МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

М.Н. Либенсон, Е.Б. Яковлев, Г.Д. Шандыбина

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ (СИЛОВАЯ ОПТИКА) Часть I ПОГЛОЩЕНИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ Учебное пособие

Издание посвящено 50-летию создания лаборатории лазерных технологий в Университе ИТМО

ЭНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт–Петербург 2015 Либенсон М.Н., Яковлев Е.Б., Шандыбина Г.Д. Взаимодействие лазерного излучения с веществом (силовая оптика). Часть І. Поглощение лазерного излучения в твердых телах. Под общей редакцией Вейко В.П. Учебное пособие. Издание второе, переработанное и–дополненное.– СПб: Университет ИТМО, 2015. – 130 с.

В пособии изложены физические основы первой стадии воздействия лазерного излучения на материалы: поглощению, рассеянию и дисперсии световых волн, рассмотрены явления, изменяющие оптические свойства материалов в процессе лазерного воздействия и нелинейные явления, связанные с влиянием интенсивности излучения на оптические свойства вещества.

Учебное пособие предназначено для самостоятельной работы студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «Лазерная техника и лазерные технологии», по направлениям подготовки бакалавров 12.03.05 и магистров 12.04.05. Материал учебного пособия будет также полезен для самостоятельной работы магистров и аспирантов, интересующихся нелинейными процессами и вопросами самомодификации поверхности.

Рекомендовано Учебно-методическим объединением вузов Российской Федерации по образованию в области приборостроения и оптотехники для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки бакалавриата 12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии» и магистратуры 12.04.05 «Лазерная техника и лазерные технологии». Протокол № 2 от 08 апреля 2015 заседания Президиума УМО.

ЭНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2015

© М.Н. Либенсон, Е.Б. Яковлев, Г.Д. Шандыбина, 2015

Оглавление

Введение	5
1. Основные положения классической электродинамики	7
1.1. Уравнения Максвелла	8
1.1.1. Решение уравнений Максвелла	
1.1.2. Свойства электромагнитной волны	
1.2. Оптические постоянные вещества и его микрохарактер	истики19
1.3. Дисперсионные соотношения	
Контрольные вопросы к разделу 1	
2. Поглощение излучения металлами и их оптические свойства	
2.1. Распространение электромагнитных волн в проводящи	их средах.
Основные уравнения оптики металлов	
2.1.1. Скин-эффект и его свойства	
2.1.2. Физические процессы в скин-слое	
2.2. Реальные оптические свойства металлов	
Контрольные вопросы к разделу 2	
3. Поглощение света и передача энергии в полупроводниках	
3.1. Оптические процессы в поглощающих полупроводника	ax45
3.2. Рекомбинация и захват электронов и дырок в полупров	водниках.47
3.3. Процессы передачи энергии в поглощающих полупров	одниках .49
3.3.1. Особенности собственного поглощения	
3.3.2. Внутризонное поглощение	
3.4. Кинетика фотовозбуждения полупроводников	лазерным
излучением	
3.5. Насыщение межзонного поглощения	60
Контрольные вопросы к разделу 3	
4. Влияние интенсивности излучения на оптические свойства	а вещества.
Нелинейная оптика	
4.1. Основные эффекты нелинейной оптики.	67
4.2. Материальное уравнение нелинейной среды	
4.3. Нелинейный осциллятор	69
4.4 Метод возмущений	71
4.4.1. Осцилятор с квадратичной нелинейностью	71
4.4.2. Осциллятор с кубичной нелинейностью. Зависимост	ь частоты
колебаний от амплитуды	
4.5. Самовоздействие света в нелинейной среде. Самофоку	сировка75
4.6. Явление самоиндуцируемой прозрачности	
4.7. Неоднородный ансамбль нелинейных осцилляторов.	Световое
ЭХО	
Контрольные вопросы к разделу 4	
5. Изменение поглощения прозрачных диэлектриков в процесс	е лазерного
облучения	
5.1. Физические представления о механизмах и	зменения
поглощения в идеальных диэлектриках	

5.1.1. Фотоионизация газа	86
5.1.2. Лавинная ударная ионизация	88
5.2. Механизмы изменения поглощения в идеально чисть	ыX
прозрачных твердых телах	90
5.2.1. Роль вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна	92
5.3. Оптические свойства реальных оптических материалов	И
покрытий	93
Контрольные вопросы к разделу 5	99
6. Поверхностные электромагнитные волны оптического диапазона	100
6.1. Основные свойства ПЭВ, структура и распределение поле	й,
условия существования, дисперсионное соотношение	.100
6.2. Поверхностные плазмон-поляритоны на границе металла	c
диэлектриком	.104
6.3. Методы возбуждения ПЭВ	. 105
6.3.1. Призменный метод возбуждения ПЭВ	. 105
6.3.2. Возбуждение ПЭВ на решетке	.107
6.4. Цилиндрические ПЭВ	. 109
Контрольные вопросы к разделу 6	111
7. Оптическая «левитация»	112
7.1. Оптическая «левитация» малых прозрачных частиц.	.113
7.2. Элементы теории оптической «левитации»	.114
7.2.1. Геометрия отражения и преломления	
7.2.2. Энергетика отражения и преломления	
7.2.3. Формулы Френеля	.118
7.2.4. Силы светового давления	.120
7.2.5. Световое давление вдоль пучка	.122
7.2.6. Световое давление поперек пучка	.123
/.5. Численные оценки	.124
Контрольные вопросы к разделу /	126
Кафедра лазерных технологий и экологического приборостроения	127

Введение

Создание лазеров – источников мощного когерентного света – способствовало появлению нового раздела физической оптики – силовой оптики, в которой изучаются процессы взаимодействия лазерного излучения с веществом.

Взаимодействие лазерного излучения с веществом в широком диапазоне плотностей световых потоков хорошо описывается тепловой моделью, развитой в начале 70-х гг. С.И. Анисимовым и др. Согласно тепловой модели, сложные процессы взаимодействия могут быть условно разделены на четыре этапа: поглощение света и передача энергии тепловым колебаниям решетки твердого тела; нагревание материала без разрушения; разрушение материала и разлет образующихся продуктов (абляция); остывание после окончания взаимодействия.

В основу учебного пособия положен курс лекций, который на протяжении многих лет читал Лауреат Государственной премии СССР; заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, доктор физикоматематических наук, профессор Михаил Наумович Либенсон. Пособие состоит из двух частей: «Поглощение лазерного излучения в твердых телах» и «Лазерный нагрев и разрушение материалов».

В первой части учебного пособия подробно рассмотрены физические основы первой стадии тепловой модели взаимодействия лазерного излучения с твердыми средами: поглощение, рассеяние и дисперсия световых волн, а также явления, изменяющие оптические свойства материалов в процессе лазерного воздействия и нелинейные явления, связанные с влиянием интенсивности излучения на оптические свойства вещества.

В первой главе изложены основные положения классической электродинамики применительно к явлениям, связанным с взаимодействием оптического излучения с веществом, модель гармонического осциллятора и дисперсионные соотношения.

Во второй главе рассмотрен механизм поглощения оптического излучения металлами, взаимосвязь оптических и электрических свойств металла, скин-эффект и физические процессы в скин-слое.

Третья глава посвящена процессам поглощения света и передачи энергии в полупроводниках. Рассмотрена кинетика фотовозбуждения полупроводника интенсивным излучением.

Основные эффекты нелинейной оптики, модель нелинейного осциллятора, описывающая процессы в диэлектриках, представлены в четвертой главе.

В пятой главе подробно рассмотрено изменение поглощения прозрачных твердых тел под действием лазерного излучения: физические представления о механизмах изменения поглощения, оптические свойства реальных оптических материалов и покрытий. Отдельная глава (шестая) посвящена изучению поверхностных электромагнитных волн оптического диапазона, которые могут эффективно возбуждаться когерентным оптическим излучением на реальной поверхности и существенно влиять на разнообразные явления.

В последней главе рассмотрено явление оптической левитации: анализируются эксперименты со световым давлением, и новые возможности, открывшиеся после создания лазеров и связанные, в первую очередь, с возможностями "острой" фокусировки лазерного пучка.

В представленном виде материал второго издания учебного пособия сложился В результате многолетней работы И чтения курса лекций Университете ИТМО аналогичного названия В студентам, специализирующимся в области лазерных технологий и лазерной техники. Помимо своего общефизического значения силовая оптика рассматривается здесь как область науки, лежащая в основе разработки лазерных технологий.

1. Основные положения классической электродинамики

Существуют три основных подхода к описанию явлений, связанных с взаимодействием оптического излучения с веществом. В хронологическом порядке по мере развития физико-математического аппарата это: *классический*, *полуклассический и квантово-механический подходы*.

Наиболее полным, последовательным и в то же время наиболее трудоемким является *квантовомеханическое описание*, которое позволяет учесть все аспекты взаимодействия, связанные как с изменением состояний вещества, так и с изменением состояний поля излучения. При квантовомеханическом описании электромагнитное излучение и вещество рассматривают как единую квантовую систему.

При полуклассическом приближении (микроскопическая теория Лоренца) поле электромагнитного излучения описывают уравнениями Максвелла, а при материального объекта используют квантовомеханические описании представления. В этом случае оптические параметры рассчитывают на основе данных об атомарной структуре и динамике среды с учетом вероятностей соответствующих квантовых переходов. В теории Лоренца переменное поле электромагнитной волны периодически ускоряет (раскачивает) многочисленные микроскопические заряды вещества. Ускоренные полем заряды теряют избыток полученной энергии либо путем передачи ее своему ближайшему окружению, либо путем излучения новых электромагнитных волн. В первом случае происходит поглощение энергии, падающей на вещество электромагнитной волны, а во втором - распространение излучения в среде путем непрерывного поглощения и переизлучения электромагнитных волн заряженными частицами вещества.

Классическое описание является предельным случаем, существенно упрощающим рассмотрение процессов взаимодействия излучения с веществом. Излучение представляют в виде электромагнитных волн, а вещество – в виде непрерывной характеризуемой определенными среды, оптическими случае используют макропараметрами. В ЭТОМ уравнения Максвелла, дополненные материальными уравнениями. В рамках макроскопического подхода (теория электромагнитного поля Максвелла) механизм воздействия световой волны на вещество можно описать следующим образом. Падающая электромагнитная волна индуцирует в материале переменные токи, часть энергии которых преобразуется в джоулево тепло (поглощение), а часть расходуется на генерирование вторичных электромагнитных полей. При этом происходит распространение излучения в веществе путем непрерывного поглощения и переизлучения электромагнитных волн.

Большинство оптических явлений, происходящих при взаимодействии лазерного излучения с веществом и используемых в лазерных технологиях,

может быть качественно и количественно объяснено на основе классического подхода.

1.1. Уравнения Максвелла

Джеймс Клерк Максвелл (1831 — 1879) для объяснения электрических и магнитных явлений объединил теории Фарадея и Ампера и дал им математическое описание. Максвелл впервые ввел понятие «электромагнитного поля», согласно которому изменение электрического поля вызывает ток смещения, который, в свою очередь, создает магнитное поле, в результате формируется электромагнитная волна. Скорость электромагнитной волны оказалась равной скорости света, что позволило Максвеллу сделать вывод об электромагнитной природе света. В своем знаменитом «Трактате об электричестве и магнетизме» (опубликован в 1873 году) Максвелл выделил 12 уравнений. Современная форма уравнений теории электромагнитного поля появилась около 1884 года после работ Хевисайда, Герца и Гиббса. Они не только переписали систему Максвелла в векторном виде, сократив число уравнений до четырех, но и симметризовали её, переформулировав в терминах поля: напряжённости электрического поля \vec{E} , напряжённости магнитного поля \vec{H} , векторов электрической индукции \vec{D} и магнитной индукции \vec{B} ... В настоящее время эти уравнения принято называть уравнениями Максвелла, и не обнаружено ни одного эффекта, который потребовал бы видоизменения уравнений.

Известно, что запись большинства уравнений в физике не зависит от выбора системы единиц. В электродинамике ситуация иная. В зависимости от выбора системы единиц в уравнениях Максвелла возникают различные коэффициенты. Международная система единиц (СИ) является стандартом в технике и преподавании, а преимущество симметричной гауссовой системы единиц (СГС) состоит в том, что все поля в ней имеют одну размерность и уравнения записываются проще. Поэтому СГС продолжает применяться в научных публикациях по электродинамике наравне с СИ.

Изменения коэффициентов в уравнениях Максвелла в различных системах единиц удобно проследить, записав уравнения в виде:

$$rot\vec{H} = \alpha \vec{J} + \beta \frac{\partial D}{\partial t}$$
$$rot\vec{E} = -\beta \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} ,$$
$$div\vec{B} = 0$$
$$div\vec{D} = \gamma\rho$$

где константы α , β , γ связаны соотношением $\alpha = \beta \gamma$.

В уравнения можно ввести проницаемости вакуума ε_0 и μ_0 и относительные проницаемости среды $\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$, $\mu_r = \mu/\mu_0$. В этом случае соотношение между константами принимает вид $\varepsilon_0\mu_0c^2\beta^2 = 1$, где с – скорость

распространения света в вакууме. В гауссовой системе $\beta=1/c$, $\alpha=4\pi/c$, $\gamma=4\pi$, $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$.

В системе СИ возникает дополнительная размерная константа – импеданс (характеристическое сопротивление) вакуума $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$. Вакууму приписываются размерные значения проницаемостей:

$$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} \left[\frac{\Phi}{M}\right], \ \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \left[\frac{\Gamma}{M}\right].$$

Значения коэффициентов в системе СИ: $\beta=1$, $\alpha=\gamma=1$, $\epsilon_0\mu_0=c^{-2}$.

При классическом подходе электромагнитное поле в среде будем описывать уравнениями Максвелла в следующем виде (в системе СИ):

$$rot \,\vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \tag{1.1}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{1.2}$$

$$div\,\vec{D} = \rho_e \tag{1.3}$$

$$div\,\vec{B} = 0\tag{1.4}$$

Первое уравнение Максвелла (1.1) является обобщенным законом электромагнитной индукции: с переменным магнитным полем неразрывно связано вихревое индуцируемое электрическое поле.

Второе уравнение (1.2) - это обобщенный закон полного тока: магнитное поле создается как токами проводимости (направленным движением зарядов, \vec{J} - плотность тока), так и токами смещения (переменным электрическим полем). Появление тока смещения весьма важно, так как именно ток смещения обеспечивает возможность генерации и распространения электромагнитных волн.

Третье (1.3) и четвертое (1.4) уравнения Максвелла – это обобщение теоремы Гаусса для электрического и магнитного полей. Теорема Гаусса указывает на источники полей (ρ_e - объемная плотность зарядов).

Электрическая индукция \vec{D} и напряженность магнитного поля \vec{H} определяются равенствами

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_d, \qquad (1.5)$$

$$\vec{H} = \frac{B}{\mu_0} - \vec{M} \,, \tag{1.6}$$

где \vec{P}_d - электрическая поляризация (средний электрический дипольный момент единицы объема), \vec{M} - намагниченность (средний магнитный дипольный момент единицы объема). В этих выражениях предполагается, что квадрупольные и более высокие моменты пренебрежимо малы по сравнению с дипольным моментом. Принято считать, что уравнения (1.1 - 1.6) можно принять в качестве макроскопических уравнений, описывающих распространение электромагнитных полей.

Уравнения Максвелла надо дополнить «материальными» уравнениями, учитывающими макроскопические характеристики среды: электропроводность σ , магнитную проницаемость μ и электрическую восприимчивость χ .. При отсутствии ферромагнитных и сегнетоэлектрических материалов для линейных изотропных сред материальные уравнения имеют вид:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \qquad \vec{B} = \mu \vec{H}, \qquad \vec{P}_d = \varepsilon_0 \chi \vec{E}.$$
 (1.7)

Для линейной однородной изотропной среды электрическая восприимчивость χ является мерой того, насколько легко поляризуется вещество, она характеризует отклик вещества на поле \bar{E} . Коэффициенты макроскопической теории σ , μ и χ зависят от свойств рассматриваемой среды, но мы считаем, что они не зависят от полей (среда линейна), координат (среда однородна) и направления (среда изотропна). Тем не менее, мы не считаем, что они не зависят от частоты ω .

Предполагается, что величины векторов поля конечны по всему объему вещества вместе со своими первыми производными кроме точек, лежащих на границах раздела сред с различными значениями комплексных параметров: относительной диэлектрической проницаемостью ε_r , относительной магнитной проницаемостью μ_r и удельной электропроводностью σ .

Материальные уравнения в этом случае принимают вид:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} , \ \vec{B} = \mu \vec{H} , \ \vec{J} = \sigma \vec{E}$$
(1.8)

 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r, \ \mu = \mu_0 \mu_r.$

Уравнения (1.1) – (1.7) справедливы во всех внутренних точках среды, но они теряют смысл на границах раздела, где параметры среды и, следовательно, электромагнитного поля, меняются скачками. Для расчета полей в кусочнонепрерывных средах (воздух - металл, диэлектрик - металл, диэлектрик - воздух и т. д.) необходимо учитывать граничные условия, устанавливающие связи между векторами поля с разных сторон от границы раздела сред. Условия на границе раздела могут быть получены на основании интегральных уравнений Максвелла. На границе раздела двух диэлектриков (см. рис. 1.1) равны касательные составляющие напряженности электрического поля

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \tag{1.9}$$

Нормальные составляющие вектора \vec{D} претерпевают скачок, равный поверхностной плотности свободных зарядов σ_{es} в заданной точке границы

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma_{eS}. \tag{1.10}$$

При расчете электромагнитных полей в проводящих средах ($\sigma_e \neq 0$) на границе раздела выполняются граничные условия для векторов \vec{E} и плотности тока \vec{J}

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \ j_{1n} = j_{2n} \tag{1.11}$$



Рис. 1.1. Выбор направляющих векторов $\vec{\tau}$, \vec{n} для граничных условий.

При анализе несовершенных диэлектриков, когда требуется учитывать не только их диэлектрические свойства, но и конечную проводимость, должны выполняться все указанные выше условия. На основании (1.10) и (1.11) с учетом того, что $\vec{j} = \sigma_e \vec{E}$, приходим к условию

$$\sigma_{eS} = j_n \left(\frac{\varepsilon_2}{\sigma_{e2}} - \frac{\varepsilon_1}{\sigma_{e1}} \right), \tag{1.12}$$

показывающему, что в этом случае на границе раздела появляются поверхностные заряды, плотность которых определяется нормальной составляющей плотности тока проводимости и параметрами сред.

На границе раздела сред с различными магнитными свойствами равны нормальные составляющие вектора магнитной индукции:

$$B_{1n} = B_{2n}, (1.13)$$

а разность касательных составляющих напряженностей магнитных полей равна плотности поверхностного тока j_s .

$$H_{2\tau} = H_{1\tau} = j_s. (1.14)$$

Плотность поверхностного электричества, тока Ĵs -количество протекающего единицу времени через длины В единицу отрезка. расположенного на поверхности, по которой течет ток, перпендикулярного $\lim_{ds\to 0}(j_n ds) = j_s dt$. Условия (1.9) - (1.14) направлению тока. Очевидно, что имеют общий характер. Они справедливы как для статических и стационарных,

так и для переменных во времени электромагнитных полей. Уравнения Максвелла (1.1) \div (1.7) описывают распространение электромагнитного поля. Это означает, что векторные поля $\vec{E}(r,t)$ и $\vec{B}(r,t)$ могут быть найдены путем решения этих уравнений. Каждое решение определяется с помощью начальных и граничных условий. Только в этом случае система уравнений Максвелла имеет единственное решение, т. е. дает однозначное предсказание хода рассматриваемого электромагнитного процесса.

Начальные условия определяют поля в некоторый фиксированный момент времени, который считают, как правило, нулевым (*t* = 0). Задание

полей $\vec{E}(r,t)$ и $\vec{B}(r,t)$ в любой момент времени достаточно для определения постоянных интегрирования уравнений (1.1), (1.2). Граничные условия описывают поведение электромагнитного поля на поверхностях раздела, т.е. таких поверхностях, по разным сторонам которых свойства системы различны, либо они ограничивают области существования поля какими-либо поверхностями. Граничные условия (1.9) ÷ (1.14) задают поля $\vec{E}(r,t)$ и $\vec{B}(r,t)$ в любой момент времени на поверхностях такого рода.

Система уравнений (1.1) ÷ (1.7) является системой дифференциальных уравнений в частных производных, записанных на языке векторного анализа. Для сред с постоянными значениями ε, μ и σ₂ эти уравнения линейны. Поэтому они легко могут быть сведены к одному векторному дифференциальному уравнению для любого из векторов поля. Ограничимся построением уравнений только для векторов \vec{E} и \vec{H} , так как после определения этих векторов по материальным уравнениям (1.8) могут быть найдены и другие вектора. Кроме того, ясно, что в силу пропорциональности между \vec{D} и \vec{E} , \vec{B} и \vec{H} уравнения для \vec{D} и \vec{B} имеют ту же структуру, что и для \vec{E} и \vec{H} : их получают из последних путем умножения на є и µ, соответственно.

Применяя к обеим частям уравнения (1.1) операцию rot, получим

$$rot \ rot \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(rot \vec{B} \right) \tag{1.15}$$

Воспользуемся известным векторным равенством *rot rot* $\vec{E} = grad \, div \vec{E} - \nabla^2 \vec{E}$. Заменяя в правой части уравнения (1.15) *rot* \vec{B} его выражением (1.2), получим уравнение для \vec{E}

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad} \rho_e.$$
(1.16)

При выводе этого уравнения учтены соотношения (1.8). Кроме того, принято во внимание, что порядок дифференцирования по независимым переменным (пространственным координатам и времени) можно изменять.

Аналогично, применяя операцию *rot* к обеим частям уравнения (1.2), получим

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0.$$
 (1.17)

В случае отсутствия в среде токов (j=0) и зарядов $(\rho_e=0)$ (не поглощающий диэлектрик, вакуум) уравнения (1.16) и (Ошибка! Источник ссылки не найден.) упрощаются и принимают вид типичных волновых уравнений.

$$\nabla^{2}\vec{E} - \frac{1}{\vartheta^{2}}\frac{\partial^{2}E}{\partial t^{2}} = 0$$

$$\nabla^{2}\vec{H} - \frac{1}{\vartheta^{2}}\frac{\partial^{2}\vec{H}}{\partial t^{2}} = 0$$
(1.18)

где $\vartheta = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$, $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3\cdot 10^8$ м/с - скорость электромагнитных волн в вакууме, $\nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа.

1.1.1. Решение уравнений Максвелла

Найдем общее решение уравнения (1.18) для вектора электрической напряженности \vec{E} , в предположении, что \vec{E} зависит только от одной из координат, например, x. Это означает, что \vec{E} имеет постоянное значение в точках плоскости, перпендикулярной оси x. Решение будем искать в виде $E = E(x + \xi t) = E(u)$, где E - некоторая функция, зависящая от переменных x, t.

При этих допущениях уравнение для Е примет вид:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial u^2} - \frac{\xi^2}{\vartheta^2} \frac{\partial^2 E}{\partial u^2} = 0,$$

Уравнение имеет решение отличное от нуля только при $\vartheta^2 - \zeta^2 = 0$. Это возможно для

 $\zeta_1 = \vartheta, \ \zeta_2 = -\vartheta, \ |\xi| = |\vartheta| = c / \sqrt{\varepsilon \mu}$

Общее решение может быть представлено в виде

$$E(x,t) = E_1(x,t) + E_2(x,t) = E_1(x - \upsilon t) + E_2(x + \upsilon t)$$
(1.19)

Зависимости E_1 и E_2 от x в моменты времени t и $t + \Delta t$ показаны на рис. 1.2.



Рис. 1.2. Изменение функции $E_1(x)$ и $E_2(x)$ в различные моменты времени t и $t + \Delta t$.

Рассмотрим физический смысл решения (1.19). Для функции E_1 значения аргумента в точке x в момент времени t совпадают со значениями аргумента функции в точке $x + \Delta x$ при $t + \Delta t$, поэтому график функции во время $t + \Delta t$ получается из графика для t смещением всех точек кривой $E_1(x_1, t)$ в

направлении положительных значений x на $\Delta x = \upsilon \Delta t$. В процессе движения значения E_1 в каждой точке волны и форма волны не изменяются. Исходя из этого, можно сделать заключение, что функция $E_1(x - \upsilon t)$ действительно описывает гармоническую волну. Аналогично E_2 описывает поперечную волну, движущейся со скоростью υ в направлении отрицательных значений оси x (см. рис. 1.2). Без существенного ограничения общности можно ограничиться рассмотрением лишь одной из волн, например $E_1(x,t)$.

В одномерном случае значение *E* для фиксированных *x* и *t* является постоянным на плоскости, перпендикулярной оси *x*. Такие волны называют плоскими. Плоская волна называется монохроматической, если поле волны является гармонической функцией времени. В этом случае

$$E = E_a \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v_{\varphi}} \right) \right]$$
(1.20)

описывает монохроматическую волну, которая распространяется в направлении положительных значений x. Постоянная E_a называется амплитудой волны, ω - ее частотой.

Аргумент гармонической функции (1.20) называется фазой. Введя понятие длины волны $\lambda = \upsilon T_t = 2\pi \upsilon / \omega$, пишем (1.20) в виде

$$E = E_a \cos(\omega t - kx) \tag{1.21}$$

 T_t - период и v - фазовая скорость электромагнитной волны, $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ (формула

Максвелла), в вакууме v = c, $k = \omega/v = 2\pi/\lambda$ - волновое число, k численно равно числу волн, укладывающихся на длине окружности единичного радиуса.

Чтобы не зависеть от системы координат, удобно записать (1.21) в векторной форме. Пусть вектор \vec{k} равен по модулю волновому числу и направлен вдоль оси x (рис. 1.3). Этот вектор называется волновым.



Рис. 1.3. К записи плоской волны в векторной форме.

Учитывая рис. 1.3, вместо (1.21) можно записать $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ (1.22) Принимая во внимание, что при произвольном направлении волнового вектора, для произвольной точки пространства, характеризуемой радиусвектором \vec{r} , справедливо представление $\vec{k}\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$, то это выражение описывает плоскую монохроматическую волну, распространяющуюся в трехмерном пространстве в направлении вектора \vec{k} . Оно не зависит от системы координат. Аналогичное выражение для плоской монохроматической волны можно записать с использованием синуса

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_a \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$
(1.23)

Любое комплексное число z = x + iy, согласно формуле Эйлера $exp(i\alpha) = cos \alpha + i sin \alpha$, можно записать в экспоненциальной форме

$$z = r_a \exp(i\alpha); r_a = \sqrt{x^2 + y^2}, tg\alpha = y/x$$

Представим выражения (1.22), (1.23) в комплексной форме
 $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_a \exp\left[-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})\right],$
(1.24)

где \vec{E}_a - амплитуда вектора $\vec{E}(\vec{r},t)$. Независимость \vec{E}_a от координат означает, что распространение плоских монохроматических волн в непоглощающем диэлектрике не связано с изменением их интенсивности.

Величина $E(\vec{r},t)$ в (1.24) является комплексной, поэтому не может описывать реальный физический процесс, который характеризуется вещественной величиной в виде (1.22) или (1.23). По этой причине, для перехода к физическим величинам необходимо взять действительную $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ или $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_a \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ мнимую части выражения. Действительными физическими полученного параметрами, которые нас интересуют, являются проекции вращающегося вектора $\vec{E}(\vec{r},t)$ на горизонтальную и вертикальную оси.

1.1.2. Свойства электромагнитной волны

В электромагнитной волне неразрывно существуют электрическое поле \vec{E} и магнитное – \vec{H} , которые действуют на токи и магнитные моменты. Существует соотношение между напряженностью электрического поля \vec{E} и магнитной индукцией \vec{B} плоской волны в среде E = vB. Поэтому отношение абсолютных значений действующих электрон сил, на co стороны, электрического полей будет соответственно, магнитного И порядка $q_e v_e B/q_e E = v_e/v$, где v_e - скорость движения электрона, q_e - его заряд, v фазовая скорость электромагнитной волны в веществе. Электроны проводимости в металле имеют скорости, соответствующие $\upsilon_e/\upsilon_{o} = 10^{-2}$, т. е. магнитные силы составляют не более 1% от электрических. Энергия взаимодействия магнитного поля \vec{H} с магнитным моментом электронов также на два порядка меньше взаимодействия электрического поля \vec{E} с зарядом электрона. Исключение составляют ферромагнитные и близкие к ним структуры. Более того, опыты Винера со световыми волнами однозначно доказали, что именно электрическое поле световой волны производит непосредственное действие на приборы, предназначенные для обнаружения света (глаз, фотоэлемент, фотопластинка и т. д.). Именно по этой причине в дальнейшем основное внимание уделяется временной и пространственной зависимости \vec{E} .

В одномерном случае (пусть волна распространяется вдоль оси x) значение E для фиксированных x и t является постоянным на плоскости, перпендикулярной оси x.

Анализируя уравнения Максвелла, а также решение волнового уравнения, можно выделить основные свойства плоской электромагнитной волны.

Первое свойство. Вектора \vec{E} и \vec{H} плоской электромагнитной волны перпендикулярны вектору \vec{k} , т. е. направлению ее распространения. Это означает, что электромагнитная волна является поперечной, а вектора \vec{k} , \vec{E} , \vec{H} составляют правую тройку взаимно перпендикулярных векторов (рис. 1.4). Поскольку отношение амплитуд векторов \vec{E} и \vec{H} от времени не зависит, то эти вектора изменяются во времени синфазно: они одновременно обращаются в нуль и одновременно достигают максимальных значений.



Рис. 1.4. Взаимная ориентация векторов в плоской электромагнитной волне.

Второе свойство. Важной характеристикой электромагнитной волны является плотность потока энергии электромагнитного поля, определяемая вектором Пойнтинга $\vec{W}_p = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}]$. В это выражение входят мгновенные значения величин. Частота колебаний электромагнитной волны светового диапазона ~10¹⁵ Гц, поэтому практически нельзя зафиксировать изменения этих величии во времени. Можно наблюдать и измерять лишь средние значения величин по очень большому числу периодов колебаний. Учитывая, что $E = E_a \cos \omega t$, средняя по времени плотность потока энергии

$$\langle W_P \rangle_t = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\varepsilon} E_a^2 \langle \cos^2 \omega t \rangle_t = \frac{c}{8\pi} \sqrt{\varepsilon} E_a^2$$

оказывается пропорциональна квадрату амплитуды электрического поля. Это общее и очень важное свойство, на котором основывается возможность регистрации электромагнитных волн различными приемниками.

Третье свойство. Как известно из френелевской теории дифракции, прямолинейное распространение света в вакууме связано с взаимным интерференционным гашением вторичных сферических световых волн, идущих от разных точек пространства. Такое гашение имеет место для всех направлений, кроме прямого, что и обусловливает прямолинейность светового луча. Аналогичным образом *в однородной среде* сферические световые волны, испускаемые отдельными атомами, интерферируют так, что *световой луч также оказывается прямолинейным*.

В неоднородной среде луч света не будет прямолинейным. Действительно, опыт показывает, что *для неоднородных сред характерно сильное рассеяние света*. Именно по этой причине, например, задымленный воздух и туман выглядят "мутными".

Четвертое свойство. На границе раздела сред нарушается прямолинейность распространения света и возникают отраженный и преломленный лучи.

Пусть на плоскую границу раздела двух сред падает плоская монохроматическая линейно поляризованная световая волна.

Угол между нормалью к границе раздела \vec{n} и волновым вектором \vec{k}_1 падающей волны обозначим θ_1 и назовем углом падения (рис. 1.5), комплексные диэлектрические проницаемости сред обозначим через ε_1 и ε_2 , а углы θ_0 и θ_2 , показанные на рис. 1.5, назовем соответственно углом отражения и углом преломления. Направим ось *z* по нормали к границе раздела.



Рис. 1.5. Отражение и преломление плоской волны на границе раздела двух сред

Согласно закону отражения света *угол падения равен углу отражения* $\theta_1 = \theta_r$ (1.25)

Угол падения и угол преломления света связаны между собой законом преломления (закон Снеллиуса)

 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

(1.26)

Оба соотношения (1.25) и (1.26) хорошо известны из опыта.

Пятое свойство. Свет оказывает давление.

Механизм светового давления можно объяснить следующим образом. Предположим, что на поверхность некоторого тела падает по нормали плоская монохроматическая световая волна, то есть волна, В которой вектор электрического поля совершает колебания вектор ВДОЛЬ оси *x* , а

напряженности магнитного поля колеблется вдоль оси y. Под действием электрического поля волны элементарные заряды тела будут совершать колебания вдоль оси x. При этом со стороны магнитного поля волны на них действует направленная вдоль оси z сила Лоренца, т. е. по ходу световой волны и по нормали к поверхности тела. Это и есть элементарная сила светового давления.

$$\vec{F}_{n} = \frac{q_{e}}{c_{0}} \left[\vec{\upsilon}, \vec{H} \right]. \tag{1.27}$$

Вычислим световое давление, предполагая, что свет полностью поглощается телом.

В соответствии с формулой (1.27) на электроны, находящиеся в единице объема среды, действует сила

$$f_{\lambda} = \frac{1}{c_0} jH, \qquad (1.28)$$

направленная вдоль оси *z*. Здесь *j* — плотность тока, которая может быть записана в виде

$$\vec{j} = n_e q_e \vec{\upsilon}_e, \tag{1.29}$$

где q_e и υ_e — заряд и скорость электрона, n_e — число электронов в кубическом сантиметре объема.

Используя формулу (1.29), эту силу можно записать в виде

$$f_{\lambda} = n_e F_{\pi} = n_e \frac{q_e}{c_e} \upsilon_e H$$

Теперь искомое световое давление есть

$$p = \int_{0}^{\infty} \widetilde{f}_{\lambda} dz , \qquad (1.30)$$

где знак " ~ " обозначает усреднение по периоду световых колебаний.

Световой импульс с энергией W = 1 Дж на длине волны $\lambda = 0,5$ мкм, имеющий круговую поляризацию, несет момент количества движения

$$N = \frac{W}{\omega} = \frac{W\lambda}{2\pi c_0} = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ spr} \cdot \text{c}.$$

В рамках макроскопического подхода (теория Максвелла) механизм воздействия световой волны на вещество можно описать следующим образом. Падающая электромагнитная волна индуцирует в материале переменные токи, часть энергии которых преобразуется в джоулево тепло (поглощение), а часть расходуется на генерирование вторичных электромагнитных полей. При этом происходит распространение излучения в веществе путем непрерывного поглощения и переизлучения электромагнитных волн. В теории Лоренца (микроскопическое описание) переменное поле электромагнитной волны периодически ускоряет (раскачивает) многочисленные микроскопические заряды вещества. Ускоренные полем заряды теряют избыток полученной энергии либо путем передачи ее своему ближайшему окружению, либо путем излучения новых электромагнитных волн. В первом случае происходит поглощение энергии, падающей на вещество электромагнитной волны, а во втором - распространение излучения в среде путем непрерывного поглощения и переизлучения электромагнитных волн заряженными частицами вещества.

При этом формально система уравнений (1.18) в случае однородного и изотропного диэлектрика имеет аналогичный вид, но с заменой $\varepsilon_0 \to \varepsilon$. Поэтому все полученные результаты для электромагнитных волн в вакууме справедливы и для диэлектрика, но с заменой $\varepsilon_0 \to \varepsilon$. Это приведет лишь к изменению скорости волн. Для скорости волны в диэлектрике справедливо выражение $\upsilon = c_0 \sqrt{\varepsilon_0} = c_0 / n$, где $n = \sqrt{\varepsilon_0}$ – показатель преломления диэлектрика.

1.2. Оптические постоянные вещества и его микрохарактеристики

В линейном приближении, справедливом, когда амплитудное значение напряженности электрического поля E_{a} В падающей на вещество электромагнитной волне мало по сравнению с локальными внутренними электрическими полями в среде, взаимодействие электромагнитных волн (в том числе и оптического диапазона) с веществом может быть описано небольшим числом параметров. Так, например, оптические свойства однородного и определяются изотропного диэлектрика либо диэлектрической диэлектрической восприимчивостью либо проницаемостью γ, $\varepsilon = 1 + \gamma$ вещества.

Для определения связи оптических постоянных вещества с его микрохарактеристиками на качественном уровне вполне можно не учитывать сложной структуры атомов и молекул, а ограничиться полуклассическим приближением, микроскопической моделью Лоренца.

В модели Лоренца атом представлен системой, состоящей из атомного ядра, окруженного облаком внутренних электронов, и внешнего (оптического) электрона, связанного с ядром атома менее жестко, способного под действием внешней электромагнитной волны смещаться относительно центра атома (модель гармонического осциллятора). Это означает, что диэлектрик можно рассматривать как систему нежестких (квазиупругих) диполей.

Как уже было отмечено, взаимодействие электромагнитной волны со средой происходит посредством увеличения потенциальной энергии электрического поля в ней. Воздействие магнитного поля на гармонический осциллятор в первом приближении можно не учитывать.

Поскольку гармонический осциллятор квазиупругий, то на электрон, кроме вынуждающей силы, определяемой электрическим полем волны, будут действовать упругая возвращающая сила, пропорциональная смещению электрона от положения равновесия x, равная $F_k = -k_e x$, и тормозящая сила, которую можно представить в виде типичном для затухающего осциллятора (осциллятора с потерями):

$$F_m = -\beta \frac{\partial x}{\partial t} = -\beta_d \upsilon$$

На рис. 1.6 квазиупругое звено гармонического осциллятора определяется коэффициентом жесткости k_e , а тормозящая сила диссипативным звеном с коэффициентом затухания β_d .

Феноменологические силы F_k и F_m соответствуют модельному учету квантовых эффектов. Сила F_k , удерживающая оптический электрон в пределах атома, по своему происхождению - электрическая. Но электрические силы могут создавать устойчивые конфигурации заряженных частиц (т. е. атом) только при учете их квантовых свойств. Введение силы F_m учитывает опытный факт существования у атома электронных колебаний с собственной частотой ω_0 и затухания этих колебаний после возбуждения атома.

Типичный размер диполя можно оценить по значению радиусов орбит атомных электронов, которые определяются величиной боровского радиуса

$$a_0 = \frac{h}{2\pi m_e q_e^2} \approx 10^{-11} \text{ M},$$

где m_e , q_e - масса и заряд электрона, h - постоянная Планка.



Рис. 1.6. Выбор системы координат для модели гармонического осциллятора (а) и модель Максвелла (б).

При частоте излучения порядка 10^{18} Гц и меньше (видимый и ИК - диапазон) боровский радиус много меньше длины волны электромагнитного излучения. Для таких частот $ka_0 \ll 1$, где k – волновое число. Поэтому пространственные изменения электромагнитных полей в пределах размера атома очень малы, следовательно, пространственную зависимость полей можно не учитывать.

Будем считать волну плоскополяризованной. Тогда единственной отличной от нуля компонентой электромагнитного поля будет E_x , которую обозначим через E, так что $\vec{E} = (E,0,0)$. Пусть абсолютное значение амплитуды электрического поля волны в атоме равно E_a , а частота волны равна ω . На

первом этапе решения ограничимся тем, что все диполи в веществе имеют одну и ту же собственную частоту колебаний ω₀.

Электрическое поле в атоме будет изменяться во времени следующим образом:

$$E = E_a \exp(-i\omega t) \tag{1.31}$$

Так как заряд электрона отрицателен $(-q_e)$, то действующая на электрон со стороны поля волны вынуждающая сила равна

$$F_e = -q_e E_a \exp(-i\omega t)$$

Поскольку $\vec{E} = (E,0,0)$, то силы действуют только вдоль оси x, поэтому $\vec{F}_e = (F_e,0,0)$.

Уравнение движения электрона под действием сил F_k и F_m имеет вид $m_e \ddot{x} = -q_e E_a \exp(-i\omega t) - k_e x - \beta_d \dot{x}$ (1.32)

Для решения уравнения (1.32) его удобно привести к виду

$$\ddot{x} + \gamma_d \dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{q_e}{m_e} E_a \exp(-i\omega t), \qquad (1.33)$$

 $\omega_0 = (k_e/m_e)^{1/2}$ - собственная частота колебаний электронного гармонического осциллятора без потерь, $\gamma_d = \beta_d/m_e$ - феноменологическая константа затухания, имеющая размерность $[\gamma_d] = c^{-1}$, для металлов и диэлектриков $\gamma_d \le 10^{13} \div 10^{14} \text{ c}^{-1}$. Уравнение (1.33) есть типичное уравнение вынужденных колебаний гармонического осциллятора с учетом потерь.

Общее решение неоднородного уравнения есть сумма решений соответствующего однородного уравнения (правая часть равна нулю) и частного решения неоднородного уравнения. Известно, что общим решением однородного уравнения $\ddot{x} + \gamma_d \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ является функция вида

$$x_1(t) = \exp(-\gamma_d t/2) \left(C_1 \exp(i\omega_c t) + C_2 \exp(-i\omega_c t) \right)$$
(1.34)

где C_1 и C_2 - постоянные, определяемые начальными условиями, а $\omega_c = (\omega_0^2 - \gamma_d^2/4)^{1/2}$ - собственная частота колебаний электронного гармонического осциллятора с потерями. Частное решение уравнения (1.33) можно записать в виде

$$x_2(t) = x_a \exp(-i\omega t) \tag{1.35}$$

Сумма функций (1.34) и (1.35) дает общее решение уравнения (1.33), описывающее поведение гармонического осциллятора поле В электромагнитной волны. Очевидно, что слагаемое (1.34), определяемое начальными условиями, с течением времени ослабевает, поэтому движение гармонического осциллятора переходит В режим установившихся гармонических колебаний. Процесс установления колебаний называется переходным режимом.

При анализе переходного режима самым важным вопросом является вопрос о его продолжительности. Она определяется временем затухания колебаний, которые имелись в момент начала действия внешней силы. Это

время $\tau_d \approx 1/\gamma_d$, то есть тот промежуток времени, после которого можно забыть о первоначально существовавших колебаниях и рассматривать только установившиеся колебания (1.35). С другой стороны, даже если начальных колебаний не было, вынужденные колебания не мгновенно достигают своего стационарного режима. Интересно, что и в этом случае время τ_d установления стационарного режима также $\approx 1/\gamma_d$.

Следовательно, в установившемся режиме колебаний x(t) является гармонической функцией той же частоты ω , что и электромагнитная волна $x(t) = x_a \exp(-i\omega t)$. Учитывая, что $\dot{x} = -i\omega x$, $\ddot{x} = -\omega^2 x$ уравнение (1.33) примет вид

$$m_e \left(-\omega^2 - i\omega\gamma_d + \omega_0^2\right) x_a \exp(-i\omega t) = q_e E_a \exp(-i\omega t)$$
(1.36)
откуда

$$x_a = \frac{q_e}{m_e} \frac{E}{\left(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_d\right)}.$$
(1.37)



Рис. 1.7. Процесс установления колебаний гармонического осциллятора под действием вынуждающей силы с учетом затухания.

Комплексную амплитуду удобно представить в экспоненциальной форме $x_a = \tilde{x}_a \exp(i\varphi)$, где

$$tg\phi = -\frac{\gamma_d \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{\gamma_d \omega}{\omega^2 - \omega_0^2}$$
(1.38)

Уравнение (1.35) в комплексной форме примет вид:

$$x = \widetilde{x}_a \exp\left[-i(\omega t + \varphi)\right]$$

Вынужденные колебания гармонического осциллятора отстают по фазе от устанавливающей их вынуждающей силы.

Дипольный момент атома, электрон которого сместился из положения равновесия (x = 0) в положение x, равен

$$\vec{p}_{da} = q_e \vec{x}(t) = \frac{q_e^2}{m_e} \frac{\vec{E}(t)}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_d)}$$
(1.39)

Поэтому, зависящая от частоты и изменяющаяся во времени поляризованность будет:

$$\vec{P}_{d} = n_{e0}\vec{p}_{da} = \frac{q_{e}^{2}n_{e0}\vec{E}(t)}{m_{e}(\omega_{0}^{2} - \omega^{2} - i\omega\gamma_{d})}$$
(1.40)

 $(n_{e0}$ - концентрация электронов с собственной частотой колебаний ω_0).

В линейном приближении

$$\vec{P}_d = \varepsilon_0 \tilde{\chi} \vec{E}(t), \qquad (1.41)$$

 $\widetilde{\chi}(\omega)$ - комплексная диэлектрическая восприимчивость.

$$\widetilde{\chi}(\omega) = \frac{q_e^2 n_0}{\varepsilon_0 m_e (\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_d)}$$
(1.42)

Используя соотношения $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ и (1.41), получим:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \widetilde{\varepsilon}(\omega) \vec{E}, \qquad (1.43)$$

$$\widetilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_0 + \frac{q_e^2 n_{e0}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_d)}, \qquad (1.44)$$

 $\tilde{\epsilon}(\omega)$ - комплексная диэлектрическая проницаемость, зависящая от частоты. Следовательно, показатель преломления, определяемый относительной диэлектрической проницаемостью $n = \sqrt{\epsilon_r(\omega)}$, и фазовая скорость электромагнитной волны в веществе также зависят от частоты.

Теперь показатель преломления можно представить в виде

$$n^{2}(\omega) = \varepsilon_{r}(\omega) = 1 + \frac{q_{e}^{2} n_{e0}}{\varepsilon_{0} m_{e}(\omega_{0}^{2} - \omega^{2} - i\omega\gamma_{d})}, \qquad (1.45)$$

из которого следует, что *n* также является комплексной величиной.

Представим комплексный показатель преломления в виде:

$$\widetilde{n}(\omega) = n(\omega) + ik_{p}(\omega), \qquad (1.46)$$

 $n(\omega)$ - собственно показатель преломления, а $k_p(\omega)$ - коэффициент экстинкции (показатель поглощения) материала. Подставив (1.46) в (1.45) и приравняв между собой действительные и мнимые части полученного равенства, получим

$$n^{2}(\omega) - k_{p}^{2}(\omega) = 1 + \frac{q_{e}^{2}n_{e0}}{\varepsilon_{0}m_{e}} \frac{\omega_{0}^{2} - \omega^{2}}{\left(\omega_{0}^{2} - \omega^{2}\right)^{2} + \gamma_{d}^{2}\omega^{2}}$$
(1.47)

$$2n(\omega)k_{p}(\omega) = \frac{q_{e}^{2}n_{e0}}{\varepsilon_{0}m} \frac{\omega\gamma_{d}}{\left(\omega_{0}^{2} - \omega^{2}\right)^{2} + \gamma_{d}^{2}\omega^{2}}$$
(1.48)

При $\omega_0 << \omega$ из (1.47) и (1.48) получим

$$k_{p}(\omega) \approx \omega_{p}^{2} \frac{\omega_{0}^{2} \omega^{2}}{\left(\omega_{0}^{2} - \omega^{2}\right)^{2} + \gamma_{d}^{2} \omega^{2}},$$

$$n(\omega) = 1 + \omega_{p}^{2} \frac{\omega_{0}^{2} \omega^{2}}{\left(\omega_{0}^{2} - \omega^{2}\right)^{2} + \gamma_{d}^{2} \omega^{2}},$$
(1.49)

 $\omega_p^2 = n_{e0} q_e^2 / m_e \varepsilon_0$ (размерность в системе СИ) - называется плазменной (ленгмюровской) частотой, которая характеризует свободные колебания

"электронного" газа. Величина ω_p для металлов и конденсированных сред, вследствие высокой плотности носителей зарядов, лежит в области ультрафиолетового диапазона и составляет величину ~ 10¹⁶ Гц. Если частота электромагнитной волны $\omega >> \omega_p$, то электроны проводимости практически не взаимодействуют с полем волны, а материал в этом спектральном диапазоне прозрачен.

Так в электронной теории можно объяснить механизм возникновения дисперсии. Соотношение, связывающее волновое число с частотой электромагнитного излучения и скоростью распространения электромагнитной волны в среде, $k = \omega/\upsilon$, называют законом дисперсии.

Временная дисперсия

Выше предполагалось, что отклик среды в некоторый момент времени t определяется полем световой волны в этот же момент времени $\vec{P}_d = \alpha_m \vec{E}(t)$. В действительности, однако, необходимо принимать во внимание неизбежную «инерционность» среды - отклик \vec{P}_d должен «отставать» от поля \vec{E} , поскольку всякий механизм установления в среде поляризации, наведенной полем волны, требует времени. Это время точно не определено, поэтому, строго говоря, поляризация среды в данный момент должна определяться полем волны во все предыдущие моменты времени.

В связи с этим говорят о временной дисперсии диэлектрической восприимчивости.

Чем больше частота излучения, тем, очевидно, сильнее проявится «инерционность» среды. Поэтому эффект временной дисперсии диэлектрической восприимчивости в оптическом диапазоне должен быть достаточно ярко выраженным.

Промежуток времени $\Delta \tau$, на протяжении которого функция $\alpha_m(t) \neq 0$, зависит от времени релаксации процессов, ответственных за установление поляризации среды. Его можно оценить следующим образом:

$$\Delta \tau \approx \frac{a_0}{\upsilon_e} \approx \frac{m_e a_0^2}{\hbar} \tag{1.50}$$

где a_0 – линейный размер атома, m_e – масса электрона, υ_e – скорость движения электрона в атоме. Полагая $a_0 \approx 10^{-8}$ см, $m_e = 10^{-27}$ г, получим $\Delta \tau \approx 10^{-16}$ с.

Если период колебаний $1/\omega$ много меньше времени $\Delta \tau$, то процесс установления поляризации среды не будет «успевать» за изменениями поля волны. Таким образом, необходимым условием наведения в среде поляризации является условие

$$\Delta \tau \le \frac{1}{\omega} \tag{1.51}$$

В оптическом диапазоне период $1/\omega$ близок к величине $\Delta \tau$. Временная дисперсия играет заметную роль.

Чем «инерционнее» процесс поляризации среды, тем менее выражена оптическая «индивидуальность» среды. При относительно низких частотах существует обилие сред оптически отличных друг от друга, но по мере возрастания частоты излучения среды становятся оптически все более и более похожими (постепенно превращаются в оптические диэлектрики). Подчеркнем, что это есть прямое следствие возрастающей роли эффекта временной дисперсии диэлектрической восприимчивости.

При достаточно высоких частотах излучение перестает «различать» разные среды и все среды становятся в оптическом отношении одинаковыми, а величина $\varepsilon(\omega)$ для всех сред принимает универсальный вид:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{N_e \varepsilon^2}{m_e \omega^2}, \qquad (1.52)$$

где N_e – полное число электронов в единице объема среды.

При $\omega \to \infty \alpha_m(\omega) = 0$ и $\varepsilon(\omega) = 1$, то есть в предельном случае все среды оптически неразличимы (они совершенно прозрачны, не преломляют, не отражают и не поглощают излучения), излучение перестает «замечать» среду.

Пространственная дисперсия

Наряду с временной дисперсией следует учитывать также и пространственную дисперсию диэлектрической восприимчивости, отражающую нелокальность связи между векторами \vec{E} и \vec{P}_d в пространстве. Можно показать, что нелокальность в пространстве является следствием нелокальности во времени.

Пространственная дисперсия проявляется, когда эффективные линейные размеры области, в которой $\alpha_m(\vec{P}_d)$ отлична от нуля, превышают или по порядку величины соответствуют длине волны излучения. При $\upsilon \Delta \tau \ll \lambda$ эффект пространственной дисперсии можно не учитывать.

В оптическом диапазоне (особенно в его коротковолновой части), это условие выполняется плохо или вообще не выполняется. Поэтому в оптическом диапазоне необходимо принимать во внимание наряду с временной также и пространственную дисперсию диэлектрической восприимчивости.

1.3. Дисперсионные соотношения

Исследуем амплитудно-частотные $n(\omega)$, $k_p(\omega)$ и фазочастотную $\phi(\omega)$ характеристики дисперсионных кривых (рис. 1.8).

Из выражения (1.38) (см. рис. 1.8 а) следует, что при малых частотах электромагнитной волны ($\omega \ll \omega_0$) фаза φ мала и отрицательна. Это означает, что смещение электрона из положения равновесия отстает по фазе от световой волны на очень небольшую величину. С возрастанием частоты отставание смещения по фазе увеличивается. При $\omega = \omega_0$, $\varphi = -\pi/2$ достигаются наиболее благоприятные условия передачи энергии падающей электромагнитной волны оптическим электронам атомов. При дальнейшем возрастании частоты

отставание по фазе смещения от вынуждающей силы продолжает увеличиваться и при очень больших частотах ($\omega >> \omega_0$) приближается к π .



Рис. 1.8. Зависимость фазы φ (а), показателя преломления $n(\omega)$ (б), показателя поглощения $k_p(\omega)$ (в) в веществе от частоты.

Функция $n(\omega)$ при $\omega \to \infty$ стремится к 1. Максимальное и минимальное значение показатель преломления принимает вблизи частоты, соответствующей максимуму линии поглощения ($\omega = \omega_0$). Экстремумы можно определить, приравняв к нулю производную $\partial n(\omega)/\partial \omega$. Соответствующие расчеты показывают, что расстояние между экстремумами $n(\omega)$ равны ширине линии поглощения $k_p(\omega)$, т.е. пропорциональны коэффициенту затухания γ_d . Показатель поглощения $k_p(\omega)$ имеет форму лоренцевой линии поглощения с максимумом при $\omega = \omega_0$ и полушириной γ_d .

$$k_{p}(\omega) = \frac{const}{(\omega_{0} - \omega)^{2} + (\gamma_{d}/2)^{2}}$$

Из условий нормировки следует, что $\int k_p(\omega) d\omega = 1$, причем основной вклад в величину интеграла дает интегрирование вблизи $\omega = \omega_0$.

Графическая зависимость $n(\omega)$ от частоты называется дисперсионной кривой. Если показатель преломления растет с частотой, то дисперсия называется нормальной. Вблизи резонансной частоты ω_0 показатель преломления с увеличением частоты уменьшается. Это явление называется аномальной дисперсией.

В области прозрачности, т.е. в той области частот, для которых $(\omega_0^2 - \omega^2)^2 >> \gamma_d^2 \omega^2$ можно положить $k_p = 0$, и тогда формула (1.47) приобретает вид

$$n^{2}(\omega) = 1 + \frac{\omega_{p}^{2}}{\omega_{0}^{2} - \omega^{2}}.$$
 (1.53)

Если диэлектрик состоит из нескольких видов атомов, имеющих собственные частоты колебаний ω_{0i} , то для дисперсии показателя преломления справедливо выражение

$$n^{2}(\omega) = 1 + \frac{q_{e}^{2}}{\varepsilon_{0}m_{e}} \sum_{i}^{n} \frac{n_{ei}}{\omega_{0i}^{2} - \omega^{2}}$$
(1.54)

Однако дисперсия создается не только в результате колебаний электронов, но и также в результате колебаний ионов. Ввиду большей массы ионов их собственная частота $\omega_{0i} = (k_e/m_i)^{\frac{1}{2}}$ значительно меньше частот собственных колебаний электронов, т.е. лежит в дальней инфракрасной области и не оказывает существенного влияния на ход дисперсионной кривой в видимой области спектра. Однако при использовании лазеров на CO_2 ($\lambda = 10, 6$ мкм) этот факт уже необходимо принимать во внимание. Отметим, что не все электроны под действием поля электромагнитной волны колеблются одинаково и их вклад в дисперсию далеко не равноценен. Поэтому в уточненной формуле вместо n_{ei} должна стоять величина $f_i n_{ei}$, в которой $f_i \ll 1$ называется силой осциллятора. Только с учетом сил осцилляторов формула (1.54) дает удовлетворительное согласие с экспериментом. Сила осцилляторов может быть рассчитана только в рамках квантовой теории.

Во всей области прозрачности $n(\omega)$ растет с увеличением частоты (нормальная дисперсия). При больших частотах ($\omega >> \omega_0$) показатель преломления стремится к единице, оставаясь меньше ее, поскольку в этом случае (1.54) принимает вид

$$n = 1 - \frac{q_e^2}{\varepsilon_0 \omega} \frac{1}{\omega^2} \sum_{i=1}^n n_{ei}$$
(1.55)

Следовательно, для коротковолнового излучения диэлектрик является оптически менее плотной средой, чем вакуум. В частности, это значит, что от поверхности диэлектрика может наблюдаться полное отражение. В этом случае характер связи электронов в атоме не играет роли, а показатель преломления зависит лишь от общего числа колеблющихся электронов в единице объема.

Контрольные вопросы к разделу 1

1. Какие три основных подхода к описанию явлений, связанных с взаимодействием оптического излучения с веществом вы знаете?

2. Что понимается под системой уравнений Максвелла?

3. Зачем нужны материальные уравнения?

4. Какие электромагнитные волны называются плоскими?

5. Какую среду характеризуют комплексные диэлектрическая проницаемость и показатель преломления?

6. Что характеризует коэффициент экстинкции?

7. Что называют законом дисперсии?

8. Что характеризует плазменная (ленгмюровская) частота?

9. Что такое аномальная дисперсия?

2. Поглощение излучения металлами и их оптические свойства

В ИК- и видимой области оптического диапазона металлы сильно отражают падающее излучение (характерный металлический блеск). Это объясняется преимущественным рассеянием света при его взаимодействии со свободными электронами, концентрация которых достигает в металлах 10^{22} - 10^{23} см⁻³. Электроны излучают в процессе рассеяния вторичные волны, которые при сложении формируют сильную отраженную волну. Поглощение квантов света непосредственно электронами проводимости возможно только при их одновременных столкновениях с фононами, примесями, друг с другом, поверхностью металла, границами зерен и кристаллитов. Столкновения и формирование из рассеянного света отраженной волны происходит в тонком приповерхностном слое (скин-слой толщиной $\delta_s <<1$ мкм), в котором затухает проникающее в металл излучение.

Роль свободных электронов во взаимодействии электромагнитного излучения с металлами является определяющей в широком диапазоне частот (от радиодиапазона до ближнего ИК-диапазона).

В результате такого влияния оптические и электрические свойства металлов взаимосвязаны: чем больше статическая проводимость металла, тем сильнее он отражает свет. Отклонения возникают при низких температурах и на высоких частотах (видимая область спектра), когда важную роль играют квантовые эффекты, связанные с электронным рассеянием, межзонными переходами и др. В $V\Phi$ - и более коротковолновом диапазонах с излучением взаимодействуют электроны внутренних оболочек атомов, например, в рентгеновской области спектра металлы уже не отличаются от диэлектриков по оптическим свойствам.

2.1. Распространение электромагнитных волн в проводящих средах. Основные уравнения оптики металлов

Распространение электромагнитных волн в однородной и изотропной среде, обладающей проводимостью, можно исследовать с помощью уравнений Максвелла (1.1 - 1.4) с учетом материальных соотношений (1.7).

При этом необходимо учесть, что внутри однородного проводника электрическое поле отсутствует. В этом легко убедиться, применив к уравнению (1.2) операцию дивергенции (*div*)

div rot
$$\vec{H} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} div \vec{E} + \sigma div \vec{E} = 0$$
.

Отсюда, с учетом (1.3), для объемной плотности зарядов ρ_e получим:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \rho_e = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\rho_e = \rho_{e0} \exp\left(-\frac{\sigma}{\varepsilon}t\right).$$

Объемная плотность заряда убывает с течением времени по экспоненциальному закону. Величина $\tau_e = \varepsilon/\sigma$ определяет тот промежуток который необходим для установления электростатического времени. равновесия. Чем больше электропроводность, тем быстрее пройдет этот процесс. Причем условие $div \vec{E} = 0$ означает, что внутри однородного проводника могут распространяться только поперечные плоские электромагнитные волны. Следовательно, уравнения

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad} \rho_d$$

И

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0$$

при $div\vec{E} = 0$ описывают всю оптику токопроводящих сред. Эти уравнения запишем в виде:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$
(2.1)

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0$$
(2.2)

Уравнения (2.1) и (2.2) называются телеграфными равнениями.

Члены $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ определяют затухание электромагнитной волны в

веществе. Решение уравнений (2.1–2.2) будем искать в виде

$$\vec{E}(r,t) = \vec{E}_0 \exp[-i(\omega t - kr)]$$

$$\vec{H}(r,t) = \vec{H}_0 \exp[-i(\omega t - kr)],$$
(2.3)
(2.4)

где \vec{E}_0 и \vec{H}_0 - постоянные вектора, не зависящие от координат и времени. Компоненты этих векторов в общем случае могут быть и комплексными величинами.

Подставляя выражения (2.3), (2.4) соответственно в (2.1) и (2.2), учитывая

$$\nabla^{2}\vec{E} + \omega^{2}\mu\left(\varepsilon + i\frac{\sigma}{\omega}\right)\vec{E} = 0$$
$$\nabla^{2}\vec{H} + \omega^{2}\mu\left(\varepsilon + i\frac{\sigma}{\omega}\right)\vec{H} = 0,$$

получим следующие соотношения:

$$\begin{bmatrix} \vec{k}, \vec{H} \end{bmatrix} = \omega \mu \left(\varepsilon - \frac{i\sigma}{\omega} \right) \vec{E} \quad \begin{bmatrix} \vec{k}, \vec{E} \end{bmatrix} = \omega \mu \vec{H}$$

$$\begin{pmatrix} \vec{k}, \vec{H} \end{pmatrix} = 0 \qquad \begin{pmatrix} \vec{k}, \vec{E} \end{pmatrix} = 0$$
(2.5)

При выводе уравнений (2.5) принят во внимание закон Ома в дифференциальной форме $\vec{j} = \sigma \vec{E}$.

Введем комплексную диэлектрическую проницаемость $\widetilde{\epsilon}$

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon + i\varepsilon_i = \varepsilon + i\sigma/\omega, \qquad (2.6)$$

что позволяет формально рассматривать проводящие среды по аналогии с непроводящими.

Для проводящей среды можно ввести комплексный показатель преломления: $\tilde{n} = n + ik_p$. По аналогии с выражением $n = \sqrt{\epsilon \mu}$ для непроводящей среды положим

$$\tilde{n}^2 = \mu \tilde{\varepsilon} \tag{2.7}$$

Используя (2.6), найдем

$$n^{2} = \frac{\mu}{2} \left[\sqrt{\varepsilon^{2} + \frac{\sigma^{2}}{\omega^{2}}} + \varepsilon \right]$$

$$k_{p}^{2} = \frac{\mu}{2} \left[\sqrt{\varepsilon^{2} + \frac{\sigma^{2}}{\omega^{2}}} - \varepsilon \right]$$
(2.8)

Параметр k_p (мнимая часть комплексного показателя преломления) называется коэффициентом экстинкции или показателем поглощения, который описывает затухание волны в проводящей среде. При $\sigma = 0$ из выражений (2.8) получим $\tilde{n}^2 = \mu \tilde{\varepsilon}$ и $k_p = 0$, то есть, приходим к частному случаю непроводящей среды.

Убедимся в том, что *параметр* k_p действительно *характеризует* затухание волны. Введем для плоской монохроматической волны в проводящей среде комплексный волновой вектор \tilde{k} (будем рассматривать одну составляющую волнового вектора). Воспользуемся известным соотношением $\upsilon = c/n$, которое, с учетом $n = c/\upsilon = \sqrt{\varepsilon \mu}$, позволяет записать $k = n\omega/c$. По аналогии представим и комплексный волновой вектор

$$\tilde{k} = k + i\alpha = \frac{n\omega}{c} + i\frac{n_i\omega}{c}$$
(2.9)

тогда для волны вдоль оси х получим

$$e^{i\tilde{k}x} = e^{ikx}e^{-\alpha x} \tag{2.10}$$

Появление множителя $e^{-\alpha x}$ указывает на затухание волны с расстоянием x, пройденным в среде. Величина α имеет смысл линейного коэффициента поглощения. Легко видеть, что

$$\alpha = \frac{k_p \omega}{c} \tag{2.11}$$

Подчеркнем, что комплексность показателя преломления и волнового вектора характерна для всех случаев, когда излучение распространяется в поглощающей среде. По мере проникновения в глубь проводника фаза вектора \vec{E} изменяется линейно, а его амплитуда убывает по экспоненциальному закону. Поэтому основная часть электрического поля сосредоточена у поверхности проводника (в скин-слое), толщина которого равна $\delta_s \approx 1/\alpha$.

Поясним, почему величина δ_s не зависит от магнитных свойств металла. Для диа- и парамагнетиков μ_r мало отличается от единицы. Значительно отличаются от единицы значения μ_r лишь у ферромагнитных материалов. Однако намагниченность ферромагнетиков инерционна: в переменном поле электромагнитной волны она не успевает изменяться синхронно с полем. Такое рассогласование приводит к тому, что, в отличие от стационарных полей, в перемененном электромагнитном поле намагниченность ферромагнетика в среднем оказывается незначительной, так что соответствующие этой намагниченности значения μ_r не очень отличаются от единицы.

Рассмотренная выше теория дисперсии может быть распространена и на металлы, которые являются хорошими проводниками.

Согласно классической электронной теории строения вещества физические свойства металлов объясняются на основе допущений о наличии свободных электронов, движущихся между ионами кристаллической решетки и образующих особый "электронный" газ.

При наложении электрического поля свободные электроны наряду с беспорядочным тепловым движением участвуют в направленном, ускоренном движении, которое собственно и обуславливает собой электрический ток. Наличие у металлов сопротивления указывает на торможение электронов при столкновении с ионами решетки. В противном случае энергия электрона могла бы возрастать неограниченно, что привело бы к бесконечной длине свободного пробега. Это физически означает, что при столкновении электрон теряет свою скорость, приобретенную им за время, прошедшее с момента предшествующего столкновения. В этом смысле в металлах постоянная затухания γ_d выражается через время релаксации τ свободных электронов проводимости $\gamma_d = 1/\tau$. Физический смысл времени релаксации заключается в том, что τ является характерным средним временем, за которое электрон проводимости теряет скорость своего упорядоченного движения, т. е. τ имеет порядок времени свободного пробега.

Отметим, что в общем случае величина $\gamma_d = v_{ee} + v_{ei} + v_{ep}$, где v_{ee} - частота электрон-электронных столкновений $v_{ee} \sim 10^{14} \text{ c}^{-1}$, v_{ei} - частота столкновений электронов проводимости с ионами кристаллической решетки $v_{ei} \sim 10^{13} \text{ c}^{-1}$, v_{ep} - частота столкновений электронов с ионами примеси $v_{ep} \sim 10^{13} \text{ c}^{-1}$.

Очевидно, что основную роль в потере электроном проводимости скорости упорядоченного движения играет электрон-ионные столкновения, поэтому $\gamma_d \approx v_{ei}$.

В металлах γ_d можно связать с электропроводностью σ

32

$$\gamma_d = \frac{q_e^2 N_e}{m\sigma} \tag{2.12}$$

где m_e , q_e - масса и заряд электрона. Поскольку в металлах плотность электронов проводимости N велика, то $\gamma_d = 10^{13} - 10^{14} \text{ c}^{-1}$.

В предположении, что электроны металла – классический газ, П. Друде были получены формулы для удельной высокочастотной электропроводности $\sigma(\omega)$. Формулы Друде используются для описания оптических свойств металлов в приближении комплексной диэлектрической проницаемости ε вещества, зависящей от частоты ω .

Уравнение движения свободного электрона проводимости подобно уравнению осциллятора с собственными частотами ω_0 , равными нулю

$$\ddot{x} + \gamma_d \dot{x} = \frac{q_e}{m_e} E_0 \exp(-i\omega t) \,. \tag{2.13}$$

Решая (2.13), получаем выражение для траектории движения электрона

$$x = -\frac{q_e E_0}{m_e \omega(\omega + i\gamma_d)} e^{-i\omega t}$$

тогда плотность наведенного электрического тока оказывается равной

$$j = q_e N \frac{dx}{dt} = i \frac{q_e \omega N E_0}{m_e \omega (\omega + i\gamma_d)} e^{-i\omega t}.$$
(2.14)

Согласно уравнению Максвелла ток смещения

$$\vec{j} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

для нашего случая принимает вид

$$j = -i\frac{\varepsilon\omega}{4\pi}E_0 \tag{2.15}$$

Приравняв оба выражения для тока (2.14) и (2.15) и выделяя действительную и мнимую части, получаем следующее выражение для комплексной диэлектрической проницаемости (формула Друде)

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma_d^2} + i \frac{\gamma_d \omega_p^2}{\omega \left(\omega^2 + \gamma_d^2\right)},$$
(2.16)

где $\omega_p = \sqrt{4\pi N q_e^2/m_e}$ (размерность в СГСЭ) сназывается *плазменной* (ленгмюровской) частотой, которая характеризует свободные колебания "электронного" газа. Величина ω_p для металлов и конденсированных сред, вследствие высокой плотности носителей зарядов, лежит в области ультрафиолетового диапазона и составляет величину ~ 10¹⁶ Гц.

В формуле (2.16) учитывается, что диэлектрическая проницаемость вакуума равна 1. Эта формула связывает макроскопическую характеристику среды ε с микроскопическими характеристиками: концентрацией электронов, массой электрона и частотой столкновений электрона при его движении в кристалле.

Воспользовавшись формулой Друде, получим дисперсионные зависимости показателя преломления $n(\omega)$ и показателя поглощения $k_p(\omega)$ для металлов.

Диэлектрическая проницаемость связана с показателями преломления *n* и поглощения *k_p* согласно выражению

$$\varepsilon = (n + ik_p)^2 = n^2 + 2nk_p i - k_p^2 = n^2 - k_p^2 + 2nk_p i.$$
(2.17)

Приравнивая действительные и мнимые части выражений (2.16) и (2.17) и решая полученную систему, представим $n(\omega)$ и $k_p(\omega)$ в виде удобном для анализа:

$$n(\omega) = \frac{\omega_p}{\sqrt{2(\omega^2 + \gamma_d^2)}} \left[\sqrt{1 + \gamma_d^2 / \omega^2} - 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$k_p(\omega) = \frac{\omega_p}{\sqrt{2(\omega^2 + \gamma_d^2)}} \left[\sqrt{1 + \gamma_d^2 / \omega^2} + 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$
(2.18)

где ω - частота падающей на металл световой волны. Формулы (2.18) справедливы для видимой и *ИК*-областей спектра, где $\omega_p >> \omega$, $\omega_p >> \gamma_d$.

Из выражения (2.18) следует, что дисперсия электромагнитных волн в металлах существенно различна в областях низких и высоких частот. Низкими здесь надо считать частоты, для которых выполняются неравенства $\omega \tau_r \ll 1$, $\omega \varepsilon / \sigma \ll 1$ (область *ИК* - спектра или область высоких температур).

Для низких частот показатель преломления металла мнимый и, следовательно, в низкочастотной области спектра наблюдается сильное затухание (поглощение) электромагнитных волн. Из (2.18) можно получить $n \approx k_p \approx \omega_p / \sqrt{2\omega\gamma_d}$.

Для высоких частот, когда $\omega/\gamma_d >> 1$ и $\omega > \omega_p$, показатель преломления действительный. Следовательно, для волн высоких частот металл становится прозрачным. Для таких волн показатель преломления можно записать в форме $n(\omega) = \sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2}$, $n >> k_p$, $k_p \approx 0$.

Наконец, в случае $\omega_p \le \omega \le \gamma_d$ (область видимого диапазона спектра) показатель преломления тоже величина мнимая, т.е. наблюдается сильное поглощение электромагнитных волн. При этом $n \approx \omega_p \gamma_d / 2\omega^2$, $k_p \approx \omega_p / \omega$, а $k_p >> n$.

Очевидно, что ω_n приобретает смысл критической частоты. А именно, если $\omega < \omega_p$, то $n(\omega)$ - комплексная величина, т.е. $\widetilde{n}(\omega) = n(\omega) + ik_p(\omega)$: происходит поглощение электромагнитных волн. Если же $\omega > \omega_p$, то электроны колебания, которые совершают плазменные сопровождаются только плотности распределенного заряда, электромагнитная изменением волна материал без затухания, проходит через следовательно, показатель преломления становится вещественной величиной - поглощение прекращается металл становится прозрачным.

Подчеркнем, что комплексность показателя преломления и волнового вектора характерна для всех случаев, когда излучение распространяется в поглощающей среде. Комплексный показатель преломления определяет, в частности, такую оптическую характеристику среды, как коэффициент отражения.

Для нормального падения волны из вакуума на границу среды с показателем преломления $\tilde{n} = n + ik_n$, коэффициент отражения имеет вид

$$R = \frac{(n-1)^2 + k_p^2}{(n+1)^2 + k_p^2},$$
(2.19)

В общем случае коэффициент отражения зависит также от угла падения и поляризации излучения.

Диэлектрическая проницаемость є определяется через показатели преломления *n* и поглощения *k_p*

$$\varepsilon = \left(n + ik_p\right)^2. \tag{2.20}$$

Поглощательную способность (также энергетическая величина) легко определить из (2.17)

$$A = 1 - R = \frac{4n}{(n+1)^2 + k_p^2}.$$
(2.21)

Важно отметить, что *є* и *n* зависят от внутренней структуры вещества и являются функциями частоты электромагнитной волны.

Ввиду того, что электромагнитная волна в металле сосредоточена в тонком поверхностном слое (скин-эффект), то это влечет за собой изменение эффективного сопротивления проводника, и, следовательно, его оптических постоянных (ε , *n* и k_p).

2.1.1. Скин-эффект и его свойства

Основные представления теоретической оптики металлов и объяснение спектральных зависимостей оптических характеристик (коэффициента отражения $R(\omega)$, поглощательной способности $A(\omega)$) базируются на теории твердого тела и скин-эффекта в металле.

Введем величину $\delta \approx \lambda/(4\pi k_p)$, которая определяет глубину проникновения света в металл, т.е. *глубину, на которой интенсивность электромагнитной* волны уменьшается в е раз.

Для металлов k_p в видимой области спектра обычно порядка единицы. Например, для золота при нормальном падении электромагнитной волны на поверхность $k_p = 2.82$, $\delta = \lambda/(4\pi k_p) = \lambda/35, 4$. Таким образом, на протяжении длины волны интенсивность света в золоте убывает в $exp(35,4) = 2 \cdot 10^{15}$ раз. Очевидно, что пленки металлов с толщиной порядка длины волны, как правило, уже практически не прозрачны для света. В металле δ определяет величину скин-слоя. Вид спектральных зависимостей оптических характеристик металлов определяется соотношением длины свободного пробега электрона *l*, длины пробега l_{ω} электрона за период колебаний поля и величины скин-слоя δ_s или соотношением частот падающего излучения ω , плазменной частоты свободных электронов ω_p , частоты электронных столкновений γ_d и величины $\Omega = v_e \omega_p / c$, характеризующей влияние на поглощение эффектов пространственной дисперсии проводимости.

При $\gamma_d > \Omega$ связь между напряженностью электрического поля и плотностью наведенного тока проводимости локальна, так как либо $l < \delta_s$, либо $l_{\omega} << \delta_s$ (нормальный скин-эффект).

Нормальный скин-эффект наблюдается при строгом выполнении дифференциального закона Ома $\vec{j} = \sigma \vec{E}$. В этом случае толщина скин-слоя всегда больше длины свободного пробега электрона $l < \delta_s$ При этом свет затухает с глубиной экспоненциально, а оптические свойства описываются комплексной диэлектрической проницаемостью. Поглощение электромагнитных волн носит объемный характер.

Различают низкочастотный нормальный скин-эффект ($\omega << \gamma_d$), когда происходит проникновение электромагнитной волны в глубь металла на значительную величину. При этом, как мы уже отмечали, $n \approx k_p >> 1$, а диссипация энергии обусловлена, в основном, столкновениями электронов проводимости с дефектами металла. Для поглощательной способности можно получить известные формулы Друде

$$A = \frac{2}{n} = 2 \left(\frac{\omega}{\sigma}\right)^{\frac{1}{2}}.$$
(2.22)

При этом $A = 0.01 \div 0.1$.

При выполнении спектральных условий $\gamma_d < \omega << \omega_p$ наблюдается высокочастотный нормальный скин-эффект. Локальная связь $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ сохраняется только в области l_{ω} . Действительно, из-за высокой частоты электромагнитных волн за один период электрон не успевает пройти путь, равный длине свободного пробега: $\upsilon_e \approx 10^6$ м/с, $\tau_e \approx 10^{-15}$ с, $l \approx 10^{-8}$ м и, следовательно, $\upsilon_e \tau_e << l$.) Оптические характеристики определяются преимущественным недиссипативным затуханием света в электронной плазме металла n < 1, $k_p >> 1$. Глубина скин-слоя здесь составляет ~ 0,02 – 0,005 мкм,

$$n \ll k_{p}, \text{ T.K. } k_{p} = \frac{\omega_{p}}{\omega} \gg 1, \text{ a } n = \frac{\gamma_{d} \omega_{p}}{2\omega^{2}} \le 1.$$

$$A \approx \frac{4n}{k_{p}^{2}} \approx \frac{2\gamma_{d}}{\omega_{p}} \ll 1,0 \tag{2.23}$$

Поглощательная способность не зависит от частоты, а определяется эффективностью столкновений электронов (см. рис.2.1)
В УФ-области при $\omega \sim \omega_p$ для всех металлов типичен переход от сильного отражения к прозрачности, вследствие изменения характера поляризуемости среды и знака диэлектрической пронизаемости. При $\omega \geq \omega_p$ отклик металлов на электромагнитное воздействие связан с возбуждением излучения внутренних электронных оболочек атомов и аналогичен отклику диэлектриков.



Рис. 2.1. Теоретическая зависимость поглощательной способности металла от частоты.

Классическая теория скин-эффекта верна лишь при комнатных температурах, когда средний свободный пробег электронов достаточно мал. С увеличением среднего свободного пробега проводимость скин-слоя уже не зависит от проводимости металла. Это явление называется аномальным скин-эффектом.

Строгое решение задачи аномального скин-эффекта можно получить, основываясь, с одной стороны, на классических уравнениях Максвелла, с другой стороны, на использовании общих положений электронной теории строения металлов. В частности, полагают, что электроны проводимости в металле взаимодействуют с его ионной решеткой и друг с другом. Функция распределения электронов по энергии или скоростям под действием электромагнитного поля зависит ОТ интенсивности, направления распространения и поляризации электромагнитной волны. В результате столкновений электронов с решеткой и друг другом она изменяется на некоторую величину. Можно ввести электрические поправки, обусловленные как отличием сопротивления скин-слоя от сопротивления массивного проводника, так и дополнительным поглощением электромагнитной волны вследствие "неидеальности" поверхности.

В условиях аномального скин-эффекта напряженность электрического поля определяется сложным образом: она не имеет экспоненциальной зависимости и, следовательно, оптические характеристики металлов (коэффициент отражения R и поглощательная способность A) уже не могут быть выражены через комплексный показатель преломления $\tilde{n} = n - ik_p$. Физически это означает, что металл невозможно моделировать системой, электроны проводимости которой можно считать свободными. В оптическом

диапазоне (видимый и ультрафиолетовый свет) оптические константы металлов зависят заметным образом от влияния связанных электронов (электронов поляризуемости).

Теория *аномального скин-эффекта*, предполагает существование особого, поверхностного поглощения, которое зависит от типа рассеяния свободных электронов на поверхности металла и возникает вследствие пространственной дисперсии проводимости. Поглощательную способность материала можно представить в виде

$$A = A_{\nu} + A_s, \qquad (2.24)$$

где A_v - объемная поглощательная способность, а A_s - поверхностная поглощательная способность.

В области частот $\gamma_d < \omega < \Omega$ (*сильно аномальный скин-эффект*) основным механизмом поглощения является зеркальное отражение электронов на поверхности. В области слабо аномального скин-эффекта $\Omega < \omega << \omega_p$ $A_v = 2\gamma_d / \omega_p$ и $A_s = 3\upsilon_F \vartheta / 4c$ (ϑ - феноменологический коэффициент Фукса зеркального отражения электронов $0 \le \vartheta \le 1$, зависящий от микрогеометрии поверхности, υ_F - скорость Ферми). При этом поверхностное поглощение $A_s << A_v$ начинает играть существенную роль лишь в оптически тонких слоях. Например, в многослойных диэлектрических покрытиях зеркал для лазеров.

Для световых волн ($\lambda = 1$ мкм) глубина проникновения (например, для меди) $\delta_s = 4$ нм, т.е. говорить о распространении света в проводнике не имеет смысла. Однако уже для радиоволн ($\lambda = 10^3$ м) глубина проникновения составляет $\delta = 2,5$ мм. Естественно, что эти оценки примерно указывают те толщины листового металла, которые необходимы для экранирования соответствующих длин волн. Отметим, что электромагнитные волны, особенно низкочастотные ($\omega \varepsilon / \sigma \ll 1$), хорошо отражаются от металлов. Это отражение, как ни странно, физически связано с затуханием электромагнитной волны в тонком поверхностном слое металла. Волна затухает в металле на глубине порядка λ , поэтому она не успевает передать значительную часть своей энергии свободным электронам и почти полностью отражается. Интересно отметить, что и фазовая скорость и длина волны в проводящей среде уменьшаются, а фаза колебаний магнитного вектора отстает от фазы колебаний электрического вектора.

2.1.2. Физические процессы в скин-слое

Более подробно остановимся на физических процессах, происходящих при поглощении световой волны, в том числе и лазерного излучения в тонком поверхностном скин-слое (~10⁻⁸ м).

Как электрические, так и теплофизические свойства металлов в первую очередь определяются свободными электронами. В зависимости от концентрации электронов проводимости N и длины волны падающего светового потока λ можно считать, что электроны свободны, если $N >> 1/\lambda^3$

Для металлов $N \approx 10^{28}$ м⁻³, а для широко применяемых технологических лазеров (CO_2 , $AU\Gamma$: Nd^{+3} YAG:и т. д.) $\lambda \approx 10^{-6}$ м и, следовательно, модель свободных электронов при описании поглощения света работает всегда.

Как известно, практически во всем диапазоне температур, электронный газ в металлах является вырожденным, его функция распределения мало отличается от функции распределения при абсолютном нуле (рис. 2.2). Энергия Ферми ε_F для металлов весьма велика. Например, для меди $\varepsilon_F = 7,1$ эВ, для серебра $\varepsilon_F = 5,5$ эВ. По этой причине тепловому воздействию подвергаются электроны, энергия которых лежит в узком энергетическом интервале $\approx 2k_BT$, непосредственно расположенным вблизи уровня Ферми.

Концентрацию электронов, которые поглощают падающее на металл излучение, можно оценить с помощью соотношения $n_e = hvN / \varepsilon_F$. Например, для рубинового лазера hv = 1,7 эВ, то есть в меди тепловому воздействию подвергаются $n_e/N = 25$ % всех электронов проводимости.



Рис. 2.2. Распределение электронов по состояниям при T = 0 (кривая 1) и при T > 0 (кривая 2) заполнение энергетических уровней (возбужденные состояния вследствие теплового движения показаны штриховкой)

Поглощение света электронами повышает ИХ энергию. Часть поглощенной энергии электроны передают при столкновении другим решетки дефектам электронам, ионам кристаллической решетки И (дислокациям, границам зерен и т.д.). Эффективность столкновений, величина которой определяет разогрев металла, будет зависеть от частиц, между которыми происходит обмен энергией. При этом $v_{ee} > v_{ei} > v_{ep}$, где v_{ee} - частота электрон-электронных столкновений, V_{ei} - частота столкновений электронов проводимости с ионами кристаллической решетки, V_{en} - частота столкновений электронов с ионами примеси. Фононы представляют собой акустические волны, которые и передают энергию электронов решетке.

Такой механизм вполне реален, т.к. энергия Ферми электронов в металлах, которая является энергией поступательного движения свободных электронов, высока, высока, соответственно, и скорость Ферми $\upsilon_F = (2\varepsilon_F/m_e)^{\frac{1}{2}} = 1,5 \cdot 10^6$ м/с, в то время как скорость звука $\upsilon_s = 10^3$ м/с.

Электрону, получившему избыток тепловой энергии вследствие поглощения кванта света, часто недостаточно одного столкновения для передачи избыточной энергии, т.е. процесс релаксации энергии может быть многостадийным, и, следовательно, носит диффузионный характер. По этой причине перераспределение энергии происходит не в скин-слое ($\delta_s = 10^{-8}$ м), а в слое l_p

$$l_D = \sqrt{D/v_{ee}} \sim 10^{-7} \text{ M},$$

где *D* - коэффициент диффузии электронов. При этом происходит нагрев металла. Далее тепло, поглощенное в слое l_D , механизмами теплопроводности передается в глубь материала. Характерные времена передачи поглощенной энергии металлу $\tau_{ei} = 1/v_{ei} = 10^{-12} \div 10^{-11}$ с.

2.2. Реальные оптические свойства металлов

Напомним, что коэффициент отражения R и коэффициент пропускания T можно определить как отношение нормальных компонент усредненного по времени вектора Пойнтинга \vec{W} соответствующих волн.

При учете поглощения энергии в средах, формулируя закон сохранения энергии в некотором объеме следует принять во внимание уменьшение потоков энергии в падающей, отраженной и проходящих волнах.

$$T + R + A = 1 \tag{2.25}$$

(А - поглощательная способность вещества.)

Оптические константы металла n и k_p связаны с его электрическими характеристиками σ и ε .

$$n^{2}k_{p}^{2} = \varepsilon$$

$$2k_{p}n = \frac{\sigma}{\omega}$$
(2.26)

В случае идеального проводника $k_p >> n$, R = 1 - вся энергия электромагнитной волны отражается от поверхности металла.

Следует отметить, что отраженные и поглощенные электромагнитные волны формируются не на границе раздела, а в веществе. При этом для непрозрачных твердых тел доля падающего монохроматического излучения, поглощенного телом, определяется его поглощательной способностью (в случае нормального падения) (см. 2.21). Значение *А* можно вычислить по данным измерений оптических постоянных или комплексного показателя преломления.

В таблице 1 приведены реальные значения величин *n*, *k_p* и *R* при комнатной температуре для некоторых металлов в видимой и ИК-области.

Сопоставление данных этой таблицы со значениями электропроводности (2.26) не дает удовлетворительного результата, что не является неожиданным. При выводе формул (2.26) исходили из представления о том, что электроны проводимости металла могут считаться свободными. Оптические явления, относящиеся к видимой и УФ области, зависят заметным образом от связанных

электронов. Современная квантовая теория позволяет получить соотношения, которые хорошо согласуются с результатами опытов.

На рис. 2.3 приведены зависимости $R(\lambda)$ для некоторых металлов.

	λ = 0,5 мкм			λ = 5,0 мкм		
	n	k_p	<i>R</i> ,%	n	k_p	R,%
Cu	1,06	2,70	63,2	3,1	32,8	98,9
Ag	0,11	2,94	95,5	2,4	34,2	99,2
Au	0,50	2,04	68,8	3,3	35,2	98,95
Zn	-	-	-	3,8	26,2	97,9
Al	0,50	4,59	91,4	6,7	37,6	98,2
In	-	-	-	9,8	32,2	96,6
Sn	0,78	3,58	80,5	8,5	28,5	96,2
Pb	1,70	3,30	62,6	9,0	24,8	95,0
Ti	2,10	2,82	52,5	3,4	9,4	87,4
Nb	2,13	3,07	56,0	8,0	27,7	96,2
V	2,65	3,33	56,6	6,6	17,5	92,7
Mo	3,15	3,73	59,5	4,25	23,9	97,2
W	3,33	2,96	51,6	3,48	21,2	97,0
Fe	1,46	3,17	63,7	4,2	12,5	90,8
Co	1,56	3,43	65,9	4,3	14,6	92,9
Ni	1,54	3,10	61,6	4,95	18,5	94,8
Pt	1,76	3,59	65,7	7,7	20,2	93,7

Таблица 1. Оптические постоянные некоторых металлов



Рис. 2.3. Зависимость отражения *R* металлов от длины волны.

Очевидно, что $A = A(\omega, T, \sigma)$ является функцией частоты падающего излучения, температуры и электропроводности материала.

Для благородных металлов поглощательная способность ($A \approx 0.01 \div 0.2$) очень слабо зависит от частоты, но является функцией температуры A = f(T). Для переходных металлов при $\lambda > 1$ мкм $A \approx 0.3 \div 0.5$, поскольку определяется не только взаимодействием световой волны со свободными электронами, но и внутренним фотоэффектом за счет межзонных переходов. Температурная зависимость поглощательной способности пропадает, т.к. частота межзонных переходов не зависит от температуры. Подобные закономерности наблюдаются и для алюминия. При $\lambda \ge 2 \div 3$ мкм все металлы обладают большим R, соответственно A мало (≈ 0.1). При этом, если $\omega > \gamma$, то $A \sim T$, а при переходе в область высоких частот $A \sim \sqrt{T}$.

Однако, в ряде случаев скорость Ферми столь велика, что длина свободного пробега электрона становится больше толщины скин-слоя. Именно в этом случае и наблюдается аномальный скин-эффект.

Контрольные вопросы к разделу 2

1. Какой механизм поглощения света в металлах является основным в ИК и видимой области спектра?

2. Как называется частота продольных колебаний «электронного» газа в металле?

3. Почему коэффициент отражения металлов достигает больших величин?

4. Почему поглощательная способность металлов резко возрастает, когда частота падающего излучения превышает частоту плазменных колебаний электронов?

5. Что такое скин-эффект?

6. Какой вид взаимодействия лазерного излучения определяет оптические свойства металла в ИК и видимой области спектра?

7. Каким процессом определяется релаксация избыточной тепловой энергии электрона?

8. При каких условиях можно считать, что электроны в металле свободны?

3. Поглощение света и передача энергии в полупроводниках

В случае полупроводников процесс поглощения света более разнообразен, чем в металлах. Зависимости оптических характеристик полупроводников от длины волны имеют сложный характер, что связано с наличием *нескольких механизмов поглощения* света и с их сменой при изменении длины волны.

На рис. 3.1 приведены экспериментальные спектры отражения и поглощения кремния. Как следует из рис. 3.1, в кристалле *Si* поглощение света с длиной волны $\lambda > 1$ мкм мало, хотя коэффициент отражения достаточно велик.



Рис. 3.1. Экспериментальные зависимости $R(\omega)$ и $\alpha(\omega)$ для кристаллического кремния.

В таблице 2 приведены значения показателя преломления и диэлектрической проницаемости в видимом диапазоне длин волн для элементов *IV* группы системы Менделеева и некоторых их интерметаллических соединений типа *A*₃*B*₅.

Таблица 2. Значения *n* и є в видимом диапазоне длин волн для некоторых полупроводников.

	n	3		n	3
Алмаз	2,417	5,9	InSb	3,988 *)	15,9
Si	3,446 *)	11,8	GaP	2,97 **)	8,4
Ge	4,006 *)	16,0	GaAs	3,348 *)	11,1
InP	3,37 **)	10,9	GaSb	3,748 *)	14,0
InAs	3,428 *)	11,7	AlSb	3,188 *)	10,1

* метод призмы, ** данные об отражении.

Диэлектрическая проницаемость полупроводников является величиной *положительной*, в отличие от металлов, для которых диэлектрическая проницаемость всегда отрицательна.

Полупроводники также в отличие от металлов имеют запрещенную зону (энергетическую щель). При комнатной температуре концентрация свободных электронов у полупроводников незначительна, поглощение света определяется, в основном, связанными электронами. Сильно поглощать излучение на частоте ω будут лишь те полупроводники, для которых энергия кванта $\hbar \omega$ больше ширины запрещенной зоны ε_{σ} .

Данные об оптической ширине запрещенной зоны ряда полупроводников приведены в таблице 3.

Таблица. 3. Ширина запрещенной полосы некоторых полупроводников, определенная оптическим методом.

Вещество	$\mathcal{E}_{g}^{},$	${\cal E}_{g}$	Вещество	$\mathcal{E}_{g}^{},$	${\cal E}_{g}$
	300 К, эв	при 0 К, эв		300 К, эв	при 0 К, эв
Si	1,09	1,14	GaP	2,24	2,4
Ge	0,66	0,75	GaAs	1,45	1,53
InP	1,25	1,34	GaSb	0,70	0,80
InAs	0,35	0,45	AlSb	1,60	1,70
InSb	0,175	0,25			

Следует отметить, что для большинства полупроводников ширина запрещенной зоны уменьшается при возрастании температуры.

Ниже мы ограничимся рассмотрением случая, когда $\hbar \omega > \varepsilon_g$ и обеспечиваются условия сильного поглощения — поглощающие полупроводники.

3.1. Оптические процессы в поглощающих полупроводниках

На основе представлений квантовой теории о возникновении зон разрешенной энергии из атомных уровней при сближении атомов строится энергетическая зонная структура полупроводника, под которой понимается связь между энергией и импульсом (волновым вектором) носителей в твердом теле. Схематично зонная структура полупроводника представлена на рис. 3.2.

При поглощении фотонов электроны в зависимости от соотношения величины кванта и энергии перехода могут переходить из валентной зоны ε_v

на примесные уровни, экситонные уровни, в зону проводимости ε_c , а также возможно поглощение фотонов электронами в зоне проводимости и ионами решетки. Для полупроводников выделяют следующие механизмы поглощения света.

Собственное (межзонное) поглощение света ($\hbar \omega > \epsilon_g$). В этом случае один из валентных электронов становится свободным, одновременно образуется дырка (электронно-дырочная пара). Процесс межзонного поглощения это внутренний фотоэффект, при этом $\alpha \approx 10^3 \cdot 10^4$ см⁻¹;



Рис. 3.2. Собственное поглощение $\hbar \omega > \varepsilon_{g}$.

Внутризонное поглошение (поглошение свободными носителями электронами и дырками). По своей сути аналогично поглощению свободными электронами в металле, отличие лишь в концентрации свободных носителей $(n_{e_{n}} \sim 10^{14} - 10^{17} \text{ см}^{-3})$. В действительности, для носителей в совершенной периодической решетке, не возмущенной тепловым движением, в соответствии с законом сохранения импульса (правило отбора $\bar{k_i} \approx \bar{k_f}$) переходы в одной зоне запрещенными. Однако тепловые колебания структурные являются И нарушения, которыми могут взаимодействовать носители тока. С обусловливают возможность переходов внутри 30НЫ. Коэффициент поглощения в этом случае приблизительно пропорционален концентрации свободных носителей $\alpha \sim n_{e,p}$. Используя подход аналогичный примененному для расчета коэффициента поглощения свободными электронами в металле, можно показать, что $\alpha \sim \lambda^2$.

Примесное поглощение – участвуют энергетические состояния в запрещенной зоне ($\hbar \omega > \varepsilon_g$), $\alpha \sim 10$ см⁻¹. Существование примесных центров или дефектов структуры часто определяет такие основные физические характеристики полупроводника, как скорость рекомбинации неравновесных носителей, спектральную область фотопроводимости, а также спектр люминесценции.

Естественно ожидать, что за длинноволновым краем полосы собственного поглощения может наблюдаться поглощение, связанное с фотоионизацией или возбуждением примесных уровней. Такое поглощение действительно наблюдается в полупроводниках с широкой запрещенной полосой (*CdS*, *ZnS*), а также в кристаллах кремния, в которых путем облучения быстрыми электронами или нейтронами созданы структурные дефекты.

Решеточное (остаточное) поглощение имеет место, когда свет взаимодействует непосредственно с ионами полупроводника. Иначе, это взаимодействие фотона с фононом; $\alpha \sim 10^3$ см⁻¹; Показано, что интенсивность поглощения в этих полосах пропорциональна среднему квадратичному смещению атомов при тепловом возбуждении. Максимум поглощения излучения решеткой лежит в инфракрасной области (~10 – 100 мкм).

Экситонное поглощение объясняет наличие полос поглощения вблизи края основной полосы ε_c . Экситон можно представить себе как систему, состоящую из электрона (в зоне проводимости) и дырки (в валентной зоне). Экситон может окончить свое существование либо в результате теплового «довозбуждения», т.е. термической диссоциации, сопровождающейся возникновением электрона и дырки, либо отдавая свою энергию решетке. Возможно также исчезновение экситона с испусканием фотона.

3.2. Рекомбинация и захват электронов и дырок в полупроводниках

Анализ явлений захвата и рекомбинации носителей, связанных с локальными центрами и дефектами, удобно провести на основании схемы соответствующих электронных переходов, приведенной на рис. 3.3. Переходы 1, 2 и 3 (рис. 3.3а) соответствуют поглощению света: в основной полосе – 1 и локализованными примесями – 2, 3. В случае 1 возникает пара свободных носителей, в случае 2 – свободный электрон и связанная (локализованная) дырка, в случае 3 – свободная дырка и связанный электрон. Электронные переходы, соответствующие возникновению экситонов или возбужденных примесных центров, а также внутризонные переходы не указаны, так как они не сопровождаются появлением свободных носителей.

Возникшие в результате фотоионизации неравновесные электроны и дырки существуют до тех пор, пока они не будут захвачены примесными вероятным, Этот процесс обычно является более центрами. чем непосредственная рекомбинация или образование экситона. Центры, способные захватывать свободные носители (ловушки), разделяют на: центры прилипания (в случае, если захваченный носитель имеет большую вероятность обратного возбуждения свободное состояние термического В ПО сравнению c вероятностью рекомбинации на центре с носителем противоположного знака), и рекомбинационные центры (если наиболее вероятной для захваченного носителя является рекомбинация с носителем противоположного знака).



Рис. 3.3. Электронные переходы в полупроводнике с локальными центрами: а – фотоионизация, б – захват носителей, в – рекомбинация

Вообще говоря, центр с энергетическим уровнем вблизи одной из зон обычно действует как центр прилипания, а центр с уровнем вблизи середины запрещенной полосы – как рекомбинационный центр. Различие между

центрами прилипания и рекомбинациоиными центрами определяется соотношением вероятностей термического освобождения и рекомбинации.

Переходы 4 и 4' и 5 и 5' на рис. 3.3 б обозначают захват и термическое освобождение носителей; переход 6 соответствует захвату электрона рекомбинационным центром, а электронный переход 7 – захвату дырки.

При одной температуре или уровне возбуждения центр может действовать в качестве центра прилипания, а при других условиях – в качестве центра рекомбинации.

На схеме рис. 3.3 в обозначены три основных электронных перехода, соответствующих рекомбинации: во-первых, свободный электрон может непосредственно рекомбинировать со свободной дыркой (переход 8). Переходы этого типа обычно являются излучательными, т.е. освобождающаяся энергия излучается в виде фотона с энергией, примерно равной ширине запрещенной зоны. Вероятность непосредственной рекомбинации обычно очень мала и не определяет средних значений времени жизни неравновесных носителей.

Более вероятным процессам рекомбинации соответствуют переходы типа 9, т.е. захват электрона центром, вблизи которого находится связанная с ним дырка, или типа 10, т.е. захват дырки центром, вблизи которого локализован электрон. Эти переходы также могут быть излучательиыми.

образом, возвращение электронной Таким системы кристалла ИЗ возбужденного состояния равновесное может сопровождаться В люминесценцией (которую называют также «рекомбинационным излучением» полупроводников). Вероятность, т.е. «скорость» рекомбинации в значительной мере определяется тем, каким способом преобразуется энергия возбужденных (неравновесных) носителей. Возможны различные процессы преобразования или рассеяния энергии неравновесных носителей, в том числе: испускание света (фотонов); передача энергии возбуждения кристаллической решетке, т.е. испускание фононов; передача избытка энергии двух рекомбинирующих носителей третьему носителю, т.е. процесс, обратный ударной ионизации. Этот процесс называют «ударной рекомбинацией» или эффектом Оже.

Разумеется, возможны и комбинации двух процессов передачи энергии, например, испускание фотона и одновременное возбуждение фононов.

В случае, когда возникает несколько фононов, они могут появляться либо одновременно, либо последовательно (каскадом) по мере того, как захватываемый локальным центром носитель приближается к центру, а затем движется вблизи центра, то испуская, то поглощая фононы до тех пор, пока не произойдет захват или пока носитель не удалится вновь от центра.

Рекомбинация И захват носителей центрами на поверхности Поверхность представляет полупроводников. полупроводника собой неизбежное макроскопическое нарушение периодичности кристаллической решетки. На электронные процессы на поверхности и вблизи поверхности полупроводника оказывают влияние не только сами центры захвата и рекомбинации, но и состояние области пространственного заряда, которая обусловлена существованием поверхностных локальных центров. Такие центры могут быть связаны как непосредственно с обрывом периодичности (уровни Тамма), так и с адсорбированными атомами или молекулами.

Влияние примесей на скорость рекомбинации носителей тока. Наиболее эффективно повышают темп рекомбинации носителей тока примеси, которые создают в запрещенной зоне уровни глубокого залегания. Такие примеси способны снижать время жизни неосновных носителей тока до $10^{-7} - 10^{-9}$ с. Поскольку скорость рекомбинации неосновных носителей ограничивается обычно эффективностью их захвата, то определяющее значение в этом процессе имеют те уровни (с наибольшим сечением захвата), концентрация которых максимальна.

В *Ge* и *p-Si* акцепторные примеси являются обычно центрами рекомбинации электронов и дырок, поскольку в большинстве случаев сечение захвата ими основных носителей намного превышает значение этого параметра для неосновных носителей.

Рекомбинационный захват носителей локальными центрами. В подавляющем большинстве случаев время жизни неравновесных носителей в полупроводниках определяется не прямой рекомбинацией, а наличием дефектов, в первую очередь – локальных центров в кристаллах.

В отличие от прямой рекомбинации, скорость которой определяется концентрациями носителей и одной константой (вероятностью), процесс рекомбинации на локальных центрах определяется также степенью их заполнения. Степень заполнения связана с концентрацией свободных носителей через вероятность (эффективное поперечное сечение) захвата электрона незанятым центром и эффективное сечение захвата дырки центром, на котором локализован электрон.

3.3. Процессы передачи энергии в поглощающих полупроводниках

При анализе теплового действия лазерного излучения на полупроводники основными являются следующие механизмы поглощения света:

-собственное (межзонное) поглощение света ($\hbar \omega > \varepsilon_g$); $\alpha \approx 10^3 \cdot 10^5$ см⁻¹.

2) Внутризонное поглощение (поглощение свободными носителями – электронами и дырками). По своей сути аналогично поглощению свободными электронами в металле, отличие лишь в концентрации свободных носителей $(n_{e,p} \sim 10^{14} - 10^{17} \text{ см}^{-3})$. Коэффициент этого поглощения $\alpha \sim n_{e,p}$, $\alpha \sim \lambda^2$.

3) Примесное поглощение – участвуют энергетические состояния в запрещенной зоне ($\hbar \omega < \varepsilon_g$), $\alpha \le 10$ см⁻¹.

4) Решеточное (остаточное) поглощение. Оно имеет место тогда, когда свет взаимодействует непосредственно с ионами полупроводника. При этом электронная подсистема остается незадействованной. Иначе, это взаимодействие фотона с фононом (оно квантовано, но линии довольно широкие); $\alpha \sim 10^3$ см⁻¹ (в резонансе).

В зависимости от того, с помощью какого механизма и в каком виде высвобождается энергия возбужденного носителя, можно выделить основные виды рекомбинации.

1. Излучательная рекомбинация – результатом которой является возникновение световых квантов. Вероятность излучательной рекомбинации может быть рассчитана как квантовомеханически (для водородоподобных и для глубоких уравнений), так и на основе применения принципа детального равновесия – для центров с различными сечениями. Известна зависимость излучательной рекомбинации от сильного электрического поля, от слабых и сильных световых потоков, а также от упругой деформации.

2. Безызлучательная рекомбинация - выделяющаяся при переходе неравновесного носителя на локальный центр энергия переходит в энергию тепловых колебаний решетки. Вероятность безызлучательной рекомбинации сильно зависит от глубины залегания уровня. В случае если центр глубокого залегания имеет значительное число возбужденных состояний, захваченный носитель может «рассеять» свою энергию, опускаясь последовательно «по лестнице» возбужденных состояний.

3. Ударная рекомбинация характеризуется передачей энергии, высвобождающейся при рекомбинации другому носителю, который рассеивает ее впоследствии при взаимодействии с колебаниями решетки. Ударная рекомбинация представляет собой процесс, обратный процессу ударной ионизации. Процесс ударной рекомбинации может играть существенную роль в Ge, причем сечения захвата в этом случае должны быть пропорциональными концентрации носителей тока. Независимость сечения захвата от концентрации показывает, что, по крайней мере, до концентраций $n_{e,p} \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ударная рекомбинация не является доминирующей, но становится ею при высоких уровнях возбуждения.

Рассмотрим собственное поглощение, $\hbar \omega > \varepsilon_g$. Начальная стадия процесса воздействия связана с переходом электронов валентной зоны в зону проводимости (внутренний фотоэффект) (см. рис. 3.4). При межзонном поглощении энергия поглощенного кванта в кинетическую энергию практически не превращается, а становится потенциальной. В тепло за счет столкновений может перейти энергия $\varepsilon_{min} \approx \hbar \omega - \varepsilon_g$ (время перехода $\tau_{ee} \sim 10^{-13}$ с).



Рис. 3.4. Собственное поглощение $\hbar \omega > \varepsilon_{o}$.

Потенциальная энергия неравновесных электронов $\varepsilon_{pot} \approx \varepsilon_g$ в тепло просто так не переводится. Рост концентрации неравновесных электронов ограничивается процессами рекомбинации, а также амбиполярной диффузией, концентрации обусловленной градиентом неравновесных носителей (электронов и дырок) в зоне воздействия лазерного излучения. Процессы рекомбинации безызлучательной переводят В тепло $\boldsymbol{\varepsilon}_{not}$. Время безызлучательной рекомбинации $\tau_{pek} \sim 10^{-10} - 10^{-2}$ с (диапазон может быть и шире). Междузонная излучательная рекомбинация переводит потенциальную энергию неравновесных носителей є постав в кванты излучения, которые либо покидают полупроводник, либо вновь поглощаются в нем.

Таким образом, в полупроводниках имеются быстрые процессы перевода излучения в тепло ($\varepsilon_{kin} \rightarrow$ тепло) и медленные процессы ($\varepsilon_{not} \rightarrow$ тепло).

Как было сказано выше, поглощение излучения свободными электронами проводимости в полупроводниках происходит при ($\hbar \omega > \varepsilon_g$), т.е. за краем полосы собственного поглощения. Как правило, оно незначительно, поскольку мала концентрация свободных носителей. Воздействие лазерного излучения на полупроводник приводит к появлению неравновесных свободных электронов, которые существуют пока идет процесс фотовозбуждения. Концентрация этих носителей может достигать 10¹⁹ см⁻³ и более.

Увеличение концентрации свободных электронов изменяет электрические и оптические характеристики полупроводников, в частности их отражательную способность. При поглощении излучения свободными носителями возможен «разогрев» первоначально малого количества электронов в зоне проводимости, что ведет к увеличению концентрации электронов в результате термической ионизации валентной зоны, т.е. может иметь место самоускоряющийся процесс разогрева вещества.

В этом случае полупроводник по своим оптическим свойствам приближается к металлам – его отражательная способность возрастает. Так, для германия она удваивается при плотности мощности $q \sim 10^7$ BT/cm², а коэффициент поглощения достигает значений $10^4 - 10^5$ см⁻¹. Одновременно изменяется частота электрон-ионной релаксации v_{ei} , приближаясь к аналогичной для металлов.

Поглощение светового излучения примесными центрами также зависит от соотношения энергии кванта $h\nu$ и «энергетического» расстояния между примесным уровнем и дном зоны проводимости или верхним краем валентной зоны. Поглощение этого вида обусловлено концентрацией примесных центров в веществе.

Максимум поглощения излучения решеткой лежит в далекой инфракрасной области (~10 – 100 мкм) и для лазерного излучения в видимой и ближней инфракрасной областях спектра большого интереса не представляет. Исключение составляют процессы воздействия непрерывного излучения мощных CO₂-лазеров на металлы в окислительной среде, приводящие к

образованию полупроводниковых слоев на поверхности металла. Для прозрачных полупроводников, у которых коэффициент поглощения мал, существенную роль в процессах поглощения излучения и последующего разрушения могут играть различные центры поглощения (скопления примесей, пузырьки газа, микротрещины и т.д.).

Рассмотрим пространственное распределение выделения тепла для различных механизмов поглощения.

Характерная глубина поглощения света ~ $\frac{1}{\alpha} = f(\hbar\omega - \varepsilon_g) \sim 10^{-5} \cdot 10^{-3}$ см. На

этих глубинах происходит генерация свободных носителей.

Выделение тепла ($\varepsilon_{pot} \rightarrow$ тепло) происходит на глубине порядка $l_D \sim \sqrt{D_{e,p} \tau_{pek}} \sim 10^{-4} \cdot 10^{-1}$ см (может быть и больше). На этих же глубинах происходит и переход в тепло энергии, поглощенной свободными носителями.

Перенос энергии от поверхностных слоев полупроводника к его объему осуществляется теплопроводностью. В начальной стадии процесса, когда концентрация свободных электронов в полупроводнике незначительна, преобладает решеточная теплопроводность. По мере роста концентрации n_e все большая часть энергии переносится электронами проводимости, и они вносят существенный вклад в суммарную теплопроводность. Перенос энергии в полупроводниках может также осуществляться с помощью рекомбинационного излучения.

3.3.1. Особенности собственного поглощения

Квантовомеханический анализ вероятности перехода электрона из состояния i в валентной зоне в состояние f в зоне проводимости показывает, что такие переходы возможны только тогда, когда выполняется правило отбора

 $\vec{k}_i + \vec{k} = \vec{k}_f. \tag{3.1}$

Так как волновые векторы электрона в начальном и конечном состояниях много больше волнового вектора фотона, правило отбора можно выразить как

 $\vec{k}_i \approx \vec{k}_f. \tag{3.2}$

Таким образом, в соответствии с законом сохранения импульса, разрешены, т.е. могут осуществляться только «вертикальные» переходы без изменения волнового вектора.

Поэтому следует рассматривать явление межзонного поглощения в полупроводниках в координатах энергия – импульс. Энергия перехода должна зависеть от волнового вектора электрона $\varepsilon_{ov} = f(k_e)$. Импульс электрона равен $p_e = \hbar k_e$, его энергия – $\varepsilon_e = \varepsilon_{pot} + \varepsilon_{kin}$. Принимая $\varepsilon_{pot} = 0$, энергию электрона можно представить как

$$\varepsilon_e = \varepsilon_{kin} = \frac{p_e^2}{2m_e} = \frac{\hbar^2 k_e^2}{2m_e},\tag{3.3}$$

а энергию дырки

$$\varepsilon_p = -\varepsilon_g - \frac{\hbar^2 k_e^2}{2m_p}.$$
(3.4)

Пусть *ħ*ω > ε_g. Очевидно, что при образовании пары электрон-дырка энергия кванта будет равна сумме энергий электрона и дырки

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k_e^2}{2} \left(\frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_p} \right)$$
(3.5)

Из выражения (3.5) следует, что в конкретном веществе, когда ε_g , m_e , m_p определены, квант света может быть поглощен только носителями с определенным значением волнового числа k_e . Коэффициент поглощения для прямых переходов можно определить через сумму вероятностей для всех состояний с определенным значением волнового числа

$$\alpha = \sum_{i} A_{i} \overline{\varpi}_{i} \widetilde{n}_{p} \widetilde{n}_{e}$$

 \tilde{n}_p и \tilde{n}_e - число состояний с определенным значением волнового числа для дырки и электрона, A_i - размерный коэффициент, ϖ_i - фермиевский коэффициент заполнения зон. Расчет показывает, что

$$\alpha = \left(2\frac{m_e m_p}{m_e + m_p}\right)^{3/2} \frac{q_e^2}{nc_0 \hbar^2 m_e} (\hbar \omega - \varepsilon_g)^{1/2}$$
(3.6)

 $m_{e,p}$ - эффективные массы электронов и дырок, q_e - заряд электрона, n - коэффициент преломления полупроводника.



Рис. 3.5. Схема запрещенной зоны в полупроводнике с прямыми переходами

Для большинства сред с прямозонными переходами для разрешенных прямозонных переходов для оценок можно применять выражение:

$$\alpha = (1-3) \cdot 10^4 (\hbar \omega - \varepsilon_g)^{1/2}$$
(3.7)

 α в см⁻¹, ($\hbar\omega - \varepsilon_g$) в электронвольтах.

Для прямозонных запрещенных (с точки зрения квантовой механики) переходов в выражении (3.7) следует степень заменить на 3/2.

В области энергий фотонов, не достаточных для вертикальных переходов, переходы электронов в зону проводимости все же осуществляются, благодаря тому, что правило отбора (3.2), которое должно строго соблюдаться в идеальном периодическом кристалле, снимается за счет взаимодействия электронов с фононами. Электрон оптически возбуждается из состояния *i* в *c'* и переходит из *c'* в *f* с одновременным испусканием или поглощением фонона. В результате волновой вектор электрона значительно изменяется и весь процесс в целом можно рассматривать как непрямой переход из *i* в *f* с поглощением фотона $\hbar \omega \approx E_g$. У германия и кремния переходы непрямые (рис. 3.6).

Фонон – частица, которая дает необходимое изменение импульса Δp_{ϕ} при непрямых переходах, причем возможно как поглощение, так и испускание фонона.

$$\varepsilon_c + \varepsilon_v = \hbar\omega - \varepsilon_g \pm \varepsilon_\phi \tag{3.8}$$

В этом случае:

$$\alpha_{\pm} = A \frac{\left(\hbar\omega - \varepsilon_g \pm \varepsilon_{\phi}\right)^2}{exp\left(\varepsilon_{\phi}/k_BT\right) - 1}$$
(3.9)

 $\theta = \frac{\varepsilon_{\phi}}{k_{B}} \sim 100 \div 300 \text{ K} - \phi$ актор распределения Бозе-Эйнштейна для фононов, k_{B} -

постоянная Больцмана. Так, например, при поглощении излучения неодимового лазера кремнием: $\varepsilon_g = 1,09$ эВ, $\hbar \omega = 1,17$ эВ, $\varepsilon_{\phi} = 0,05$ эВ.



Рис. 3.6. Схема перехода электрона при непрямых переходах в кристалле германия; *v* – валентная зона; с – зона проводимости. Сложная структура валентной зоны не показана

При больших температурах T, разлагая экспоненту в ряд, получим, что поглощение пропорционально температуре ($\alpha_{\pm} \approx T$).

Для полупроводника существенно, что для межзонных переходов $n^2 >> k_p^2$ (то есть $Re\varepsilon > 0$). Действительно, поскольку $k_p = \frac{\alpha\lambda}{4\pi}$, то, оценивая

максимальное значение, получим $k_{p max} \sim \frac{10^5 \cdot 10^{-4}}{4\pi} \sim 1$, а показатель преломления *n* в этом случае равен 3 - 4, то есть $n^2 >> k_p^2$.

Как следует из сказанного, коллективные эффекты здесь не сказываются, то есть поглощение и преломление света могут рассчитываться порознь (свет преломляется, идет внутрь полупроводника и «изредка» поглощается).

3.3.2. Внутризонное поглощение

Для межзонного поглощения мы считали $k_p << n$, поэтому им можно было пренебречь. При анализе внутризонного поглощения так поступать нельзя.

Будем считать, что имеется концентрация свободных электронов n_e . Поэтому существует плазменная частота, отвечающая этой концентрации

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi n_e q_e^2}{m_e}$$

Комплексную диэлектрическую проницаемость полупроводника определим традиционно

$$\widetilde{\varepsilon} = \varepsilon' + i\varepsilon'' = (n + ik_p)^2.$$

$$\varepsilon' = n_0^2 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma_d^2},$$
(3.10)

 n_0 - показатель преломления полупроводника, определяемый взаимодействием со связанными электронами, $\omega_p^2 / (\omega^2 + \gamma_d^2)$ описывает взаимодействие со свободными электронами.

$$\varepsilon'' = \frac{\omega_0^2 \gamma_d}{\omega(\omega^2 + \gamma_d^2)}$$
(3.11)

Из (3.10), (3.11) следует, что и показатель преломления и показатель поглощения зависят от концентрации электронов n_e : $n = f_1(n_e)$, $k_p = f_2(n_e) -$ существует зависимость поглощательной способности от n_e .

$$A = \frac{4n}{\left(n+1\right)^2 + k_p^2}$$

Показатель поглощения k_p можно не учитывать в силу малости, $A \sim 0,4-0,7$ (в ИК и видимой области).

Сначала рост n_e вплоть до n_{e1} вызывает уменьшение показателя преломления, который приближается к 1 (просветление полупроводника).

$$n_{e1} = \frac{\left(n_0^2 - 1\right)}{4\pi q_e^2} m_e \omega^2 \tag{3.12}$$

$$A_{max} = 1 - \frac{\gamma_d^2}{16\omega^2} (n_0^2 - 1)^2$$
(3.13)

При дальнейшем облучении просветление сменяется металлизацией: плазменная частота превышает световую $\omega_p > \omega$, ε становится отрицательной ($\varepsilon < 0$), свет будет отражаться. Для неодимового лазера $\omega \approx 2 \cdot 10^{15}$ с⁻¹, $n_0 \approx 3$, $n_{e1} \approx 10^{21}$ см⁻³, почти как у металла:

$$n_{e2} = \frac{\left(n_0^2 + 1\right)}{4\pi q_e^2} m_e \left(\omega^2 + \gamma_d^2\right)$$
(3.14)

При $A \rightarrow 0$ ($A \ll 1$) $n_{e2} \approx 10^{22}$ см⁻³ (как металл).

Для динамической металлизации удобно пользоваться двумя лазерами – один (излучение с большой частотой) металлизирует полупроводник, другой (с малой частотой излучения) – отражается.

3.4. Кинетика фотовозбуждения полупроводников лазерным излучением

При анализе процессов фотовозбуждения полупроводников следует лазерного облучения случае для большинства учитывать, что В полупроводниковых материалов предположение об отсутствии (условие нейтральности) пространственного заряда является хорошим приближением во всем объеме материала. Это позволяет допустить равенство концентраций электронов и дырок и игнорировать уравнение Пуассона (последнее может оказаться грубым приближением в случае высокоомных материалов, когда происходит заметное разделение зарядов, что приводит к образованию диффузионной фото-эдс).

В случае высокоомных полупроводниковых материалов можно $l_{2} = \sqrt{D_{n}\varepsilon/\sigma},$ экранирования определить дебаевскую длину которая характеризует диффузионное смещение дырок с коэффициентом диффузии D_n за время, приблизительно равное ε/σ , т.е. равное характерному времени перераспределения зарядов в материале, рассматриваемом как диэлектрик с некоторой проводимостью σ (принимается, что время релаксации максвелловское). Для собственного *InSb*, например, в статическом режиме это время порядка 10^{-14} с, что дает дебаевскую длину экранирования $l_{2} = 50 \cdot 10^{-10}$ м.

Рассмотрим модельную ситуацию (см. рис. 3.7). Свет падает на поверхность полупроводника, частично отражается, частично поглощается. Основные характеристики процесса таковы: l_{α} - характерный масштаб затухания света в полупроводнике, $J_{ph} = q/\hbar\omega$ - плотность потока поглощенных фотонов.

На каждый акт поглощения генерируются носители. Концентрацию электронов и дырок считаем одинаковой (n_f) . Скорость генерации носителей можно определить как

$$\frac{\partial n_f(x)}{\partial t} = \alpha(\hbar\omega, n_f) \cdot J_{ph}(x)$$



Рис. 3.7. Схема поглощения света в полупроводнике.

Одновременно идут процессы рекомбинации, за счет которых концентрация носителей уменьшается:

$$\frac{\partial n_f}{\partial t} = -\beta_1 n_f - \beta_2 n_f^2 - \beta_3 n_f^3.$$

Этот член описывает убыль (потери) – поглощение носителей на различных центрах рекомбинации, β_1 - параметр (величина обратная времени жизни носителей) при безызлучательной рекомбинации, β_2 - параметр излучательной рекомбинации электрона и дырки, участвуют две частицы, поэтому скорость рекомбинации пропорциональна n_f^2 (энергия передается фотону), β_3 – величина обратная времени жизни при ударной (Оже) рекомбинации.

Характерные значения параметров: $\beta_1 = 10 - 10^9$ c⁻¹, $n_f < 10^{17}$ см⁻³, $\beta_2 = 10^{-15} - 10^{-20}$ см³c⁻¹, $n_f < 10^{19} - 10^{20}$ см⁻³, $\beta_3 = 10^{-27} - 10^{-33}$ см⁶c⁻¹, $n_f < 10^{21}$ см⁻³.

Кроме того, концентрация носителей в области поглощения уменьшается за счет диффузии. Диффузионный поток пропорционален градиенту концентрации $\vec{j}_D = -D_f \ grad n$. В одномерном случае $j_{Dx} = D_f \ \partial n / \partial x$. Коэффициент диффузии с учетом того, что диффундируют заряженные частицы и кулоновские силы препятствуют диффузии, можно связать с концентрацией носителей

$$D_f = \frac{D_p D_e \left(n_e + n_p\right)}{D_e n_e + D_p n_p}$$

При одинаковой концентрации электронов и дырок ($n_e = n_p = n_f$).

$$D_f = \frac{2D_p D_e}{D_e + D_p} \tag{3.15}$$

Изменение концентрации носителей за счет диффузии описывает уравнение диффузии, которое при постоянном коэффициенте диффузии имеет вид

$$\frac{\partial n_f}{\partial t} = -\frac{\partial j_D}{\partial x} = D_f \frac{\partial^2 n_f}{\partial x^2}.$$

57

С учетом всего сказанного, уравнение баланса носителей примет вид.

$$\frac{\partial n_f}{\partial t} = \alpha J_{ph} + D_f \frac{\partial^2 n_f}{\partial x^2} - \beta_1 n_f - \beta_2 n_f^2 - \beta_3 n_f^3$$
(3.16)

$$\frac{\partial J_{ph}}{\partial x} = -\alpha J_{ph}, \qquad (3.17)$$

причем коэффициент поглощения зависит от концентрации носителей $\alpha = f(n_f)$.

Если учитывать эту зависимость, то мы столкнемся с большими трудностями. Поэтому будем считать: $\alpha = const$, $J_{ph}(x) = J_{ph0} exp(-\alpha x)$. Тогда получим уравнение баланса носителей в виде:

$$\frac{\partial n_f}{\partial t} = \alpha J_{ph0} e^{-\alpha x} + D_f \frac{\partial^2 n_f}{\partial x^2} - \beta_1 n_f - \beta_2 n_f^2 - \beta_3 n_f^3.$$
(3.18)

Считаем, что до начала лазерного воздействия свободных носителей нет, поэтому начальное условие - $n_f(t=0)=0$. На облучаемой поверхности нет обмена носителями: первое граничное условие:

$$\frac{\partial n_f(0)}{\partial x} = 0$$

и $n_f(\infty,t) = 0$ – концентрация носителей вдали от поверхности не меняется.

Проанализируем уравнение (3.18). Первый член уравнения (3.18) $(\alpha J_{ph0}e^{-\alpha x})$ описывает накачку неравновесных свободных электронов. Через некоторое время после включения источника в полупроводнике должно установиться стационарное распределение концентрации свободных электронов N_e , поскольку накачка компенсируется потерями, которые увеличиваются при росте концентрации носителей. Это время можно оценить как

$$t_{st} \sim \frac{N_e}{\alpha J}.\tag{3.19}$$

То есть, через время порядка *t*_{st} распределение носителей в полупроводнике становится стационарным (см. рис. 3.8). Это означает, что

$$\frac{\partial n_f}{\partial t} \to 0, a \ n_f \to N_e(x).$$
Из (3.19) получим:
$$D_f \frac{d^2 N_e}{dx^2} = -\alpha J_{ph0} e^{-\alpha x} + \beta_1 N_e + \beta_2 N_e^2 + \beta_3 N_e^3$$
(3.20)

Рассмотрим конкретные случаи решения уравнения (3.20) (рис. 3.9).



Рис. 3.8. Зависимость концентрации неравновесных носителей от времени. $N_e = N_e (J_{ph})$, чем больше J_{ph} тем больше N_e .



Рис. 3.9. Типичный вид решения уравнения (3.20).

1) Преобладающий вклад в установление распределения вносят диффузия и линейная рекомбинация ($\beta_2 = 0$, $\beta_3 = 0$). В этом случае для концентрации носителей на поверхности (N_{e0}) возможно точное решение:

$$N_{e0} = \frac{\alpha \tau_1 J_{ph}}{1 + \alpha \sqrt{D_f \tau_{rc1}}},$$
(3.21)

 $\tau_{rc1} = 1/\beta_1$ - время жизни носителей,

$$l_f = \frac{1}{\alpha} + \sqrt{D_f \tau_1} \,. \tag{3.22}$$

2) При малых длительностях импульса (<1 нс) и потоках $q_0 = 10^8 \cdot 10^{10}$ Вт/см² ($J_{ph} \sim 10^{30}$ см⁻²с⁻¹), при преобладающей Оже-рекомбинации, влиянием диффузии на распределение носителей можно пренебречь

$$D_{f} \frac{d^{2} N_{e}}{dx^{2}} = -\alpha J_{ph} e^{-\alpha x} + \beta_{3} N_{e}^{3}.$$

Это уравнение аналитически не решается. В качестве приближения можно использовать случай поверхностного поглощения света:

$$D_f \frac{d^2 N_e}{dx^2} = \beta_3 N_e^3.$$
(3.23)

Тогда условие на границе примет вид

$$-D_f \frac{dN_e(0)}{dx} = J_{ph}.$$

У такой задачи есть аналитическое решение

$$N_{e}(x) = \sqrt{\frac{2D_{f}}{\beta_{3}}} \frac{1}{x + \sqrt{\frac{D_{f}\sqrt{2D_{f}}}{J_{ph}\sqrt{\beta_{3}}}}}$$
(3.24)

Согласно этому решению профиль концентрации гиперболический. Стационарная концентрация носителей на поверхности равна

$$N_{e0} = \left(\frac{J_{ph}\sqrt{2}}{\sqrt{\beta_3 D_f}}\right)^{1/2}$$
(3.25)

Теоретически концентрация на поверхности может достигать значений $N_{e0} \sim 10^{22}$ см⁻³ на оптических частотах при $J_{ph} \sim 10^{30}$ см⁻³с⁻¹. Для неодимового лазера это выполняется при $q \sim 10^{11}$ Вт/см². То есть для металлизации нужны очень большие мощности. Время установления стационарного распределения достаточно мало

$$t_{st} = \frac{N_{e^0}}{\alpha J_{ph}} = \frac{10^{22}}{10^5 10^{30}} \sim 10^{-13} \,\mathrm{c}.$$

При воздействии наносекундного импульса полупроводник уже не удается металлизировать. Неравновесная концентрация носителей после выключения лазера рассасывается очень быстро (за несколько наносекунд).

3.5. Насыщение межзонного поглощения

Насыщение примесного поглощения – эффект Бурштейна-Мосса - известно с долазерных времен. Появление лазерного излучения позволило наблюдать эффект насыщения в области собственного поглощения.

В тех случаях, когда энергия кванта незначительно превышает ширину запрещенной зоны ($\hbar \omega \ge \varepsilon_g$), энергетические уровни в зоне проводимости и валентной зоне полупроводника, вовлекаемые в процесс генерации свободных носителей, насыщаются, что приводит к просветлению полупроводника.

Такой процесс происходит, например, при облучении кремния ($\varepsilon_g = 1,09$ эВ) излучением лазера на стекле с неодимом ($\hbar\omega = 1,17$ эВ).

При этом для непрямых переходов (см. рис. 3.10) в процессе поглощения должен участвовать фонон, поэтому энергия кванта, необходимая для перехода равна $\varepsilon_A = \hbar \omega - \varepsilon_{\phi}$, $\varepsilon_A - \varepsilon_g \approx 0.04$ эВ. Чем эта разница меньше, тем меньше число уровней, участвующих в процессе поглощения.



Рис. 3.10. Схема энергетических зон кремния.

Коэффициент поглощения можно представить в виде

$$\alpha \approx \alpha_0 \left(1 - \frac{N_f}{N_{f0}} \right). \tag{3.26}$$

 α_0 - начальный коэффициент поглощения, N_{f0} - предельное значение концентрации неравновесных носителей. N_{f0} можно найти из решения квантовомеханической задачи о заполнении разрешенных уровней.

$$N_{f0} = \frac{8\pi}{3} \left[\frac{8\pi^2 m_e m_v (\hbar \omega - \varepsilon_g - \varepsilon_{\phi})}{\hbar (m_e + m_v)} \right]^{1/2}$$
(3.27)

Выражение (3.27) верно при условии $T << \theta_D$ (θ_D - температура Дебая, $N_{f0} \sim 3.10^{19} \text{ см}^{-3}$).

Проанализируем модельную ситуацию (рис. 3.11): как будут меняться оптические свойства вещества, у которого происходит насыщение поглощения по закону (3.26).

Изменение концентрации неравновесных носителей в слое *dx* можно описать уравнением:

$$\frac{\partial n_f}{\partial t} = \alpha(n_f) J_{ph}(x) - \beta_i n_f^i$$
(3.28)

Неравновесные носители возникают при поглощении квантов света, а исчезают за счет процессов рекомбинации. Для поглощенного потока фотонов справедлив дифференциальный закон Бугера.



Рис. 3.11. Схема поглощения фотонов в полупроводнике с насыщением.

$$\frac{\partial J_{ph}}{\partial x} = -\alpha(n_f) J_{ph}(x)$$
(3.29)

Введем обозначение для потока фотонов, падающего на поверхность полупроводника $J_{ph}(x=0) = J_{ph0}A = J_{phS}(t)$ ($J_{phS}(t)$ считаем заданным).

Если рекомбинация в (3.28) несущественна, что бывает при коротких временах воздействия ($\tau_i \ll \tau_{rc}$), то вещество просветляется в зоне воздействия излучения так, что по веществу распространяется волна просветления. Скорость такой волны

$$\upsilon_{ph} = \frac{J_{phS}}{N_{f0}}.$$
(3.30)

Так, например, при $N_{f0} \sim 10^{19}$ см⁻³, $J_{phs} \sim 10^{23}$ см⁻²с⁻¹, $\upsilon \sim 10^4$ см/с. При больших скоростях движения волны просветления следует применять более точное выражение:

$$\upsilon_{ph} = \frac{J_{phS}}{N_{f0} \left(1 + \frac{J_{phS}}{N_{f0} c_0} \right)}$$
(3.31)

Скорость υ_{ph} может расти до скорости света в полупроводнике.

Если рассматривать задачу в движущейся системе координат, связанной с границей просветления, то, вводя замену переменных $x = v_{ph}t + \xi/\alpha_0$, для распределения концентрации носителей и потока фононов получим:

$$n_{f}(\xi) = \frac{N_{f0}}{e^{\xi} + 1}$$

$$J_{ph}(\xi) = \frac{J_{phs}}{e^{\xi} + 1}$$

$$\alpha = \alpha_{0} \left(1 - \frac{n_{f}}{N_{f0}}\right)$$
(3.32)

Таким образом, в системе без потерь в веществе идет волна просветления, скорость которой определяется величинами J_{phS} и N_{f0} . Если рекомбинация играет существенную роль, то со временем концентрация свободных носителей стремиться к постоянному значению меньшему N_{f0} . Это приведет к тому, что распределение интенсивности света в веществе будет отличаться от бугеровского. Поэтому, если в веществе устанавливается равновесное значение концентрации $N_f(x)$, а поглощение определяется функцией $\alpha(N_f)$, то закон изменения интенсивности света в веществе будет иметь вид:

$$\frac{dJ_{ph}}{dx} = -\alpha \left[N_f(x) \right] J_{ph}$$
(3.33)

Уравнение (3.33) имеет аналитическое решение. Используя (3.26) перепишем (3.33) в виде

$$\frac{dJ_{ph}}{dx} = -\alpha_0 \left(1 - \frac{N_f(x)}{N_{f0}}\right) J_{ph}$$

Разделяя переменные и интегрируя от x = 0 до x, получим

$$ln\frac{J_{ph0}}{J_{ph}} + \frac{\alpha_0 \tau_{rc}}{N_{f0}} (J_{ph0} - J_{ph}) = \alpha_0 x.$$

При выводе последнего уравнения учтено, что $\int_{0}^{x} N_{f}(x) dx = \tau_{rc} (J_{ph0} - J_{ph}),$

поскольку равновесное распределение концентрации носителей без учета диффузии носителей определяется только световым потоком и временем жизни носителей τ_r .

В результате, при $J_{ph} \ll J_{ph0}$, получим распределение интенсивности светового потока по глубине

$$J_{ph}(x) = J_{ph0} \exp\left(\frac{\alpha_0 \tau_{rc}}{N_{f0}} J_{ph0} - \alpha_0 x\right)$$

Эффект насыщения может иметь место и в случае многофотонных переходов между уровнями, однако требуемая для этого интенсивность лазерного излучения должна быть существенно выше.

Следует отметить, что ширина запрещенной зоны полупроводников зависит от температуры (см. рис. 3.12). Эту зависимость связывают, в первую очередь, с температурным изменением размеров элементарной ячейки кристалла.



Рис. 3.12. Зависимость «оптической» ширины запрещенной полосы германия от температуры

В завершении раздела отметим, что по характеру восприимчивости лазерного излучения полупроводники занимают промежуточное положение между металлами и прозрачными материалами. Поэтому, как было обсуждено выше, в результате поглощения лазерного излучения полупроводниками образуются электронно-дырочные пары, которые, рекомбинируя, передают энергию излучения кристаллической решетке. В конечном счете, с ростом

мощности лазерного излучения повреждение будет происходить в результате нагрева. Такой процесс повреждения характерен, например, для слабо легированного кремния. В то же время повреждения в сильно легированном кремнии весьма сходны с повреждениями в металлах.

Эксперименты показали, что при воздействии лазерного излучения на германий, кремний, арсенид галлия, антимонид галлия, антимонид индия и селенид кадмия характер повреждений зависит от плотности энергии излучения, характеристик полупроводника (например, электропроводность, кристаллографическая ориентация) и состояния его поверхности. При $Дж/см^2$ плотностях 5 20 (рубиновый лазер) возникают энергии незначительные изменения поверхности, при 20 – 30 Дж/см² – трещины, при 30 Дж/см² и более – глубокие кратеры.

Качество обработки поверхности полупроводника оказывает большое влияние на порог повреждений в материале. Травление полупроводникового кристалла увеличивает порог относительно грубо отшлифованных кристаллов более чем в три раза, а для поверхностей изготовленных скалыванием или химической шлифовкой – на 10 – 15%. Поверхностные царапины, как правило, на пороги повреждения оказывают незначительное влияние, хотя повреждения в области царапин более заметны.

Контрольные вопросы к разделу 3

1. Что такое запрещенная зона?

2. Назовите основные механизмы поглощения света в полупроводниках.

3. Что такое внутренний фотоэффект?

4. Какой тип рекомбинации обеспечивает переход энергии возбужденного носителя в тепловую?

5. Почему полупроводник при воздействии лазерного излучения по своим оптическим свойствам приближается к металлам?

6. Почему в реальных полупроводниках с прямыми переходами возможно изменение волнового вектора электрона при возбуждении?

7. Какая разница между прямыми и непрямыми переходами?

8. Чем обусловлен эффект насыщения в области собственного поглощения полупроводника?

9. Как ширина запрещенной зоны полупроводника зависит от температуры?

4. Влияние интенсивности излучения на оптические свойства вещества. Нелинейная оптика

Во всех описанных ранее процессах взаимодействия электромагнитных волн с веществом в рамках классической электродинамики мы молчаливо полагали, что поляризуемость материала линейно зависит от напряженности электрического поля \vec{E}

$$\overline{\mathbf{P}}(t) = \varepsilon_0 \chi(\omega) \vec{E}(t), \qquad (4.1)$$

где $\chi(\omega)$ — диэлектрическая восприимчивость среды, которая в первом приближении не зависит от $\vec{E}(t)$ и, в случае однородного и изотропного материала, является скалярной величиной. Восприимчивость определяет отклик вещества на внешнее возбуждение.

Оценим величину $\vec{E}(t) = \vec{E}_a \exp(-i\omega t)$, при которой условие (4.1) является справедливым. Напряженность внутриатомного электрического поля можно оценить по формуле

$$E_{am} = \frac{q_e}{a_0^2},$$
 (4.2)

где q_e — заряд электрона, a_0 — размер атома. Полагая $q_e = 4,8 \times 10^{-10}$ СГСЭ, $a_0 = 0,5 \times 10^{-8}$ см (боровский радиус), получим

$$E_{am} = 2 \times 10^7 \text{ CFC9.} \tag{4.3}$$

В сравнении с полем E_{am} и устанавливается предел (см. рис.4.1), ниже которого справедливо условие (4.1).

$$\mathbf{E}_a << E_{am},\tag{4.4}$$

где Е_{*a*} — абсолютная величина амплитуды электрического поля электромагнитной волны.



Рис. 4.1. Характер потенциального поля электронов в атоме.

В случае выполнения условия (4.4) осциллятор - центр атома оптический электрон является гармоническим, т.е. характер оптических явлений не зависит ОТ интенсивности света, а при прохождении волны через среду частота электромагнитной волны не изменяется. Подчеркнем, что условие (4.4) является жестким, т.е. подразумевается, что Е пренебрежимо мало по сравнению с E_{am} . Этому условию удовлетворяют практически все источники световых волн до лазерной эпохи. В случае лазерного излучения картина качественно изменяется. Малая расходимость, монохроматичность и когерентность лазерного излучения позволяют за счет фокусировки получать экстремально высокие интенсивности. Например, стандартный лазер, излучающий в видимом диапазоне энергию ≈1 Дж при длительности импульса $\tau_{\pi} = 10$ нс, позволяет получить площадь пятна фокусировки $\approx 10^2$ мкм². В таких условиях интенсивняюсть сфокусированного излучения $q = I0^{10}$ BT/м², что соответствует напряженности поля $E = 5 \cdot 10^7$ СГСЭ, то есть условие (4.4) заведомо не выполнется. Характер взаимодействия интенсивного излучения с веществом становится нелинейным (по напряженности внешнего поля Е) и многофотонным (по числу фотонов, поглощаемых в элементарном акте взаимодействия). Следует особенно подчеркнуть, что нелинейные явления в сильных электромагнитных полях возникают не в результате нарушения принципа суперпозиции для электромагнитного поля, а в результате влияния электромагнитного поля на поляризованность среды.

4.1. Основные эффекты нелинейной оптики.

В современной оптике видное место занимают явления, связанные с нелинейностью отклика вещества на световое поле. Это такие явления как двухфотонное или многофотонное поглощение света, оптический пробой среды, вынужденное рассеяние света, самофокусировка световых пучков, самомодуляция импульсов, удвоение или утроение частоты света и тому подобные.

При всем многообразии нелинейно-оптических явлений можно выделить некоторые общие черты, присущие каждому из них. Во-первых, это сильная зависимость от интенсивности света. Как правило, нелинейно-оптический эффект становится заметным лишь при достаточно большой интенсивности света. Не случайно поэтому, что нелинейная оптика появилась лишь после создания лазера. Нелинейная оптика — это оптика сильных световых полей, оптика мощного лазерного излучения. Во-вторых, в нелинейно-оптических процессах возникают новые спектральные компоненты поля, различные световые волны взаимодействуют между собой, происходит энергообмен между ними вплоть до полного преобразования одной волны в другую. Поэтому для нелинейных эффектов невозможно применение принципа суперпозиции. Принцип суперпозиции состоит в том, что различные световые волны, отличающиеся частотой, направлением распространения, поляризацией, распространяются и взаимодействуют со средой независимо друг от друга. Среди многообразия процессов, обусловленных нелинейной восприимчивостью среды, мы рассмотрим только те, которые могут играть существенную роль при воздействии лазерного излучения на вещество, имея в виду, изменение свойств материала.

4.2. Материальное уравнение нелинейной среды.

Теория нелинейно-оптических явлений строится на основе материальных уравнений и уравнений Максвелла. Уравнения Максвелла для диэлектрической нейтральной немагнитной среды имеют вид

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \ \operatorname{rot} \vec{H} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \ \operatorname{div} \vec{D} = 0, \ \operatorname{div} \vec{H} = 0,$$

где

 $\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P} \,.$

Из уравнений Максвелла вытекает волновое уравнение, связывающее напряженность электрического поля световой волны \vec{E} и поляризацию среды \vec{P} , которое в случае изотропной среды принимает вид

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}.$$
(4.5)

Уравнение (4.5) справедливо в равной мере, как для линейных, так и для нелинейных сред. Согласно этому уравнению, поляризация среды есть источник светового поля. Поляризация среды, в свою очередь, возникает под действием падающей световой волны. Наведение поляризации световым полем описывается материальным уравнением

$$\vec{P} = \vec{P}(\vec{E}),$$

которое отражает структуру и свойства среды.

Обычно материальное уравнение нелинейной среды, выделяя в поляризации среды линейную и нелинейные компоненты, записывают в виде

 $P = \chi E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3.$ (4.6)

Материальное уравнение вида (4.6) описывает изотропную нелинейную среду с безынерционным локальным откликом на световое поле. Заметим, что относительная величина нелинейных слагаемых в (4.6) возрастает с увеличением напряженности светового поля, т. е. с увеличением интенсивности световой волны. Это объясняет тот факт, что нелинейные эффекты наблюдаются, прежде всего, в сильных световых полях.

Коэффициенты $\chi, \chi^{(2)}, \chi^{(3)}$... зависят от свойств среды и называются оптическими восприимчивостями. В частности, χ — линейная оптическая восприимчивость, $\chi^{(2)}$ — нелинейная восприимчивость второго порядка, $\chi^{(3)}$ — нелинейная восприимчивость третьего порядка и т. д.

Нелинейная поляризация среды является источником новых спектральных компонент поля (оптических гармоник, комбинационных частот и т. п.).

Для определения связи оптических свойств вещества с интенсивностью излучения используем модель Лоренца. Вычислим нелинейную поляризацию и нелинейную восприимчивость среды, рассматривая среду как ансамбль нелинейных осцилляторов.

Поляризация среды *P_d* определяется в этом случае как дипольный момент единицы ее объема. Считая среду однородной, запишем

$$P_d = n_a p_{da},\tag{4.7}$$

где *n_a* — число атомов в единице объема

$$p_{da} = q_e x, \tag{4.8}$$

 p_{da} — дипольный момент элементарного осциллятора (атома), q_e — заряд электрона, x — смещение электрона относительно положения равновесия.

Таким образом, для вычисления поляризации среды необходимо провести анализ движения нелинейного осциллятора.

4.3. Нелинейный осциллятор

Используя второй закон Ньютона, уравнение движения осциллятора запишем в виде

$$m_e \ddot{x} = F_k + F_m + q_e E \,. \tag{4.9}$$

Здесь *х* — смещение центра электронного облака относительно атомного ядра (рис. 4.2), *E* — напряженность электрического поля световой волны, F_m - тормозящая сила, которую можно представить в виде типичном для осциллятора с потерями $F_m = -\beta \dot{x}$, F_k — возвращающая сила, обусловленная притяжением электрона к ядру и связанная с потенциальной энергией U(x) электрона в поле ядра соотношением

$$F_k = -\frac{\partial U}{\partial x} \tag{4.10}$$



Рис. 4.2. Классическая модель атома

Будем отсчитывать координату x и энергию U относительно значений, соответствующих положению равновесия осциллятора. Тогда для точки равновесия имеем: x = 0, U = 0. Производная $\partial U(0)/\partial x = 0$ поскольку в положении равновесия осциллятора его потенциальная энергия имеет экстремум (минимум).

В окрестности положения равновесия электрона (x=0) потенциальную энергию U(x) можно представить в виде разложения по степеням x:

$$U(x) = \frac{x^2}{2!} \frac{\partial^2 U(0)}{\partial x^2} + \frac{x^3}{3!} \frac{\partial^3 U(0)}{\partial x^3} + \frac{x^4}{4!} \frac{\partial^4 U(0)}{\partial x^4} + \dots$$
(4.11)

или

$$U(x) = ax^{2} + bx^{3} + cx^{4} + \dots$$
(4.12)

В случае малых колебаний можно ограничиться в разложении (4.12) членом, квадратичным по *x*:

$$U(x) = ax^2. 4.13$$

Это приближение соответствует гармоническому осциллятору и линейному уравнению колебаний

$$\ddot{x} + \gamma_d \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{q_e}{m_e} E, \qquad (4.14)$$

где ω_0 — собственная частота малых колебаний осциллятора. Если же амплитуда колебаний становится большой, то в (4.12) необходимо учитывать слагаемые, пропорциональные x^3 , x^4 и т. д. При этом уравнение колебаний (4.9) становится нелинейным и движение осциллятора приобретает новые качественные особенности. Из уравнения (4.9) видно, что проявления нелинейных эффектов следует ожидать, прежде всего, в сильных световых полях.

Конкретный вид нелинейности определяется типом осциллятора. Если функция U(x) является четной, т. е. система обладает центром симметрии, то в низшем нелинейном приближении имеем

$$U(x) = ax^2 + cx^4, (4.15)$$

уравнение колебаний содержит кубичную нелинейность:

$$\ddot{x} + \gamma_d \dot{x} + \omega_0^2 x - \beta_{_H} x^3 = \frac{q_e}{m_e} E.$$
(4.16)

Для систем без центра симметрии учет первой нелинейной поправки дает $U(x) = ax^2 + bx^3$ (4.17)

и, соответственно, квадратично-нелинейное уравнение колебаний

$$\ddot{x} + \gamma_d \dot{x} + \omega_0^2 x + \gamma_{\scriptscriptstyle H} x^2 = \frac{q_e}{m_e} E.$$
(4.18)

В уравнениях (4.16), (4.18) β_{μ} и γ_{μ} — параметры нелинейности.

Квадратичная нелинейность характерна для анизотропных кристаллов. Кубической оптической нелинейностью обладают изотропные среды (газы, жидкости, стекла),

Зависимости потенциальной энергии гармонического осциллятора, симметричного нелинейного осциллятора и ассиметричного осциллятора от *x* показаны на рис. 4.3.

Здесь мы сталкиваемся с типичной для нелинейной оптики ситуацией, когда уравнение, описывающее нелинейный эффект, не имеет точного решения или это решение настолько сложно, что практически им трудно воспользоваться. В этих условиях приходится прибегать к различным приближенным методам, причем выбор конкретного метода для каждой задачи, вообще говоря, индивидуален.



Рис. 4.3. Потенциальная энергия осцилляторов гармонического (а), симметричного нелинейного (б), асимметричного (в). На рис б, в пунктиром показана энергия в параболическом (гармоническом) приближении

4.4 Метод возмущений

Одним из наиболее универсальных методов анализа нелинейных систем является метод возмущений. Основная идея этого метода состоит в том, что сначала описывают движение системы в линейном приближении, а затем рассматривают нелинейный эффект как малую поправку.

4.4.1. Осцилятор с квадратичной нелинейностью

Уравнение колебаний осцилятора с квадратичной нелинейностью (см. (4.18)) имеет вид:

$$\ddot{x} + \gamma_d \dot{x} + \omega_0^2 x + \gamma_{\scriptscriptstyle H} x^2 = \frac{q_e}{m_e} E \tag{4.19}$$

Предположим, что амплитуда колебаний осциллятора настолько мала, что в любой момент времени нелинейный член много меньше линейных слагаемых, в частности

$$|\gamma_{\mu}x^{2}| << |\omega_{0}^{2}x|$$
 или $|\gamma_{\mu}x| << \omega_{0}^{2}$ (4.20)

Тогда решение уравнения (4.19) можно представить как

$$x = x_{n} + x_{n}, (4.21)$$

где *x_n* — решение линейного уравнения (см. (1.37))

$$\widetilde{x}_{n} = \frac{e}{m_{e}} \frac{1}{\omega_{0}^{2} - \omega^{2} + i\omega\gamma_{d}} E_{a}$$
(4.22)

ИЛИ

$$\widetilde{x}_{n} = \alpha_{n}(\omega)E_{a}, \qquad (4.23)$$

где введена величина

$$\alpha_{n}(\omega) = \frac{q_{e}}{m_{e}} \frac{1}{\omega_{0}^{2} - \omega^{2} + i\omega\gamma_{d}}, \qquad (4.24)$$

которая называется линейной поляризуемостью атома.

Расчет нелинейной поправки

Подставив (4.21) в (4.19), получим уравнение

$$\ddot{x}_{n} + \ddot{x}_{nn} + \gamma_{d}\dot{x}_{n} + \gamma_{d}\dot{x}_{nn} + \omega_{0}^{2}x_{n} + \omega_{0}^{2}x_{nn} + \gamma_{H}(x_{n}^{2} + x_{nn}^{2} + 2x_{n}x_{nn}) = \frac{q_{e}}{m_{e}}E.$$
(4.25)

Поскольку x_n есть решение уравнения (4.19), то часть членов в уравнении (4.25) сокращается и оно приобретает вид

$$\ddot{x}_{\mu\nu} + \gamma_d \dot{x}_{\mu\nu} + \omega_0^2 x_{\mu\nu} + \gamma_\mu (x_{\mu}^2 + x_{\mu\nu}^2 + 2x_{\mu\nu} x_{\mu\nu}) = 0.$$
(4.26)

$$x_{_{\pi}}^2 + x_{_{H\pi}}^2 \approx x_{_{\pi}}^2,$$
 (4.27)

а принимая во внимание $|\gamma_{\mu}x^{2}| \ll |\omega_{0}^{2}x|$

$$\omega_0^2 x_{\mu \pi} + 2\gamma_{\mu} x_{\pi} x_{\mu \pi} = (\omega_0^2 + 2\gamma_{\mu} x_{\pi}) x_{\mu \pi} \approx \omega_0^2 x_{\mu \pi}.$$
(4.28)

В итоге получаем уравнение

$$\ddot{x}_{\mu\eta} + \gamma_d \dot{x}_{\mu\eta} + \omega_0^2 x_{\mu\eta} = -\gamma_\mu x_\eta^2.$$
(4.29)

Таким образом, мы провели линеаризацию исходного нелинейного уравнения (4.19) по малому параметру $x_{\mu n}$.

Уравнение (4.29) представляет собой линейное уравнение вынужденных колебаний, в котором роль вынуждающей силы играет член $\gamma_{_{H}}x_{_{n}}^{2}$, определяемый решением уравнения движения электрона в линейном приближении. Найдем решение уравнения (4.29).

Согласно (4.23)

$$x_{\pi}^{2} = \tilde{x}_{\pi}^{2} e^{i(2\omega t - 2\bar{k}\bar{r})} + \left|\tilde{x}_{\pi}\right|^{2}, \tag{4.30}$$

то есть, вынуждающая сила содержит постоянную составляющую и переменную компоненту, осциллирующую на частоте второй гармоники 2ω . В силу линейности уравнения (4.29), такую же структуру будет иметь и величина $x_{\mu\mu}$. Поэтому ищем решение в виде

$$x_{\mu\pi}(t) = x_2 e^{i(2\omega t - 2k\bar{r})} + x_0.$$
(4.31)

Подставив (4.30), (4.31) в (4.29), получим уравнение

$$(\omega_{0}^{2} - 4\omega^{2} + 2i\omega\gamma_{d})x_{2}e^{i(2\omega t - 2\vec{k}\vec{r})} + \omega_{0}^{2}x_{0} = -\gamma_{H}\widetilde{x}_{\pi}^{2}e^{i(2\omega t - 2\vec{k}\vec{r})} - \gamma_{H}|\widetilde{x}_{\pi}|^{2}$$
(4.32)

Приравнивая коэффициенты при экспонентах, а также постоянные слагаемые, находим

$$x_{0} = -\frac{\gamma_{H}}{2\omega_{0}^{2}} |\tilde{x}_{\pi}|^{2}, \ x_{2} = -\frac{\gamma_{H}}{2(\omega_{0}^{2} - 4\omega^{2} + 2i\omega\gamma_{d})} \tilde{x}_{\pi}^{2}.$$
(4.33)

Таким образом, нелинейная поправка вычислена. Приближенное решение уравнения (4.19) получено. Теперь нетрудно вычислить поляризацию среды. Подставив (4.21), (4.31) в (4.7), (4.8), получим

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{n} e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} + \mathbf{P}_{2} e^{i(2\omega t - 2\vec{k}\vec{r})} + \mathbf{P}_{0}$$
(4.34)

P — нелинейная поляризация, а величины P_n , P_2 , P_0 , определяются формулами

 $P_{n} = Nq_{e}\tilde{x}_{n}, P_{2} = Nq_{e}x_{2}, P_{0} = Nq_{e}x_{0}$ (4.35) или, в силу (4.23), (4.33)
$$P_{\pi} = Nq_{e}\alpha_{\pi}(\omega)E_{a},$$

$$P_{2} = -\frac{1}{2}\gamma_{\mu}Nq_{e}\frac{\alpha_{\pi}^{2}(\omega)}{\omega_{0}^{2} - 4\omega^{2} + 2i\omega\gamma_{d}}E_{a}^{2},$$

$$P_{0} = -\frac{1}{2}\gamma_{\mu}Nq_{e}\frac{|\alpha_{\pi}(\omega)|^{2}}{\omega_{0}^{2}}|E_{a}|^{2},$$
(4.36)

где $\alpha_n(\omega)$ — линейная поляризуемость атома, определяемая формулой (4.24), N – число осцилляторов.

Формулы (4.34)-(4.36) показывают, что поляризация рассматриваемой нелинейной среды содержит три спектральные компоненты: компоненту на частоте возбуждающей световой волны (линейная поляризация), компоненту на частоте 2ω и постоянную составляющую (рис. 4.4). Компонента поляризации на частоте 2ω ответственна за генерацию второй оптической гармоники.



Рис. 4.4. Спектр возбуждающей световой волны (а) и спектр поляризации (б) в квадратично-нелинейной среде

4.4.2. Осциллятор с кубичной нелинейностью. Зависимость частоты колебаний от амплитуды

Важным свойством нелинейного осциллятора является зависимость частоты колебаний от амплитуды. Это свойство, присущее нелинейным осцилляторам различной природы, например, математическому маятнику, называется *неизохронностью колебаний*. В оптике оно приводит к своеобразным эффектам самовоздействия световых волн: самофокусировке или самодефокусировке световых пучков, самомодуляции импульсов и т. п.

Рассмотрим неизохронность нелинейных колебаний на примере кубичнонелинейного осциллятора без затухания. Свободные колебания такого осциллятора описываются уравнением

$$\ddot{x} + \omega_0^2 - \beta_\mu x^3 = 0.$$
(4.37)

Применяя метод малых возмущений, потребуем, чтобы нелинейный член в этом уравнении был значительно меньше линейного, т. е. чтобы амплитуда колебаний осциллятора была достаточно мала. Предположим, что в условиях проявления нелинейности колебания осциллятора слабого близки К гармоническим, однако их частота ю отличается от частоты бесконечно малых Обозначив колебаний колебаний амплитуду ω_0 . A_{1} , будем искать приближенное решение уравнения (4.37) в виде

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t), (4.38)$$

где

$$x_1(t) = A_2 \cos \omega t, \qquad (4.39)$$

причем

$$|x_2| \ll |x_1|. \tag{4.40}$$

Выведем уравнение для x_2 . Подставив (4.38) в (4.37), получим уравнение $\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + \omega_0^2 (x_1 + x_2) - \beta_{\mu} (x_1 + x_2)^3 = 0$

Условие (4.40) позволяет линеаризовать это уравнение по x_2 , сохранив в нем лишь слагаемые низшего порядка малости (линейные) по x_2

$$\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + \omega_0^2 (x_1 + x_2) - \beta_{\mu} (x_1^3 + 3x_1^2 x_2) = 0.$$
(4.41)

Используя (4.39), перепишем это уравнение следующим образом

$$\ddot{x}_2 + (\omega_0^2 - 3\beta_{\mu}x_1^2)x_2 = (\omega^2 - \omega_0^2)x_1 + \beta_{\mu}x_1^3$$

или, с учетом $\beta x^2 \ll \omega_0^2$, (4.38), (4.40), как

$$\ddot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 = (\omega^2 - \omega_0^2) x_1 + \beta_\mu x_1^3.$$
(4.42)

Теперь подставим (4.39) в (4.42) и используя известную тригонометрическую формулу $\cos^3 \alpha = \frac{1}{4} (3\cos \alpha + \cos 3\alpha)$

Получим уравнение

$$\ddot{x}_{2} + \omega_{0}^{2} x_{2} = (\omega^{2} - \omega_{0}^{2} + \frac{3}{4} \beta_{\mu} A_{e}^{2}) x_{1} + \frac{1}{4} \beta_{\mu} A_{e}^{3} \cos 3\omega t.$$
(4.43)

Итак, изменение во времени малой компоненты x_2 определяется линейным уравнением (4.43). Для того чтобы компонента x_2 не содержала осцилляции на частоте основного колебания x_1 , потребуем, чтобы коэффициент при x_1 в (4.43) обратился в ноль. Это приводит к соотношению

$$\omega^2 - \omega_0^2 + \frac{3}{4}\beta_{_H}A_{_2}^2 = 0, \qquad (4.44)$$

а уравнение для x_2 принимает вид

$$\ddot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 = \frac{1}{4} \beta_{\mu} A_{\nu}^3 \cos 3\omega t \,. \tag{4.45}$$

Соотношение (4.44) определяет искомую зависимость частоты колебаний ω от амплитуды колебаний нелинейного осциллятора A_{2} . Принимая во внимание $\beta x^{2} \ll \omega_{0}^{2}$, эту зависимость можно представить в виде

$$\omega = \omega_0 - \xi A_c^2, \qquad (4.46)$$

где

$$\xi = \frac{3\beta_{\scriptscriptstyle H}}{8\omega_0}.\tag{4.47}$$

График зависимости $\omega(A_{e})$ показан на рис. 4.5. Обратимся теперь к проявлению неизохронности колебаний в оптике.



Рис. 4.5. Неизохронность колебаний нелинейного осциллятора: зависимость частоты колебаний ω от амплитуды колебаний A_{z} (ω_{0} — частота бесконечно малых (линейных) колебаний)

Фазировка осциллятора внешним полем. Неизохронность нелинейного оптике приводит частота осциллятора в к тому, ЧТО осциллятора, возбужденного световым полем, зависит от интенсивности световой волны $\omega = \omega(I)$. очередь, Эта зависимость, В свою вызывает появление $\varphi = \int \omega(t) dt$, фазового набега дополнительного пропорционального интенсивности света $\phi = \phi(I)$.

Таким образом, возникает возможность фазировки осциллятора внешним полем. Это обстоятельство принципиально отличает нелинейный осциллятор от обычного гармонического осциллятора.

Нелинейная фазировка осцилляторов приводит к эффектам самовоздействия мощных модулированных световых волн: самофокусировке пучков и самомодуляции импульсов.

4.5. Самовоздействие света в нелинейной среде. Самофокусировка

Эффект самофокусировки имеет большое практическое значение при использовании излучения высокой интенсивности. Возникновение самофокусировки изменяет пространственное распределение излучения, локально повышает его интенсивность. В случае изотропных, однородных сред или кристаллов с центром симметрии первая нелинейная поправка дается кубическим членом и поляризованность представима в виде

$$\vec{\mathbf{P}} = \chi \vec{E} + \chi^{(3)} E^2 \vec{E} ,$$

Тогда диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi + \chi^{(3)} E^2) \,.$$

Показатель преломления определяется соотношением

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} = \sqrt{1 + \chi + \frac{\chi^{(3)} \mathrm{E}^2}{\varepsilon_0}} = \sqrt{(1 + \chi) \left[1 + \frac{\chi^{(3)} \mathrm{E}^2}{2\varepsilon_{\circ} (1 + \chi)} \right]}, \qquad (4.48)$$

так что нелинейная поправка к показателю преломления в силу условия $\chi >> \chi^{(3)}$ много меньше единицы

$$\frac{\chi^{(3)}E^2}{\varepsilon_0(1+\chi)} <<1,$$
(4.49)

по этой причине показатель преломления удобно записать в виде

 $n = n_0 + n_2 E^2.$

Мы провели усреднение квадрата напряженности электрического поля по периоду колебаний, и поэтому Е является амплитудой напряженности электрического поля волны, n_0 - линейный показатель преломления, а $n_2 E^2$ описывает нелинейную поправку к показателю преломления. Если n₂> 0 $(\chi^{(3)} > 0)$, то при входе светового пучка в среду в последней образуется волновод с профилем, повторяющим диэлектрический распределение интенсивности в пучке. Скорость распространения световой волны $\upsilon = c_0/n$ будет меньше на оси пучка, чем на его периферии, так что боковые лучи начнут изгибаться к оси и пучок будет сжиматься. При этом $\Delta n = n_2 E^2$ около оси и скорость сжатия будет еще больше, так что световой пучок в результате "схлопнется" до некоторого минимального размера, определяемого дифракционными процессами расходимости. Если дифракция в точности компенсирует сжатие за счет самофокусировки, то устанавливается волновой режим распространения с постоянным радиусом поперечного сечения пучка (самоканализация) (рис. 4.6) Введем параметры самофокусировки: длину самофокусировки R₀ и пороговую мощность P_{кр.} Предположим, что радиус лазерного пучка - r_0 , E - амплитуда вектора \vec{E} на оси, амплитуду на расстоянии r₀ будем считать равной нулю. По определению, длиной самофокусировки R₀ называется путь, при прохождении которого в нелинейной среде световой пучок сходится к оси, т.е. "схлопывается".



Рис. 4.6. Распространение светового пучка в нелинейной среде (а). а также в эквивалентной схеме (б)

При прохождении в среде расстояния *R*₀ разность фаз между осевым лучом и крайними лучами пучка равна (см. рис. 4.7)

$$\Delta \varphi = \frac{\omega n_2 \mathrm{E}^2 R_0}{c_0} \,. \tag{4.50}$$



Рис. 4.7. К расчету длины самофокусировки: b - стрелки прогиба волнового фронта; а - радиус пучка при входе в среду; *R*_o – длина самофокусировки.

Искривление волнового фронта волны, необходимое для фокусировки светового пучка в нелинейной среде на длине R_0 дает стрелку прогиба b, равную

$$b = R_0 - \sqrt{R_0^2 - r_0^2} = \frac{r_0^2}{2R_0}.$$
(4.51)

Этой стрелке отвечает разность фаз $\frac{\omega}{c}n_0 a^2/2R_0$, которая должна компенсироваться разностью фаз из-за неоднородности.

$$\frac{\omega n_0 r_0^2}{2c_0 R_0} = \frac{\omega n_2 E^2 R_0}{c_0}$$
(4.52)

откуда

$$R_0 = \frac{r_0}{E} \sqrt{\frac{n_0}{2n_2}} = \sqrt{\frac{n_0}{2\Delta n}}.$$

$$\Delta n = n_2 E^2$$
(4.53)

Из соответствия (4.53) видно, что длина самофокусировки обратно пропорциональна напряженности поля в падающей волне E_0 и нелинейной поляризуемости $\chi^{(3)}$. Чем больше любая из этих величин, тем меньше длина самофокусировки, т.е. тем быстрее фокусируется лазерное излучение после входа в среду.

Эффект самофокусировки заметен уже при малых $\Delta n/n = 0.5 \cdot 10^{-4}$ получаем $r_0/R_0 = 10^{-2}$, что нетрудно зафиксировать экспериментально. Требуемая для самофокусировки мощность потока энергии в пучке уменьшается с уменьшением радиуса пучка. Однако с уменьшением радиуса лазерного пучка увеличивается его дифракционная расходимость, вследствие чего периферийные лучи пучка отклоняются от направления оси на угол $\Delta \psi_2 = \lambda/r_0 n_0$ (рис.4.8), а за счет нелинейности пучок "схлопывается" на длине

 R_0 . Это означает, что периферийный луч пучка отклоняется от направления оси на угол $\Delta \psi_1 = r_0/R_0$.

Условие достигается при так называемой критической (пороговой) мощности светового пучка

$$\frac{r_0}{R_0} = \frac{\lambda}{an_0} \tag{4.54}$$

и с учетом (4.53) получаем

$$r_0^2 = \frac{\lambda R_0}{n_0} = \left\lfloor \frac{\lambda_0}{n_0 E} \right\rfloor \sqrt{\frac{n_0}{2n_2}}$$

Возведя обе части последнего равенства в квадрат, находим $r_0^2 E^2 = \frac{\lambda^2}{2n_0 n_2}$



Рис. 4.8. К расчету пороговой мощности пучка для самофокусировки.

Для средней плотности потока энергии в гауссовском пучке имеем

$$\langle W_d \rangle = \frac{\upsilon \varepsilon E^2}{2} = \langle W_{d0} \rangle \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right)$$

где $\langle W_{d0} \rangle = \varepsilon_0 n_0 \upsilon E_0^2$ - средняя плотность потока энергии, в центре пучка. Мощность потока энергии в пучке равна (с учетом 4.53)

$$P_{\kappa p} = \int_{0}^{s_{a}} \langle W_{d} \rangle ds_{\pi} = \langle W_{d0} \rangle \pi r_{0}^{2} = \frac{\pi \varepsilon_{0} n_{0} \upsilon E_{0}^{2} r_{0}^{2}}{4} = \frac{\pi \varepsilon_{0} c_{0} \lambda^{2}}{8n_{2}},$$

где s_n - площадь поперечного сечения пучка лазера. При мощности лазерного излучения, гораздо меньшей Р_{кр}, излучение распространяется в среде с исходной расходимостью: при $P = P_{xp}$ самофокусировка компенсируется расходимостью (режим волноводного распространения лазерного излучения): при P > P_{кр} возникает самофокусировка. Длина самофокусировки и критическая мошность основные характеристики процесса самофокусировки, экспериментальными сопоставляемые данными, Т.К. воспользоваться С

формулами (4.53) и (4.54) весьма затруднительно, поскольку во многих веществах величина $n_2 = n(\chi^{(3)})$ неизвестна, но играет определяющую роль.

В случае импульсных световых полей положение фокуса лазерного пучка от времени: по мере нарастания интенсивности фокус $R_0(t)$ зависит При этом в области фокуса из-за высокой локальной передвигается. интенсивности светового поля существенную роль играют высшие нелинейности и т.д. и многочастичные нелинейные эффекты, например, вынужденные рассеяния. Во многих случаях явление самофокусировки нежелательно, так как приводит к деструкции лазерных кристаллов и стекол, а также силовой оптики энергетического тракта мощных технологических лазеров. Кратко остановимся на конкретных видах нелинейности показателя преломления, приводящих к самофокусировке лазерного излучения. Известно, что диэлектрическая проницаемость среды є, а следовательно и показатель преломления зависит от внешнего электрического поля (эффект Керра), давления (явление электрострикции), температуры (электрокалорический эффект). В случае последних двух эффектов исходными являются изменение давления в среде, которое происходит за время, определяемое скоростью звука в материале. В этом случае эти эффекты являются инерционными $\tau = 10^{-6}$ с в отличие от эффекта Керра, который практически срабатывает мгновенно $(\tau = 10^{-12} \div 10^{-15} c)$. С этой точки зрения самофокусировка излучения может быть обусловлена нелинейностями такого типа, постоянная времени возникновения которых τ_n гораздо меньше длительности лазерного импульса.

4.6. Явление самоиндуцируемой прозрачности

При описании явления самофокусировки лазерного излучения в среде мы предполагали, что взаимодействие светового потока со средой носит стационарный характер, т.е. длительность действия лазерного излучения т существенно больше времени перестройки свойств среды т₀ (индуцируемая поляризация, ориентация полярных молекул и т. д.) и времени релаксации среды t_r т.е. времени, определяющего спонтанный переход среды в начальное состояние вследствие процессов столкновительной ориентации полярных молекул, спонтанного распада возбужденных состояний и т.д. В этом смысле явление самоиндуцируемой прозрачности носит ярко выраженный нестационарный характер, т.е. $\tau_n \ll \tau_0, t_r$. Сущность этого явления можно понять, рассмотрев динамику взаимодействия короткого, мощного лазерного импульса со средой. Под действием переднего фронта импульса частицы нелинейной среды, поглощая энергию, переходят из нижнего энергетического состояния на верхний энергетический уровень, в результате чего часть энергии световой волны запасается в веществе. Если интенсивность импульса достаточно велика, то в какой-то момент времени в среде реализуется состояние с инверсией населенности. Под действием оставшейся части импульса квантовые частицы, испуская вынужденно излучение, возвращают запасенную энергию обратно в световой пучок и постепенно возвращаются в исходное, нижнее состояние. Поскольку длительность импульса меньше времени релаксации системы ($\tau_n \ll t_r$), то весь этот процесс энергетического обмена должен произойти быстрее, чем нарушится инверсия населенности за счет релаксационных процессов и можно добиться того, что вся энергия, первоначально взятая из лазерного пучка, вернулась обратно в импульс, восстановив его энергию и форму. Таким образом, лазерный импульс может проходить через поглощающую среду без потерь, все время отдавая и возвращая свою энергию через вещество.

Сразу же отметим, что подобное просветление вещества принципиально отличается от эффекта просветления поглощающей среды при обычном насыщении поглощения, когда под действием мощного светового потока устанавливается равновесие в населенностях нижнего и верхнего уровней квантового перехода. При этом ясно, что такой импульс, с учетом релаксационных процессов, не может создать инверсию населенностей в веществе. Энергия, необходимая для просветления перехода, забирается из передней части импульса и уже не может когерентно вернуться назад в лазерный пучок. Она перейдет позже в энергию спонтанного излучения или безызлучательных переходов, но для импульса она уже, в общем, потеряна навсегда.

Для количественного описания эффекта самоиндуцируемой прозрачности необходимо совместно рассматривать самосогласованную систему уравнений для светового поля (уравнения Максвелла) и среды (волновое уравнение Шредингера). Из такого рассмотрения следует, что без энергетических потерь через вещество может проходить лазерный импульс, для которого выполняется условие $\Omega \tau_n = 2\pi$, где τ_n - длительность импульса, Ω – его частота. Такие лазерные импульсы называются " 2π " импульсы. При этом за время $\tau = \pi \Omega^{-1}$ в двухуровневой системе атомы переходят из основного состояния в возбужденное, а за время $\tau = 2\pi \Omega^{-1}$ – возвращаются в исходное состояние. Влияние вещества на световой « 2π » импульс проявляется лишь в уменьшении скорости распространения и искажении формы импульса. Действительно, скорость распространения « 2π » импульса υ определяется его "длиной" $l = c_0 \tau_n$ и коэффициентом линейного поглощения α следующим образом

$$\frac{c_0}{v} = 1 + \frac{\alpha l}{2}$$
.

Таким образом, чем длиннее импульс, тем больше его задержка: например, при $\tau_n = 1$ нс, l = 30 см и $\alpha = 1$ см⁻¹ импульс замедляется на три порядка. При рассмотрении явления самоиндуцируемой прозрачности следует допустить существование в веществе солитоно-стабильных импульсов, форма и амплитуда которых не изменяеются в процессе распространения. Среды, в которых до сих пор наблюдался эффект самопрозрачности, можно в основном разделить на четыре категории:

I) твердые диэлектрики. Длительность импульсов $\approx 3 \cdot 10^{-8}$ с и мощность потоков 10 кВт/м²;

2) пары щелочных металлов. Длительность $\tau_n = 10^{-9}$ с и порог мощности $\approx 10^5$ кВт/м²;

3) молекулярные газы $\tau_{n} = 3 \cdot 10^{-7}$ с и $P_{\kappa p} \le 5 \cdot 10^{4} \, \text{кBt/m}^{2}$;

4) полупроводники $\tau_{\pi} = 10^{-12} \text{ c}, P_{\kappa p} = 10^6 \text{ MBt/m}^2.$

Наиболее перспективные направления на основе явления самоиндуцируемой прозрачности - формирование ультракоротких (10⁻¹⁵ с) построение оптоэлектронных элементов лазерных импульсов, (дикриминаторы, цепи задержки, логические сетки) и дальняя связь в спектральных диапазонах сильного поглощения. Таким образом. при поглощении веществом импульсного резонансного излучения, т.е. излучения с частотой ω , близкой к частоте переходов между уровнями энергии атомов вещества, в среде наступает эффект насыщения, т.е. каждый, атом вещества в среднем находится одинаковое время в основном и возбужденном состояниях. По этой причине поглощение отсутствует, среда становится прозрачной для излучения. Для этого необходимо одновременное выполнение трех основных условий, определяемых свойствами среды и импульса излучения:

1. Длительность лазерного импульса удовлетворяет условию

 $\tau_n \ll \tau_r, t_r,$

где τ_r — время перестойки свойств среды, t_r - время релаксации. В таких условиях воздужденные атомы среды, создаваемые импульсом излучения, не успевают спонтанно вернуться в основное состояние за время воздействия излучения;

2. Напряженность поля излучения должна быть велика, чтобы распад возбужденного состояния носил вынужденный характер (соответствующий коэффициент Эйнштейна велик).

3. Необходимо выполнение еще одного условия, а именно форма импульса и напряженность поля должны быть таковыми, чтобы атом вещества под действием такого импульса успевал совершить одну осцилляцию: основное состояние — возбужденное состояние — основное состояние.

При выполнении указанных трех условий импульс лазерного излучения распространяется в среде без поглощения, взаимодействие импульса со средой сводится к обмену энергией, переходящей от импульса к среде возвращающейся в импульс.

4.7. Неоднородный ансамбль нелинейных осцилляторов. Световое эхо

Рассмотрим ансамбль нелинейных осцилляторов, в котором отдельные осцилляторы имеют разные собственные частоты колебаний. Такой ансамбль называется неоднородным. Здесь мы обсудим своеобразное оптическое явление, возникающее в неоднородном нелинейном ансамбле — явление *светового эха*.

Явление эха состоит в излучении средой светового импульса через некоторое время после того, как она была возбуждена парой коротких лазерных импульсов, разнесенных по времени (рис. 4.9). Световое эхо было предсказано в 1963 г. Копвиллемом и Нагибаровым и позднее экспериментально обнаружено в рубине Кенитом, Абеллой и Хартманом.



Рис. 4.9. Явление светового эха: нелинейная среда последовательно возбуждается парой коротких лазерных импульсов ("1" и "2") и спустя время, равное задержке между импульсами, самопроизвольно испускает импульс света — сигнал эха ("Э")

Для того чтобы выяснить механизм возникновения эха, рассмотрим динамику кубично-нелинейного осциллятора, возбужденного парой коротких световых импульсов. Пренебрегая затуханием колебаний, запишем уравнение движения осциллятора в виде

$$\ddot{x} + \omega_0^2 - \gamma_{\mu} x^3 F(t) = 0 \tag{4.55}$$

Будем считать амплитуду колебаний достаточно малой и воспользуемся методом возмущений. Приближенное решение уравнения (4.55) ищем в виде

$$x = x_{n} + x_{nn}, (4.56)$$

где x_n есть решение линейного уравнения

$$\ddot{x}_{n} + \omega_{0}^{2} x_{n} = F(t), \qquad (4.57)$$

а $x_{\mu \pi}$ — малая нелинейная добавка. Подставив (4.56) в (4.55), получаем для $x_{\mu \pi}$ приближенное линейное уравнение

 $\ddot{x}_{\mu a} + \omega_0^2 x_{\mu a} = \gamma_{\mu} x_{\mu}^3.$ (4.58)

Теперь предположим, что осциллятор возбуждается последовательно двумя короткими световыми импульсами, следующими друг за другом с интервалом времени т. В этом случае

$$F(t) = f_1(t) + f_2(t - \tau), \tag{4.59}$$

где функции $f_1(t)$ и $f_2(t)$ описывают формы импульсов. В пределе бесконечно коротких импульсов можно считать $f(t) \sim \delta(t)$, где $\delta(t)$ — дельта-функция.

Решение задачи (4.59) можно представить в виде суммы откликов на каждый импульс в отдельности. В случае бесконечно коротких импульсов получим

$$x_{n}(t) = a_{1} \sin \omega_{0} t + a_{2} \sin \omega_{0} (t - \tau), \qquad (4.60)$$

где a_1 и a_2 — постоянные, пропорциональные энергиям возбуждающих импульсов. Выражение (4.60) входит в (4.58) нелинейно, поэтому фазы

колебаний (4.60) войдут в него в различных комбинациях. Опуская слагаемые с частотами 300, получим

$$x_{\pi}^{3} = \frac{3}{4} \left(a_{1}^{3} + 2a_{1}a_{2}^{2} \right) \sin \omega_{0}t + \frac{3}{4} \left(a_{2}^{3} + 2a_{1}^{2}a_{2} \right) \sin \omega_{0}(t - \tau) + + \frac{3}{4} a_{1}a_{2}^{2} \sin \omega_{0}(t - 2\tau) + \frac{3}{4} a_{1}^{2}a_{2} \sin \omega_{0}(t + \tau).$$

$$(4.61)$$

Существуют моменты времени, в которые фазы колебаний (4.61) имеют строго определенные значения независимо от величины собственной частоты колебаний нелинейного осциллятора ω_0 . Это моменты времени

 $t = 0, \ t = \tau, \ t = 2\tau.$ (4.62)

Если теперь обратиться к неоднородному ансамблю осцилляторов, в котором отдельные осцилляторы имеют разные собственные частоты колебаний, то из сказанного можно сделать вывод о том, что при возбуждении моменты ансамбля ДВУМЯ короткими импульсами света, В времени, определяемые формулами (4.62), происходит фазировка (синхронизация) слабых нелинейных составляющих колебаний $x_{\mu\nu}$ для всех осцилляторов ансамбля. Это приводит к формированию импульсов макроскопической поляризации (суммарного дипольного момента) оптической среды И испусканию импульсов света в соответствующие моменты времени. Последний из этих импульсов, испускаемый в момент времени $t = 2\tau$, представляет собой сигнал светового эха (рис. 4.9). Такой сигнал называется сигналом первичного эха.

Аналогичным образом можно показать, что при возбуждении тремя короткими импульсами света, посылаемыми в моменты времени $t = 0, t = \tau, t = \tau + T$, среда испускает световой импульс в момент времени $t = T + 2\tau$, называемый сигналом стимулированного эха. Стимулированное эхо можно использовать в устройствах записи информации.

Контрольные вопросы к разделу 4

1. Какая среда называется нелинейной?

2. Перечислите ряд явлений в современной оптике, связанных с нелинейностью отклика вещества на световое поле.

3. При каких условиях возникают нелинейные явления в сильных электромагнитных полях?

4. Почемы для нелинейных сред неприменим принцип суперпозиции?

5. Какую модель среды можно использовать для вычисления нелинейной поляризации и нелинейной восприимчивости среды?

6. В чем суть метода возмущений как наиболее универсального метода анализа нелинейных систем?

7. Каковы причины возникновения самофокусировки излучения?

8. Что принято называть длиной самофокусировки?

9. Каковы причины возникновения самоиндуцируемой прозрачности?

5. Изменение поглощения прозрачных диэлектриков в процессе лазерного облучения

Изменение поглощения прозрачных твердых тел под действием лазерного излучения, целесообразно рассматривать как изменение, возникающее в идеально чистых средах, и изменение, обусловленное различного рода дефектами структуры и примесями, поскольку для этих случаев различны действующие механизмы.

В чистой среде – это увеличение концентрации свободных носителей, на которых происходит поглощение, нелинейные эффекты, зависящие от мощности излучения.

В средах с дефектами и примесями – изменение связанно с локальным нагревом при поглощении излучения на неоднородностях. Нагрев неоднородности зависит, в основном, от энергии излучения. Следует отметить, что на практике оба случая реализуются одновременно, так как идеально чистых прозрачных материалов в природе не существует.

5.1. Физические представления о механизмах изменения поглощения в идеальных диэлектриках

При больших интенсивностях лазерного излучения необходимо принимать во внимание нелинейные эффекты при поглощении света. Кроме того, в исходно нейтральной среде под действием лазерного излучения образуется плазма, сильно поглощающая излучение, падающее на вещество.

В общем случае плазма - это частично или полностью ионизованный газ, в котором плотности положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы. В предыдущих главах мы говорили о плазме твердых тел как о совокупности подвижных, участвующих в электропереносе носителей заряда, посредством кулоновских сил. Плазма взаимодействующих типичных металлов – это сильно вырожденная электронная ферми-жидкость. Известно, что поглощение излучения в плазме зависит от соотношения частоты излучения ω и плазменной частоты ω_p . Плазменная частота $\omega_p = \left(N_e q_e^2/m_e \varepsilon\right)^{1/2}$ зависит от плотности гармонических осцилляторов N_e (плотности свободных электронов). По мере роста степени ионизации под действием лазерного излучения увеличивается N_e и, следовательно, увеличивается ω_P . При достижении критической плотности $N_{\kappa p}$ ($\omega = \omega_p$) достигается максимальное поглощение, плазма становится непрозрачной для электромагнитной волны.

Энергия плазменных колебаний квантована, квант плазменных колебаний – это *плазмон*. Физическая природа плазменных колебаний обусловлена тем, что флуктуации плотности заряда создают электрическое поле, которое вызывает ток, стремящийся восстановить электронейтральность; из-за инерции носители заряда «проскакивают» положение равновесия, что и приводит к коллективным колебаниям. Когда лазерное излучение падает на поверхность

твердого тела, то плазменные процессы происходят как внутри твердого тела, так и в окружающей среде (воздух, газ).

Рассмотрим процессы, ведущие к фотоионизации вещества, то есть к образованию плазмы, на примере взаимодействия излучения с газами.

5.1.1. Фотоионизация газа

В процессе образования плазмы при фотоионизации газа следует выделить такие основные явления как:

- образование свободных электронов в газе;

- ускорение свободных электронов при их столкновениях с нейтральными атомами газа до энергий $\varepsilon_{_{KUH}} \ge \varepsilon_a$ (ε_a — потенциал ионизации атомов газа);

- ионизация нейтральных атомов ускоренными электронами, т. е. реакция $A + e = A^+ + e + e$, в результате которой происходит размножение свободных электронов;

- развитие электронной лавины.

Эти явления не происходят строго последовательно, наоборот, как будет видно в дальнейшем, в значительной мере они происходят одновременно. Однако целесообразно рассмотреть эти явления независимо, указав также и на их взаимосвязь во времени. Обратимся к рассмотрению основных свойств этих явлений. Следует отметить, что начальное число свободных электронов в области фокусировки излучения в газе может быть весьма мало.

В принципе, для развития электронной лавины достаточно одного начального свободного электрона. Поэтому речь идет о единицах свободных электронов в области фокусировки, то есть о начальной плотности свободных электронов порядка $n_{e0} \sim 10^8$ см⁻³. Эта величина гораздо больше естественной плотности свободных электронов в газе из-за ионизации газа космическими частицами и естественной радиоактивностью. Однако это число гораздо меньше концентрации примесей с малым потенциалом ионизации (в первую очередь – углеводородных молекул). Свободные электроны образуются в результате многофотонной ионизации атомов этих примесей. Ввиду малого потенциала ионизации (5 – 6 эВ) степень нелинейности при этом не велика и ионизация происходит с большой вероятностью в относительно слабых полях.

Многофотонная ионизация. Многофотонное возбуждение представляет собой процесс, в котором электрон в квантовой системе (в атоме, молекуле) переходит из одного связанного состояния в другое связанное состояние в результате поглощения нескольких фотонов действующего излучения. Многофотонное возбуждение противоположно ступенчатому или каскадному возбуждению, когда поглощение каждого последующего фотона переводит квантовую систему из одного связанного состояния в другое (более высокое) связанное состояние. Принципиальная возможность многофотонного перехода электрона из одного связанного состояния в другое (связанно-связанный переход) обусловлена соотношением неопределенности энергия — время. Согласно этому соотношению закон сохранения энергии для промежуточных

(виртуальных) состояний может не выполняться, он выполняется лишь для начального и конечного состояний.

При однофотонной фотоионизации атом или молекула вещества ионизуется при столкновении с фотоном. Процесс прямой ионизации возможен только при выполнении законов сохранения энергии и импульса. Из-за того, что $m_i >> m_e$, и $\upsilon_e^2 >> \upsilon_i^2$ (m_e , υ_e – масса и скорость электрона, m_i , υ_i - масса и скорость иона), практически вся энергия фотона передается электрону. Процесс фотоионизации может происходить непосредственно (прямой механизм)

 $\hbar\omega + M \rightarrow M^+ + e$

или через промежуточное состояние (косвенная фотоионизация)

$$\hbar\omega + M \rightarrow M^*$$

 $M^* + \hbar \omega \rightarrow M^+ + e$,

где M, M^*, M^+ — обозначает нейтральный, возбужденный, ионизированный атом.

Вероятность ϖ_u многофотонной ионизации в единицу времени зависит как от эффективного поперечного сечения многофотонной ионизации $\sigma^{<k>}(\omega)$, так и от интенсивности лазерного излучения (плотности фотонов) *J*

$$\varpi_u(\omega, J) = \sigma^{\langle k_n \rangle}(\omega) J^{\langle k_n \rangle}$$
(5.1)

 $(k_{\mu} - \text{степень}$ нелинейности, $k_{\mu} = \langle \varepsilon_a / \hbar \omega + 1 \rangle$, $\varepsilon_a - \text{потенциал}$ ионизации).

Процессы многофотонной ионизации не являются пороговыми процессами по интенсивности (5.1) поскольку вероятность многофотонного возбуждения имеет конечную величину при сколь угодно малой интенсивности излучения, однако, образование плазмы критической плотности за счет многофотонной ионизации атомов газа является пороговым процессом по интенсивности излучения. Действительно, для того, чтобы процесс ионизации вещества стал развиваться, необходимо достичь определенной критической $n_{\kappa n}$ степени ионизации, при которой возникает положительная обратная связь по поглощению. При фиксированной плотности газа ng для достижения значения $n_{_{\kappa p}}$ необходима определенная степень ионизации $N_{_e}/N_{_a}$, т. е. определенная полная вероятность ионизации, определяемая как

$$\frac{N_e}{N_a} = \varpi_u(\omega, J)\tau_{\pi} = \frac{n_e}{n_g},$$
(5.2)

где N_a , N_e – полное число атомов и электронов в облучаемой зоне, τ_n – время действия лазерного излучения на вещество, n_e – плотность свободных электронов.

Из соотношения (5.2) видно, что пороговая интенсивность *J* зависит от τ_n , плотности вещества и плотности свободных электронов n_e . Следует отметить, что соотношения (5.1) и (5.2) позволяют оценить пороговую интенсивность возникновения оптического пробоя лишь с учетом многофотонной ионизации. Величины, рассчитанные по (5.2), приблизительно

на порядок превышают экспериментально полученные значения. Это означает, что нелинейная ионизация не является основной причиной образования плотной плазмы.

В тех случаях, когда плотность газа или длительность лазерного импульса малы, за счет ионизации образуется малое число свободных электронов. Если мала область фокусировки лазерного излучения, то образовавшиеся свободные электроны успевают покинуть область воздействия – их концентрация не достигает критического значения. Для этих условий должен существовать другой механизм ионизации газа.

5.1.2. Лавинная ударная ионизация

Кроме нелинейной ионизации нейтральных атомов в поле излучения происходит процесс ионизации атомов при их столкновении с электронами, ускоренными в поле излучения. Образование плазмы за счет электронной ионизации при фиксированной напряженности поля может произойти с большей вероятностью, чем процесс нелинейной фотоионизации. Так как скорость набора энергии электронами пропорциональна интенсивности лазерного излучения, а скорость потерь практически не зависит от поля, то при заданной длительности лазерного импульса должно существовать пороговое значение интенсивности лазерного излучения, по достижении которого Электронная лавинная ионизация. ионизация. ведущая возникает К образованию плазмы, происходит при соударении свободных электронов с нейтральными атомами. Она доминирует при больших значениях n_{a} , τ_{n} и значительных размерах области фокусировки лазерного пучка.

подавляющего большинства свободных Кинетическая энергия электронов, образующихся при многофотонной ионизации атомов и молекул, $\varepsilon_{\kappa u \mu} = K_{\phi} \hbar \omega - \varepsilon_a$, где K_{ϕ} – число поглощенных фотонов, ε_a - энергия ионизации. В видимом диапазоне частот $\varepsilon_{\kappa_{uh}} \leq 1$ эВ. Поэтому свободные электроны, образованные в газе, не могут ионизовать атомы газа, потенциалы, ионизации величины больше. Количественное которых на порядок описание рассмотренных процессов, затруднено, особенно если необходимо учесть природу лавинной ионизации. Мы ограничимся квантовую простой классической моделью.

Предположим, что возникновение первичных электронов и их лавинное размножение – это два последовательных независимых процесса. Если первичные электроны создаются в процессе многофотонной ионизации, то их плотность

$$\mathbf{n}_{\mathrm{e0}} = \Xi \mathbf{I}_{\lambda}^{\mathrm{K}_{\phi}},\tag{5.3}$$

где I_{λ} – интенсивность излучения лазера, а параметр Ξ пропорционален длительности лазерного импульса.

Предположим также, что процесс умножения числа электронов начинается со значения электронной плотности n_{e0} . Пусть v_i – скорость

ионизации, а υ_p – скорость потерь, тогда результирующая скорость размножения электронов равна

$$\frac{dn_e}{dt} = (\upsilon_i - \upsilon_p)n_{e0}, \tag{5.4}$$

откуда

$$n_{e}(t) = n_{e0} \exp[(v_{i} - v_{p})t].$$
(5.5)

Заметим, что величина υ_i пропорциональна I_{λ} , а скорость потерь υ_p от интенсивности I_{λ} не зависит. Чтобы теперь найти соотношение между υ_i и I_{λ} , воспользуемся классической моделью свободного электрона.

Увеличение энергии электрона может происходить при столкновениях свободного электрона с атомами газа. Двигаясь в поле силового центра (ядро атома) в отсутствие внешнего поля, свободный электрон теряет кинетическую энергию на излучение (тормозное излучение). В присутствии сильного внешнего поля тормозной эффект носит вынужденный характер, это так называемый вынужденный тормозной эффект. В присутствии внешнего поля электрон может увеличивать свою кинетическую энергию за счет внешнего поля (антитормозной или обратный тормозной эффект). В обоих случаях законы сохранения энергии и импульса могут быть выполнены за счет взаимодействия электрона с третьим телом – атомом. Отметим, что речь идет об упругих столкновениях, то есть о столкновениях, в которых внутренняя структура атома не изменяется.

Используя принцип детального равновесия Эйнштейна для излучения, можно показать, что в данном случае имеет место равенство

$$B_{12}(\varepsilon_{kin})\upsilon_e = B_{21}(\varepsilon'_{kin})\upsilon'_e, \qquad (5.6)$$

в котором B_{12} и B_{21} – коэффициенты Эйнштейна для поглощения и испускания излучения. В соотношении (5.6) ε_{kin} , υ_e — кинетическая энергия и скорость электрона до соударения с атомом, ε'_{kin} , υ'_e – после соударения. Положим, что при соударении электрон поглощает квант внешнего поля так, что $\varepsilon'_{kin} = \varepsilon_{kin} + \hbar \omega$. а $\upsilon'_e \propto (\varepsilon_{kin} + \hbar \omega)^{1/2}$. Тогда, согласно (5.6), можно записать соотношение между коэффициентами поглощения и вынужденного испускания излучения:

$$\frac{B_{12}(\varepsilon_{kin})}{B_{21}(\varepsilon_{kin}')} = \frac{\upsilon_e'}{\upsilon_e} = \left(\frac{\varepsilon_{kin} + \hbar\omega}{\varepsilon_{kin}}\right)^{1/2}.$$
(5.7)

Из (5.7) видно, что преобладает вынужденное поглощение, причем тем сильнее, чем меньше энергия электрона ε_{kin} . Таким образом, процесс изменения энергии электрона в большом числе последовательных столкновений с атомами представляет собой ряд последовательных актов поглощения излучения энергии, в результате которых энергия электрона постепенно увеличивается.

Скорость набора энергии электроном определяется уравнением

$$\frac{d\varepsilon_{kin}}{dt} = \frac{q_e^2 |E_a|^2 \tau_{ep}}{m_e (1 + \omega^2 \tau_{ep}^2)},$$

где E_a – амплитуда электромагнитной волны с частотой ω , τ_{ep} – характерное время между столкновениями, сопровождающимися передачей импульса. Если энергия ионизации атомов или молекул равна ε_i , то скорость ионизации определяется соотношением

$$\upsilon_{i} = \frac{q_{e}^{2} |E_{a}|^{2} \tau_{ep}}{m_{e} \varepsilon_{i} (1 + \omega^{2} \tau_{ep}^{2})}.$$
(5.8)

В заключение надо отметить, что проведенное выше описание процесса ускорения свободного электрона в поле электромагнитной волны в процессе ряда последовательных столкновений с нейтральными атомами и ионами является упрощенным. При этом были опущены различные явления, которые необходимо принимать во внимание в различных частных случаях. Одно из этих явлений — прилипание электронов к нейтральным атомам и молекулам с отрицательных явление образованием ионов; прилипания необходимо учитывать в средах, содержащих электроотрицательные атомы (молекулы) кислород, органические соединения, галогены. Другое явление – рекомбинация электронов с положительными ионами; рекомбинацию необходимо учитывать в тех случаях, когда на конечной стадии достигается высокая степень ионизации нейтральных атомов, то есть когда высока концентрация ионов. Наконец, надо иметь в виду потери (диффузию) электронов из области пространства, в котором локализовано сильное световое поле, то есть из области фокусировки излучения. Диффузию необходимо учитывать при малых размерах области фокусировки (например, при фокусировке одномодового излучения короткофокусными линзами) и при малой плотности газа, когда длина свободного пробега электрона сравнима с размерами области фокусировки излучения.

5.2. Механизмы изменения поглощения в идеально чистых прозрачных твердых телах

Переходя к анализу процесса изменения поглощения прозрачных твердых тел, сначала рассмотрим процесс изменения поглощения идеально чистых сред, а потом обратимся к средам с локальными примесями.

Первое, что надо иметь в виду, – идеально чистые твердые прозрачные среды практически не существуют. В любом кристалле, стекле всегда имеются макроскопические локальные примеси, представляющие собой локальные области, имеющие иной показатель преломления и коэффициент поглощения, чем сама среда.

В случае идеально чистых материалов механизм изменения поглощения во многом похож на механизм изменения поглощения, рассмотренный выше. Лазерное излучение за счет многостадийных взаимосвязанных процессов генерирует свободные носители зарядов. На свободных носителях происходит дополнительное поглощение лазерного излучения, при этом в облучаемом объеме выделяется тепло, повышается температура и показатель преломления среды, происходит самофокусировка пучка и повышается интенсивность излучения, что приводит к ускорению перечисленных процессов.

Прежде чем обратиться к описанию перечисленных процессов, сопоставим типичные характеристики кристаллов и стекол с характеристиками газов. В процессе возникновения электронной лавины, определяющее значение имеют плотность свободных электронов в среде, энергия, которую свободный электрон должен набрать за счет столкновений, частота столкновений электрона с третьим телом и наличие (или отсутствие) потерь энергии за счет конкурирующих процессов. Концентрация электронов в зоне проводимости на много порядков превышает концентрацию свободных электронов в газе. Наконец, время свободного пробега электрона в зоне проводимости гораздо меньше времени свободного пробега в газе. Таким образом, все эти условия более благоприятны для развития электронной лавины в твердом теле, чем в газе. Потери энергии при столкновениях электрона с решеткой существеннее, чем при столкновениях с атомами газа.

Развитие электронной лавины может происходить за счет возбуждения валентных электронов. Скорость увеличения их энергии в процессе столкновений $(d\varepsilon_{kin}/dt)_+$ резко убывает с ростом энергии электронов. Потери энергии на образование фононов практически не зависят от энергии электронов, $(d\varepsilon_{kin}/dt)_- \approx const$. Суммарный эффект зависит от напряженности поля лазерного излучения, так как $(d\varepsilon_{kin}/dt)_+ \propto E_a^2$. Очевидно, что всегда можно найти столь высокую напряженность поля E_a , когда суммарный эффект за время действия τ_a лазерного импульса

$$\int_{0}^{t_{a}} \left[\left(d\varepsilon_{kin} / dt \right)_{+} - \left(d\varepsilon_{kin} / dt \right)_{-} \right] dt$$

будет больше ширины запрещенной зоны ε_g (рис. 5.1). Это и есть пороговое условие, необходимое для размножения свободных электронов.



Рис. 5.1. Изменение энергии электрона из-за антитормозного поглощения ($\Delta \varepsilon_{kin+}$) и возбуждения фононов ($\Delta \varepsilon_{kin-}$) в зависимости от его кинетической энергии ε_{kin} при различной напряженности поля лазерного излучения ($E_1 < E_2$); $\Delta \varepsilon_{\Sigma}$ — суммарный эффект изменения энергии электрона; ε_g — ширина запрещенной зоны

Изменение поглощения прозрачных материалов может быть вызвано, кроме того, образованием фононов (гиперзвуковых колебаний) в процессе вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна (ВРМБ);

5.2.1. Роль вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна

Этот механизм возбуждения звуковых волн в среде основан на явлении рассеяния световых волн на тепловых упругих волнах. Это типичный пример нелинейного взаимодействия волн в веществе. Важно, что слабые в начале звуковые волны могут в результате электрострикционного взаимодействия привести к вынужденному процессу, в котором значительная доля энергии излучения может быть преобразована в энергию гиперзвуковых волн. При этом теоретически возможная максимальная интенсивность звука равна ~ $P\Omega/\omega$ (P – мощность лазерного излучения, Ω , ω – частота звуковой и световой волн, соответственно). Реально коэффициент трансформации не превышает долей процента.

Сразу же отмстим, что эффективная перекачка энергии из падающей световой волны в звуковую волну и волну рассеянного света возможна при выполнении, так называемого, условия синхронизма для волновых векторов и частот

$$\vec{k}_h = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$$

$$\Omega = \omega_1 - \omega_2,$$
(5.9)

где $\vec{k_h}$, $\vec{k_1}$, $\vec{k_2}$, Ω , ω_1 , ω_2 – волновые вектора и частоты звуковой волны, падающей световой и рассеянной световой волн в среде, соответственно. Необходимая для этого нелинейность показателя преломления в веществе может возникнуть как за счет давления, так и за счет температуры

 $\Delta n = f(p,T).$

Давление В среде при действии может изменяться внешнего электрического (светового) поля (явление электрострикции). Микроскопической причиной электрострикции является взаимодействие зарядов, связанных в среде, с внешним полем. Избыточное давление в изотропном диэлектрике приводит К изменению диэлектрической проницаемости среды и, соответственно, к изменению показателя преломления

$$\Delta n = \left(4\pi\beta_T\right)^{-1} n \frac{(\partial n)^2}{\partial p} E_a^2, \qquad (5.10)$$

где β_T – коэффициент изотермической сжимаемости, E_a – напряженность электрического поля в лазерном пучке.

В основе теплового механизма лежит зависимость диэлектрической проницаемости вещества от температуры, зависящей от диссипации энергии лазерного излучения в среде. При этом существенную роль играют оптические свойства, атомно-молекулярная структура, непрозрачные макроскопические примеси в веществе.

Зависимость изменения диэлектрической проницаемости среды от температуры имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \rho(T) E_a^2 = \varepsilon_0 + \frac{k_p c_0 t}{8\pi\rho c_p} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} E_a^2, \qquad (5.11)$$

где ε_0 – диэлектрическая проницаемость среды в отсутствии светового поля, k_p – показатель поглощения, ρ – плотность, c_p – теплоемкость.

Из (5.9), (5.10) и (5.11) следует, что при взаимодействии лазерного излучения с прозрачными и поглощающими средами возникает ряд явлений, приводящих к возбуждению упругих колебаний среды в большом диапазоне частот от 16 Гц (инфразвук) до 10¹³ Гц (гиперзвук). Звуковая волна может сама по себе приводить либо к разрушению среды, если амплитуда звуковой волны больше предела упругости материала, либо к уменьшению интенсивности падающего лазерного потока вследствие перекачки его энергий в звуковые колебания среды.

5.3. Оптические свойства реальных оптических материалов и покрытий

Было установлено, что при наличии в прозрачной среде локальных макроскопических примесей или дефектов с большим коэффициентом поглощения излучения эти локальные области быстро нагреваются, что и служит, в конечном счете, причиной разрушения прозрачной среды. Таким образом, при наличии примесей идет речь о тепловом разрушении прозрачных сред.

В результате поглощения энергии лазерного излучения ЭТИМИ локальными областями в них очень быстро (за время лазерного импульса) увеличивается температура, соответственно увеличивается лавление. приводящее к растрескиванию стекла (кристалла) в небольшой области вокруг примеси (дефекта), увеличение температуры приводит к сгоранию покрытия, нанесенного на подложку.

При измерении оптических свойств материалов обычно не принимают во внимание их локальные изменения в областях с размерами меньшими длины волны излучения, поскольку они не вносят значительных искажений в прошедшую или отраженную световую волну. Однако при воздействии лазерного излучения с большой плотностью мощности такие локальные неоднородности оптических свойств могут приводить к значительному изменению поглощения.

Известно, что при механической полировке хрупких материалов на поверхности остается так называемый трещиноватый слой, возникновение которого определяется действием локальных напряжений при давлении зерен полирующего порошка на поверхность. Кроме того, при полировке возможно образование микроцарапин, которые не влияют на оптические свойства поверхности при действии излучения малой интенсивности. При полировке пластичных материалов (металлов) возможно внедрение частиц полирующего порошка в приповерхностный слой, причем эти частицы могут оказаться в глубине материала на некотором расстоянии от поверхности.

Первой была предложена полупроводниковая модель роста поглощения, в которой увеличение поглощения связывают с тепловым забросом электронов из валентной зоны в зону проводимости. Однако рассчитанные по этой модели значения температуры тепловой неустойчивости T_* являются аномально высокими. Для полупроводниковых материалов они составляют несколько тысяч градусов, а для широкозонных диэлектриков типа стекол и кварца достигают ~ (10–15)·10³ К.

Поэтому были разработаны термохимические модели оптического пробоя прозрачных сред. В основе этих моделей лежит изменение химического состава нагревании. Так, тепловое стекол И полупроводников при лействие импульсного лазерного излучения на полупроводниковые соединения $A^{III}B^V$ (GaAs, GaP, InAs) в режимах, близких к порогу разрушения поверхности, сопровождается обеднением поверхностных слоев в зоне облучения летучим компонентом (As, P), вплоть до образования капель металла (In, Ga). Наряду с разложением, при облучении этих материалов на воздухе возможно частичное окисление образующихся продуктов диссоциации, зафиксированное экспериментально. Реакция окисления может быть активирована и при лазерном нагреве атомарных полупроводников — германия и кремния.

Для области низких температур, когда вещество остается в конденсированном состоянии, предложена модель, основанная на тепловой генерации ионных дефектов как начальной фазе термического разложения. Модель позволяет проследить переход от полупроводникового механизма роста поглощения к чисто термохимическому, а также влияние на величину коэффициента поглощения *α* различных внешних условий.

При нагревании материала в нем могут образоваться атомарные дефекты вакансии и междоузельные атомы. С химической точки зрения этот процесс можно рассматривать как разрыв некоторых химических связей. Вероятность разрыва связи, равная $v_D exp(-T_a/T)$ (v_D – частота колебаний атомов порядка дебаевской, T_a — выраженная в Кельвинах энергия связи) оказывается заметной при достаточно низких температурах, когда материал не изменяет агрегатного состояния. Разрыв связи приводит к переходу одного из атомов из узла решетки в междоузлие, так что образуются вакансия и междоузельный атом (дефект по Френкелю).

Образование таких дефектов приводит К появлению реальных энергетических внутри запрещенной состояний исходного зоны полупроводника или диэлектрика. Свойства этих состояний зависят от внутрикристаллического поля в окрестностях дефекта, а также от температуры. Появление реальных электронных состояний внутри запрещенной зоны вносит принципиальные изменения в механизмы роста поглощения с температурой. Эти изменения связаны с тем, что при достаточно высокой интенсивности излучения (порядка порога пробоя) палаюшего заметно возрастает концентрация электронов и дырок в соответствующих зонах вследствие их многоступенчатого заброса через реальные промежуточные состояния. Кроме того, при появлении таких состояний изменяются и равновесные тепловые концентрации носителей из-за сдвига положения уровня Ферми.

При анализе для простоты принято, что при образовании ионного дефекта появляется одно дополнительное состояние (с энергией ε_d) в середине запрещенной зоны. Такая ситуация реализуется, например, в *GaAs*, когда образующиеся в результате нагрева вакансии мышьяка (этот процесс происходит в тонком приповерхностном слое) заполняются атомами кислорода из окружающей атмосферы. Для больших времен $t >> \tau_{ni}$ (τ_{ni} – время «жизни» иона до встраивания в решетку) плотность промежуточных электронных состояний N, равную концентрации ионных дефектов n_i , пренебрегая диффузионными явлениями можно оценить как

$$N = N_0 v_D \tau_{ri} \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right),$$

где N_0 — концентрация атомов в решетке исходного материала.

Рассмотрим зависимость стационарной концентрации свободных носителей $n_{e,p}$ в этой системе от температуры и интенсивности излучения. Будем считать, что под действием кванта света возможны однофотонные переходы из валентной зоны на примесный уровень ε_d , а с этого уровня – в зону проводимости, то есть, выполняется условие $\varepsilon_g > \hbar \omega > \varepsilon_g/2$. Сечения поглощения для обоих переходов будем считать одинаковыми.

В равновесной ситуации, когда фотовозбуждение носителей мало, а концентрация примеси много меньше равновесной концентрации свободных носителей в собственном полупроводнике получим

$$N_{e} \approx \frac{N_{0}}{2}; n_{e} = n_{eT} = n_{oT} \pm \frac{N}{4} = N_{e} e^{-\frac{T_{g}}{T}} \pm \frac{N_{0} v_{D} \tau_{ri}}{4} e^{-\frac{T_{a}}{T}}, \qquad (5.12)$$

где знак "+" соответствует донорной, а "-" – акцепторной примеси; $T_g = \varepsilon_g / 2k_B$. Здесь $N_e = N_{\odot}$ — плотность состояний в зонах (считается одинаковой); $J = q_0 / \hbar \omega$ — плотность потока фотонов с энергией $\hbar \omega$; индексом «*T* » отмечены равновесные значения концентрации носителей на уровне ε_d и в зонах.

В этих условиях термохимия вносит линейный по концентрации ионных дефектов вклад в равновесную концентрацию электронов и тем самым в электронное поглощение. При $n_{oT} \ll N$

$$n_{e} = n_{eT} = \begin{cases} n_{oT}^{3/2} N^{-\frac{1}{2}} & - \text{ акцепторная примесь,} \\ \left(n_{oT} N \right)^{\frac{1}{2}} & - \text{ донорная примесь.} \end{cases}$$
(5.13)

При учете фотозаброса электронов с уровня ε_d в зону проводимости, при относительно низких интенсивностях света ($\alpha J \tau_p \ll n_{eT}$), не меняющих

заметно концентрацию электронов на уровне ε_d по сравнению с тепловой, для коэффициента наведенного электронного поглощения среды α_e получим:

$$\alpha_{e} = \sigma_{e} n_{e} = \left[n_{eT} + \frac{\alpha J \tau_{p} \tau_{ev} n_{eT}}{\left(N - n_{eT} \right) \tau_{ev} + N \tau_{p}} \right] \sigma_{e}, \qquad (5.14)$$

где σ_e — сечение внутризонного поглощения света на частоте ω , τ_p и τ_{ev} — времена жизни неравновесных носителей по отношению к переходам «зонапримесь» и «зона-зона», а n_{eT} определяется формулами (5.12) или (5.13). Видно, что коэффициент наведенного поглощения сложным образом зависит от плотности потока. При малых N выражение (5.14) переходит в известную формулу для коэффициента поглощения света равновесными носителями в собственном полупроводнике. Аналогичным образом может быть найдено и дырочное поглощение.

Рассмотренная модель является предельно упрощенной. На самом деле концентрация ионных дефектов *n*, и их вклад в поглощение зависят не только от энергии их образования, но и подвижности, а также от того, на каком расстоянии от поверхности твердого тела инициируется реакция. Если максимум температуры оказывается в пределах прогретого слоя, а летучий компонент, обладающий высокой подвижностью, эффективно удаляется, то наведенные изменения оптических свойств будут определяться не только появлением изолированных электронных уровней в запрещенной зоне. Вполне вероятно, что постепенно с ростом n_i из этих уровней сформируются подзоны состояний, а в дальнейшем может либо заметно сузиться запрещенная зона, либо произойти переход Мотта диэлектрик-металл. Это существенно затрудняет не только построение количественной теории, но даже и качественные оценки роста поглощения. В связи с этим следует заметить, что, поскольку конкретные значения n; определяются, в частности, условиями перехода атомов с поверхности твердого тела в газовую фазу, результат лазерного воздействия на диссоциирующую среду должен зависеть от давления и состава окружающего газа.

Наиболее легкие условия для реализации термохимического механизма пробоя поверхности прозрачных сред сложного состава создаются при облучении в вакууме. С ростом внешнего давления, в особенности, если в состав газа входит продукт полной или частичной диссоциации облучаемого материала, влияние термохимических явлений на температурную зависимость наведенного поглощения должно ослабевать вследствие уменьшения концентрации ионных дефектов за счет потока частиц на поверхность из газовой фазы. Типичным примером здесь может служить зависимость порога пробоя поверхности диэлектриков на основе окислов от давления кислорода или воздуха.

Наличие границы раздела с газовой фазой влияет на скорость реакции и, следовательно, на оптические характеристики среды только тогда, когда скорость продвижения фронта реакции определяется диффузионными

процессами. Если же коэффициент диффузии D и подвижность малы (так, например, в широком интервале температур весьма малы значения D для кислородных вакансий в SiO₂), то полного пространственного разделения продуктов реакции произойти не может. В этом случае вклад термохимии в температурную зависимость поглощения определяется локальной генерацией ионных дефектов и обусловленного ими изменением энергетических уровней и спектра поглощения электронов, а также их концентрации. Если же энергия разрыва связи велика, вследствие чего реакция активируется при высоких температурах, то для описания наведенного поглощения может оказаться применимым не твердотельное, а плазменное приближение.

Как известно, в полупроводниковой модели предполагается сохранение ряда свойств вещества, присущих его твердому состоянию, в частности, зонной структуры, вплоть до температуры T_* , достигающей в некоторых случаях 10^4 К и выше. Для анализа изменения поглощения в таких условиях была предложена плазменно–химическая модель, в которой нагреваемая светом среда рассматривается как плотная низкотемпературная диссоциирующая плазма.

Конкретные оценки изменения поглощения кварца и стекол в рамках плазменно-химической модели можно сделать лишь в предположении, что представляет собой перегретое вещество идеальную плазму С квазиравновесным химическим составом и плотностью, равной плотности твердого тела. Результаты расчета степени равновесной диссоциации кварца по мере роста температуры $\gamma_d(T)$ представлены на рис. 5.2. При описании оптических свойств среды в этих условиях, в отличие от полупроводниковой модели, принято, что за поглощение света ответственны чисто плазменные механизмы — фотопоглощение и тормозное поглощение в поле ионов и нейтральных атомов.

Из проведенных расчетов следует, что для диссоциирующей плотной плазмы SiO₂ при малой и умеренной степени ее полного разложения ($T < 10^4$, см. рис. 5.2) основной вклад в коэффициент поглощения α вносит тормозное поглощение электронов в поле нейтральных атомов кремния.



Рис. 5.2. Температурная зависимость степени равновесной диссоциации кварца.

Температурная зависимость $\alpha(T)$ дается в итоге активационной формулой:

$$\alpha = \alpha_0 \exp\left(-\frac{\varepsilon_{dis} + \varepsilon_a}{2k_B T}\right); \ T_a = \frac{\varepsilon_{dis} + \varepsilon_a}{2k_B}, \tag{5.15}$$

где в качестве активационной температуры выступает выраженная в Кельвинах полусумма энергии диссоциации ε_{dis} и потенциала ионизации ε_a кремния. Для плавленого кварца различных марок в среднем $T_a = 8 \cdot 10^4$ K, при $\lambda = 1.06$ мкм $\alpha_0 \sim 10^8$ см⁻¹. Из (5.15) следует, что уже при температуре 6000 К коэффициент поглощения кварца на длине волны 1.06 мкм составляет ~ 10 см⁻¹, а при 8000 К достигает 4000 см⁻¹ и быстро растет при дальнейшем увеличении температуры. Для сравнения отметим, что величина а, вычисленная по полупроводниковой модели равновесной электронной плазмы, образующейся при тепловом забросе носителей через запрещенную зону, a также путем аппроксимации экспериментальных низкотемпературных измерений на α высокотемпературную область, оказывается в среднем на порядок ниже. Таким образом, плазменно-химическая модель позволяет качественно объяснить возникновение сильного поглощения в широкозонном диэлектрике при умеренных температурах. Оценки температуры тепловой неустойчивости таких материалов вокруг поглощающих неоднородностей по известной формуле

$$T_* = \frac{T_a}{\ln \frac{\alpha_0 r_0}{A}}$$

с учетом (5.15), показывают, что для кварца при радиусе неоднородности $r_0 = 10^{-4}$ см и поглощательной способности $A = 0.1 T_* = 7000$ К.

заключение отметим, представления о термохимических что B механизмах роста поглощения с температурой, в принципе, применимы к широкому классу прозрачных сред и покрытий: окислам, включая стекла, сульфидам, арсенидам, селенидам, хотя для большинства материалов они еще требуют экспериментальной проверки. В силу инерционности термохимических явлений, эти механизмы пробоя могут реализоваться при относительно длительных световых воздействиях (*t_µ* ≥100 нс) и при многократном облучении.

Контрольные вопросы к разделу 5

1. Какова физическая природа плазменных колебаний в твердом теле?

2. Какую квазичастицу принято называть плазмоном?

3. Перечислите основные явления, сопровождающие образование плазмы при фотоионизации газа?

4. Чем обусловлена принципиальная возможность многофотонного перехода электрона из одного связанного состояния в другое?

5. Почему многофотонное поглощение не имеет порога по плотности мощности лазерного излучения?

6. В чем состоит упрощенный процесс ускорения свободного электрона в поле электромагнитной волны?

7. Какие процессы определяют возникновение электронной лавины?

8. Почему при заданной длительности лазерного импульса должно существовать пороговое значение интенсивности излучения для возникновения лавинной ионизации?

9. Можно ли считать механизм изменения поглощения в случае идеально чистых материалов похожим на механизм изменения поглощения в газах?

10. Чем обусловлено изменение поглощения реального прозрачного твердого тела под действием лазерного излучения?

6. Поверхностные электромагнитные волны оптического диапазона

Теоретически поверхностные электромагнитные волны (ПЭВ) известны с начала прошлого века. Их некоторые свойства и структура поля были изучены еще А. Зоммерфельдом. Однако представления о ПЭВ долгое время были достоянием узкого круга специалистов и, за исключением радиофизики, практически нигде не использовались.

В оптику представления о ПЭВ проникли около 30-ти лет назад, когда их научились возбуждать лазерным излучением и детектировать различными методами. В настоящее время исследования и применения ПЭВ развиваются достаточно динамично. Это обусловлено уникальными свойствами таких волн: высокой пространственной локализацией и возможностью значительного усиления напряженности поля в ПЭВ.

Интерес к изучению ПЭВ оптического диапазона связан также с тем, что они могут эффективно возбуждаться светом на реальной поверхности и существенно влиять на разнообразные явления. Среди них рассеяние света адсорбированными на поверхности частицами, генерация второй гармоники при отражении лазерного излучения от металла, изменение поглощения, фотохимические физико-химические реакции, также процессы, a сопровождающие действие на поверхность интенсивного лазерного излучения, в первую очередь образование поверхностных периодических структур. Практический интерес к ПЭВ и другим поверхностным электромагнитным новыми возможностями, возбуждениям обусловлен открываемыми ИХ использованием в оптической спектроскопии, нелинейной оптике, технологии, а в последнее время и в микроскопии сверхвысокого разрешения.

Ниже мы рассмотрим основные свойства и характеристики ПЭВ оптического диапазона, способы их возбуждения и особенности распространения.

6.1. Основные свойства ПЭВ, структура и распределение полей, условия существования, дисперсионное соотношение

Поверхностными электромагнитными волнами, или поверхностными поляритонами называются волны, распространяющиеся вдоль границы раздела двух разнородных сред и существующие одновременно в них обеих. Поля, переносимые этими волнами, локализованы вблизи поверхности и затухают по В отличие от обе стороны OT нее. объемных, чисто поперечных электромагнитных волн, ПЭВ являются частично продольными волнами ТМтипа. Интересно, что с формальной точки зрения ПЭВ описываются обычными волновыми уравнениями со стандартными граничными условиями, но являются их особым решением.

В простом и вместе с тем важном модельном случае ПЭВ рассматривают на плоской границе двух однородных изотропных сред без потерь, одна из

которых является диэлектриком ($\varepsilon_1 = n_1^2$) а другая – так называемой поверхностно-активной средой, у которой $\varepsilon_2 < 0$, причем $|\varepsilon_2| > \varepsilon_1$. Если искать решение уравнений Максвелла для модельной системы:

$$rot \,\vec{H}_{s1,2} = \frac{\varepsilon_{1,2}}{c_0} \frac{\partial E_{s1,2}}{\partial t}; \, div \,\vec{E}_{s1,2} = 0;$$

$$rot \,\vec{E}_{s1,2} = -\frac{1}{c_0} \frac{\partial \vec{H}_{s1,2}}{\partial t}; \, div \,\vec{H}_{s1,2} = 0$$
(6.1)

со стандартными граничными условиями: непрерывностью тангенциальных компонентов электрического и магнитного полей и нормальных компонентов индукций при переходе через границу раздела между средами (плоскость z = 0, puc. 6.1):

$$\vec{E}_{S1tan} = \vec{E}_{S2tan}; \ \vec{H}_{S1tan} = \vec{H}_{S2tan}; \ \varepsilon_1 \vec{E}_{S1n} = \varepsilon_2 \vec{E}_{S2n}; \ \vec{H}_{S1n} = \vec{H}_{S2n}, \tag{6.2}$$

то связное решение в виде бегущей вдоль поверхности волны, как показал еще А. Зоммерфельд в 1907 г., существует только для ТМ-моды. Если оси координат расположить так, как показано на рис. 6.1, то



Рис. 6.1. Поверхностные электромагнитные волны: а - ориентация электрического и магнитного векторов в ПЭВ, бегущей вдоль поверхности в направлении оси х; б - распределение полей в ПЭВ в плоскости, перпендикулярной направлению распространения. 1 - для компонентов E_x и $H_y = H$, изменяющихся при z = 0 непрерывно; 2 - для компонента E_z , испытывающего при z = 0 скачок.

Такая ТМ–ПЭВ является неоднородной, частично продольной волной, у которой распределение каждого из компонентов *U* электрического и

магнитного полей на частоте ω в плоской ПЭВ, бегущей вдоль оси x, имеет вид

$$U = U_a \exp(\pm \kappa_{1,2} z) \cos(\omega t - k_s x)$$
(6.3)

где U_a – амплитуда, $\kappa_1 > 0$ и $\kappa_2 > 0$ – коэффициенты затухания ПЭВ в средах 1 и 2; t – время. Знак (+) относится к среде 1 ($z \le 0$),а знак (–) – к поверхностно-активной среде 2 ($z \ge 0$, рис. 6.16).

Электрический вектор \vec{E} имеет две составляющие (рис. 6.1а): \vec{E}_x – вдоль волнового вектора ПЭВ, \vec{k}_s и \vec{E}_z – перпендикулярно поверхности; магнитный вектор \vec{H} перпендикулярен направлению распространения волны и лежит в плоскости поверхности.

Связь между положительными коэффициентами, κ_1 , κ_2 и волновым числом k_s определяется из граничных условий и волнового уравнения, к которому сводится система уравнений Максвелла, и находится из равенств:

$$\varepsilon_{2}\kappa_{1} = -\varepsilon_{1}\kappa_{2}; \ k_{s}^{2} = \kappa_{1}^{2} + k_{0}^{2}\varepsilon_{1} \ \varepsilon_{1} = \kappa_{2}^{2} + k_{0}^{2}\varepsilon_{2},$$
 (6.4)
где $k_{0} = \omega/c_{0}$.

Отсюда следует, что ограниченное (при $z \to \pm \infty$) решение в виде ТМ– ПЭВ существует только, когда ε_1 и ε_2 имеют разные знаки. Из (6.4) следует также, что

$$k_{s} = k_{0} \sqrt{\frac{\varepsilon_{1} \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2}}}, \qquad (6.5)$$

Постоянная распространения ПЭВ k_s отличается от волнового числа света $k_0 = \omega/c_0$ и через диэлектрические проницаемости обеих сред зависит от частоты. Эта дисперсионная зависимость описывает свойства поверхностных поляритонов и определяет, в частности, их фазовую и групповую скорости.

Другой важный параметр ПЭВ – толщина слоев $l_{1,2} = 1/\kappa_{1,2}$, в которых переносится энергия волны по каждой из сред 1 и 2, также зависит от их диэлектрических проницаемостей и тем самым от частоты света

$$\kappa_1 = k_S \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}, \quad \kappa_1 = k_S \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$
(6.6)

При заданной амплитуде магнитного вектора *H* амплитуды остальных компонентов составляют

$$E_{x} = \frac{1}{\sqrt{-(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2})}} H$$

$$E_{1z} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{2}}{\varepsilon_{1}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2})}} H, \quad E_{1z} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{2}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2})}} H$$
(6.7)

где $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\omega)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega)$ - диэлектрические проницаемости граничащих сред на частоте ω . При этом электрический компонент E_x сдвинут относительно магнитного вектора на 90°, а E_{1z} – на 180°. Если считать, что потери энергии ПЭВ при ее распространении вдоль поверхности пренебрежимо малы, то параметры k_s , κ_1 и κ_2 должны быть вещественными положительными числами. Тогда из формул (6.5) и (6.6) следует, что ПЭВ могут существовать и распространяться только вдоль границ раздела сред с диэлектрическими проницаемостями разных знаков. Если, например, в среде 1 $\varepsilon_1 > 0$, то диэлектрическая проницаемость среды 2 (или при более строгом рассмотрении ее действительная часть $Re\varepsilon_2$) должна быть отрицательной, причем

$$\varepsilon_2 < 0, \quad |\varepsilon_2| > \varepsilon_1$$
 (6.8)

Такая среда называется поверхностно-активной средой (ПАС), а частотный диапазон, в котором $Re\varepsilon_2(\omega) < 0$, — областью аномальной дисперсии. Ниже мы приведем примеры таких сред.

Еще один важный вывод, вытекающий из соотношений (6.5) и (6.6), заключается в том, что затухание ПЭВ в граничащих средах недиссипативно. Оно необязательно связано с потерями энергии, так как существует и при отсутствии в них поглощения ($Im\varepsilon_{1,2} = 0$). В этом случае затухание объясняется эффективным "вытеснением" поля волны из объема сред к поверхности раздела. Из (6.8) следует также, что

$$k_{\rm s} > k_0, \quad \kappa_1 < k_{\rm s} < \kappa_2 \tag{6.9}$$

Последнее неравенство означает, что энергия ПЭВ в основном сосредоточена в поверхностно-неактивной среде 1 ($\varepsilon_1 > 0$) и преимущественно переносится вдоль направления распространения волны \vec{k}_s . В то же время благодаря продольному компоненту электрического вектора \vec{E}_x энергия в ПЭВ циркулирует и через поверхность попеременно из одной среды в другую. Наличие потерь (например, поглощения в среде 2 или рассеяния на шероховатой границе), а также адсорбированных слоев и тонких пленок на поверхности приводит к ограничению длины пробега волны l_v вдоль \vec{k}_s .

Обычно в оптике имеют дело с ПЭВ на границе поверхностно-активной среды с воздухом ($\varepsilon_1 = 1$) или другим прозрачным диэлектриком. Неравенства (6.8) при этом выполняются для металлов и легированных полупроводников с высокой концентрацией свободных носителей, у которых область аномальной дисперсии диэлектрической проницаемости охватывает весь ИК- и видимый (для металлов) диапазон частот. ПЭВ могут также возбуждаться на поверхности полупроводников и диэлектриков в среднем ИК-диапазоне, в интервале между частотами продольного и поперечного оптических фононов, где аномальная дисперсия связана с непосредственным взаимодействием света с решеткой. Соответствующие ПЭВ называются также поверхностными фононполяритонами. Существуют ПЭВ и в области экситонного поглощения в полупроводниках.

6.2. Поверхностные плазмон-поляритоны на границе металла с диэлектриком

Повышенный интерес проявляется к ПЭВ, возбуждаемым на границе сред с высокой проводимостью (металлы и полупроводники) с воздухом. Эти ПЭВ плазмон-поляритонами, поскольку называют также поверхностными знак отрицательный Reɛ здесь обусловлен доминирующим вкладом электронного газа (плазмы) в поляризуемость вещества. Как известно (см. оптические свойства электронного раздел 2.2). газа определяются соотношением частоты его собственных колебаний, или плазменной частоты (ω_p) , частоты электронных столкновений (γ) и частоты света. В этом случае в оптическом диапазоне частот ($\omega \sim 10^{14}$ - 10^{15} c⁻¹) для металлов ($\omega_p \sim 10^{16}$ c⁻¹, γ ~ 10^{13} — 10^{14} c⁻¹) выполняется условие $\gamma < \omega < \omega_p$, при котором $Re\varepsilon_2 \approx \varepsilon \approx 1 - \omega_p^2 / \omega^2$ и

$$k_{s} \approx k_{0} \left(1 + \frac{\omega^{2}}{2\omega_{p}^{2}} \right),$$

$$\kappa_{1} = k_{0} \frac{\omega}{\omega_{p}}, \quad \kappa_{2} = k_{0} \frac{\omega_{p}}{\omega}.$$
(6.10)

Поскольку $|\varepsilon| >> 1$, относительные отклонения величины k_s от k_0 на длине волны $\lambda \sim 1$ мкм (вблизи длины волны излучения неодимовых лазеров) не превышают 10^{-2} , а на $\lambda \sim 10,6$ мкм (лазер на углекислом газе) – 10^{-4} . Такие ПЭВ затухают в металле на глубине

$$l_2 = 1/\kappa_2 \sim c_0/\omega_p \sim 10^{-6}$$
 cm,

совпадающей с глубиной скин-слоя δ_s (то есть с глубиной проникновения в металл объемной волны), а в воздухе сосредоточены в слое

 $l_1 = 1/\kappa_1 \approx \delta_s (\omega_p / \omega)^2 \sim (10^2 - 10^4) \delta_s \sim 1 - 100$ MKM

в зависимости от частоты. Фактически здесь металл играет роль открытого волновода для ПЭВ, которая пробегает по его поверхности путь, ограниченный лишь различного рода потерями. Если основной вклад в потери вносит поглощение света в металле, то длина пробега

$$l_{\upsilon} = \frac{c_0 l_1}{\gamma_d l_2} \tag{6.11}$$

и в средней ИК-области ($\lambda \sim 10$ мкм) достигает 1 – 5 см. Из выражения (6.7) следует, что из компонентов электрического вектора ПЭВ наибольшим является E_{1z} , причем в данном случае

$$E_{1z} \approx -H$$
, $\left| \frac{E_x}{E_{1z}} \right| = \left| \frac{E_{2z}}{E_x} \right| = \frac{\omega}{\omega_p} \ll 1$.

На рис. 6.2 приведена типичная дисперсионная кривая $\omega(k_s)$ для поверхностных плазмон-поляритонов на границе металл – воздух, следующая

из (6.5). Видно, что отклонение этой кривой от световой линии 2 на рис. 6.2 растет с частотой, причем и фазовая, и групповая скорости волны соответственно

$$\upsilon_{\varphi} = \frac{\omega(k_s)}{k_s}, \qquad \upsilon_{gr} = \frac{d\omega}{dk_s}$$

уменьшаются. Это свидетельствует об усилении роли продольного компонента поля волны на высоких частотах, когда ПЭВ становится все менее фотоноподобной. Предельная частота поверхностного поляритона здесь равна частоте

$$\omega_{ps} = \frac{\omega_p}{\sqrt{2}} \sim (5-10) \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$$

чисто "продольного" возбуждения в электронном газе – частоте локализованного поверхностного плазмона.



Рис. 6.2. Дисперсионная кривая поверхностных плазмон-поляритонов на границе раздела металл-вакуум. ω_p - плазменная частота электронов, 2 - световая линия $\omega = c_0 k_s$.

6.3. Методы возбуждения ПЭВ

Хотя ПЭВ является собственной модой плоской границы раздела, для ее возбуждения светом нужны специальные условия, поскольку волновой вектор ПЭВ \vec{k}_s больше волнового вектора света \vec{k}_0 на той же частоте (см. рис. 6.2 и формулу (6.9)). К настоящему времени разработаны два эффективных метода возбуждения ПЭВ светом (рис. 6.3): призменный и решеточный.

6.3.1. Призменный метод возбуждения ПЭВ

Преобразование света в ПЭВ призменным методом основано на явлении нарушенного полного внутреннего отражения при падении р-поляризованного излучения (поляризованного в плоскости падения) на ПАС со стороны оптически более плотной среды. Угол падения в выбирается из известного в оптике условия

 $\theta > arcsin(\varepsilon_1/\varepsilon_3)^{1/2}, \qquad \varepsilon_1 < \varepsilon_3,$

где ε_3 – диэлектрическая проницаемость материала призмы. Метод существует в двух модификациях: геометрия Отто (рис. 6.3 а) и геометрия Кречманна (рис. 6.3 б). Этим методом ПЭВ возбуждается на гладкой поверхности, поскольку при трансформации объемного излучения в ПЭВ удается согласовать их большинстве волновые векторы. В случаев источниками света В устройствах генерации соответствующих ПЭВ являются лазеры. Эффективность преобразования падающего объемного излучения в ПЭВ в схеме Отто, чаще применимой для ИК-области спектра (СО2-лазеры), достигает десятых долей, а в геометрии Кречманна для видимого света практически доходит до 1. Однако в последнем случае вывод ПЭВ за пределы призмы затруднен, и ПАС обычно наносится на ее грань в виде тонкой пленки. Обратное преобразование ПЭВ в объемное излучение также возможно с помощью призм.



Рис. 6.3. Возбуждение ПЭВ светом: а - призменный метод, геометрия Отто; б - призменный метод, геометрия Кречманна; в - решеточный метод. 1 - диэлектрик (воздух); 2 - поверхностно-активная среда; 3 - призма; 4 - падающее излучение; 5 - ПЭВ; 6 - зеркально отраженное излучение; 7 - решетка; I - зазор размером ~ λ ; *d* - период решетки.

Двупризменный метод возбуждения и детектирования ПЭВ в геометрии Отто успешно используется в ИК-спектроскопии твердого тела. Длина пробега ПЭВ вдоль поверхности может достигать нескольких сантиметров. ПЭВ весьма чувствительна к процессам в поглощающем слое, состоянию поверхности и его изменениям, наличию адсорбированных слоев, пленок, шероховатости и др. Это обеспечивает возможность исследовать поверхности и границы раздела с помощью ПЭВ, а также осуществлять прецизионные оптические измерения, например, измерять малое поглощение высоко отражающих металлических зеркал на уровне 0,01 с ошибкой не более до 10%.

6.3.2. Возбуждение ПЭВ на решетке

Свойством возбуждать ПЭВ обладают и дифракционные решетки, нанесенные на поверхностно-активную среду (рис. 6.3 в) и рассеивающие излучение под определенными углами. Когда при некоторых углах падения света θ дифрагированная волна оказывается направленной вдоль поверхности, она представляет собой ПЭВ. Волновой вектор \vec{g}_d решетки с периодом *d* направленный перпендикулярно ее штрихам и по модулю равеный $2\pi/d$ (резонансная, гармоническая решетка) связан с волновым вектором ПЭВ \vec{k}_s и векторной проекцией \vec{k}_t волнового вектора излучения \vec{k} на поверхность (рис. 6.4 а) равенством

$$\vec{k}_t + m\vec{g}_d = \vec{k}_s, \quad m = 1, 2, ...; \qquad k_t = k \sin \theta$$
(6.12)

Оно выражает закон сохранения импульса (иначе – условие фазового синхронизма) при преобразовании света в поверхностные поляритоны без изменения частоты. В выражении (6.12) m – порядок дифракции, который будем считать равным единице. Взаимную ориентацию векторов \vec{k}_t , \vec{k}_s и \vec{g}_d удобно поясняет круговая векторная диаграмма (рис. 6.4б). С ее помощью легко найти модуль вектора \vec{g}_d и период d резонансной решетки, на которой при данном угле падения света возбуждается ПЭВ, распространяющаяся под углом θ_s к вектору \vec{k}_t :

$$g_d = k(\sin^2 \theta_s + \eta^2 - 2\eta \sin \theta_s \cos \beta)^{1/2}, \qquad d = \frac{2\pi}{g}$$
(6.13)

Здесь $n_s = k_s/k$ – показатель преломления границы для ПЭВ, причем, как следует из выражения (6.9) $n_s \approx 1$. В простейшем, но часто встречающемся случае, когда ПЭВ распространяется поперек штрихов решетки ($\beta = 0, \pi$), ее период

$$d = \lambda / (n_s \pm \sin \theta_s) \tag{6.14}$$

Из количественной теории преобразования света в ПЭВ на периодических решетках следует, что для излучений р- и s-поляризаций продольный компонент поля ПЭВ на поверхности E_x и действующее внешнее поле E_t пропорциональны, а соответствующий коэффициент пропорциональности в первом приближении линейно зависит от высоты h_a резонансной гармонической решетки. Для случая нормального падения излучения эта связь наиболее проста:

$$E_x = \mu_S h_a E_1 \tag{6.15}$$



Рис. 6.4. Взаимная ориентация (а) и круговая диаграмма (б) векторов, определяющих преобразование света в ПЭВ на гармонической решетке $\xi(y) = h_a \cos(g_d y)$ с амплитудой h_a , пространственной частотой g_d и периодом $d = 2\pi/g_d$. \vec{k}_t - проекция волнового вектора \vec{k} на плоскость поверхности; \vec{k}_s - волновой вектор ПЭВ; \vec{k}_r - волновой вектор отраженного излучения; \vec{g}_d - волновой вектор решетки; \vec{n} - нормаль к усредненной поверхности; θ - угол падения света. Штриховкой очерчена часть окружности радиуса k_s на круговой диаграмме.

Параметр μ_s , называется коэффициентом преобразования и является комплексной величиной, зависящей от волнового числа поверхностного поляритона k_s . Модуль этого параметра $|\mu_s|$, рассматриваемый как функция k_s , фактически описывает форму линии возбуждения поверхностного поляритона когерентным излучением при нормальном падении на резонансную решетку ($g_d = k_s$). Ее типичный вид для поверхностного плазмон-поляритона на границе металл-воздух показан на рис. 6.5. Центр линии $k_s = k_{s0}$ практически совпадает с волновым числом "идеального" возбуждения, определяемым соотношением (6.5), а значение $|\mu_s|$ в максимуме линии M и ее ширина Δ определяются диссипативными потерями в скин-слое металла. При этом

$$M = \frac{2\omega}{\delta_s \gamma}, \quad \Delta = \frac{1}{\sqrt{2}} l_{\upsilon} \tag{6.16}$$

Для определенности отметим, что первая из формул (6.16) справедлива только для ближней ИК-области спектра. Если принять, например, что ПЭВ возбуждается на длине волны 1 мкм при нормальном падении света на резонансную решетку, то, как это следует из (6.16),

 $\Delta \approx 50 - 200 \text{ cm}^{-1}, M \sim 10^7 \text{ cm}^{-1}$

Отсюда следует, что поляритонная линия достаточно узкая, а продольное электрическое поле ПЭВ E_x сравнивается с полным полем на поверхности E_t при высоте резонансной решетки всего лишь $h_a \sim 10^{-3} \lambda \sim 10^{-7} - 10^{-6}$ см (!)

108


Рис. 6.5. Зависимость модуля коэффициента преобразования $|\mu|$ излучения в ПЭВ от волнового числа возбуждения k_s при условии нормального падения излучения на решетку с пространственной частотой $g_d = k_s$.

На решетках большей высоты поле ПЭВ может превысить возбуждающее световое поле в десятки раз, что не противоречит никаким законам сохранения.

оказавшиеся Эти результаты, неожиданными для оптики, свидетельствуют 0 реальной возможности значительного электродинамического усиления светового поля на поверхности с резонансной решеткой, хотя преобразование в ПЭВ — чисто линейный по полю процесс, не зависящий от интенсивности света. Такое усиление является следствием, с одной стороны, сфазированной подкачки энергии объемной волны в ПЭВ при ее распространении вдоль резонансной решетки (отсюда видна важная роль когерентности падающего излучения), а с другой — высокой локализации энергии в ПЭВ. Эффект усиления поля при возбуждении светом ПЭВ позволяет объяснить многие неясные ранее фотофизические явления на поверхности, протекающие в поле лазерного излучения. Наконец все перечисленное показывает высокую энергетическую эффективность дифракционного способа возбуждения ПЭВ светом с помощью резонансных решеток.

6.4. Цилиндрические ПЭВ

Наряду с плоскими ПЭВ важную роль в усилении поля и оптических процессах могут играть цилиндрические поверхностные электромагнитные волны (ЦПВ). Как и плоская ПЭВ, ЦПВ является частично продольной волной ТМ-типа (отсутствует нормальный к поверхности компонент H) И экспоненциально затухает по обе стороны от границы раздела сред, одна из которых поверхностно-активна. Однако в отличие от плоской волны ЦПВ исходит из некоторого центра и за счет радиального разбегания убывает по мере удаления от него вдоль поверхности. Радиальное распределение полей в ЦПВ описывается специальными функциями (функциями Ханкеля), а ее волновое число – дисперсионным соотношением (6.5). Угловая структура этой волны характеризуется наличием выделенного направления, задаваемого поляризацией падающего света. Перенос энергии в ЦПВ осуществляется преимущественно вдоль этого направления, а также попеременно из одной среды в другую, как и в ПЭВ. ЦПВ могут возбуждаться на различных радиально-симметричных неоднородностях, микровыступах и микровпадинах поверхности. В частности, при рассеянии на цилиндрическом выступе линейно поляризованный свет возбуждает ЦПВ, максимальное значение поля в которой достигается в диэлектрике (воздухе) на границе с выступом (высотой h_a и радиусом r_0) и составляет

$$E_{1z} = 8\pi^2 \frac{h_a r_0}{\lambda^2} E_t$$
(6.17)

Из формулы (6.17) следует, что на выступе с размерами порядка десятой доли длины волны действующее поле в результате генерации ЦПВ удваивается!

К настоящему времени установлено, что ЦПВ эффективно участвуют в образовании периодических структур на поверхности материалов при лазерном воздействии (особенно на начальных стадиях). Они могут оказывать влияние на снижение порога оптического пробоя металлических поверхностей. Наконец, представления о ЦПВ существенны для ПЭВ-микроскопии.

Контрольные вопросы к разделу 6

1. Чем поверхностная электромагнитная волна отличается от объемной электромагнитной волны?

2.Каково условие существования и распространения поверхностной электромагнитной волны может вдоль границ раздела двух сред?

3. Какую среду принято называть поверхностно-активной?

4. Почему для возбуждения поверхностной электромагнитной волны нужны специальные условия?

5. Назовите разработанные к настоящему времени эффективные методы возбуждения ПЭВ светом?

6. Чем обусловлен практический интерес к ПЭВ и другим поверхностным электромагнитным возбуждениям?

7. Оптическая «левитация»

До недавнего времени казалось, что малость светового давления, говоря словами Пойнтинга, "...исключает его из рассмотрения в земных делах". С лазеров ситуация коренным образом появлением изменилась. Новые возможности в экспериментах со световым давлением, открывшиеся после создания лазеров, связаны, пожалуй, не столько с резким увеличением интенсивности излучения, сколько с возможностями "острой" фокусировки света. Высокая степень упорядоченности лазерного лазерного света (пространственная когерентность) позволяет сфокусировать лазерный пучок в пятно, размер которого имеет порядок длины световой волны.

Увеличение интенсивности света неизбежно связано с возрастанием роли тепловых эффектов. Известно, что уже при плотности энергии порядка 1 Дж/см² в коротком лазерном импульсе возможно плавление и испарение поверхностного слоя металлической мишени. Связанный с этим выброс вещества навстречу лазерному лучу приводит к возникновению сильного реактивного давления, величина которого намного превышает "истинное" световое давление. Вместе с тем, оказывается возможным получить сильные эффекты, обусловленные "истинным" световым давлением, фокусируя непрерывное лазерное излучение небольшой мощности на малые тела.

Чтобы убедиться в этом, проведем простую оценку. Излучение аргонового лазера ($\lambda \approx 0.5$ мкм) непрерывного действия мощностью P = 1 Вт можно сфокусировать на площадку диаметром $d_0 \approx (1-10)\lambda$. Если в фокусе поместить зеркально отражающий шарик радиусом $r_0 \approx d_0$, то сила светового давления на него $F = 2P/c_0 = 10^{-3}$ дин. При плотности материала шарика $\rho = 1$ г/см³ и $d_0 \approx \lambda$ его масса будет равна $m \approx 10^{-12}$ г и, следовательно, под влиянием приобретает шарик давления силы светового огромное ускорение $a = F/m = 10^6 g$. Последнее позволяет ставить разнообразные опыты по управлению движением микроскопических частиц с помощью светового давления. Очень красивые опыты по оптической «левитации» частиц в лазерном поле были поставлены А. Эшкиным.

В полях излучения лазеров непрерывного действия использование сильно поглощающих (например, металлических) частиц приводит к значительным эффектам. Поэтому Эшкин проводил опыты тепловым с маленькими прозрачными пластмассовыми частицами (шариками ИЗ латекса), находящимися в воде. Хотя отражение и преломление света пластмассой, погруженной в воду, относительно малы, возникающие силы достаточно чтобы вызвать движение частиц, наблюдаемое в микроскоп. велики. Тщательный анализ показал, что это движение действительно происходит за счет светового давления, а не остаточных тепловых эффектов.

7.1. Оптическая «левитация» малых прозрачных частиц.

Вот как описаны опыты Эшкина в его работе «Давление лазерного излучения» (русский перевод - УФН. 1973. Т. 110, вып. 1. С. 101). "В эксперименте использовались маленькие прозрачные пластмассовые частички с высокой степенью сферичности, изготовленные химической компанией "Доу". Это вещество обычно поставляется в воде, и поэтому представлялось естественным провести первый опыт в воде. Помимо этого, высокая оптическая прозрачность и высокая теплопроводность воды позволила бы поддерживать частички холодными. Несколько капель воды, содержащих некоторое количество частичек, были помещены под микроскопом в стеклянную ячейку, просвечиваемую снизу сфокусированным лучом ионного аргонового лазера. При использовании специальных очков, поглощающих только лазерный свет, можно было наблюдать частички в обычном свете. Лазерный пучок был видим за счет вызываемой им желтой флуоресценции. Следовательно, не представляет фокусировать его и управлять им, видеть пучок, перемещая труда фокусирующую линзу. Так как пластмассовые сферы имеют такую же плотность, как и вода, они остаются неподвижными, как фиксированные мишени. Когда лазерный луч диаметром 15 мкм с гауссовым распределением интенсивности и мощностью около 10 мВт, направленный вертикально вверх, попадал на частичку с поперечным сечением в несколько микрон, она начинала подниматься с постоянной скоростью 10 мкм/с, пока не достигала верхней части ячейки. (Частица, движущаяся в вязкой среде под действием постоянной силы, должна двигаться по закону Стокса с постоянной скоростью)".

В этой же работе продемонстрирована оптическая левитация частиц в воздухе. В воздухе примерно на расстоянии 1 см над стеклянной пластинкой при воздействии сфокусированного лазерного пучка мощностью 250 мВт висит прозрачная стеклянная сфера диаметром 20 мкм.

На рис. 7.1 показана схема эксперимента, в котором лазерный луч, распространяющийся в горизонтальном направлении, вызывает движение частиц в направлении светового пучка. Интересной особенностью опытов с преломляющими свет частицами, находящимися в поле ограниченного светового пучка, является возникновение радиальных сил светового давления, приводящих к движению частиц поперек пучка. Происхождение этих сил можно понять исходя из закона сохранения импульса.



Рис. 7.1. Наблюдение движениия микрочастиц вдоль лазерного луча под действием сил светового давления

Преломляясь внутри частицы, показатель преломления которой превышает показатель преломления окружающей среды, световые лучи изменяют свое направление так, как это показано на рис. 7.2. Изменение направления потока импульса в световой волне по закону сохранения импульса приводит к возникновению сил F_a и F_b , действующих на частицу. Так как интенсивность света на оси пучка выше, чем на периферии, то $F_a > F_b$ и, следовательно, равнодействующая сил в рассматриваемом случае направлена к оси пучка. Если же показатель преломления вещества частицы меньше, чем у окружающей среды, частица будет выталкиваться к периферии.



Рис. 7.2. Схема возникновения радиальных сил светового давления, действующих на частицу в направлении поперек светового пучка

Указанное обстоятельство позволяет с помощью двух пересекающихся пучков реализовать так называемую "световую ловушку". В такой ловушке любое смещение частицы от точки пересечения пучков, в которой интенсивность света максимальна, приводит к появлению силы, возвращающей частицу в положение равновесия. Радиальные силы позволяют "подвесить" микроскопическую частицу, что применяется при изучении явлений рассеяния, воздействии лазерного излучения на вещество и т. п.

7.2. Элементы теории оптической «левитации»

Для того чтобы рассчитать световое давление лазерного пучка на идеально прозрачную диэлектрическую частицу сферической формы, необходимо вычислить силы светового давления, действующие на частицу в направлениях вдоль и поперек лазерного пучка. В основу расчета можно положить представление о потоке импульса, переносимом световой волной, а также френелевские формулы для коэффициентов отражения и преломления света на границе раздела двух сред. Решение задачи проведем в три этапа.

1. Пользуясь законами геометрической оптики, определим направления лучей света, отраженных и преломленных на границах диэлектрической частицы. Используя закон сохранения импульса для системы "свет-тело", найдем направления сил светового давления, вызванных отражением и преломлением света.

2. Пользуясь формулами Френеля, вычислим интенсивность отраженных и преломленных волн, т. е. рассчитаем энергетику отражения и преломления света.

3. Пользуясь известным соотношением между интенсивностью I и объемной плотностью импульса G в световой волне $G = I/c_0^2$, а также вычисленными ранее интенсивностями волн, найдем потоки импульса в падающей, отраженной и преломленной световых волнах. Наконец, используя закон сохранения импульса для системы "свет-тело" $d\vec{p}_{csem} - d\vec{p}_{meno} = 0$ и второй закон Ньютона $\vec{F} = d\vec{p}_{meno}/dt$, вычислим силу светового давления \vec{F} лазерного пучка на диэлектрическую частицу.

7.2.1. Геометрия отражения и преломления.

При падении светового луча на границу раздела двух сред возникают отраженный и преломленный лучи света. Согласно законам геометрической оптики, все три луча (падающий, отраженный, преломленный) лежат в одной плоскости, содержащей также нормаль к границе раздела, восстановленную в точке падения луча. Эта плоскость называется плоскостью падения.

Угол падения θ , угол отражения θ_0 и угол преломления θ_2 связаны между собой соотношениями $\theta = \theta_0$ (закон отражения) и

 $n_1 \sin \theta = n_2 \sin \theta_2 \tag{7.1}$

(закон преломления, "закон Снеллиуса"), где n_1 и n_2 — показатели преломления сред, лежащих по разные стороны границы раздела.

Чтобы рассчитать силы светового давления необходимо построить ход лучей. Предположим, что облучаемая светом частица представляет собой однородный диэлектрический шар радиуса a, погруженный в однородную диэлектрическую среду с показателем преломления n_1 . Показатель преломления материала частицы обозначим через n_2 . Будем считать, для определенности, что $n_2 > n_1$. Именно такая ситуация имела место в опытах Эшкина по оптической левитации, где изучалось давление сфокусированного лазерного пучка на прозрачные частицы из латекса ($n_2 = 1,58$), погруженные в воду ($n_1 = 1,33$).

Пусть в некоторую точку *A* на поверхности шара падает световой луч. Для описания отражения и преломления введем систему координат, начало которой поместим в центре шара, ось *z* направим параллельно оси светового пучка, сферические угловые координаты точки *A* обозначим θ и ψ (рис. 7.3, 7.4, 7.5.). Картина хода лучей в плоскости падения показана на рис. 7.3. На этом рисунке \vec{l}_0 , \vec{l}_1 , \vec{l}_2 , \vec{l}_3 , \vec{l}_4 — единичные векторы направлений лучей.



Рис. 7.3. Картина отражения и преломления световых лучей на границах шара

Так как направление потока импульса \vec{G}_i в каждом луче совпадает с направлением луча \vec{l}_i , т. е. $\vec{G}_i = \vec{l}_i G_i$, направления лучей однозначно определяют направления изменения импульсов $\Delta \vec{G}_i$ при отражении и преломлении света и, следовательно, направления сил светового давления, действующих на частицу. На рис. 7.4 показаны четыре таких элементарных силы: $d\vec{F}_1$, $d\vec{F}_2$, $d\vec{F}_3$, $d\vec{F}_4$. Первая из этих сил вызвана отражением луча света в точке A на передней (т. е. обращенной к свету) границе шара. Вторая — преломлением на той же границе. Третья сила обусловлена отражением луча света в точке B на задней границе шара, и четвертая — преломлением луча на задней границе. Направления сил определяются формулами

$$d\vec{F}_{1} = (\vec{l}_{0} - \vec{l}_{1})c_{1}, d\vec{F}_{2} = (\vec{l}_{0} - \vec{l}_{2})c_{2}$$
$$d\vec{F}_{3} = (\vec{l}_{0} - \vec{l}_{3})c_{3}, d\vec{F}_{4} = (\vec{l}_{0} - \vec{l}_{4})c_{4}$$

где c_i — скалярные величины. Для расчетов сил светового давления, направленных вдоль и поперек лазерного пучка, нам понадобятся формулы для проекций векторов \vec{l}_i на ось параллельную оси светового пучка (ось z) и ось перпендикулярную оси пучка (скажем, ось x). Эти формулы могут быть получены на основании законов отражения и преломления света из рассмотрения рис. 7.3 и 7.5.. Они имеют вид

$$\begin{split} l_{0z} &= 1, \qquad l_{0x} = 0, \\ l_{1z} &= -\cos 2\theta, \qquad l_{1x} = \sin 2\theta \sin \psi, \\ l_{2z} &= \cos(\theta - \theta_2), \qquad l_{2x} = -\sin(\theta - \theta_2) \sin \psi, \\ l_{3z} &= -\cos(3\theta_2 - \theta), \qquad l_{3x} = -\sin(3\theta_2 - \theta) \sin \psi, \\ l_{4z} &= \cos 2(\theta - \theta_2), \qquad l_{4x} = -\sin 2(\theta - \theta_2) \sin \psi, \end{split}$$
(7.2)

В этих формулах θ и ψ — сферические координаты точки A на поверхности шара, θ — угол падения луча в точку A, θ_2 — угол преломления луча в точке A.



Рис. 7.4. То же, что на рис. 7.3, с добавлением сил светового давления



Рис. 7.5. Сферические координаты θ и ψ точки A. Заштрихована плоскость падения луча в точку A (ψ =const)

7.2.2. Энергетика отражения и преломления

Рассмотрим луч света, падающий в точку A (рис. 7.3). Обозначим интенсивности падающего, отраженного и преломленного лучей соответственно через I_0 , I_1 , I_2 . По закону сохранения энергии

$$I_0 = I_1 + I_2 \tag{7.3}$$

Введем коэффициенты отражения *R* и пропускания *T* света по интенсивности в точке *A* :

$$R_A = \frac{I_1}{I_0}, T_A = \frac{I_2}{I_0}.$$
(7.4)

В силу (7.3) сумма коэффициентов отражения и пропускания равна единице

 $R_A + T_A = 1$

Аналогично для точки *В*, расположенной на задней границе шара, можно написать

$$I_2 = I_3 + I_4, R_B = \frac{I_3}{I_2}, T_B = \frac{I_4}{I_2}, R_B + T_B = 1$$

Таким образом, для полного описания энергетики отражения и преломления света на границах шара достаточно вычислить два параметра: коэффициенты отражения R_A и R_B . Эту задачу можно решить с помощью формул Френеля.

7.2.3. Формулы Френеля.

Как известно из теории Френеля, коэффициенты отражения и преломления света на границе раздела двух сред зависят от состояния поляризации падающей световой волны. Поэтому предположим, что лазерный пучок, падающий на частицу, линейно поляризован (как это обычно имеет место в экспериментах). Не ограничивая общности рассмотрения, будем считать далее, что вектор напряженности электрического поля в падающей волне \vec{E} , лежащий в плоскости фронта волны XY, направлен вдоль оси Y, как показано на рис. 7.6.



Рис. 7.6. Разложение вектора напряженности электрического поля падающей волны \vec{E} на компоненты параллельную (\vec{E}_{\parallel}) и перпендикулярную (\vec{E}_{\perp}) плоскости падения луча в точку *A*. Плоскость рисунка совпадает с плоскостью фронта падающей волны *x*, *y*. Плоскость падения луча в точку *A* изображена прямой линией *OA* (ψ =const)

Разложим вектор \vec{E} поля падающей волны на компоненты: параллельную (\vec{E}_{\parallel}) и перпендикулярную (\vec{E}_{\perp}) плоскости падения луча в точку *A*. Тогда

$$\vec{E} = \vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp}, \qquad (7.5)$$

где модули соответствующих векторов связаны соотношениями (см. рис. 7.6)

$$\vec{E}_{\parallel} = E\cos\psi, \quad \vec{E}_{\perp} = E\sin\psi.$$
(7.6)

Коэффициенты отражения света по интенсивности для компонент поля падающей волны параллельной и перпендикулярной плоскости падения определяются формулами Френеля:

$$R_{\parallel}(\theta) = \frac{tg^{2}(\theta - \theta_{2})}{tg^{2}(\theta + \theta_{2})}, R_{\perp}(\theta) = \frac{sin^{2}(\theta - \theta_{2})}{sin^{2}(\theta + \theta_{2})},$$
(7.7)

где θ — угол падения луча в точку *A*, θ_2 — угол преломления. Согласно закону Снеллиуса (7.1), величина угла θ_2 определяется формулой

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta\right). \tag{7.8}$$

Из выражений (7.5)–(7.8) следует, что полный коэффициент отражения света по интенсивности в точке *А* дается формулой

 $R_{A} = R_{A}(\theta, \psi) = R_{\parallel}(\theta) \cos^{2} \psi + R_{\perp}(\theta) \sin^{2} \psi.$ (7.9)

Отражение луча на задней границе шара (в точке В) описывается теми же формулами (7.7), (7.9), в которых углы θ и θ_2 следует теперь поменять местами (рис. 7.3). При этом получим

 $R_{B} = R_{B}(\theta, \psi) = R_{A}(\theta, \psi)$

И

$$T_B = T_B(\theta, \psi) = T_A(\theta, \psi) = 1 - R_A(\theta, \psi).$$
(7.10)

Таким образом, вся энергетика отражения и преломления света на границах шара описывается одной единственной независимой величиной

 $R_{A}=R_{B}\equiv R\,,$

которая определяется формулой

$$R = R(\theta, \psi) = R_{\parallel}(\theta) \cos^2 \psi + R_{\perp}(\theta) \sin^2 \psi.$$
(7.11)

Здесь θ и ψ — сферические координаты точки *А* падения луча на поверхность шара, а функции $R_{\parallel}(\theta)$ и $R_{\perp}(\theta)$ определяются формулами (7.7), (7.8). Вид этих функций, а значит и вид коэффициента отражения *R*, зависят только от относительного показателя преломления

$$n=\frac{n_2}{n_1}.$$

Что же касается коэффициентов пропускания света, то согласно формуле (7.10), они (как и коэффициенты отражения) одинаковы на обеих границах шара, т. е.

 $T_A = T_B \equiv T$

причем коэффициент пропускания *T* однозначно определяется значением коэффициента отражения *R*:

T=1-R.

В дальнейшем для расчета сил светового давления нам понадобятся средние величины вида

$$\left\langle R\right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} R(\theta, \psi) d\psi, \quad \left\langle R^{2}\right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} R^{2}(\theta, \psi) d\psi.$$
(7.13)

Подставляя (7.11) в (7.13) и выполняя интегрирование, получаем

$$\langle R \rangle = \frac{1}{2} \left(R_{\parallel} + R_{\perp} \right), \quad \langle R^2 \rangle = \frac{3}{8} \left(R_{\parallel}^2 + R_{\perp}^2 \right) + \frac{1}{4} R_{\parallel} R_{\perp},$$
 (7.14)

где функции $R_{\parallel} = R_{\parallel}(\theta)$ и $R_{\perp} = R_{\perp}(\theta)$ определяются формулами (7.7). Формулы (7.12) и (7.14) позволяют вычислить и другие средние, а именно,

$$\langle T \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} T(\theta, \psi) d\psi, \quad \langle T^{2} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} T^{2}(\theta, \psi) d\psi,$$

$$\langle TR \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} T(\theta, \psi) R(\theta, \psi) d\psi.$$
(7.15)

В силу линейности операции интегрирования по ψ и линейности связи (7.12) величин *T* и *R* получаем

$$\langle T \rangle = \langle 1 - R \rangle = \hat{1} - \langle R \rangle$$
$$\langle TR \rangle = \langle R(1 - R) \rangle = \langle R \rangle - \langle R^2 \rangle \quad (7.16)$$
$$\langle T^2 \rangle = \langle (1 - R)^2 \rangle = 1 - 2 \langle R \rangle + \langle R^2 \rangle.$$

Перейдем к расчету сил светового давления.

7.2.4. Силы светового давления

Начнем с вычисления элементарной силы $d\vec{F_1}$. Эта сила возникает из-за того, что при отражении луча света от поверхности шара в точке A часть потока импульса падающей волны с объемной плотностью

$$G_1 = \frac{I_1}{c_0^2}$$
(7.17)

изменяет свое первоначальное направление, задаваемое падающим лучом \vec{l}_0 на направление отраженного луча \vec{l}_1 . Таким образом, направление изменения импульса света при отражении луча в точке *A* описывается вектором

$$\Delta \vec{l}_1 = \vec{l}_1 - \vec{l}_0. \tag{7.18}$$

Согласно второму закону Ньютона, элементарную силу $d\vec{F}_1$, действующую на элемент поверхности шара $d\sigma$ в окрестности точки A, можно вычислить по формуле

$$d\vec{F}_{1} = \frac{dp_{meno}^{(1)}}{dt},$$
(7.19)

где $d\vec{p}_{meno}^{(1)}$ — приращение импульса шара ("тела"), приобретаемое им за время dt. Величину $d\vec{p}_{meno}^{(1)}$ найдем из условия сохранения импульса для системы "свет-тело", которое имеет вид

$$d\vec{p}_{meno}^{(1)} + d\vec{p}_{ceem}^{(1)} = 0 \tag{7.20}$$

Величина $d\vec{p}_{com}^{(1)}$ в формуле (7.20) имеет смысл изменения импульса света за время dt, возникающего при отражении луча в точке A. Эту величину запишем в виде

$$d\vec{p}_{com}^{(1)} = \Delta \vec{l}_1 G_1 dV, \qquad (7.21)$$

где G_1 — объемная плотность импульса в отраженном луче, связанная с его интенсивностью I_1 формулой (7.17) (см. рис. 7.7),

$$dV = c_0 dt d\sigma \cos \theta, \tag{7.22}$$

dV — элементарный объем поля падающей световой волны, проходящий за время dt через элемент поверхности шара $d\sigma$ в окрестности точки A. Величина $d\sigma$ определяется формулой

$$d\sigma = a^2 \sin\theta d\theta d\psi, \qquad (7.23)$$

где a — радиус шара, θ и ψ — сферические координаты точки A. Множитель $cos \theta$ в формуле (7.22) учитывает тот факт, что фронт падающей волны наклонен по отношению к поверхности шара в точке A под углом θ (рис. 7.7).

Комбинируя формулы (7.17)-(7.22) и формулу (7.4), согласно которой $I_1 = RI_0$, получаем следующее выражение для элементарной силы $d\vec{F_1}$:

$$d\vec{F}_1 = \frac{1}{c_0} \left(\vec{l}_0 - \vec{l}_1 \right) RI_0 \cos \theta d\sigma$$

Отсюда полная сила

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{c_0} \int_{\Sigma} \left(\vec{l}_0 - \vec{l}_1 \right) R I_0 \cos \theta d\sigma, \qquad (7.24)$$

где интегрирование следует проводить по поверхности шара Σ во всей области, освещенной падающим пучком ($\theta < \pi/2$). Принимая во внимание (7.23), формулу (7.24) можно переписать в виде

$$\vec{F}_{1} = \frac{a^{2}}{c_{0}} \int_{0}^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta \int_{0}^{2\pi} \left[\vec{l}_{0} - \vec{l}_{1}(\theta, \psi) \right] R(\theta, \psi) I_{0}(\theta, \psi) d\psi.$$
(7.25)

Рис. 7.7. К выводу формулы (7.22). Площадь проекции dS элемента поверхности шара $d\sigma$, расположенного в окрестности точки A, на плоскость фронта падающей волны AA', выражается формулой $dS = d\sigma \cos \theta$. Изображена плоскость падения луча в точку A

Формула (7.25) позволяет рассчитать силу светового давления $\vec{F_1}$, обусловленную отражением света на передней (обращенной к свету) поверхности шара. В этой формуле a — радиус шара, c_0 — скорость света, $\vec{l_0}$ — единичный вектор направления падающей волны, $\vec{l_1}(\theta, \psi)$ — единичный вектор направления волны, отраженной в точке поверхности шара с координатами θ , ψ ; $R(\theta, \psi)$ — френелевский коэффициент отражения, определяемый формулами (7.11), (7.7); $I_0(\theta, \psi)$ — распределение интенсивности света в падающем световом пучке.

Аналогичным образом можно вычислить и остальные элементарные силы $d\vec{F}_2$, $d\vec{F}_3$, $d\vec{F}_4$ (рис. 7.4) и полные силы \vec{F}_2 , \vec{F}_3 , \vec{F}_4 . В результате получим

$$\vec{F}_i = \frac{1}{c_0} \int_{\Sigma} \vec{f}_i I_0 \cos \theta d\sigma$$

ИЛИ

$$\vec{F}_i = \frac{1}{c_0} \int_{0}^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta \int_{0}^{2\pi} \vec{f}_i I_0 d\psi,$$

где индекс "*i*" пробегает значения 1, 2, 3, 4 и

$$\vec{f}_{1} = (\vec{l}_{0} - \vec{l}_{1})R \qquad \vec{f}_{2} = (\vec{l}_{0} - \vec{l}_{2})T$$

$$\vec{f}_{3} = (\vec{l}_{2} - \vec{l}_{3})TR \qquad \vec{f}_{4} = (\vec{l}_{2} - \vec{l}_{4})T^{2}.$$
(7.26)

Векторная сумма всех сил, т. е. полная сила давления света на шар, выражается формулой

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{4} \vec{F}_{i} = \frac{a^{2}}{c_{0}} \int_{0}^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta \int_{0}^{2\pi} \vec{fI}_{0} d\psi, \qquad (7.27)$$

где

$$\vec{f} = \sum_{i=1}^4 \vec{f}_i \; .$$

7.2.5. Световое давление вдоль пучка

Сила светового давления, действующая на шар в направлении оси лазерного пучка, определяется формулой

$$F_z = \sum_{i=1}^4 F_{iz} , \qquad (7.28)$$

где

$$F_{iz} = \frac{a^2}{c_0} \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta \int_0^{2\pi} f_{iz} I_0 d\psi.$$
(7.29)

Значения f_{iz} вычислим, используя формулы (7.26) и (7.2). Они оказываются равными

$$f_{1z} = (1 + \cos 2\theta)R,$$

$$f_{2z} = [1 - \cos(\theta - \theta_2)]T,$$

$$f_{3z} = [\cos(\theta - \theta_2) + \cos(3\theta_2 - \theta)]TR,$$

$$f_{4z} = [\cos(\theta - \theta_2) - \cos 2(\theta_2 - \theta)]T^2.$$
(7.30)

Подставляя (7.30) в (7.29), (7.28), можно вычислить силу светового давления F_z для произвольного распределения интенсивности в падающем пучке $I_0(\theta, \psi)$. В частности, для пространственно однородного падающего светового потока с интенсивностью

$$I_0(\theta, \psi) = I_0 = const$$

получаем

$$F_{iz} = \frac{a^2 I_0}{c_0} \int_{0}^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta \int_{0}^{2\pi} f_{iz} d\psi.$$
(7.31)

Введем полную мощность света, падающего на частицу

$$P = \pi a^2 I_0 \tag{7.32}$$

и силу

$$F_0 = \frac{2P}{c_0},$$
(7.33)

имеющую смысл силы светового давления на плоское зеркало радиуса *а*. Тогда формулу (7.31) можно переписать в виде

$$F_{iz} = F_0 q_i, \tag{7.34}$$

где

$$q_{i} = \int_{0}^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta \langle f_{iz} \rangle d\theta, \quad \langle f_{iz} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} f_{iz} d\psi.$$

$$(7.35)$$

Подставляя (7.30) в (7.35), получим

$$q_{1} = \int_{0}^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta [1 + \cos 2\theta] \langle R \rangle d\theta,$$

$$q_{2} = \int_{0}^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta [1 - \cos(\theta - \theta_{2})] \langle T \rangle d\theta,$$

$$q_{3} = \int_{0}^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta [\cos(\theta - \theta_{2}) + \cos(3\theta_{2} - \theta)] \langle TR \rangle d\theta,$$

$$q_{3} = \int_{0}^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta [\cos(\theta - \theta_{2}) - \cos 2(\theta - \theta_{2})] \langle T^{2} \rangle d\theta,$$
(7.36)

где согласно (7.35), (7.30), (7.13)-(7.16), (7.7), (7.8),

$$\langle R \rangle = \frac{1}{2} \left(R_{\parallel} + R_{\perp} \right), \quad \langle T \rangle = 1 - \langle R \rangle,$$

$$\langle R^{2} \rangle = \frac{3}{8} \left(R_{\parallel}^{2} + R_{\perp}^{2} \right) + \frac{1}{4} R_{\parallel} R_{\perp},$$

$$(7.37)$$

$$\langle TR \rangle = \langle R \rangle - \langle R^2 \rangle, \quad \langle T^2 \rangle = 1 + \langle R^2 \rangle - 2 \langle R \rangle, R_{\parallel} = R_{\parallel} (\theta) = \frac{tg^2(\theta - \theta_2)}{tg^2(\theta + \theta_2)}, \quad R_{\perp} = R_{\perp}(\theta) = \frac{sin^2(\theta - \theta_2)}{sin^2(\theta + \theta_2)},$$
(7.38)

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta\right). \tag{7.39}$$

Задаваясь определенными значениями показателей преломления среды, окружающей шар (n_1) , и самого шара (n_2) , по формулам (7.36)-(7.39) можно вычислить величины q_1 , q_2 , q_3 , q_4 , после чего по формулам (7.34) и (7.28) нетрудно найти полную силу светового давления в направлении оси пучка F_z .

7.2.6. Световое давление поперек пучка

Расчет поперечной компоненты силы светового давления проводится аналогично. Проектируя выражение (7.27) на ось x, получим

$$F_x = \sum_{i=1}^4 F_{ix} , \qquad (7.40)$$

где

$$F_{ix} = \frac{a^2}{c_0} \int_{0}^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta \int_{0}^{\pi/2} f_{ix} I_0 d\psi.$$
(7.41)

Значения f_{ix} вычислим, используя формулы (7.26) и (7.2). Они оказываются равными

$$f_{1x} = -R\sin 2\theta \sin \psi, \quad f_{2x} = T\sin(\theta - \theta_2)\sin\psi,$$

$$f_{3x} = TR[-\sin(\theta - \theta_2) + \sin(3\theta_2 - \theta)]\sin\psi,$$

$$f_{4x} = T^2[-\sin(\theta - \theta_2) + \sin 2(\theta - \theta_2)]\sin\psi.$$
(7.42)

Подставляя (7.42) в (7.41), (7.40), можно вычислить силу светового давления F_x для произвольного распределения интенсивности в падающем пучке $I_0 = I_0(\theta, \psi)$. В частности, для пространственно однородного падающего светового потока с интенсивностью

$$I_0(\theta, \psi) = I_0 = const \tag{7.43}$$

получим

$$F_{ix} = \frac{a^2 I_0}{c_0} \int_{0}^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta \int_{0}^{2\pi} f_{ix} d\psi.$$
(7.44)

Используя (7.32), (7.33), формулу (7.44) можно переписать в виде $F_{ix} = F_0 q_{ix}$,

где

$$q_{ix} = \int_{0}^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta \langle f_{ix} \rangle d\theta, \quad \langle f_{ix} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} f_{ix} d\psi.$$
(7.45)
Подставляя (7.42), (7.11), (7.12) в (7.45), получим
 $\langle f_{ix} \rangle = 0$

и, следовательно, $q_{ix} = 0$, $F_{ix} = 0$, $F_x = 0$.

Итак, поперечная компонента силы светового давления оказалась равной нулю. Физически этот результат вполне понятен, так как мы предполагали, что сферическая частица облучается пространственно однородным световым потоком. Заметим, однако, что если условие однородности падающего светового потока (7.43) не выполняется, то компонента силы светового давления, перпендикулярная оси светового пучка, будет, вообще говоря, отлична от нуля. Такая сила возникает, в частности, если частица облучается световым пучком с гауссовым профилем интенсивности, а центр частицы смещен относительно оси пучка. В этом случае возникает сила, втягивающая частицу в пучок, если $n_2 > n_1$ и, наоборот, выталкивающая частицу из пучка, если $n_2 < n_1$. Количественный расчет этих сил можно выполнить по общим формулам (7.40)-(7.42).

7.3. Численные оценки

Рассмотрим в качестве примера оптическую левитацию частиц из латекса, погруженных в воду. Полагая $n_1 = 1,33$, $n_2 = 1,58$, и выполнив численные

расчеты по формулам (7.36)-(7.39), получим $q_1 = 0,0062, q_2 = 0,0078, q_3 = 0,0162, q_4 = 0,0208$ и значение полного "q -фактора"

$$q = \sum_{i=1}^{4} q_i = 0,051.$$
(7.46)

Оценим теперь силу светового давления, действующую на частицу. Согласно формулам (7.28), (7.34), (7.46)

 $F_z = F_0 q$, где $F_0 = 2P/c_0$, P — мощность света, падающего на частицу, c_0 — скорость света. Полагая P = 1 Вт, для q = 0,051 получим $F_0 = 0,67 \cdot 10^{-3}$ дин, $F_z = 3,4 \cdot 10^{-5}$ дин. Сравним эту силу с весом частицы. Пусть частица представляет собой шар радиуса $a = \lambda = 0,5$ мкм из материала с плотностью $\rho = 1$ г/см³. При этом $mg = (4/3)\pi\lambda^3\rho g = 5 \cdot 10^{-10}$ дин. Таким образом, сила светового давления превышает вес частицы приблизительно в 10^5 раз. Эти оценки показывают, что даже для прозрачных частиц силы светового давления в сфокусированных лазерных пучках могут быть весьма велики.

Контрольные вопросы к разделу 7

- 1. Можно ли получить сильные эффекты, обусловленные световым давлением, фокусируя непрерывное лазерное излучение небольшой мощности на малые тела?
- 2. Опишите первые опыты Эшкина по исследованию давления лазерного излучения?
- 3. Что лежит в основе расчета давления лазерного пучка на идеально прозрачную диэлектрическую частицу сферической формы?
- 4. Каковы основные этапы вычисления силы светового давления, действующие на частицу в направлениях вдоль и поперек лазерного пучка?
- 5. В чем состоит суть представления о потоке импульса, переносимом световой волной?
- 6. Можно ли использовать формулы Френеля для расчета энергетики отражения и преломления света при оптической левитации частиц в лазерном поле?
- 7. Приведите пример численной оценки оптической левитации частиц из латекса, погруженных в воду?

ЭНИВЕРСИТЕТ ИТМО

знаний, внедрение Миссия университета генерация передовых способных инновационных разработок И подготовка элитных кадров, условиях быстро действовать В меняющегося мира И обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

КАФЕДРА ЛАЗЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

В декабре 1965 года по инициативе директора а/я 155 Ф.Г. Староса и проректора ЛИТМО по науке С.А. Майорова создана лаборатории лазерной технологии (ОЛЛТ).

1976 г. — научные работы ОЛЛТ по физическим основам лазерной обработки тонких пленок удостоены Премии Президиума АН СССР за лучшую научную работу в области «Фундаментальных проблем микроэлектроники».

В 1982 г. на базе лаборатории создана кафедра охраны труда и окружающей среды с отраслевой лабораторией лазерных технологий.

1983, 1984 гг. — работы кафедры по лазерным технологиям и системам удостоены Премий Минвуза СССР за лучшую научную работу.

1986 г. — работы кафедры по лазерной обработке тонких пленок совместно с рядом других организаций удостоены Государственной Премии СССР.

Все это время идет подготовка специалистов по лазерным технологиям по индивидуальным планам.

В 1988 г. кафедра переименована в кафедру лазерных технологий, начинается систематический выпуск специалистов по специальности 07.23 «лазерная техника и лазерные технологии».

1997 г. — По инициативе кафедры создана новая учебная специальность высшего образования России «Лазерная техника и лазерные тенологии» 0723000, по которой ГИТМО (ТУ) становится головным ВЗом.

В 2000 г. — лаборатория и кафедра ЛТ признаны Ведущей научной школой Российской Федерации по «Фундаментальным основам лазерных микротехнологий». 2001 – 2014 г. — этот статус подтверждается.

2001 г. — ИТМО в лице кафедры ЛТ и ЭП включен в состав «Франко– Германо–Русского Университета без стен» (France–German–Russian University without walls) для подготовки специалистов в области высокотемпературных технологий.

С 1988 по 2010 г. кафедра выпустила более 500 специалистов в области лазерных технологий, сотрудниками и аспирантами кафедры защищены 2 докторские и более 30 кандидатских диссертаций;

По результатам работ кафедры издано 9 монографий; результаты исследований сотрудников кафедры изложены более чем в 500 научных статьях и 50 патентах и авторских свидетельствах;

Кафедрой лазерных технологий и экологического приборостроения бессменно, с момента ее образования, заведует Заслуженный деятель науки России, Лауреат Государственной Премии СССР и Премии Правительства РФ, академик Академии Инженерных Наук РФ, д.т.н., профессор В.П. Вейко. Среди преподавателей кафедры Почетный работник высшей школы, Лауреат Премии Правительства РФ, д.т.н., профессор Е.Б. Яковлев, Почетный работник высшей школы, д.т.н., профессор Е.А. Шахно, Почетный работник высшей школы, к.ф.-м.н., доцент Г.Д. Шандыбина, Почетный работник высшей школы, к.ф.м.н., доц. Ю.И. Копилевич, молодые преподаватели, к.т.н., доц. А.А. Петров, к.т.н., доц. Н.Н. Марковкина, к.т.н., ст. преподаватель. Б.Ю. Новиков.

Работа кафедры проводится в тесном контакте с ведущими предприятиями Санкт–Петербурга по лазерным технологиям: ООО СП «Лазертех» (ген. директор С.Н. Смирнов), ООО «Лазерный центр» (ген. директор С.Г. Горный), ООО «Мобильные лазерные системы» (ген. директор В.Н. Смирнов).

Кафедра активно сотрудничает с университетами и институтами США (Prinston University, Cornell University), Германии (BIAS, FHS Emden), Японии (RIKEN), Китая (HUST), Франции (ENISE), Италии (Lecce University) и др.

В 2007 - 2008 г.г. в рамках приоритетного национального проекта «Образование» по направлению научно-образовательной деятельности Университета «Лазерные технологии и системы» был создан научно-образовательных центр, развивающий основные научные направления кафедры и состоящий из лабораторий укомплектованных современным лазерным, измерительным и аналитическим оборудованием:

1. Лаборатория лазерных нанотехнологий работающая по 4-м научно-образовательным направлениям:

1) Лазерное формирование многофункциональных зондов для зондовой микроскопии.

2) Исследование процессов лазерной локальной модификации материалов и способов управления размерами областей, глубиной их залегания, скоростью переключения и степенью кристаллизации.

3) Наноструктурирование тонких металлических и полупроводниковых слоев.

4) Управление микро- и наношероховатостью поверхностей оптических материалов

2. Лаборатория лазерной очистки и реставрации произведений культуры и искусства (организована совместно с фирмой ООО «Мобильные лазерные системы»).

3. Учебно-производственный центр лазерных технологий резки, сварки, наплавки и термообработки создан совместно с фирмой ООО «СП Лазертех»

К 2014 г. в ИТМО сложились следующие основные научные направления лазерных технологий:

1. Лазерная микро и наноструктурирование поверхности твердого тела, тонких пленок и слоев, в том числе

- наноструктурирование тонких металлических и полупроводниковых слоев,

- лазерное локальное осаждение тонких пленок.

2. Исследование физических основ формирования А–К–А переходов в стеклокерамиках (А — аморфизованный, К — кристаллизованный слой) и способов управления их размерами, глубиной их залегания, скоростью переключения и степенью кристаллизации.

3. Создание новых оптических материалов и элементов микро- и нанофотоники на базе лазерных технологий.

4. Лазерное формирование многофункциональных зондов для зондовой микроскопии с целью создания универсальных зондовых микроскопов.

5. Физико-химические основы лазерной очистки в промышленности и при реставрации произведений культурно-исторического наследия.

6. Фундаментальные исследования в области взаимодействия лазерного излучения с веществом: лазерная абляция и конденсация металлических и композиционных пленок и эффекты самоорганизации.

7. Физико-математическое моделирование в задачах дистанционного лазерного зондирования морской среды.

Михаил Наумович Либенсон, Евгений Борисович Яковлев, Галина Дмитриевна Шандыбина

Взаимодействие лазерного излучения с веществом (силовая оптика).

Часть I. Поглощение лазерного излучения в твердых телах. Под общей редакцией *Вадима Павловича Вейко*

Учебное пособие.

В авторской редакции Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО Зав. РИО Н.Ф. Гусарова Подписано к печати 23.06.2015 Заказ № 3323 Тираж 100 экз. Отпечатано на ризографе