

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Ю.Н. Гуляева, А.Г. Новосёлов

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ
ГИДРОАЭРОДИНАМИКА

Учебно-методическое пособие

 **УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

Санкт-Петербург

2016

УДК 532.5

Гуляева Ю.Н., Новосёлов А.Г. Механика жидкостей и газов. Гидроаэродинамика: Учеб.-метод. пособие. – СПб.: Университет ИТМО, 2016. – 48 с.

Приведены основные сведения по дисциплине, варианты контрольных работ, контрольные вопросы и задачи. В конце работы дан список литературы.

Предназначено для бакалавров направления 16.03.03 Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения по дисциплине «Механика жидкости и газа» и бакалавров 14.03.03 Ядерная энергетика и теплофизика по дисциплине «Гидроаэродинамика» очной и заочной форм обучения.

Рецензент: кандидат техн. наук А.А. Малышев

Рекомендовано к печати Советом факультета пищевых биотехнологий и инженерии, протокол № 10 от 30.06.2016 г.



Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 – 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 2016

© Гуляева Ю.Н., Новосёлов А.Г., 2016

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Настоящее учебно-методическое пособие включает в себя методические указания и контрольные задания по курсу «Механика жидкостей и газов». Контрольные задания состоят из двух групп вопросов и задач.

Номера задач студенты выбирают по последней цифре шифра зачетной книжки, номера вопросов – по двум последним цифрам шифра. На вопросы следует отвечать письменно. Например: шифр 1875. Студент отвечает на пятый вопрос 1-й группы и седьмой вопрос 2-й группы, а также решает все задачи с условием пятого варианта.

При выполнении задания необходимо последовательно и подробно изложить ответы на вопросы, изобразить схему или рисунок, решение задачи сначала выполнить в общем виде, а затем в конкретных цифрах. Все расчеты производить в системе СИ.

1. ДИНАМИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Введение

Рассматриваются предмет механики жидкостей и газов, краткая история развития этой науки, значение ее в различных отраслях промышленности.

1.1. Параметры потоков и физические свойства жидкостей

Сжимаемость, плотность. Силы, действующие в жидкости. Закон Ньютона, вязкость.

Жидкости ньютоновские и неньютоновские. Жидкости идеальные и реальные. Поверхностное натяжение. Давление насыщенного пара. Потоки адиабатические, изотермические, изоэнтропийные.

Методические указания

Жидкости разделяются на сжимаемые и несжимаемые. К первым относятся газы, ко вторым – капельные жидкости (вода, спирт, сжиженные газы и т. п.). Капельные жидкости, так же как и газы, могут менять свой объем под действием сил внешнего давления, однако их сжимаемость в тысячи раз меньше, чем газов, поэтому их принято считать несжимаемыми.

Плотность капельных жидкостей слабо зависит от давления и температуры.

Плотность газов связана с давлением и температурой известным уравнением $\rho = P/RT$, где R – газовая постоянная.

В изотермических потоках $T = \text{const}$ и отношение $P/\rho = \text{const}$.

При адиабатическом течении $P/\rho^k = \text{const}$, где k – показатель адиабаты или изоэнтропы. Изоэнтропический поток – это идеальный адиабатический поток.

Вязкость – свойство жидкости оказывать сопротивление сдвигу (движению). Вязкость капельных жидкостей в значительной мере зависит от температуры, вязкость газов – еще и от давления. С увеличением температуры вязкость капельных жидкостей снижается, газов – увеличивается.

В теоретической гидродинамике введено понятие идеальной жидкости, т. е. жидкости, лишенной вязкости. Такая жидкость не оказывает сопротивления движению, т. е. $\mu = 0$.

1.2. Кинематика жидкости

Способы задания движения. Скорость, траектория, линия тока, ускорение. Движение вихревое и безвихревое. Трубка тока, элементарная струйка. Расход жидкости, средняя скорость. Циркуляция скорости. Виды движения.

Методические указания

Существует два метода задания движения – Лагранжа и Эйлера. В первом случае задается траектория движения частицы (точки). Уравнение траектории $\vec{r} = f(\vec{r}_0, t)$, в этом случае скорость точки

будет $\vec{U} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

Согласно Эйлеру, задается поле скоростей, т. е. скорость жидкости в фиксированной точке пространства, тогда

$$\vec{a} = f(\vec{r}, t).$$

Если скорость является функцией только радиуса-вектора \vec{r} , то движение называется установившимся; если же скорость еще зависит от времени t , то – неустановившимся.

Ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{U}}{dt}$$

или

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \frac{\partial \vec{U}}{\partial \vec{r}} = \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + U_x \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} + U_y \frac{\partial \vec{U}}{\partial y} + U_z \frac{\partial \vec{U}}{\partial z}.$$

При установившемся движении $\frac{d\vec{U}}{dt} = 0$.

Линия тока – это линия, в каждой точке которой вектор скорости направлен по касательной к ней. В этом случае

$$d\vec{r} \vec{U} = 0. \quad (1.1)$$

Трубка тока – это поверхность, образованная линиями тока, проведенными через точки произвольного контура. Трубка тока бесконечно малого сечения, заполненная линиями тока, называется элементарной струйкой. Площадь сечения, перпендикулярная к линиям тока, называется «живым» сечением. Локальная скорость по сечению элементарной струйки постоянна. Расход жидкости через живое сечение элементарной струйки $dQ = U ds$. Расход жидкости через живое сечение потока $Q = \int_s U ds$. Средняя скорость $v = Q/S$.

Циркуляцией скорости по замкнутому контуру Γ_L называется интеграл

$$\Gamma_L = \oint_L \vec{U} d\vec{r}. \quad (1.2)$$

1.3. Основные уравнения движения жидкости

Уравнение неразрывности. Силы массовые и поверхностные. Напряженное состояние жидкости, вектор напряжений.

Уравнение движения жидкости. Уравнение энергии, диссипативная функция.

Методические указания

Уравнение неразрывности выражает закон сохранения массы для движущейся жидкости и имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{U}) = 0.$$

Для несжимаемой жидкости $\rho = \text{const}$, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ и $\operatorname{div}(\vec{U}) = 0$,
или в проекциях на координатные оси

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0.$$

Массовые силы пропорциональны массе инерции:

$$\vec{R}_m = \vec{F}m,$$

где \vec{F} – плотность массовых сил.

В проекциях на координатные оси

$$\vec{F} = Xi + Yj + Zk.$$

Поверхностные силы пропорциональны площади поверхности, на которую они действуют. Напряжение этих сил на площадке с нормалью n определяется равенством

$$P_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta S}.$$

В общем случае $P_n = f(x; y; z)$.

Вектор напряжения \vec{p}_n определяется девятью скалярными величинами: тремя нормальными составляющими $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ и шестью касательными $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$. Вектор напряжения может быть выражен тензором напряжения

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix}.$$

В покоящейся жидкости касательные напряжения равны нулю и $P_n = -P$ называется гидростатическим давлением, или

$$P = -\sigma_x = -\sigma_y = -\sigma_z.$$

Давлением в движущейся жидкости называется величина

$$P = -\frac{1}{3(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}.$$

Уравнение движения несжимаемой жидкости имеет вид

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} P + \nu \nabla^2 \vec{U} \quad (1.3)$$

и называется уравнением Навье–Стокса.

1.4. Гидростатика

Дифференциальное уравнение статического равновесия. Интегрирование уравнения статического равновесия для частных случаев абсолютного и относительного покоя. Давление в точке. Удельная потенциальная энергия жидкости, пьезометрический напор.

Сила давления жидкости на плоские и криволинейные поверхности. Закон Архимеда, условия плавания и остойчивости тел.

Методические указания

Дифференциальное уравнение гидростатики следует из уравнения (1.3). Так как $\vec{U} = 0$, то

$$\vec{F} = \frac{1}{\rho} \text{grad}P \quad (1.4)$$

или в проекциях на координатные оси

$$X = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}; \quad Y = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y}; \quad Z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (1.5)$$

Уравнение (1.5) можно представить в виде

$$dP = \rho(Xdx + Ydy + Zdz). \quad (1.6)$$

Если жидкость находится в покое в поле гравитационных сил, то $X = Y = 0$; $Z = -g$ (рис. 1.1). После интегрирования уравнения (1.6) получим, что давление в точке A

$$P_A = P_0 + \rho g (Z_0 - Z_1) = P_0 + \rho g h_1. \quad (1.7)$$

Уравнение (1.7) называется основным уравнением гидростатики. Если же жидкость находится в относительном покое в поле центробежных сил, то на жидкость, кроме сил тяжести, будет действовать центробежная сила.

Рассмотрим статическое равновесие жидкости в сосуде, вращающемся около вертикальной оси (рис. 1.2).

В уравнении (1.6) $X = \omega^2 x$; $Y = \omega^2 y$; $Z = -g$. Интегрируя уравнение (1.6), получим

$$P = P_0 + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} + (Z_0 - Z) \rho g. \quad (1.8)$$

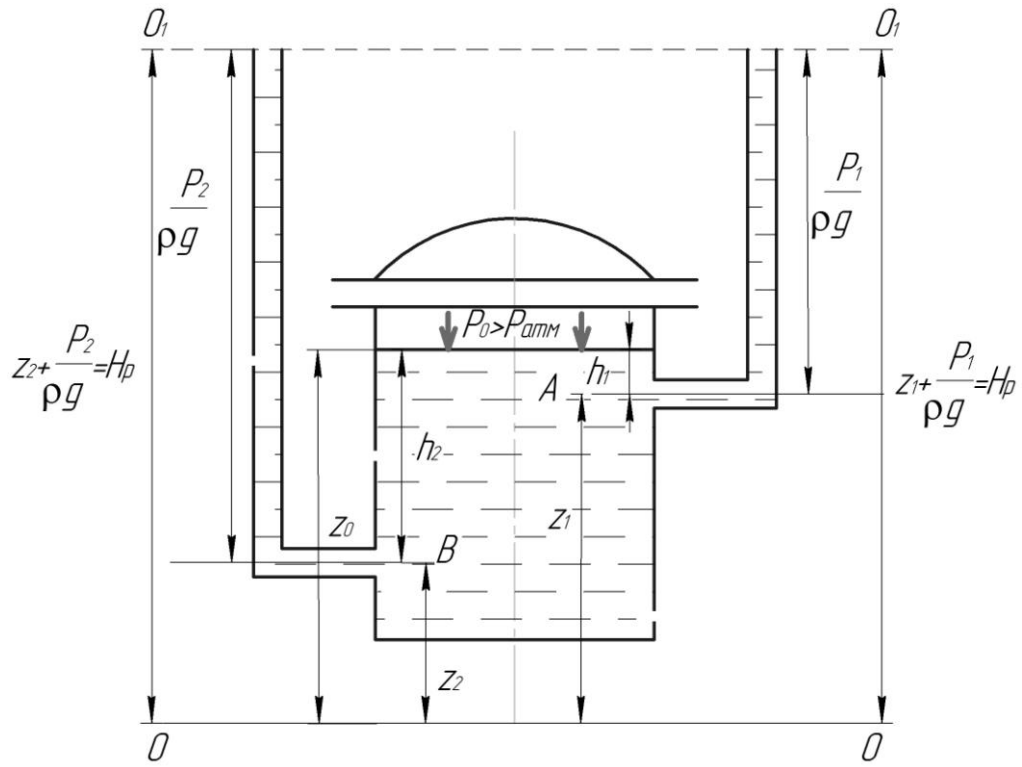


Рис. 1.1

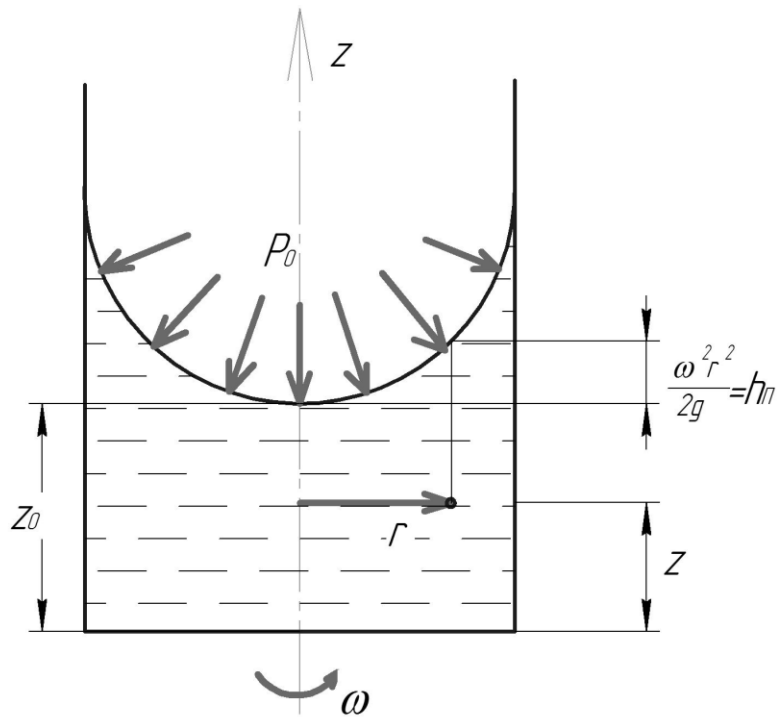


Рис. 1.2

Уравнение (1.8) соответствует уравнению (1.7), в нем

$$h = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + (Z_0 - Z).$$

Различают абсолютное и избыточное (манометрическое) давление. Абсолютное давление – сумма атмосферного $P_{\text{атм}}$ и избыточного давления $P_{\text{изб}}$:

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{атм}} + P_{\text{изб}}.$$

Манометрическое давление может быть отрицательным, в этом случае оно называется вакуумметрическим $P_{\text{вак}}$:

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{атм}} - P_{\text{вак}}.$$

В закрытом сосуде абсолютное давление в точке A (см. рис. 1.1)

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{атм}} + P_0 + \rho gh.$$

Если сосуд открыт, то $P_0 = P_{\text{атм}}$ и $P_{\text{абс}} = P_{\text{атм}} + \rho gh$.

Из уравнения (1.7) можно получить, если все составляющие этого уравнения отнести к единице веса жидкости,

$$Z_0 + \frac{P_0}{\rho g} = Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} = \text{const}, \quad (1.9)$$

где $Z_{0,1,2}$ – удельная энергия положения, м; $\frac{P}{\rho g}$ – удельная энергия давления, м. Сумма их называется удельной потенциальной энергией e_n .

Из уравнения (1.3) следует, что e_n не зависит от положения точки в жидкости. Удельная потенциальная энергия называется пьезометрическим напором. Плоскость O_1O_1 называется пьезометрической плоскостью.

Эпюра давления – графическое изображение изменения единичного давления по величине и направлению. Эпюра полного давления на вертикальную стенку имеет вид трапеции (рис. 1.3, а), а эпюра избыточного давления – треугольника (см. рис. 1.3, б).

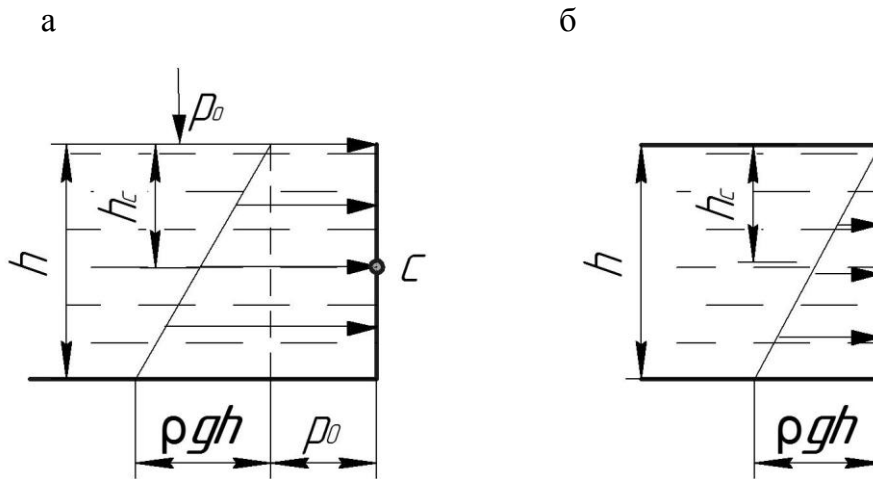


Рис. 1.3

Сила давления жидкости на плоскую стенку может быть определена по формуле

$$F = P_0 S + \rho g h_c S,$$

где h_c – глубина погружения центра тяжести поверхности; S – площадь поверхности, на которую действует давление.

Сила давления жидкости F может быть определена графически по объему эпюры давления. Сила полного давления F численно равна объему эпюры давления $V_{эд}$. равнодействующая сила давления на криволинейную поверхность находится как геометрическая сумма составляющих F_x и F_y (рис. 1.4 и 1.5).

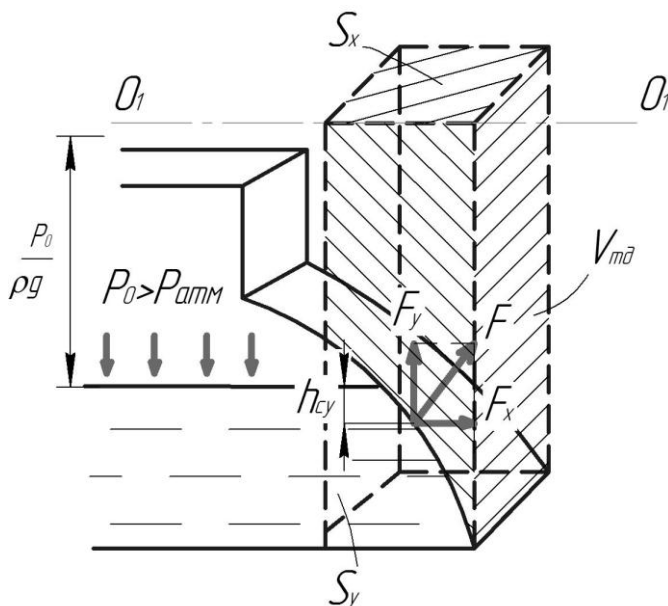


Рис. 1.4

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F_x = (P_0 + \rho g h_{yc}) S_y$$

$$F_y = \rho g V_{тд}$$

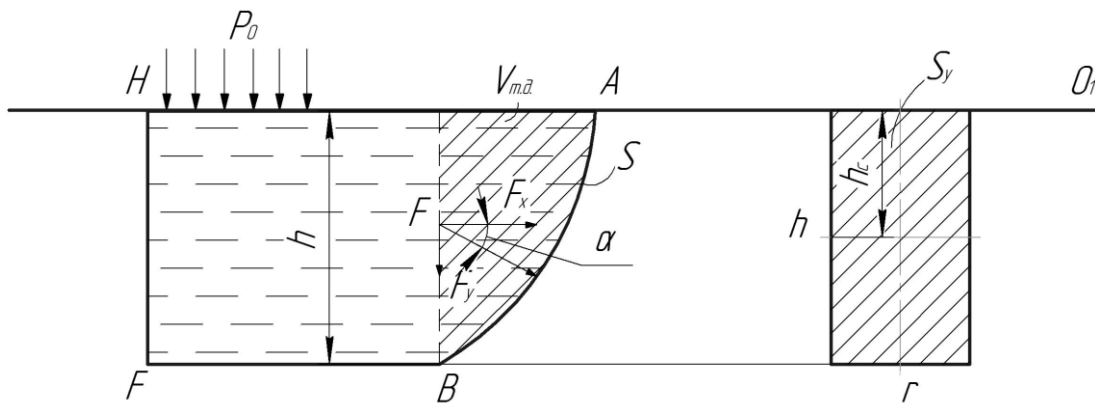


Рис. 1.5

На рис. 1.4 и 1.5 h_{yc} – глубина погружения центра тяжести криволинейной поверхности; S_y – площадь вертикальной проекции криволинейной поверхности; $V_{тд}$ – объем тела давления (это тело, заключенное между криволинейной поверхностью и ее проекцией на пьезометрическую плоскость O_1O_1 ; тело на рис. 1.4, 1.5 заштриховано; h_{cy} – глубина погружения центра тяжести проекции криволинейной поверхности S_y на вертикальную плоскость.

1.5. Динамика идеальной жидкости

Дифференциальное уравнение движения сплошной среды. Интеграл Бернулли. Одномерное движение идеальной жидкости. Уравнения переноса импульса и энергии.

Параметры заторможенного потока. Скорость звука. Относительные параметры течения. Основные газодинамические функции.

Движение идеального газа в каналах переменного сечения. Сопло Лавалю. Скачки уплотнения.

Плоские потенциальные течения. Потенциал скорости, функция тока, комплексный потенциал.

Плоскопараллельные течения, течение от диполя. Обтекание цилиндра плоскопараллельным потоком. Парадокс Даламбера.

Циркуляционное обтекание цилиндра, подъемная сила. Теорема Жуковского о подъемной силе. Обтекание решетки профилей.

Методические указания

В идеальной жидкости $\nu = 0$, из уравнения (1.2) следует уравнение движения идеальной жидкости (уравнение Эйлера):

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{F} + \frac{1}{\rho} \text{grad}P. \quad (1.10)$$

Для установившегося и безвихревого движения уравнение (1.10) может быть проинтегрировано, результатом чего явится уравнение

$$\frac{U^2}{2} + \int \frac{dP}{\rho} - \Phi = \text{const}. \quad (1.11)$$

Уравнение (1.11) называется интегралом Бернулли.

Если из массовых сил действует только сила тяжести, $\Phi = -gz$.

Для несжимаемой жидкости $\int \frac{dP}{\rho} = \frac{P}{\rho}$. В этом случае из (1.4)

следует

$$Z + \frac{P}{\rho g} + \frac{U^2}{2g} = \text{const}. \quad (1.12)$$

Уравнение (1.12) называется уравнением Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. Сумма трех слагаемых в левой части уравнения (1.12) есть полная удельная энергия жидкости в данной точке потока и называется полным напором, т. е. $e = H$. Напор представляет собой сумму удельной потенциальной энергии $e_{\text{п}} = Z + p/\rho g$ и кинетической $e_{\text{к}} = U^2/2g$, м.

Для газов силой тяжести можно пренебречь. Для изоэнтропийного потока $P/\rho^k = C$. С учетом этих замечаний уравнение (1.11) приводится к виду

$$\frac{k}{k-1} \frac{P}{\rho} + \frac{U^2}{2} = \text{const}. \quad (1.13)$$

Для изоэнтропийного потока уравнения переноса импульса и энергии тождественны. В уравнении (1.13) первое слагаемое есть энтальпия заторможенного потока

$$\frac{k}{k-1} \frac{P}{\rho} = C_p T = i. \quad (1.14)$$

С учетом (1.14) уравнение (1.13) примет вид

$$\frac{U^2}{2} + i = \text{const}.$$

Условие $U = 0$ называется условием полного торможения потока. В этом случае $i = i_0$ и

$$i_0 = C_p T_0 = \frac{k}{k-1} \frac{P_0}{\rho_0} = \text{const}, \quad (1.15)$$

где i_0, P_0, ρ_0, T_0 называются параметрами заторможенного потока.

При полном торможении вся кинетическая энергия переходит в теплоту. Таким образом, уравнение (1.15) приводится к виду

$$\frac{U^2}{2} + i = i_0. \quad (1.16)$$

Из (1.14), (1.15) и (1.16) следует

$$U = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_0}{\rho_0} \left[1 - \left(\frac{P}{\rho_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}. \quad (1.17)$$

Скорость звука – это скорость распространения мелких возмущений в данной среде, рассчитывается она по уравнению

$$a = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}.$$

В случае изоэнтропийного движения

$$a = \sqrt{\frac{kP}{\rho}} = \sqrt{kRT} . \quad (1.18)$$

Из (1.17) следует, что $U = U_{\max}$ при $i = 0$, т. е. $U_{\max} = \sqrt{2i_0}$.
Подставив отсюда i_0 в (1.17), получим с учетом (1.16)

$$U_{\max} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_0}{\rho_0}} = a_0 \sqrt{\frac{k P_0}{\rho_0}} , \quad (1.19)$$

где a_0 – скорость звука в заторможенном потоке.

Из уравнений (1.17), (1.18) и (1.19) следует

$$\frac{U^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = \frac{U_{\max}^2}{2} \quad (1.20)$$

Из уравнения (1.20) следует, что с увеличением скорости U до U_{\max} скорость звука a меняется от a_0 до нуля. Точка, в которой $U = U_k = a_k$, называется критической. Сечение канала, в котором $U = U_k$, называется критическим, $S = S_k$, соответственно $P = P_k$, $\rho = \rho_k$, $T = T_k$.

Уравнение (1.20) можно представить в безразмерном виде:

$$\frac{1}{2} + \frac{a^2}{U^2} \frac{1}{k-1} = \frac{1}{2} \frac{k+1}{k-1} \frac{a_k^2}{U^2} ; \quad (1.21)$$

$$a_k^2 = \frac{2k}{k+1} RT_0 .$$

$U/a = M$ – число Маха, которое и есть отношение кинетической энергии к потенциальной; $U/U_k = \lambda$ – отношение кинетической энергии к полной.

Из уравнения (1.21) следует

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{M^2} \frac{1}{k-1} = \frac{1}{2} \frac{k+1}{k-1} \frac{1}{\lambda^2}.$$

Это уравнение устанавливает связь между безразмерными скоростями.

При $M < 1$ поток считается дозвуковым, при $M = 1$ – звуковым и при $M > 1$ – сверхзвуковым.

Газ можно считать несжимаемой средой, если $M \leq 0,1$.

Параметры потока также можно выразить безразмерными величинами:

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2;$$

$$\frac{P}{P_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{k}{k-1}};$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}};$$

$$\frac{T_k}{T_0} = \frac{2}{k+1}; \quad \frac{\rho_k}{\rho_0} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad \frac{P_k}{P_0} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (1.22)$$

Приведенные отношения называются основными газодинамическими функциями. Существуют и другие газодинамические функции: $q = \rho U / \rho_k U_k$, $h_0 = \rho U^2 / 2P_0$. Эти функции позволяют рассчитать любой параметр потока при известных остальных.

Для анализа движения идеального газа в канале переменного сечения запишем уравнение непрерывности в форме

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} + \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} = 0. \quad (1.23)$$

Так как для изоэнтропного движения $dP/d\rho = a^2$, тогда

$$\frac{d\rho}{dx} = \frac{d\rho}{dP} \frac{dP}{dx} = \frac{1}{a^2} \frac{dP}{dx}. \quad (1.24)$$

Для одномерного установившегося потока из (1.10) следует

$$\frac{dP}{dx} = -\rho U_x = \frac{dU_x}{dx}. \quad (1.25)$$

Из уравнений (1.23), (1.24) и (1.25) следует

$$M^2 - 1 \frac{dU}{dx} = \frac{U}{S} \frac{dS}{dx}.$$

Рассмотрим движение жидкости в конфузоре (а) и диффузоре (б) (рис. 1.6).

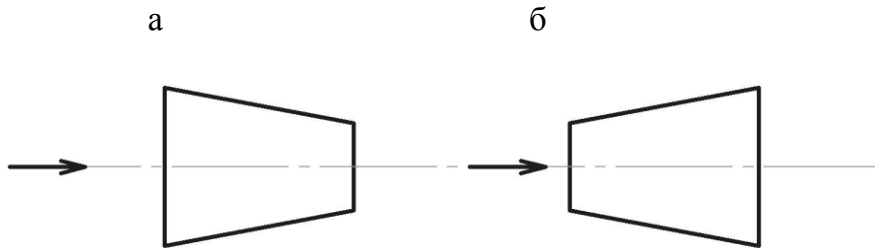


Рис. 1.6

Характер движения в них зависит от числа M . В конфузоре $dS/dx < 0$. При $M < 1$ $dU/dx > 0$ т. е. сечение убывает, скорость возрастает. При $M > 1$ $dU/dx < 0$, т. е. сечение убывает, скорость падает.

В диффузоре $dS/dx > 0$. При $M < 1$ $dU/dx < 0$, т. е. увеличивается площадь и снижается скорость. При $M > 1$ $dU/dx > 0$, т. е. сечение увеличивается и скорость возрастает. Таким образом, характер движения сжимаемых жидкостей в каналах переменного сечения при $M < 1$ и $M > 1$ совершенно различен.

Соплом Лавалья называется канал, состоящий из конфузорной и диффузорной частей. Оно рассчитывается таким образом, чтобы дозвуковая скорость на входе становилась сверхзвуковой на выходе.

В сверхзвуковых потоках при снижении скорости могут возникать разрывы, называемые скачками уплотнения, или ударными волнами. В местах разрыва скорость снижается, а давление, температура и плотность резко возрастают. Для прямого скачка уплотнения изменение параметров после скачка уплотнения можно описать уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1}{P_2} &= \frac{k-1}{k+1} \left(\frac{2k}{k-1} M_1^2 - 1 \right); \\ \frac{\rho_1}{\rho_2} &= \frac{k+1}{2} \frac{M_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}; \\ \frac{T_1}{T_2} &= \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^2 \left(\frac{2k}{k-1} M_1^2 - 1 \right) \left(\frac{2}{k-1} \frac{1}{M_1^2} + 1 \right). \end{aligned} \right\} (1.26)$$

Для плоского потенциального (безвихревого) течения справедливо следующее равенство:

$$\frac{\partial U_y}{\partial x} = \frac{\partial U_x}{\partial y},$$

или

$$U_x dx + U_y dy = d\varphi, \quad (1.27)$$

где $\varphi = \varphi(x, y)$ или $U_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$; $U_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$; φ – потенциал скорости.

Из уравнения линий тока следует $U_x dy - U_y dx = 0$ или

$$U_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad U_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (1.28)$$

где ψ – функция тока.

Сравнивая (1.25) и (1.28), видим, что

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (1.29)$$

Перемножив уравнение (1.29) крест-накрест, получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0. \quad (1.30)$$

Функции, для которых выполняется условие (1.30), могут быть представлены в виде зависимости от одной комплексной переменной $W(z) = W(x + iy)$. Можно записать

$$W(x + iy) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y). \quad (1.31)$$

Функция (1.31) используется при решении различных задач, связанных с обтеканием тел. Например, плоскопараллельное движение около пластинки, течение от диполя, обтекание цилиндра или любого профиля без циркуляции скорости и с ее циркуляцией.

Студентам следует самостоятельно познакомиться с этим течением по источнику [9].

Здесь же отметим, что при обтекании цилиндра потенциальным потоком без циркуляции скорости сила взаимодействия между ними отсутствует. Равенство силы взаимодействия нулю называется парадоксом Даламбера.

При наличии циркуляции скорости при обтекании цилиндра плоскопараллельным потоком на него начинает действовать сила

$$F_y = -\rho U_\infty \Gamma, \quad (1.32)$$

где Γ – циркуляция скорости; F_y – сила, действующая на единицу длины цилиндра, ее размерность $[F_y] = \text{Н/м}$. Сила F_y возникает при обтекании тела любой формы.

Уравнение (1.32) называют теоремой Жуковского, которая формулируется следующим образом: если поток, имеющий в бесконечности $U = U_\infty$, обтекает контур и циркуляция скорости по этому

контур равна Γ , то равнодействующая сила давления жидкости на контур равна произведению скорости потока в бесконечности и плотности жидкости.

Вектор скорости \vec{U}_∞ , повернутый на 90° в сторону, противоположную направлению циркуляции, указывает направление действия подъемной силы F_y .

Если вектор скорости \vec{U}_∞ совпадает с осью X и циркуляция направлена по часовой стрелке ($\Gamma < 0$), то $F_y > 0$. Этому условию отвечает уравнение (1.32).

Лопатки рабочих колес трубки, центробежных компрессоров и насосов образуют решетки профилей. Сила их взаимодействия с потоком определяется по уравнению

$$F = \rho U_0 \Gamma, \quad (1.33)$$

где $U_0 = (U_1 + U_2)/2$, здесь U_1 – скорость на входе в решетку; U_2 – скорость на выходе.

1.6. Динамика вязкой жидкости

Уравнение движения вязкой жидкости. Уравнение Бернулли для элементарной струйки и потока вязкой жидкости, виды гидравлических потерь.

Режимы течения, критерии гидродинамического подобия и их физический смысл.

Частные случаи решений уравнения Навье–Стокса. Ламинарное движение в плоском канале, в трубе с круглым поперечным сечением. Связь между средней и максимальной скоростью, потери по длине, коэффициент гидравлического трения (коэффициент Дарси) λ .

Турбулентное течение, двухслойная модель турбулентного потока. Толщина пристенного слоя, понятие о гидравлически гладких и шероховатых трубах. Потери по длине трубопровода, зависимость λ от критерия Рейнольдса.

Местные потери, их расчет.

Движение вязкого газа в каналах с переменным и постоянным сечением. Влияние сжимаемости на характер движения газов в каналах.

Типы трубопроводов, расчет длинных и коротких трубопроводов. Различные случаи расчетов коротких трубопроводов. Гидравлический удар в трубах.

Пограничный слой, основные понятия и определения. Характерная толщина пограничного слоя, отрыв пограничного слоя.

Истечение жидкости через отверстия, насадки и форсунки. Движение жидкости в диффузорах, их характеристики.

Устройства для измерения расхода жидкости. Дроссельная шайба, водомер Вентури.

Жидкие струи. Взаимодействие струи с твердой поверхностью.

Методические указания

Движение реальной жидкости описывается уравнением Навье-Стокса (1.3). При движении реальной жидкости в ней, кроме сил инерции, массовых и давления, имеет место сила трения, определяемая последним слагаемым уравнения (1.3). Соотношение между силами инерции и трения определяет режим течения жидкости. Существует два режима течения – ламинарный и турбулентный. Определить режим движения можно с помощью критерия Рейнольдса Re :

$$Re = \frac{\rho d}{\nu} \quad \text{или} \quad Re = \frac{\rho d v}{\mu}.$$

Если $Re < Re_{\text{крит}}$, то режим ламинарный, если $Re > Re_{\text{крит}}$, то режим турбулентный; $Re_{\text{крит}} = 2320$ – критическое число Рейнольдса, одинаковое для жидкостей и газов.

Между потоками может существовать гидродинамическое подобие, если их течения описываются тождественными уравнениями, с тождественными граничными условиями и происходят в геометрически подобных каналах. Уравнения подобия можно выделить из уравнения (1.3) после приведения его к безразмерному виду. В проекциях на координатные оси для оси X оно примет вид

$$Sh \frac{\partial \vec{U}_x}{\partial \vec{t}} + \vec{U}_x \frac{\partial \vec{U}_x}{\partial \vec{x}} + \vec{U}_y \frac{\partial \vec{U}_y}{\partial \vec{y}} + \vec{U}_z \frac{\partial \vec{U}_z}{\partial \vec{z}} = \frac{1}{Fr} X - Eu \frac{\partial \vec{P}}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{U}_x, \quad (1.34)$$

где \vec{U} , \vec{t} , \vec{x} , \vec{y} , \vec{z} – безразмерные значения скорости, времени, координат; X – безразмерная плотность массовых сил; $Sh = L/Ut_0$ – критерий Струхала, отношение сил инерции, вызванных локальным и косвенным ускорением J_a/J_k ; $Fr = U^2/gL$ – критерий Фруда, отношение сил J_k к массовым силам F_m ; $Eu = \Delta P_0/\rho U^2$ – критерий Эйлера, отношение сил давления к силам J_k ; $Re = UL/\nu$ – критерий Рейнольдса, отношение сил J_k к силам трения. В этих критериях U , L , t_0 , ΔP_0 – масштабы скорости, длины, времени и давления. В гидрогазодинамике $U = \mathcal{G}$, $L = d$, $\Delta P_0 = \Delta P$.

Уравнение Бернулли для элементарной струйки вязкой жидкости можно записать в следующем виде:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{U_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{U_2^2}{2g} + h_{\text{тр}}.$$

Это же уравнение для потока реальной жидкости

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 \mathcal{G}_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 \mathcal{G}_2^2}{2g} + h_{\text{тр}}, \quad (1.35)$$

где $\alpha = \frac{\int U^3 S}{g^3 S}$ – коэффициент кинетической энергии (коэффициент Кориолиса); $h_{\text{тр}}$ – потери на гидравлическое трение,

$$h_{\text{тр}} = \Sigma h_{\text{дл}} + \Sigma h_{\text{м}},$$

здесь $h_{\text{дл}}$ – потери по длине; $h_{\text{м}}$ – местные потери.

Потери напора по длине при ламинарном режиме движения можно найти, решив уравнение (1.3). При движении вдоль оси X $U_y = U_z = 0$, из уравнения неразрывности $\frac{\partial U_x}{\partial x} = 0$. При этих условиях

уравнение (1.3) примет вид

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \nu \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} \right). \quad (1.36)$$

Рассмотрим два частных решения уравнения (1.36).

1. Течение в плоском канале бесконечной ширины (рис. 1.7).

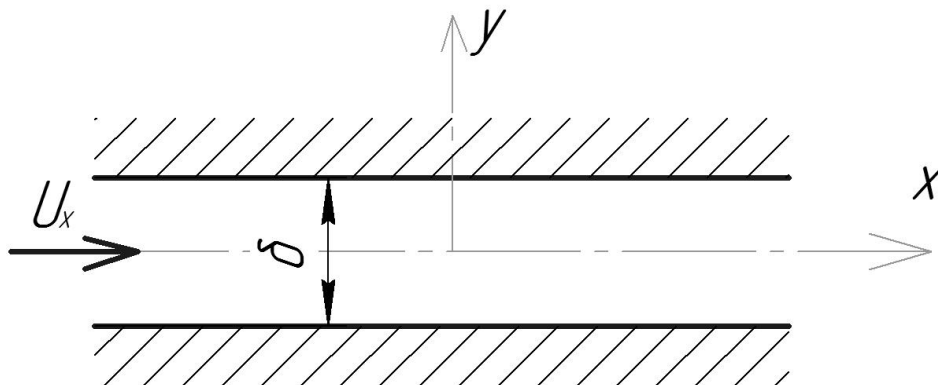


Рис. 1.7

Для такого канала $\partial^2 U_x / \partial Z^2 = 0$ и из уравнения (1.36) следует

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} = -\mu \frac{d^2 U_x}{dy^2}. \quad (1.37)$$

Интегрируя дважды, находим

$$U_x = \frac{\Delta P}{2\mu l} \left(\frac{\delta^2}{4} - y^2 \right). \quad (1.38)$$

Из уравнения (1.38) можно найти ΔP или $h_{\text{дл}} = \Delta P / \rho g$:

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d_3} \frac{\mathcal{G}^2}{2g}, \quad (1.39)$$

где $d_3 = 2\delta$; $\mathcal{G} = Q/S$.

Для плоского канала можно доказать, что

$$U_{\text{max}} = 1,5 \mathcal{G}; \quad \lambda = \frac{96}{\text{Re}}. \quad (1.40)$$

2. Течение в трубе с круглым поперечным сечением.

Уравнение (1.36) выразим в цилиндрических координатах:

$$\nu \frac{d}{r} \left(r \frac{dU_x}{dr} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx}. \quad (1.41)$$

Откуда

$$U_x = \frac{\Delta P}{4\mu l} (r_0^2 - r^2), \quad (1.42)$$

где $d = 2r_0$; $U_{\max} = 2\mathcal{G}$;

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\mathcal{G}^2}{2g}, \quad (1.43)$$

здесь

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}. \quad (1.44)$$

Таким образом, независимо от формы поперечного сечения канала $\lambda \sim \text{Re}^{-1}$.

В отличие от ламинарного течения, для турбулентного характерно интенсивное перемешивание среды по всему сечению потока. В силу этого резкое изменение скорости происходит только у стенки канала, в центре же потока скорость меняется слабо и отношение $U_{\max} / \mathcal{G} \approx 1$. Слой толщиной δ (рис. 1.8), в котором скорость меняется от $U = 0$ до $U \approx \mathcal{G}$, называется пристенным. Принято считать движение жидкости в пределах этого слоя ламинарным, а в ядре потока – турбулентным. Это так называемая двухслойная модель турбулентного потока. Профиль скорости по сечению потока, согласно этой модели, описывается системой из двух уравнений:

$$\begin{cases} \varphi = \eta & \text{при } \eta \leq 11,5; \\ \varphi = 5,5 + 2,5 \ln \eta & \text{при } \eta > 11,5, \end{cases} \quad (1.45)$$

где $\varphi = U/U_*$ – безразмерная скорость; $\eta = U_*y/\nu$ – безразмерное расстояние от стенки L , здесь $U_* = \mathcal{G}\sqrt{\frac{1}{8}}$ – динамическая скорость;

$$\eta_{\text{пр}} = \frac{U_* \delta}{\nu} = 11,5. \quad (1.46)$$

Значение $\eta_{\text{пр}}$ определяет границу между пристенным слоем и ядром потока.

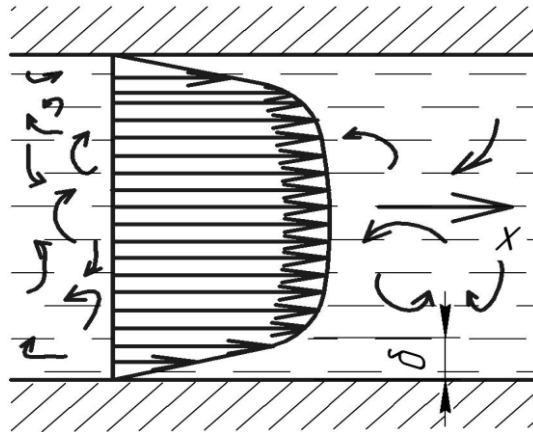


Рис. 1.8

Из уравнения (1.46) можно найти δ :

$$\delta = \frac{32,5 d}{\text{Re} \sqrt{\lambda}}. \quad (1.47)$$

Труба считается гидравлически гладкой, если $\delta > \Delta$, где Δ – высота выступов шероховатостей поверхности канала. Если $\delta < \Delta$, то труба считается гидравлически шероховатой.

Расчет коэффициента Дарси для гидравлически гладких труб при $2320 < \text{Re} \leq 10^4$ можно привести к формуле Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}. \quad (1.48)$$

Для гидравлически шероховатых труб

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}. \quad (1.49)$$

Можно использовать формулы, справедливые для тех и других труб:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25}. \quad (1.50)$$

Для нахождения λ пользуются также графиком зависимости $\lambda = f(\text{Re}; d/\Delta)$, который приведен в литературе.

Расчет потерь по длине трубопровода при турбулентном течении производится по уравнению (1.43) с учетом (1.45), (1.49), (1.50).

Влияние вязкости на движение газа в каналах с различной формой поперечного сечения можно проанализировать, используя уравнения (1.26), которое с учетом сил трения для канала с круглым сечением имеет вид

$$M^2 - 1 \frac{dU}{dx} = \frac{2U}{\tau} \left(\frac{dr}{dx} - \lambda' \right), \quad (1.51)$$

где $\lambda' = \lambda M^2 / 8$.

Если сечение постоянно, то $dr/dx = 0$ и из уравнения (1.51) следует, что при $M < 1$ поток ускоряется, при $M > 1$ – замедляется.

Местные потери канала возникают там, где скорость меняется по величине или направлению, и рассчитываются по уравнению

$$h_m = \xi_m \frac{g^2}{2g}, \quad (1.52)$$

где ξ_m – коэффициент местных потерь, зависит от вида местного сопротивления и выбирается по справочной литературе.

Расчёт трубопровода сводится к трем типовым задачам по определению напора, необходимого для преодоления сопротивления трубопровода, расхода и диаметра. Длина трубопровода известна.

По методам расчета трубопроводы делятся на короткие и длинные. При расчете первых определяются и потери по длине, и местные потери. При расчете вторых пренебрегают скоростными напорами, а местные потери учитываются в пределах 10–15 % от потерь по длине.

В данном курсе рассматриваются расчеты только коротких трубопроводов. В основу расчета положены формулы

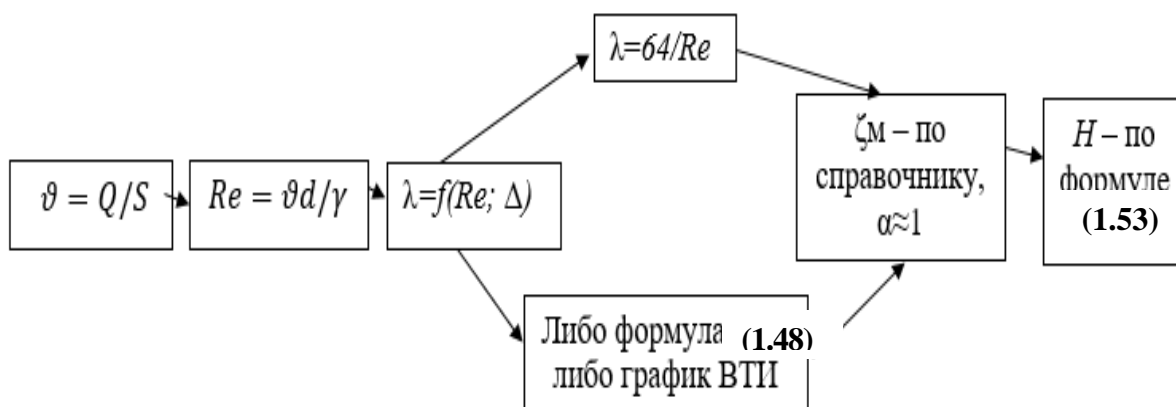
$$H = \frac{g^2}{2g} \left(\alpha + \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi_M \right); \quad (1.53)$$

$$Q = \mu_s S \sqrt{2gH}; \quad (1.54)$$

$$\mu_s = \sqrt{\frac{1}{\alpha + \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi_M}}. \quad (1.55)$$

Задача № 1. *Определить H при заданных Q , d и l .*

Последовательность расчета



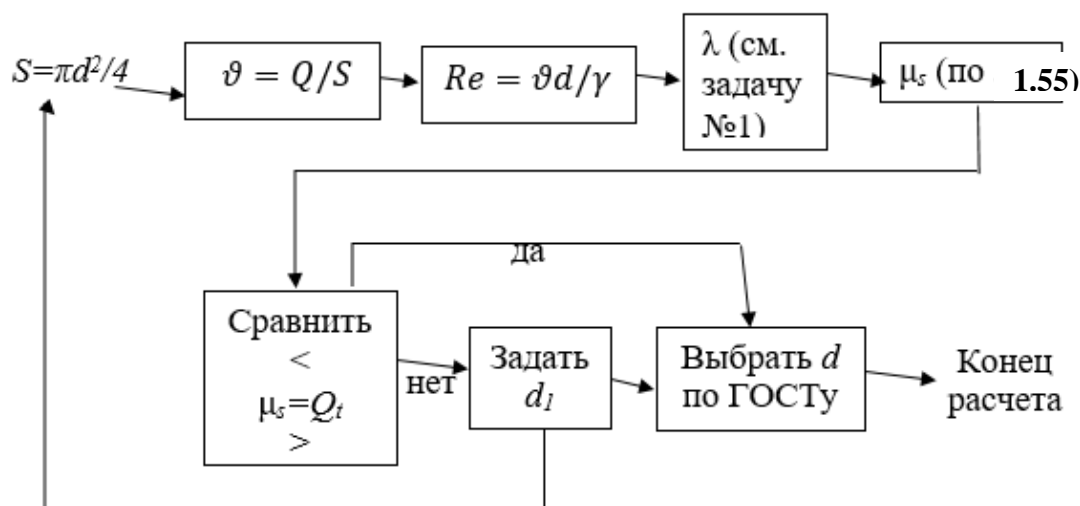
Задача № 2. Определить d при заданных Q , H и l .

Задача решается методом последовательных приближений. Из уравнения (1.54) находим величину

$$\mu_s S = \frac{\sqrt{2gH}}{Q} = K_9.$$

Последовательность расчета

Задаем диаметр d :



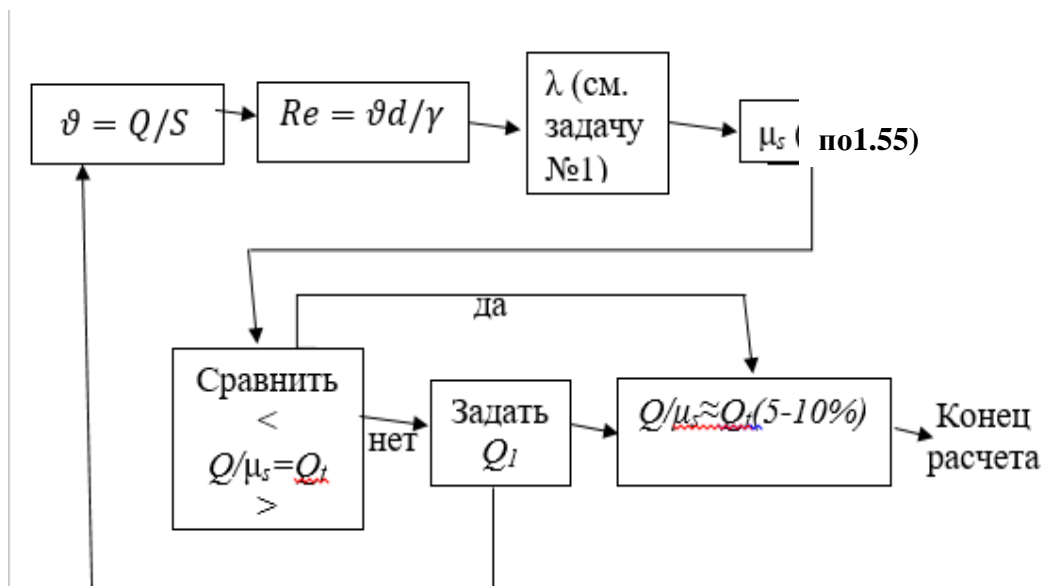
После окончания расчета по ГОСТам выбираем ближайший больший диаметр.

Задача № 3. Определить расход Q при заданных H , d и l .

Задача решается методом последовательных приближений. Из уравнения (1.54) находим $Q / \mu_s = S \sqrt{2gH} = Q_t$.

Последовательность расчета

Задаем значения Q :



Материал, касающийся истечения капельных жидкостей через отверстия и внешнюю цилиндрическую насадку, студентам необходимо изучить самостоятельно, пользуясь литературой.

Гидравлический удар в трубах происходит при внезапном перекрытии живого сечения потока. При этом кинетическая энергия жидкости переходит в потенциальную энергию давления. Происходит резкое повышение давления, которое, без учета деформации стенки трубы, можно определить по уравнению

$$\Delta P = C\rho v, \quad (1.56)$$

где C – скорость распространения ударной волны в жидкости (скорость звука), для воды $C = 1425$ м/с; ρ – плотность среды; v – начальная скорость жидкости в трубе.

2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАСОСОВ

Насосы – гидравлические машины, предназначенные сообщать жидкости механическую энергию, чтобы обеспечить ее перемещение по трубопроводам и аппаратам или передать энергию потребителю через жидкость. Наибольшее распространение для перекачивания капельных жидкостей получили лопастные насосы; радиальные (центробежные) и осевые (лопастные).

Работа насоса характеризуется его подачей Q , напором H , потребляемой мощностью N , коэффициентом полезного действия η и частотой вращения n .

Подачей насоса называется расход жидкости через напорный (выходной) патрубок. Напор представляет собой разность энергий единицы веса жидкости в сечении потока после насоса и перед ним, т. е.:

$$H = Z_{\text{н}} - Z_{\text{вс}} + \frac{P_{\text{н}} - P_{\text{вс}}}{\rho g} + \frac{g_{\text{н}}^2 - g_{\text{вс}}^2}{2g}. \quad (2.1)$$

Если плоскость отсчета проходит через горизонтальную ось всасывающего патрубка центробежного насоса, а диаметры всасывающего и нагнетательного патрубков равны, то уравнение (2.1) упрощается:

$$H = Z + \frac{P_{\text{н}} - P_{\text{вс}}}{\rho g} = Z + \frac{P_{\text{ман}} + P_{\text{вак}}}{\rho g}, \quad (2.2)$$

где $Z_{\text{н}}$, $Z_{\text{вс}}$ – вертикальные расстояния от плоскости отсчета до центра сечения, в котором измеряются $P_{\text{н}}$, $g_{\text{н}}$, $P_{\text{вс}}$ и $g_{\text{вс}}$, соответственно, м; Z – вертикальное расстояние от точки присоединения вакуумметра до центра манометра, м; $P_{\text{н}}$ и $P_{\text{вс}}$ – абсолютное давление в нагнетательном и всасывающем трубопроводах, соответственно; $g_{\text{н}}$ и $g_{\text{вс}}$ – средняя скорость в нагнетательном и во всасывающем трубопроводах, определяемая из уравнения расхода $g = Q/S$, м/с; $P_{\text{ман}}$ и $P_{\text{вак}}$ – давление в нагнетательном и всасывающем трубопроводах, измеряемое манометром и вакуумметром, Па.

Потребляемой мощностью, или мощностью насоса, называется энергия, подводимая к насосу от двигателя за единицу времени,

$$N = \frac{N_{\text{п}}}{\eta}, \quad (2.3)$$

где $N_{\text{п}}$ – полезная мощность, Вт, $N_{\text{п}} = \rho g Q H$; η – полный коэффициент полезного действия, который складывается из гидравлического $\eta_{\text{г}}$, объемного $\eta_{\text{об}}$ и механического $\eta_{\text{м}}$ коэффициентов полезного действия. Значения $\eta_{\text{г}}$, $\eta_{\text{об}}$, $\eta_{\text{м}}$ для центробежных насосов лежат в следующих пределах: $\eta_{\text{г}} = 0,8 \div 0,9$; $\eta_{\text{об}} = 0,9 \div 0,98$; $\eta_{\text{м}} = 0,85 \div 0,97$.

Теоретический напор $H_{t\infty}$, создаваемый рабочим колесом центробежного насоса, определяется основным уравнением работы центробежного насоса:

$$H_{t\infty} = \frac{U_2 C_2 \cos \alpha_2 - U_1 C_1 \cos \alpha_1}{g}, \quad (2.4)$$

где U_2 и U_1 – окружная скорость жидкости на входе и на выходе лопатки рабочего колеса, м/с; C_1 и C_2 – значения абсолютных скоростей жидкости при тех же условиях, м/с; α_1 и α_2 – углы между вектором скоростей U и C , определяющие направление абсолютной скорости.

Действительный напор

$$H = \varepsilon \eta_{\text{г}} H_{t\infty}, \quad (2.5)$$

где ε – коэффициент, учитывающий конечное число лопаток.

При перекачивании жидкости из резервуара 1 под давлением P_1 в резервуар 2 под давлением P_2 потребный напор для обеспечения расхода Q в трубопроводе

$$H_{\text{пот}} = H_{\text{ст}} + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \sum h_{\text{тр}}, \quad (2.6)$$

где $\sum h_{\text{тр}} = \left(\sum \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta_{\text{м}} \right) \frac{g^2}{2g}$ – потери энергии на преодоление гидравлических потерь по длине и местных потерь, м вод.ст.; $H_{\text{ст}}$ – разность уровней жидкости в резервуарах (представляет собой геометрическую высоту подъема жидкости или статический напор), м вод.ст.

Для обоснованного выбора того или иного типа центробежного насоса пользуются так называемой рабочей характеристикой. Рабочая характеристика представляет собой графическую зависимость напора H от расхода Q при заданной частоте вращения n .

Обычно на этом же графике изображаются зависимости полного КПД насоса η и потребляемой мощности N от расхода. Рабочая характеристика строится по опытным данным испытания насоса. Выбор оптимальных параметров работы центробежного насоса должен соответствовать максимальному (или близкому к нему) значению КПД насоса.

Для решения вопроса о соответствии выбранного насоса для работы на данную сеть (трубопровод) необходимо на рабочей характеристике насоса в том же масштабе изобразить кривую полного напора сети H_c . Точка пересечения кривых $H = f(Q)$ и $H_c = f(Q)$ (рабочая точка) определяет величину действительного напора H_d , значение расхода Q_d , мощности N_d и КПД η_d при работе данного насоса на данную сеть.

Если КПД насоса при этом сильно отличается от максимального (более чем на 7 %), для работы на данную сеть нужно подбирать другой насос таким же образом.

Уравнение напора сети имеет вид

$$H_c = H_r + KQ^2, \quad (2.7)$$

где H_r – геометрический напор, складывающийся из высоты подъема жидкости и разности давлений в исходном и конечном резервуарах, м; K – коэффициент пропорциональности, характеризующий сеть, c^2/m^5 ,

$$K = \frac{8\zeta_c}{\pi^2 d^4 g}. \quad (2.8)$$

Без учета местных потерь напора коэффициент пропорциональности

$$K = \frac{8\lambda l}{\pi^2 d^5 g}. \quad (2.9)$$

При окончательном выборе насоса делается проверка на кавитацию. Под кавитацией понимается явление парообразования в потоке жидкости, вызванное наличием давления во всасывающем трубопроводе ниже давления насыщенных паров, т. е. условием кавитации будет следующее условие:

$$P_{\text{вс}} > P_{\text{нп}}. \quad (2.10)$$

Давление всасывания может быть вычислено по уравнению

$$\frac{P_{\text{вс}}}{\rho g} = \frac{P_{\text{ат}}}{\rho g} - h_{\text{вс}} - \left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta_{\text{м}} \right) - \frac{g_{\text{вс}}^2}{2g}. \quad (2.11)$$

Следует помнить, что $P_{\text{нп}}$ зависит от температуры перекачиваемой жидкости.

Критическая, или максимально допустимая высота всасывания, при которой обеспечивается нормальная работа насоса,

$$h_{\text{вс}_{\text{крит}}} = \frac{P_{\text{ат}} - P_{\text{нп}}}{\rho g} - \left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta_{\text{м}} \right) \frac{g^2}{2g} - \varphi \sigma H,$$

где φ – коэффициент запаса, $\varphi = 1,2 \div 1,4$; σ – коэффициент кавитации, определяемый по формуле $\sigma = (\eta_s / C)^{4/3}$, здесь η_s – коэффициент быстроходности насоса; C – коэффициент, зависящий от конструкции насоса и изменяющийся от 500 до 1000.

3. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Контрольная работа № 1

Вопросы: 1-я группа

1. Назовите и дайте определения основных физических свойств газов и капельных жидкостей. В чем заключается их принципиальное различие?

2. Как зависит вязкость газов и жидкостей от температуры и давления? Какие жидкости называются ньютоновскими и неньютоновскими?

3. Назовите основные параметры потока жидкости и газа.
4. Какие потоки называются адиабатическими, изотермическими и изотропными?
5. Что такое линия тока, трубка тока, элементарная трубка, циркулирующая жидкости, вихревая трубка?
6. Объясните понятия «локальная», «осредненная по времени» и «средняя» скорость потоков. Раскройте понятия объемного и массового расхода жидкости (газа).
7. Раскройте физический смысл уравнения неразрывности потока.
8. Объясните физический смысл слагаемых уравнения движения вязкой жидкости.
9. Какие силы возникают в покоящейся и движущейся жидкостях?
10. В чем заключается парадокс Даламбера?

Вопросы: 2-я группа

1. В чем заключается физический смысл дифференциальных уравнений гидростатики (уравнение Эйлера)? Их прикладное значение.
2. Что такое единичное гидростатическое давление? Два его основных свойства.
3. Раскройте понятие удельной потенциальной энергии жидкости. Дайте определение пьезометрическому и геометрическому напорам.
4. В чем заключается физический смысл закона Паскаля? Его практическое применение.
5. В чем заключается физический смысл закона Архимеда? Приведите условия плавания тел.
6. Как рассчитать силу давления на плоскую поверхность, а также координату приложения этой силы?
7. Как рассчитать силу давления на криволинейную поверхность, а также определить расположение точек приложения этой силы на данной поверхности?

8. Приведите уравнения для свободной поверхности жидкости и закон распределения давления для случая относительного равновесия при вращении жидкости вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью.

9. Назовите характеристики сверхзвукового потока.

10. В чем заключается физическая природа образования скачков уплотнения?

Задачи

1. Давление и температура заторможенного воздушного потока равны, соответственно, P_0 и T_0 (табл. 3.1). Определите критические значения давления, плотности и температуры. Течение изоэнтропическое: $k = 1,4$; $R = 287$ Дж/(кг · К). При решении использовать уравнения (1.22) и $\rho_0 = P_0/RT_0$.

Таблица 3.1

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
T_0 , К	1000	900	900	1100	1200	1300	700	600	500	400
$P_0 \cdot 10^{-5}$, Па	1	2	1,5	1,1	1,4	1,6	0,9	1,2	1,3	1,6

2. Истечение воздуха происходит из сопла со скоростью U при температуре T_1 (табл. 3.2). Каким образом изменится число Маха M , если температура станет равной T_2 , $k = 1,4$, $R = 287$ Дж/(кг · К)?

Таблица 3.2

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U , м/с	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800
T_1 , К	100	150	150	300	400	500	600	650	700	750
T_2 , К	170	300	250	400	500	600	550	480	520	380

При решении использовать уравнение (1.18).

3. Газ истекает из резервуара через сопло Лаваля. Давление в резервуаре P_0 , температура T_0 (табл. 3.3). Определите скорость U , температуру T и плотность газа ρ на выходе из сопла, считая течение изобарическим. Давление на выходе $P_b = 9,8 \cdot 10^4$ Па, $k = 1,4$, $R = 287$ Дж/(кг · К).

Таблица 3.3

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
T_0 , К	35	30	20	25	29	35	20	25	40	45
$P_0 \cdot 10^{-5}$, Па	250	260	270	280	288	300	310	320	240	230

При решении использовать уравнения (1.17).

4. Цилиндр радиусом R , вращающийся с угловой скоростью ω , обтекается воздушным потоком со скоростью \mathcal{G}_∞ . Определите подъемную силу, действующую на цилиндр. Длина цилиндра l (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R , м	0,4	0,5	0,55	0,4	0,5	0,55	0,4	0,5	0,55	0,6
ω , 1/с	40	35	30	25	20	40	35	30	25	20
\mathcal{G}_∞ , м/с	30	35	40	45	50	55	60	55	50	40
l , м	0,5	0,75	1,0	1,5	1,5	1,75	2,0	1,75	1,5	1,25

При решении учесть, что циркуляция скорости по контуру цилиндра $\Gamma = 2\pi R \mathcal{G}_0$, где \mathcal{G}_0 – окружная скорость цилиндра, $\mathcal{G}_0 = \omega R$. Сила рассчитывается по уравнению (1.32).

5. На какой высоте H (рис. 3.1) установится уровень жидкости с плотностью ρ в трубке, первоначально заполненной, а потом опрокинутой под уровень той же жидкости, если атмосферное давление $P_0 = 750$ мм рт.ст., температура жидкости $T = 293$ К, давление насыщенных паров $P_{\text{нп}}$ (табл. 3.5).

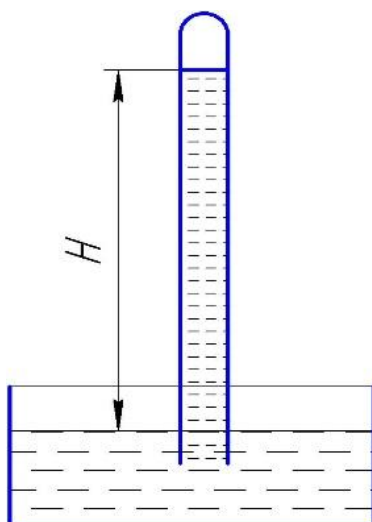


Рис. 3.1

Таблица 3.5

Вариант	Жидкость	$P_{\text{нп}}$, мм рт.ст.	ρ , кг/м ³
0	Бензол	22,3	866
1	Этиловый спирт	40	800
2	Дихлорэтан	65	1257
3	Хлорбензол	8,71	1107
4	Метиловый спирт	44	789
5	Н-пропиловый спирт	14,5	803
6	Ацетон	185	792
7	Вода	17,5	1000
8	Вода	10	1000
9	CCl ₄	90,7	1595

6. Определите силу F натяжения троса, удерживающего прямоугольный щит (рис. 3.2) шириной B при глубине жидкости перед щитом h_1 , если угол наклона щита к горизонту α . Весом щита и трением в шарнире опоры и блоке пренебречь, плотность жидкости ρ (табл. 3.6).

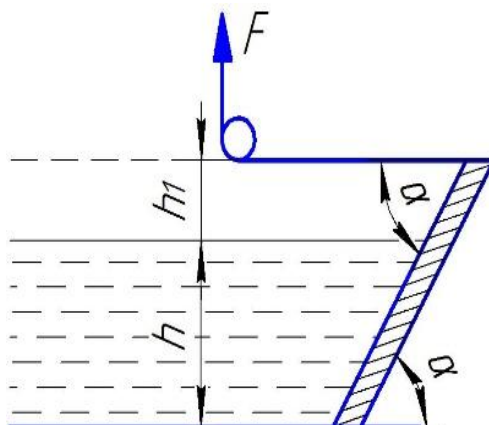


Рис. 3.2

Таблица 3.6

Вариант	h_1 , м	B , м	h , м	α , град	ρ , кг/м ³
0	1,0	2	0,1	30	1000
1	1,5	2,5	0,2	45	1100
2	1,8	2	0,3	60	800
3	2	2	0,4	30	1600
4	1,4	1,5	0,5	45	900
5	1,6	2,2	0,6	60	1000
6	1,2	2,4	0,7	70	1200
7	1,0	3,0	0,8	50	1000
8	1,5	1,6	0,9	45	800
9	2,5	1,5	1,0	80	1400

7. Цилиндрический сосуд (рис. 3.3) диаметром D и высотой H , заполненный до краев жидкостью плотностью ρ , вращается вокруг вертикальной оси. Определить: 1. Частоту вращения сосуда, при которой будет вращаться три четверти первоначального объема жидкости. 2. Наибольшее избыточное давление на дно сосуда. 3. Силу давления на дно сосуда (табл. 3.7).

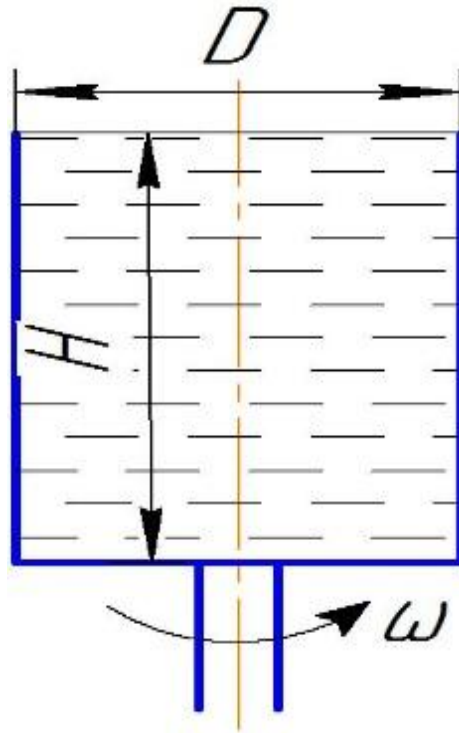


Рис. 3.3

Таблица 3.7

Вариант	H , м	D , м	ρ , кг/м ³
0	0,5	0,1	1000
1	0,6	0,2	800
2	0,7	0,3	860
3	0,8	0,4	900
4	0,9	0,5	950
5	1,0	0,6	1000
6	1,2	0,7	1100
7	1,4	0,8	1250
8	1,6	0,9	1600
9	1,8	1,0	800

Контрольная работа № 2

Вопросы: 1-я группа

1. Раскройте физический смысл слагаемых уравнения Навье-Стокса.
2. Объясните геометрический и энергетический смысл слагаемых уравнения Бернулли для элементарной струйки и потока реальной жидкости.
3. Почему возникает подъемная сила при обтекании тел потоком жидкости?
4. Чем объясняется скачкообразное изменение параметров (давления, плотности, температуры) за скачком уплотнения от плавного их возрастания в случае отсутствия скачков?
5. Чем объяснить увеличение температуры газа и снижение скорости потока за скачком уплотнения?
6. Какими параметрами характеризуется работа центробежных форсунок?
7. Объясните принцип действия сопла Лавалья.
8. Какими геометрическими и газодинамическими параметрами характеризуются решетки?
9. Какие силы действуют на профиль в решетках? В чем заключается расчет решеток?
10. В чем заключается явление гидравлического удара? Как рассчитать повышение давления при гидравлическом ударе?

Вопросы: 2-я группа

1. Какие режимы течения жидкости существуют, в чем их различия и для чего их нужно знать? Каков физический смысл критерия гидродинамического подобия потоков?
2. Какие виды гидравлических потерь существуют и как они рассчитываются?
3. Что представляют собой графики Никурадзе и ВТИ? Зачем они нужны и в чем их различия? Дайте объяснение понятиям «гидравлически гладкие» и «шероховатые» трубы.
4. В чем различие между длинными и короткими трубопроводами? Приведите четыре случая расчета таких трубопроводов.

5. Как определить скорость истечения и расход жидкости через малое круглое отверстие и цилиндрическую насадку? Каков физический смысл коэффициентов скорости, расхода, сжатия и сопротивления?

6. Что такое высота всасывания насоса? Ее предельное значение. Когда в насосах возникают кавитационные явления?

7. Устройство и принцип действия центробежного насоса. Чем объясняется выбор лопаток реактивного типа для насосов (сравните три возможные формы лопаток на примере изменения плана скоростей и их влияния на величину напора).

8. Что такое характеристика сети, рабочие характеристики насоса и рабочая точка?

9. Для чего применяют параллельное и последовательное соединения насосов? Поясните, как построить совместную характеристику их работы.

10. Как влияет изменение частоты вращения на параметры работы насоса? Приведите основные формулы пересчета.

Задачи

1. Определите длину трубы l , при которой расход жидкости из бака будет в 2 раза меньше, чем через отверстие того же диаметра d . Напор перед отверстием H . Принять: коэффициент жидкостного трения в трубе $\lambda = 0,025$; коэффициент сопротивления входа в трубу $\zeta_{вх} = 0,5$; коэффициент расхода отверстия $\zeta = 0,6$ (табл. 3.8).

Таблица 3.8

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
H , м	6,5	4	4,2	4,5	4,8	5	5,2	5,6	5,8	6
d , м	50	20	25	32	37	50	20	25	32	37

2. Определите диаметр d горизонтального стального трубопровода длиной l , необходимый для пропуска жидкости плотностью ρ и вязкостью μ в количестве Q , если располагаемый напор H (табл. 3.9). Шероховатость стенок трубы $\Delta = 0,15$ мм.

Таблица 3.9

Вариант	Q , $\text{м}^3/\text{с}$	H , м вод. ст.	l , м	ρ , $\text{кг}/\text{м}^3$	μ , $\text{Па}\cdot\text{с}$
0	0,0038	6	30	1600	$15,6\cdot 10^{-3}$
1	0,0025	3,4	20	1000	$1\cdot 10^{-3}$
2	0,0031	5,2	30	1100	$0,8\cdot 10^{-3}$
3	0,0038	7,5	40	1200	$6,5\cdot 10^{-3}$
4	0,0044	10,0	50	1300	$8,5\cdot 10^{-3}$
5	0,0050	13,5	20	1000	$3,5\cdot 10^{-3}$
6	0,0056	15,0	30	1100	$1\cdot 10^{-3}$
7	0,0062	18,0	40	1200	$2,6\cdot 10^{-3}$
8	0,0025	10	50	1300	$2\cdot 10^{-3}$
9	0,0031	8	20	1400	$0,84\cdot 10^{-3}$

3. По стальному трубопроводу длиной l подается вода с расходом Q , диаметр трубопровода d , толщина стенок δ . Определите повышение давления в трубопроводе, если в его конце будет закрыта задвижка в течение времени $\tau_{\text{зак}}$ (табл. 3.10). $E_{\text{в}} = 2,03\cdot 10^3$ МПа, $E_{\text{ст}} = 2,03\cdot 10^5$ МПа.

Таблица 3.10

Вариант	Q , $\text{м}^3/\text{с}$	d , м	l , м	δ , мм	$\tau_{\text{зак}}$, с
0	0,01	32	1000	6,0	1,8
1	0,01	2,5	500	3	1,6
2	0,015	32	600	3,2	1,8
3	0,026	37	800	3,4	2,0
4	0,12	50	900	3,6	2,2
5	0,014	55	1000	3,8	2,4
6	0,018	70	1100	4,0	2,6
7	0,02	100	1200	4,2	2,8
8	0,022	150	600	4,6	3,0
9	0,03	25	800	5,0	1,6

4. Воду в количестве V перекачивает из открытого сосуда в сосуд, находящийся под давлением P и расположенный на высоте H . Диаметр трубопровода d , а его длина l (табл. 3.11). Длина, эквивалентная местному сопротивлению, равна 350 диаметрам трубопровода. Определите время, необходимое для перекачивания, если используется центробежный насос, характеристика которого дана в табл. 3.12. Определите также мощность, потребляемую насосом, если его полный КПД равен 0,55. Коэффициент трения по длине принять $\lambda = 0,03$.

Таблица 3.11

Вариант	$V, \text{ м}^3$	$P \cdot 10^{-5}, \text{ Па}$	$H, \text{ м вод. ст.}$	$d, \text{ мм}$	$l, \text{ м}$
0	40	1,8	18	37	90
1	20	1,2	20	32	120
2	30	1,4	18	37	110
3	40	1,6	16	50	110
4	50	1,8	14	56	90
5	60	2,0	12	32	80
6	70	2,2	10	37	70
7	80	1,2	12	50	120
8	90	1,4	14	75	110
9	20	1,6	16	32	100

Таблица 3.12

$Q \cdot 10^3, \text{ м}^3/\text{с}$	1	2	3	4	5	6
$H, \text{ м вод.ст.}$	39,0	38,5	37,5	36,0	34,0	32,2

5. Определите полный напор насоса по следующим данным: расход воды Q , показания манометра P_m , диаметры нагнетательного и всасывающего патрубков d_n и $d_{вс}$, расстояние по вертикали между точкой присоединения вакуумметра и центром манометра Z , показания вакуумметра $h_{\text{вак}}$ (табл. 3.13).

Таблица 3.13

Вариант	Q , м ³ /ч	$h_{\text{вак}}$, мм рт.ст.	$P_{\text{м}} \cdot 10^{-5}$, Па	$d_{\text{н}}$, мм	$d_{\text{вс}}$, мм	Z , м
0	40	550	5	150	175	0,8
1	5	100	1	50	75	0,8
2	8	150	2	75	100	0,9
3	10	200	3	100	125	1,0
4	15	250	4	125	150	1,2
5	20	300	5	150	175	1,3
6	22	350	1	50	75	1,4
7	28	400	2	75	100	1,6
8	30	450	3	100	125	1,0
9	35	500	4	125	150	1,2

6. Определите при частоте вращения n допустимую высоту всасывания центробежного насоса, создающего напор H и перекачивающего воду с температурой T в количестве Q . Диаметр всасывающей стальной трубы d , длина l . Критерий кавитационного подобия C (табл. 3.14).

Таблица 3.14

Вариант	Q , м ³ /ч	H , м вод.ст.	d , мм	l , м	T , К	C	n , об/мин
0	28	10	50	12	328	900	1600
1	10	100	32	12	283	750	1890
2	12	90	37	11	288	800	2000
3	14	80	50	10	293	900	2800
4	16	70	75	9	298	1000	2000
5	18	60	100	8	303	1050	1600
6	20	50	125	8	308	1100	1700
7	22	40	150	9	313	1150	2000
8	24	30	32	10	318	1050	1890
9	26	20	37	11	323	1000	2800

7. Подобрать насос для перекачивания воды при температуре T из открытой емкости в аппарат, работающий под избыточным давлением P_m . Расход воды Q . Геометрическая высота подъема воды H_g . Длина стального трубопровода на линии всасывания l_{bc} , на линии нагнетания – l_n . Диаметр всасывающего трубопровода d_{bc} , нагнетательного – d_n . На линии нагнетания имеются три отвода под углом 90° с радиусом поворота, равным шести диаметрам трубы, и два нормальных вентиля. На всасывающем участке трубопровода установлены два прямооточных вентиля, имеются четыре отвода под углом 90° с радиусом поворота, равным шести диаметрам трубы. Проверить возможность установки насоса на высоте 4 м над уровнем воды в емкости (табл. 3.15).

Таблица 3.15

Вариант	Q , м ³ /ч	T , К	$P_m \cdot 10^{-5}$, Па	H_g , м вод. ст.	l_{bc} , м	l , м	d_{bc} , мм	d_n , мм
0	30	323	2,8	12	10	40	50	37
1	10	278	1	10	20	30	37	32
2	12	283	1,2	12	18	40	50	37
3	14	283	1,4	14	17	50	75	50
4	16	293	1,6	16	16	60	100	75
5	18	298	1,8	18	15	25	125	100
6	20	303	2,0	20	14	15	150	125
7	22	308	2,2	18	13	25	125	100
8	24	313	2,4	16	12	20	100	75
9	26	318	2,6	14	11	30	75	50

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гидравлика, гидравлические машины и гидравлические приводы / Т.М. Башта, С.С. Руднев, О.В. Байков, Ю.П. Кирилловский. – М.: Машиностроение, 1982. – 478 с.
2. Дейч М.Б., Зырянкин А.Е. Гидрогазодинамика. – М.: Энергоиздат, 1974. – 589 с.
3. Иванов О.П., Мамченко В.О. Аэродинамика и вентиляторы. – Л.: Машиностроение, 1986. – 280 с.
4. Издельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1975. – 559 с.
5. Новоселов А.Г. Гидравлика. Гидродинамика. Ч. 2: Текст лекций. – СПб.: СПбГУНПТ, 2011. – 108 с.
6. Повх И.Л. Техническая гидромеханика. – Л.: Машиностроение, 1976. – 502 с.
7. Тишин В.Б. Гидравлика. – СПб.: СПбГУНПТ, 2006. – 332 с.
8. Тишин В.Б., Сабуров А.Г., Жариков А.Н. Механика жидкости и газа: Текст лекций. – СПб.: СПбГАХПТ, 1999. – 108 с.
9. Угинчус А.А. Гидравлика и гидравлические машины. – М.: Тир. Аз-бук., 2010. – 395 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ	3
1. ДИНАМИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ	3
Введение	3
1.1. Параметры потоков и физические свойства жидкостей.....	3
1.2. Кинематика жидкости	4
1.3. Основные уравнения движения жидкости.....	6
1.4. Гидростатика	7
1.5. Динамика идеальной жидкости.....	12
1.6. Динамика вязкой жидкости	20
2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАСОСОВ.....	30
3. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ	33
Контрольная работа № 1	33
Задачи.....	35
Контрольная работа № 2	40
Задачи.....	41
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	46

Гуляева Юлия Николаевна
Новоселов Александр Геннадьевич

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ ГИДРОАЭРОДИНАМИКА

Учебно-методическое пособие

Ответственный редактор
Т.Г. Смирнова

Титульный редактор
Е.О. Трусова

Компьютерная верстка
Н.В. Гуральник

Дизайн обложки
Н.А. Потехина

*Печатается
в авторской редакции*

Подписано в печать 26.08.2016. Формат 60×84 1/16
Усл. печ. л. 2,79. Печ. л. 3,0. Уч.-изд. л. 2,75
Тираж 50 экз. Заказ № С 40

Университет ИТМО. 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

Издательско-информационный комплекс
191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9