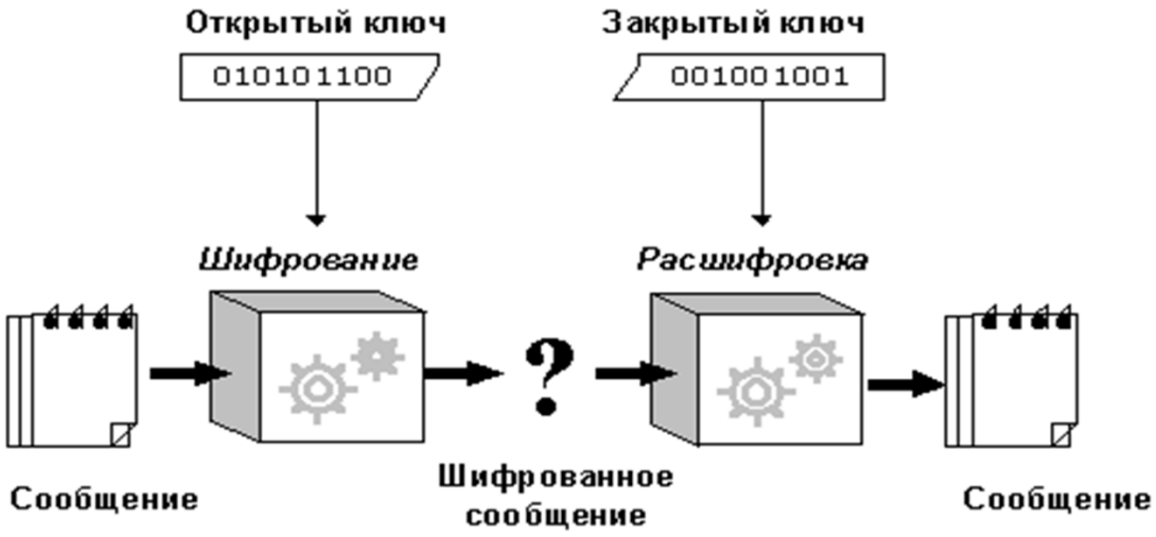
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

А.А. Ожиганов

КРИПТОГРАФИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С СЕКРЕТНЫМ И ОТКРЫТЫМ КЛЮЧОМ



Санкт-Петербург
2015

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

А.А. Ожиганов

КРИПТОГРАФИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С СЕКРЕТНЫМ И ОТКРЫТЫМ КЛЮЧОМ

Учебное пособие

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург

2015

Ожиганов А.А. Криптографические системы с секретным и открытым ключом: учебное пособие. – СПб: Университет ИТМО, 2015. – 64 с.

Целью данного учебного пособия является ознакомление студентов с основами криптологии. Материал пособия разбит на два раздела. Первый раздел посвящен изучению криптографических систем с секретным ключом. Он включает в себя лабораторные работы по изучению основ шифрования данных, блочному и поточному симметричному шифрованию, а также - демонстрационную версию криптостойкого блочного алгоритма Rijndael. Второй раздел посвящен изучению криптографических систем с открытым ключом. Первые четыре лабораторных работы этого раздела позволяют изучить свойства RSA-криптосистем на числах небольшой разрядности, что позволяет обеспечить наглядность и понять принципиальные моменты. Последние шесть лабораторных работ второго раздела посвящены изучению криптографических систем на основе эллиптических кривых. В каждом разделе приведены краткие теоретические сведения и даны методические указания к выполнению соответствующей лабораторной работы.

Пособие предназначено для студентов, специализирующихся в области информационных технологий и может быть использовано при подготовке магистров по учебной программе «Безопасность вычислительных систем и сетей».

Рекомендовано Советом факультета Компьютерных технологий и управления 10 марта 2015 г., протокол № 3

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

Содержание

Криптографические системы с секретным ключом

Лабораторная работа № 1

Основы шифрования данных

Цель работы: изучение основных принципов шифрования информации, знакомство с широко известными алгоритмами шифрования, приобретение навыков их программной реализации.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с теоретическими основами шифрования данных, которые приведены в [1] и [2].
2. Получите вариант задания у преподавателя.
3. Напишите программу согласно варианту задания.
4. Отладьте разработанную программу и покажите результаты работы программы преподавателю.
5. Составьте отчет по лабораторной работе.

Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие сведения:

- название и цель работы;
- вариант задания;
- листинг разработанной программы с комментариями;
- результаты работы программы.

Варианты заданий

1. Реализовать в программе шифрование и дешифрацию содержимого файла по методу Цезаря с ключевым словом.
2. Реализовать шифрование и дешифрацию файла по методу Виженера. Ключевая фраза вводится. Реализовать в программе частотный криптоанализ зашифрованного текста.
3. Реализовать шифрование и дешифрацию файла с использованием метода биграмм. Ключевое слово вводится.
4. Реализовать в программе шифрование и дешифрацию файла с использованием квадрата Полибия, обеспечив его случайное заполнение.
5. Реализовать в программе шифрование и дешифрацию файла с использованием квадрата Кардано размером 4x4.
6. Реализовать в программе шифрование и дешифрацию файла методом биграмм с двойным квадратом. Квадраты генерировать динамически для каждого шифрования.
7. Реализовать в программе шифрование и дешифрацию файла с использованием перестановочного шифра с ключевым словом. Ключевое слово вводится.
8. Реализовать в программе шифрование и дешифрацию файла с использованием аффинной криптосистемы. Провести частотный анализ

зашифрованного файла, осуществляя проверку по файлу с набором ключевых слов.

9. Реализовать шифрование и дешифрацию файла по методу Виженера с составным ключом. Набор ключей вводится.

10. Реализовать в программе шифрование и дешифрацию содержимого файла по методу Цезаря. Провести частотный анализ зашифрованного файла, осуществляя проверку по файлу с набором ключевых слов.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение следующим понятиям: шифр, криптография, криптоанализ, ключ.
2. Классифицируйте алгоритм, полученный в качестве задания к лабораторной работе.
3. Чем отличаются одно- и многоалфавитные методы шифрования?
4. В чем заключается основной принцип частотного криптоанализа?
5. Какой метод криптоанализа применим для вскрытия алгоритма, полученного вами в качестве задания к лабораторной работе?
6. Оцените мощность ключевого пространства вашего алгоритма.

Лабораторная работа № 2

Блочное симметричное шифрование

Цель работы: изучение структуры и основных принципов работы современных алгоритмов блочного симметричного шифрования, приобретение навыков программной реализации блочных симметричных шифров.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с теоретическими основами шифрования данных, которые приведены в [1] и [2].
2. Получите вариант задания у преподавателя.
3. Напишите программу согласно варианту задания.
4. Отладьте разработанную программу и покажите результаты работы программы преподавателю.
5. Составьте отчет по лабораторной работе.

Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие сведения:

- название и цель работы;
- вариант задания;
- листинг разработанной программы с комментариями;
- результаты работы программы.

Варианты заданий

Реализовать систему симметричного блочного шифрования, позволяющую шифровать и дешифровать файл на диске с использованием заданного блочного шифра в заданном режиме шифрования. Перечень блочных шифров и режимов шифрования приведен в таблице. Номер шифра и режима для реализации получить у преподавателя.

Таблица. Варианты заданий к лабораторной работе

Алгоритм		Режим шифрования	
Номер	Название	Номер	Режим
1	TEA	а	ECB
2	IDEA	б	CBC
3	RC6	в	PCBC
4	ГОСТ 28147-89	г	CFB
5	Rijndael	д	OFB
6	DES		

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные обратимые операции, используемые в образующих функциях блочных шифров.
2. Что такое сеть Фейштеля? В чем ее основные достоинства?
3. Какие параметры блочных шифров влияют на его криптостойкость?
4. Какие блочные шифры, построенные по принципу сети Фейштеля, вам известны?
5. Проведите сравнительный анализ алгоритмов ГОСТ 28147-89 и Rijndael.
6. Проведите сравнительный анализ режимов шифрования CBC и ECB.
7. Проведите сравнительный анализ режимов шифрования CBC и CFB

Лабораторная работа № 3

Поточное симметричное шифрование

Цель работы: изучение структуры и основных принципов работы современных алгоритмов поточного симметричного шифрования, приобретение навыков программной реализации поточных симметричных шифров.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с теоретическими основами шифрования данных, которые приведены в [1] и [2].
2. Получите вариант задания у преподавателя.

3. Напишите программу согласно варианту задания.
4. Отладьте разработанную программу и покажите результаты работы программы преподавателю.
5. Составьте отчет по лабораторной работе

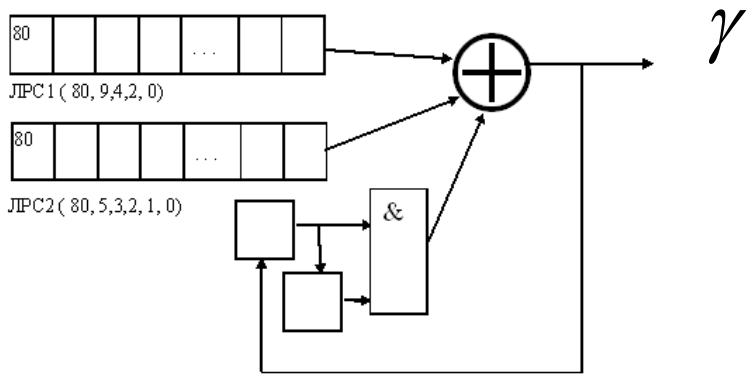
Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие сведения:

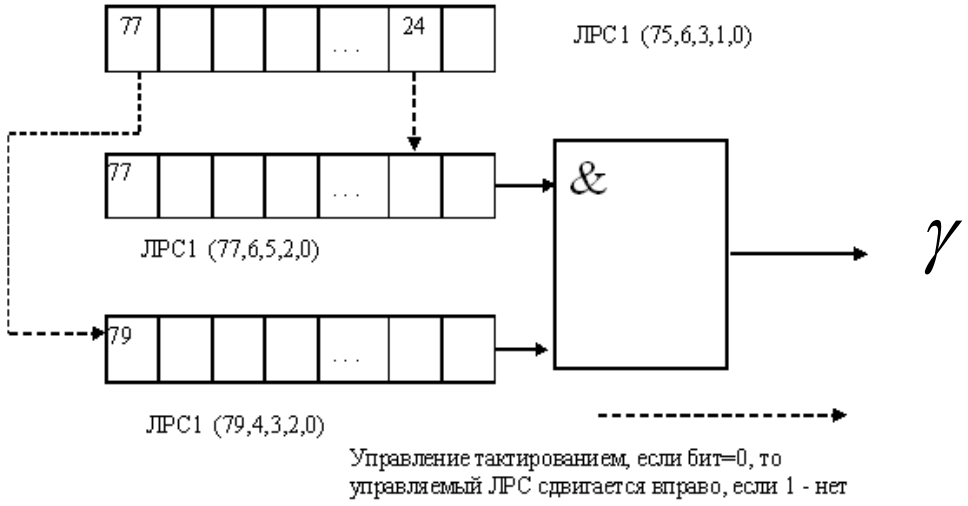
- название и цель работы;
- вариант задания;
- листинг разработанной программы с комментариями;
- результаты работы программы.

Варианты заданий

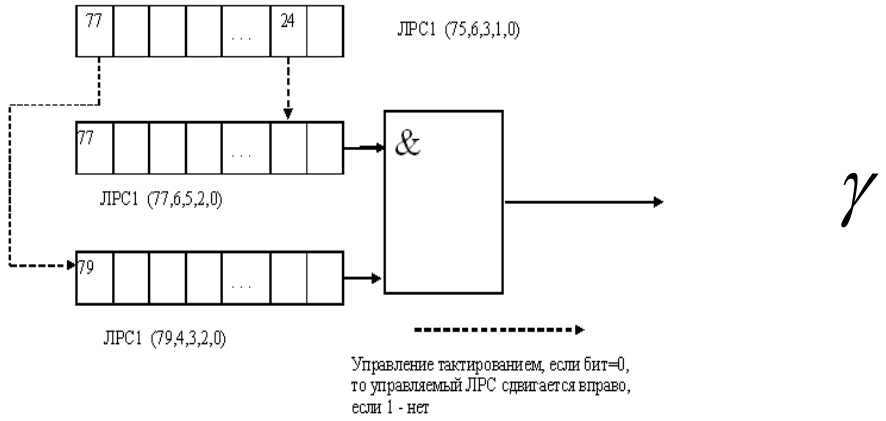
1. Реализовать в программе поточное кодирование текста, вводимого с клавиатуры, с помощью заданной нелинейной схемы, испльзующей дополнительные ячейки памяти РС.



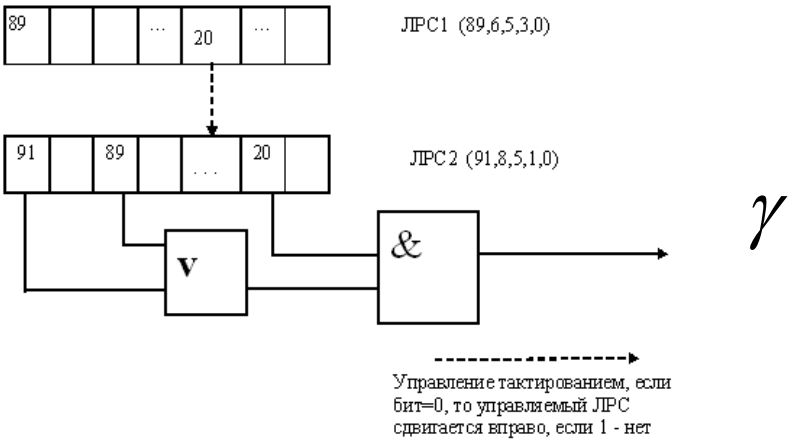
2. Реализовать в программе поточное кодирование текста, вводимого с клавиатуры, с помощью заданной нелинейной схемы РС с управляемым тактированием.



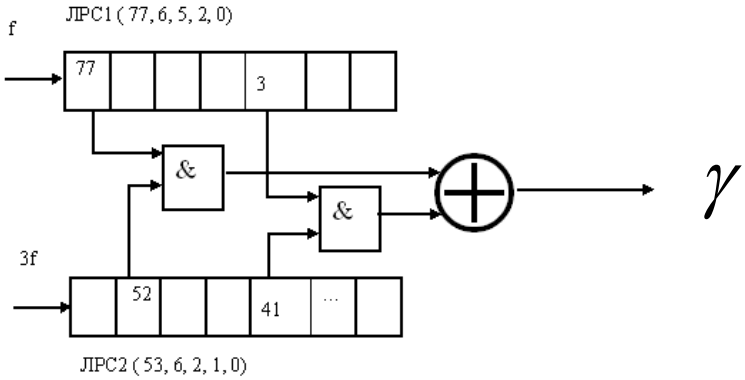
3. Реализовать в программе поточное кодирование текста, вводимого с клавиатуры, с помощью заданной нелинейной схемы РС.



4. Реализовать в программе поточное кодирование текста, вводимого с клавиатуры, с помощью заданной нелинейной схемы РС.

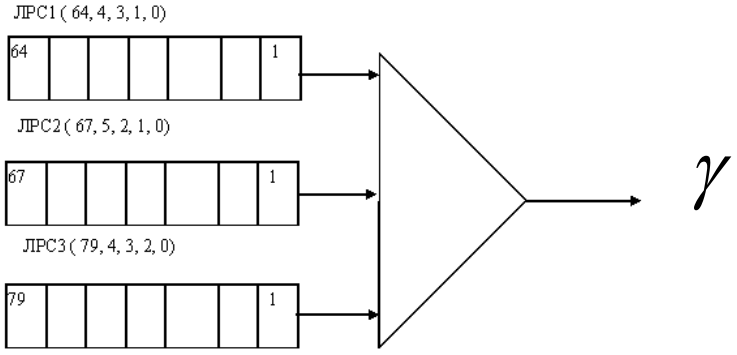


5. Реализовать в программе поточное кодирование текста, вводимого с клавиатуры, с помощью заданной нелинейной схемы, использующей разные частоты тактирования ЛРС.

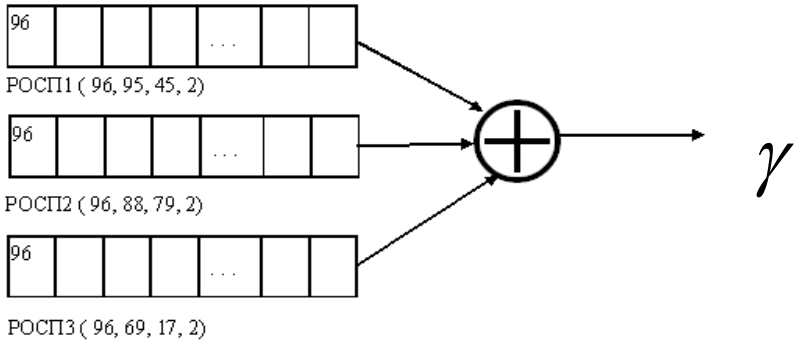


6. Реализовать в программе поточное кодирование текста, вводимого с клавиатуры, с помощью заданной нелинейной схемы,

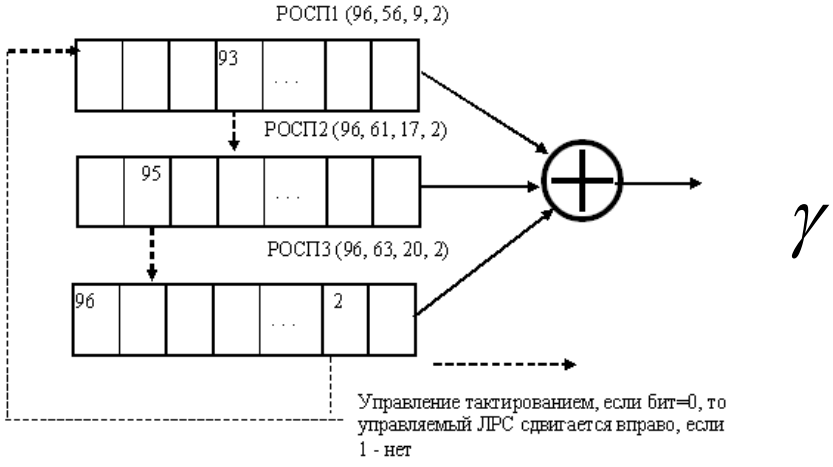
использующей пороговую функцию – если выход двух и более ЛРС 1, то выход гаммы равен 1, иначе – 0.



7. Реализовать в программе поточное кодирование текста, вводимого с клавиатуры, с помощью заданной схемы, объединяющей три регистра с обратной связью по переносу.



8. Реализовать в программе поточное кодирование текста, вводимого с клавиатуры, с помощью заданной схемы с управляемым тактированием на основе 3 РОСП.



9. Реализовать в программе поточное кодирование текста, вводимого с клавиатуры, с помощью алгоритма RC4 с размером блока n=16 бит.

10. Реализовать в программе поточное кодирование текста, вводимого с клавиатуры, с помощью алгоритма WAKE.

Контрольные вопросы

1. Какие методы формирования потока ключей для поточных шифров вам известны?
2. Что такое регистр сдвига с линейной обратной связью?
3. Каков критерий оптимальности структуры регистра сдвига с линейной обратной связью?
4. Для чего регистры сдвига с линейной обратной связью объединяют в нелинейные схемы подключения?
5. Что такое проблемы линейной сложности и корреляционной связи схем, использующих сдвиговые регистры с линейной обратной связью?
6. Объясните принцип работы сдвигового регистра с обратной связью по переносу.
7. Каков критерий оптимальности структуры регистра сдвига с обратной связью по переносу?

Лабораторная работа № 4

Демонстрационная версия криптостойкого блочного алгоритма Rijndael

Цель работы: ознакомление с принципами шифрования, используемыми в алгоритме симметричного шифрования ***AES RIJNDAEL.***

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с теоретическими основами шифрования данных, которые приведены в [1] и [2].
2. Ознакомьтесь со сведениями о программе RijndaelDemo. Запустить программу RijndaelDemo.
3. Изучите на примере обычных текстовых файлов способы шифрования и дешифрования с помощью алгоритма Rijndael. Подробно рассмотреть действие всех цикловых преобразований (ByteSub, ShiftRow, MixColumn, AddRoundKey), как при шифровании, так и дешифровании. Исходный текст для шифрования может быть подготовлен заранее и сохранен в файле *.txt.
4. Сохраните в отчете экранные формы, демонстрирующие процесс шифрования и дешифрования информации.
5. Включите в отчет о лабораторной работе ответы на контрольные вопросы, выбранные в соответствии с номером варианта.
6. Примечание. Для ответов на контрольные вопросы можно воспользоваться п. 1 описания лабораторной работы и сведениями из прилагаемой статьи gost_aes.

Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие сведения:

- название и цель работы;
- вариант задания;
- листинг программы с комментариями;
- результаты работы программы.

Варианты заданий и контрольные вопросы

Номер варианта	**Контрольные вопросы**
1	2
1,5,7,26	Сравните основные характеристики алгоритмов *Rijndael* и ГОСТ 28147-89.
2,4,6	Сравните основные характеристики алгоритмов *Rijndael* и *DES*.
11,13	Опишите структуру сети Фейстеля.
12,14,16	Приведите обобщенные схемы шифрования данных с помощью алгоритма *Rijndael* и ГОСТ 28147-89. Дайте их сравнительный анализ.
3,9,18,29	Сравните один раунд шифрования данных с помощью алгоритма *Rijndael* и ГОСТ 28147-89.
20,22,24	Сравните эквивалентность прямого и обратного преобразований в алгоритмах *Rijndael* и ГОСТ 28147-89.
10,17,19	Сравните выработку ключевой информации в алгоритмах *Rijndael* и ГОСТ 28147-89.
21,23,25	Сравните алгоримы *Rijndael* и ГОСТ 28147-89 по показателям диффузии.
8, 28,27	Сравните алгоримы *Rijndael* и ГОСТ 28147-89 по показателям стойкости.
12,15,30	Сравните алгоримы *Rijndael* и ГОСТ 28147-89 по показателям производительности и удобству реализации.

Криптографические системы с открытым ключом

Лабораторная работа № 1

Атака на алгоритм шифрования RSA посредством метода Ферма

Цель работы: изучить атаку на алгоритм шифрования RSA посредством метода Ферма.

Порядок выполнения работы:

– ознакомьтесь с теорией, изложенной в [3]. («Взлом алгоритма RSA при неудачном выборе параметров криптосистемы»);

– получите вариант задания у преподавателя;

– используя разложение модуля на простые числа методом Ферма и полученные исходные данные, определите следующие показатели:

– множители модуля (p и q);

– значение функции Эйлера для данного модуля $\varphi(N)$;

– обратное значение экспоненты по модулю $\varphi(N)$;

– дешифруйте зашифрованный текст, исходный текст должен быть фразой на русском языке;

– результаты и промежуточные вычисления оформите в виде отчета.

Примечание. Для выполнения практического задания рекомендуется использовать программу BCalc.exe.

Пример выполнения лабораторной работы с помощью программы BCalc

Исходные данные: N = 65815671868057; e = 7423489; C = 38932868535359. Найти

1. Вычисляем n = [sqrt(N)] + 1. В поле A помещаем N, в поле B – 2; нажимаем кнопку «D = A^(1/B)». В поле D заносится число 8112686, в первую строку таблицы – сообщение «[error]». Это свидетельствует, о том, что N не является квадратом целого числа.

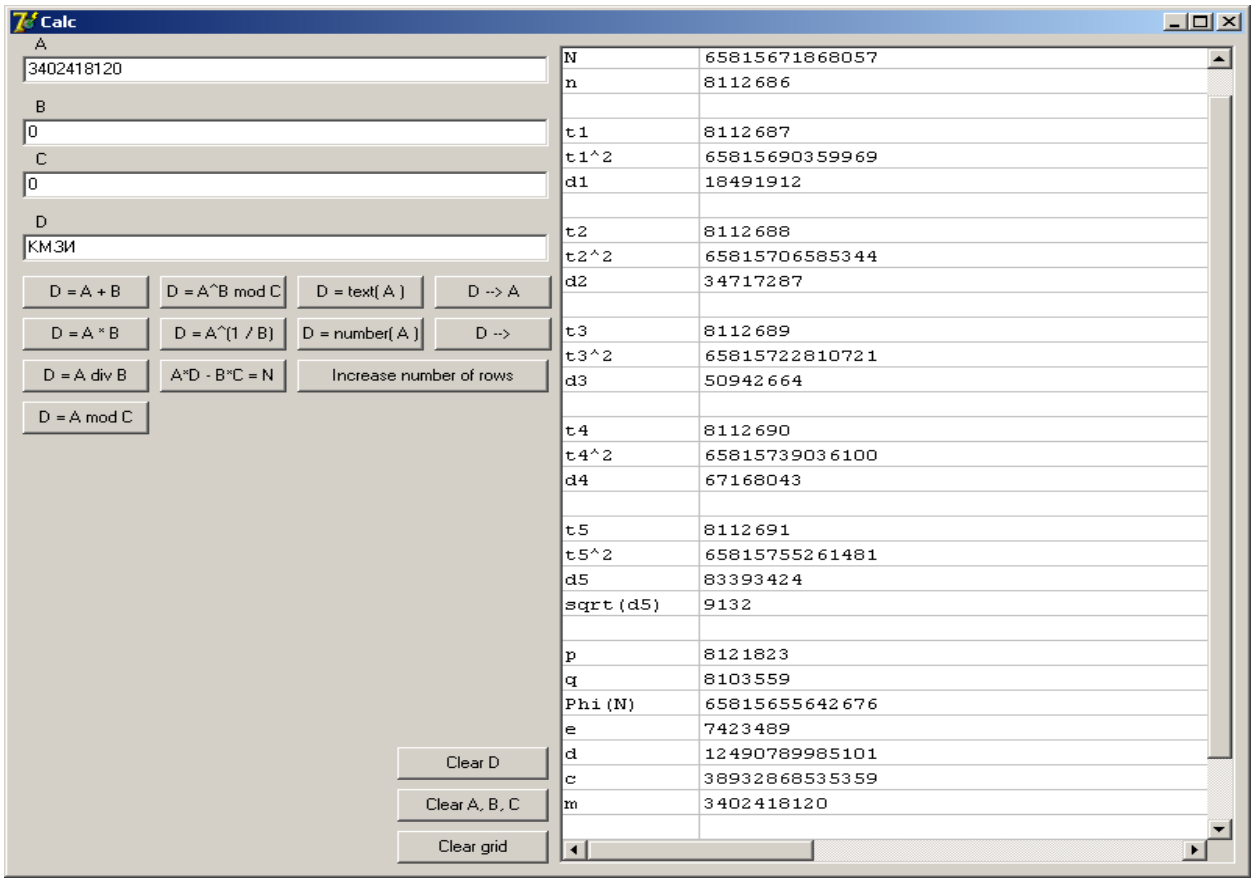
2. t_1 = n + 1. Возводим число t_1 в квадрат: A: = 8112687, B: = 2, C: = 0 (возведение в квадрат будет производиться не по правилам модульной арифметики), нажимаем «D = A^B mod C» => D = t_1^2 = 65815690359969. Вычисляем w_1 = t_1^2 – N. Для этого A:= t_1^2, B:= –N, затем нажимаем «D = A + B» => D = w_1 = 18491912. Проверяем, является ли w_1 квадратом целого числа: A:= w_1, B:= 2, нажимаем «D = A^(1/B)» => в первой строке таблицы появляется сообщение «[error]», следовательно проделываем п. 2 заново с t_2 = n + 2 и так далее, пока не найдем, что некое w_i является квадратом целого числа.

3. При вычислении квадратного корня w_5 первая строка таблицы остается пустой, а D = sqrt(w_5) = 9132, что свидетельствует об успехе факторизации. t_5 = 8112691.

4. Вычисляем p = t_5 + sqrt(w_5); A:= t_5, B:= sqrt(w_5), нажимаем «D = A + B» => D = p = 8121823; q = t_5 – sqrt(w_5) = 8103559. Вычисляем Phi(N) = (p – 1)(q – 1), A:= 8121822, B:= 8103558, нажимаем «D = A·B» => D = = Phi(N) = 65815655642676. Вычисляем d, как обратный к e: A:= e, B:= –1, C:= Phi(N), нажимаем «D = A^B mod C» => D = d = 12490789985101.

5. Производим дешифрацию шифрблока C: A:= C; B:= d; C:= N. Нажимаем «D = A^B mod C». В поле D находится исходное сообщение M = 3402418120. Переводим M в текстовый вид. Для этого A:= M, нажимаем «D = text(A)» => D = = «КМЗИ».

Снимок экрана с окном программы «BCalc» приведен ниже.



Варианты заданий

Вариант	Модуль, *N*	Экспонента, *e*	Блок зашифрованного текста, C
1	99595193774911	1908299	75790643190143 36869061035180 38422576553598 68899435645717 16193161920958 98487458352335 34167725433806 96613844267045 26583768908805 73052827576371 94695336463618 69092596694070
2	95841214023781	2005229	49190327214217 84609592142386 90112415897890 58321768145112 18048020096041 46703140105758 5914356051570 1805696039350 28838003818624

			70062757763886 13846553049563 90432970156505
3	93767386321457	2091619	62984326732858 22123186696272 24425203655789 45995309006047 8176196426076 12816278693250 27474201663022 86909026690842 20469575723850 29205116646939 21002901408912 79168478687790
4	89318473363897	2227661	3403106899606 26746900101177 67769260919924 77873792354218 15782947730235 15100267747684 28877721728826 62898555111378 4989704651236 55293402838380 4108112294245 8492269964172
5	87046121832829	2342047	38288567928461 32933111631628 3796990272007 14526017018271 6637183116942 46455894660145 17024410119252 49991104309343 20967672129390 3377231740209 37201047739579 56818318686813
6	85609460573249	2448539	523815866990 26788001211021 34569932939126 85581094055910 23256663175806 62527703621248 7622521689363 32655715523491 81242663069415

			60438288306445 73937478628138 7793112362388
7	84032429242009	2581907	54879925681459 72167008182929 17828219756166 17814399744948 37136636080011 77223434260215 4272415279426 73759271926435 74021335775875 16903113250201 77520052156956 41247980943013
8	81177745546021	2711039	61553353723258 11339642237403 55951185642146 38561524032018 34517298669793 33641624424571 78428225355946 50176820404544 68017840453091 5507834749606 26675763943141 47457759065088
9	7890833390463 7	2821057	66488995800290 61829195949215 75187156530365 66944513684556 15641889286263 25273508344802 33011686981708 63079735408371 71989137480846 15936556748887 35940951317181 65389528900590
10	77027476849549	2936957	18937689886043 6667195679130 53238895771820 6189192838687 48623327840257 47264919314001 42510070950746 16878504505970 22744978157662 23644842894223

			71614018816334 24651499733229
11	7533841359567	3063167	20373576587572 48282448633797 2859826820449 30302044163645 30736783387104 5008734894376 23296448238734 41172678840173 58656690066465 44574048719827 21962937148701 38826220113907
12	74701165267919	3145553	32035658541536 35242897170964 6268303368709 6877322610982 16329207109754 35007623593376 26715311593240 36220800128563 25019660581036 61639733671958 21186453949445 72477207535811
13	72903890242273	3261683	37429454018574 65632293727338 71955235122455 71474662312159 18537435780920 58372142077460 68330829196451 60882917270796 24142764117328 31238010810556 66143215653810 30769266886306
14	701091213690 29	3401467	65044661056628 62698810905915 6384243931214 64581496145197 34821902367398 47317941132118 31834994240307 32916261351098 27399527764660 20797651714466 56226270748693

			51223181240405
15	67510894259489	3543923	1834956116931 7762509478845 22384877417897 36443182878894 61287041306052 17680469174617 14632055288035 23212409940234 45782556562975 7533626343287 14537172455552 60777304839141
16	64806601923671	3676721	20691828453967 58551582619533 52687210920168 20981648665029 19111617348524 54100651527277 13292121860367 56392703591321 14438767538210 42480181826283 48812319440355 15451410455351
17	62781628076903	3804071	25330591599065 45107236866391 8515908980750 18360023777159 60224747641795 24722319023840 4621794604408 11003643584575 42083518378885 62245525096402 41697616662831 32054453631323
18	60902079700513	3914857	31747356280388 54631087879066 42721453914357 12859490321362 47949527200923 39725118829906 37400171509625 34240435626806 20191794760289 16358289451487 35717279691675 60689890535412

19	59046883376179	4044583	32279109612093 17838629182964 4165776716262 13093284635895 20048651313008 54626454832531 12801053743903 54675332003643 4544911979279 31928373564570 798945495513 19569174668782
20	55925060669503	4156793	53145801111837 24757475715890 19729078348176 49091835965654 29986321429979 35162644705488 45317135042859 49645513101014 1804825908594 35789821714579 3713734911002 23648998987066
21	54296750879837	4282063	32264505547820 29767871186846 53860104221061 41263256335998 13036826201487 1768770254540 9330533044207 38163092407394 9296514119883 7805642363730 46249084085075 13177891469510
22	50824793010569	4440901	14852129687156 2828083503727 40199165363197 50374743756265 38804027318759 48809751439118 17692593759762 11950610647201 31150513650241 18538876359272 30210358214233 23631880532900
23	48992988576733	4545733	12530303611339

			47274247086952 20068556933394 41300245344157 27564916776233 45997492729411 11416336760074 17516700753417 10586755223028 5642378694993 17949047899806 13276902592875
24	47050437355283	4674517	30307619697810 38075405389785 37116384337234 20795372941054 22354675528431 20104615399105 403582911849 16733578384925 37765786204941 16059974394842 10942482418438 39745386116422
25	42982346145803	4777621	19787649423728 18211753517576 29287420774392 15153812654780 18356070190939 42856511463744 9446489409913 31515169706630 40480861340273 5995498078936 1615344586866 6467700235586
26	40874866482797	4890013	30098470920348 10084491526640 23441958595352 33281521148728 37973385618526 9343475069587 2406343345685 7678583166238 37712932671543 31339429556436 26029018118292 35429221689605
27	37853809989851	5000881	810492251513 3192611214542

			10318029344126 2220994223088 7937732363223 7917915062052 5784071798565 12491569110482 8519113859496 34533923334624 8671493920268 9656068990180
28	36382368990571	5138117	34729094860720 993016310794 32382972793694 11451559981371 27603779105556 2722565595283 27187050268006 14126480994141 30653849585538 29540033120497 20304283070750 5290885426574
29	33644210466973	5285461	2887763929737 14268468183889 17106478222082 11308338337725 22932870001788 22780920502986 3159009422412 22191880208231 24883589317156 20042326937734 21464252061935 6743660373779
30	30515981241589	5365813	6462676848037 11940196919771 26211958940622 16634847261054 8103271691885 2435085233132 6122398937225 12097045969811 16751413858962 23878019243430 23189713210013 13681118402740

Лабораторная работа № 2
Атака на алгоритм шифрования RSA методом повторного шифрования

Цель работы: изучить атаку на алгоритм шифрования RSA посредством повторного шифрования.

Порядок выполнения работы:

– ознакомьтесь с теорией в [3], рассмотренной в подразделе («Атака повторным шифрованием»);

– получите вариант задания у преподавателя;

– по полученным исходным данным, используя метод перешифрования, определите порядок числа e в конечном поле $Z_{\varphi(N)}$;

– используя значение порядка экспоненты, получите исходный текст методом перешифрования;

– результаты и промежуточные вычисления оформите в виде отчета.

Примечание. Для выполнения практического задания рекомендуется использовать программу PS.exe.

Пример выполнения лабораторной работы с помощью программы PS

Исходные данные: N = 453819149023; e = 1011817; C = 442511634532.

1. Определить порядок экспоненты. Для этого необходимо ввести значение модуля в поле N, экспоненты в поле e, в поле Y записывается произвольное число, меньше чем N. После этого нужно нажать кнопку **Запуск повторного шифрования** и дождаться, пока в поле X появится значение, равное корню e степени от числа Y по модулю N, а в поле i – порядок e в конечном поле $Z_{\varphi(N)}$. В данном примере он составляет 435.

2. Дешифровать зашифрованный текст. Для этого нужно в область редактирования поля C поместить блоки зашифрованного текста, разделенные символом конца строки, значение модуля в поле N, экспоненты в поле e и порядка экспоненты в поле i. Затем нажать на кнопку **Дешифрация** и дождаться появления исходного текста в области редактирования M. Ответ – открытый текст – «null».

Варианты заданий

Вариант	Модуль, N	Экспонента, e	Блок зашифрованного текста, C
1	307080138389	358703	150223836156 41077612181 164221721708 163231492773 84606189584 211632968571

			76644428054 67904620890 263054305449 31191567018 224545225463 30878012295 216396046580
2	707096259383	928253	6952874554 579478452421 88828702123 225263521086 340528371521 583666721140 254303812163 584762191247 620918717873 52726307774 172435791721 293646690249 323995569099
3	385181864647	938573	331245775481 282425324609 65377570000 89972965825 264803627317 320989226085 324723654667 294634302620 142237555971 221994269576 209958712589 221718426295 163788492835
4	489740760623	892627	237434928568 89382477865 257542914775 153947910848 219678068406 166466311168 49516725114 55375254449 370796045103 322927050068 196366079994 39243100230 299525662956
5	152206953707	959689	106157029398 26037756325 64970468176

			111381095515 102219112033 10446585653 125818085975 140293474360 118182182667 102323948722 81537011095 534009223 79513867811
6	299547350633	854929	273814931280 42731365375 226290712100 144895466043 54022172482 256403869247 20427366939 109560373874 17926624122 276548101136 138551457160 178721641850 153958773591
7	255886599799	1042193	75872140695 243623122014 66870731769 142602808011 42354989089 119395329034 242619634774 180213272917 166447493863 167768838568 120544075858 77559779546 136453339801
8	290716329017	497729	1135414239 169213008965 175441050863 109545918774 123669279758 149542889269 43068653151 32806195453 285151390718 137668394392 140567677417 176736386447 218957656245

9	144050016983	1163719	90401727778 50205386780 66796441575 1200754589 25390276538 64927766600 89595489304 12806265575 95100428023 7746226795 126261029912 66580024238 118827632497
10	517284804989	1016137	393966099521 489691449904 125845553926 278237347671 101391774540 70812690734 166080101475 356969244744 59015316810 480894389103 454155667817 124365264763 412526965953
11	301916099393	301319	300229084086 103375119523 47856681522 299308768883 259681434827 155394796250 203569645393 81385593446 153370193599 11291771251 297354725266 71677781247 298448677628
12	680953235477	920197	391097155052 640128264104 655783446185 380882921502 243151555158 525608289811 439378081915 674406455075 295448137012 494853048412

			566308391875 623790961908 222667625162
13	915012974539	1001953	763770087861 432343847598 764682728575 206635140312 627210520886 794063631890 309297959146 68118108284 116045398315 912085643674 257483784869 167814127445 55188158350
14	112546779899	280297	70526810403 14149862236 45856385641 70576010398 55035023176 13450029743 87602027501 5373321283 106271591904 105497609146 58279045288 104373761049 16432846070
15	674752561177	395173	419211463126 212906356161 631644741157 73228488037 302781784962 348369666049 269324039584 666490555214 580635922832 30319178550 304297088216 461362299290 408519568281
16	381864434327	1195459	163872954111 20331233144 247841893982 24077680684 186232454225 170708316287 287353419177

			53300545679 235380537126 229388042972 213972178887 351137706462 71827041797
17	509394020393	466357	240117673168 198646030609 299632505275 245910981124 103645806141 129428103430 20356709898 492178278680 233595118807 334625983625 176223275722 244450104851 63497900496
18	1123918263359	1296973	337170174448 110065284116 225074454552 978078749787 1113908641985 396219512028 932134251667 1046744729838 458139532624 319141259386 1098244186318 139438193945 197233306845
19	762930465497	369197	272601390768 146191862405 56417639739 25010208392 569176485965 292815488501 152909580675 634319609453 578700740159 648142948177 39319966771 517127377434 490584971826
20	544136348213	358793	91846629660 119935413056 171909861239 312597665654

			149569107987 217729521757 269500353046 510985189336 131214208695 241687081897 362099358567 467378483313 539916818577
21	836168881111	1031923	83092605748 825802235227 32508735922 407171918452 614975177493 774349835780 323601958615 82169286450 198807945618 594897575157 542729555491 812833939532 694084199661
22	914022837691	517823	133088999278 758078110965 705889026842 98403371042 768948684522 78137927374 383272719045 341665550116 407871370619 382219973835 653544166840 658599075370 825218892763
23	888532740131	508097	251133768996 359801014616 557356431645 75854873865 768478933532 624174758081 306027834198 586384787006 155294489444 358096762086 197284968232 498688500894 467532994504
24	175749265511	562439	148649649353

			106749700084 111279099426 123808752263 135559497150 641323741 146710462903 18875910866 10741502182 84181024769 83326297438 168979058954 74728979200
25	226206740959	931169	90602081758 155748167901 43664963557 119662283421 128548684055 224153458766 195788143843 18231611138 35594188617 74744847247 54882677589 38908769560 166766625254
26	300104708753	983363	143263029236 113515979624 198998498966 232259814103 36155668324 142429090416 112345291625 27921291938 269458157437 298799815265 162143730402 126750403087 51777038634
27	333333164557	953093	5481684542 14785211849 24230838324 156363450797 254864312357 282334378772 101468922110 330970823045 53322569148 330510315592 287013027083

			223374578887 26195032100
28	705703109311	795709	210618901858 461070758554 254341305329 432167203884 537128801619 307179448989 237267800094 276288788567 627186938797 7521018311 638757343218 263719789788 153146378944
29	414634315817	1039187	200343263939 13939901815 329718769183 169659670872 49667978685 11286581382 92461615100 173590557244 62542045222 310782145259 348390168011 308011216304 154928746700
30	81931393421117	1249841	53326375006739 60159105931963 20367806441444 77032482774732 38672218391631 6990304921236 44495129703609 76487744048201 58557027754174 1016517574381 49254811194021 674135756615 65887286918402

Лабораторная работа № 3
Атака на алгоритм шифрования RSA методом бесключевого чтения

***Цель работы*:** изучить атаку на алгоритм шифрования RSA посредством метода бесключевого чтения.

Порядок выполнения работы:

– ознакомьтесь с теорией в [3], в подразделе («Бесключевое чтение»);

– получите вариант задания у преподавателя;

– по полученным данным определите значения r и s при условии, чтобы $e_1 \cdot r - e_2 \cdot s = 1$. Для этого необходимо использовать расширенный алгоритм Евклида;

– используя полученные выше значения r и s, запишите исходный текст;

– результаты и промежуточные вычисления значений для любых трех блоков шифрованного текста оформите в виде отчета.

Примечание. Для выполнения практического задания рекомендуется использовать программу BCalc.exe.

Пример выполнения лабораторной работы с помощью программы «BCalc»

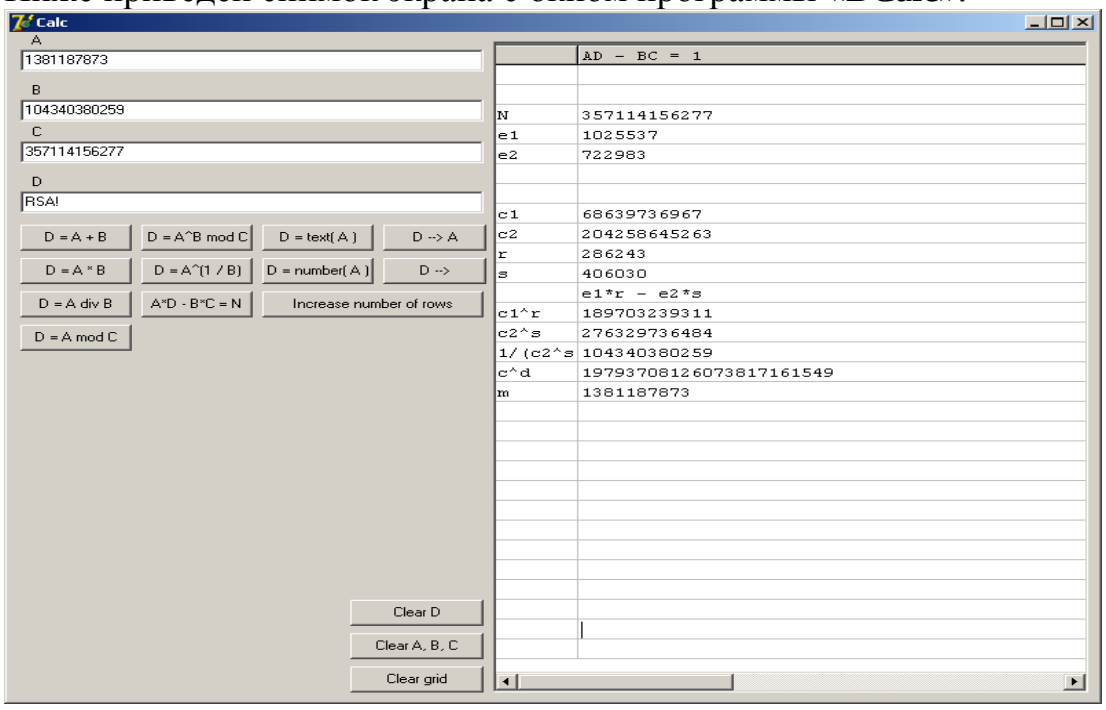
Исходные данные: $N = 357114156277$; $e_1 = 1025537$; $e_2 = 722983$; $C_1 = 68639736967$; $C_2 = 204258645263$.

1. Решаем уравнение $e_1 \cdot r - e_2 \cdot s = \pm 1$. Для этого в поле A помещаем значение e_1, в поле B – значение e_2. Нажимаем кнопку «$A \cdot D - B \cdot C = N$», затем – кнопку $C = s = 406030$; $D = r = 286243$.

2. Производим дешифрацию: c_1 возводим в степень r, а c_2 – в степень $-s$ по модулю N, тогда $c_1 \wedge r = 189703239311$, $c_2 \wedge (-s) = 104340380259$.

После этого результаты перемножаем и получаем, что $m \wedge (e_1 \cdot r - e_2 \cdot s) = 19793708126073817161549$. Далее берем модуль от полученного значения: $(m \wedge (e_1 \cdot r - e_2 \cdot s) \bmod N) = 1381187873$ и преобразуем в текст «RSA!».

Ниже приведен снимок экрана с окном программы «BCalc».



Варианты заданий

Вариант	Модуль, N	Экспоненты		Блок зашифрованного текста	
		e_1	e_2	C_1	C_2
1	420882327013	1372369	961447	373413138774 142492164990 181970101695 71400620884 83588687662 111752930680 154836140461 191336073909 186412386345 303121580659 167437105893 279265271451	105783140624 384545054504 91022339898 266856044417 106548952403 160772152396 128969469496 242028887287 256618243529 47586486979 306022591934 419219258598
2	302296233419	1365787	763067	4735234112 222492941603 91642935786 258679721851 127352436654 270884254827 278389245811 229277148124 143477017416 56472903944 229332603068 60190953676	131720982156 50767819341 146687208678 65444189922 275196580101 21582029531 14338137631 4177778322 75624657756 274012339373 159018739186 49970035122
3	445632735571	1120289	559633	348555354398 351363944134 96907337112 141119651255 317600466893 84967944527 340088880266 311235549494 41838603784 333172824695 89494655477 3256803669	366337925832 29318249989 120058862823 428190500861 322426909958 286841513079 150392378882 441874945028 297137742269 304115257300 123106598046 110955623263
4	535598392051	455341	396971	444982997352 277831853272 133187882628 331361392426 273206302188 470299046774 168157171491 258737286129 312335302650	358696089912 360292494113 91390259562 534590606880 193203217609 166702058071 68207231399 487524624411 325841328769

				489235057221	533726724224
				427689116872	369967614519
				418723605534	247201359991
				135022585485	478832067683
5	572953270159	337903	301933	342095517391	32476529608
				19455909955	452342848743
				221503536026	506694128118
				316042040322	262070340689
				311339725976	206245109461
				339044089754	116518622136
				359623172126	147952236274
				138544673544	457665805346
				148226083413	27001690429
				3486028632	396682057113
				23290754913	239803556225
				425720995382	519526641494
6	622722921281	924383	648391	416413766755	363561291438
				461616049371	349913226640
				495579558550	410678799422
				119296856822	49400187802
				288338597320	264465166065
				189325419759	617558055726
				179661796706	378919757053
				26462194558	550605507870
				543527404419	341759776368
				511749608651	125364611909
				131463006437	288965980272
				116692606609	434023259043
7	516439217617	1206433	1141277	400408320444	374984721363
				241545246801	438491303024
				282223079755	498951362977
				490328978748	218681974856
				350509811006	365827206348
				142356755075	175049781656
				109547314116	359111505460
				414823859933	297734746741
				330990395685	96963152197
				377471732609	362138584797
				44017319588	102758207364
				499241372980	37817394150
				171071879560	120430068125
8	392117053283	744721	1297633	188779427301	330155414629
				142624237358	183843269790
				222856552604	113231290101
				64779987640	381735803560
				184552630472	115846890704
				357891671735	117837936469
				159800573947	188064551177
				320365191568	241636957582

				53704108470	253908524873
				29809614757	219235963059
				236651896578	333424804843
				5185872557	278400905892
				374026260505	254102728294
9	319418480417	602087	523639	52405618926	82810335170
				216147098445	187684665216
				216743861265	48173641649
				66972942908	96024498047
				191820297330	247351492178
				190353918873	97241452868
				110095200781	255901558905
				90183965366	27364319220
				296876615222	227156630511
				154988611456	66990230889
				166443759664	183816391944
				9906682687	104719299259
10	308044228439	976013	667829	41142528888	188066920245
				168186504906	300946560686
				136093203364	297065980706
				242964689121	52463722858
				35088399935	288700402082
				235615713434	74622590470
				255931630761	304422560213
				243205294010	89572425507
				282148730043	192865433148
				167665545881	279658192310
				236133809262	97431270440
				248077895012	276505744422
11	287726313019	632699	418997	214922055033	236363326198
				35721658373	60659772128
				111494982431	89634195001
				18199110430	159962549494
				42343010608	38784417281
				252248400710	280743496547
				63424999529	132419834073
				119923175349	260926903227
				154343666939	246447810193
				161871538168	110060458786
				66104514148	96973974426
				20594515433	175463381167
				120762948296	178887056429
12	385751370271	365797	1109663	58541562205	78032032470
				167003685579	13064174635
				381877628242	326727914830
				256218527098	364066420370
				164244249864	177576861402
				6588741823	65863828523
				180308234660	111437045566

				174572441677 259951955034 378589342820 319378579620 21405495597 226860843155	124743274954 119577259869 85769669875 4688914942 261002397567 341722428571
13	518587807081	293177	1209781	373852443734 447989059513 140756140384 207791711792 252160015422 151272799305 431450717984 252882800366 112417596471 301753741810 480461056512 334158277030 368394150653	22286870422 343015689591 281801228231 360270382562 264253306719 128520421967 399665129411 448878989738 70913527757 295285211952 247990966487 202711954425 201121363025
14	573308195401	973169	550351	327707922480 455697659443 469317095774 41173012855 95114431187 183548202066 114278917224 111319924653 302320646938 497834611165 207393954597 469317095774 184588110993	484439401392 92203619034 199299165882 100840467257 42877265767 537319004931 212469277565 335238563578 215934710265 248375790884 8143413999 199299165882 484325656679
15	634875396959	797611	375841	215938301159 156476855390 629025629999 390282732416 486255942680 301447617826 611079544000 9815582940 238155160282 89572033554 259610717355 561079697420 68884371224	592194596499 618920283747 481110939902 118468312259 152271753836 245706953152 357574573601 517943651115 449088004034 549269593969 274641120696 170397276793 150603791351
16	512453104601	1365347	972793	17680290297 359514971944 395933838767 135375405636	410084071984 150398051936 489149759410 11043062086

				424188955183 480774525813 176693333558 366722473439 257271491888 437238044102 280697746591 192092245943 180087210668	452072614483 94954712588 373871024394 194623183329 478231887994 452346492359 145030784098 310653569484 280971453825
17	549840164113	830309	1122659	421894113021 70151618285 256033134230 230572827320 345706195727 379296943648 131864337239 345346802879 460224575827 28746971542 176535748663 395695787161	460364462002 377869829708 315408321663 403500544217 90051720740 398226212020 357731842992 394252754984 318030259077 317217533534 42352806819 277427982170
18	521194405273	293767	492511	70696562 136043022917 65407415375 164404262967 445647345197 118953770797 512196733213 103009198361 317437263597 284559552852 490098245083 149823933745 224803955806	139896254161 268972783372 281244321042 190886094 183760973977 127631527830 29296947894 342466717237 76798964679 346421581772 345796314978 281195436813 359213893561
19	500984306287	470149	267797	274230487503 6821302647 172152295595 454539302130 462305524774 73589652382 274794725040 295185494003 159348742119 62021560582 311827395163 159638616315	176943898057 272954693703 141643708385 238296127866 270971764501 389314459147 476866404163 295344931481 288885538254 144738759088 52793710114 416204845784
20	502110569407	693661	366287	451590415251 110439571420 183752091528	489035727840 352254618578 112984103119

				274872936616	324252397833
				28541011195	258279989467
				450835617776	309371933868
				260759622383	309370695834
				342128341762	275718202556
				158761845107	484547254614
				190701543235	319090281932
				336633436793	321505940571
				107036107438	499673648361
				143086295492	445389404030
21	635476116169	866707	1123211	164724618825	119849004283
				386399947495	156284059617
				569519600328	399964659582
				335674131307	411242163372
				591926181226	473998672968
				331711492017	449146422851
				222632530911	178846180173
				159285067102	431421957979
				529695664488	209987811333
				462703958023	627608476514
				508391137110	23204756436
				573759000564	43305372061
				48989336806	542459119849
22	606089625293	524123	1109309	496663520230	196561923290
				573686340098	102658895412
				317277380080	577585560553
				311062242263	44037449636
				87966670626	508496748333
				156120202050	278687486043
				517816376872	261550581766
				255107405391	487843663934
				70642465288	314450235982
				390229374493	345028986924
				333422604916	104569551730
				2671384922	486557652833
				509131255766	337080661180
23	303958823183	1173551	1366693	300865234944	158205869566
				280167078723	47430389231
				44778324729	235868270647
				15647443106	60933642983
				72500796041	230961885063
				127042219796	189840956692
				220297476381	155026770625
				159193146152	118061171422
				281783946206	64695094087
				83397684706	90093203015
				218587175059	140628953794
				32628200905	156685525752
				87293077359	96578125026

24	216044621671	493001	693169	204707607052	161085576818
				131209885175	166651266503
				74127570208	210362428729
				167559112602	29681376125
				114202832764	51404224010
				175086144102	85147589057
				173536223165	53004594773
				123432367535	4926673942
				82425793128	28134852744
				185507595143	16056810738
				95061918272	57750263032
				193636415087	146784016398
				162487637030	143689492474
25	193576240729	376133	633317	159391395691	187917061998
				157577675381	100356696331
				191080992560	115395060871
				149368918681	22072994636
				53984801508	10119558157
				4424043610	166188791942
				58203874858	81150163516
				76432058336	112715855314
				16217372577	19232790590
				149007313066	106250648527
				63447430442	21826060759
				64914562999	12414159731
				127848484896	192871647135
26	199463062753	419513	830477	177528135337	63508097139
				131197957980	142467940607
				181321285074	131649552179
				96738779356	182684157712
				127632416974	22912524157
				161779284378	94825501208
				148599198368	189716623763
				2033602084	86236434624
				141914496373	94875774697
				105405878640	120252092430
				120038779975	26215384541
				7139491789	53782670605
27	588649943243	829883	1365563	280515585129	565691730736
				474432358443	150449148254
				550494122120	518339002836
				286014860208	225616510542
				177909397442	385610089653
				66300460308	374937066213
				528884282560	115466710052
				399515563309	142918798684
				304891197599	522983594973
				119078987025	48256241870
				209691758955	459229046518

				462036206743 586085056988	179338322451 224548199183
28	731873369393	492413	667421	47341507804 127997685870 257646548539 354472751726 587866819301 488667442604 462576579278 538441126972 558240817424 150554102888 253275371077 417636957585 568703073461	74847904635 278470286823 448348870301 607786930695 529369369754 75925175772 29907063957 10458852803 90276241841 730446811079 467685526579 583892394223 353477871749
29	1176879950087	550169	376237	236505725833 12096288569 1062670335800 541231133081 529745761698 79574674510 518908160088 195753762481 284194617926 861518052504 844805726716 575330762793 319168661888 377123370130	169179266140 617962027334 332483986069 1065692323879 420409290920 733896529297 201622748685 457529162746 1037225648947 732504268577 1172056967964 1002467039854 850197148213 279510203667
30	1254157128997	975427	1209269	1098122654723 224532500446 195052151737 340669256856 1019975678508 210896047315 749213378601 949523491515 154878238856 1101522983540 511950016486	435736453734 873855208934 68049065095 513397077403 1191564999894 524725711866 662476316059 229085787378 943515500203 942246429245 905815635635

Лабораторная работа № 4
Атака на алгоритм шифрования RSA, основанная на Китайской теореме об остатках

***Цель работы*:** изучить атаку на алгоритм шифрования RSA посредством Китайской теоремы об остатках.

Порядок выполнения работы:

– ознакомьтесь с теорией в [3], в подразделе («Атака на основе Китайской теоремы об остатках»);

– получите вариант задания у преподавателя. Экспонента для всех вариантов $e = 3$;

– используя Китайскую теорему об остатках, получите исходный текст;

– результаты и промежуточные вычисления значений для любых трех блоков шифрованного текста оформите в виде отчета.

Примечание. Для выполнения практического задания рекомендуется использовать программу BCalc.exe.

Пример выполнения лабораторной работы с помощью программы «BCalc»

Исходные данные: $N_1 = 363542076673$; $N_2 = 728740902979$; $N_3 = 522993716719$; $C_1 = 246562834516$; $C_2 = 291375746601$; $C_3 = 222724269731$.

Последовательно вычисляем следующие значения:

$M_0 = N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 = 138555669564008119302694433926047373$;

$m_1 = N_2 \cdot N_3 = 381126913374147389205901$;

$m_2 = N_1 \cdot N_3 = 190130221862955939995887$;

$m_3 = N_1 \cdot N_2 = 264927981225542872108867$;

$n_1 = m_1\text{^} (-1) \bmod N_1 = 287993142707$;

$n_2 = m_2\text{^} (-1) \bmod N_2 = 106614970676$;

$n_3 = m_3\text{^} (-1) \bmod N_3 = 32171022265$;

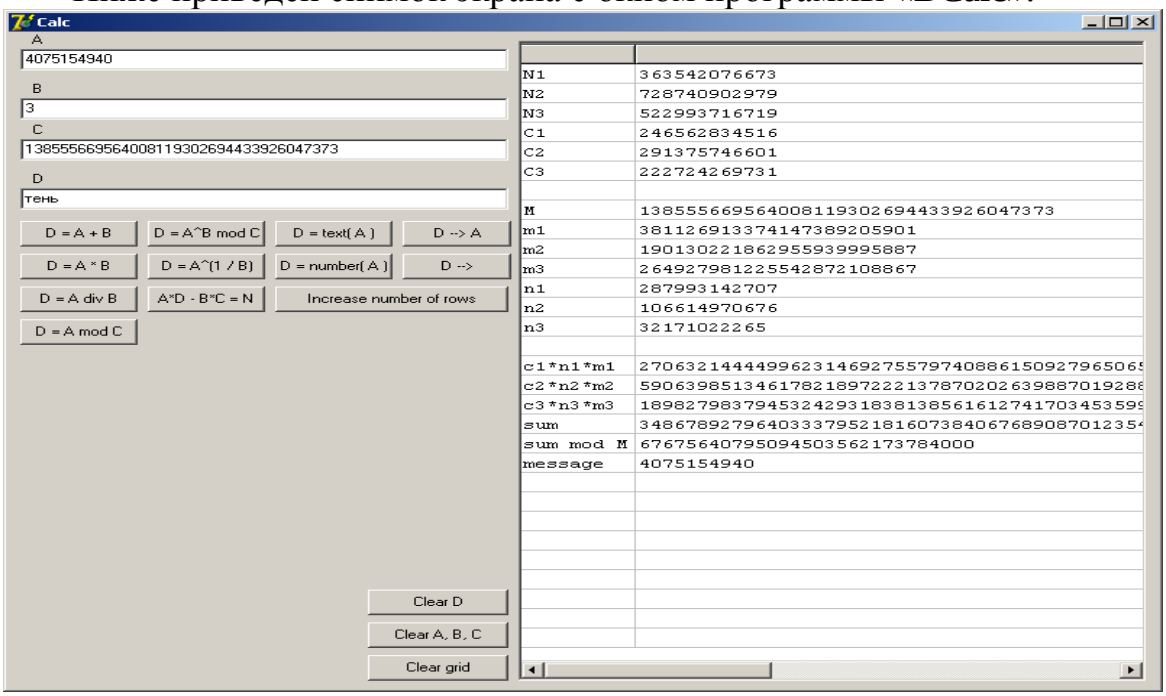
$S = c_1 \cdot n_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot n_2 \cdot m_2 + c_3 \cdot n_3 \cdot m_3 = 348678927964033379521816073840676890870123543 29$;

$S \bmod M_0 = 676756407950945035621737840 00$;

$M = (S \bmod M_0)\text{^}(1/e) = 4075154940$;

text(M) = «тень».

Ниже приведен снимок экрана с окном программы «BCalc».



Варианты заданий

Вариант	Модуль			Блок зашифрованного текста		
	N_1	N_2	N_3	C_1	C_2	C_3
1	359690807803	361062169537	363514381513	177412278620	227891126441	230974691188
				8631904062	175684889961	345734293737
				60910035474	108275398403	118726556071
				297496979396	50799922679	220369632983
				44306701511	50861774819	69236028918
				223949114264	120598551775	121704957571
				95163574676	214220319631	269179568504
				126740768642	193858968963	201685371953
				306466049596	243446962166	75708873566
				82343556476	168236630688	101720600746
				97754924718	260389624172	131962627319
				242675823829	86845867002	44909629158
2	368166998833	368656533313	371205502531	100018221941	219670103959	258489005115
				357476497416	299234661384	193486305912
				360704892674	321665231322	317085850998
				258968522463	303452309552	228076833982
				363378787391	197707480483	118470145682
				38938998120	271136973244	302313432794
				165805097876	31151628083	214437258395
				328038699497	195899793924	132123789026
				297851010158	230643014304	96889642413
				184316347833	323745610236	300010020637
				202277180039	125326155250	249393170795
				260169809092	4695289469	187672572758
				136359418113	154882534227	93192923225
3	380077454101	380903460337	383306345689	120321295984	261990433834	322305651846
				116941070964	232071459327	286065905390
				156315192664	305414687540	188633713225
				260149644765	348455852917	131649116365
				357688967002	206680974925	253206684415
				165841867143	327578130329	46677871611
				349826484990	5548686870	65268441973
				337993834720	295985428633	317133281785
				117681826230	157420509616	52226297600
				36279369135	256913681356	255637668770
				124613350713	271869775627	201873507225
				106958422772	310864218021	260192105953
4	389091381643	391569053221	393864798289	23283117034	81950696329	57844537762
				199910300344	310054893565	368640254231
				122379231308	132301878314	220965124671
				129836433029	52795246284	260183659429
				266167362913	276197768422	299904567942
				322794903721	265696804182	286935730637
				164367877138	238369333190	266053541214
				317459368677	66855113681	146542714390
				210705957227	316766995365	79442443012
				38878534867	321182915473	28368938795
				199295177267	118193576787	30970811879
				116980227366	190068391425	72570776324
5	397066122499	397797027109	400288163101	257953403766	128730750274	382653707323
				177168684125	391893911248	186385219382
				98569851945	323200994518	394103230832
				111013170885	152862355610	16445037923
				126870693789	23614632228	382954747667

				356996906573	96365786831	387456992444
				369112783220	207779539976	258166753697
				118662185076	70218040709	375871570884
				192227498736	317562220506	342932316985
				13981739973	111815966551	104729956068
				77574341290	1949429944	46092487953
				98562917188	8329351035	69550838402
				14769259640	147453838103	289762815713
6	408685041841	409542365311	411702675541	161938982030	227240021793	124238176183
				93539768747	240397026641	56013695777
				198680625546	319693734726	98169308648
				324985467275	143364329762	320302328458
				364301388858	267584092696	257566073714
				121946924018	104392885896	180123701720
				130171610724	60224870888	231998512656
				264709094112	54379930123	220441010255
				198127513690	281164821607	105926142958
				98490234931	51747910478	104088206001
				86416406414	152858842656	312601660772
				347341863803	198634569843	358423325011
				261057850418	304306303763	229574485891
7	420250053679	420998138947	422793377077	17599664694	388099839383	84003082499
				221343847340	141363764478	245906362572
				181796040962	253757042128	398398702796
				210108814452	162556515860	157559004814
				124320289825	289849639847	157418944324
				323995715057	126598663712	411242039391
				260285700707	171600933709	270378838199
				72474978285	80576580207	182942084181
				226746757036	347679322161	33847193530
				369084323018	408725538627	149137845569
				133261286623	244886980553	382620866773
				336107911000	171682264557	120769412025
				303767221006	366784660912	272019119100
8	431972773933	432558060211	434276528083	43268974598	330701159000	269237460393
				302331913599	104807592171	165034165638
				47134049761	45038416117	207280715083
				126642563008	81063981859	151936477226
				165827503054	427734601871	7495879547
				232086597542	27505991527	141105308724
				31465887151	81910363197	316939568874
				30373336865	190166502949	360819196331
				284998624093	116404011104	46940627813
				89084365158	249933949107	137301580237
				322533676789	90486698466	168518778628
				383736009455	206265723002	113124777920
				108545189851	276536042468	282998095133
9	441716293693	442258294987	444399387571	324500796659	364411844182	57065247639
				324547036186	137247785047	130359065508
				367901833181	389030356498	391859459727
				38558700097	293766643714	128196485994
				401956144715	259139396276	412050631244
				260421328704	429702138150	367300386309
				356041474179	17968702271	83703862830
				113539876955	84037113464	218100297714
				304515179769	91988591941	10243576841
				302662240842	425057692992	232358719915
				282367185538	391906969363	412546535924
				432213853716	244207991747	398872645339

10	449094675559	449774960461	451557288811	445451352210	424531890296	118710004991
				249439394113	430487757843	307218752883
				387029823615	273579896124	366564784860
				132042218903	163172411830	182819846943
				73614801093	299409036513	86662518238
				101481466259	34387871280	405369976705
				448458747498	190507227268	111221455773
				443385035969	108323290415	368248616971
				75012412264	332577990284	227865580737
				19096037043	213248626661	38736323891
				259197438248	78257808298	137144185691
				220559106494	238075298353	231896396336
11	457829717113	461639371789	463811451073	118519640042	68925059719	360911630335
				325725597818	320794723471	49077546247
				449577094588	106708759661	367587011852
				225738390357	267503416207	205773073385
				390837010969	176633626568	166430526462
				417997930307	370938941185	166130351420
				186946730799	256010935139	240614091730
				307353836168	375173961262	1307748376
				331923022405	50942041502	289507057580
				439103095463	13373860798	309981198851
				415559987555	369523972407	123903944003
				407104561771	268680126161	113555743553
12	473302960111	476210148031	478258728547	384927940677	47337377053	342954751710
				473049749478	15502694428	440889851539
				98141220439	81559584886	67503329756
				47772742554	360290532716	462595462377
				85402795076	378412185459	84092175909
				49762300554	471133458035	57911552136
				243238759870	276394936545	60433527302
				132174590679	2116712669	25311956275
				394107604075	37111299200	370327609107
				292566652796	387986386867	296462225245
				394413369679	97786707059	241699085506
				176379334217	256442600412	465708091819
				425745574767	455327955288	454345671530
				279970734890	119517607360	210180151910
13	483603920323	484627023409	486046777033	45854580612	274960963762	245417628800
				105237269523	445004609734	58500957429
				169259415669	314321127441	337297880630
				93616181002	121008447611	192371047425
				111788215636	77289255193	368079140170
				19646301574	185428067959	444426125103
				344814513220	268033072619	485088147460
				284120677804	483476916533	384977923665
				135039654745	378663280169	52336096116
				8393533606	145768361237	217360431271
				277869220393	164058939780	261094805307
				95747282494	427513468440	77329919173
				31789892340	16789037076	280539607542
14	494980336813	495019868347	496510218943	405186643929	298462743436	372083067441
				264588538265	26894204289	354383414943
				58896941920	266800308083	31782553847
				424470122024	469634672912	213067042090
				445830333875	423565503334	22742161466
				98276685134	418775305332	313919341914
				210238595626	112405305103	71514328634
				176058872641	302129659337	117790204322

				185715938214	323850375295	268549130622
				418034348683	438598232992	409153352258
				52552730024	10359943018	316714994539
				481876348312	298111389169	270152277750
				438600466605	277384894755	128472385009
15	503847739471	505210110529	506974617943	65555047695	324422804544	435445028187
				224704827698	374009722121	207888333371
				426614994776	291369610887	344446367064
				482499765759	103658691090	372373145295
				499927141525	355087189555	26158114757
				251539329355	403634830552	389306763320
				288065643935	45811542091	15362084660
				500487899533	342405362400	342395172034
				284158354428	397470779417	275443080668
				179929130009	143094497045	219501574324
				4059729507	16866311017	343966567526
				337999368066	162845742211	291026935191
16	519445678909	522088422619	523328119219	302279248041	48522238217	129856570412
				398777422648	116578598684	82270781294
				382393465830	98210011370	140695444887
				109346520792	452947538650	510689827054
				393648988334	113090002659	42634086860
				83456507369	130683028799	516267119547
				503695835656	170075383039	5616396143
				409770589873	19947030841	8388941434
				483819180150	458406287083	73724586316
				358939341533	178964953872	290433741122
				402486907104	500143943025	102266925300
				347176414967	189689940709	75736288391
				1633679742	218613469572	406132000561
17	530262062431	533023659991	534655902139	281386842307	5670875437	380269517653
				121824522874	330566529390	366125418676
				245939933284	465969872193	400608227248
				25488678869	104239877954	119236616785
				245966715725	421060036048	40916016109
				346164781438	26548660136	6459310768
				240458184136	226283588677	111454112735
				477792982000	232398586638	191143773891
				50321051371	141813896655	428929030217
				249631869316	455313322872	441962444995
				346825618977	64540250896	334966880931
				352450998028	175680952596	380319156170
18	542029523461	545442955261	543651655507	252761993375	175866403284	432443719708
				439317043104	297457023908	291474822430
				524563666624	352677317646	142735272242
				200316247013	525837137252	317684793012
				168730893537	500452725795	216551100123
				276462662401	255875720416	30474056356
				95027181355	484409681814	501398385288
				153947838824	36312121014	405101779653
				517609475112	208360918386	371861659744
				21916921129	288089579742	467319917841
				186570691221	492797454334	209273129747
				188654245468	91193680807	270602387237
19	553399203289	555525439597	556783358239	532587529932	453172264962	283795978048
				466776013367	295084884945	548212520352
				194393214430	184687156359	50623875598
				551419753294	110229199835	45628043554
				235808018295	452343899082	374654069771

				521345765147	61700963597	454067424044
				62408122881	371846842	140771995786
				238014267850	184524760412	230698987467
				282320724474	349901424433	416727167751
				421626850723	66575580602	87650410693
				477001857725	38470059268	75414175302
				59354292288	27434041612	305387967882
20	564051718543	567177464083	568582697167	178430347017	464060851187	112360892551
				275798270566	466784394057	48950009370
				150441557212	113750938542	204834012880
				35319995468	50225874889	472985274437
				214899391564	135816601540	150470587109
				454509168990	383147938913	437368878774
				241622156972	445379546704	348445464666
				47081057682	20609631777	120707881073
				532012996953	530473256199	424353814205
				114671548487	291868875010	495774818876
				272811533565	327407870868	460590967231
21	570206339323	572010531679	573673162471	400967861722	400511331925	365230039044
				402921963995	359110439723	503139848290
				345366187498	156672928720	452112473725
				170749944344	81237697207	98832137945
				398474550143	446268495117	16750539498
				14128843304	567101402400	496867432761
				525338681306	380678770261	98372266130
				553357177665	405322363448	349596187748
				554714202377	250349383856	172522293935
				378737847392	480141604318	161623878001
				241207247252	201068876886	405142270947
				330231009566	160562856485	404286756199
22	582980801989	585089367091	586408807447	428799001102	330278110381	426468615928
				417746620458	413803169370	348743875265
				233652090970	399528613141	261688856582
				425829696584	431344022162	29957256669
				132807280253	133251402314	108448874326
				540064099057	579394141601	23970225383
				191642450251	339286468279	410917339855
				364237792802	235332969532	179638698652
				294540030550	1036448642	282723305676
				287338190886	400656499573	115801357719
				8030576378	47204841232	575898855271
				562848664519	249621210713	528022904569
23	588465234361	586195041433	587299922977	179564892807	376452630248	369376837096
				489396036392	569864359142	167105576017
				176575769058	124688754894	449990310238
				269255594799	562457224201	417101045217
				422117999595	22357940168	404468253839
				257369618664	151586582904	1603305513
				539258064402	533949898858	478144160973
				177014956905	116088884375	212789604411
				234449256532	221471039114	559954258624
				387357205774	16723092454	55850508600
				183843097094	343577678223	85339397069
				189558056464	313846942324	409000193866
24	590059443367	586035939793	582032534407	534935192069	70956316615	547351293988
				586334468916	196061328294	558349441596
				575821575470	472946437612	209735294323
				158445010924	167175113770	257527905634
				168022188272	213280914294	328543700761

				419451618702	97582680057	241383661927
				403150327598	87487791156	318686253990
				462915818163	319786583031	391540759391
				156960926738	526032348303	124252499803
				423280293357	561873181810	400043751247
				308065052008	93452497746	36326931192
25	593974289329	590987500549	585323335717	461743067035	429395271160	293399822655
				16510154740	404839447718	408678947374
				541409292183	431790388728	461462830734
				147537040251	84465928224	469093286418
				121241807149	179431496912	229214387811
				383535805471	250884484533	405621273396
				420328432686	367066937735	566681986508
				360735839890	493669050691	381039554115
				426786420629	588637988770	30236954381
				268507362618	235309880383	124256080362
				381406130147	79134719899	424813292522
				369378326912	469747448675	425803797156
26	589912731103	586562277157	585692399101	480322890668	197569306719	62477508978
				244470713436	256707875408	13427830322
				462556788069	318007508695	123762397027
				362053532314	214091275189	398319090007
				129240753531	161567294188	260268164234
				544548971962	87540207148	400914805152
				471246885335	401376536208	112841539554
				471262437778	21963401602	295019543024
				271836962090	283235880013	63931832229
				394188269580	180909701662	41567356849
				178451939299	310291949010	260659808675
27	588420697063	587923144219	588187913011	549837201524	549767170235	431364287035
				41062678977	417891652669	324545189457
				558361700271	18105731747	251931822912
				340524813262	561561302352	72129334869
				380989701140	24647793868	312886718193
				72777555501	459446623668	268813577112
				148516910596	97023224221	455339743965
				239893043138	315504133409	91344488466
				550275162587	175823987146	67230102308
				504639682332	98357398109	491296963100
				286887201361	554098076849	514352457528
				109402692159	2182860074	80958415820
28	588740645851	584129775637	585272485753	471258791682	239747618261	309319918217
				512980753348	468272716420	185898586915
				322484372265	275958595006	308249502751
				538756637439	87603018262	44445413863
				317805186675	331796452131	449569591513
				366951662937	345512142914	11827383253
				587477142741	565661549787	481618003611
				68752542454	319582444655	226750819584
				430997342376	403978789269	92751686853
				161403026083	303825337329	138208291614
				50500565847	452342997389	78550840689
				79917839116	267966157661	423076706001
29	582270860077	583571056801	588041120767	301957293366	380571398658	458070084011
				422372499160	274564613819	321585917344
				367264077803	427604843641	535492729100
				200553983048	201608075041	366740626240
				552090919991	170827048149	479766734947
				511311819647	38704990415	114744478843

				198014108536 60996803849 51278851473 142223911954 7655292102 163043538613	111915962261 397434320138 372982884858 373432544252 318605249871 276204030043	580651081116 352640075141 121134933335 16649676893 327976264894 99216599320
30	588858863227	593022249661	586952985613	83775950282 499684444618 249072759951 493679699487 441751231546 223784905416 105330855230 208113933189 541948134894 23436365527 494488176283 316805307951	71012941259 123921632644 529814173563 561882221400 217161522052 214335556154 513051401804 330790125104 409144828637 182758754527 197544530536 14524587796	262947010943 51615754782 240863300083 377803962605 331127107982 27311727587 402318079295 41197363802 564624489377 349281398612 569063475434 300796590703

Лабораторная работа № 5

Шифрование открытого текста на основе эллиптических кривых

***Цель работы*:** зашифровать открытый текст, используя алфавит, приведенный в [4], в подразделе «Задачи к лабораторным работам по криптографии на эллиптических кривых (используется кривая $E_{751}(-1,1)$ − и генерирующая точка $G = (0, 1)$)».

Порядок выполнения работы:

– ознакомьтесь с теорией в учебном пособии «Криптография», а также в учебно-методическом пособии к выполнению лабораторного практикума по дисциплине «Криптография;

– получите вариант задания у преподавателя;

– зашифруйте открытый текст;

– результаты и промежуточные вычисления оформить в виде отчета.

Алфавит представляет собой множество символов языка открытых текстов и соответствующих им текстов эллиптической кривой над конечным полем.

Для заданий лабораторной работы выбрана кривая $E_{751}(-1,1)$, т.е. $y^2=x^3-x+1 \pmod{751}$. Предлагается следующий (один из возможных) алфавит, приведенный в таблице.

Таблица. Алфавит точек эллиптической кривой для выполнения лабораторных работ

№	символ	точка	35	B	(67, 84)	70	e	(99, 456)	105	Й	(198, 527)
1	пробел	(33, 355)	36	C	(67, 667)	71	f	(100, 364)	106	К	(200, 30)
2	!	(33, 396)	37	D	(69, 241)	72	g	(100, 387)	107	Л	(200, 721)
3	"	(34, 74)	38	E	(69, 510)	73	h	(102, 267)	108	M	(203, 324)
4	#	(34, 677)	39	F	(70, 195)	74	i	(102, 484)	109	H	(203, 427)
5	$	(36, 87)	40	G	(70, 556)	75	j	(105, 369)	110	O	(205, 372)

6	%	(36, 664)	41	H	(72, 254)	76	k	(105,382)	111	П	(205, 379)
7	&	(39, 171)	42	I	(72, 497)	77	l	(106, 24)	112	Р	(206, 106)
8	'	(39, 580)	43	J	(73, 72)	78	m	(106, 727)	113	С	(206, 645)
9	(	(43, 224)	44	K	(73, 679)	79	n	(108, 247)	114	Т	(209, 82)
10	)	(43, 527)	45	L	(74, 170)	80	o	(108, 504)	115	У	(209, 669)
11	*	(44, 366)	46	M	(74, 581)	81	p	(109, 200)	116	Ф	(210, 31)
12	+	(44, 385)	47	N	(75, 318)	82	q	(109, 551)	117	Х	(210, 720)
13	,	(45, 31)	48	O	(75, 433)	83	r	(110, 129)	118	Ц	(215, 247)
14	-	(45, 720)	49	P	(78, 271)	84	s	(110, 622)	119	Ч	(215, 504)
15	.	(47, 349)	50	Q	(78, 480)	85	t	(114, 144)	120	Ш	(218, 150)
16	/	(47, 402)	51	R	(79, 111)	86	u	(114, 607)	121	Щ	(218, 601)
17	0	(48, 49)	52	S	(79, 640)	87	v	(115, 242)	122	Ъ	(221, 138)
18	1	(48, 702)	53	T	(80, 318)	88	w	(115, 509)	123	Ы	(221, 613)
19	2	(49, 183)	54	U	(80, 433)	89	x	(116, 92)	124	Ь	(226, 9)
20	3	(49, 568)	55	V	(82, 270)	90	y	(116, 659)	125	Э	(226, 742)
21	4	(53, 277)	56	W	(82, 481)	91	z	(120, 147)	126	Ю	(227, 299)
22	5	(53, 474)	57	X	(83, 373)	92	{	(120, 604)	127	Я	(227, 452)
23	6	(56, 332)	58	Y	(83, 378)	93	|	(125, 292)	128	а	(228, 271)
24	7	(56, 419)	59	Z	(85, 35)	94	}	(125, 459)	129	б	(228, 480)
25	8	(58, 139)	60	[	(85, 716)	95	~	(126, 33)	130	в	(229, 151)
26	9	(58, 612)	61	\	(86, 25)	96	А	(189, 297)	131	г	(229, 600)
27	:	(59, 365)	62	]	(86, 726)	97	Б	(189, 454)	132	д	(234, 164)
28	;	(59, 386)	63	^	(90, 21)	98	В	(192, 32)	133	е	(234, 587)
29	<	(61, 129)	64	_	(90, 730)	99	Г	(192, 719)	134	ж	(235, 19)
30	=	(61, 622)	65	`	(93, 267)	100	Д	(194, 205)	135	з	(235, 732)
31	>	(62, 372)	66	a	(93, 484)	101	Е	(194, 546)	136	и	(236, 39)
32	?	(62, 379)	67	b	(98, 338)	102	Ж	(197, 145)	137	й	(236, 712)
33	@	(66, 199)	68	c	(98, 413)	103	З	(197, 606)	138	к	(237, 297)
34	A	(66, 552)	69	d	(99, 295)	104	И	(198, 224)	139	л	(237, 454)

140	м	(238, 175)	145	с	(243, 664)	150	ц	(250, 14)	155	ы	(253, 540)
141	н	(238, 576)	146	т	(247, 266)	151	ч	(250, 737)	156	ь	(256, 121)
142	о	(240, 309)	147	у	(247, 485)	152	ш	(251, 245)	157	э	(256, 630)
143	п	(240, 442)	148	ф	(249, 183)	153	щ	(251, 506)	158	ю	(257, 293)
144	р	(243, 87)	149	х	(249, 568)	154	ъ	(253, 211)	159	я	(257, 458)

Заметим, что мощность множества точек на этой кривой $N = 727$, поэтому при необходимости можно точками закодировать и некоторые специальные знаки (например, знак интеграла и т.п.), а также целые слова.

Пример шифрования

Пусть выбрана генерирующая точка G = (0,1). Предположим, пользователь А решил отправить пользователю В сообщение: строчную латинскую букву «А». В нашем алфавите эта буква кодируется точкой P_m = (66, 522). Пусть пользователь А выбрал случайное значение k = 3, а открытым ключом В является точка P_B=(406, 397), при этом секретным ключом В является число n_b = 45 .

Шифрованный текст имеет вид $C_m = \{kG, P_m + kP_B\}$.

Находим $kG = 3\times(0,1)$.

Для нахождения $3G$ используем правила сложения точек эллиптической кривой. Напомним их:

$$x_3 = \lambda^2 - x_1 - x_2 (\mathrm{mod}\, p)$$

$$y_3 = \lambda(x_1 - x_3) - y_1 (\mathrm{mod}\, p)$$

$$\lambda = \begin{cases} \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, если\ P \neq Q; \\ \dfrac{3x_1^2 + a}{2y_1}, если\ P = Q. \end{cases}$$

Вычисляем 2G:

$$\lambda = \frac{3(0^2)-1}{2\times 1} = \frac{-1}{2} \equiv 375 \bmod 751 \left(\frac{-1+751}{2} = 375 \right)$$

$$x_3 = 375^2 - 0 - 0 = 140625 \equiv 188 \bmod 751$$

$$y_3 = 375(0-188) - 1 = -70501 \equiv 93 \bmod 23$$

Итак, мы нашли $2G$ = (188, 93). Теперь находим $3G$.

$$\lambda = \frac{188-0}{93-1} = \frac{188}{92} \equiv 368 \bmod 751$$

$$x_3 = 368^2 - 0 - 188 = 135236 \equiv 56 \bmod 751$$

$$y_3 = 368(0-56) - 1 = 20607 \equiv 419 \bmod 751$$

Таким образом, мы нашли точку kG = 3· (0, 1) = (56, 419).

Вычисляем $P_m + kP_B$ = (66, 552) + 3·(406, 397) = (301, 734).

В результате: C_m = {(56, 419), (301, 734)}.

Пользователь В для расшифрования сообщения должен провести следующие вычисления:

$P_m + kP_B - n_B(kG) = P_m + k(n_B G) - n_B(kG) = (301, 734) - 45\cdot(56, 419) = (301, 734) + (175, 559) = (66, 552)$.

После этого пользователь В по алфавиту определяет открытый буквенный текст: точке (66, 552) соответствует строчная латинская буква «А».

Варианты заданий

№ варианта	Открытый текст	Открытый ключ B	Значения случайных чисел k для букв открытого текста
1	передряга	(489, 468)	18, 15, 14, 18, 5, 10, 19, 14, 19
2	латышский	(179, 275)	15, 17, 12, 2, 2, 4, 8, 6, 17
3	регрессор	(425, 663)	6, 12, 16, 4, 9, 4, 19 , 9, 18
4	симметрия	(179, 275)	11, 17, 18, 19, 16, 6, 12, 8, 2
5	уверовать	(425, 663)	6, 14, 5, 7, 12, 11, 4, 9, 19
6	терновник	(188, 93)	8, 14, 17, 17, 2, 10, 8, 2, 2
7	терпеливо	(725, 195)	17, 5, 4, 17, 13, 2, 17, 14, 19
8	ремонтный	(188, 93)	2, 2, 4, 18, 15, 19, 11, 2, 15
9	ренессанс	(725, 195)	2, 19, 4, 8, 2, 2, 16, 10, 2
10	репарация	(435, 663)	12, 11, 18, 7, 16, 18, 17, 2, 3
11	пролежень	(179, 275)	9, 5, 17, 2, 2, 2, 3, 17, 15
12	прокрутка	(618, 206)	10, 15, 16, 2, 3, 4, 2, 11, 16
13	прокопать	(489, 468)	3, 16, 17, 5, 16, 18, 3, 7, 15
14	отступить	(188, 93)	7, 9, 3, 8, 18, 18, 8, 11, 16
15	отставной	(286, 136)	5, 3, 3, 2, 4, 19, 2, 4, 10
16	отслужить	(16, 416)	2, 8, 4, 2, 6, 10, 3, 3, 18
17	отследить	(188, 93)	19, 2, 13, 5, 19, 5, 7, 8, 5
18	новенький	(425, 663)	19, 12, 13, 2, 12, 14, 19, 18, 12
19	нищенский	(489, 468)	2, 2, 7, 11, 19, 4, 2, 15, 6
20	никелевый	(568, 355)	9, 9, 2, 3, 8, 19, 6, 18, 9
21	низменный	(286, 136)	12, 5, 7, 17, 18, 2, 12, 10, 11
22	неэтичный	(489, 468)	14, 18, 11, 11, 6, 6, 17, 2, 5
23	мысленный	(346, 242)	6, 17, 18, 11, 18, 2, 4, 2, 12
24	муштровка	(618, 206)	5, 19, 8, 2, 5, 8, 15, 19, 6
25	латентный	(725, 195)	9, 10, 13, 2, 2, 12, 12, 5, 7
26	купальщик	(188, 93)	17, 17, 9, 12, 17, 7, 15, 7, 16
27	излечимый	(179, 275)	10, 14, 2, 2, 10, 10, 14, 3, 7
28	звездочка	(725, 195)	11, 17, 10, 10, 5, 2, 10, 19, 4
29	аберрация	(56, 419)	16, 2, 17, 19, 8, 4, 3, 2, 8
30	белиберда	(286, 136)	2, 9, 18, 2, 19, 4, 5, 11, 9

Лабораторная работа № 6

Расшифрование криптограммы на основе эллиптических кривых

***Цель работы*:** дан шифртекст, используя алфавит, приведенный в [4], в подразделе «Задачи к лабораторным работам по криптографии на эллиптических кривых (используется кривая $E_{751}(-1,1)$ − и генерирующая точка $G = (0,1)$)» и зная секретный ключ n_b, найти открытый текст.

Порядок выполнения работы:

– ознакомьтесь с теорией в учебном пособии «Криптография», а также в учебно-методическом пособии к выполнению лабораторного практикума по дисциплине «Криптография»;

– получите вариант задания у преподавателя;

– найдите открытый текст;

– результаты и промежуточные вычисления оформите в виде отчета.

Алфавит представляет собой множество символов языка открытых текстов и соответствующих им текстов эллиптической кривой над конечным полем.

Для заданий лабораторной работы выбрана кривая $E_{751}(-1,1)$, т.е. $y^2=x^3-x+1 \pmod{751}$. Предлагается следующий (один из возможных) алфавит, приведенный в таблице.

Таблица. Алфавит точек эллиптической кривой для выполнения лабораторных работ

№	символ	точка	35	B	(67, 84)	70	e	(99, 456)	105	Й	(198, 527)
1	пробел	(33, 355)	36	C	(67, 667)	71	f	(100, 364)	106	К	(200, 30)
2	!	(33, 396)	37	D	(69, 241)	72	g	(100, 387)	107	Л	(200, 721)
3	"	(34, 74)	38	E	(69, 510)	73	h	(102, 267)	108	М	(203, 324)
4	#	(34, 677)	39	F	(70, 195)	74	i	(102, 484)	109	Н	(203, 427)
5	$	(36, 87)	40	G	(70, 556)	75	j	(105, 369)	110	О	(205, 372)
6	%	(36, 664)	41	H	(72, 254)	76	k	(105,382)	111	П	(205, 379)
7	&	(39, 171)	42	I	(72, 497)	77	l	(106, 24)	112	Р	(206, 106)
8	'	(39, 580)	43	J	(73, 72)	78	m	(106, 727)	113	С	(206, 645)
9	(	(43, 224)	44	K	(73, 679)	79	n	(108, 247)	114	Т	(209, 82)
10	)	(43, 527)	45	L	(74, 170)	80	o	(108, 504)	115	У	(209, 669)
11	*	(44, 366)	46	M	(74, 581)	81	p	(109, 200)	116	Ф	(210, 31)
12	+	(44, 385)	47	N	(75, 318)	82	q	(109, 551)	117	Х	(210, 720)
13	,	(45, 31)	48	O	(75, 433)	83	r	(110, 129)	118	Ц	(215, 247)
14	-	(45, 720)	49	P	(78, 271)	84	s	(110, 622)	119	Ч	(215, 504)
15	.	(47, 349)	50	Q	(78, 480)	85	t	(114, 144)	120	Ш	(218, 150)
16	/	(47, 402)	51	R	(79, 111)	86	u	(114, 607)	121	Щ	(218, 601)
17	0	(48, 49)	52	S	(79, 640)	87	v	(115, 242)	122	Ъ	(221, 138)
18	1	(48, 702)	53	T	(80, 318)	88	w	(115, 509)	123	Ы	(221, 613)
19	2	(49, 183)	54	U	(80, 433)	89	x	(116, 92)	124	Ь	(226, 9)
20	3	(49, 568)	55	V	(82, 270)	90	y	(116, 659)	125	Э	(226, 742)
21	4	(53, 277)	56	W	(82, 481)	91	z	(120, 147)	126	Ю	(227, 299)
22	5	(53, 474)	57	X	(83, 373)	92	{	(120, 604)	127	Я	(227, 452)
23	6	(56, 332)	58	Y	(83, 378)	93	|	(125, 292)	128	а	(228, 271)
24	7	(56, 419)	59	Z	(85, 35)	94	}	(125, 459)	129	б	(228, 480)
25	8	(58, 139)	60	[	(85, 716)	95	~	(126, 33)	130	в	(229, 151)
26	9	(58, 612)	61	\	(86, 25)	96	А	(189, 297)	131	г	(229, 600)
27	:	(59, 365)	62	]	(86, 726)	97	Б	(189, 454)	132	д	(234, 164)
28	;	(59, 386)	63	^	(90, 21)	98	В	(192, 32)	133	е	(234, 587)

29	<	(61, 129)	64	_	(90, 730)	99	Г	(192, 719)	134	ж	(235, 19)
30	=	(61, 622)	65	`	(93, 267)	100	Д	(194, 205)	135	з	(235, 732)
31	>	(62, 372)	66	a	(93, 484)	101	Е	(194, 546)	136	и	(236, 39)
32	?	(62, 379)	67	b	(98, 338)	102	Ж	(197, 145)	137	й	(236, 712)
33	@	(66, 199)	68	c	(98, 413)	103	З	(197, 606)	138	к	(237, 297)
34	A	(66, 552)	69	d	(99, 295)	104	И	(198, 224)	139	л	(237, 454)

140	м	(238, 175)	145	с	(243, 664)	150	ц	(250, 14)	155	ы	(253, 540)
141	н	(238, 576)	146	т	(247, 266)	151	ч	(250, 737)	156	ь	(256, 121)
142	о	(240, 309)	147	у	(247, 485)	152	ш	(251, 245)	157	э	(256, 630)
143	п	(240, 442)	148	ф	(249, 183)	153	щ	(251, 506)	158	ю	(257, 293)
144	р	(243, 87)	149	х	(249, 568)	154	ъ	(253, 211)	159	я	(257, 458)

Заметим, что мощность множества точек на этой кривой $N = 727$, поэтому при необходимости можно точками закодировать и некоторые специальные знаки (например, знак интеграла и т.п.), а также целые слова.

Пример шифрования

Пусть выбрана генерирующая точка G = (0,1). Предположим, пользователь А решил отправить пользователю В сообщение: строчную латинскую букву «А». В нашем алфавите эта буква кодируется точкой P_m = (66, 522). Пусть пользователь А выбрал случайное значение $k = 3$, а открытым ключом В является точка P_B=(406, 397), при этом секретным ключом В является число $n_b = 45$.

Шифрованный текст имеет вид $C_m = \{kG, P_m + kP_B\}$.

Находим $kG = 3\times(0,1)$.

Для нахождения $3G$ используем правила сложения точек эллиптической кривой. Напомним их:

$$x_3 = \lambda^2 - x_1 - x_2 (\mathrm{mod}\, p)$$
$$y_3 = \lambda(x_1 - x_3) - y_1 (\mathrm{mod}\, p)$$
$$\lambda = \begin{cases} \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, если\ P \neq Q; \\ \dfrac{3x_1^2 + a}{2y_1}, если\ P = Q. \end{cases}$$

Вычисляем 2G:

$$\lambda = \frac{3(0^2)-1}{2\times 1} = \frac{-1}{2} \equiv 375 \bmod 751 \left(\frac{-1+751}{2} = 375 \right)$$
$$x_3 = 375^2 - 0 - 0 = 140625 \equiv 188 \bmod 751$$
$$y_3 = 375(0-188) - 1 = -70501 \equiv 93 \bmod 23$$

Итак, мы нашли $2G = (188, 93)$. Теперь находим $3G$.

$$\lambda = \frac{188-0}{93-1} = \frac{188}{92} \equiv 368 \bmod 751$$

$$x_3 = 368^2 - 0 - 188 = 135236 \equiv 56 \bmod 751$$

$$y_3 = 368(0-56) - 1 = 20607 \equiv 419 \bmod 751$$

Таким образом, мы нашли точку kG = 3· (0, 1) = (56, 419).

Вычисляем $P_m + kP_B$ = (66, 552) + 3·(406, 397) = (301, 734).

В результате: C_m = {(56, 419), (301, 734)}.

Пользователь B для расшифрования сообщения должен провести следующие вычисления:

$P_m + kP_B - n_B(kG) = P_m + k(n_B G) - n_B(kG) = (301, 734) - 45 \cdot (56, 419) = (301, 734) + (175, 559) = (66, 552)$.

После этого пользователь B по алфавиту определяет открытый буквенный текст: точке (66, 552) соответствует строчная латинская буква «A».

Варианты заданий

№ варианта	**Секретный ключ n_b**	**Шифртекст**
1	29	{(440, 539), (128, 672)}; {(489, 468), (282, 341)}; {(489, 468), (45, 720)}; {(72, 254), (227, 299)}; {(188, 93), (251, 506)}; {(72, 254), (319, 518)}; {(745, 210), (129, 659)}; {(286, 136), (515, 684)}; {(568, 355), (395, 414)}
2	25	{(72, 254), (397, 184)}; {(188, 93), (526, 412)}; {(188, 93), (328, 290)}; {(135, 82), (433, 47)}; {(179, 275), (711, 341)}; {(568, 355), (546, 670)}; {(16, 416), (734, 170)}; {(568, 355), (371, 14)}; {(596, 433), (604, 610)}; {(16, 416), (734, 170)}
3	40	{(188, 93), (573, 583)}; {(188, 93), (128, 79)}; {(425, 663), (703, 125)}; {(489, 468), (109, 200)}; {(568, 355), (348, 27)}; {(377, 456), (323, 657)}; {(72, 254), (399, 65)}; {(16, 416), (660, 275)}; {(179, 275), (267, 670)}; {(568, 355), (642, 53)}
4	34	{(618, 206), (426, 662)}; {(72, 254), (67, 667)}; {(286, 136), (739, 574)}; {(16, 416), (143, 602)}; {(618, 206), (313, 203)}; {(618, 206), (114, 607)}; {(618, 206), (438, 711)}; {(188, 93), (573, 168)}
5	41	{(283, 493), (314, 127)}; {(425, 663), (561, 140)}; {(568, 355), (75, 433)}; {(440, 539), (602, 627)}; {(188, 93), (395, 414)}; {(179, 275), (25, 604)}; {(72, 254), (47, 349)}; {(72, 254), (417, 137)}; {(188, 93), (298, 225)}; {(56, 419), (79, 111)}
6	44	{(377, 456), (367, 360)}; {(425, 663), (715, 398)}; {(188, 93), (279, 353)}; {(179, 275), (128, 79)}; {(568, 355), (515, 67)}; {(568, 355), (482, 230)};

		{(377, 456), (206, 645)}; {(188, 93), (300, 455)}; {(489, 468), (362, 446)}; {(16, 416), (69, 510)}; {(425, 663), (218, 601)}
7	12	{(16, 416), (128, 672)}; {(56, 419), (59, 386)}; {(425, 663), (106, 24)}; {(568, 355), (145, 608)}; {(188, 93), (279, 398)}; {(425, 663), (99, 295)}; {(179, 275), (269, 187)}; {(188, 93), (395, 337)}; {(188, 93), (311, 68)}; {(135, 82), (556, 484)}; {(56, 419), (106, 727)}; {(16, 416), (307, 693)}
8	45	{(745, 210), (259, 401)}; {(568, 355), (606, 147)}; {(188, 93), (407, 82)}; {(56, 419), (739, 574)}; {(286, 136), (329, 447)}; {(425, 663), (520, 749)}; {(72, 254), (374, 315)}; {(188, 93), (149, 97)}; {(745, 210), (13, 134)}; {(440, 539), (235, 19)}; {(425, 663), (128, 79)}
9	32	{(188, 93), (623, 166)}; {(725, 195), (513, 414)}; {(346, 242), (461, 4)}; {(489, 468), (739, 574)}; {(725, 195), (663, 476)}; {(745, 210), (724, 522)}; {(725, 195), (663, 476)}; {(618, 206), (438, 40)}; {(286, 136), (546, 670)}; {(179, 275), (73, 72)}
10	18	{(179, 275), (269, 564)}; {(179, 275), (73, 72)}; {(440, 539), (189, 454)}; {(618, 206), (628, 458)}; {(568, 355), (660, 275)}; {(72, 254), (709, 595)}; {(745, 210), (12, 314)}; {(188, 93), (36, 664)}; {(618, 206), (530, 22)}; {(286, 136), (532, 50)}; {(425, 663), (660, 275)}; {(725, 195), (482, 230)
11	27	{(745, 210), (185, 105)}; {(188, 93), (681, 385)}; {(377, 456), (576, 465)}; {(440, 539), (138, 298)}; {(745, 210), (520, 2)}; {(188, 93), (681, 385)}; {(286, 136), (282, 410)}; {(72, 254), (200, 721)}; {(72, 254), (643, 94)}; {(745, 210), (476, 315)}; {(440, 539), (724, 229)}
12	25	{(425, 663), (651, 191)}; {(188, 93), (177, 562)}; {(286, 136), (603, 562)}; {(440, 539), (588, 707)}; {(72, 254), (269, 187)}; {(56, 419), (49, 568)}; {(16, 416), (426, 662)}; {(425, 663), (557, 28)}; {(188, 93), (149, 97)}; {(179, 275), (711, 341)}
13	48	{(179, 275), (712, 186)}; {(725, 195), (395, 414)}; {(72, 254), (434, 136)}; {(425, 663), (251, 506)}; {(16, 416), (383, 340)}; {(745, 210), (102, 484)}; {(346, 242), (78, 271)}; {(179, 275), (712, 186)}; {(725, 195), (739, 574)}; {(346, 242), (78, 271)}
14	51	{(425, 663), (273, 481)}; {(188, 93), (85, 716)}; {(16, 416), (422, 162)}; {(283, 493), (36, 87)}; {(179, 275), (100, 364)}; {(188, 93), (298, 225)}; {(56, 419), (555, 303)}; {(745, 210), (100, 387)}; {(377, 456), (526, 412)}; {(286, 136), (316, 228)}; {(745, 210), (49, 183)}; {(179, 275), (428, 247)}
		{(618, 206), (99, 456)}; {(425, 663), (31, 136)};

15	27	{(377, 456), (688, 741)}; {(425, 663), (636, 747)}; {(16, 416), (298, 526)}; {(188, 93), (356, 175)}; {(489, 468), (147, 390)}; {(346, 242), (546, 670)}; {(72, 254), (114, 144)}; {(377, 456), (25, 147)}
16	48	{(16, 416), (724, 522)}; {(489, 468), (719, 538)}; {(56, 419), (205, 372)}; {(72, 254), (628, 293)}; {(188, 93), (594, 337)}; {(440, 539), (588, 707)}; {(568, 355), (707, 556)}; {(489, 468), (719, 538)}; {(16, 416), (590, 376)}; {(56, 419), (612, 329)}; {(188, 93), (594, 337)}
17	51	{(56, 419), (739, 177)}; {(16, 416), (282, 410)}; {(425, 663), (221, 138)}; {(188, 93), (329, 447)}; {(286, 136), (235, 19)}; {(725, 195), (496, 31)}; {(56, 419), (236, 712)}; {(440, 539), (514, 662)}; {(377, 456), (323, 94)}; {(179, 275), (203, 324)}; {(568, 355), (197, 606)}
18	16	{(745, 210), (268, 597)}; {(725, 195), (310, 582)}; {(618, 206), (59, 365)}; {(440, 539), (371, 14)}; {(188, 93), (348, 27)}; {(72, 254), (434, 136)}; {(16, 416), (623, 166)}; {(188, 93), (235, 19)}; {(440, 539), (660, 275)}; {(188, 93), (434, 615)}; {(725, 195), (73, 679)}; {(188, 93), (642, 53)}
19	34	{(725, 195), (538, 325)}; {(725, 195), (176, 413)}; {(425, 663), (689, 670)}; {(346, 242), (652, 315)}; {(283, 493), (463, 736)}; {(16, 416), (744, 133)}; {(179, 275), (542, 351)}; {(56, 419), (298, 225)}; {(286, 136), (719, 538)}; {(568, 355), (319, 518)}; {(16, 416), (704, 46)}
20	25	{(725, 195), (329, 304)}; {(440, 539), (59, 386)}; {(618, 206), (543, 357)}; {(188, 93), (520, 749)}; {(489, 468), (585, 211)}; {(179, 275), (707, 556)}; {(596, 433), (419, 38)}; {(377, 456), (643, 94)}; {(188, 93), (385, 749)}; {(725, 195), (150, 355)}; {(725, 195), (197, 606)}
21	58	{(16, 416), (93, 484)}; {(489, 468), (531, 397)}; {(188, 93), (654, 102)}; {(489, 468), (218, 150)}; {(16, 416), (530, 729)}; {(425, 663), (295, 219)}; {(725, 195), (742, 299)}; {(188, 93), (367, 360)}; {(188, 93), (235, 732)}; {(618, 206), (251, 245)}; {(425, 663), (688, 10)}
22	50	{(179, 275), (326, 675)}; {(725, 195), (83, 378)}; {(440, 539), (340, 78)}; {(425, 663), (67, 84)}; {(425, 663), (620, 71)}; {(72, 254), (251, 245)}; {(568, 355), (75, 318)}; {(725, 195), (228, 271)}; {(188, 93), (734, 170)}; {(188, 93), (704, 705)}; {(286, 136), (235, 732)}
23	19	{(618, 206), (294, 595)}; {(188, 93), (13, 617)}; {(188, 93), (206, 106)}; {(188, 93), (67, 667)}; {(56, 419), (350, 184)}; {(440, 539), (275, 456)};

		{(745, 210), (301, 17)}; {(346, 242), (588, 707)}; {(188, 93), (256, 121)}; {(425, 663), (209, 82)}; {(16, 416), (687, 660)}
24	54	{(188, 93), (295, 219)}; {(618, 206), (646, 706)}; {(440, 539), (573, 583)}; {(16, 416), (694, 581)}; {(179, 275), (585, 540)}; {(377, 456), (701, 570)}; {(618, 206), (67, 667)}; {(286, 136), (36, 664)}; {(72, 254), (727, 65)}; {(568, 355), (438, 40)}
25	55	{(725, 195), (9, 150)}; {(745, 210), (138, 453)}; {(56, 419), (36, 87)}; {(283, 493), (39, 580)}; {(377, 456), (515, 684)}; {(346, 242), (458, 261)}; {(283, 493), (105, 369)}; {(568, 355), (326, 675)}; {(425, 663), (529, 358)}; {(283, 493), (668, 409)}
26	24	{(16, 416), (150, 355)}; {(188, 93), (394, 20)}; {(725, 195), (13, 134)}; {(377, 456), (209, 669)}; {(56, 419), (514, 662)}; {(56, 419), (243, 87)}; {(618, 206), (719, 538)}; {(618, 206), (159, 13)}; {(618, 206), (326, 76)}; {(188, 93), (557, 28)}
27	43	{(440, 539), (279, 398)}; {(568, 355), (295, 219)}; {(16, 416), (724, 229)}; {(346, 242), (730, 240)}; {(72, 254), (334, 226)}; {(188, 93), (310, 169)}; {(72, 254), (36, 664)}; {(179, 275), (481, 369)}; {(188, 93), (236, 39)}; {(377, 456), (438, 711)}; {(377, 456), (307, 58)}
28	20	{(16, 416), (675, 505)}; {(72, 254), (611, 579)}; {(72, 254), (727, 686)}; {(489, 468), (39, 171)}; {(72, 254), (531, 354)}; {(568, 355), (36, 87)}; {(188, 93), (588, 44)}; {(618, 206), (70, 195)}; {(568, 355), (267, 81)}; {(56, 419), (525, 674)}
29	47	{(725, 195), (651, 560)}; {(425, 663), (147, 361)}; {(286, 136), (109, 551)}; {(440, 539), (90, 730)}; {(618, 206), (668, 342)}; {(745, 210), (109, 200)}; {(425, 663), (147, 361)}; {(72, 254), (228, 480)}; {(346, 242), (530, 22)}
30	50	{(16, 416), (726, 608)}; {(188, 93), (395, 337)}; {(440, 539), (163, 513)}; {(188, 93), (269, 187)}; {(725, 195), (177, 562)}; {(188, 93), (115, 509)}; {(188, 93), (734, 170)}; {(745, 210), (110, 622)}; {(179, 275), (576, 286)}; {(188, 93), (325, 297)}

Лабораторная работа № 7

Расчет точки *2P + 3Q – R* на эллиптической кривой

***Цель работы*:** Даны точки P, Q, R на эллиптической кривой E_{751} (−1,1). Найти точку *2P + 3Q – R*.

Порядок выполнения работы:

– ознакомьтесь с теорией в [4];

– получите вариант задания у преподавателя;

– найдите точку *2P + 3Q – R*;

– результаты и промежуточные вычисления оформите в виде отчета.

Варианты заданий

№ варианта	Координаты точек		
	P	***Q***	***R***
1	(58, 139)	(67, 667)	(82, 481)
2	(61, 129)	(59, 365)	(105, 369)
3	(62, 372)	(70, 195)	(67, 84)
4	(56, 332)	(69, 241)	(83, 373)
5	(59, 386)	(70, 195)	(72, 254)
6	(72, 497)	(61, 622)	(70, 556)
7	(74, 170)	(53, 277)	(86, 25)
8	(48, 702)	(69, 241)	(98, 338)
9	(59, 386)	(61, 129)	(100, 364)
10	(72, 497)	(53, 474)	(90, 730)
11	(59, 365)	(59, 386)	(105, 382)
12	(61, 622)	(61, 622)	(90, 730)
13	(61, 129)	(69, 510)	(72, 497)
14	(70, 556)	(56, 419)	(86, 726)
15	(67, 84)	(69, 241)	(66, 199)
16	(73, 72)	(56, 332)	(85, 35)
17	(69, 241)	(53, 277)	(106, 24)
18	(74, 581)	(53, 277)	(85, 35)
19	(56, 419)	(69, 510)	(79, 640)
20	(58, 612)	(67, 84)	(83, 373)
21	(62, 379)	(53, 474)	(110, 622)
22	(53, 277)	(66, 552)	(99, 456)
23	(67, 667)	(53, 474)	(105, 382)
24	(69, 241)	(66, 552)	(69, 510)
25	(69, 510)	(53, 277)	(105, 369)
26	(72, 497)	(62, 372)	(69, 241)
27	(61, 129)	(59, 365)	(105, 369)
28	(61, 622)	(59, 365)	(102, 267)
29	(58, 139)	(67, 84)	(85, 35)
30	(69, 510)	(62, 372)	(74, 170)

Лабораторная работа № 8
Расчет точки *nP* на эллиптической кривой

***Цель работы*:** дана точка P на эллиптической кривой $E_{751}(-1,1)$ и натуральное число n. Найти точку nP.

Порядок выполнения работы:

– ознакомьтесь с теорией в [4];

– получите вариант задания у преподавателя;

– найдите точку nP;

– результаты и промежуточные вычисления оформите в виде отчета.

Варианты заданий

№ варианта	*P*	*n*
1	(62, 372)	128
2	(43, 527)	116
3	(39, 171)	110
4	(43, 527)	107
5	(36, 87)	111
6	(49, 568)	122
7	(39, 580)	109
8	(75, 318)	142
9	(45, 720)	111
10	(78, 480)	147
11	(53, 474)	120
12	(43, 527)	109
13	(49, 568)	124
14	(39, 171)	108
15	(49, 183)	126
16	(58, 139)	121
17	(33, 355)	111
18	(39, 580)	101
19	(44, 366)	113
20	(73, 72)	103
21	(85, 716)	159
22	(66, 199)	103
23	(44, 385)	113
24	(45, 720)	111
25	(39, 171)	107
26	(34, 677)	106
27	(34, 74)	107
28	(34, 677)	105
29	(79, 640)	149
30	(58, 139)	124

Лабораторная работа № 9
Получение ЭЦП на основе эллиптических кривых

***Цель работы*:** сгенерировать ЭЦП для сообщения с известным значением хэш-свертки *e*, зная секретный ключ подписи *d* при данном значении выбираемого случайным образом числа *k*. Используется эллиптическая кривая $E_{751}(-1,1)$ и генерирующая точка G = (416, 55) порядка n =13.

Порядок выполнения работы:

– ознакомьтесь с теорией в [4];

– получите вариант задания у преподавателя;

– сгенерируйте ЭЦП для сообщения;

– результаты и промежуточные вычисления оформите в виде отчета.

Пример генерации и проверки подписи

Пусть используется эллиптическая кривая $E_{751}(-1,1)$ – и генерирующая точка G =(384, 475) порядка n = 13 (13 – наибольший из делителей порядка кривой N = 728). Предположим, абонент подписывает личным секретным ключом d = 12 сообщение, хеш-свертка которого равна e=12.

Пусть абонент, подписывающий сообщение, выбрал случайное k=3. Тогда он вычисляет $kG=(x,y) = 3\cdot(384, 475)=(596, 318)$ и затем $r=x \bmod n=596 \bmod 13 = 11$. Используя расширенный алгоритм Евклида, определяем $z=k^{-1} \bmod n = 3^{-1} \bmod 13 = 9$ (так как $3\cdot 9 = 27 \equiv 1 \pmod{13}$). Наконец, $s = z(e+dr) \bmod n = 9\cdot(12+12\cdot 11) \bmod 13 = 9$. Таким образом, $(r, s)=(11,9)$ – цифровая подпись данного абонента для сообщения.

Пусть теперь необходимо проверить подлинность данной подписи. Открытый ключ абонента, подписавшего сообщение, равен $Q = dG = 12\cdot(384, 475)=(384, 276)$. Проверка подписи начинается с проверки условий $1 \le r \le n-1$, $1 \le s \le n-1$ – в данном случае они соблюдаются. Затем последовательно вычисляем $v = s^{-1} \bmod n = 9^{-1} \bmod 13 = 3$, $u_1 = ev \bmod 12\cdot 3 \bmod 13 = 10$ и $u_2 = =11\cdot 3 \bmod 13 = 7$. Находим точку $X=u_1\cdot G+u_2\cdot Q=10\cdot(384,475)+7\cdot(384,276)=(596,318)$. Наконец, сравниваем значения r = 11 и $x \bmod n = 596 \bmod 13 = 11$ – они совпадают, следовательно, подпись действительная.

Варианты заданий

№ варианта	*e*	*d*	*k*
1	9	3	5
2	3	9	6
3	12	9	2
4	3	4	7
5	5	12	6
6	6	12	7
7	8	5	5
8	8	2	5
9	11	5	6
10	3	3	11
11	10	9	2
12	11	2	8
13	8	6	3
14	3	10	6
15	4	6	11
16	6	12	11

17	2	11	5
18	10	5	11
19	11	5	7
20	6	10	7
21	10	9	11
22	6	10	2
23	9	6	6
24	8	12	8
25	3	2	8
26	6	5	6
27	6	7	11
28	7	3	7
29	9	11	2
30	5	12	8

Лабораторная работа № 10
Проверка ЭЦП на основе эллиптических кривых

***Цель работы*:** проверить подлинность ЭЦП (r,s) для сообщения с известным значением хэш-свертки e, зная открытый ключ проверки подписи Q. Используется эллиптическая кривая $E_{751}(-1,1)$ и генерирующая точка $G = (562, 89)$ порядка $n = 13$.

Порядок выполнения работы:

– ознакомьтесь с теорией в [4];
– получите вариант задания у преподавателя;
– проверьте подлинность ЭЦП для сообщения;
– результаты и промежуточные вычисления оформите в виде отчета.

Пример генерации и проверки подписи

Пусть используется эллиптическая кривая $E_{751}(-1,1)$ – и генерирующая точка G =(384, 475) порядка n = 13 (13 – наибольший из делителей порядка кривой N = 728). Предположим, абонент подписывает личным секретным ключом d = 12 сообщение, хеш-свертка которого равна e=12.

Пусть абонент, подписывающий сообщение, выбрал случайное k=3. Тогда он вычисляет $kG=(x,y) = 3\cdot(384, 475)=(596, 318)$ и затем $r=x \bmod n=596 \bmod 13 = 11$. Используя расширенный алгоритм Евклида, определяем $z=k^{-1} \bmod n = 3^{-1} \bmod 13 = 9$ (так как $3\cdot 9 = 27 \equiv 1 \pmod{13}$). Наконец, $s = z(e+dr) \bmod n = 9\cdot(12+12\cdot 11) \bmod 13 = 9$. Таким образом, $(r, s)=(11,9)$ – цифровая подпись данного абонента для сообщения.

Пусть теперь необходимо проверить подлинность данной подписи. Открытый ключ абонента, подписавшего сообщение, равен $Q = dG = 12\cdot(384, 475)=(384, 276)$. Проверка подписи начинается с проверки условий $1 \le r \le n-1$, $1 \le s \le n-1$ – в данном случае они соблюдаются.

Затем последовательно вычисляем $v = s^{-1} \bmod n = 9^{-1} \bmod 13 = 3$, $u_1 = ev \bmod 12 \cdot 3 \bmod 13 = 10$ и $u_2 = =11 \cdot 3 \bmod 13 = 7$. Находим точку $X = u_1 \cdot G + u_2 \cdot Q = 10 \cdot (384,475) + 7 \cdot (384,276) = (596,318)$. Наконец, сравниваем значения $r = 11$ и $x \bmod n = 596 \bmod 13 = 11$ – они совпадают, следовательно, подпись действительная.

Варианты заданий

№ варианта	*e*	*Q*	(*r*, *s*)
1	4	(596, 318)	(11, 4)
2	5	(455, 368)	(3, 7)
3	6	(135, 669)	(5, 7)
4	6	(562, 662)	(5, 7)
5	2	(135, 669)	(7, 6)
6	8	(135, 82)	(11, 10)
7	4	(384, 475)	(11, 9)
8	7	(596, 433)	(11, 1)
9	7	(455, 368)	(11, 11)
10	7	(384, 475)	(5, 5)
11	5	(384, 475)	(11, 1)
12	10	(455, 383)	(11, 10)
13	8	(384, 276)	(3, 1)
14	3	(135, 669)	(11, 10)
15	6	(455, 383)	(3, 1)
16	2	(596, 433)	(3, 10)
17	10	(455, 368)	(11, 6)
18	5	(596, 433)	(11, 12)
19	9	(135, 82)	(7, 7)
20	2	(596, 433)	(11, 4)
21	6	(596, 318)	(7, 5)
22	5	(596, 318)	(7, 4)
23	12	(135, 669)	(5, 11)
24	12	(562, 89)	(3, 2)
25	6	(562, 662)	(7, 10)
26	12	(135, 82)	(7, 8)
27	7	(384, 276)	(5, 2)
28	8	(596, 318)	(11, 6)
29	10	(384, 276)	(7, 6)
30	9	(416, 696)	(11, 11)

Использованная литература

1. Учебное пособие по дисциплине «Криптография». Электронный ресурс находится по адресу: http://isu.ifmo.ru (Вход через личный кабинет).
2. Учебно-методическое пособие к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Криптография». Электронный ресурс находится по адресу: http://isu.ifmo.ru (Вход через личный кабинет).
3. Алгоритм RSA: метод. указания к выполнению лабораторных работ для студентов спец. 090105 «Комплексное обеспечение информационной безопасности автоматизированных систем» очной формы обучения/сост.: О. Н. Жданов, И. А. Лубкин ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. – Красноярск, 2007. – 38 с. Электронный ресурс находится по адресу: http://isu.ifmo.ru (Вход через личный кабинет).
4. Эллиптические кривые и их применение в криптографии: учеб. пособие / О. Н. Жданов, В. А. Чалкин; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т.-Красноярск, 2011.- 106 с. Электронный ресурс находится по адресу: http://isu.ifmo.ru (Вход через личный кабинет).

Миссия университета – генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

КАФЕДРА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

На кафедре ВТ проводятся научные исследования в соответствии с программой развития научной школы кафедры «Организация вычислительных систем и сетей», включенной в реестр ведущих научных и научно-педагогических школ Санкт-Петербурга. Магистранты и аспиранты активно участвуют в научно-исследовательских работах по следующим основным направлениям.

Работы в области **вычислительных систем и сетей** направлены на разработку методов и средств системотехнического проектирования вычислительных систем и сетей на основе аналитических и имитационных моделей и измерений на реальных системах. Решаются задачи оценки эффективности и оптимизации отказоустойчивых высоконадежных систем, создания методологии комплексного обеспечения надежности, безопасности и устойчивости функционирования систем в условиях сбоев, отказов и внешних деструктивных воздействий. Разрабатываются методы и средства реализации информационной безопасности и защиты информации от несанкционированного доступа в вычислительных системах.

Исследования в области **параллельных и распределенных вычислений** связаны с решением задач анализа технологий параллельного программирования в системах с общей памятью и модификацией последовательных алгоритмов для выполнения в параллельном режиме. Исследования включают в себя анализ и разработку lock-free структур данных, оценку их эффективности при различных нагрузках. Исследуется эффективность организации параллельных вычислений на графических процессорах с использованием технологии CUDA. Значительное внимание уделяется инструментам и методам динамического анализа выполнения параллельных программ.

Исследования в области **обработки и распознавания цифровых изображений и аудио сигналов** направлены на разработку новых методов, алгоритмов и программных средств для решения задач обработки

и анализа изображений с целью повышения их качества, анализа динамических изображений с целью формирования траектории движения объекта, распознавания изображений объектов независимо от их положения, ориентации и масштаба, спектральной обработки изображений. Проводятся исследования эффективности существующих и разработка новых методов маркирования изображений встраиваемыми в них цифровыми водяными знаками и методов повышения робастности (устойчивости) распознавания в мультимодальных биометрических системах.

Более 30 лет на кафедре ведутся работы в области **микропроцессорной техники и встроенных вычислительных систем**, связанные с разработкой и исследованием распределенных информационно-управляющих систем с высокой надежностью, контроллерных сетей промышленной и транспортной автоматики, средств автоматизации программирования и отладки распределенных систем реального времени. В рамках научного направления "Автоматизация высокоуровневых этапов проектирования информационно-управляющих систем" решаются задачи создания встраиваемых систем, систем реального времени, реконфигурируемых систем и систем-на-кристалле. Ведутся работы по развитию методологии проектирования киберфизических систем. Стремительно развивается направление работ по созданию IP-ядер для систем-на-кристалле.

Работы в области **интеллектуальных информационных систем** нацелены насоздание быстрых алгоритмов поиска в базах знаний, организацию данных в базах знаний, обеспечивающую быстрый логический вывод, извлечение знаний из неформализованных источников, в том числе из социальных сетей. Кроме интеллектуальных информационных систем в сферу интересов кафедры входят также интеллектуальные методы управления в технических системах.

Кроме того, на кафедре проводятся научные исследования, связанные с проблемами **проектирования, разработки, сопровождения и реинжиниринга корпоративных информационных систем**, а также с разработкой **преобразователей перемещений на основе рекурсивных кодовых шкал**с улучшенными массогабаритными, технологическими и надежностными характеристиками.

Сотрудники кафедры участвуют в работе Международных научных лабораторий:

• «Архитектура и методы проектирования встраиваемых систем и систем на кристалле».

• «Лаборатория нелинейных и адаптивных систем управления».

• «Многомодальные биометрические и речевые системы».

Существующие международные программы

На кафедре реализуются совместные программы подготовки:
• бакалавров с Пекинским политехническим университетом;
• магистров по программе двойного диплома с Казахским национальным университетом им. аль-Фараби;
• магистров по программе двойного диплома с Восточно-Казахстанским государственным техническим университетом им. Серикбаева.

Компании, в которых осуществляется производственная и преддипломная практика, а также компании, трудоустраивающие выпускников

Производственная практика: ОКБ "Электроавтоматика", ОАО «НИИ Масштаб», ЛМТ, Elcom Ltd, а также в лабораториях кафедры. Наши выпускники работают в ЗАО "ПетерСтар", ЗАО "ПетербургТранзит Телеком", ОАО "МТТ", ОАО "СвязьТрансНефть", Управление Центробанка РФ по СПб и ЛО, ОАО "Радар-ММС", ОАО "Авионика, tBricks, EMC, Dr. Web, Intel, JetBrains, Microsoft, Intel Labs, Sun Microsystems, Motorola Solutions, Yota Lab, Siemems, Alcatel, Luxoft, Reksoft, Exigen Services, i-Free, Promt, T-Systems, Enkata Technologies, Digital Design, Arcadia, NetCracker, Grid Dynamics, Yandex, VIAcode, Devexperts, Actimind, Kentor, Oracle Development SPb, ЗАО "Пассат", МТС, БиЛайн, Центр речевых технологий, Пулково, Сбербанк, РЖД, Государственный архив, Пенсионный фонд, Ростелеком, ЛОМО, ЦНИИ «Гранит», Санкт-Петербургский информационно-аналитический центр, ЛОНИИС, ОАО "Авангард", Транзас, Российский Федеральный Ядерный Центр ВНИИТФ, ВСС ("Бизнес Компьютер Центр"), ООО "Газинформсервис", ФГУП ЦНИИ "Электроприбор", Tune IT, ЗАО "НПП "Информационные технологии в бизнесе", Kortec и др.

Ожиганов Александр Аркадьевич

Криптографические системы с секретным и открытым ключом

Учебное пособие

В авторской редакции
Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО
Зав. РИО Н.Ф. Гусарова
Подписано к печати
Заказ №
Тираж
Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Университета ИТМО
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49