

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

В.В. Биндюк

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

*Учебное пособие
по дисциплине
«Сопротивление материалов»*



Санкт-Петербург

2015

Биндюк В.В. Сложное сопротивление. Учебное пособие по дисциплине «Сопротивлению материалов». – СПб: Университет ИТМО, 2015. – 49 с.

Излагается методика расчета ломаного бруса при сложном сопротивлении. На примерах показано применение принципа независимости действия сил. Описана методика определения внутренних компонентов. Приводится оценка напряженного состояния разных форм поперечных сечений ломанного бруса и анализ положений опасных точек сечений при сложном сопротивлении.

Учебное пособие адресовано студентам Университета ИТМО, обучающиеся по направлению 15.03.06 «Мехатроника и робототехника», специальность 221000.62.01 – «Мехатроника» подготовки бакалавров по дисциплине «Сопротивление материалов»

Рекомендовано к печати Ученым советом факультета компьютерных технологий и управления, протокол № 4 от 21.04.2015г.



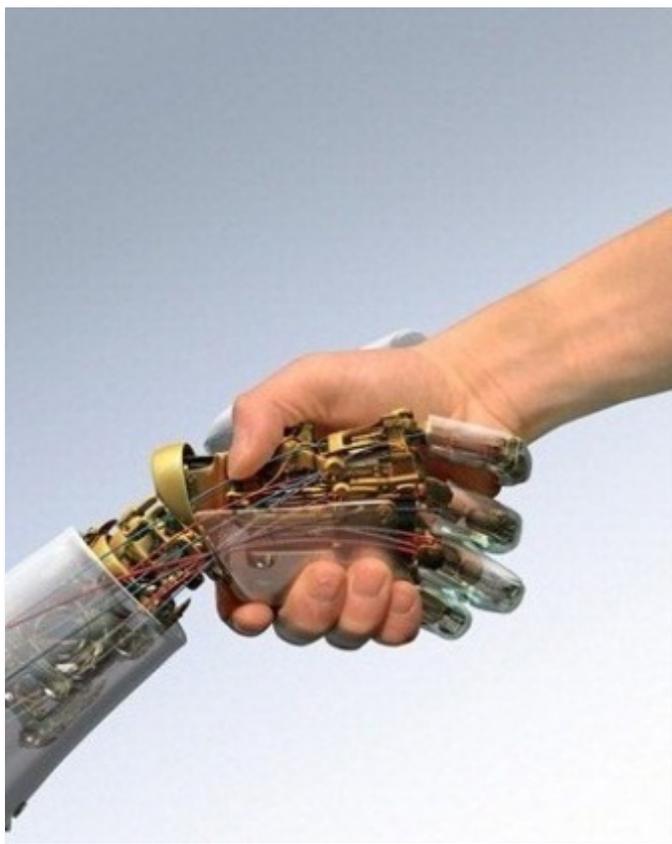
Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2015

© Биндюк В.В., 2015

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
I. РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ	5
II. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ	19
III. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТНОЙ НАДЕЖНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО БРУСА С ЛОМАНОЙ ОСЬЮ	
3.1. Составление уравнений компонентов внутренних усилий	21
3.2. Построение эпюр компонентов внутренних усилий	24
3.3. Нахождение положений опасных сечений в призматическом и цилиндрическом стержнях	27
3.4. Построение в опасном прямоугольном сечении эпюр нормальных и касательных напряжений от компонентов внутренних сил	28
3.4.1. Нахождение положений наиболее напряженных точек	29
3.4.2. Определение размеров сечения	30
3.4.3. Построение нулевых линий и эпюр результирующих нормальных напряжений	33
3.5. Построение в опасном круглом сечении эпюр нормальных и касательных напряжений от компонентов внутренних сил	34
3.5.1. Нахождение в опасных сечениях наиболее напряженных точек	35
3.5.2. Определение размеров сечения	38
3.5.3. Построение нулевых линий и эпюр результирующих напряжений ..	39
IV. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	40
V. ПРИЛОЖЕНИЕ	
5.1. Обозначения, принятые в сопротивлении материалов, в соответствии с рекомендациями ISO	42
5.2. Рекомендации по оформлению учебной работы	44
5.3. Применение латинских, греческих букв и специальных обозначений в сопротивлении материалов	45

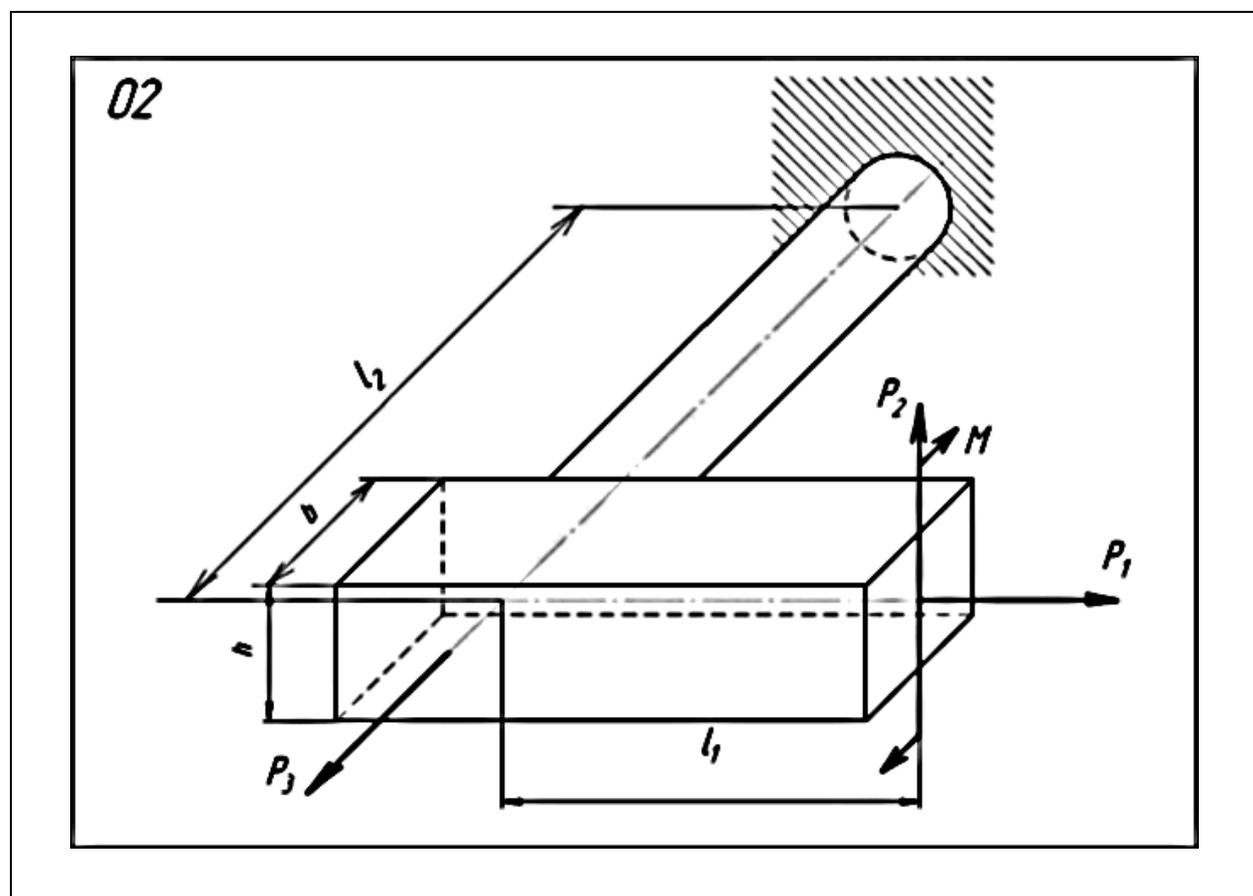
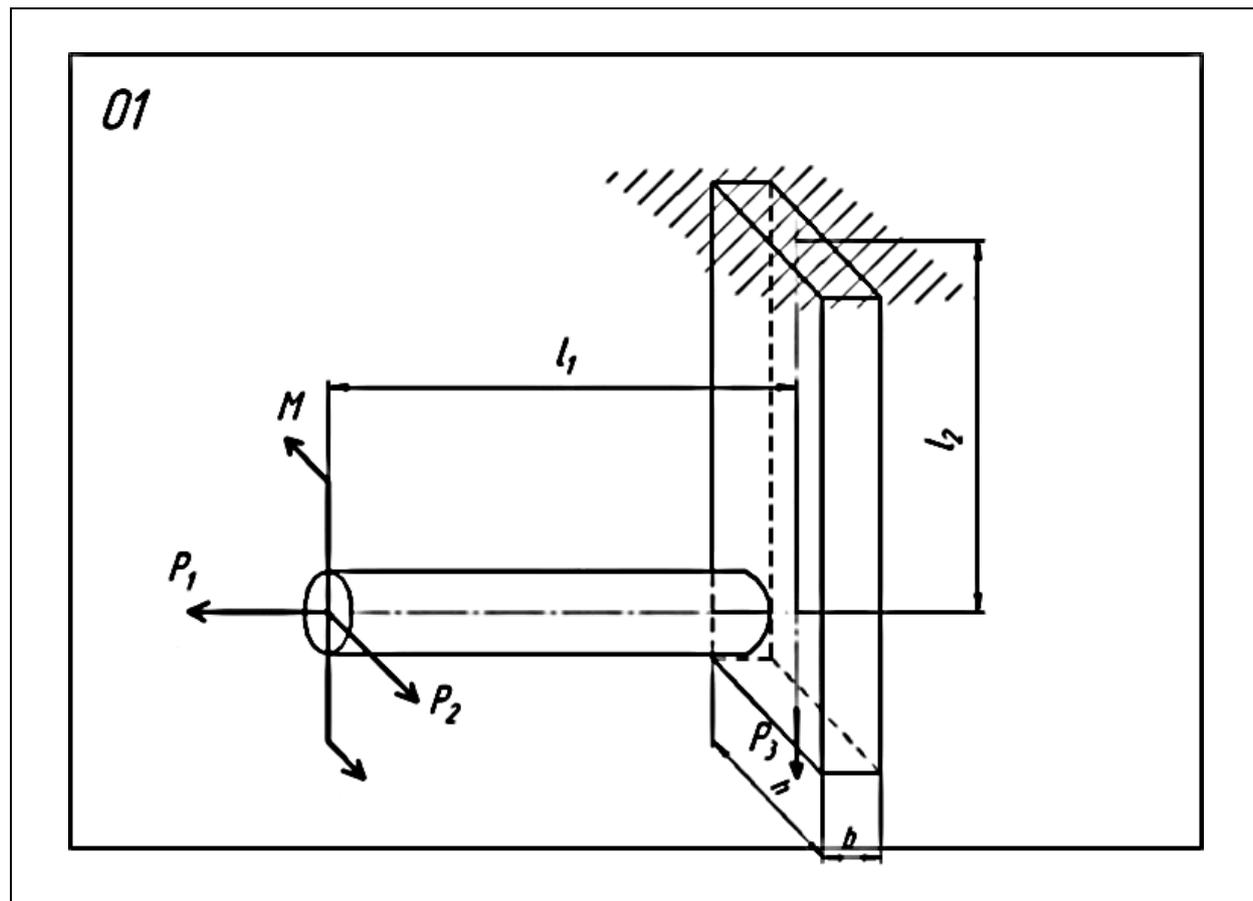


ВВЕДЕНИЕ

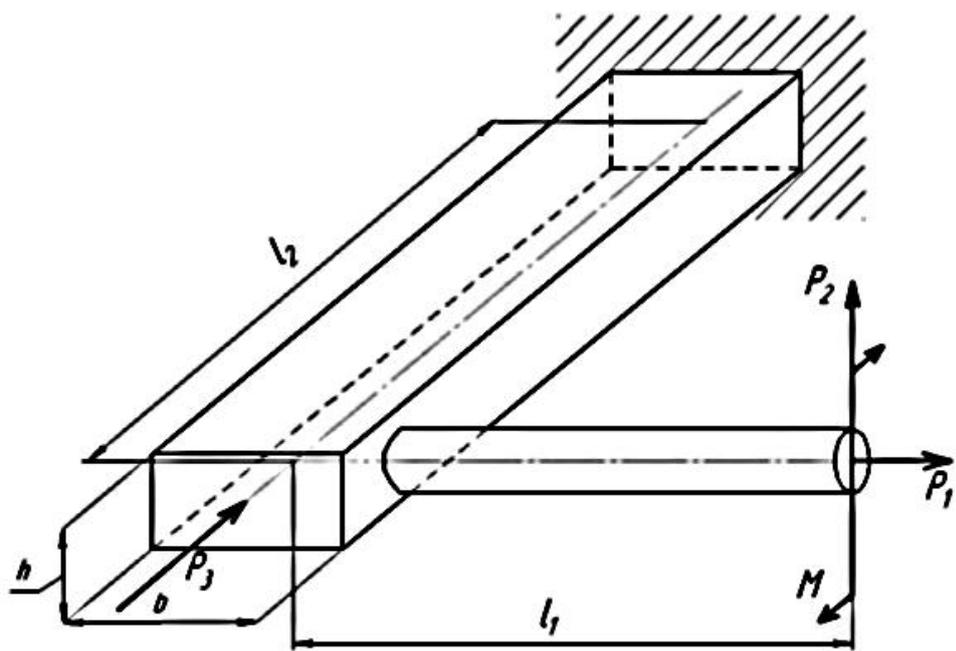
Многие детали приборов в рабочих условиях испытывают не одну, а одновременно несколько простых деформаций. Такое состояние детали называется сложным сопротивлением. Оно может возникнуть при нагружении детали силами в различных ее точках по разным направлениям и когда деталь имеет ломанную или искривленную ось.

Метод расчета деталей при сложном сопротивлении базируется на принципе независимости действия сил. В соответствии с этим в нем используется положения, теории и формулы, относящиеся к простым деформациям. Однако он заметно отличается от методов расчета при простых деформациях. Каждая задача на сложное сопротивление имеет свои особенности, и поэтому при ее решении недопустим формальный подход, а требуется тщательный анализ. Только в этом случае можно прийти к правильным результатам и выводам. Рассмотрим на примере метод расчета детали при сложном сопротивлении.

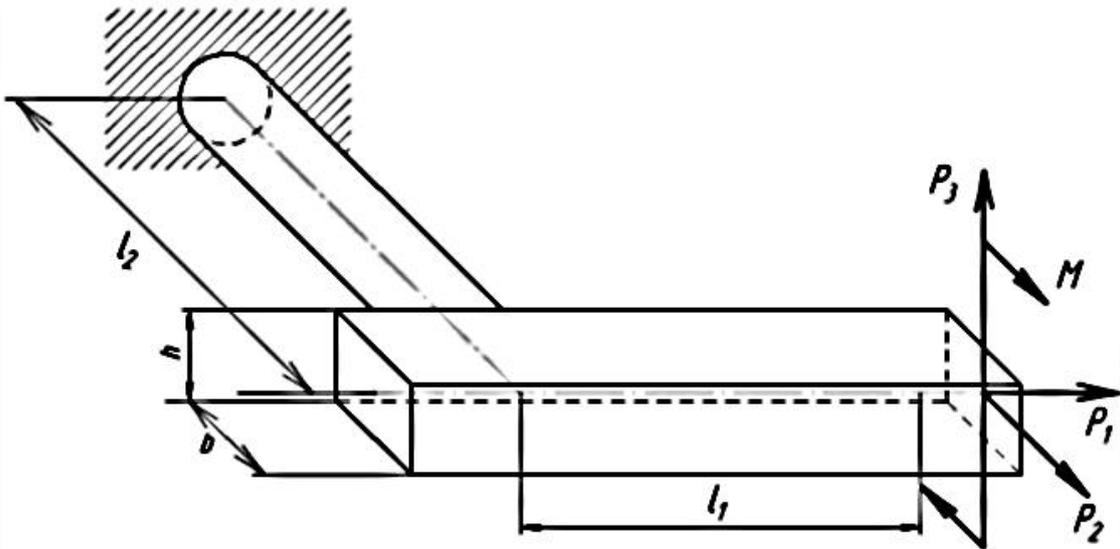
I. РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ



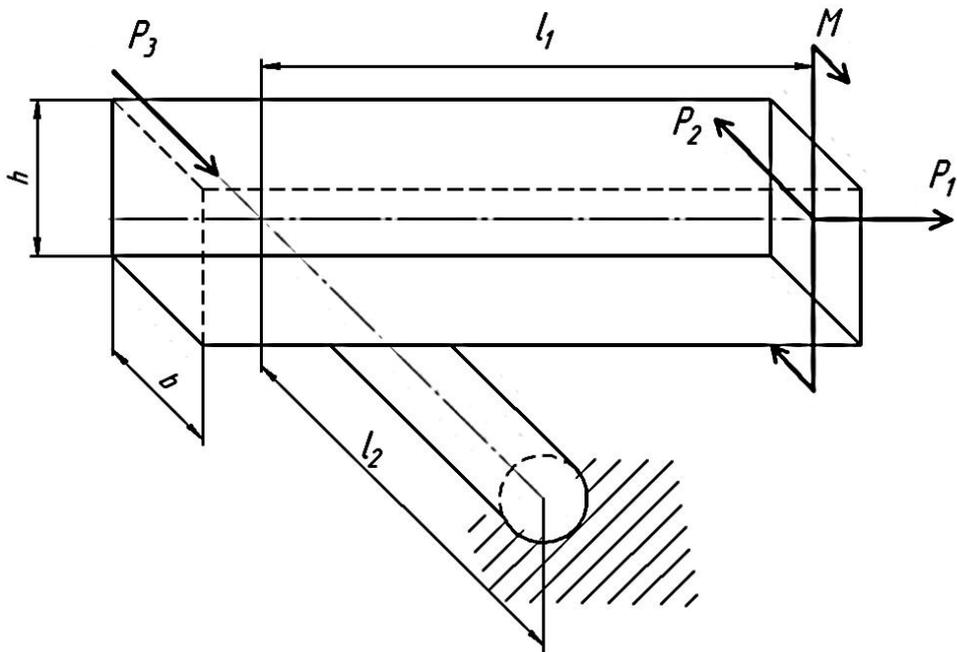
03



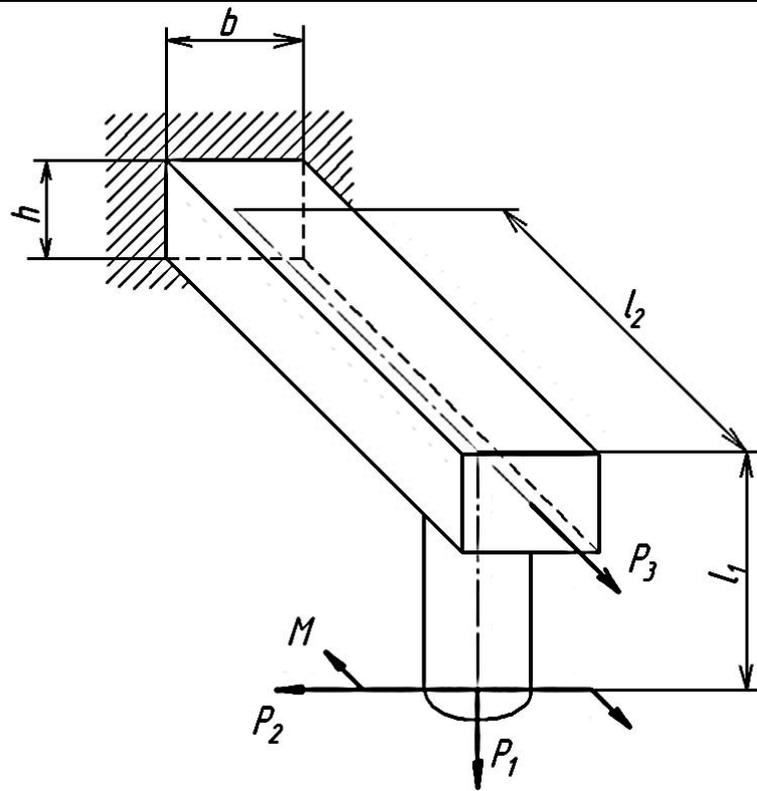
04



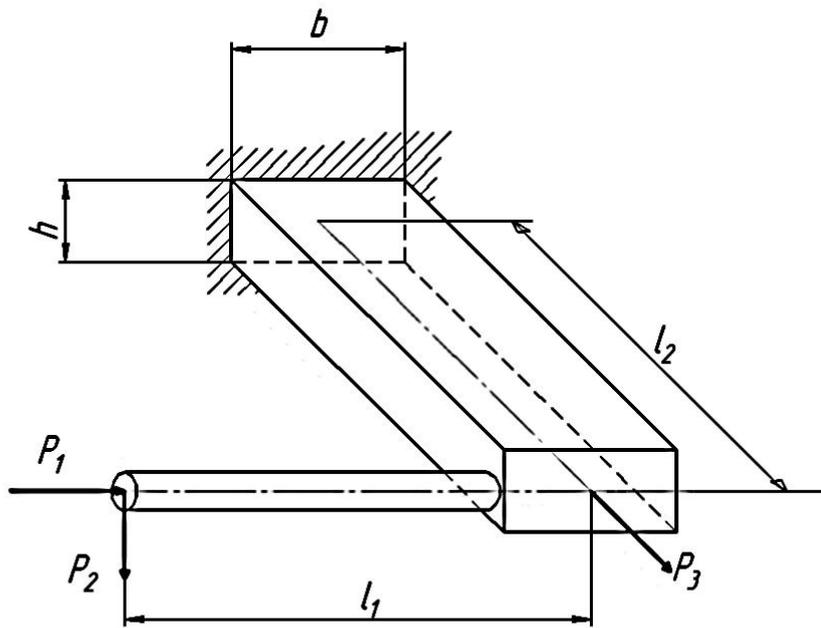
05



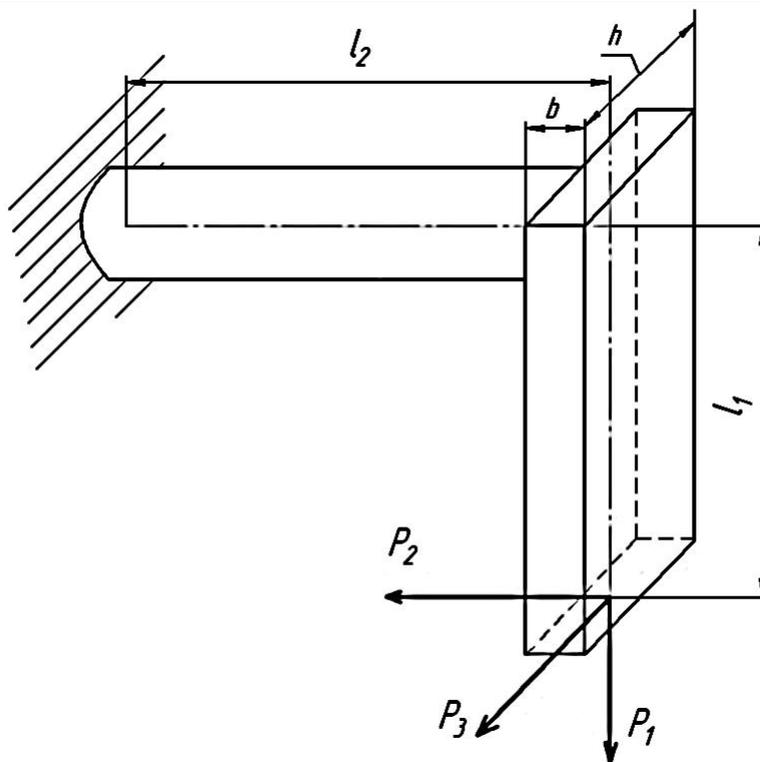
06



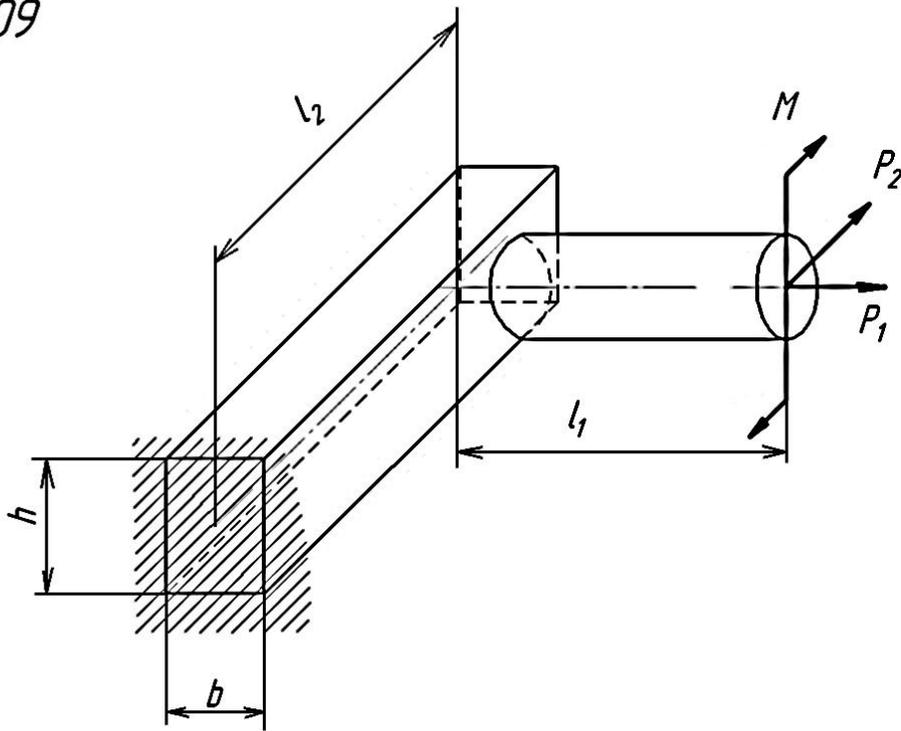
07



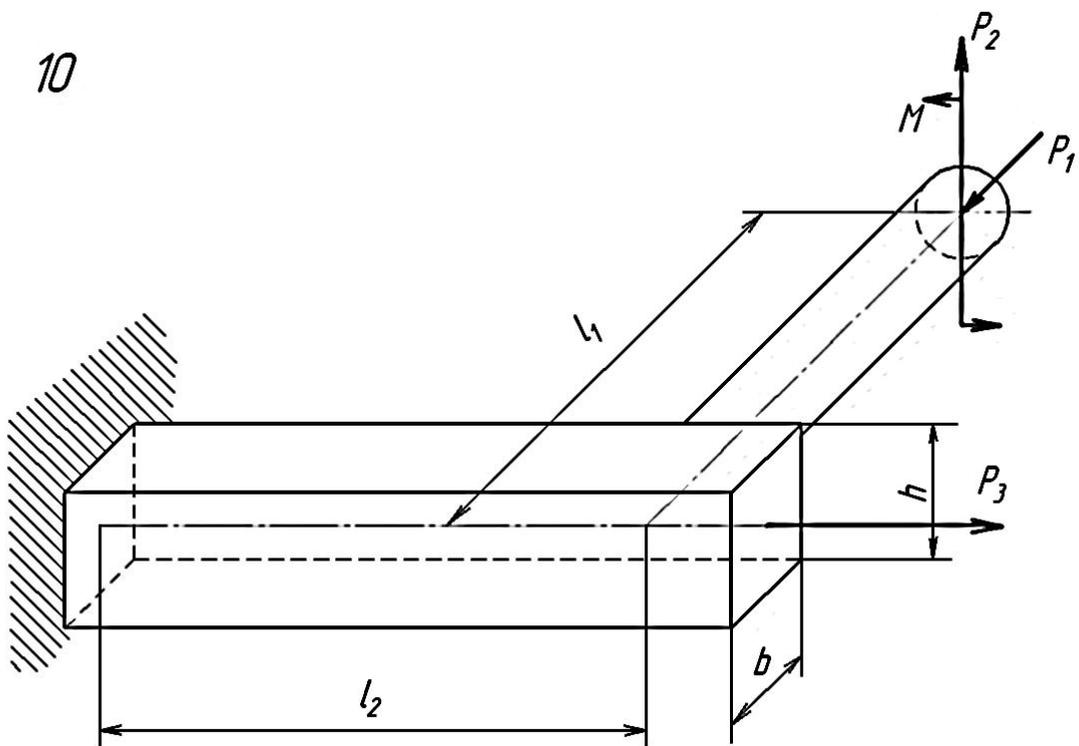
08



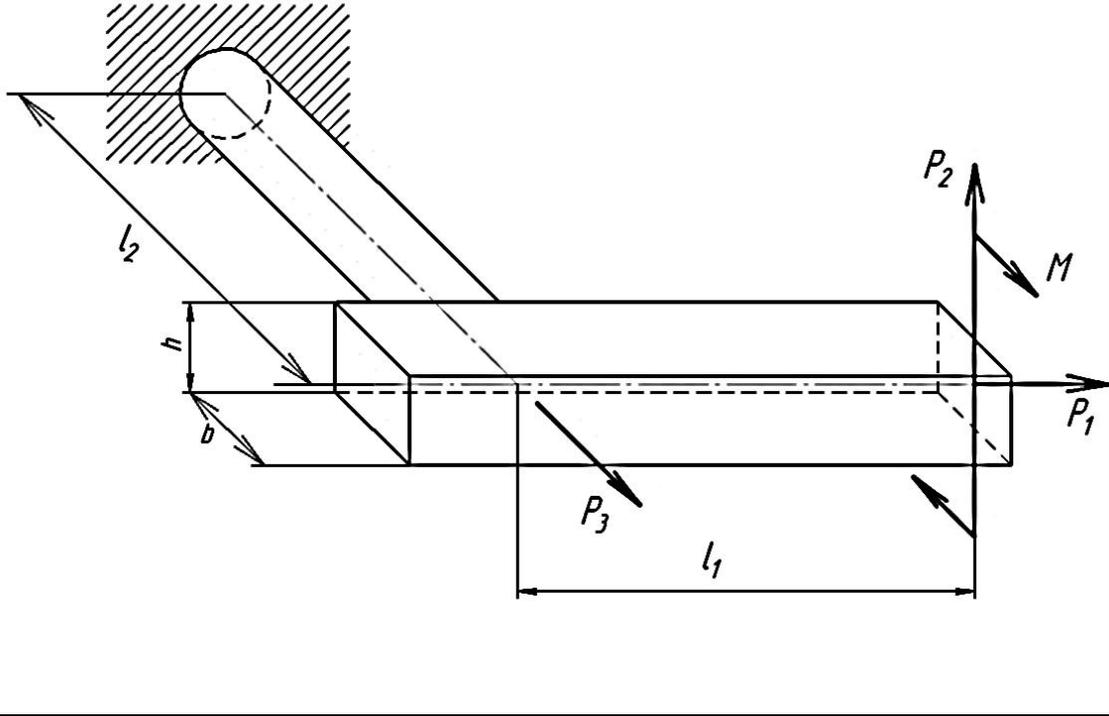
09



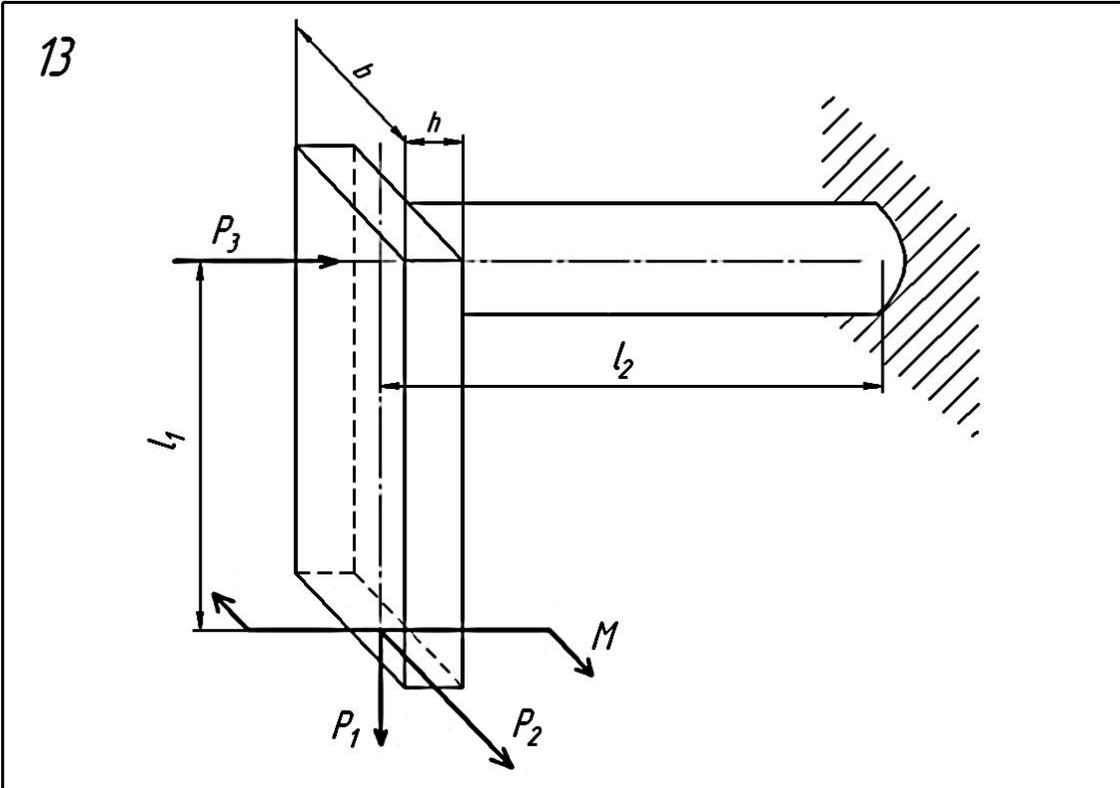
10



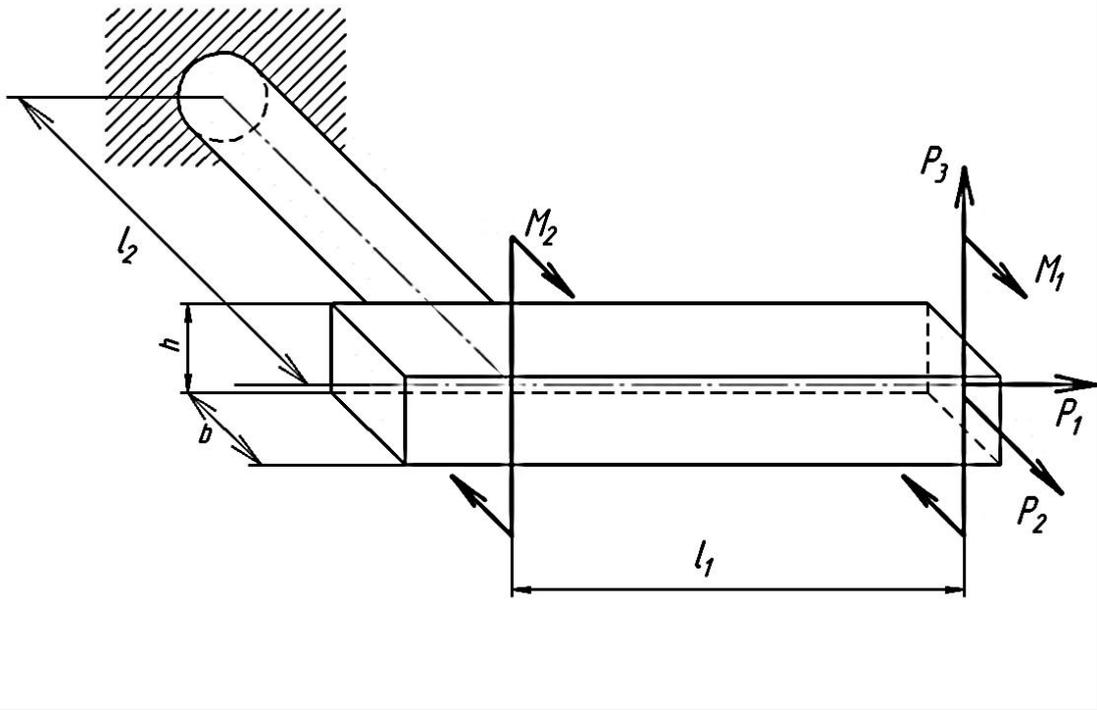
12



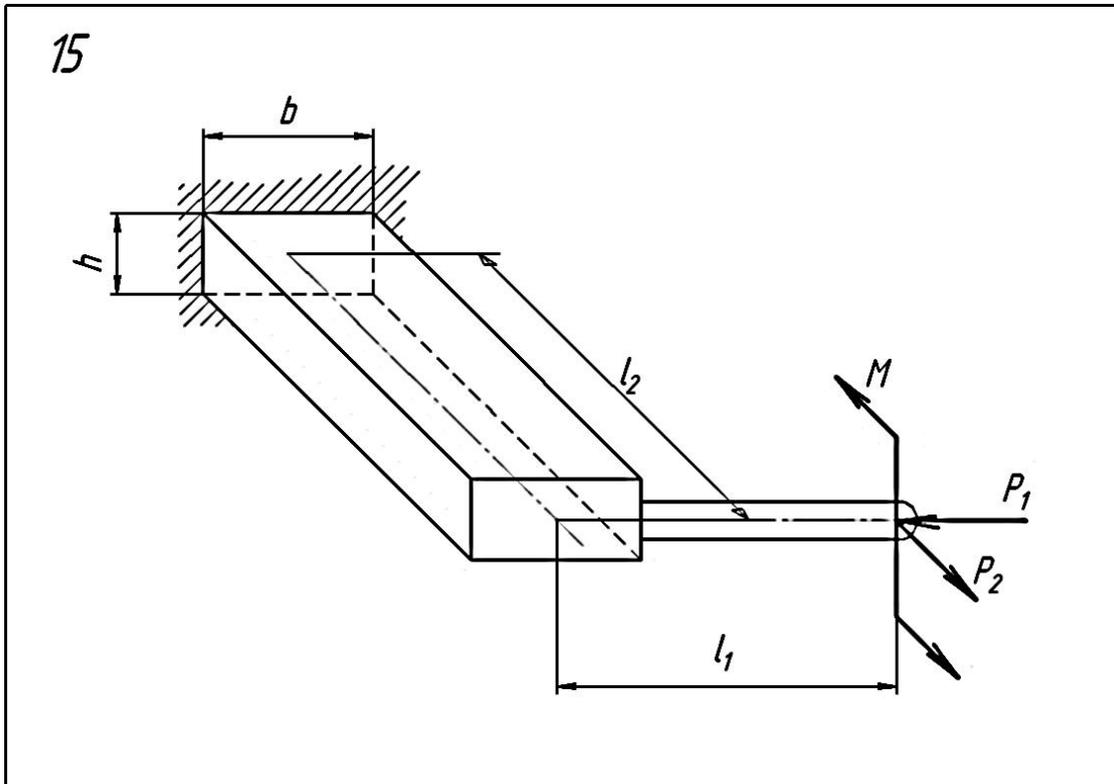
13



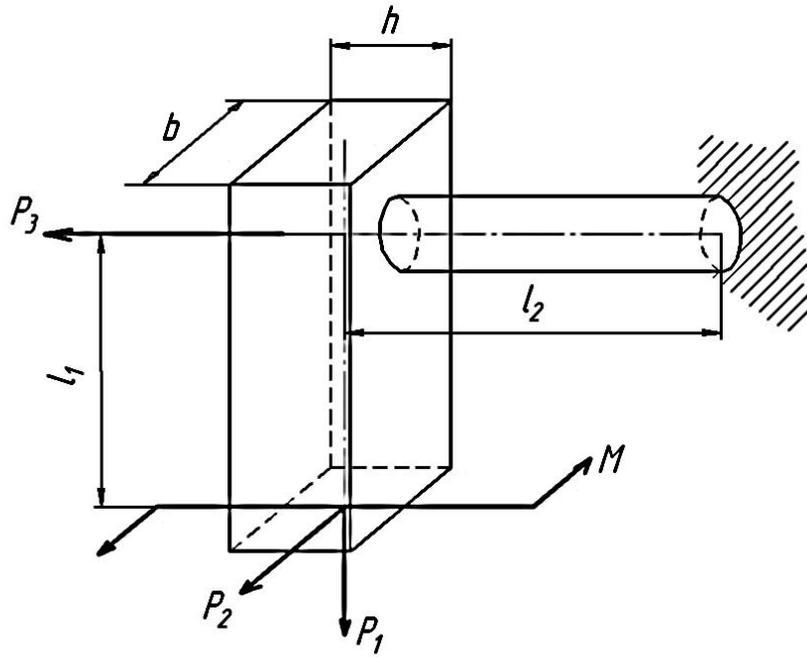
14



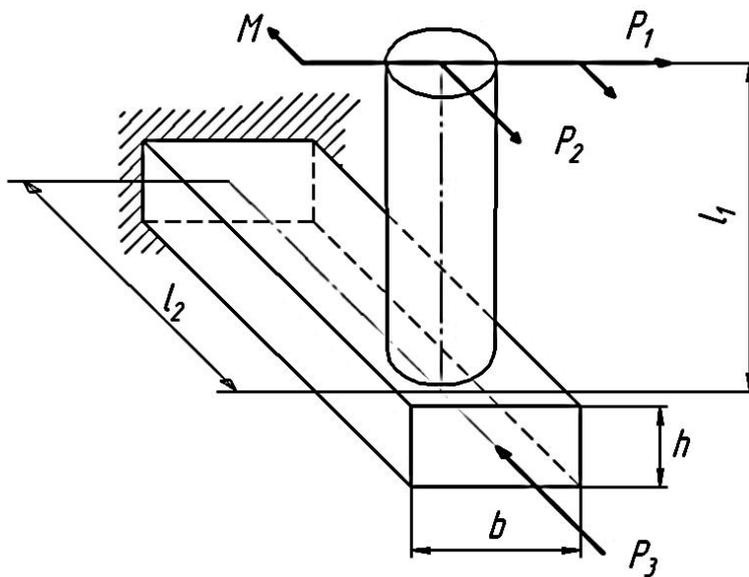
15



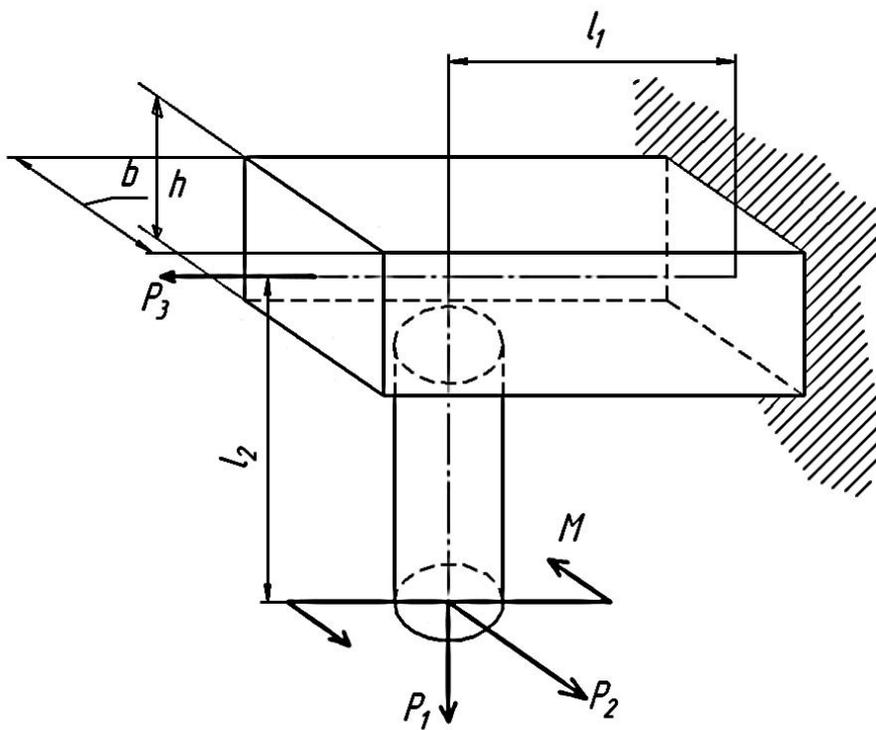
16



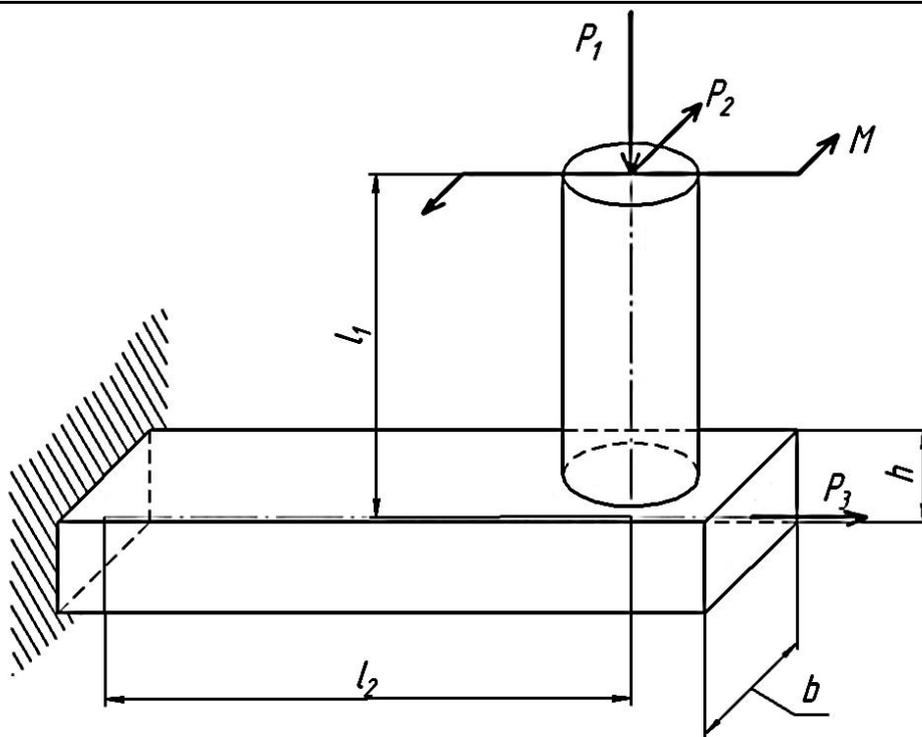
17



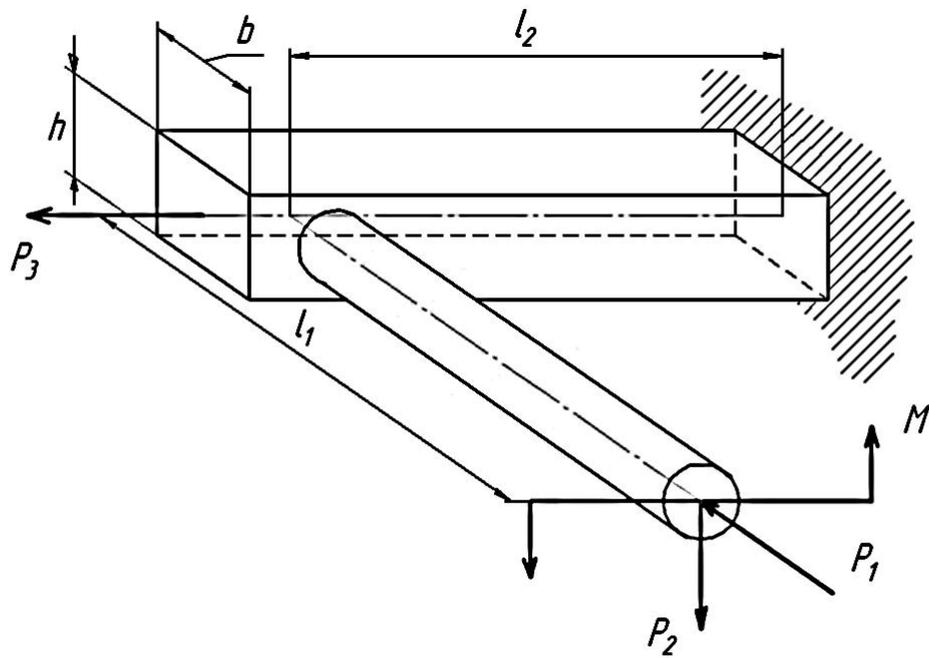
18



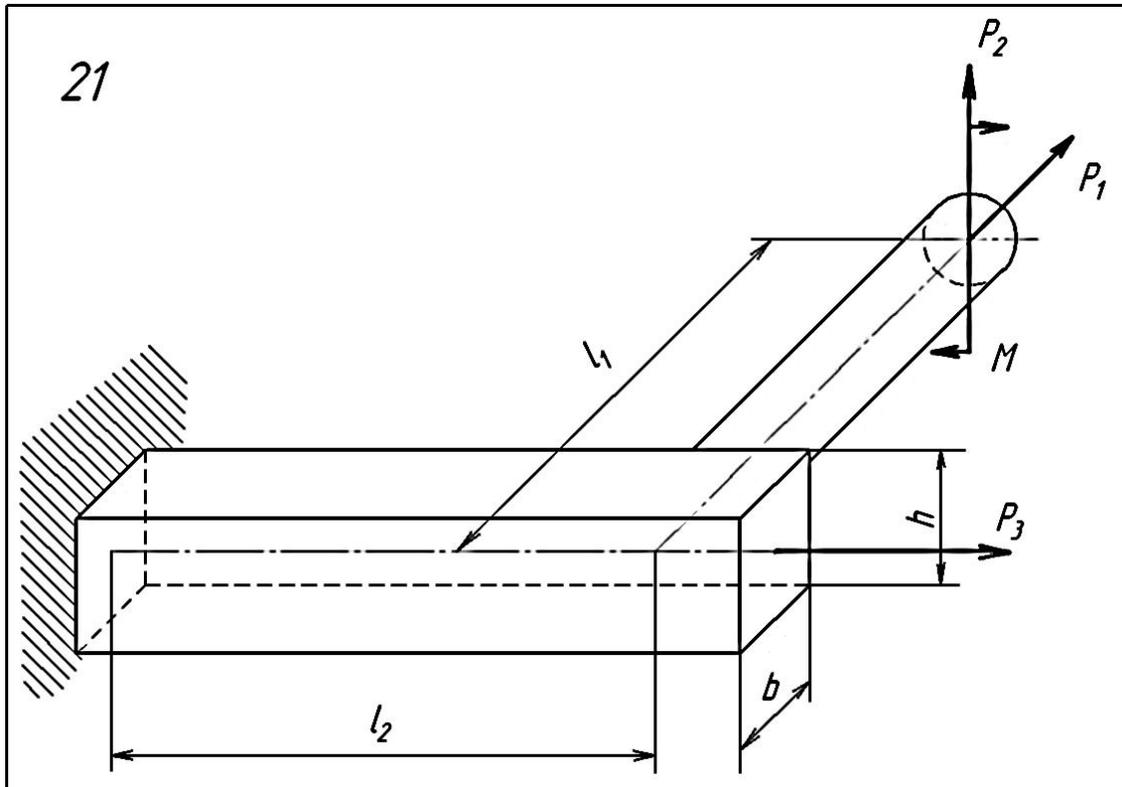
19



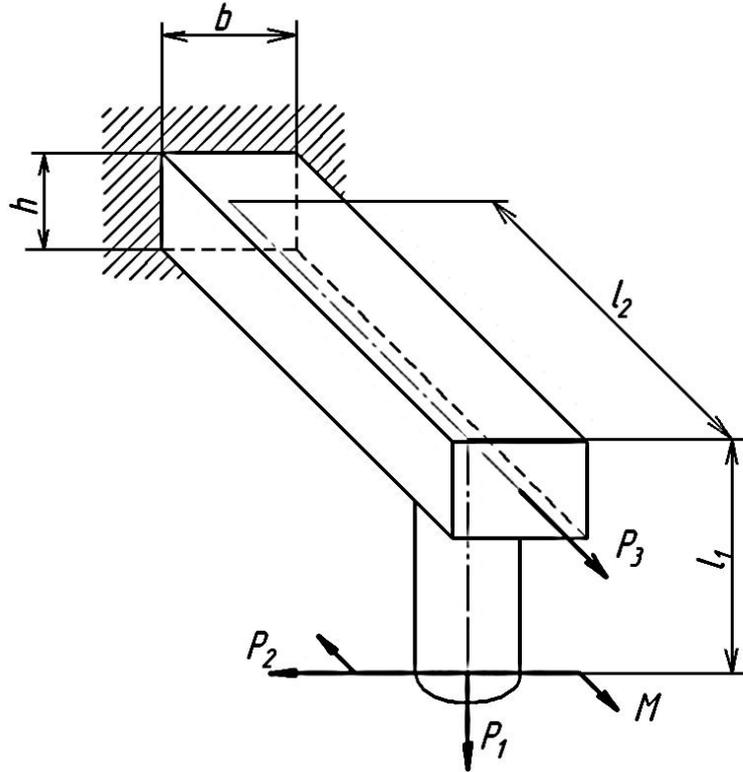
20



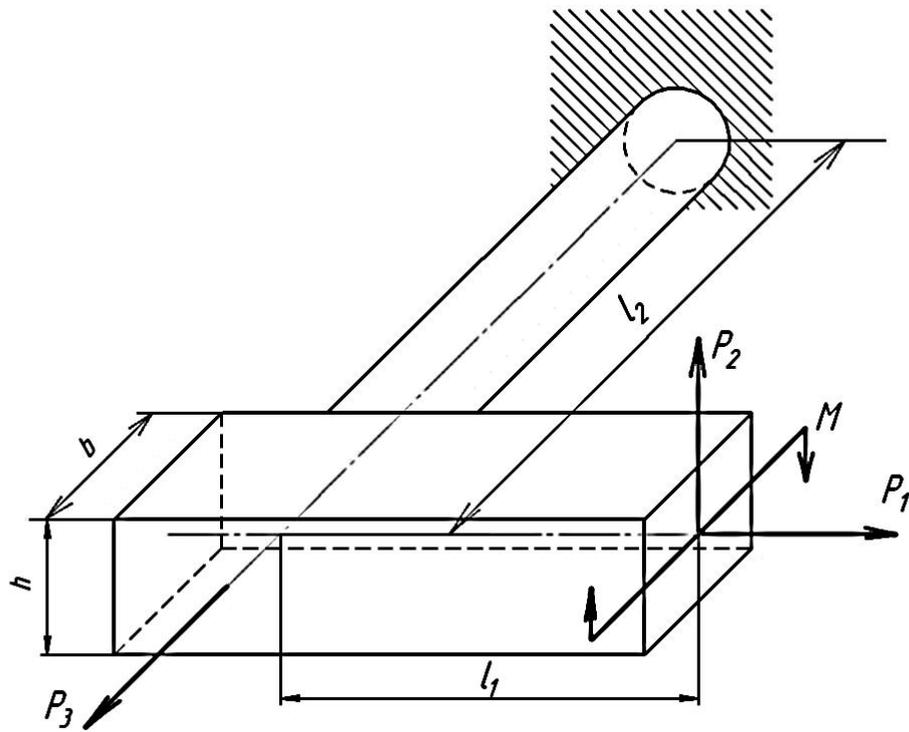
21



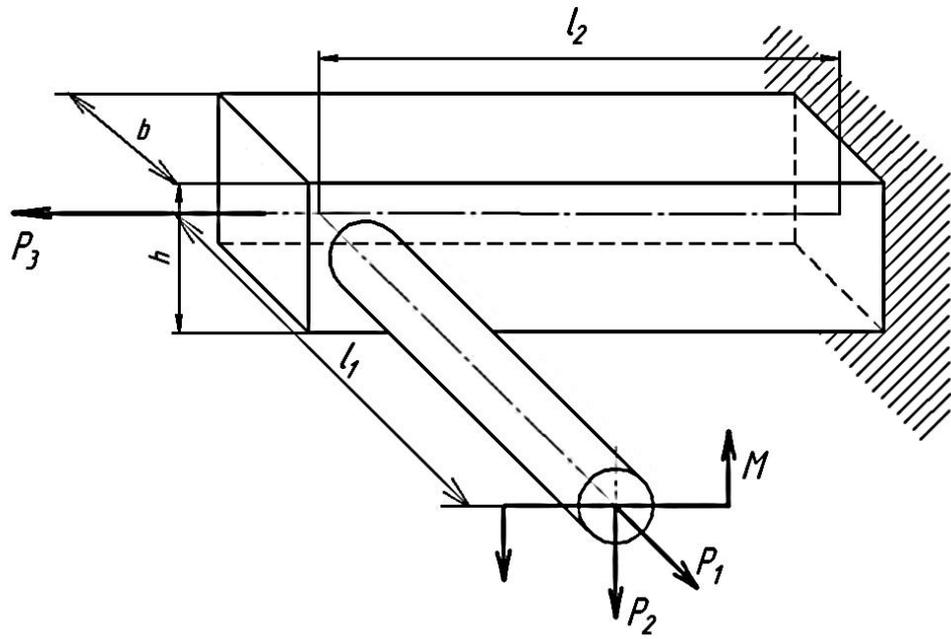
22



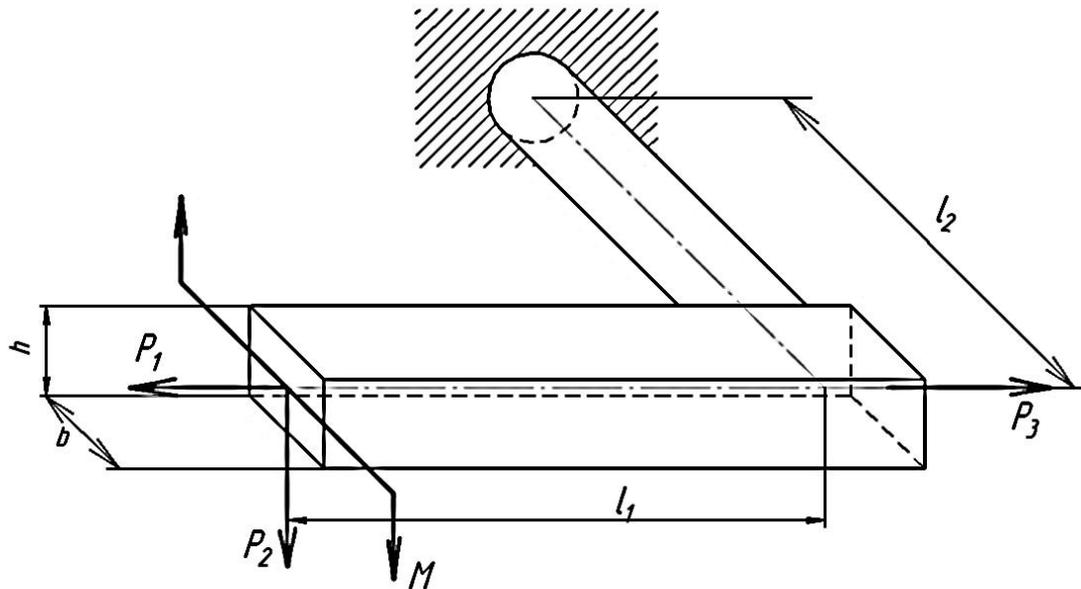
23



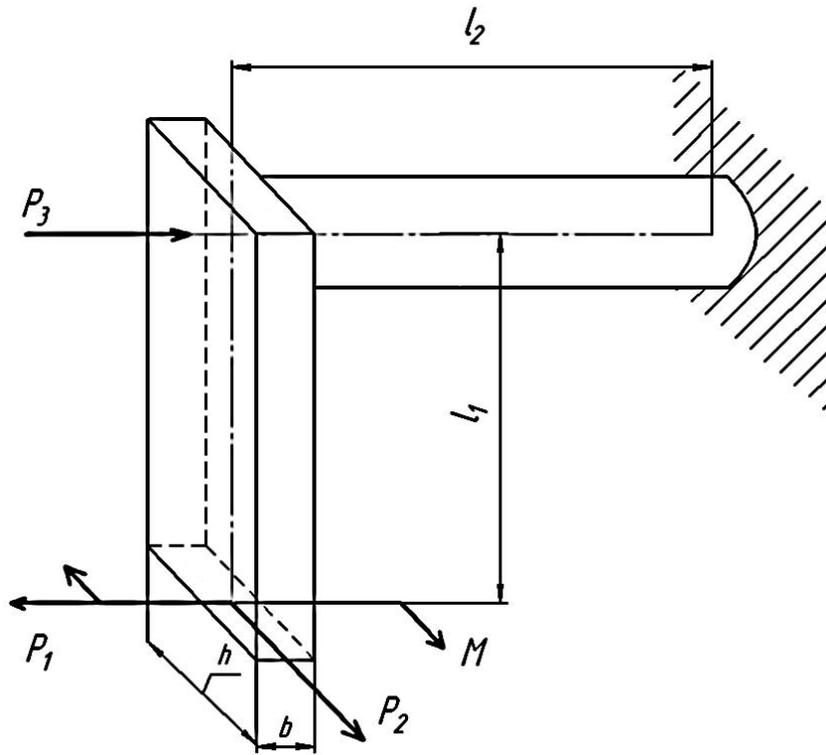
24



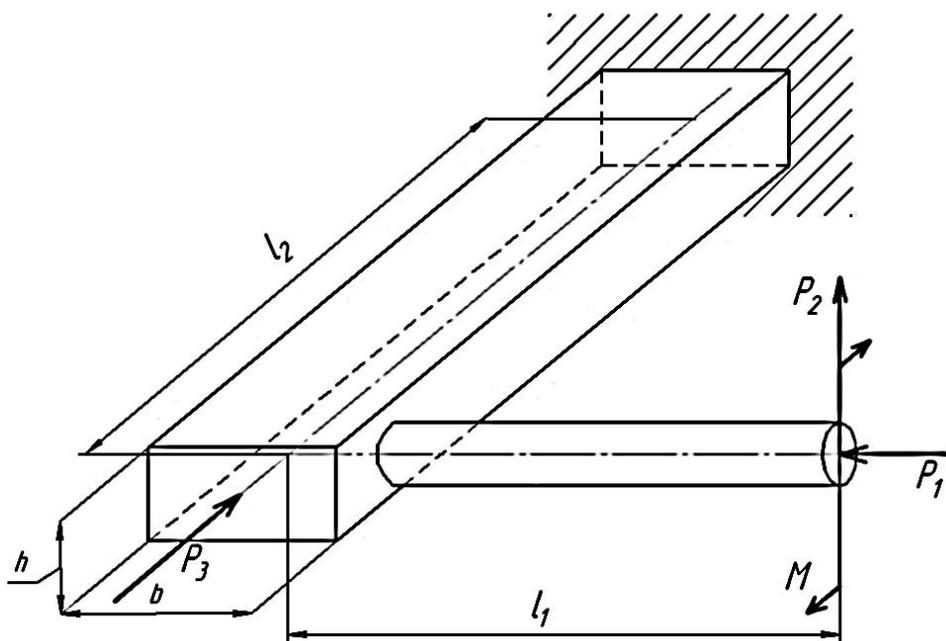
25



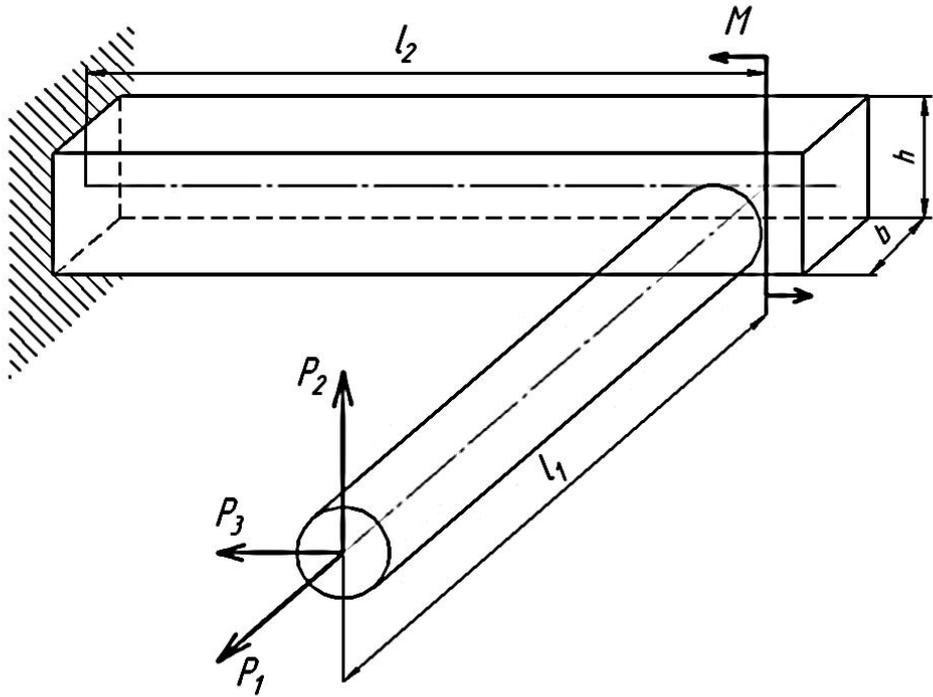
26



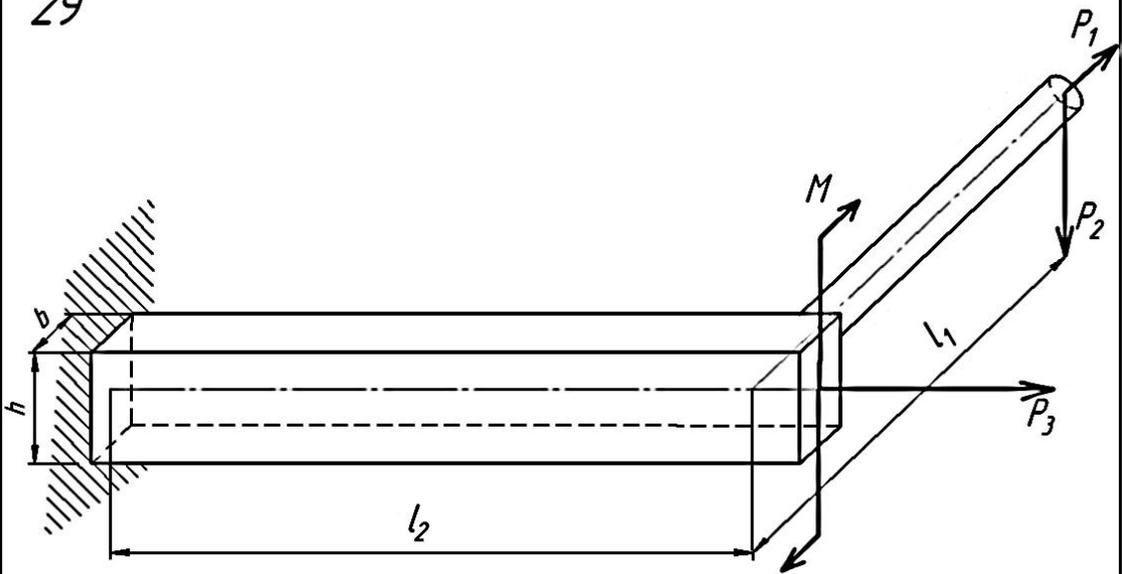
27

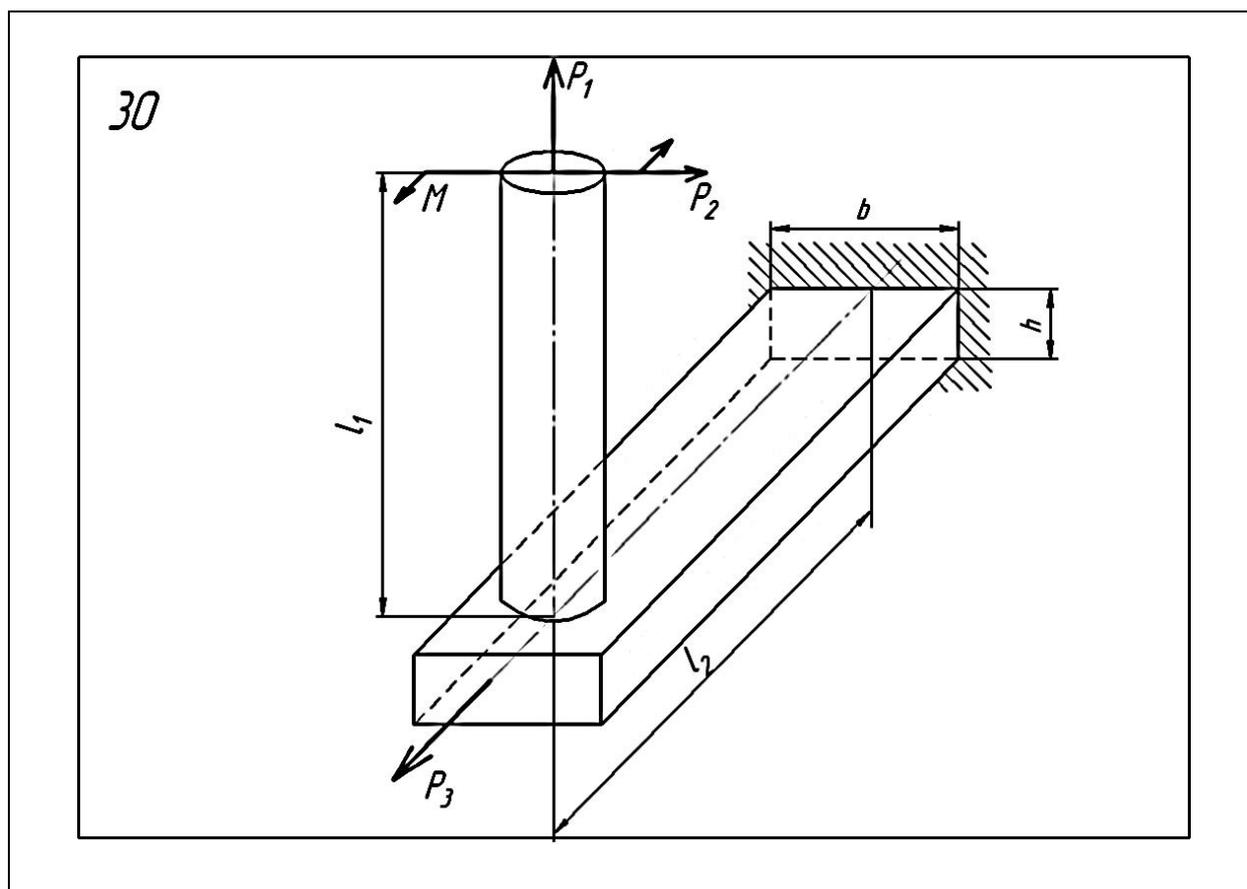


28



29





II. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Расчетная схема детали типа рычага («ломанный брус») изображена на рис. 1. Рычаг состоит из двух стержней, которые жестко скреплены под прямым углом. Один стержень (латунный) имеет прямоугольное сечение, другой стержень (стальной) – круглое. Длина стержня принимается равной длине его геометрической оси между точками пересечения с ее геометрическими осями других стержней. Граничными сечениями данного стержня являются его поперечные сечения, проходящие через точки пересечения геометрических осей.

Продольные размеры стержней: $l_1 = 80$ мм, $l_2 = 50$ мм, $l_3 = 60$ мм.

Соотношение сторон прямоугольного сечения $\frac{h}{b} = 2$.

Значение нагрузок: $P_1 = 50$ Н, $P_2 = 20$ Н, $P_3 = 30$ Н, $P_4 = 60$ Н, $P_5 = 40$ Н, $P_6 = 70$ Н, $P_7 = 20$ Н, $M_1 = 1000$ Н*мм, $M_2 = 4000$ Н*мм, $M_3 = 2000$ Н*мм.

Допустимые напряжения на растяжение: $[\sigma]_{\text{лс.}} = 100$ Н/мм²,
 $[\sigma]_{\text{ст.}} = 200$ Н/мм².

Цель расчета: определить размеры прямоугольного и круглого поперечных сечений детали, исходя из условий прочности.

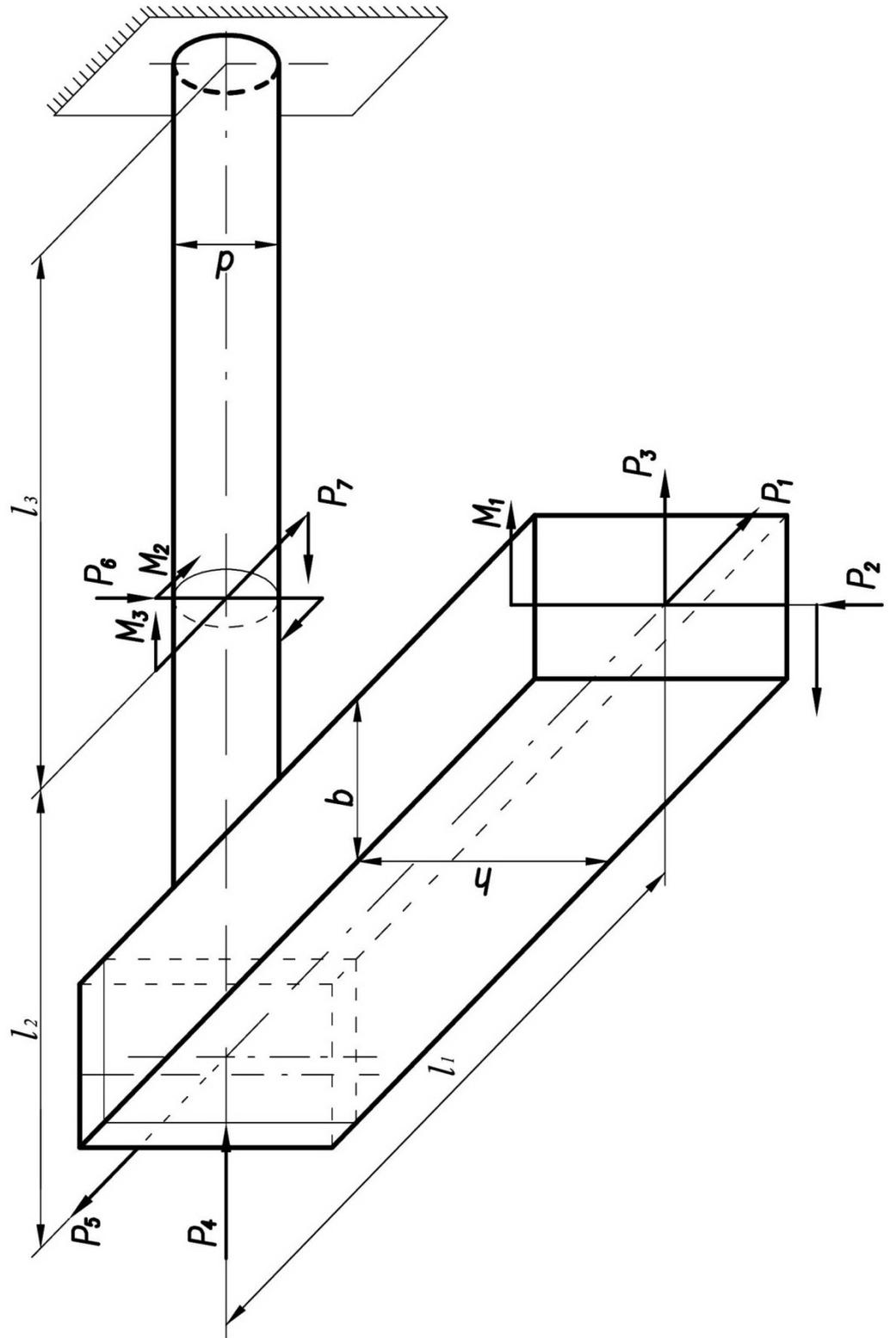


Рис. 1



III. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТНОЙ НАДЕЖНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО БРУСА С ЛОМАННОЙ ОСЬЮ

3.1. Составление уравнений компонентов внутренних усилий

При сложном сопротивлении в сечении стержня в общем случае может действовать шесть компонентов внутренних усилий: N_x – нормальная сила, Q_y , Q_z – перерезывающие силы по главным осям инерции y и z , M_x – крутящий момент, M_y , M_z – изгибающие моменты относительно главных осей y и z . Участком стержня считается такая его часть, для которой закон изменения каждого компонента описывается одним уравнением. Из расчетной схемы (рис. 1) устанавливаем, что деталь имеет 3 участка. Стержень прямоугольного сечения представляет собой один участок, цилиндрический стержень содержит 2 участка. Участкам дадим номера I, II, III (рис.2).

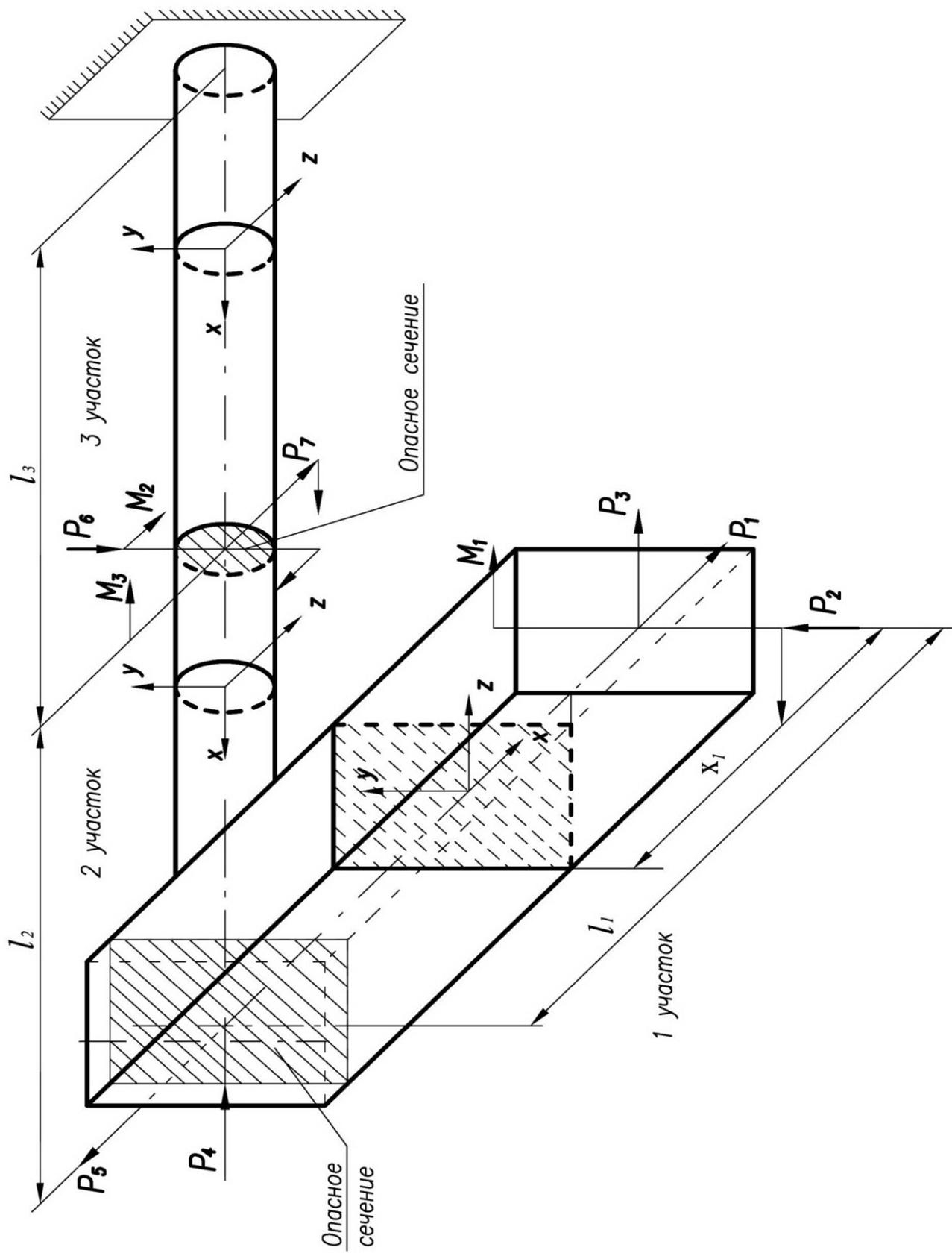


Рис. 2

На каждом участке возьмем произвольные сечения и в нем расположим координатную систему с началом координат в центре тяжести. Ось x направим в сторону той части детали, которую будем рассматривать как отброшенную. Оси y и z направим по главным осям инерции. Относительное расположение осей выбираем такое, чтобы поворот от оси y к z происходил по часовой стрелке, если смотреть с конца оси x (левая система). Произвольные сечения участков детали и координатные системы показаны на рис. 2.

Для различных участков стержня с прямой или искривленной осью за оставшиеся части можно принимать такие, которые находятся по разные стороны от сечения. Однако, чтобы знаки компонентов для одного и того же сечения были одинаковы, координатные оси, относящиеся к разным частям, должны иметь противоположные направления.

При этом, если для одной части принята левая система, то для другой система будет правой (рис. 3).

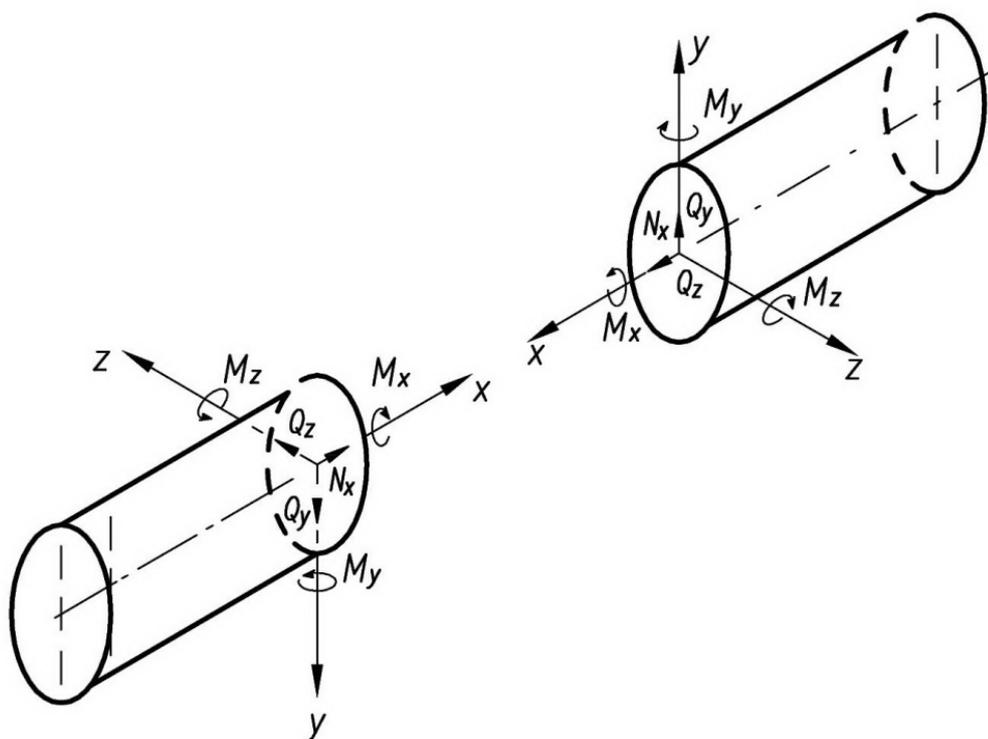


Рис. 3

Для определения в произвольных сечениях компонентов внутренних усилий все силы, приложенные к отброшенной части, спроектируем на координатные оси и возьмем моменты относительно этих осей. Момент считается положительным, когда направление его вращения вокруг оси совпадает с поворотом часовой стрелки, если смотреть с конца оси. Уравнения компонентов целесообразно свести в таблицу 1.

Таблица 1

Номер участка	Пределы изменения x , мм	Компоненты внутренних сил		
		N_x , Н	Q_y , Н	Q_z , Н
I	$0 \leq x \leq l_1$ $0 \leq x \leq 80$	P_1	P_2	P_3
		50	20	30
II	$0 \leq x \leq l_2$ $0 \leq x \leq 50$	$-P_3 - P_4$	P_2	$P_1 - P_5$
		$-30-60=-90$	20	$50-40=10$
III	$0 \leq x \leq l_3$ $0 \leq x \leq 60$	$-P_3 - P_4$	$P_2 - P_6$	$P_1 - P_5 + P_7$
		$-30-60=-90$	$20-70=-50$	$50-40+20=30$

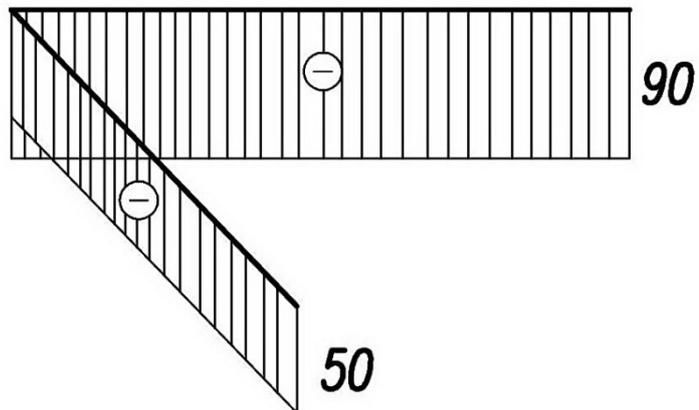
Номер участка	Пределы изменения x , мм	Компоненты внутренних сил		
		M_x , Н*мм	M_y , Н*мм	M_z , Н*мм
I	$0 \leq x \leq l_1$ $0 \leq x \leq 80$	M_1	$-P_3 x$	$P_2 x$
		1000	$-30x$	$20x$
II	$0 \leq x \leq l_2$ $0 \leq x \leq 50$	$-P_2 * l_1$	$-P_3 * 80 - P_1 x + P_5 x$	$M_1 + P_2 x$
		-1600	$-2400-50x+40x$	$1000+20x$
III	$0 \leq x \leq l_3$ $0 \leq x \leq 60$	$-P_2 * 80 + M_2$	$-P_3 * 80 - (P_1 - P_5) * (50 + x) + M_3 - P_7 x$	$M_1 + P_2(50 + x) - P_6 x$
		$-1600+2000=400$	$-2400-10(50+)+4000-20x$	$1000+20(50+x) - 70x$

3.2. Построение эпюр компонентов внутренних усилий

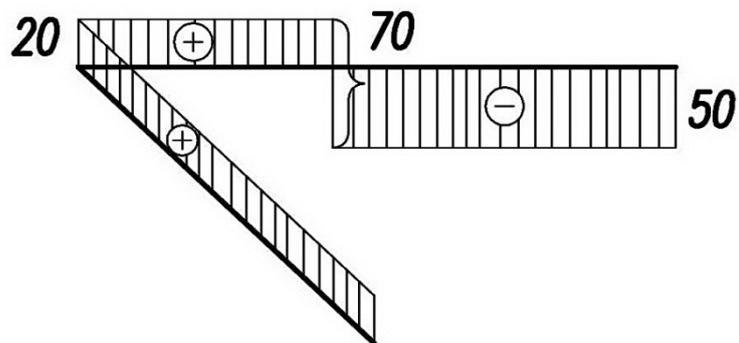
Чтобы иметь наглядное представление об изменении, на каждом участке следует построить эпюры. Для этого геометрическая ось ломаного стержня изображается в пространстве сплошной линией. Ординаты эпюр, равные в масштабе значению компонентов, откладываются перпендикулярно к геометрической оси. В зависимости от знака компонента направление ординаты можно принимать различным. Можно, например, условиться, что при положительном значении компонента, ординаты эпюры располагать вертикально вверх от оси, а при отрицательном знаке – вниз от оси.

Эпюры компонентов внутренних сил представлены на рис. 4а, б.

Эпюра N_x



Эпюра Q_y



Эпюра Q_z

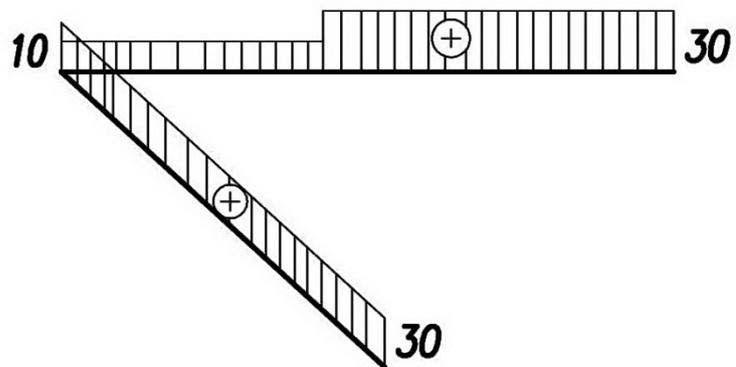
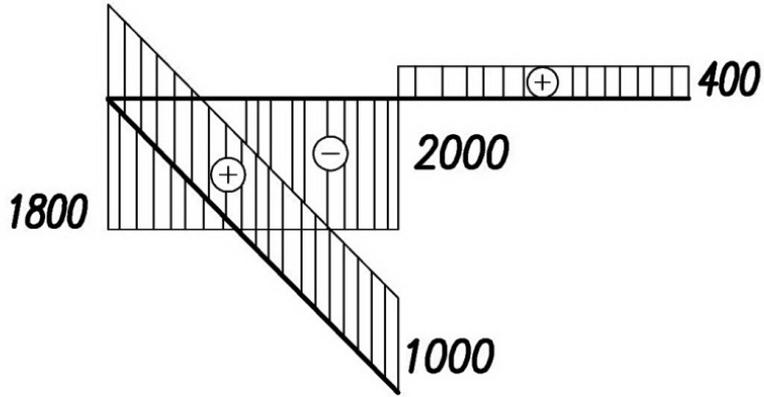
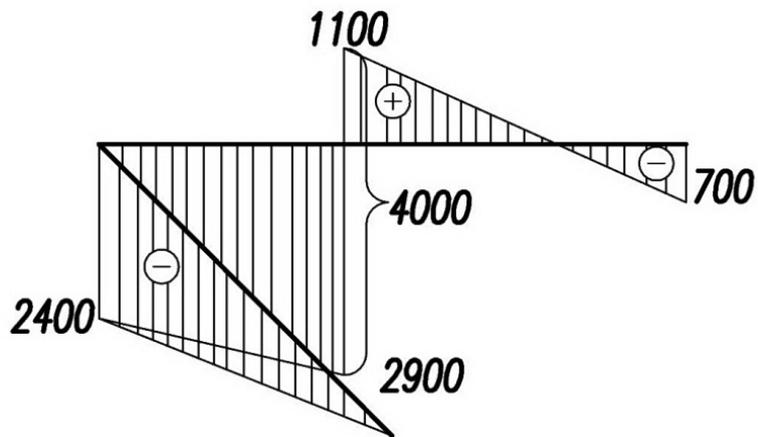


Рис. 4,а
25

Эпюра M_x



Эпюра M_y



Эпюра M_z

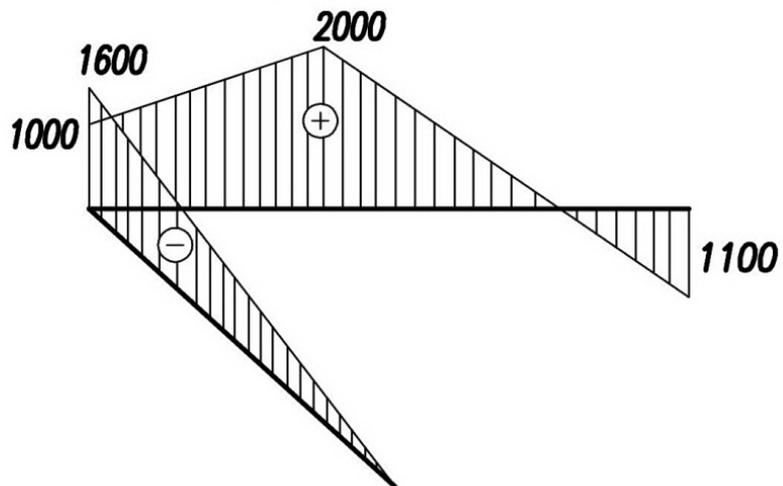


Рис.4,б

3.3. Нахождение положений опасных сечений в призматическом и цилиндрическом стержнях

Определение положения опасного сечения при сложном сопротивлении является одним из важных этапов расчета и требует внимательного анализа эпюр компонентов. Загруженность сечения зависит от значений всех шести компонентов, которые могут в нем действовать. Если бы нашлось сечение, имеющие все шесть компонентов наибольшими, то оно и было бы самым опасным. Однако такой случай встречается редко. Обычно бывает так, что в различных сечениях разные компоненты максимальны. При этом нужно учесть, что роль каждого компонента в создании напряженности не одинакова. Очевидно, самым опасным будет то сечение, которому соответствует наибольшее расчетное напряжение.

В соответствии с принятой третьей теорией прочности (по критерию наибольших касательных напряжений) расчетное напряжение определенным образом зависит от нормальных и касательных напряжений. Нормальные напряжения σ – вызывают компоненты N_x , M_y , M_z ; касательные τ – компоненты Q_y , Q_z , M_x . Расчеты на сложное сопротивление показывают, что, как правило, нормальные напряжения от M_y , M_z выше, чем от N_x , а касательные напряжения от M_x больше, чем от Q_y и Q_z . Это дает основание при оценки загруженности сечения учитывать в первую очередь значения изгибающих и крутящего моментов.

Если нельзя однозначно решить, что какое-либо одно сечение является самым опасным, то всегда оказывается возможным выделить два-три сечения, которые по отношению к другим являются наиболее опасными. Какое же из них самое опасное, покажет расчет. Для такого сечения размеры будут максимальными.

В примере опасным сечением в призматическом стержне будет сечение, расположенное в конце первого участка при $x = l_1$. В нем действует наибольшие моменты M_y и M_z . Другие компоненты во всех сечениях одинаковы. В цилиндрическом стержне опасное сечение находится при $x = l_2$, т.е. в конце второго участка. В этом сечении максимальное значение имеют компоненты M_y , M_z , M_x . Компоненты Q_y и Q_z по значению не велики и роль их в напряженном состоянии стержня относительно мала. Нормальная сила в сечениях постоянна. Выпишем в таблицу 2 значения компонентов в опасных сечениях.

Таблица 2

Форма опасного сечения	Компоненты внутренних сил					
	N_x , Н	Q_y , Н	Q_z , Н	M_x , Н*мм	M_y , Н*мм	M_z , Н*мм
Прямоугольное	50	20	30	1000	-2400	1600
Круглое	-90	20	10	-1600	-2900	2000

3.4. Построение в опасном прямоугольном сечении эпюр нормальных и касательных напряжений от действующих компонентов внутренних сил

После того как установлено положение опасного сечения, в нем нужно найти самую опасную точку. Это также вопрос, ответ на который не вполне очевиден и требует необходимого анализа.

Изобразим опасное прямоугольное сечение (рис. 5) покажем все компоненты и построим эпюры нормальных и касательных напряжений.

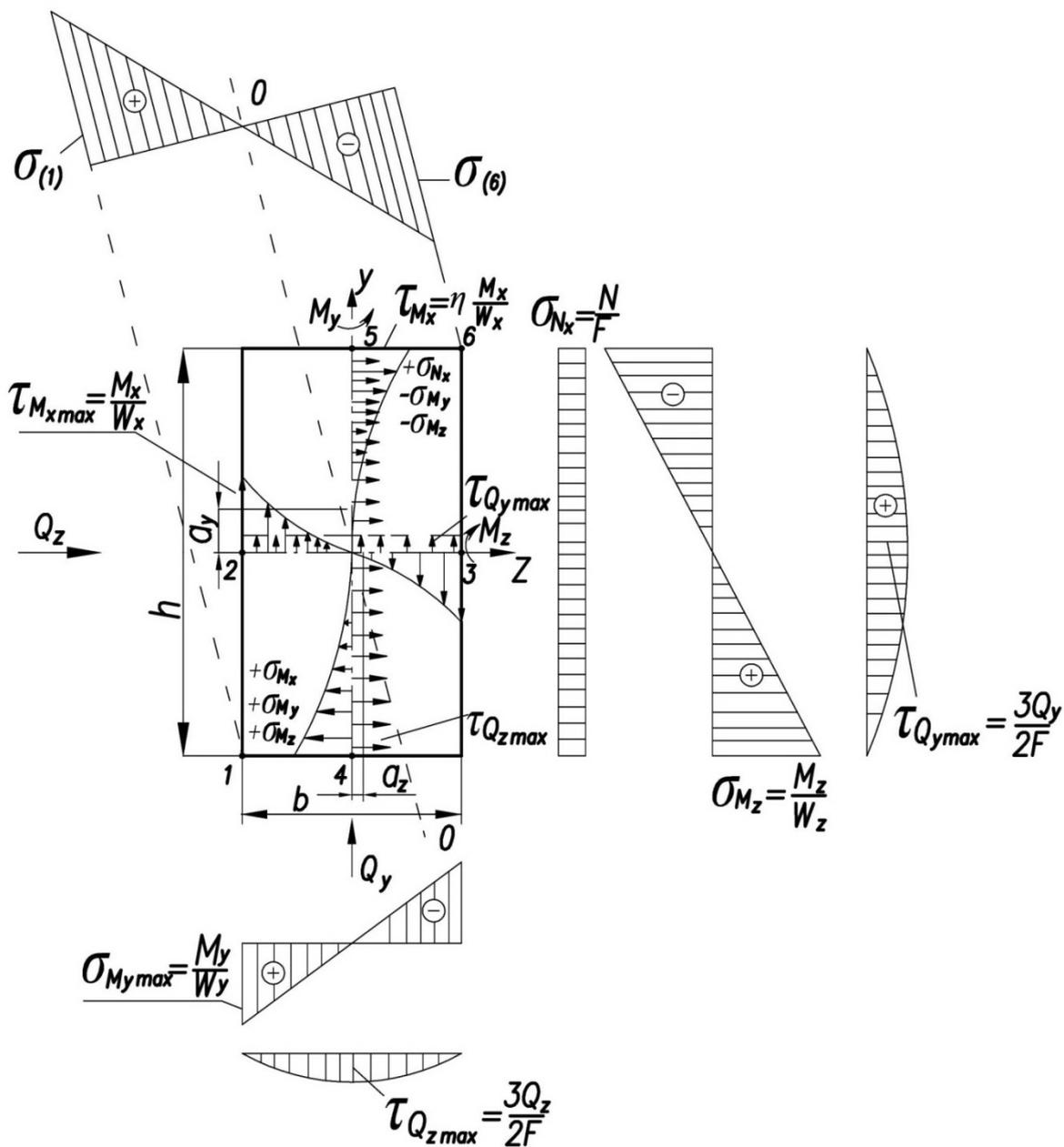


Рис. 5

3.4.1. Нахождение положений наиболее напряженных точек

Поскольку, напряженное состояние в точке оценивается по третьей теории прочности, то следует отыскать такую точку, в которой расчетное напряжение является наибольшим.

Условие прочности будет иметь вид

$$\sigma_{p3 \text{ наиб}} = (\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2})_{\text{наиб}} \leq [\sigma]_л \quad (1)$$

или

$$\sigma_{p3 \text{ наиб}} = \sqrt{(\sigma_{N_x} + \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z})^2 + 4 * (\overline{\tau_{M_x}} + \overline{\tau_{Q_y}} + \overline{\tau_{Q_z}})^2} \leq [\sigma]_л. \quad (2)$$

Напряжение τ суммируется геометрически. Если в условие (2) подставить выражения σ и τ , то получим

$$\sigma_{p3 \text{ наиб}} = \sqrt{\left(\frac{N_x}{F} + \frac{M_{yZ}}{J_y} + \frac{M_{zY}}{J_z}\right)^2 + 4 \left(\overline{cM_x f(y, z)} + \frac{\overline{Q_y S_z}}{J_z b'} + \frac{\overline{Q_z S_y}}{J_y b''}\right)^2} \leq [\sigma]_л. \quad (3)$$

В выражениях обозначено: σ - нормальное напряжение; τ –касательное напряжение; $\sigma_{p3 \text{ наиб}}$ - наибольшее расчетное напряжение по третьей теории прочности; $\sigma_{N_x}, \sigma_{M_y}, \sigma_{M_z}$ – нормальные напряжения от компонентов, соответственно, N_x, M_y, M_z ; $\tau_{M_x}, \tau_{Q_y}, \tau_{Q_z}$ – касательные напряжения от компонентов, соответственно, M_x, Q_y, Q_z ; F – площадь поперечного сечения стержня; J_y, J_z – моменты инерции сечения относительно осей y и z ; S_y – статический момент относительно оси y части сечения, отсеченной по линии, параллельной этой оси и проходящей через точку, где определяют τ ; S_z – статический момент относительно оси z части сечения, отсеченной по линии, параллельной этой оси и проходящей через точку, где определяют τ ; b' – ширина сечения по линии, параллельной оси z и проходящей через точку, в которой находят τ ; b'' – ширина сечения по линии параллельной оси y и проходящей через точку, в которой находят τ ; c – коэффициент, зависящий от геометрических характеристик сечения; $f(y, z)$ – функция координат точки, в которой находится напряжение.

В прямоугольном сечении можно указать на 5 точек, расчетные напряжения в которых будут больше, чем в других точках. Такими точками являются: точка с наибольшим по абсолютной величине нормальным напряжением и четыре точки со значительными нормальными и касательными напряжениями.

Первая точка (точка 1) находится в вершине одного из углов. Её можно найти, если в каждом квадранте сечения отметить знаки нормальных напряжений от компонентов N_x , M_y , M_z . Знаки можно располагать, например, по вертикали от контура сечения. Другие точки (2,3,4, и 5) совпадают с серединами длинных и коротких сторон сечения.

Пять опасных точек отмечены на рис. 5.

3.4.2. Определение размеров сечения

Определять размеры сечения можно двумя способами.

По первому способу находят размеры сечения из условий прочности для каждой из пяти точек и принимают наибольшие. Точка, которой отвечают эти размеры, будет самой опасной.

Второй способ состоит в том, что вначале размеры определяют из условий прочности для точки с наибольшими нормальными напряжениями. Затем, принимая эти размеры, находят напряжение в других точках, т.е. делают проверку прочности. Если напряжение в других точках окажется меньше, чем допускаемое, то точка 1 – самая опасная, и размеры определены правильно. Если напряжение в каких-либо точках будут больше допускаемого, то размеры находят из условий прочности для точки с наибольшим расчетным напряжением. Эта точка и будет самой опасной. Обычно пользуются вторым способом.

Напишем условие прочности для точки 1:

$$\sigma_{p_3(1)} = \sqrt{\sigma_{(1)}^2 + 4\tau_{(1)}^2} \leq [\sigma]_л$$

Так как $\tau_{(1)} = 0$, то

$$\sigma_{p_3(1)} = \sigma_{(1)} \leq [\sigma]_л,$$

или

$$\sigma_{p_3(1)} = \frac{N_x}{F} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma]_л, \quad (4)$$

где W_y и W_z – моменты сопротивления сечения относительно осей y и z . Заметим, что знаки нормальных напряжений в формулах $\frac{M_y}{W_y}$ и $\frac{M_z}{W_z}$ и касательных напряжений от M_x , Q_y , Q_z знаками величин, входящих в формулы, сами по себе не определяются. Их следует устанавливать по смыслу.

Уравнение (4) упростим, отбросив первое слагаемое

$$\sigma_{p_3(1)} = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma]_л, \quad (5)$$

Напишем выражения для моментов сопротивления:

$$W_y = \frac{hb^2}{6}, \quad W_z = \frac{bh^2}{6}.$$

Учитывая, что $\frac{h}{b} = 2$, получим

$$W_y = \frac{b^3}{3}, \quad W_z = \frac{2b^3}{3}, \quad \text{или} \quad W_z = 2W_y.$$

Тогда

$$\sigma_{p_3(1)} = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{2W_y} \leq [\sigma]_л.$$

Отсюда найдем:

$$W_y = \frac{2M_y + M_z}{2[\sigma]_л},$$

$$W_y = \frac{2 \cdot 2400 + 1600}{2 \cdot 100} = 32,0 \text{ мм}^3,$$

$$W_z = 64,0 \text{ мм}^3.$$

Определим размеры сечения и его площадь:

$$b = \sqrt[3]{3 * W_y} = \sqrt[3]{3 * 32,0} = \sqrt[3]{96,0} = 4,60 \text{ мм},$$

$$h = 2 * b = 2 * 4,60 = 9,20 \text{ мм},$$

$$F = b * h = 4,60 * 9,20 = 42,3 \text{ мм}^2.$$

Оценим вес нормального напряжения от компонента N_x :

$$\sigma_{N_x} = \frac{N_x}{F} = \frac{50}{42,3} = 0,118 \text{ Н/мм}^2.$$

Оно составляет всего лишь 1,18% от $[\sigma]_{лс}$. Поэтому при нахождении размеров допустимо компонент N_x не учитывать и применять формулу (5).

Сделаем проверку прочности в точках 2,3,4, и 5.

Точка 2

$$\sigma_{p_3(2)} = \sqrt{\sigma_{(2)}^2 + 4\tau_{(2)}^2} \leq [\sigma]_л,$$

$$\sigma_{p_3(2)} = \sqrt{\left(\frac{N_x}{F} + \frac{M_y}{W_y}\right)^2 + 4\left(\frac{M_x}{\alpha * h * b^2} + \frac{3 * Q_y}{2 * F}\right)^2} \leq [\sigma]_л,$$

$$\sigma_{p_3(2)} = \sqrt{\left(\frac{50}{42,3} + \frac{2400}{32,0}\right)^2 + 4\left(\frac{1000}{0,457 * 9,20 * 4,60^2} + \frac{3 * 20}{2 * 42,3}\right)^2} = 31,3 \text{ Н/мм}^2.$$

$$31,3 \text{ Н/мм}^2 = \sigma_{p_3(2)} < [\sigma]_л = 100 \text{ Н/мм}^2.$$

Приближенные значения безразмерных коэффициентов α , β и η для τ_{Mx} приведены в таблице 3 ([8, с. 54], [11]).

Таблица 3

h/b	α	β	η	h/b	α	β	η
1,0	0,141	0,208	1,000	3,0	0,790	0,801	0,753
1,2	0,199	0,263	0,935	4,0	1,123	1,150	0,745
1,5	0,294	0,346	0,859	5,0	1,455	1,455	0,744
1,75	0,375	0,418	0,820	6,0	1,789	1,789	0,743
2,0	0,457	0,493	0,795	8,0	2,456	2,456	0,742
2,5	0,622	0,645	0,766	10,0	3,123	3,123	0,742

Точка 3

$$\sigma_{p_3(3)} = \sqrt{\sigma_{(3)}^2 + 4\tau_{(3)}^2} \leq [\sigma]_л,$$

$$\sigma_{p_3(3)} = \sqrt{\left(\frac{N_x}{F} - \frac{M_y}{W_y}\right)^2 + 4\left(-\frac{M_x}{\alpha \cdot h \cdot b^2} + \frac{3 \cdot Q_y}{2 \cdot F}\right)^2} \leq [\sigma]_л.$$

Как видно из выражения,

$$\sigma_{p_3(3)} < \sigma_{p_3(2)}.$$

Точка 4

$$\sigma_{p_3(4)} = \sqrt{\sigma_{(4)}^2 + 4\tau_{(4)}^2} \leq [\sigma]_л,$$

$$\sigma_{p_3(4)} = \sqrt{\left(\frac{N_x}{F} + \frac{M_z}{W_z}\right)^2 + 4\left(-\frac{\eta M_x}{\alpha \cdot h \cdot b^2} + \frac{3 \cdot Q_z}{2 \cdot F}\right)^2} \leq [\sigma]_л,$$

$$\sigma_{p_3(4)} = \sqrt{\left(\frac{50}{42,3} + \frac{1600}{64,0}\right)^2 + 4\left(-\frac{0,795 \cdot 1000}{0,457 \cdot 9,20 \cdot 4,60^2} + \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot 42,3}\right)^2} = 31,3 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2},$$

$$31,3 \text{ Н/мм}^2 = \sigma_{p_3(4)} < [\sigma]_л = 100 \text{ Н/мм}^2.$$

Точка 5

$$\sigma_{p_3(5)} = \sqrt{\sigma_{(5)}^2 + 4\tau_{(5)}^2} \leq [\sigma]_л$$

$$\sigma_{p_3(5)} = \sqrt{\left(\frac{N_x}{F} - \frac{M_z}{W_z}\right)^2 + 4\left(\frac{M_x}{\alpha \cdot h \cdot b^2} + \frac{3 \cdot Q_z}{2 \cdot F}\right)^2} \leq [\sigma]_л$$

$$30,2 \text{ Н/мм}^2 = \sigma_{p_3(5)} < [\sigma]_л = 100 \text{ Н/мм}^2$$

Проверка показывает, что напряжения в точках 2,3,4, и 5 существенно меньше допустимого напряжения. Наиболее опасной является точка 1.

Исходя из уровня напряженного состояния в точке 1, расчетные размеры сечения принимаются равными:

$$b = 4,6 \text{ мм}, h = 9,20 \text{ мм}.$$

Округление полученных значений размеров поперечного сечения до стандартных значений решается при конструировании детали.

3.4.3. Построение нулевых линий и эпюр результирующих нормальных напряжений

Найдем положение нулевой линии. Ее уравнение имеет вид

$$\frac{N_x}{F} + \frac{M_y * z_0}{J_y} - \frac{M_z * y_0}{J_z} = 0 \quad (6)$$

или

$$\frac{y_0}{\alpha_y} + \frac{z_0}{\alpha_z} = 1,$$

где α_y, α_z –отрезки, отсекаемые нулевой линией на осях y и z .

Вычислим значения отрезков:

$$\alpha_y = \frac{N_x * J_z}{F * M_z} = \frac{N_x * h^2}{12 * M_z}, \quad \alpha_y = \frac{50 * 9,20^2}{12 * 1600} = 0,220 \text{ мм},$$

$$\alpha_z = -\frac{N_x * J_y}{F * M_y} = -\frac{N_x * b^2}{12 * M_y}, \quad \alpha_z = -\frac{50 * 4,60^2}{12 * (-2400)} = 0,027 \text{ мм}.$$

Проведем нулевую линию в сечении (рис. 5). Она делит его на две зоны. В одной из них нормальные напряжения растягивающие, в другой – сжимающие.

Наибольшее растягивающее напряжение равно

$$\sigma_{\text{раст.наиб}} = \sigma_{(1)} = \frac{N_x}{F} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z}$$

$$\sigma_{(1)} = \frac{N_x}{F} + [\sigma]_{\text{л}}$$

$$\sigma_{(1)} = 1,18 + 100 = 101 \text{ Н/мм}^2$$

Наибольшее сжимающее напряжение действует в точке 6:

$$\sigma_{\text{сж.наиб}} = \sigma_{(6)} = \frac{N_x}{F} - \frac{M_y}{W_y} - \frac{M_z}{W_z},$$

$$\sigma_{(6)} = \frac{N_x}{F} - [\sigma]_{\text{л}},$$

$$\sigma_{(6)} = 1,18 - 100 = 99 \text{ Н/мм}^2.$$

Имея значения $\sigma_{(1)}$ и $\sigma_{(2)}$, построим эпюру результирующих нормальных напряжений (рис. 5).

3.5. Построение в опасном круглом сечении эпюр нормальных и касательных напряжений от компонентов внутренних сил

Как и при расчете прямоугольного сечения, покажем круглое опасное сечение, действующие в нем компоненты и построим эпюры напряжений (рис. 6).

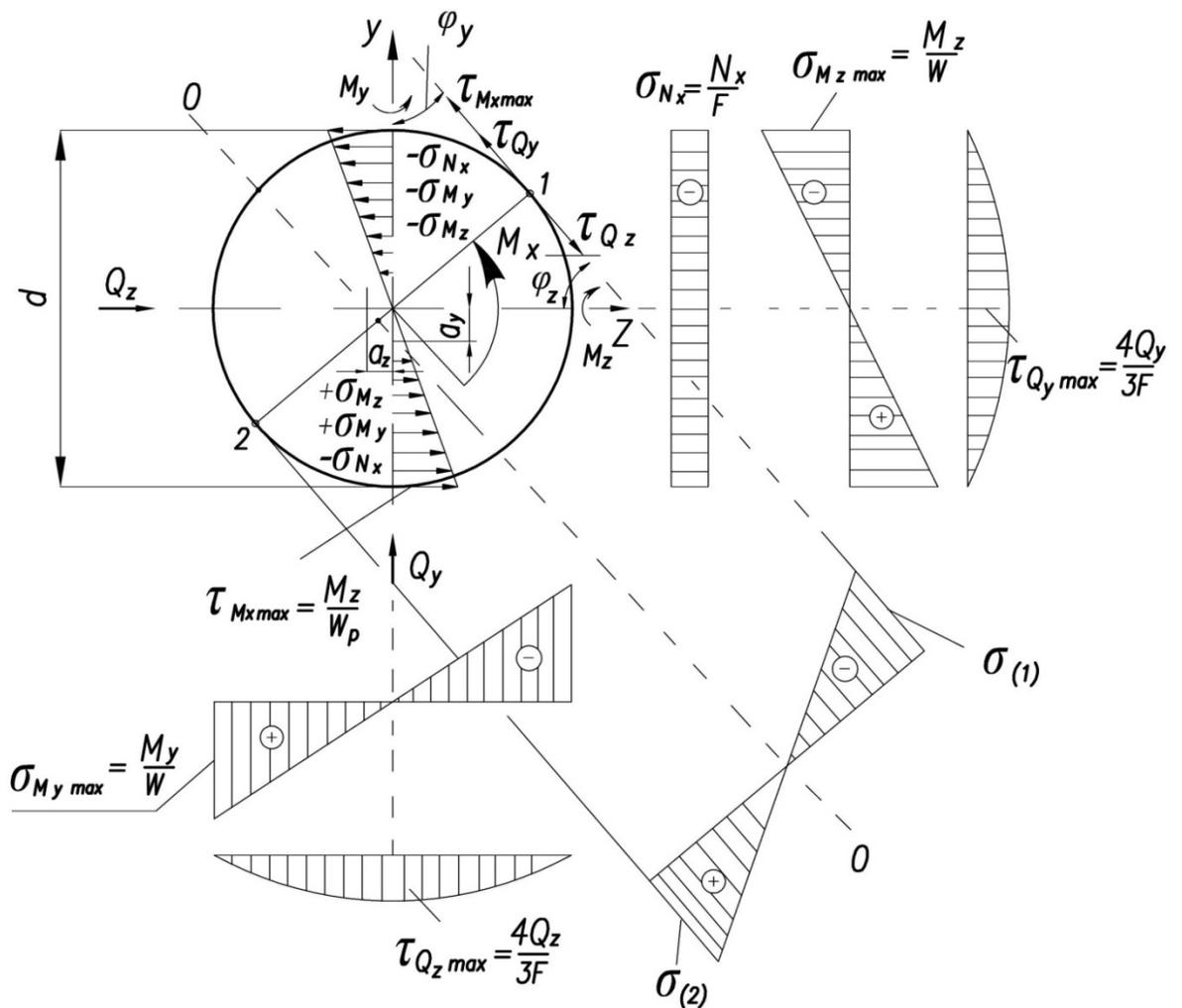


Рис. 6

Расставим в квадрантах сечения знаки нормальных напряжений от компонентов N_x , M_y , M_z . Затем находим, что наибольшее по абсолютной величине нормальное напряжение действует в первой четверти в точке 1, расположенной на контуре сечения.

Изобразим круглое сечение и покажем векторы моментов M_y , M_z и вектор результирующего момента M_p (рис. 7).

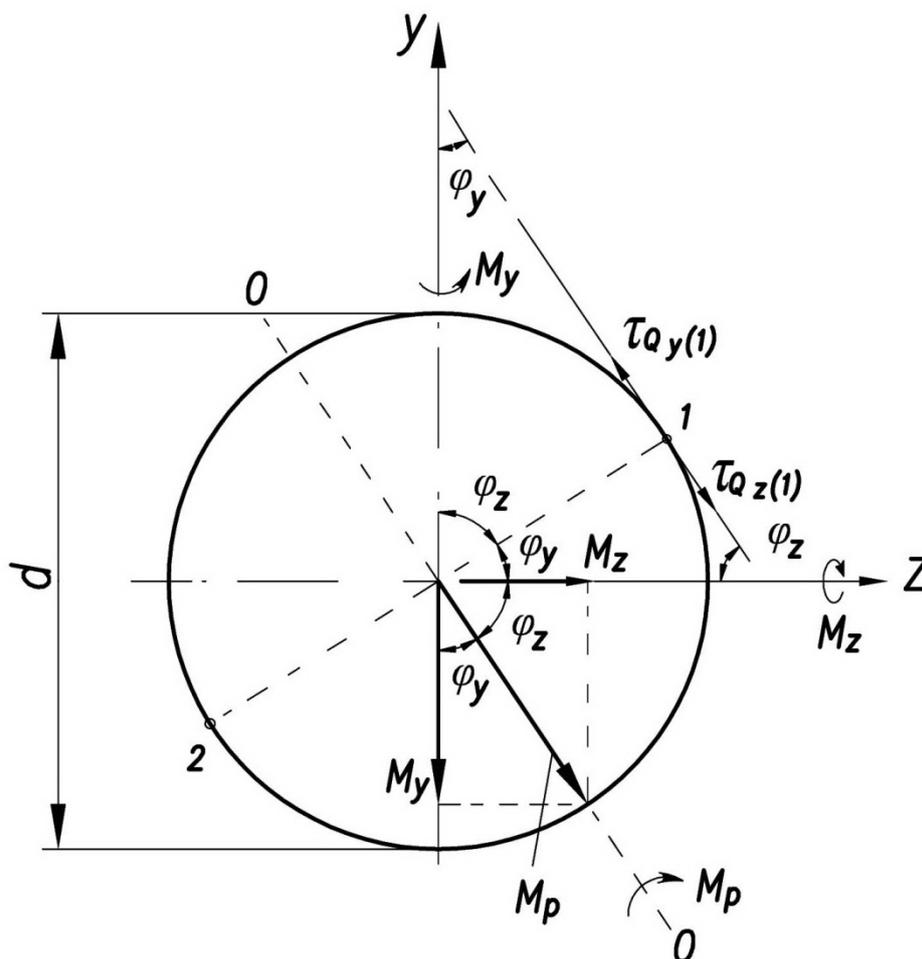


Рис. 7

При наличии только двух моментов нулевая линия проходит через центр тяжести сечения и совпадает с вектором момента M_p .

3.5.1. Нахождение в опасном сечении наиболее напряженных точек

Точки с наибольшими растягивающими и сжимающими напряжениями находятся на контуре сечения, на концах диаметра, перпендикулярно нулевой линии. Косинусы углов, образуемых этой прямой с осями, равны

$$\cos \varphi_y = \frac{M_y}{M_p} = \frac{M_y}{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}},$$

$$\cos \varphi_z = \frac{M_z}{M_p} = \frac{M_z}{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}} \quad (7)$$

Координаты точки I

$$y_{(1)} = \frac{d}{2} \cos \varphi_z, \quad z_{(1)} = \frac{d}{2} \cos \varphi_y.$$

Нормальное напряжение в точке I от компонентов N_x и M_p

$$\sigma_{(1)} = \frac{N_x}{F} + \frac{M_p}{W} = \frac{N_x}{F} + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{W},$$

$$W = W_y = W_z = \frac{\pi d^3}{32}.$$

Касательные напряжения в точке I от компонентов M_x, Q_y, Q_z направлены по касательной к контуру и поэтому суммируются алгебраически:

$$\bar{\tau}_{(1)} = \bar{\tau}_{M_x(1)} + \bar{\tau}_{Q_y(1)} + \bar{\tau}_{Q_z(1)}.$$

Напишем выражение для каждого слагаемого

$$\tau_{M_x(1)} = \frac{M_x}{W_p} = \frac{M_x}{2W},$$

$$\tau_{Q_y(1)} = \frac{Q_y \cdot S_z}{J_z \cdot b' \cos \varphi_y} = \frac{4 \cdot Q_y \cos \varphi_y}{3 \cdot F},$$

$$\tau_{Q_z(1)} = \frac{Q_z \cdot S_y}{J_y \cdot b'' \cos \varphi_z} = \frac{4 \cdot Q_z \cos \varphi_z}{3 \cdot F},$$

где W_p – полярный момент сопротивления поперечного сечения.

Касательное напряжение в точке I от M_x , как и во всех точках на контуре сечения – максимальное. Напряжения от Q_y и Q_z в точке I не самые большие. Итак, для точки I имеем

$$\sigma_{(1)} = \sigma_{\text{наиб}},$$

$$\tau_{(1)} = \tau_{M_x \text{ наиб}} + \tau_{Q_y(1)} + \tau_{Q_z(1)} \neq \tau_{\text{наиб}}.$$

Наибольшее касательное напряжение действует в точке 3 (рис. 8). Оно равно

$$\tau_{\text{наиб}} = \tau_{(3)} = \tau_{Mx \text{ наиб}} + \tau_{Qp \text{ наиб}},$$

$$\tau_{Qp \text{ наиб}} = \frac{4Q_p}{3F}.$$

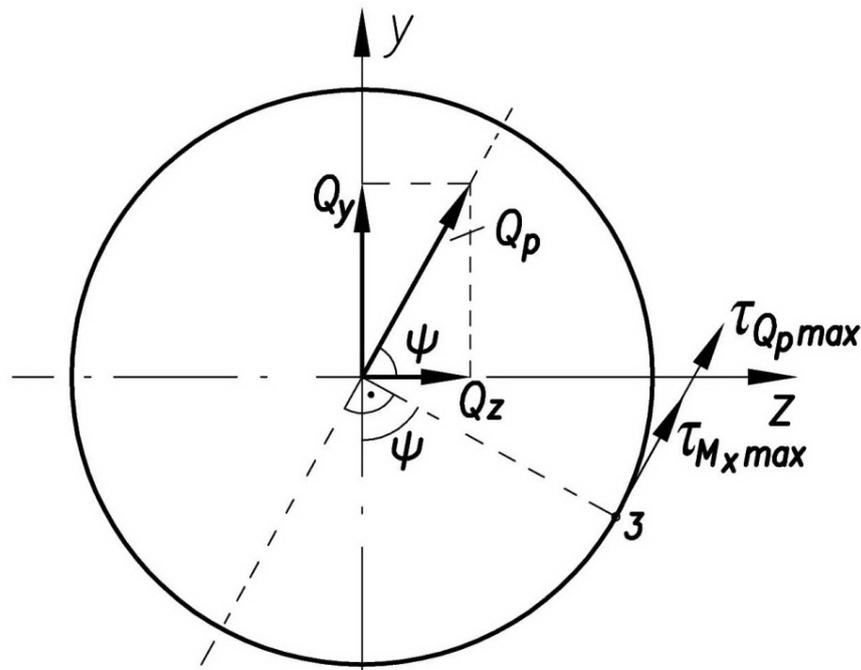


Рис. 8

Здесь $Q_p = \sqrt{Q_y^2 + Q_z^2}$ – результирующая перерезывающая сила.

Координаты точки 3.

$$y_3 = \frac{d}{2} \cos \psi, \quad z_3 = \frac{d}{2} \sin \psi,$$

где

$$\sin \psi = \frac{Q_y}{Q_p}, \quad \cos \psi = \frac{Q_z}{Q_p}$$

Так как значения τ от Q_y и Q_z относительно невелики, то можно написать

$$\sigma_{p_3(1)} = \sqrt{\sigma_{(1)}^2 + 4\tau_{(1)}^2} = \sqrt{\sigma_{\text{наиб}}^2 + 4\tau_{(1)}^2} = \sigma_{p_3 \text{ наиб}}.$$

Таким образом, принимается, что точкой с наибольшим напряжением является точка 1.

3.5.2. Определение размеров сечения

Условие прочности примет вид

$$\sigma_{p3 \text{ наиб}} = \sqrt{\left(\frac{N_x}{F} + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{W}\right)^2 + 4\left(\frac{M_x}{W_p} + \frac{Q_y S_z}{J_z b' \cos \varphi_y} - \frac{Q_z S_y}{J_y b'' \cos \varphi_z}\right)^2} \leq [\sigma]_{\text{ст}}, \quad (8)$$

или

$$\sigma_{p3 \text{ наиб}} = \sqrt{\left(\frac{N_x}{F} + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{W}\right)^2 + 4\left(\frac{M_x}{W_p} + \frac{4 \cdot Q_y \cos \varphi_y}{3 \cdot F} - \frac{4 \cdot Q_z \cos \varphi_z}{3 \cdot F}\right)^2} \leq [\sigma]_{\text{ст}}, \quad (9)$$

При расчетах иногда делают допущение в сторону увеличения запаса прочности и считают, что $\tau_{(1)} = \tau_{\text{наиб}}$. В этом случае

$$\sigma_{p3 \text{ наиб}} = \sigma_{p3 (1)} = \sqrt{\sigma_{\text{наиб}}^2 + 4\tau_{\text{наиб}}^2} \leq [\sigma]_{\text{ст}},$$

или

$$\sigma_{p3 \text{ наиб}} = \sqrt{\left(\frac{N_x}{F} + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{W}\right)^2 + 4\left(\frac{M_x}{W_p} + \frac{4\sqrt{Q_y^2 + Q_z^2}}{3 \cdot F}\right)^2} \leq [\sigma]_{\text{ст}}. \quad (10)$$

Отбросив в выражении (9) малые члены компонентов N_x, Q_y, Q_z и заменяя W_p через $2W$, получим расчетную формулу

$$\sigma_{p3 \text{ наиб}} = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2 + M_x^2}}{W} \leq [\sigma]_{\text{ст}}. \quad (11)$$

Отсюда

$$W = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2 + M_x^2}}{[\sigma]_{\text{ст}}}, \quad W = \frac{\sqrt{2900^2 + 2000^2 + 1600^2}}{200} = 19,5 \text{ мм}^3.$$

Зная W , найдем диаметр стержня, и площадь сечения:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W}{\pi}}, \quad d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 19,5}{3,14}} = 5,80 \text{ мм}, \quad F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 5,80^2}{4} = 26,4 \text{ мм}^2.$$

Определив диаметр по приближенной формуле (11), проверим прочность по формуле (9), учитывающей действие всех компонентов. Предварительно вычислим $\cos \varphi_y$ и $\cos \varphi_z$, пользуясь равенствами (7):

$$\cos \varphi_y = \frac{2900}{\sqrt{2900^2 + 2000^2}} = 0,871, \quad \cos \varphi_z = \frac{2000}{\sqrt{2900^2 + 2000^2}} = 0,562,$$

$$\sigma_{p3 \text{ наиб}} = \sqrt{\left(\frac{90}{26,4} + \frac{\sqrt{2900^2 + 2000^2}}{19,5}\right)^2 + 4\left(\frac{1600}{2 \cdot 19,5} + \frac{4 \cdot 20 \cdot 0,871}{3 \cdot 26,4} - \frac{4 \cdot 10 \cdot 0,562}{3 \cdot 26,4}\right)^2} = 203 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

Как видим, уточненное значение напряжения весьма мало отличается от допускаемого. Следовательно, окончательно можно принять диаметр круглого сечения $d = 5,80$ мм.

3.5.3. Построение нулевых линий и эпюр результирующих нормальных напряжений

Найдем отрезки, отсекаемые нулевой линией на осях:

$$\alpha_y = \frac{N_x J_z}{F \cdot M_z} = \frac{N_x d^2}{16 \cdot M_z},$$

$$\alpha_y = \frac{(-90) \cdot 5,80^2}{16 \cdot 2000} = -0,0970 = -97,0 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$$

$$\alpha_z = -\frac{N_x J_y}{F \cdot M_y} = -\frac{N_x d^2}{16 \cdot M_y}$$

$$\alpha_z = -\frac{(-90) \cdot 5,80^2}{16 \cdot (-2900)} = -0,0660 = -66 \cdot 10^{-3} \text{ мм.}$$

Построим нулевую линию и эпюру результирующих нормальных напряжений (рис.6). Наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения равны:

$$\sigma_{\text{сж наиб}} = \sigma_{(1)} = \frac{N_x}{F} - \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{W},$$

$$\sigma_{\text{сж наиб}} = \sigma_{(1)} = \frac{-90}{26,4} - \frac{\sqrt{2900^2 + 2000^2}}{19,5} = -185 \text{ Н/мм}^2.$$

$$\sigma_{\text{раст наиб}} = \sigma_{(2)} = \frac{N_x}{F} + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{W},$$

$$\sigma_{\text{раст наиб}} = \sigma_{(2)} = \frac{-90}{26,4} + \frac{\sqrt{2900^2 + 2000^2}}{19,5} = -179 \text{ Н/мм}^2.$$

Расчет на сложное сопротивление пространственного бруса с ломаной осью определил размеры поперечных сечений: - стержня, выполненного из латуни, прямоугольного сечения $h = 9,2$ мм, $b = 4,6$ мм; - стержня, выполненного из стали, круглого сечения $d = 5,8$ мм.

По ГОСТ 8032-84 «Предпочтительные числа и ряды предпочтительных чисел», «Нормальные линейные размеры» по ГОСТ 6636-69 (СТ СЭВ 514-77) от 1 до 1000 мм из ряда размеров назначаем: $h = 10$ мм, $b = 5$ мм, $d = 6$ мм.

IV. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А. В. Сопротивление материалов: рек. Министерством образования и науки Российской Федерации в качестве учебника для студентов вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин; под ред. засл. деят. науки и техники РФ акад. Рос. Акад. архитектуры и строит. наук А. В. Александрова.— Изд. 8-е, испр. — М. : Студент, 2012 .— 559, [1] с. : ил. ISBN 978-5-4363-0030-6.
2. Ахметзянов М. Х. Сопротивление материалов : учебник : рек. УМО вузов Российской Федерации по образованию в области строительства в качестве учебника для студентов, обучающихся по направлению "Строительство" / М. Х. Ахметзянов, И. Б. Лазарев .— 2-е изд., перераб. и доп .— М. : Юрайт, 2011 .— 298, [3] с. : ил .— (Основы наук) .— Прил.: с. 296-299. ISBN 978-5-9916-1253-1 ((в пер.)).
3. Атаров Н. М.. Сопротивление материалов в примерах и задачах : учебное пособие : рек. Учебно-методическим объединением (УМО) вузов России по образованию в области строительства в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по направлению 270100 "Строительство" / Н. М. Атаров .— М. : ИНФРА-М, 2011 .— 402, [5] с. : ил .— (Высшее образование) .— Прил. Сокращенный сортамент прокатной стали: с. 398-404 .— Библиогр.: с. 405.
4. Биндюк В. В. Прикладная механика : учебное пособие [по выполнению расчетно-графических работ] / В. В. Биндюк, П. П. Коваленко ; М-во образования и науки РФ, СПбНИУ ИТМО, [Каф. мехатроники] .— СПб. : НИУ ИТМО, 2014 .— 52 с. : ил., табл. — (Национальный исследовательский университет ИТМО) .— Библиогр.: с. 44-45
5. Буланов, Э. А. Решение задач по сопротивлению материалов : [учебное пособие] / Э. А. Буланов .— 3-е изд., испр. и доп .— М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010 .— 213, [3] с. : ил. — (Механика) .— Библиогр.: с. 214. ISBN 978-5-9963-0155-3.
6. Введение в сопротивление материалов / П.А. Павлов, Л.К. Паршин, Г.Б. Колчин, Б.Е. Мельников; под ред. Б.Е. Мельникова; Санкт-Петербургский государственный технический университет.- Изд. 2-е, испр. -СПб.: Издательство "Лань", 2002. - 155 с.
7. Кирсанов М. Н. *Maple и MapleT*. Решения задач механики : учебное пособие / М. Н. Кирсанов .— СПб.[и др.] : Издательство "Лань", 2012 .— 510, [1] с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература) .— Библиогр.: с. 491-493 .— Предм. и имен. указ.: с. 494-510. ISBN 978-5-8114-1271-6.

8. Кривошапко С. Н. Сопротивление материалов. Лекции, семинары, расчетно-графические работы : учебник для бакалавров : доп. МОиН РФ в кач-ве учеб. пособия для студ. инженерно-техн. направ. и спец-ей / С. Н. Кривошапко ; РУДН.— М. : Юрайт, 2012 .— 413, [1] с. : ил. — (Бакалавр) (Scientia unescamus) .— РУДН - 50 лет.— Прил.: с. 381-411 .— Библиогр.: с. 412-413. ISBN 978-5-9916-1515-0 (в пер.).

9. Сборник задач по сопротивлению материалов: рек. Учебно-методическим объединением (УМО) по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям и специальностям в области техники и технологий / [Н. М. Беляев [и др.]] ; под ред. Л. К. Паршина.— Изд. 3-е, стер.— СПб. [и др.] : Лань, 2011 .— 429, [2] с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература) .— Прил.: с. 424-429 . ISBN 978-5-8114-0865-8.

10. Сопротивление материалов. Пособие по решению задач / И. Н. Миролюбов [и др.] .— Изд. 8-е, стер. — СПб. : Издательство "Лань", 2009 .— 509 с. : ил.— (Учебники для вузов. Специальная литература) .— Прил.: с. 474-501 .— Библиогр.: с. 502. ISBN 978-5-8114-0555-8.

11. Феодосьев В И. Сопротивление материалов : рек. Учебно-методическим объединением (УМО) вузов по университетскому политехническому образованию в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению "Прикладная механика" / В. И. Феодосьев ; под ред. К. С. Колесникова .— Изд. 15-е, испр .— М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2010 .— 590 с. : ил .— (Механика в техническом университете : в 8 т. / отв. ред. К. С. Колесников ; Т. 2) .— Предм. указ.: с. 577-584. SBN 978-5-7038-3418-3 ((в пер.)).

12. Эрдеди А. А. Сопротивление материалов : рек. ГОУ ВПО "МГТУ "Станкин"" в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по немашиностр. направлениям подготовки / Н. А. Эрдеди, А. А. Эрдеди .— М. : КноРус, 2012 .— 156, [1] с. :ил. — (Для бакалавров).— Библиогр.: с. 157. ISBN 978-5-406-01775-3.

13. Электронно - библиотечная система. Издательство «Лань» [Электронный ресурс] Сопротивление материалов / П.А. Павлов, Л.К. Паршин, Б.Е. Мельников, В.А. Шерстнев; Санкт-Петербургский государственный технический университет. -СПб.: Издательство "Лань", 2007. -560с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=668

14. Электронно - библиотечная система. Издательство «Лань» [Электронный ресурс] Сопротивление материалов. Интернет-тестирование базовых знаний. Кудрявцев С. Г., Сердюков В. Н. -СПб.: Издательство "Лань", 2013. -176с. Режим доступа:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=5247

V. ПРИЛОЖЕНИЕ

5.1. Обозначения, принятые в сопротивлении материалов, в соответствии с рекомендациями ISO

ISO 3898:2013 «Основы расчета строительных конструкций. Названия и обозначения физических и общих величин» (*ISO 3898:2013 «Bases for design of structures -- Names and symbols of physical quantities and generic quantities»*)

Таблица 1

Обозначения и названия физических величин			
Используемое	по ISO	Наименование	Примечание
A	W	работа	<i>work</i> - работа
F	A	площадь	<i>area</i> - площадь
N	P	мощность	<i>power</i> - мощность
P	F	сила	<i>force</i> - сила
$M_k = M_z$	T(M_t)	крутящий момент	<i>torque</i> - крутящий момент
$q_z(q)$	p_e	внешняя распределенная продольная нагрузка	external - внешний
μ	ν	коэффициент Пуассона	

Таблица 2

Механические напряжения ^{*)}			
Наименование	Обозначение		Примечание ^{*)}
<i>Статическое</i>	$\sigma_{ст}$	σ_{st}	(<i>statical</i> – статический)
<i>Динамическое</i>	$\sigma_{д}$	σ_d	(<i>dynamic</i> – динамический)
<i>Контактное</i>	σ_k	σ_{con}	(<i>contact</i> – контакт)
<i>Критическое</i>	$\sigma_{кр}$	σ_{cr}	(<i>critical</i> – критический)
<i>Приведенное</i>	$\sigma_{пр} = \sigma_{экв}$	σ_{red}	(<i>reduced</i> – приведенный)

Таблица 3

Обозначения характеристик прочности материалов			
Наименование	Обозначение		Примечание ^{*)}
Предел пропорциональности	$\sigma_{пц}$	σ_{pr}	(<i>proportionality</i> – пропорциональность)
Предел упругости	σ_y	σ_e	(<i>elasticity</i> – упругость)
Предел текучести	σ_m	σ_y	(<i>yield</i> – текучесть)
Предел прочности а) при растяжении б) при сжатии	$\sigma_v = \sigma_{пч}$	σ_u	(<i>ultimate</i> – предельный)
	$\sigma_{вр} = \sigma_{пчр}$	σ_{ut}	(<i>tension</i> – растяжение)
	$\sigma_{вс} = \sigma_{пчс}$	σ_{uc}	(<i>compression</i> – сжатие)
Истинное сопротивление при разрыве	$\sigma_{ист}$	-	

*) Изменение русских индексов на латинские, соответствующие первым буквам аналогичного английского слова

Таблица 4

Допускаемые значения величин			
Наименование	Обозначение		Примечание ^{*)}
Напряжение допускаемое	[σ]	σ_{adm}	(<i>transverse</i> – поперечный)
Нагрузка допускаемая	[F]	F_{adm}	(<i>elastic</i> – упругий)
Прогиб допускаемый	[f]	f_{adm}	(<i>residual</i> – остаточный)
Нормативный коэффициент запаса прочности	[n]	n_{adm}	(<i>standard safety factor</i> – стандартный фактор безопасности)

Таблица 5

Деформации			
Наименование	Обозначение		Примечание ^{*)}
Поперечная	$\varepsilon_{поп} = \varepsilon'$	ε_t	(<i>transverse</i> – поперечный)
Упругая	$\varepsilon_{упр}$	ε_{el}	(<i>elastic</i> – упругий)
Остаточная	$\varepsilon_{ост}$	ε_r	(<i>residual</i> – остаточный)

5.2. Рекомендации по оформлению учебной работы

Все элементы учебной работы комплектуются в следующем порядке:

- титульный лист,
- оглавление,
- текст работы: включая введение, главы и заключение,
- список использованной литературы.

Требования к оформлению текста

Расчетно-графическая работа выполняется на ПК в одном экземпляре и печатается с одной стороны листа бумаги

- размер листа стандартного формата А4 (210 x 297 мм)
- поля: левое – 25 мм; верхнее, правое и нижнее по 20мм.
- ориентация: книжная
- шрифт: Times New Roman, кегель:- 14 пт (пунктов), цвет шрифта – черный
- междустрочный интервал - полуторный
- расстановка переносов – автоматическая.

Требования к оформлению заголовков

- набираются полужирным шрифтом (шрифт 14 пт.)
- выравнивание по центру
- точка в конце заголовка не ставится
- заголовок, состоящий из двух и более строк, печатается через один междустрочный интервал.
- заголовок не имеет переносов.

Требования к рисункам

- выполняются в одном из графических редакторах
- следует располагать непосредственно после текста, в котором они упоминаются, на отдельных листах по центру.

Требования к нумерации страниц

- последовательно, начиная со 2-ой страницы
- далее последовательная нумерация всех листов, включая главы, заключение, список используемых источников
- номер страницы располагается внизу посередине листа.

5.3. Применение латинских, греческих букв и специальных обозначений в сопротивлении материалов

A - площадь поперечного сечения брутто, м;
 A - перемещение (линейное, м; угловое, рад);
 A_t - абсолютная линейная деформация (удлинение или укорочение), м;
 A_s - абсолютный сдвиг, м;
 a - размер стороны прямоугольника, м;
 b - ширина прямоугольного сечения, м;
 C - центр тяжести сечения;
 D - диаметр наружный сечения, м;
 d - диаметр внутренний сечения, м;
 E - модуль упругости I рода, модуль Юнга, Па;
 F - сила, Н;
 G - модуль упругости II рода, модуль сдвига, Па;
 g - ускорение свободного падения, (м/с²);
 H - высота падения ударяющего тела, м;
 h - высота прямоугольного сечения, м;
 I_x, I_z - осевые моменты инерции сечения, м⁴;
 I_p - полярный момент инерции сечения, м⁴;
 I_{max}, I_{min} - главные центральные моменты инерции сечения, м⁴;
 i - индекс у сил и усилий;
 k_a, k_t - эффективные коэффициенты концентрации напряжений, безразмерные;
 l — длина стержня или силового участка, м;
 M_0 - сосредоточенный момент, Нм;
 M_z, M_y - изгибающие моменты (внутренние), Нм;
 M_k - крутящий момент (внутренний, может обозначаться T_2).
 M_k, M_n - значения внутренних изгибающих моментов в конце и начале силового участка, Нм;
 N - нормальная или продольная сила (внутренняя), Н;
 n - коэффициент запаса прочности;
 $[n]$ или n_{adm} - допускаемый коэффициент запаса прочности;
 $[n_{уст}]$ или n_{adm} - допускаемый коэффициент запаса на устойчивость;
 n_b - скорость вращения вала, об/мин;
 P - полное напряжение, Па;
 $Q (Q_z, Q_y)$ - поперечная сила (внутренняя), Н;
 q - погонная нагрузка, Н/м;
 q_a, q_x - коэффициенты чувствительности к концентрации напряжений, безразмерные;
 R - равнодействующая сил, Н;
 S_y, S_z - статические моменты площади сечения, м³;

$S_z^{отс}$, $S_y^{отс}$ - статические моменты площади отсеченной части сечения относительно нейтральной линии, м ;
 U - удельная потенциальная энергия деформирования;
 U_p - удельная потенциальная энергия изменения формы;
 X - перемещение в направлении оси x , м;
 Y - перемещение в направлении оси y , м;
 v - скорость ударяющего тела. м/с²;
 Z - перемещение в направлении оси z , м;
 W_i - мощность, передаваемая шестерней, колесом, ..., кВт;
 W_x , W_y - осевые моменты сопротивления, м³;
 W_p - полярный момент сопротивления, м³;
 W_k - момент сопротивления при кручении, м³;
 z - горизонтальная ось сечения; y - вертикальная ось сечения;
 z_0 , y_0 - центральные оси сечения;
 U_{max} - координата точки, наиболее удаленной от нейтральной линии;
 α - угол, определяющий положение осей, град;
 α_0 - угол, определяющий положение главных центральных осей, град;
 γ - удельный вес, Н/м³;
 γ_b , γ_c - угол сдвига болтового, сварочного соединений, рад;
 s - относительная линейная деформация, безразмерная;
 $\epsilon_{пр}$, $\epsilon_{поп}$ - относительные продольная и поперечная деформации, безразмерные;
 θ - относительный (погонный) угол поворота, рад/м;
 λ - гибкость стержня, безразмерная;
 ν - коэффициент Пуассона, безразмерный;
 σ (σ_x , σ_y , σ_z) - нормальное напряжение, Па;
 σ_1 , σ_2 , σ_3 - главные напряжения, Па;
 $\sigma_{пр}$ - предел пропорциональности, Па;
 $\sigma_{тек}$ - предел текучести, Па;
 σ_B - предел прочности, Па;
 $[\sigma]$ или σ_{adm} - допускаемое напряжение, Па;
 σ_k - критическое напряжение, Па;
 τ (τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx}) - касательное напряжение, Па;
 ϕ - угол поворота сечения при кручении, град;

Миссия университета – генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

КАФЕДРА МЕХАТРОНИКИ



Кафедра Мехатроники, одна из старейших кафедр Университета ИТМО, история которой, начинается с 30-х годов XX века. Первое упоминание о предшественнице кафедры Мехатроники содержится в приказе № 18 от 3.10.1930г. по Учебному комбинату точной механики и оптики: доцент Замыцкий Н.П. назначен с 1.10.1930г. заведующим кафедрой «Детали машин института точной механики и оптики».

С 1945 г. руководство кафедрой осуществляет Н.И. Колчин, крупнейший учёный механик в самом широком смысле этого слова. Он расширил и обогатил исследовательскую и преподавательскую деятельность кафедры методами Теории машин и механизмов. Нельзя не сказать, что Н.И. Колчин был в той или иной мере учителем трех последующих заведующих кафедрой – Ф.Л. Литвина, К.И. Гуляева, Б.П. Тимофеева.

С 1949 года, заведующим кафедрой Теории механизмов и деталей машин, становится Рифтин Л.П. За время работы в ЛИТМО Рифтин Л.П. опубликовал более двух десятков научных работ. О том каким он был прекрасным педагогом с благодарностью вспоминали его ученики, в частности профессора Г.И. Новиков и Г.Н. Дульнев.

В 1963 году кафедру возглавил профессор Литвин Ф.Л.. Известность среди исследователей и специалистов принесло ему опубликование монографий: "Методы расчета при изготовлении и контроле зубчатых изделий" (совместно с Н.И. Колчиным, 1953 г.) и "Некруглые зубчатые колеса" (1956 г.). Но основной заслугой Ф.Л. Литвина следует считать его работы по общей теории зубчатых зацеплений, в которых ему удалось предугадать тенденции развития аналитической теории зацеплений и создать методы анализа и синтеза. Результаты этих работ были опубликованы в монографии "Теория зубчатых зацеплений" (1960 г. – первое издание, 1968 г. – второе). Последнее издание до сих пор сохранило свою актуальность в качестве энциклопедии методов и результатов исследований.

В начале 1979 года заведующим кафедрой становится профессор Гуляев К.И. По своей направленности кафедра становится общеинженерной.

В 1989 году Тимофеев Б.П. приступил к заведыванию общеинженерной кафедрой Теории механизмов и деталей приборов и, предугадав тенденции развития современного приборостроения, преобразовал кафедру в 1991 году, в выпускающую кафедру «Мехатроника». Интересно то, что как специальность «Мехатроника» появилась в официальном списке только в 1994 году.

С 2005 по 2011 год кафедру возглавлял доцент Ноздрин М.А. В учебную и научную деятельность были внедрены компьютерные технологии, разработаны инновационные образовательные программы, созданы новые лабораторные циклы и лаборатории. В 2009 году утверждена научная школа «Фундаментальные проблемы надежности и точности машин и приборов». Основные научные направления работы школы направлены на вопросы разработки мехатронных и биомехатронных устройств, прогнозирование метрологической надежности средств измерений, совершенствование измерительных технологий, также особое внимание уделено моделированию технологических и деградиационных процессов. Кафедра Мехатроники получила грант и становится организатором Всероссийской студенческой олимпиады по прикладной механике.

В настоящее время кафедрой руководит профессор В.М. Мусалимов. Кафедра ведет активную пропаганду научно-исследовательских достижений. Преподавателями и аспирантами кафедры сделано свыше 500 докладов на международных, межотраслевых и межвузовских научно-технических конференциях и симпозиумах, опубликовано свыше 200 работ и статей в научно-технических журналах и сборниках, как в Российских, так и в зарубежных. Профессор Мусалимов В.М. является руководителем научной школы Университета ИТМО «Фундаментальные и прикладные проблемы точности и надежности машин и приборов». Им опубликовано более 300 работ, ряд монографий и учебных пособий, получено 25 патентов на изобретения, подготовлено 25 кандидатов наук. Профессор Мусалимов В.М. регулярно читает лекции в Университете ИТМО, институте машиностроения (завод-ВТУЗ) и ТУ Ильменау (Германия). Профессор Мусалимов В.М. является Почетным работником высшего профессионального образования РФ, главным научным сотрудником ИПМаш РАН, членом редколлегии журнала «Приборостроение» и действительным членом Нью-Йоркской АН. Включен в ряд англоязычных изданий книг-справочников «Кто есть кто в мире». Осуществляется тесное научное сотрудничество с зарубежными вузами (технический университет Ильменау, Германия; инженерно-аграрной академией г. Быдгощь, Польша; ИММС НАН Беларуси, г. Гомель; Таллиннский Технологический университет; с исследовательским центром механизмов г. Иллинойс, Чикаго). Направления исследований профессора Мусалимова В.М.: трибология, механика твердого тела, техническое зрение, биомехатроника.

Владимир Владимирович Биндюк

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Учебное пособие
по дисциплине
«Соппротивление материалов»

В авторской редакции

В.В.Биндюк

Дизайн обложки

В.В.Биндюк

Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Подписано к печати

Заказ №

Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе