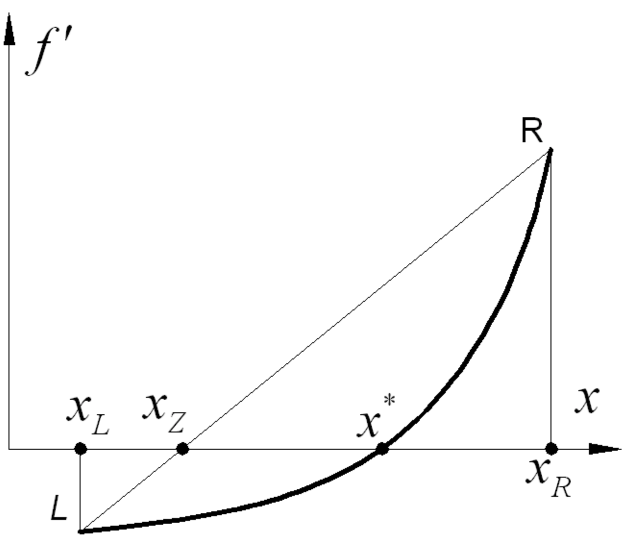
2


f
f(x)
a_0
b_0
x
x_1 x_2
x_{k-1} x_k x_{k+1}
x_N

3

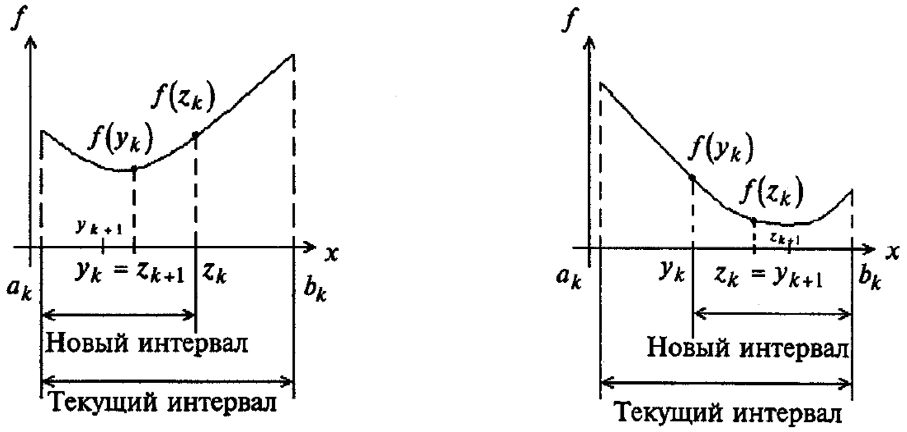

f
$f(z_k)$
$f(y_k)$
y_{k+1}
x
a_k
$y_k = z_{k+1}$ z_k
b_k
Новый интервал
Текущий интервал
f
$f(y_k)$
$f(z_k)$
z_{k+1}
x
a_k
y_k $z_k = y_{k+1}$ b_k
Новый интервал
Текущий интервал

4


f'
R
x_L x_Z x^* x
x_R
L

Ответ: 3.

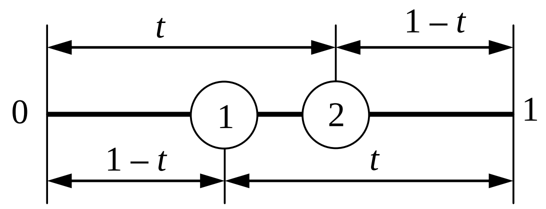
106. Иллюстрация какого метода оптимизации дана на рисунке?



1. Золотого сечения
2. Метода средней точки
3. Равномерного поиска
4. Метода Фибоначчи
5. Деления отрезка пополам
6. Метода Ньютона–Рафсона

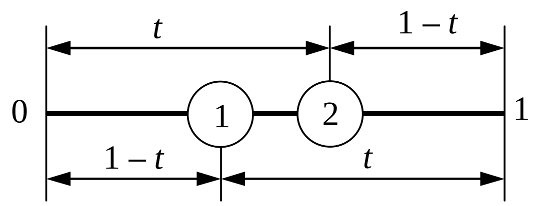
Ответ: 1.

107. Чему равна переменная *t* на приведенном рисунке?



Ответ: *t* = 0,618.

108. Какой метод оптимизации иллюстрирует рисунок?



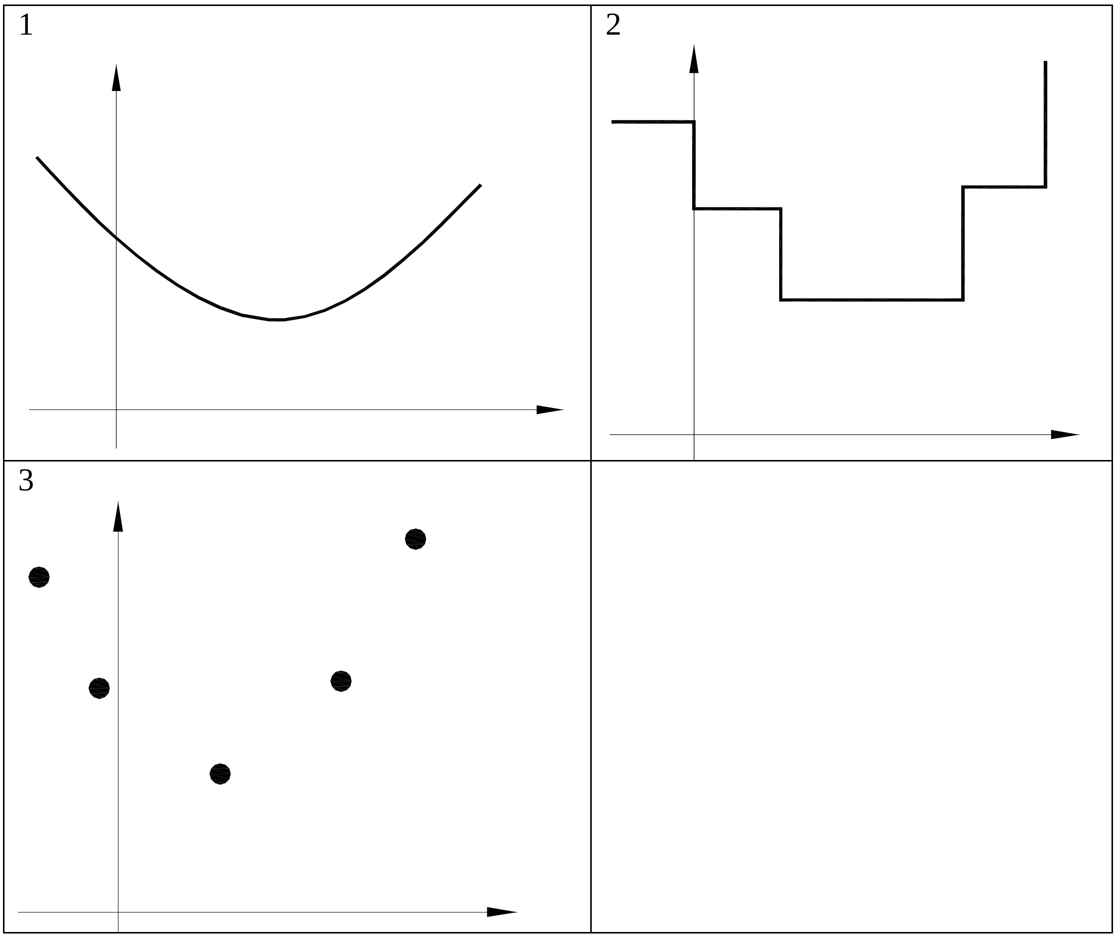
1. Золотого сечения
2. Метод средней точки
3. Равномерного поиска
4. Метод Фибоначчи
5. Деления отрезка пополам
6. Метод Ньютона–Рафсона

Ответ: 1.

Метод квадратичной аппроксимации

109. Для каких исследуемых функций пригоден метод квадратичной аппроксимации? Указать тип и свойство функции.

Тип функции:



Свойство функции:

А. Унимодальной	Б. Одноэкстремальной	В. Многоэкстремальной

Ответ: 1, Б.

110. Какой вид экстремума функции можно найти методом квадратичной аппроксимации?

1. Глобальный	2. Локальный	3. Глобальный и локальный

Ответ: 2.

111. Сколько точек используется в методе квадратичной аппроксимации одновременно при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 4.

112. Сходимость и эффективность метода зависят от свойств исследуемой функции, если функция удовлетворяет установленным для метода квадратичной аппроксимации требованиям?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях влияет

Ответ: 3.

113. Значения каких функций используются в методе квадратичной аппроксимации?

1. $f(x)$	2. $\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)$	3. $\frac{d^2}{dx^2}\left(f(x)\right)$	4. $\frac{d^3}{dx^3}\left(f(x)\right)$

Ответ: 1.

114. Сколько точек используется в методе квадратичной аппроксимации одновременно для расчета минимума параболы при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 3.

115. Сколько точек рассчитывается в методе квадратичной аппроксимации при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 2.

116. Каким образом повысить точность нахождения решения в методе квадратичной аппроксимации?

1. Увеличивая количество точек расчета
2. Уменьшая погрешность вычислений
3. Нельзя увеличить точность расчета
4. Вопрос поставлен некорректно

Ответ: 2.

117. Всегда ли метод гарантированно дает решение, если функция удовлетворяет предъявляемым к ней требованиям метода квадратичной аппроксимации?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 3.

Комментарий: в ряде случаев парабола на *i*-м шаге может иметь экстремум, находящийся за пределами текущего интервала, даже для одноэкстремальной функции.

118. Влияет ли вид исследуемой функции на процесс нахождения решения, если функция удовлетворяет требованиям, предъявляемым к ней в методе квадратичной аппроксимации?

1. Да	2. Нет	3. В ряде случаев

Ответ: 3.

119. Условие отыскания оптимального решения в методе квадратичной аппроксимации:

1. Относительная разность значений аргумента функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности
2. Величина отрезка $[a_i, b_i]$ не больше заданной погрешности по оси x
3. Разность значений функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности
4. Относительная разность значений аргумента функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности и относительная разность значений функции в средней точке на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности

Ответ: 4.

120. Сколько шагов минимально необходимо для решения оптимальной задачи методом квадратичной аппроксимации?

1. Один	2. Два	3. Три	4. Четыре

Ответ: 1.
Комментарий: если исследуемая функция квадратичная.

121. К чему может привести увеличение степени аппроксимирующего полинома при одномерной оптимизации? Указать два параметра.

По критерию сходимости:

1. Увеличится сходимость метода
2. Сходимость метода уменьшится
3. Ничего не произойдет
4. Вопрос некорректен

По трудозатратам:

А. Трудозатраты уменьшатся
Б. Трудозатраты увеличатся
В. Ничего не произойдет
Г. Вопрос некорректен

Ответ: 1, Б.

122. Для решения оптимальной задачи методом квадратичной аппроксимации за один шаг исследуемая функция должна быть ________.

Ответ: квадратичной.

123. Сколько точек необходимо определить для нахождения аппроксимирующей параболы в методе квадратичной аппроксимации?

1. Одну	2. Две	3. Три	4. Четыре

Ответ: 3.

124. Производные какого порядка используются для реализации метода квадратичной аппроксимации?

1. Первого	2. Второго	3. Третьего	4. Не используются

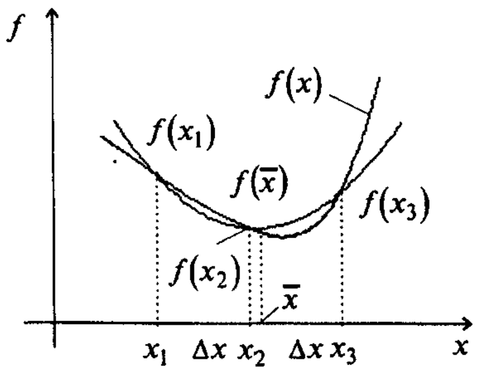
Ответ: 4.

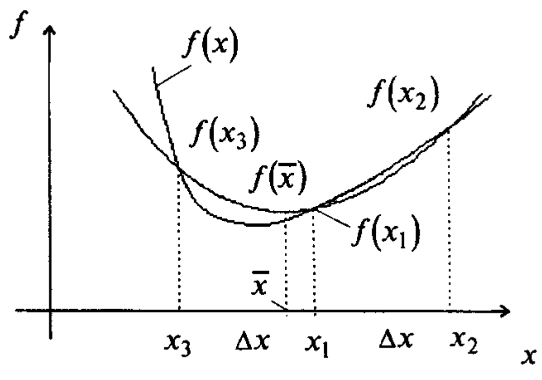
125. К какому классу оптимизационных задач относится метод квадратичной аппроксимации?

1. Нулевого порядка
2. Первого порядка
3. Второго порядка
4. Такой классификации нет

Ответ: 1.

126. Иллюстрация какого метода оптимизации дана на рисунке?



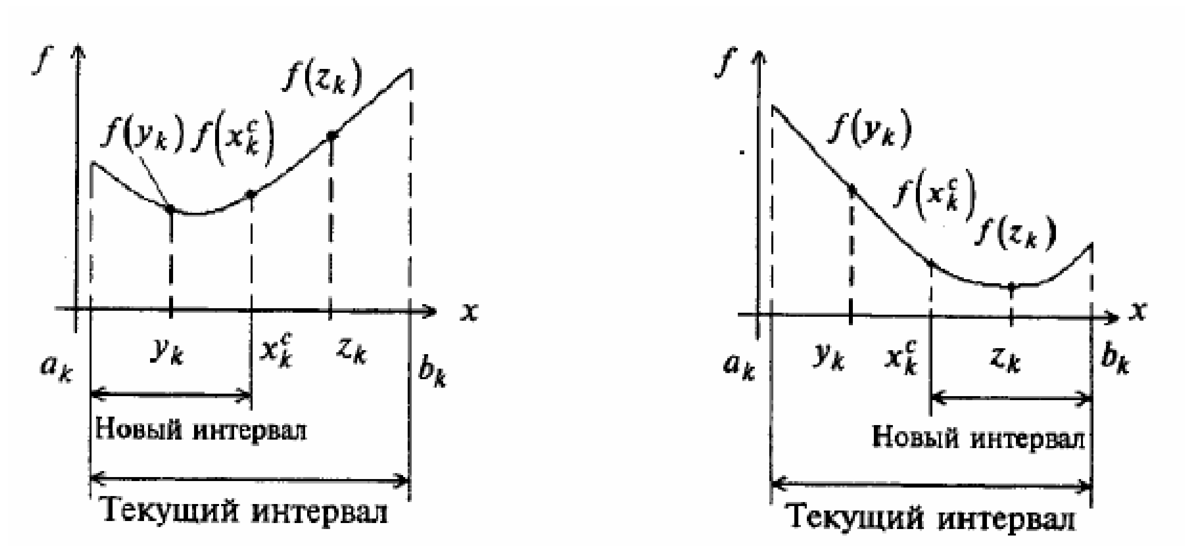


1. Золотого сечения
2. Метода средней точки
3. Равномерного поиска
4. Квадратичной аппроксимации
5. Деления отрезка пополам
6. Метода Ньютона–Рафсона

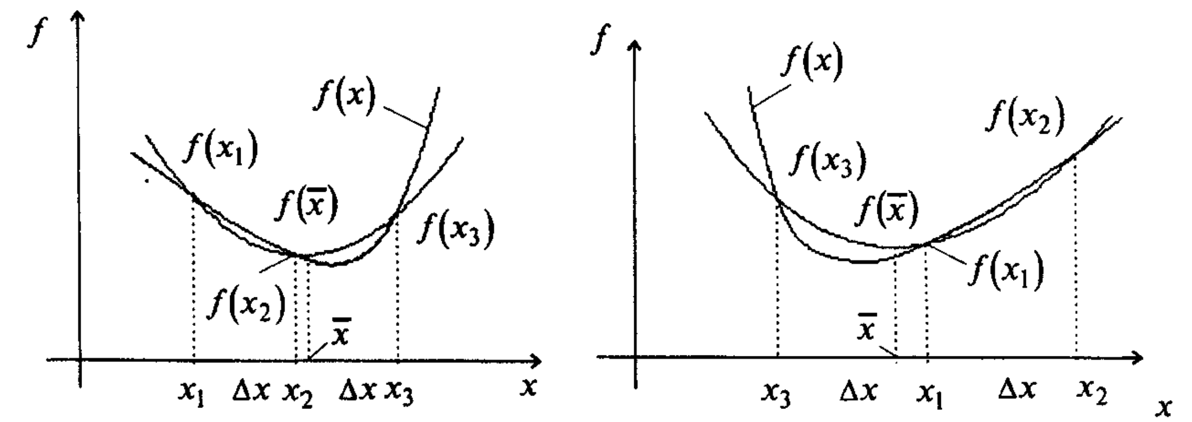
Ответ: 4.

127. Какой рисунок иллюстрирует работу метода квадратичной аппроксимации?

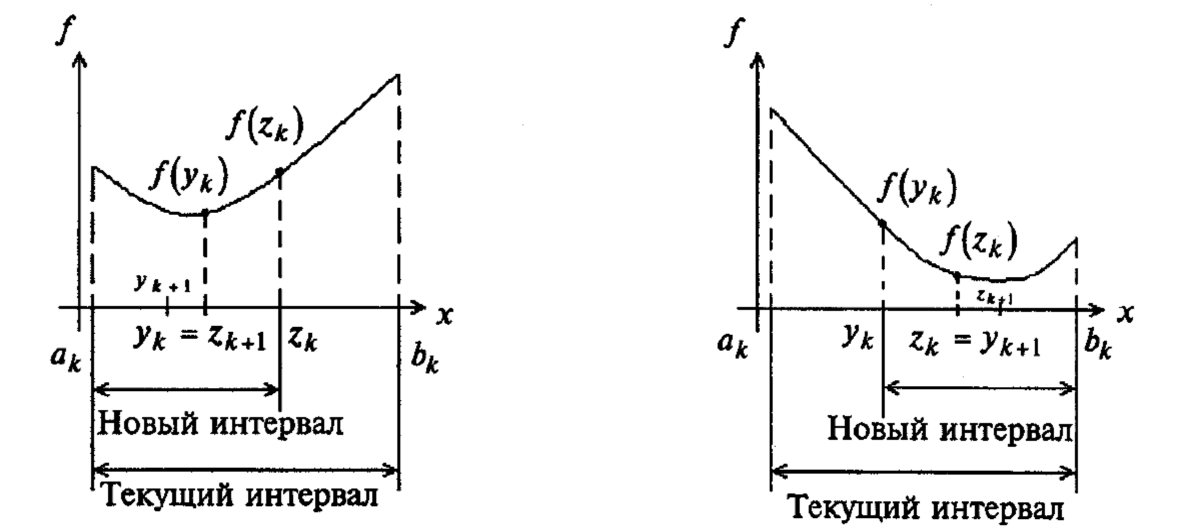
1



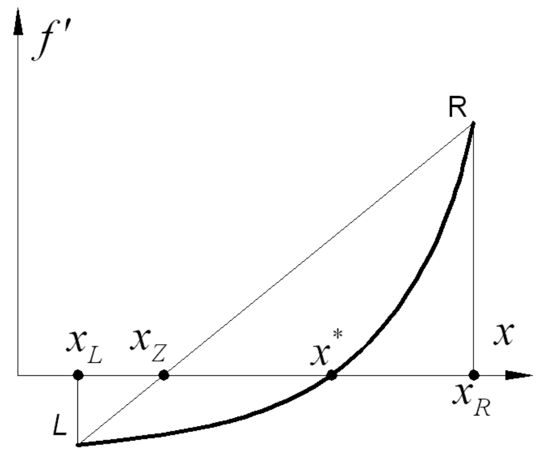
2



3



4



Ответ: 2.

128. Фамилия ученого, разработавшего метод квадратичной аппроксимации?

1. Ньютон	2. Рафсон	3. Пауэлл	4. Дживс

Ответ: 3.

129. Рассчитать первый коэффициент a_0 аппроксимирующей параболы в методе квадратичной аппроксимации, если исследуемая функция $f(x) = x^2 + 8/x$, первая точка $x_1 = 1$, длина шага $\Delta x = 1$.

Ответ: 9.

Комментарий: $\boldsymbol{a_0 = f(x_1)}$.

130. Рассчитать второй коэффициент a_1 аппроксимирующей параболы в методе квадратичной аппроксимации, если исследуемая функция $f(x) = x^2 + 8/x$, первая точка $x_1 = 1$, длина шага $\Delta x = 1$.

Ответ: $\boldsymbol{-1}$.

Комментарий: $\boldsymbol{a_1 = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}}$, $\boldsymbol{x_2=2}$.

131. Рассчитать третий коэффициент a_2 аппроксимирующей параболы в методе квадратичной аппроксимации, если исследуемая функция $f(x) = x^2 + 8/x$, первая точка $x_1 = 1$, длина шага $\Delta x = 1$.

Ответ: 2,33.

Комментарий: $\boldsymbol{a_2 = \dfrac{1}{x_3 - x_2}\left(\dfrac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1} - \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}\right)}$, $\boldsymbol{x_2 = 2}$, $\boldsymbol{x_3 = 3}$.

132. Какая формула используется для расчета первого коэффициента a_0 аппроксимирующей параболы в методе квадратичной аппроксимации?

1. $f(x_1)$
2. $\frac{1}{x_3 - x_2}\left(\frac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1} - \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}\right)$
3. $a_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$
4. Такой формулы нет

Ответ: 1.

133. Какая формула используется для расчета второго коэффициента a_1 аппроксимирующей параболы в методе квадратичной аппроксимации?

1. $f(x_1)$
2. $\frac{1}{x_3 - x_2}\left(\frac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1} - \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}\right)$
3. $a_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$
4. Такой формулы нет

Ответ: 3.

134. Какая формула используется для расчета третьего коэффициента a_2 аппроксимирующей параболы в методе квадратичной аппроксимации?

1. $f(x_1)$
2. $\frac{1}{x_3 - x_2}\left(\frac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1} - \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}\right)$
3. $a_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$
4. Такой формулы нет

Ответ: 2.

135. Расположить методы интервальной аппроксимации по мере уменьшения их эффективности.

1. Золотого сечения
2. Метод средней точки
3. Равномерного поиска
4. Квадратичной аппроксимации
5. Деления отрезка пополам
6. Метод Ньютона–Рафсона

Ответ: 1, 5, 3.

136. Какие методы оптимизации относятся к методам нулевого порядка?

1. Золотого сечения
2. Метод средней точки
3. Равномерного поиска
4. Квадратичной аппроксимации
5. Деления отрезка пополам
6. Метод Ньютона–Рафсона

Ответ: 1, 3, 4, 5.

Метод Ньютона–Рафсона

137. Значения каких функций используются в методе Ньютона–Рафсона?

1. $f(x)$	2. $\frac{d}{dx}(f(x))$	3. $\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$	4. $\frac{d^3}{dx^3}(f(x))$

Ответ: 2, 3.

138. Какой вид экстремума функции можно найти методом Ньютона–Рафсона?

1. Глобальный	2. Локальный	3. Глобальный и локальный

Ответ: 2.

139. Каким образом повысить точность нахождения решения в методе Ньютона–Рафсона?

1. Увеличивая количество точек расчета
2. Уменьшая погрешность вычислений
3. Нельзя увеличить точность расчета
4. Вопрос поставлен некорректно

Ответ: 2.

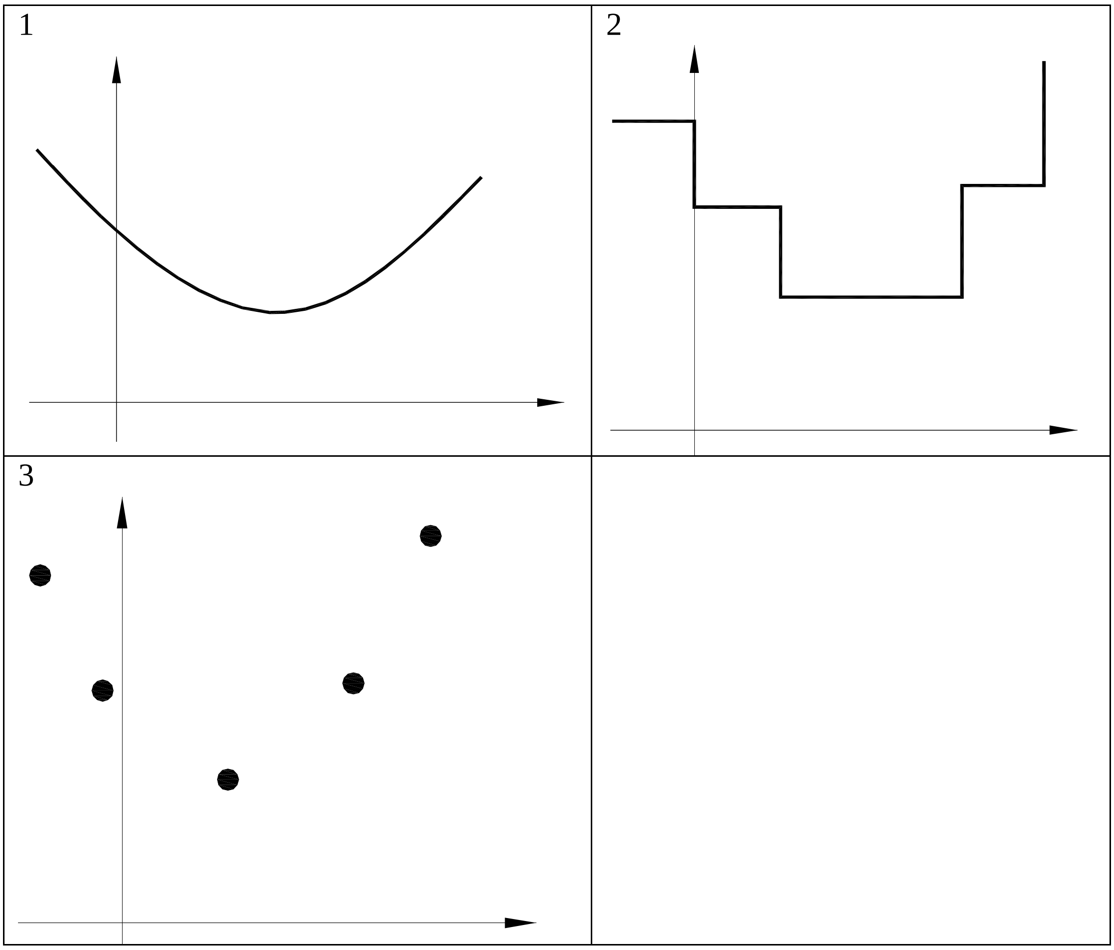
140. Сходимость и эффективность метода зависят от свойств исследуемой функции, если функция удовлетворяет установленным для метода Ньютона–Рафсона требованиям?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях влияет

Ответ: 3.

141. Для каких исследуемых функций пригоден метод Ньютона–Рафсона? Указать тип и свойство функции.

Тип функции:



Свойство функции:

А. Унимодальной	Б. Одноэкстремальной	В. Многоэкстремальной

Ответ: 1, Б.

Комментарий: влияет, например, когда есть точка перегиба.

142. Сколько точек используется в методе Ньютона–Рафсона одновременно при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 1.

143. Сколько точек рассчитывается в методе Ньютона–Рафсона при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 1.

144. Условие отыскания оптимального решения в методе Ньютона–Рафсона:

1. Относительная разность значений аргумента функции в точках расчета на $i+1$ и i-й итерациях меньше заданной погрешности
2. Величина отрезка $[a_i, b_i]$ не больше заданной погрешности по оси x
3. Разность значений функции в точках расчета на $i+1$ и i-й итерациях меньше заданной погрешности
4. Модуль значения первой производной функции в точке минимума на $i+1$ итерации меньше заданной погрешности
5. Относительная разность значений аргумента функции в точках расчета на $i+1$ и i-й итерациях меньше заданной погрешности и относительная разность значений функции в точках расчета на $i+1$ и i-й итерациях меньше заданной погрешности

Ответ: 4.

145. Влияет ли вид исследуемой функции на процесс нахождения решения, если функция удовлетворяет требованиям, предъявляемым к ней в методе Ньютона–Рафсона?

1. Да	2. Нет	3. В ряде случаев

Ответ: 3.

146. Всегда ли метод гарантированно дает решение, если функция удовлетворяет предъявляемым к ней требованиям метода Ньютона–Рафсона?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 3.
Комментарий: зависит от выбранной точки и вида функции.

147. Производные какого порядка используются для реализации метода Ньютона-Рафсона?

1. Первого	2. Второго	3. Третьего	4. Не используются

Ответ: 1, 2.

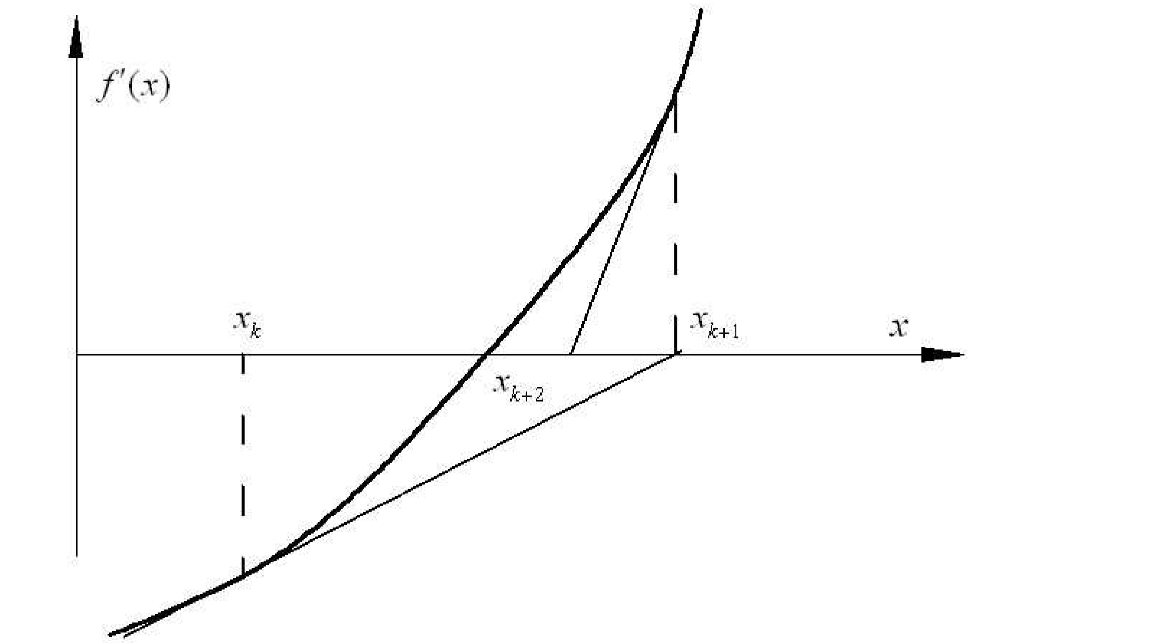
148. К какому классу оптимизационных задач относится метод Ньютона–Рафсона?

1. Нулевого порядка
2. Первого порядка
3. Второго порядка
4. Такой классификации нет

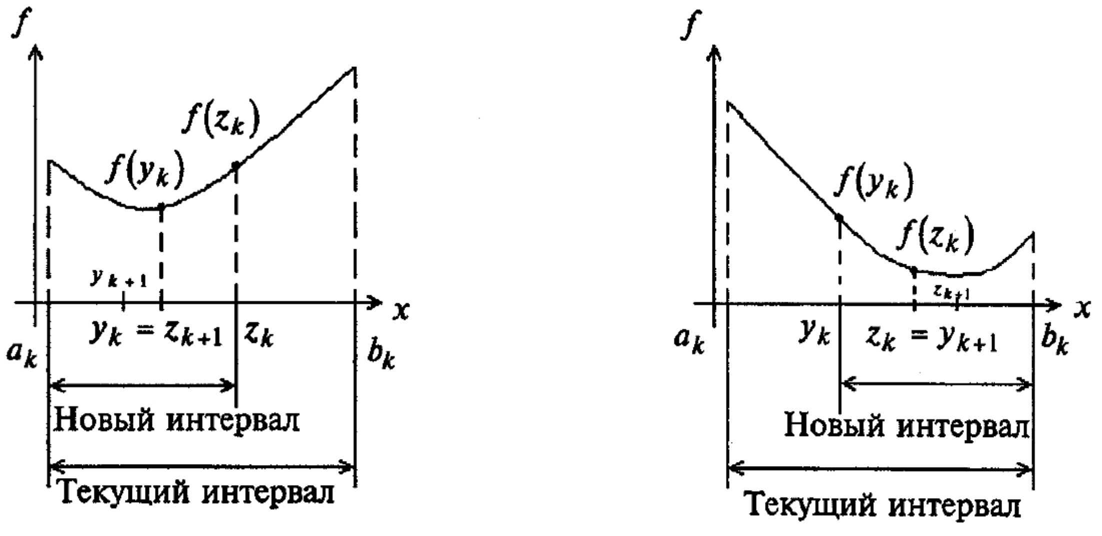
Ответ: 3.

149. Какой рисунок иллюстрирует работу метода Ньютона–Рафсона?

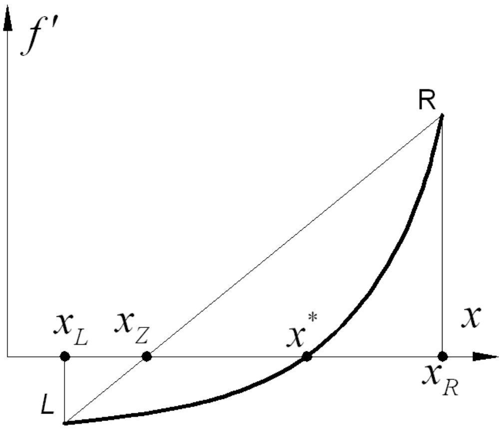
1



2

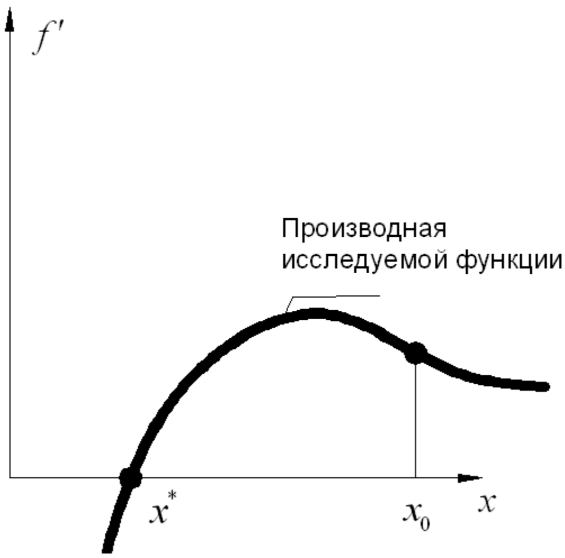


3



Ответ: 1.

150. Если начальная точка x_0 расположена, как показано на рисунке, будет ли найдена точка минимума x^* методом Ньютона–Рафсона?



1. Да	2. Нет	3. Не всегда	4. Случайно

Ответ: 2.

151. Рассчитать значение координаты точки при первой итерации поиска оптимума методом Ньютона–Рафсона, если исследуемая функция $f(x) = x^2 + 8/x$, значение координаты начальной точки $x_0 = 1$.

Ответ: 1,33(3).

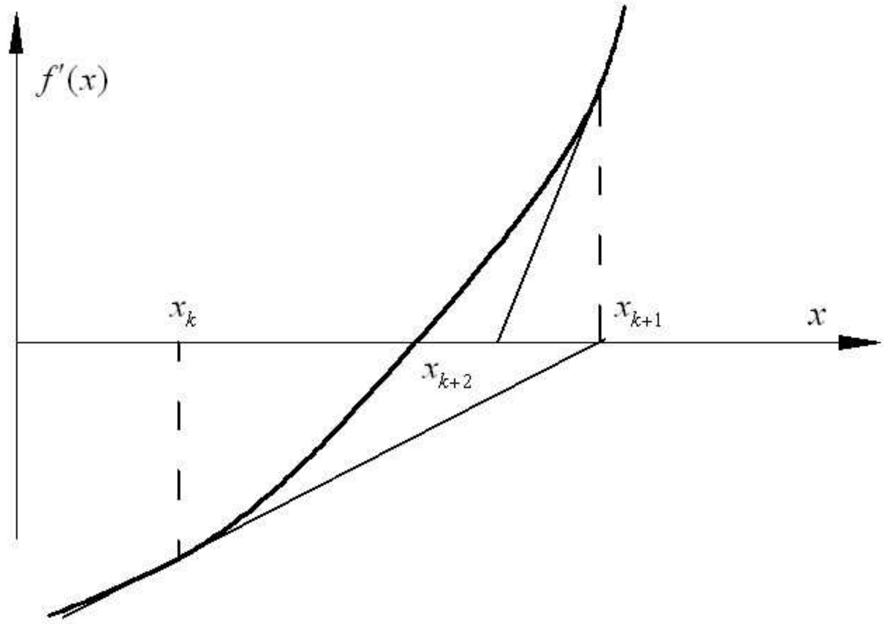
Комментарий: $\boldsymbol{x_1 = x_0 - \dfrac{\left.\dfrac{d}{dx} f(x)\right|_{x=x_0}}{\left.\dfrac{d^2}{dx^2} f(x)\right|_{x=x_0}};\ \ x_1 = 1{,}33(3)}$.

152. Рассчитать значение первой производной оптимизируемой функции $f(x) = x^2 + 8/x$ в точке $x_0 = 1$.

Ответ: – 6.

Комментарий: $\boldsymbol{\frac{d}{dx} f(x) \to 2x - \frac{8}{x^2}\Big|_{x=x_0} = -6}$.

153. Иллюстрация какого метода оптимизации дана на рисунке?



1. Золотого сечения
2. Метода средней точки
3. Равномерного поиска
4. Квадратичной аппроксимации
5. Деления отрезка пополам
6. Метода Ньютона–Рафсона

Ответ: 6.

154. Рассчитать значение координаты точки при второй итерации поиска оптимума методом Ньютона–Рафсона, если исследуемая функция $f(x) = x^2 + 8/x$, значение координаты точки после первой итерации $x_1 = 1{,}33(3)$.

Ответ: 1,543.

Комментарий: $$\boldsymbol{x_2 = x_1 - \frac{\frac{d}{dx} f(x)\Big|_{x=x_1}}{\frac{d^2}{dx^2} f(x)\Big|_{x=x_1}}; \quad x_2 = 1{,}543}.$$

155. Первая производная функции $f(x) = x^2 + 8/x$ равна:

1. $\frac{8}{x^3} - 2$	2. $\frac{16}{x^3} + 2$	3. $\frac{8}{x^2} + 2$	4. $-\frac{8}{x^2} + 2x$

Ответ: 4.

156. Рассчитать значение второй производной оптимизируемой функции $f(x) = x^2 + 8/x$ в точке $x_0 = 1$.

Ответ: 18.

Комментарий: $\boldsymbol{\frac{d^2}{dx^2} f(x) \to \frac{16}{x^3} + 2\Big|_{x=x_0} = 18.}$

157. Вторая производная функции $f(x) = x^2 + 8/x$ равна:

1. $\frac{8}{x^3} + 2$	2. $\frac{16}{x^3} + 2$	3. $\frac{8}{x^2} + 2$	4. $\frac{16}{x^2} + 2$

Ответ: 2.

158. Какие методы оптимизации относятся к методам второго порядка?

1. Золотого сечения
2. Метод средней точки
3. Равномерного поиска
4. Квадратичной аппроксимации
5. Деления отрезка пополам
6. Метод Ньютона–Рафсона

Ответ: 6.

159. Какая формула используется для расчета промежуточной точки при каждой итерации в методе Ньютона–Рафсона?

1. $\begin{cases} x_2, \ \mu < 0 \\ x_2 - \mu(x_2 - x_1)^3, \ 0 \le \mu \le 1 \end{cases}$
2. $x_k - \frac{f'(x_k)}{f''(x_k)}$
3. $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$
4. Такой формулы нет

Ответ: 2.

Метод средней точки

160. Значения каких функций используются в методе средней точки?

1. $f(x)$	2. $\frac{d}{dx}(f(x))$	3. $\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$	4. $\frac{d^3}{dx^3}(f(x))$

Ответ: 2.

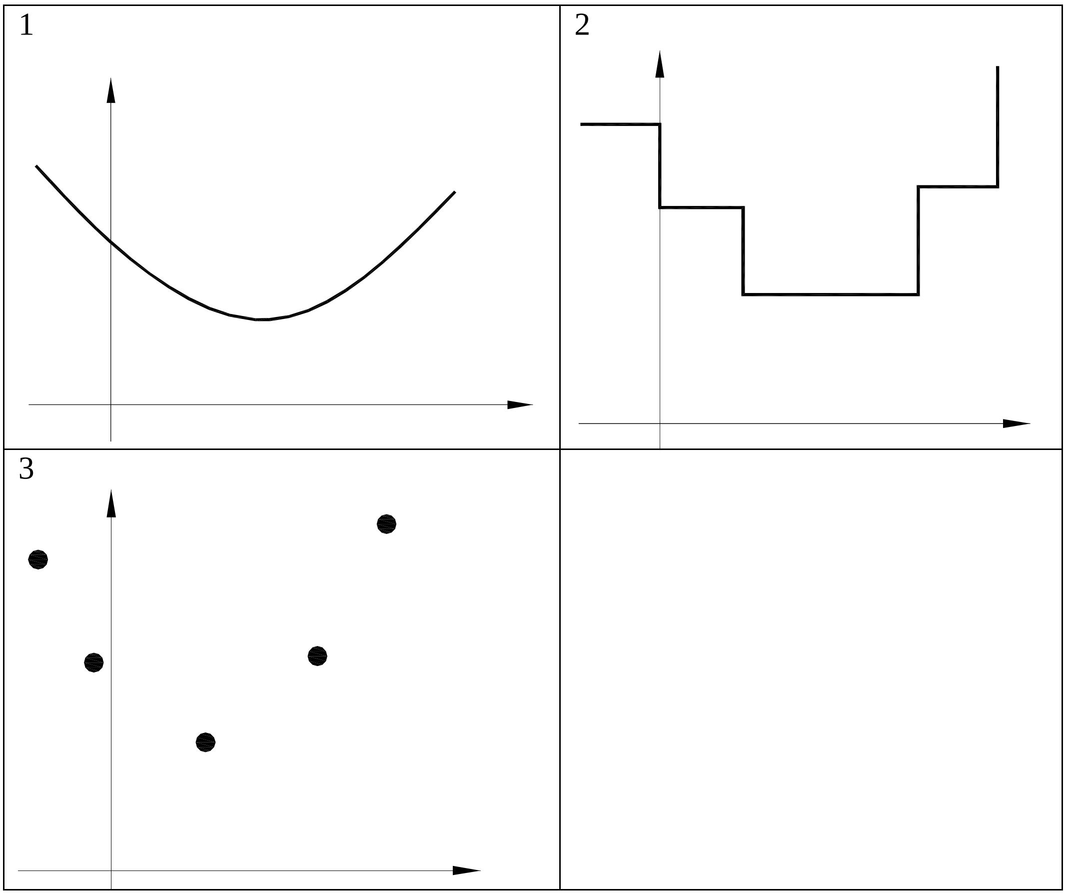
161. Какой вид экстремума функции можно найти методом средней точки?

1. Глобальный	2. Локальный	3. Глобальный и локальный

Ответ: 2.

162. Для каких исследуемых функций пригоден метод средней точки?

Тип функции:



Свойство функции:

А. Унимодальной	Б. Одноэкстремальной	В. Многоэкстремальной

Ответ: 1, Б.

163. Сходимость и эффективность метода зависят от свойств исследуемой функции, если функция удовлетворяет установленным для метода средней точки требованиям?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях влияет

Ответ: 3.

Комментарий: влияет, например, когда есть точка перегиба.

164. Сколько точек используется в методе средней точки одновременно при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 3.

165. Сколько точек рассчитывается в методе средней точки при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 1.

166. Каким образом повысить точность нахождения решения в методе средней точки?

1. Увеличивая количество точек расчета
2. Уменьшая погрешность вычислений
3. Нельзя увеличить точность расчета
4. Вопрос поставлен некорректно

Ответ: 2.

167. Условие отыскания оптимального решения в методе средней точки:

1. Относительная разность значений аргумента функции в точках расчета на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности
2. Величина отрезка $\left[a_i, b_i\right]$ не больше заданной погрешности по оси x
3. Разность значений функции в точках расчета на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности
4. Модуль значения первой производной функции в точке минимума на i + 1 итерации меньше заданной погрешности
5. Относительная разность значений аргумента функции в точках расчета на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности и относительная разность значений функции в точках расчета на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности

Ответ: 4.

168. Влияет ли вид исследуемой функции на процесс нахождения решения, если функция удовлетворяет требованиям, предъявляемым к ней в методе средней точки?

1. Да	2. Нет	3. В ряде случаев

Ответ: 3.

169. Всегда ли метод средней точки дает решение, если функция удовлетворяет предъявляемым к ней требованиям метода средней точки?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

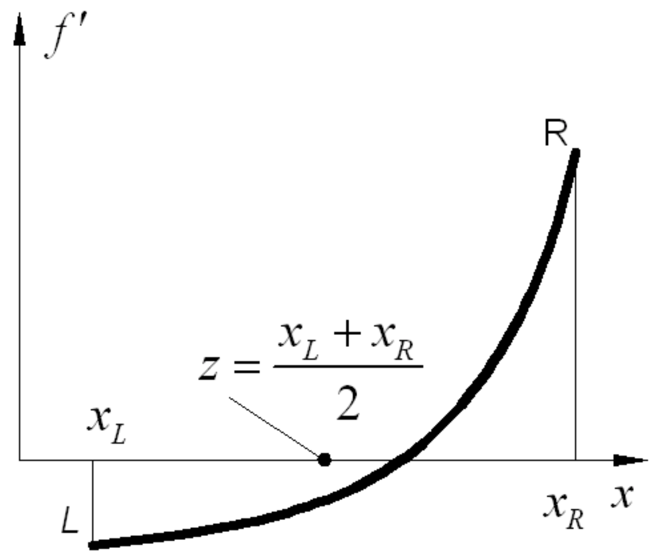
Ответ: 3.

170. Производные какого порядка используются для реализации метода средней точки?

1. Первого	2. Второго	3. Третьего	4. Не используются

Ответ: 1.

171. Иллюстрация какого метода оптимизации дана на рисунке?

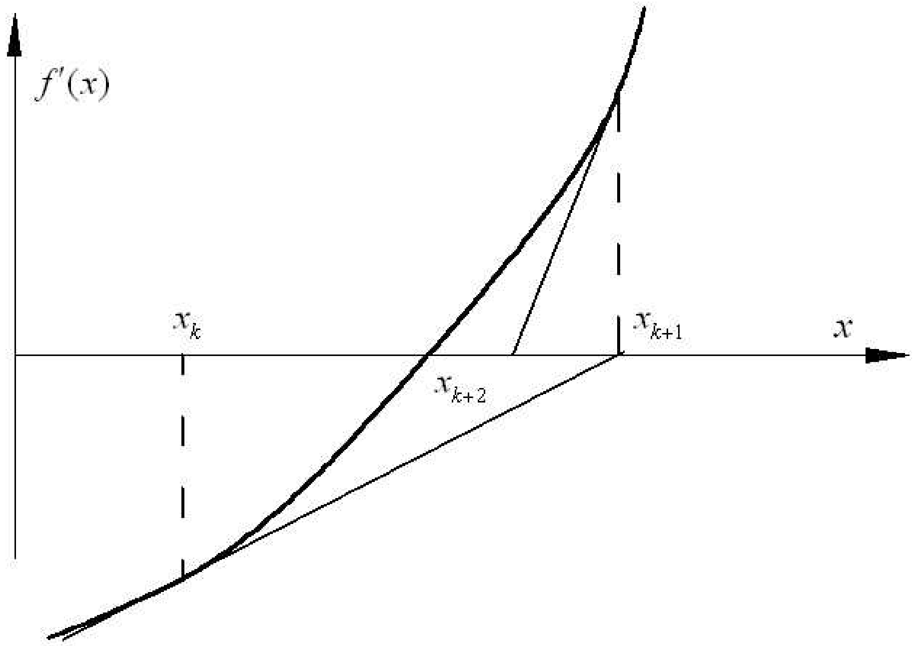


1. Золотого сечения
2. Метода средней точки
3. Равномерного поиска
4. Квадратичной аппроксимации
5. Деления отрезка пополам
6. Метода Ньютона–Рафсона

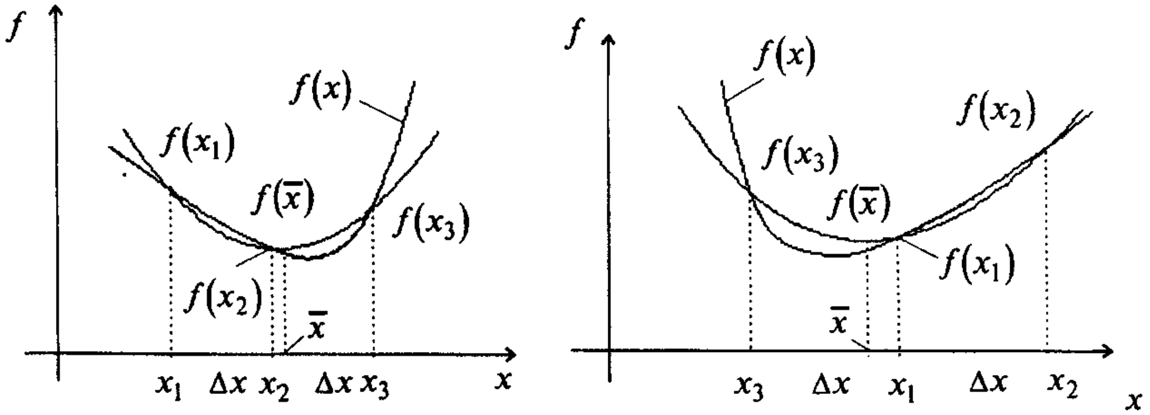
Ответ: 2.

172. Какой рисунок иллюстрирует работу метода средней точки?

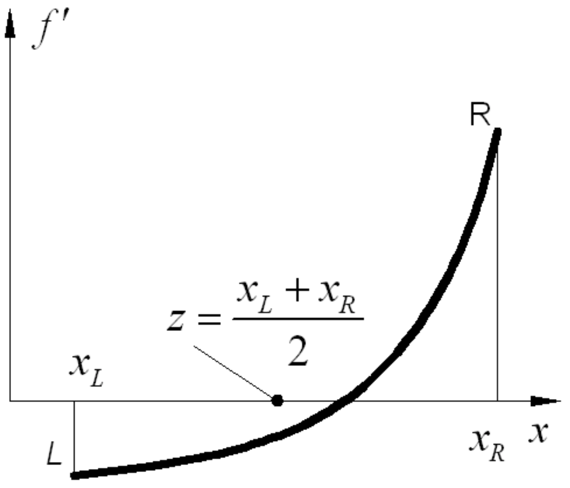
1



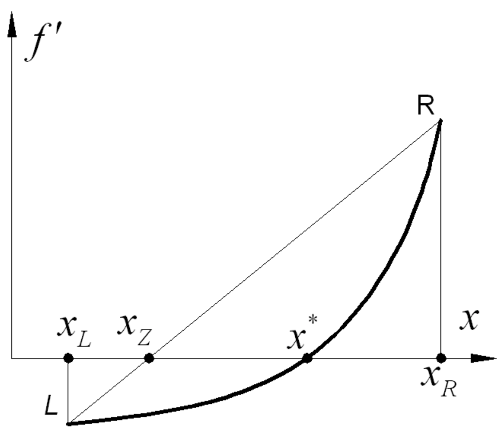
2



3



4



Ответ: 3.

173. Какая характеристика производной используется в методе средней точки?

1. Знак первой производной
2. Модуль первой производной
3. Знак и модуль первой производной
4. Не используются

Ответ: 1.

174. К какому классу оптимизационных задач относится метод средней точки?

1. Нулевого порядка
2. Первого порядка
3. Второго порядка
4. Такой классификации нет

Ответ: 2.

175. Рассчитать координаты нового интервала, если исследуется функция $f(x) = x^2 + 8/x$, значения координат исходного интервала [a; b] = [1; 2,5] при использовании метода средней точки.

Ответ: [1; 1,75].

Комментарий: $\boldsymbol{z_j = \frac{R_j + L_j}{2}}$, $\boldsymbol{z_j = 1{,}75}$; $\boldsymbol{f'(z_j) = 0{,}888}$, $\boldsymbol{f'(z_j) > 0}$; $\boldsymbol{a = 1,\ b = 1{,}75}$.

176. Рассчитать значения первых производных оптимизируемой функции $f(x) = 3x^2 + 8/x$ на краях интервала [a; b] = [1; 2,5].

Ответ: [–2; 13,72].

Комментарий: $\boldsymbol{\frac{d}{dx} f(x) \to 6x - \frac{8}{x^2}}$.

177. Рассчитать значение координаты новой точки при значении исходного интервала $[a; b]$=[1; 2,5] для функции $f(x) = x^2 + 8/x$ при использовании метода средней точки.

Ответ: 1,75.

Комментарий: $\boldsymbol{z = \frac{a+b}{2}}$.

178. Какая формула используется для расчета промежуточной точки при i-й итерации в методе средней точки?

1. $\frac{a_i + b_i}{2}$
2. $x_k - \frac{f'(x_k)}{f''(x_k)}$
3. $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$
4. Такой формулы нет

Ответ: 1.

Метод секущей

179. Какой вид экстремума функции можно найти методом секущей?

1. Глобальный	2. Локальный	3. Глобальный и локальный

Ответ: 2.

180. Значения каких функций используются в методе секущей?

1. $f(x)$	2. $\frac{d}{dx}(f(x))$	3. $\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$	4. $\frac{d^3}{dx^3}(f(x))$

Ответ: 2.

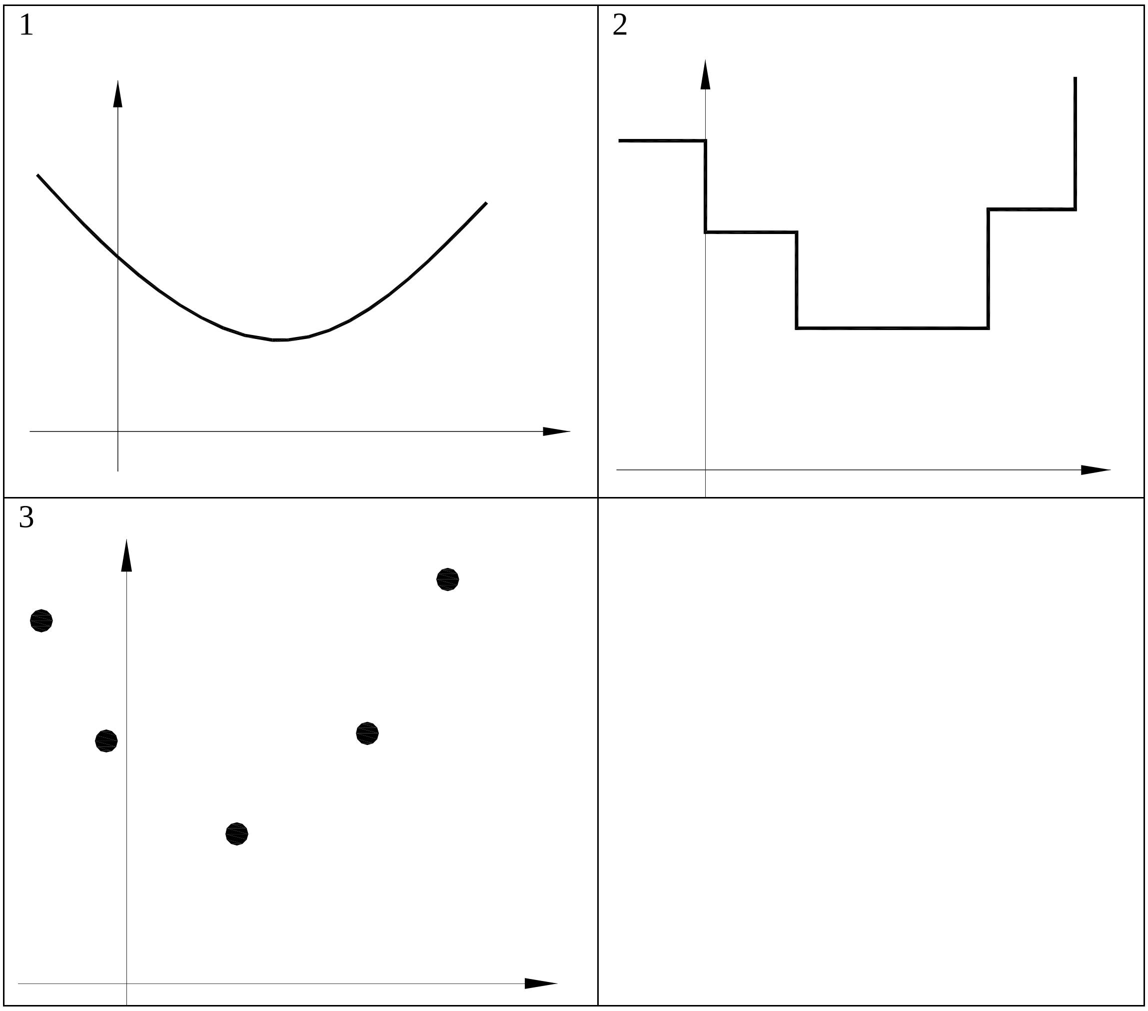
181. Сходимость и эффективность метода зависят от свойств исследуемой функции, если функция удовлетворяет установленным для метода секущей требованиям?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях влияет

Ответ: 3.

Комментарий: влияет, например, когда есть точка перегиба.

182. Для каких исследуемых функций пригоден метод секущей?
Тип функции:



Свойство функции:

А. Унимодальной	Б. Одноэкстремальной	В. Многоэкстремальной

Ответ: 1, Б.

183. Сколько точек используется в методе секущей одновременно при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 3.

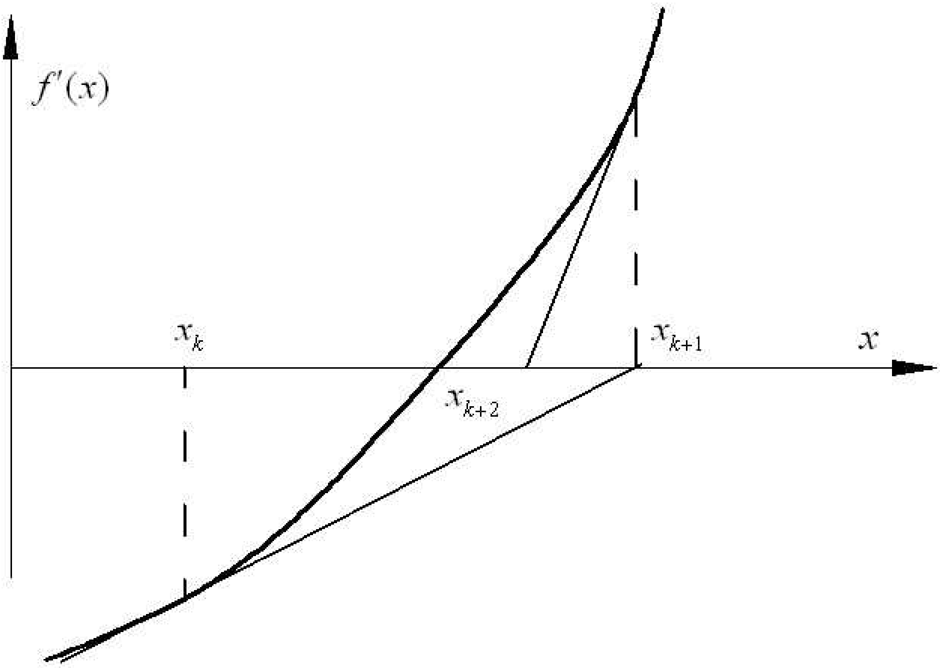
184. Сколько точек рассчитывается в методе секущей при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

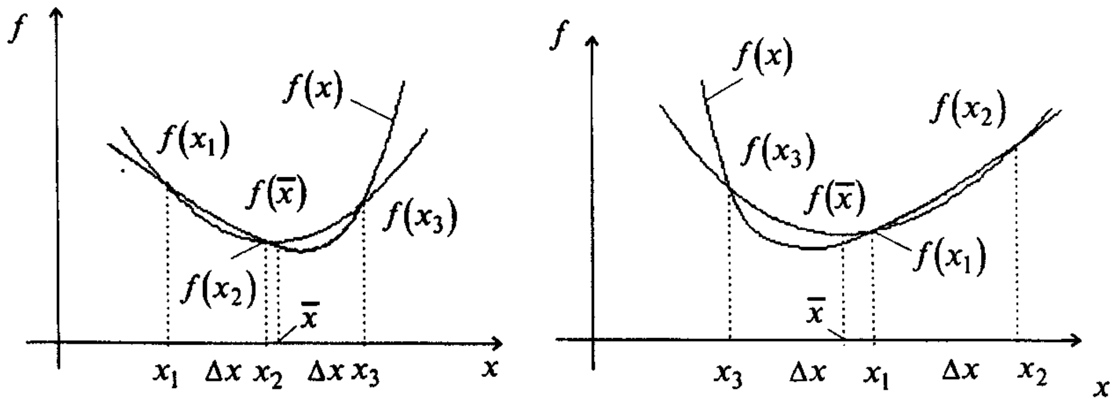
Ответ: 1.

185. Какой рисунок иллюстрирует работу метода секущей?

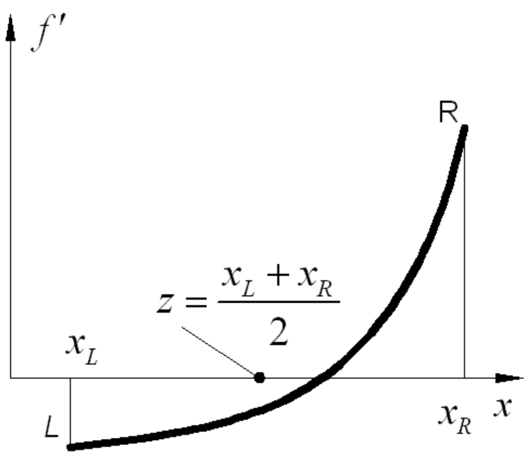
1



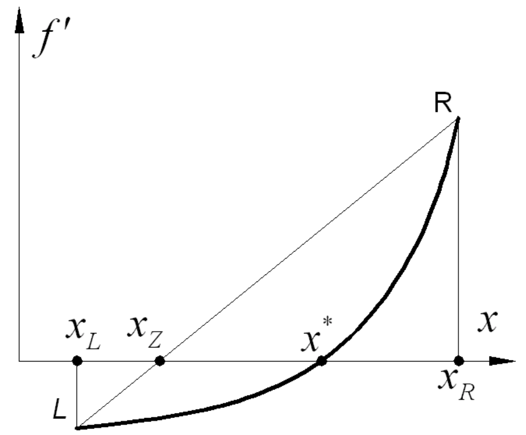
2



3

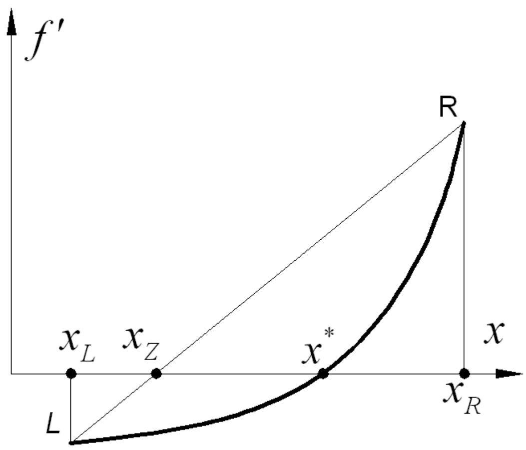


4



Ответ: 4.

186. Иллюстрация какого метода оптимизации дана на рисунке?



1. Золотого сечения
2. Метода средней точки
3. Метода секущей
4. Квадратичной аппроксимации
5. Деления отрезка пополам
6. Метода Ньютона–Рафсона

Ответ: 3.

187. Каким образом повысить точность нахождения решения в методе секущей?

1. Увеличивая количество точек расчета
2. Уменьшая погрешность вычислений
3. Нельзя увеличить точность расчета
4. Вопрос поставлен некорректно

Ответ: 2.

188. Условие отыскания оптимального решения в методе средней точки:

1. Относительная разность значений аргумента функции в точках расчета на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности
2. Величина отрезка [a_i, b_i] не больше заданной погрешности по оси x
3. Разность значений функции в точках расчета на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности
4. Модуль значения первой производной функции в точке минимума на i + 1 итерации меньше заданной погрешности
5. Относительная разность значений аргумента функции в точках расчета на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности и относительная разность значений функции в точках расчета на i + 1 и i-й итерациях меньше заданной погрешности

Ответ: 4.

189. Влияет ли вид исследуемой функции на процесс нахождения решения, если функция удовлетворяет требованиям, предъявляемым к ней в методе секущей?

1. Да	2. Нет	3. В ряде случаев

Ответ: 3.

190. Всегда ли метод гарантированно дает решение, если функция удовлетворяет предъявляемым к ней требованиям метода секущей?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 3.

191. Какая характеристика производной используется в методе секущей при выборе нового интервала?

1. Знак первой производной
2. Модуль первой производной
3. Знак и модуль первой производной
4. Не используются

Ответ: 1.

192. Какая характеристика производной используется в методе секущей при расчете новой точки?

1. Знак первой производной
2. Модуль первой производной
3. Знак и модуль первой производной
4. Не используются

Ответ: 3.

193. Производные какого порядка используются для реализации метода секущей?

1. Первого	2. Второго	3. Третьего	4. Не используются

Ответ: 1.

194. К какому классу оптимизационных задач относится метод секущей?

1. Нулевого порядка
2. Первого порядка
3. Второго порядка
4. Такой классификации нет

Ответ: 2.

195. Какая формула используется для расчета новой точки при i-й итерации в методе секущей?

1. $\dfrac{a_i + b_i}{2}$
2. $x_k - \dfrac{f'(x_k)}{f''(x_k)}$
3. $R - \dfrac{f'(R)(R-L)}{f'(R) - f'(L)}$
4. Такой формулы нет

Ответ: 3.

196. Рассчитать координаты нового интервала, если исследуется функция $f(x) = x^2 + 8/x$; значения координат исходного интервала $[L; R]$ = [1; 5] при использовании метода секущей.

Ответ: [1; 2,53].

Комментарий: $\boldsymbol{z = R - \left(f'(R)(R-L)\right) \big/ \left(f'(R) - f'(L)\right),\ z = 2{,}53;}$

$$\boldsymbol{f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = 2x - \frac{8}{x^2};\ f'(z) = 3{,}812;\ f'(z) > 0;\ [1;\, 2{,}53].}$$

197. Рассчитать значение координаты новой точки при значении исходного интервала $[L; R]$ = [1; 2,53] для функции $f(x) = x^2 + 8/x$ при использовании метода секущей.

Ответ: 1,936.

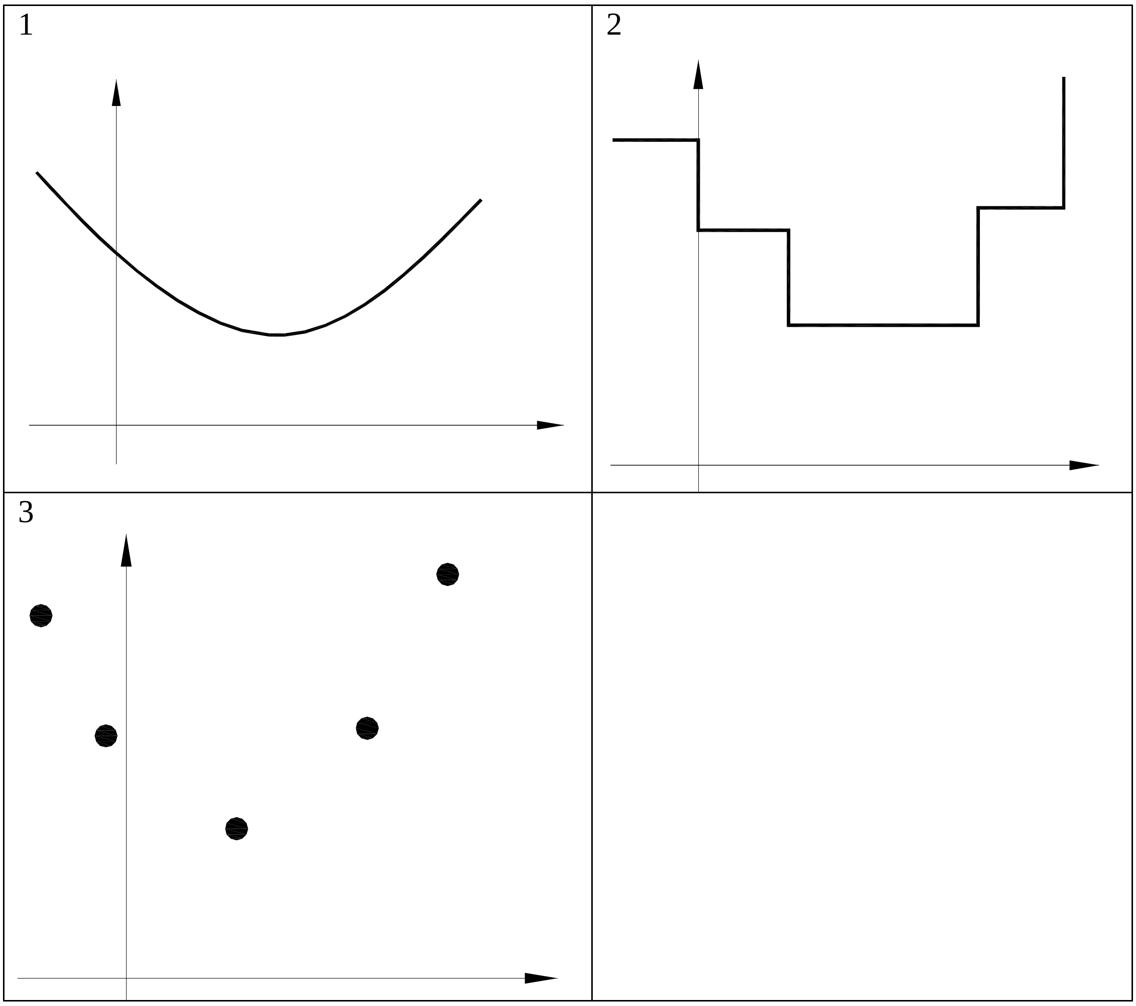
Комментарий: $\boldsymbol{z = R - \left(f'(R)(R-L)\right) \big/ \left(f'(R) - f'(L)\right),\ z = 1{,}936;}$

$$\boldsymbol{f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = 2x - \frac{8}{x^2};\ f'(z) = 1{,}737;\ f'(z) > 0;\ [1;\, 1{,}936].}$$

Метод кубической аппроксимации

198. Для каких исследуемых функций пригоден метод кубической аппроксимации?

Тип функции:



Свойство функции:

А. Унимодальной	Б. Одноэкстремальной	В. Многоэкстремальной

Ответ: 1, Б.

199. Каким образом повысить точность нахождения решения в методе кубической аппроксимации?

1. Увеличивая количество точек расчета
2. Уменьшая погрешность вычислений
3. Нельзя увеличить точность расчета
4. Вопрос поставлен некорректно

Ответ: 2.

200. Сколько точек используется в методе кубической аппроксимации одновременно при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 2.

201. Какой вид экстремума функции можно найти методом кубической аппроксимации?

1. Глобальный	2. Локальный	3. Глобальный и локальный

Ответ: 2.

202. Значения каких функций используются в методе кубической аппроксимации?

1. $f(x)$	2. $\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)$	3. $\frac{d^2}{dx^2}\left(f(x)\right)$	4. $\frac{d^3}{dx^3}\left(f(x)\right)$

Ответ: 1, 2.

203. Сходимость и эффективность метода зависят от свойств исследуемой функции, если функция удовлетворяет установленным для метода кубической аппроксимации требованиям?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях влияет

Ответ: 3.
Комментарий: влияет, например, когда есть точка перегиба.

204. Сколько точек рассчитывается в методе кубической аппроксимации при каждой итерации?

1. Одна	2. Две	3. Три	4. Четыре	5. Пять	6. Шесть

Ответ: 1.

205. Влияет ли вид исследуемой функции на процесс нахождения решения, если функция удовлетворяет требованиям, предъявляемым к ней в методе кубической аппроксимации?

1. Да	2. Нет	3. В ряде случаев

Ответ: 3.

206. Всегда ли метод гарантированно дает решение, если функция удовлетворяет предъявляемым к ней требованиям метода кубической аппроксимации?

1. Да	2. Нет	3. Не всегда

Ответ: 1.

207. Сколько точек необходимо определить для нахождения минимума аппроксимирующей кубического полинома в методе кубической аппроксимации?

1. Одну	2. Две	3. Три	4. Четыре

Ответ: 2.

208. Сколько шагов минимально необходимо для решения оптимальной задачи методом кубической аппроксимации?

1. Один	2. Два	3. Три	4. Четыре

Ответ: 1.

Комментарий: если исследуется функция кубического полинома.

209. Производные какого порядка используются для реализации метода кубической аппроксимации?

1. Первого	2. Второго	3. Третьего	4. Не используются

Ответ: 1.

210. К какому классу оптимизационных задач относится метод кубической аппроксимации?

1. Нулевого порядка
2. Первого порядка
3. Второго порядка
4. Такой классификации нет

Ответ: 2.

211. Условие отыскания оптимального решения в методе кубической аппроксимации:

1. Относительная разность значений аргумента функции в точке минимума на $i + 1$ и i-й итерациях меньше заданной погрешности
2. Величина отрезка $\left[a_i, b_i\right]$ не больше заданной погрешности по оси x
3. Разность значений функции в точке минимума на $i + 1$ и i-й итерациях меньше заданной погрешности
4. Относительная разность значений аргумента функции в точке минимума на $i + 1$ и i-й итерациях меньше заданной погрешности и модуль значения первой производной функции в точке минимума на $i + 1$ итерации меньше заданной погрешности

Ответ: 4.

212. Какая формула используется для расчета точки минимума аппроксимирующего кубического полинома в методе кубической аппроксимации?

1. $\begin{cases} x_2, \ \mu < 0 \\ x_2 - \mu(x_2 - x_1)^3, \ 0 \le \mu \le 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x_2, \ \mu < 0 \\ x_2 - \mu(x_2 - x_1), \ 0 \le \mu \le 1 \\ x_1, \ \mu > 0 \end{cases}$
3. $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$
4. Такой формулы нет

Ответ: 2.

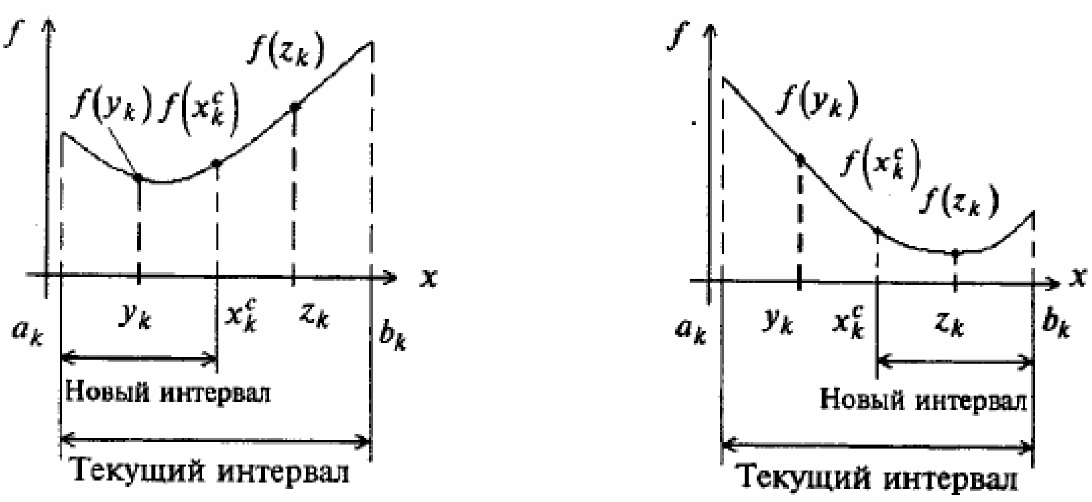
213. Какие методы оптимизации относятся к методам первого порядка?

1. Золотого сечения
2. Метод средней точки
3. Равномерного поиска
4. Кубической аппроксимации
5. Деления отрезка пополам
6. Метод Ньютона–Рафсона

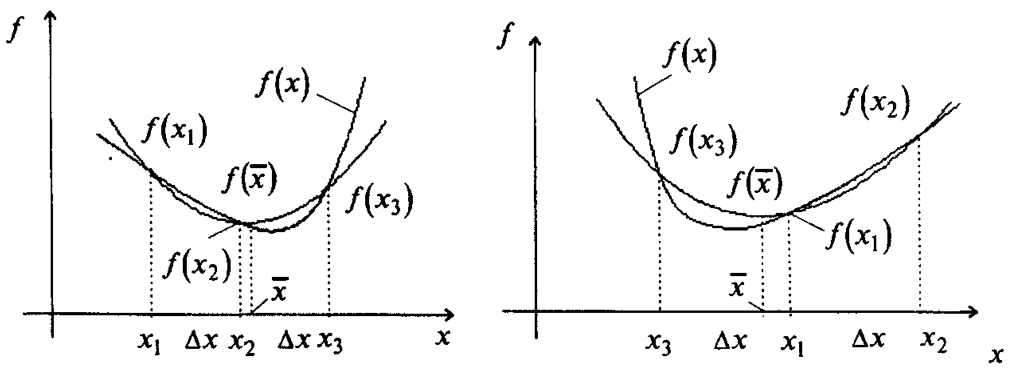
Ответ: 2, 4.

214. Какой рисунок иллюстрирует работу метода кубической аппроксимации?

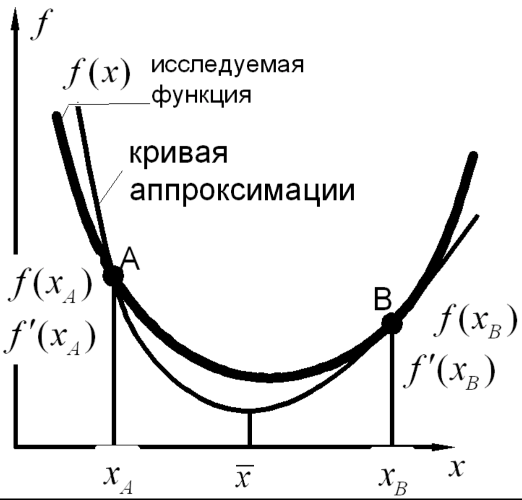
1



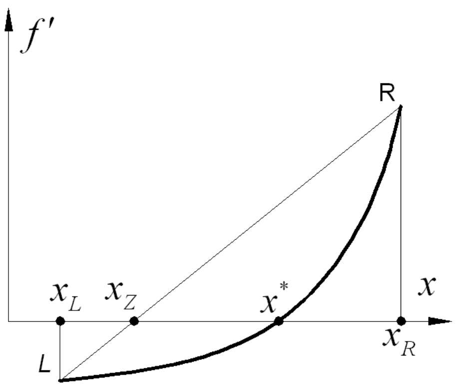
2



3



4



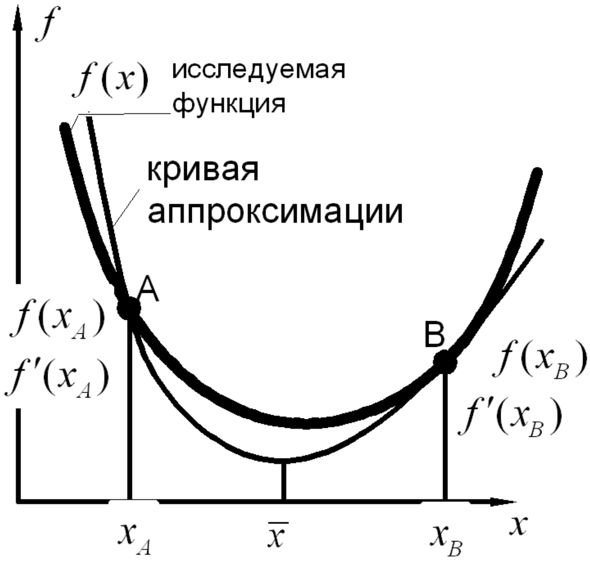
Ответ: 3.

215. Какая характеристика производной используется в методе кубической аппроксимации?

1. Знак первой производной
2. Модуль первой производной
3. Знак и модуль первой производной
4. Не используются

Ответ: 3.

216. Иллюстрация какого метода оптимизации дана на рисунке?



1. Кубической аппроксимации
2. Метод средней точки
3. Равномерного поиска
4. Квадратичной аппроксимации
5. Деления отрезка пополам
6. Метод Ньютона–Рафсона

Ответ: 1.

АППРОКСИМАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Представление экспериментальной информации в аналитическом виде имеет важное практическое значение. В качестве примера рассмотрим процедуру описания линии упругости чистых веществ.

Линия упругости

При выборе формы уравнения линии упругости $p_s(T)$ необходимо, чтобы выполнялись следующие условия:

– в окрестности критической точки

$$p_s(T) = p_c\left(1 + a_1\tau + a_2|\tau|^{2-\alpha} + a_3|\tau|^{2-\alpha+\Delta} + \ldots\right);$$

– в окрестности тройной точки

$$\ln p_s(T) \sim -\frac{a_0}{t},$$

где p_c – критическое давление; $\tau = T/T_c - 1$, здесь T_c – критическая температура; α – критический индекс изохорной теплоемкости; Δ – неасимптотический критический индекс; a_i (где $i = 0, 1, 2, \ldots$) – постоянные коэффициенты; $t = T/T_c$ – приведенная температура.

Согласно приведенным соотношениям, придем к следующей форме линии упругости:

$$p_s(T) = p_c\,\mathrm{e}^{-\frac{a_0}{t}\tau^m}\left(1 + a_1\tau + a_2|\tau|^{2-\alpha} + a_3|\tau|^{2-\alpha+\Delta} + \sum_{i=4}^{n} a_i\tau^{s_i}\right),$$

где $m \geq 1$ ($m \in N$); n, $s_i \in N$, здесь N – множество натуральных чисел.

Расчет коэффициентов линии упругости проводится в пакете MathCAD 15. Использование данного пакета позволяет существенно сократить время на ввод кода программы, расчет таблиц зависимости давления от температуры на линии фазового равновесия, анализ точности описания экспериментальных и табличных данных с помощью полученного уравнения по сравнению со случаем программирования этой же задачи, к примеру, на алгоритмическом языке Fortran. Это достигается за счет простоты и наглядности структуры программы (прил. А), большого количества встроенных функций, мощного инструментария для работы с графической информацией. Пакет MathCAD также отличает простота переноса полученных результатов в специализированные программы, такие как MS Word и MS Excel, предназначенные для окончательной подготовки статьи в научный журнал.

В качестве исследуемого вещества выбран HFO-1234yf (2,3,3,3-Tetrafluoroprpropene) – хладагент, который нашел применение при производстве кондиционеров вместо хладона R134a. Это связано с высоким потенциалом глобального потепления (ПГП) R134a: за период 100 лет – 1430, у R1234yf этот параметр меньше 150.

Задачи для самостоятельного решения

Форма представления линии упругости, приведенная в предыдущем разделе, не является единственной. В качестве самостоятельной работы предлагается, используя листинг программы, представленной в прил. А, аппроксимировать данные о давлении HFO-1234yf на линии упругости (прил. Б) с помощью функций линии упругости, предлагаемых разными авторами.

Вариант 1. Уравнение, предложенное Park K. K.:

$$\ln\left(\frac{p_s}{p_c}\right) = a\frac{\tau}{T_r} + \left(\frac{\tau^2}{T_r}\right)\left(c - b\ln\left(\frac{\tau}{T_r}\right)\right),$$

где p_s – давление на линии упругости; $T_r = T/T_c$, здесь T – температура на линии упругости; T_c – критическая температура; $\tau = T/T_c - 1$; p_c – критическое давление; a, b, c – постоянные коэффициенты.

Задание: вычислить методом наименьших квадратов коэффициенты a, b, c.

Вариант 2. Уравнение, предложенное Wagner W.:

$$\ln\left(\frac{p_s}{p_c}\right) = \frac{T_c}{T}\left(a_1\tau + a_2\tau^{2-\alpha} + a_3\tau^3 + a_4\tau^5\right),$$

где p_s – давление на линии упругости; T – температура на линии упругости; $\tau = T/T_c - 1$; T_c – критическая температура; p_c – критическое давление; α – критический индекс $(0 < \alpha < 0{,}2)$; a_1, a_2, a_3, a_4 – постоянные коэффициенты.

Задание: вычислить методом наименьших квадратов коэффициенты a_1, a_2, a_3, a_4.

Вариант 3. Уравнение, предложенное Рабиновичем В.А., Шелудяком Ю.Е.:

$$\frac{p_s}{p_c} = 1 - m\left|\tau_2\left(1 + B_1\left|\tau_2\right|\right)\right| + B_2\left|\tau_2\left(1 + B_3\left|\tau_2\right|\right)\right|^{2-\alpha},$$

где p_s – давление на линии упругости; $\tau_2 = T/T_c - 1$, здесь T – температура на линии упругости; T_c – критическая температура; p_c – критическое давление; α – критический индекс ($0 < \alpha < 0,2$); $m = 7,831145$; B_1, B_2, B_3 – постоянные коэффициенты.

Задание: вычислить методом наименьших квадратов коэффициенты B_1, B_2, B_3.

Вариант 4. Уравнение, предложенное Устюжаниным Е.Е., Реутовым Б.Ф., Утенковым В.Ф.:

$$\ln\left(\frac{p_s}{p_c}\right) = B_{p0}\tau^{2-\alpha} + B_{p1}\tau^{2-\alpha+\Delta} + B_{p2}\tau^{2-\alpha+2\Delta} + B_{p3}\tau + B_{p4}\tau^5 + B_{p5}\tau^7 + B_{p6}\tau^9,$$

где p_s – давление на линии упругости; $\tau = T/T_c - 1$, здесь T – температура на линии упругости; T_c – критическая температура; p_c – критическое давление; α, Δ – критические индексы ($0 < \alpha < 0,2$; $\Delta = 0,5$); B_{p0}, B_{p1}, B_{p2}, B_{p3}, B_{p4}, B_{p5}, B_{p6} – постоянные коэффициенты.

Задание: вычислить методом наименьших квадратов коэффициенты B_{p0}, B_{p1}, B_{p2}, B_{p3}, B_{p4}, B_{p5}, B_{p6}.

Вариант 5. Уравнение, представляющее модифицированную модель Парка:

$$\ln\left(\frac{p_s}{p_c}\right) = a\frac{\tau}{T_r} - b\ln\left(\frac{\tau}{T_r}\right)\frac{\tau^2}{T_r} + c\frac{\tau^3}{T_r} + d\frac{\tau^4}{T_r},$$

где p_s – давление на линии упругости; $T_r = T/T_c$, здесь T – температура на линии упругости; T_c – критическая температура; $\tau = T/T_c - 1$; p_c – критическое давление; a, b, c, d – постоянные коэффициенты.

Задание: вычислить методом наименьших квадратов коэффициенты a, b, c, d.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Буткарев А.Г., Рыков В.А., Рыков С.А.** Эффективное использование редактора MS Word для оформления документов большого объема: Пособие для самостоятельной работы. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2007.

2. Использование MathCAD в теории матриц: Метод. указания / И.В. Кудрявцева, В.А. Рыков, С.А. Рыков, С.В. Рыков. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2011. – 50 с.

3. Использование пакета MathCad при подготовке студентов экологических и экономических направлений / С.В. Рыков, И.В. Кудрявцева, А.Н. Янорская, В.И. Камоцкий // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Экономика и экологический менеджмент. 2014. № 1. С. 69.

4. **Кудрявцева И.В., Рыков А.В., Рыков В.А.** Модифицированное уравнение линии насыщения, удовлетворяющее требованиям масштабной теории // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Холодильная техника и кондиционирование. 2013. № 2. С. 3.

5. **Кудрявцева И.В., Рыков А.В., Рыков В.А.** Новое уравнение для «кажущейся» теплоты парообразования // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2013. № 2. С. 30.

6. Математика. Теория и примеры в MathCAD: Учеб. пособие / И.В. Кудрявцева, В.А. Рыков, А.С. Старков, С.А. Рыков, С.В. Рыков. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2011. – 92 с.

7. Метод расчета плотности и теплоты парообразования двуокиси углерода / И.В. Кудрявцева, В.А. Рыков, С.В. Рыков, Е.Г. Селина, Л.В. Курова // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2013. № 1.

8. Методы оптимизации в примерах в пакете MathCAD 15. Ч. I: Учеб. пособие / И.В. Кудрявцева, С.А. Рыков, С.В. Рыков, Е.Д. Скобов. – СПб.: НИУ ИТМО, ИХиБТ, 2014. – 166 с.

9. Практические занятия в пакете MathCAD по исследованию систем линейных алгебраических уравнений: Учеб. пособие / В.А. Рыков, С.А. Рыков, И.В. Кудрявцева, С.В. Рыков. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2009. – 107 с.

10. **Рыков А.В., Кудрявцева И.В., Рыков С.В.** Уравнение линии насыщения, удовлетворяющее модифицированному правилу криволинейного диаметра // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Холодильная техника и кондиционирование. 2013. № 2. С. 9.

11. **Рыков А.В., Кудрявцева И.В., Рыков С.В.** Уравнения линии насыщения и упругости хладона R218 // Вестник Международной академии холода. 2013. № 4. С. 54–57.

12. **Рыков В.А.** Термодинамические свойства R23 на линии насыщения в диапазоне температур от 180 до 298 К // Вестник Международной академии холода. 2000. № 4.

13. **Рыков С.В., Рябова Т.В.** Расчет линии фазового равновесия аммиака в пакете MathCad // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Холодильная техника и кондиционирование. 2013. № 2. С. 8.

14. **Рыков С.В., Самолетов В.А., Рыков В.А.** Линия насыщения аммиака // Вестник Международной академии холода. 2008. № 4. С. 20–21.

15. Скейлинговые модели для описания термодинамических свойств вещества на линии насыщения: перспективы и ограничения / Е.Е. Устюжанин, В.В. Шишаков, П.В. Попов, В.А. Рыков, М.Л. Френкель // Вестник Московского энергетического института. 2011. № 6. С. 167–179.

16. Скейлинговые модели для описания термодинамических свойств на линии насыщения: характеристики и критерии / Е.Е. Устюжанин, И.М. Абдулагатов, П.В. Попов, В.В. Шишаков, В.А. Рыков // Ультразвук и термодинамические свойства вещества. 2009. № 36. С. 110–112.

17. Скейлинговые модели для описания термодинамических свойств на линии насыщения: проблемы и некоторые решения / Е.Е. Устюжанин, В.В. Шишаков, И.М. Абдулагатов, П.В. Попов, В.А. Рыков, М.Л. Френкель // Сверхкритические флюиды: Теория и практика. 2012. Т. 7. № 3. С. 30–55.

18. Description of HFO-1234yf with BACONE equation of state / N.A. Lai, J. Vrabec, G. Raabe, J. Fisher, M. Wendland // Fluid Phase Equilibria. 305 (2011). 204–211.

19. **Di Nicola G., Polonara F., Santori G.** Saturated Pressure Measurements of 2,3,3,3-Tetrafluoroprop-1-ene (HFO-1234yf) // J. Chem. Eng. Data. 2010. 55. 201–204.

20. **Hulse R., Pham R.** Proc. of 3rd IIR Conference on Thermophysical Properties and Transfer Processes of Refrigerants, Boulder, CO, USA, 2009.

21. **Kamiaka T., Dang C., Hihara E.** Vapor-liquid equilibrium measure-ments for binary mixtures of R1234yf with R32, R125, and R134a // International Journal of Refrigeration (2012), doi: 10.1016/j.ijrefrig.2012.08.016.

22. Saturated Pressure Measurements of 2,3,3,3-Tetrafluoroprop-1-ene (R1234yf) for Reduced Temperatures Ranging from 0.67 to 0.93 / L. Fedele, S. Bobbo, F. Groppo, S.J. Brown, C. Zilio // J. Chem. Eng. Data. 2011. 56. 2608–2612.

23. Scaling Models of Thermodynamic Properties on the Coexistence Curve: Problems and Some Solutions / E.E. Ustyuzhanin, V.V. Shishakov, I.M. Abdulagatov, P.V. Popov, V.A. Rykov, M.L. Frenkel // Russian Journal of Physical Chemistry B. 2012. Vol. 6. N 8. P. 912–931.

24. **Tanaka K., Higashi Y.** Thermodynamic properties of HFO-1234yf (2,3,3,3-Tetrafluoropropene) // Int. J. Refrigeration. 33 (2010). 474–479.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ЛИСТИНГИ ПРИМЕРА ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЛИНИИ УПРУГОСТИ

Нумерацию строк и столбцов массива устанавливаем с единицы ORIGIN := 1

Исходные данные

Критическая температура, К: $T_c := 367.848$

Критическое давление, бар: $p_c := 33.8220$

Критическая плотность, кг/м^3: $\rho_c := 478$

Относительная температура: $t(T) := \frac{T}{T_c}$

Приведенная температура: $\tau(T) := \frac{T}{T_c} - 1$

Критические индексы:

$\alpha := 0.11$ $\Delta := 0.5$ $\beta := 0.325$

Нелинейный коэффициент: $a0 := 9.6$

Степени: $s := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

Количество коэффициентов: $m := \mathrm{last}(s)$ $m = 6$

Рис. А 1. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости

Экспериментальные данные на линии упругости

Чтение данных о температуре, давлении и весе каждой точки на линии упругости из файла.

Данные представлены в виде: в первой строке каждой серии эксперимента содержится информация об авторе эксперимента, во второй - количество экспериментальных точек, в первом, четвертом и седьмом столбцах - температура, во втором, пятом и восьмом - давление, в третьем, шестом и девятом - вес точек.

M_p := READFILE("lin_ypr", "delimited")

M_p =

	1	2	3	4	5
1	"Richter"	NaN	NaN	NaN	NaN
2	30	NaN	NaN	NaN	NaN
3	269.998	2.834	1	279.999	3.959
4	250.002	1.334	1	260.003	1.974
5	290.002	5.394	1	299.999	7.187
6	311.999	9.891	1	314	10.409
7	320	12.076	1	330.001	15.29
8	350.003	23.614	1	355.004	26.165
9	362.005	30.115	1	364.005	31.336
10	309.999	9.393	1	320	12.076
11	319.994	12.064	1	250	1.33
12	289.995	5.389	1	309.989	9.386
13	"Nicola"	NaN	NaN	NaN	NaN
14	35	NaN	NaN	NaN	NaN
15	224.12	0.389	1	228.21	0.483
16	234.21	0.655	1	238.08	0.787
17	247.95	1.217	1	252.91	1.492
18	257.7	1.804	1	258.61	1.869
19	268.1	2.651	1	272.98	3.139
20	283.09	4.371	1	288.08	5.094
21	297.97	6.794	1	303.12	7.832
22	313.09	10.18	1	315.59	10.835
23	320.61	12.24	1	323.11	13.011
24	333.06	16.383	1	338.05	...

Рис. А 2. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (продолжение)

Обработка массива экспериментальных данных
На выходе - вектор Data_in_p. Первая строка этого вектора содержит матрицу из двух столбцов: в первом столбце находится информация об авторе эксперимента, во втором - количестве экспериментальных точек. Вторая строка вектора Data_in_p содержит вектор с информацией о температуре, третья - давлении, четвертая - весе точек. Информация об экспериментальной температуре всех автором объединена в один столбец. Аналогично представлены давление и вес точек.

```
Data_in_p := | M ← M_p
             | j ← 1, n ← 3, k ← 1, m ← 1
             | while n < last(M⟨1⟩)
             |     | Name_k ← M_{n−2,1}, NumP_k ← M_{n−1,1}
             |     | for i ∈ 1..NumP_k
             |     |     | return T  on error T_j ← M_{n,m}
             |     |     | T_j ← M_{n,m}, P_j ← M_{n,m+1}, Wes_j ← M_{n,m+2}
             |     |     | j ← j + 1, m ← m + 3
             |     |     | n ← n + 1, m ← 1  if  m = 10
             |     | n ← n − 1  if  m = 1
             |     | n ← n + 3
             |     | m ← 1
             |     | k ← k + 1
             | Inf ← augment(Name, NumP)
             | Out_1 ← Inf, Out_2 ← T
             | Out_3 ← P, Out_4 ← Wes
             | Out
```

$$\text{Data\_in\_p} = \begin{pmatrix} \{11,2\} \\ \{324,1\} \\ \{324,1\} \\ \{324,1\} \end{pmatrix}$$

$\text{Data\_in\_p}_1 =$

	1	2
1	"Richter"	30
2	"Nicola"	35
3	"Fedele"	40
4	"Kamiaka"	28
5	"Lai"	30
6	"Tanaka"	11
7	"Laura_1"	30
8	"Laura_2"	...

Рис. А 3. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (продолжение)

Выделение из переменной Data_in_p экспериментальной информации

Вектор с экспериментальными данными о температуре на линии упругости $T\_p := Data\_in\_p^{\langle 2 \rangle}$

Вектор с экспериментальными данными о давлении на линии упругости $P\_p := Data\_in\_p^{\langle 3 \rangle}$

Вектор с данными о весе каждой экспериментальной точки $W\_p := Data\_in\_p^{\langle 4 \rangle}$

Уравнение линии упругости для поиска коэффициентов
Функция зависит от неизвестных a1, a2, a3, a4, a5, a6 и температуры T.

$$pn(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T) := p_c \cdot e^{\frac{-a0}{t(T)} \cdot (\tau(T))^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 + a1\tau(T) + a2(|\tau(T)|)^{2-\alpha} \ldots \\ + a3(|\tau(T)|)^{2-\alpha+\Delta} + a4 \cdot \tau(T)^{s_4} \ldots \\ + a5 \cdot \tau(T)^{s_5} + a6 \cdot \tau(T)^{s_6} \end{bmatrix}$$

Функция вычисления суммы квадратов отклонений между расчетными значениями давления на линии упругости $pn(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T)$ **и экспериментальными значениями P**

$$Pn(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T,P) := \sum_{i=1}^{last(T)} \left[\left(pn\left(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T_i\right) - P_i \right)^2 \cdot W\_p_i \right]$$

Коэффициенты a1, a2, a3, a4, a5, a6 будем искать из условия минимума функции $Pn(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T,P)$.
Первый способ. Приравняем к нулю частные производные по a1, a2, a3, a4, a5, a6 функции $Pn(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T,P)$ и решим получившуюся систему линейных алгебраических уравнений.

Частная производная функции $Pn(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T,P)$ по a1:

$$dpn\_1(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T,P) := \frac{d}{da1} Pn(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T,P)$$

Частная производная функции $Pn(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T,P)$ по a2:

$$dpn\_2(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T,P) := \frac{d}{da2} Pn(a1,a2,a3,a4,a5,a6,T,P)$$

Рис. А 4. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (продолжение)

Частная производная функции $Pn(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P)$ по a3:

$$dpn\_3(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P) := \frac{d}{da3} Pn(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P)$$

Частная производная функции $Pn(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P)$ по a4:

$$dpn\_4(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P) := \frac{d}{da4} Pn(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P)$$

Частная производная функции $Pn(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P)$ по a5:

$$dpn\_5(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P) := \frac{d}{da5} Pn(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P)$$

Частная производная функции $Pn(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P)$ по a6:

$$dpn\_6(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P) := \frac{d}{da6} Pn(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T, P)$$

Начальные приближения неизвестных a1, a2, a3, a4, a5, a6 для поиска корней системы уравнений численным методом:

$a1 := 1 \quad a2 := 2 \quad a3 := 3 \quad a4 := 4 \quad a5 := 5 \quad a6 := 6$

Решение системы уравнений с помощью блока Given-find
Для выбора метода решения необходимо поставить курсор на слово find, щелкнуть правой кнопкой мыши и выбрать один из четырех методов из пунктов Linear и Nonlinear.

Given

$dpn\_1(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T\_p, P\_p) = 0$

$dpn\_2(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T\_p, P\_p) = 0$

$dpn\_3(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T\_p, P\_p) = 0$

$dpn\_4(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T\_p, P\_p) = 0$

$dpn\_5(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T\_p, P\_p) = 0$

$dpn\_6(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T\_p, P\_p) = 0$

$a\_1 := Find(a1, a2, a3, a4, a5, a6)$

Рис. А 5. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (продолжение)

Коэффициенты линии упругости, найденные первым способом:

$$a\_1 = \begin{pmatrix} 7.573 \\ 69.604 \\ -0.888 \\ -61.558 \\ 4.77 \\ -8.805 \end{pmatrix}$$

Второй способ. Решение системы уравнений с помощью блока Given-Minerr
Для выбора метода решения необходимо поставить курсор на слово Minerr, щелкнуть правой кнопкой мыши и выбрать один из четырех методов из пунктов Linear и Nonlinear.

Given

$Pn(a1, a2, a3, a4, a5, a6, T\_p, P\_p) = 0$

$a\_2 := Minerr(a1, a2, a3, a4, a5, a6)$

Коэффициенты линии упругости, найденные вторым способом:

$$a\_2 = \begin{pmatrix} 6.375 \\ 5.004 \\ 6.914 \\ 7.526 \\ 13.351 \\ 47.109 \end{pmatrix}$$

Функция линии упругости
Функция зависит от двух переменных: a, коэффициенты функции, T, температура. Вместо переменной a могут быть подставлены коэффициенты, вычисленные первым (a_1) или вторым (a_2) способом.

$$p_n(a, T) := p_c \cdot e^{\frac{-a0}{t(T)} \cdot (\tau(T))^2} \left[\begin{array}{l} 1 + a_1 \tau(T) + a_2 \left(|\tau(T)| \right)^{2-\alpha} \ldots \\ + a_3 \left(|\tau(T)| \right)^{2-\alpha+\Delta} + \sum_{i=4}^{m} \left(a_i \tau(T)^{s_i} \right) \end{array} \right]$$

Рис. А 6. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (продолжение)

Первая производная линии упругости

$$d\_frac(a,T) := \frac{a_1 - (2-\alpha)\cdot a_2\cdot\left(\left|\tau(T)\right|\right)^{1-\alpha} - (2-\alpha+\Delta)\cdot a_3\cdot\left(\left|\tau(T)\right|\right)^{1-\alpha+\Delta} \;\ldots\; + \sum_{i=4}^{m}\left(s_i\cdot a_i\cdot\tau(T)^{s_i-1}\right)}{T_c}$$

$$dp_n(a,T) := p_n(a,T)\cdot\frac{a0\cdot\tau(T)\cdot\left(\frac{T_c\cdot\tau(T)}{T}-2\right)}{T} + p_c\cdot e^{\frac{-a0}{t(T)}\cdot(\tau(T))^2}\cdot d\_frac(a,T)$$

Вторая производная линии упругости

$$d2\_frac(a,T) := \frac{(2-\alpha)\cdot(1-\alpha)\cdot a_2\cdot\left(\left|\tau(T)\right|\right)^{-\alpha} \;\ldots\; + (2-\alpha+\Delta)\cdot(1-\alpha+\Delta)\cdot a_3\cdot\left(\left|\tau(T)\right|\right)^{-\alpha+\Delta} \;\ldots\; + \sum_{i=4}^{m}\left[s_i\cdot\left(s_i-1\right)\cdot a_i\cdot\tau(T)^{s_i-2}\right]}{T_c^{\,2}}$$

$$ddp_n(a,T) := p_n(a,T)\cdot\left(-a0\cdot 2\cdot\frac{T_c}{T^3}\right) + dp_n(a,T)\cdot\frac{a0\cdot\tau(T)\cdot\left(\frac{T_c\cdot\tau(T)}{T}-2\right)}{T} \;\ldots\; + p_c\cdot e^{\frac{-a0}{t(T)}\cdot(\tau(T))^2}\cdot\frac{a0\cdot\tau(T)\cdot\left(\frac{T_c\cdot\tau(T)}{T}-2\right)}{T}\cdot d\_frac(a,T) \;\ldots\; + p_c\cdot e^{\frac{-a0}{t(T)}\cdot(\tau(T))^2}\cdot d2\_frac(a,T)$$

Рис. А 7. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (продолжение)

Вычисление относительных отклонений на линии упругости
На входе - матрица с экспериментальными данными. На выходе - матрица Rez_p В первом столбце матрицы Rez_p содержится информация об авторах эксперимента, во втором - количестве экспериментальных точек каждой серии эксперимента, в третьем, четвертом, пятом, шестом и седьмом - векторы со значениями экспериментальной температуры, экспериментального давления, веса точек, относительных отклонений, рассчитанных первым и вторым способами, для каждой серии эксперимента, соответственно.

$$
Rez\_p := \left|
\begin{array}{l}
M \leftarrow M\_p \\
j \leftarrow 1, n \leftarrow 3, k \leftarrow 1, m \leftarrow 1 \\
\text{while } n < \mathrm{last}\left(M^{\langle 1 \rangle}\right) \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
Name \leftarrow M_{n-2,1}, NumP \leftarrow M_{n-1,1} \\
\text{for } i \in 1..NumP \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
T_j \leftarrow M_{n,m}, P_j \leftarrow M_{n,m+1}, Wes_j \leftarrow M_{n,m+2} \\
dP\_1_j \leftarrow \dfrac{p_n(a\_1, T_j) - P_j}{p_n(a\_1, T_j)} \cdot 100 \\
dP\_2_j \leftarrow \dfrac{p_n(a\_2, T_j) - P_j}{p_n(a\_2, T_j)} \cdot 100 \\
j \leftarrow j + 1, m \leftarrow m + 3 \\
n \leftarrow n + 1, m \leftarrow 1 \ \text{ if } m = 10
\end{array}
\right. \\
n \leftarrow n - 1 \ \text{ if } m = 1 \\
n \leftarrow n + 3, m \leftarrow 1, j \leftarrow 1 \\
Out_{k,1} \leftarrow Name, Out_{k,2} \leftarrow NumP, Out_{k,3} \leftarrow T, Out_{k,4} \leftarrow P \\
Out_{k,5} \leftarrow Wes, Out_{k,6} \leftarrow dP\_1, Out_{k,7} \leftarrow dP\_2 \\
k \leftarrow k + 1 \\
T \leftarrow 0, P \leftarrow 0, Wes \leftarrow 0, dP\_1 \leftarrow 0, dP\_2 \leftarrow 0
\end{array}
\right. \\
Out
\end{array}
\right.
$$

Rez_p =

	1	2	3	4
1	"Richter"	30	[30, 1]	[30, 1]
2	"Nicola"	35	[35, 1]	[35, 1]
3	"Fedele"	40	[40, 1]	...

Рис. А 8. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (продолжение)

Подготовка данных для вывода в виде таблицы
На входе - матрица Rez_p. На выходе - матрица, объединяющая все серии эксперимента. В первой строке для каждой серии эксперимента содержится информация об авторе, в первом столбце - экспериментальной температуре, во втором - экспериментальном давлении, в третьем и четвертом - относительных отклонениях для первого и второго способов, соответственно.

```
DATA_P := | i ← 1
          | DATA_1 ← augment(Rez_p[i,1], "", "", "")
          | DATA_2 ← augment("T", "P", "dP_1", "dP_2")
          | DATA_3 ← augment(Rez_p[i,3], Rez_p[i,4], Rez_p[i,6], Rez_p[i,7])
          | DATA_5 ← stack(DATA_1, DATA_2, DATA_3)
          | for i ∈ 2 .. last(Rez_p<1>)
          |    | DATA_1 ← augment(Rez_p[i,1], "", "", "")
          |    | DATA_2 ← augment("T", "P", "dP_1", "dP_1")
          |    | DATA_3 ← augment(Rez_p[i,3], Rez_p[i,4], Rez_p[i,6], Rez_p[i,7])
          |    | DATA_4 ← stack(DATA_1, DATA_2, DATA_3)
          |    | DATA_5 ← stack(DATA_5, DATA_4)
          | DATA_5
```

DATA_P =

	1	2	3	4
1	"Richter"	""	""	""
2	"T"	"P"	"dP_1"	"dP_2"
3	269.998	2.834	0.147	5.704
4	279.999	3.959	0.119	3.099
5	290	5.394	0.054	0.398
6	250.002	1.334	-0.583	0.825
7	260.003	1.974	-0.043	6.176
8	270.005	2.835	0.146	5.702
9	290.002	5.394	0.053	0.396
10	299.999	7.187	0.021	-1.31
11	309.999	9.393	0.026	-1.706
12	311.999	9.891	$7.747 \cdot 10^{-3}$	-1.666
13	314	10.409	$-8.571 \cdot 10^{-3}$	-1.585
14	315.999	10.944	$-5.575 \cdot 10^{-3}$	...

Рис. А 9. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (продолжение)

Подготовка данных для построения графиков
Функции зависят от переменной n, номера серии эксперимента.

Автор эксперимента: $Name(n) := Rez\_p_{n,1}$ $\quad Name(1) = "Richter"$

Экспериментальная температура: $T(n) := Rez\_p_{n,3}$

Относительные отклонения линии упругости с коэффициентами, найденными первым способом: $dp\_1(n) := Rez\_p_{n,6}$

Относительные отклонения линии упругости с коэффициентами, найденными вторым способом: $dp\_2(n) := Rez\_p_{n,7}$

Дискретная переменная: $T\_d := 220, 221 .. T_c$

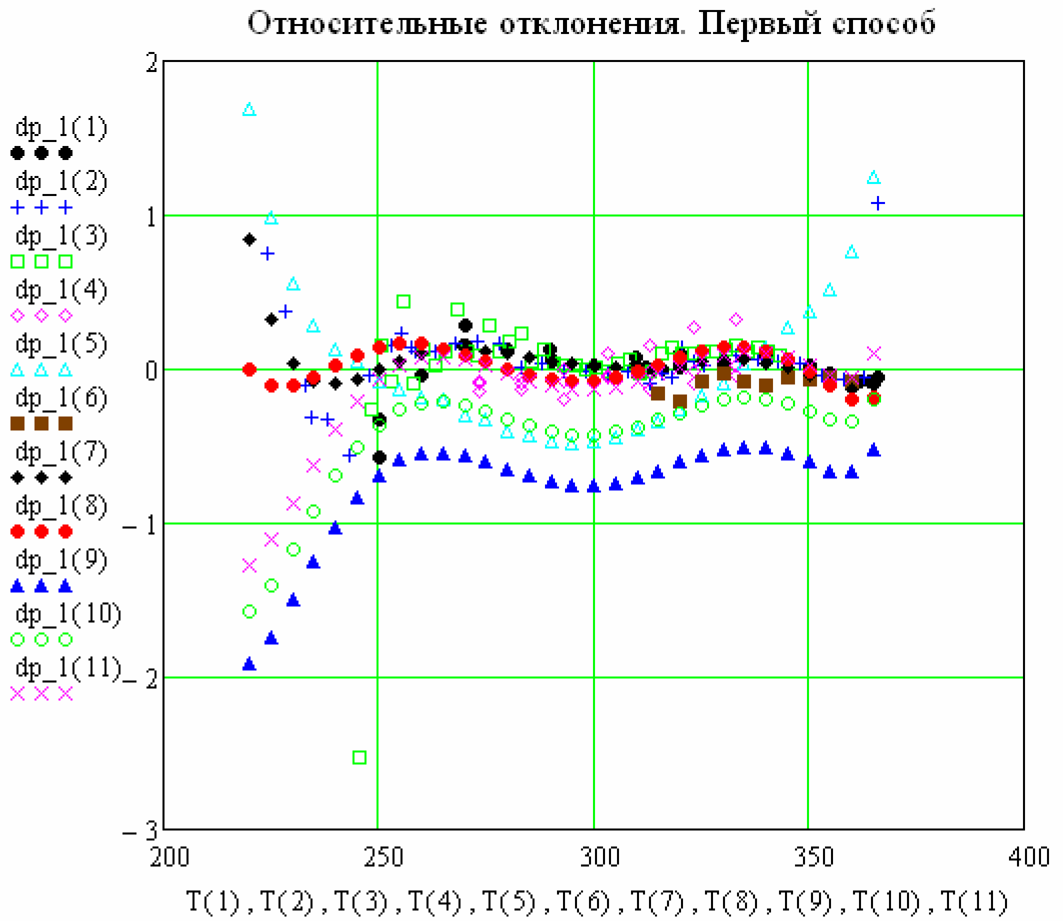


Рис. А 10. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (продолжение)

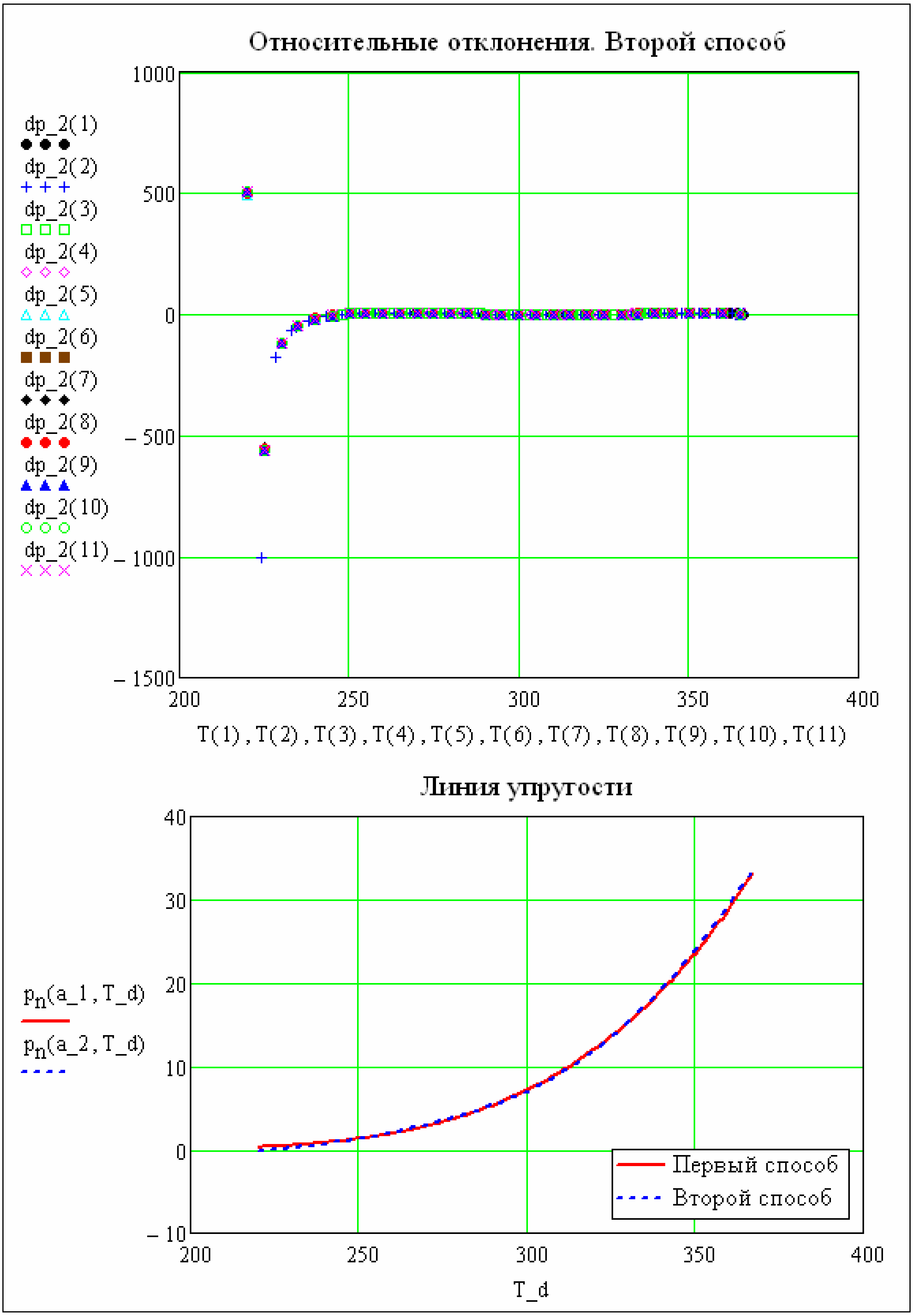


Рис. А 11. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (продолжение)

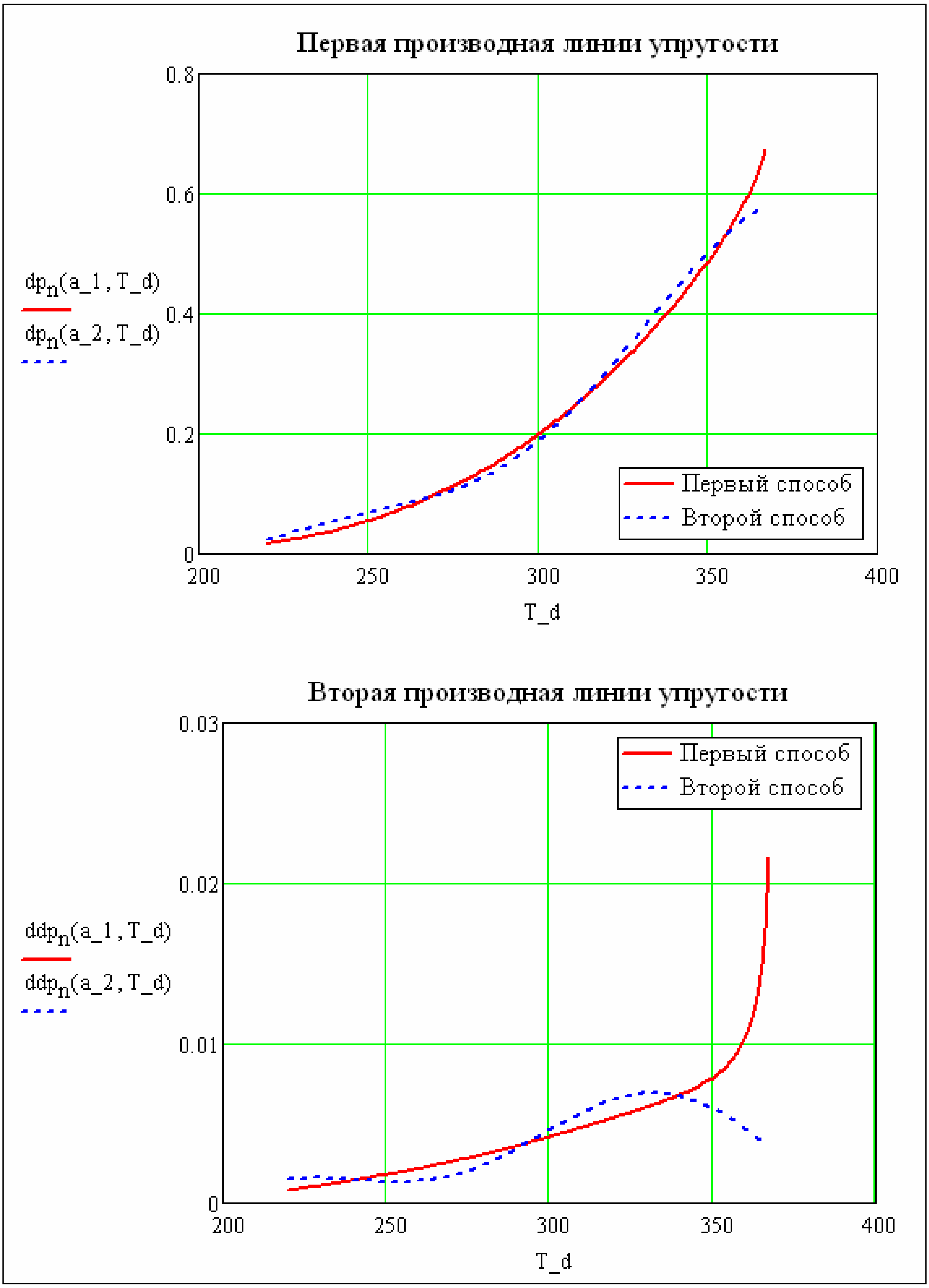


Рис. А 12. Листинг программы вычисления коэффициентов линии упругости (окончание)

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ О ДАВЛЕНИИ НА ЛИНИИ УПРУГОСТИ R1234YF

Таблица

T, K	p, бар	Вес	T, K	p, бар	Вес	T, K	p, бар	Вес
Автор Richter								
Количество точек 30								
269,998	2,8341	1	279,999	3,9591	1	290,0	5,3938	1
250,002	1,3337	1	260,003	1,9744	1	270,005	2,8348	1
290,002	5,3942	1	299,999	7,1868	1	309,999	9,3928	1
311,999	9,8909	1	314,0	10,4087	1	315,999	10,9440	1
320,0	12,0763	1	330,001	15,2905	1	340,002	19,1025	1
350,003	23,6144	1	355,004	26,1653	1	360,005	28,9380	1
362,005	30,1152	1	364,005	31,3357	1	366,005	32,6023	1
309,999	9,3930	1	320,0	12,0765	1	319,994	12,0704	1
319,994	12,0638	1	250,0	1,3303	1	270,0	2,8303	1
289,995	5,3895	1	309,989	9,3857	1	319,990	12,0681	1
Автор Nicola								
Количество точек 35								
224,12	0,389	1	228,21	0,483	1	233,12	0,620	1
234,21	0,655	1	238,08	0,787	1	243,03	0,988	1
247,95	1,217	1	252,91	1,492	1	255,49	1,653	1
257,70	1,804	1	258,61	1,869	1	263,14	2,217	1
268,10	2,651	1	272,98	3,139	1	277,96	3,705	1
283,09	4,371	1	288,08	5,094	1	292,87	5,873	1
297,97	6,794	1	303,12	7,832	1	308,11	8,946	1
313,09	10,180	1	315,59	10,835	1	318,08	11,530	1
320,61	12,240	1	323,11	13,011	1	325,58	13,800	1
333,06	16,383	1	338,05	18,310	1	343,02	20,390	1
348,01	22,656	1	352,98	25,115	1	357,97	27,782	1
362,94	30,671	1	365,93	32,184	1			
Автор Fedele								
Количество точек 40								
245,65	1,13	0	248,15	1,23	0	250,65	1,36	0
253,15	1,51	0	255,65	1,66	0	258,15	1,84	0
260,65	2,02	0	263,15	2,22	0	265,65	2,43	0
268,15	2,65	0	270,65	2,90	0	273,15	3,16	0
275,65	3,43	0	278,15	3,73	0	280,65	4,04	0
283,15	4,37	0	285,65	4,73	0	288,15	5,10	0
290,65	5,50	0	293,16	5,92	0	295,65	6,36	0
298,16	6,83	0	300,66	7,32	0	303,16	7,84	0

Таблица (продолжение)

T, K	*p*, бар	Вес	*T*, K	*p*, бар	Вес	*T*, K	*p*, бар	Вес
305,66	8,38	0	308,16	8,95	0	310,66	9,56	0
313,16	10,19	0	315,66	10,84	0	318,16	11,53	0
320,66	12,26	0	323,16	13,02	0	325,65	13,81	0
328,15	14,64	0	330,66	15,51	0	333,16	16,41	0
335,66	17,36	0	338,16	18,34	0	340,66	19,37	0
343,15	20,44	0						
Автор Kamiaka T.								
Количество точек 28								
273,33	3,187	1	283,15	4,382	1	293,16	5,922	0
303,17	7,833	1	313,18	10,178	1	323,10	12,980	0
333,11	16,364	1	273,31	3,183	1	283,13	4,381	0
293,17	5,928	1	303,19	7,848	1	313,20	10,201	0
323,13	13,026	1	333,12	16,417	1	273,35	3,187	0
283,08	4,376	1	293,11	5,925	1	303,14	7,839	0
313,16	10,202	1	323,19	13,055	1	333,21	16,461	0
273,31	3,183	1	283,13	4,381	1	293,17	5,928	0
303,19	7,848	1	313,20	10,201	1	323,13	13,026	0
333,12	16,417	1						
Автор Lai N.A.								
Количество точек 30								
220,0	0,3086	0,1	225,0	0,4065	0	230,0	0,5278	0
235,0	0,6763	0,1	240,0	0,8560	0	245,0	1,071	0
250,0	1,327	0,1	255,0	1,627	0	260,0	1,977	0
265,0	2,381	0,1	270,0	2,847	0	275,0	3,377	0
280,0	3,980	0,1	285,0	4,659	0	290,0	5,422	0
295,0	6,275	0,1	300,0	7,223	0	305,0	8,273	0
310,0	9,433	0,1	315,0	10,71	0	320,0	12,11	0
325,0	13,64	0,1	330,0	15,31	0	335,0	17,12	0
340,0	19,09	0,1	345,0	21,22	0	350,0	23,53	0
355,0	26,02	0,1	360,0	28,69	0	365,0	31,54	0
Автор Tanaka K.								
Количество точек 11								
310,0	9,397	1,1	315,0	10,69	1	320,0	12,103	1
325,0	13,626	1,1	330,0	15,3	1	335,0	17,14	1
340,0	19,139	1,1	345,0	21,288	1	350,0	23,633	1
355,0	26,17	1,1	360,0	28,938	1			
Автор Fedele L. 1								
Количество точек 30								
220,0	0,311229	0	225,0	0,409275	0	230,0	0,530566	0
235,0	0,678787	0	240,0	0,857901	0	245,0	1,07213	0

Таблица (продолжение)

T, K	*p*, бар	Вес	*T*, K	*p*, бар	Вес	*T*, K	*p*, бар	Вес
250,0	1,32595	0	255,0	1,62409	0	260,0	1,97147	0
265,0	2,37328	0	270,0	2,83488	0	275,0	3,36187	0
280,0	3,96004	0	285,0	4,63536	0	290,0	5,39405	0
295,0	6,24251	0	300,0	7,18737	0	305,0	8,23551	0
310,0	9,39407	0	315,0	10,6705	0	320,0	12,0726	0
325,0	13,6085	0	330,0	15,2871	0	335,0	17,1175	0
340,0	19,1099	0	345,0	21,2755	0	350,0	23,6270	0
355,0	26,1794	0	360,0	28,9512	0	365,0	31,9696	0
Автор Fedele L. 2								
Количество точек 30								
220,00	0,31388	0	225,00	0,41102	0	230,00	0,53133	0
235,00	0,67860	0	240,00	0,85688	0	245,00	1,0705	0
250,00	1,3241	0	255,00	1,6223	0	260,00	1,9702	0
265,00	2,3730	0	270,00	2,8359	0	275,00	3,3644	0
280,00	3,9641	0	285,00	4,6409	0	290,00	5,4007	0
295,00	6,2497	0	300,00	7,1943	0	305,00	8,2412	0
310,00	9,3975	0	315,00	10,671	0	320,00	12,069	0
325,00	13,601	0	330,00	15,275	0	335,00	17,103	0
340,00	19,095	0	345,00	21,263	0	350,00	23,621	0
355,00	26,184	0	360,00	28,970	0	365,00	31,995	0
Автор Di Nicola G. 1								
Количество точек 30								
220,0	0,31990	0	225,0	0,41773	0	230,0	0,53874	0
235,0	0,68674	0	240,0	0,86583	0	245,0	1,0804	0
250,0	1,3350	0	255,0	1,6346	0	260,0	1,9842	0
265,0	2,3891	0	270,0	2,8546	0	275,0	3,3863	0
280,0	3,9899	0	285,0	4,6713	0	290,0	5,4365	0
295,0	6,2916	0	300,0	7,2430	0	305,0	8,2975	0
310,0	9,4620	0	315,0	10,744	0	320,0	12,151	0
325,0	13,692	0	330,0	15,377	0	335,0	17,214	0
340,0	19,216	0	345,0	21,394	0	350,0	23,760	0
355,0	26,328	0	360,0	29,107	0	365,0	32,103	0
Автор Di Nicola G. 2								
Количество точек 30								
220,0	0,31886	0	225,0	0,41637	0	230,0	0,53699	0
235,0	0,68452	0	240,0	0,86302	0	245,0	1,0769	0
250,0	1,3307	0	255,0	1,6293	0	260,0	1,9778	0
265,0	2,3813	0	270,0	2,8453	0	275,0	3,3753	0
280,0	3,9770	0	285,0	4,6562	0	290,0	5,4188	0
295,0	6,2712	0	300,0	7,2195	0	305,0	8,2706	0

Таблица (окончание)

T, K	p, бар	Вес	T, K	p, бар	Вес	T, K	p, бар	Вес
310,0	9,4313	0	315,0	10,709	0	320,0	12,112	0
325,0	13,648	0	330,0	15,327	0	335,0	17,159	0
340,0	19,154	0	345,0	21,324	0	350,0	23,683	0
355,0	26,242	0	360,0	29,013	0	365,0	31,999	0
Автор Di Nicola G. 3								
Количество точек 30								
220,0	0,31792	0	225,0	0,41514	0	230,0	0,53540	0
235,0	0,68249	0	240,0	0,86047	0	245,0	1,0737	0
250,0	1,3268	0	255,0	1,6245	0	260,0	1,9719	0
265,0	2,3743	0	270,0	2,8369	0	275,0	3,3653	0
280,0	3,9652	0	285,0	4,6424	0	290,0	5,4028	0
295,0	6,2526	0	300,0	7,1982	0	305,0	8,2461	0
310,0	9,4034	0	315,0	10,677	0	320,0	12,076	0
325,0	13,608	0	330,0	15,282	0	335,0	17,108	0
340,0	19,097	0	345,0	21,261	0	350,0	23,613	0
355,0	26,164	0	360,0	28,927	0	365,0	31,905	0

СОДЕРЖАНИЕ

Миссия университета – генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

ИНСТИТУТ ХОЛОДА И БИОТЕХНОЛОГИЙ

Институт холода и биотехнологий является преемником Санкт-Петербургского государственного университета низкотемпературных и пищевых технологий (СПбГУНиПТ), который в ходе реорганизации (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации № 2209 от 17 августа 2011г.) в январе 2012 года был присоединен к Санкт-Петербургскому национальному исследовательскому университету информационных технологий, механики и оптики.

Созданный 31 мая 1931года институт стал крупнейшим образовательным и научным центром, одним их ведущих вузов страны в области холодильной, криогенной техники, технологий и в экономике пищевых производств.

За годы существования вуза сформировались известные во всем мире научные и педагогические школы. В настоящее время фундаментальные и прикладные исследования проводятся по 20 основным научным направлениям: научные основы холодильных машин и термотрансформаторов; повышение эффективности холодильных установок; газодинамика и компрессоростроение; совершенствование процессов, машин и аппаратов криогенной техники; теплофизика; теплофизическое приборостроение;

машины, аппараты и системы кондиционирования; хладостойкие стали; проблемы прочности при низких температурах; твердотельные преобразователи энергии; холодильная обработка и хранение пищевых продуктов; тепломассоперенос в пищевой промышленности; технология молока и молочных продуктов; физико-химические, биохимические и микробиологические основы переработки пищевого сырья; пищевая технология продуктов из растительного сырья; физико-химическая механика и тепло- и массообмен; методы управления технологическими процессами; техника пищевых производств и торговли; промышленная экология; от экологической теории к практике инновационного управления предприятием.

На предприятиях холодильной, пищевых отраслей реализовано около тысячи крупных проектов, разработанных учеными и преподавателями института.

Ежегодно проводятся международные научные конференции, семинары, конференции научно-технического творчества молодежи.

Издаются научно-теоретический журнал «Вестник Международной академии холода» и Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Холодильная техника и кондиционирование», Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Процессы и аппараты пищевых производств», Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Экономика и экологический менеджмент».

В вузе ведется подготовка кадров высшей квалификации в аспирантуре и докторантуре.

Действуют два диссертационных совета, которые принимают к защите докторские и кандидатские диссертации.

Вуз является активным участником мирового рынка образовательных и научных услуг.

www.ifmo.ru

ihbt.ifmo.ru

Рыков Сергей Владимирович
Кудрявцева Ирина Владимировна
Рыков Сергей Алексеевич
Рыков Владимир Алексеевич

ПРАКТИКУМ ПО РАБОТЕ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПАКЕТЕ MATHCAD

Учебное пособие

Ответственный редактор
Т.Г. Смирнова

Титульный редактор
Е.О. Трусова

Компьютерная верстка
С.В. Рыков

Дизайн обложки
Н.А. Потехина

Печатается
в авторской редакции

Подписано в печать 26.03.2015. Формат 60×84 1/16
Усл. печ. л. 5,12 Печ. л. 5,5 Уч.-изд. л. 5,25
Тираж 100 экз. Заказ № С 14

Университет ИТМО. 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

Издательско-информационный комплекс
191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9