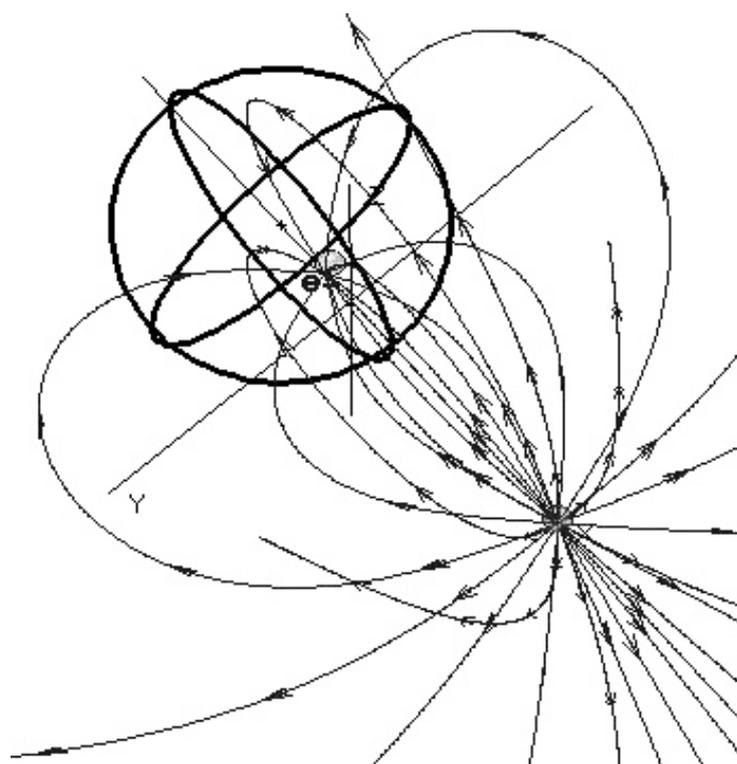


А.С. Чирцов
КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ
И КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО КУРСУ «ВВЕДЕНИЕ В КЛАССИЧЕСКУЮ И
РЕЛЯТИВИСТСКУЮ ЭЛЕКТРОДИНАМИКУ»
(часть – 1)



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

А.С. Чирцов

**КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ
И КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО КУРСУ «ВВЕДЕНИЕ В КЛАССИЧЕСКУЮ И
РЕЛЯТИВИСТСКУЮ ЭЛЕКТРОДИНАМИКУ»
(часть -1)**

Учебное пособие

 **УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

Санкт-Петербург

2016

А.С. Чирцов, Краткий конспект лекций и контрольно-измерительные материалы по курсу «Введение в классическую и релятивистскую электродинамику», (часть -1) – СПб: Университет ИТМО, 2016. – 58 с.

Учебное пособие содержит сводку основных идей и их обоснования по углубленному курсу «Введение в классическую и релятивистскую электродинамику». Дополнительно включена подборка вопросов и задач по курсу для составления вариантов для рубежного тестирования и письменной части экзамена. Приведена подборка заданий для самостоятельных творческих работ учащихся с использованием компьютерного моделирования, предлагаемых для организации работы, включающей элементы научного исследования.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по углубленным программам в созданных в рамках реализации Университетом ИТМО Программы 5-100 Академических бакалавриатов: 01.03.02 – Математическое моделирование; 01.03.02 – Математические модели и алгоритмы в разработке программного обеспечения; 01.03.02 – Математические модели и алгоритмы в разработке программного обеспечения; 12.03.03 – Компьютерная фотоника; 12.03.03 – Оптические и квантовые технологии передачи, записи и обработки информации; 16.03.01 – Световая инженерия; 16.03.01 – Техническая оптика.

Рекомендовано к печати Ученым Советом Естественно-Научного Факультета № 5, 01.11.2016.

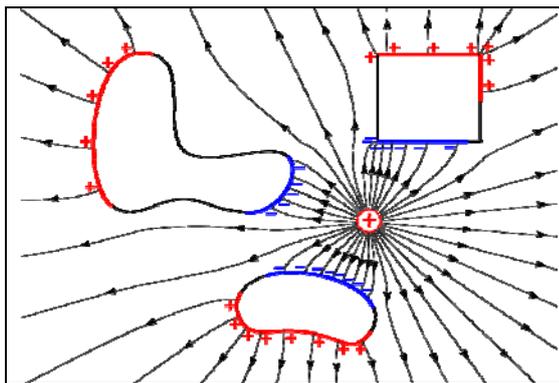


Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2016

© Чирцов А.С., 2016

Часть -1 ЭЛЕКТРОСТАТИКА



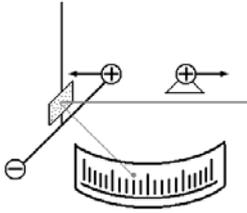
Первая часть курса посвящена методам описания электростатических взаимодействий, возникающих в системах заряженных частиц, неподвижных относительно друг друга и относительно наблюдателя

СОДЕРЖАНИЕ

Лекция – 1. Электростатические взаимодействия	5
Контрольно-измерительные материалы по теме Лекции -1.....	9
Лекция– 2. Электростатическое поле в вакууме	13
Контрольно-измерительные материалы по теме Лекции -2.....	18
Лекция– 3. Электростатическое поле при наличии проводников.....	22
Контрольно-измерительные материалы по теме Лекции -3.....	26
Лекция– 4. Механизмы поляризации диэлектриков	29
Контрольно-измерительные материалы по теме Лекции -4.....	33
Лекция– 5. Электростатическое поле при наличии диэлектриков	35
Контрольно-измерительные материалы по теме Лекции -5.....	40
Лекция– 6. Энергия электростатического поля	43
Контрольно-измерительные материалы по теме Лекции -6.....	46
Приложение– 1. Поток и циркуляция векторного поля	48
Приложение– 2. Дифференциальная форма записи уравнений электростатики	50

**Соотношения, которые в ходе изучения курса
необходимо понять и запомнить навсегда**

$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$	Выражение для электростатической силы
$E(\mathbf{R}) = \sum_k \frac{q_k(\mathbf{R} - \mathbf{r}_k)}{ \mathbf{R} - \mathbf{r}_k ^3} \approx \int_{\ominus} \frac{dq(\mathbf{r})}{ \mathbf{R} - \mathbf{r} ^3} (\mathbf{R} - \mathbf{r}) = -\nabla \varphi(\mathbf{R})$	Напряженность микроскопического и макроскопически сглаженного электростатического поля
$\varphi(\mathbf{R}) \equiv \int_{\mathbf{R}}^{\mathbf{R}_0} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = \sum_k \frac{q_k}{ \mathbf{R} - \mathbf{r}_k } \approx \int_{\Omega} \frac{dq(\mathbf{r})}{ \mathbf{R} - \mathbf{r} }$	Скалярный потенциал электростатического поля
$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = 4\pi Q_{\Sigma},$ $\oint_{\Gamma_1} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = 0$ $(\nabla, \mathbf{E}) = 4\pi\rho,$ $[\nabla, \mathbf{E}] = 0$	Интегральная и дифференциальная формы записи уравнений для электростатического поля в вакууме
$E_n = 4\pi\sigma,$ $E_{\tau} = 0$	Граничные условия для электростатического поля вблизи поверхности проводника
$\langle \mathbf{d} \rangle \approx \hat{\alpha} \mathbf{E}_{\text{micro}} \quad \mathbf{P} \equiv n \langle \mathbf{d} \rangle \approx \hat{\chi} \mathbf{E}$ $\mathbf{D} \equiv \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P} \equiv \hat{\varepsilon} \mathbf{E}$	Связь среднего дипольного момента ансамбля молекул с напряженностью электрического поля для случая слабых полей
$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{D}, d\mathbf{S}) = 4\pi Q_0,$ $\oint_{\Gamma_1} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = 0$ $(\nabla, \mathbf{D}) = 4\pi\rho_0,$ $[\nabla, \mathbf{E}] = 0$	Интегральная и дифференциальная формы записи уравнений для электростатического поля в диэлектрике
$D_{n2} - D_{n1} = 4\pi\sigma_0,$ $E_{\tau1} = E_{\tau2}$	Граничные условия вблизи поверхности раздела двух диэлектриков
$W_E = \frac{1}{2} \sum_k q_k \varphi_k \approx \frac{1}{2} \int_V \varphi(\mathbf{r}) dq(\mathbf{r})$	Электростатическая энергия системы неподвижных зарядов
$w_D = \frac{\mathbf{E}^2}{8\pi}$	Объемная плотность энергии электростатического поля в вакууме
$w_D = \frac{(\mathbf{E}, \mathbf{D})}{8\pi}$	Объемная плотность энергии электростатического поля в диэлектрике



Электростатические взаимодействия

Электростатические взаимодействия являются простейшим частным случаем одного из четырех типов фундаментальных взаимодействий - электромагнитного. Основу электростатики составляет закон Кулона, описывающий взаимодействия между покоящимися точечными зарядами. Для практических расчетов электростатических сил, действующих на заряд со стороны заданного распределения, оказывается удобно введение понятий электростатического поля и скалярного потенциала.

Соотношения, которые полезно помнить

$$\mathbf{f}_{ik} = k \frac{e_i e_k}{r_{ik}^3} \mathbf{r}_{ik}$$

$$\mathbf{F}_{IK} \approx \frac{q_i q_k}{|\Delta \mathbf{R}|^3} \cdot \Delta \mathbf{R}$$

$$\mathbf{E}_M(\mathbf{R}) = \sum_k \frac{e_k (\mathbf{R} - \mathbf{r}_k)}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_k|^3}$$

$$\mathbf{E} = \int_{\circ} \frac{dq(\mathbf{r})}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|^3} (\mathbf{R} - \mathbf{r})$$

$$\varphi(\mathbf{R}) \equiv \int_{\mathbf{R}}^{\mathbf{R}_0} (\mathbf{E}, d\mathbf{l})$$

$$\varphi(\mathbf{R}) = \int_{\Omega} \frac{dq(\mathbf{r})}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}$$

$$\varphi(\mathbf{R}) \equiv \int_{\mathbf{R}}^{\mathbf{R}_0} (\mathbf{E}, d\mathbf{l})$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi$$

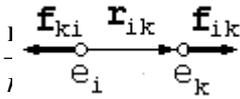
Силы электростатического взаимодействия, возникающие между двумя элементарными зарядами и двумя точечными макроскопическими зарядами.

Микроскопическое и макроскопическое электрическое поле, создаваемое заданным распределением зарядов.

Потенциал, создаваемый микроскопическим и макроскопическим распределением зарядов.

Связь между вектором напряженности электростатического поля и скалярным потенциалом.

1.1 Электростатические взаимодействия

$$\mathbf{f}_{ik} = -\mathbf{f}_{ki} \propto \frac{1}{r_{ik}^2} \frac{\mathbf{r}_{ik}}{r_{ik}} \mathbf{f}_{ik} \quad (1.1)$$


Электростатические силы, возникающие между двумя одинаковыми покоящимися элементарными частицами, находящимися на расстоянии r_{ik} друг от друга

1.2 Электрические заряды

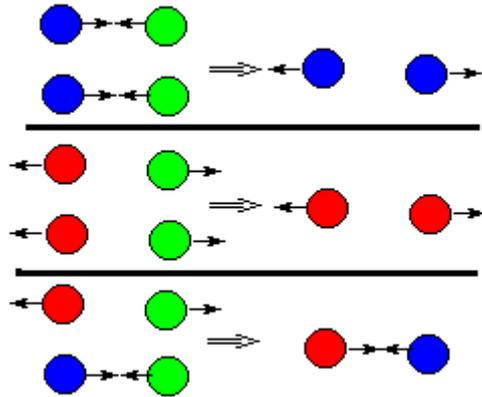


Рис. 1.2 Возможные случаи электростатических взаимодействий между различными заряженными элементарными частицами (условно обозначены разными цветами). Указанные свойства позволяют разделить все элементарные заряды на две группы: “положительные” и “отрицательные”.

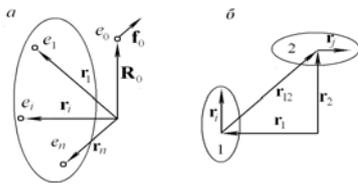
$$q = (+e) \cdot N_+ + (-e) \cdot N_- = (N_+ - N_-) \cdot e \quad (1.2)$$

Заряд макроскопического тела. N_+ и N_- - количества содержащихся в теле элементарных частиц с положительным и отрицательным зарядом соответственно..

1.3 Закон Кулона

$$\mathbf{f}_0 \sim \sum_i \frac{e_0 e_k}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_i|^3} (\mathbf{R} - \mathbf{r}_i) \quad (1.3)$$

Сила, действующая на заряженную частицу со стороны нескольких частиц



$$\mathbf{F}_{12} \sim \sum_{ik} e_i e_k \frac{(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_i) - (\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_j)}{|\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_j|^3} \quad (1.4)$$

Точное выражение для силы электростатического взаимодействия двух макроскопических тел
 Приближенное выражение для силы электростатического взаимодействия двух точечных макроскопических тел

$$\mathbf{F}_{12} \sim \sum_{ik} e_i e_k \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} = q_1 q_2 \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{F}_{12} = k q_1 q_2 \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} \quad (1.6)$$

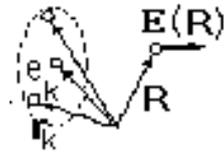
Закон Кулона и выбор системы единиц

$$k^{(SI)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, k^{(Gauss)}$$

1.4. Электростатическое поле

$$\mathbf{f}_{0k} = e_0 \sum_k \frac{e_k}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_k|^3} (\mathbf{R} - \mathbf{r}_k) \equiv e_0 \cdot \mathbf{E}(\mathbf{R}) \quad (1.7)$$

$$\mathbf{E}_M(\mathbf{R}) = \sum_k \mathbf{E}_k$$

$$\mathbf{E}_k = \frac{e_k (\mathbf{R} - \mathbf{r}_k)}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_k|^3}$$


(1.8) Микроскопическое поле, создаваемое распределением элементарных зарядов.



$$\rho \equiv \frac{\delta q}{\delta V} \approx \frac{dq}{dV}; \quad \sigma \equiv \frac{\delta q}{\delta S} \approx \frac{dq}{dS}; \quad (1.9)$$

$$\lambda \equiv \frac{\delta q}{\delta l} \approx \frac{dq}{dl}$$

$$\mathbf{E} = \int_{\ominus} \frac{dq(\mathbf{r})}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|^3} (\mathbf{R} - \mathbf{r})$$


(1.10) Сглаженное макроскопическое поле, создаваемое непрерывным распределением заряда.

Введение вектора напряженности электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{R})$.

Физически бесконечно малые области распределений объемного, поверхностного и линейного заряда.

Рис. 1.3

Определения объемной, поверхностной и линейной плотностей зарядов и их приближенное выражение через производные.

Сглаженное макроскопическое поле, создаваемое непрерывным распределением заряда.

Пример 1.4 Электрическое поле равномерно заряженной плоскости

Рассчитать электрическое поле, создаваемое бесконечной равномерно заряженной поверхностной плотностью заряда плоскостью, на расстоянии h от ее поверхности.

Решение

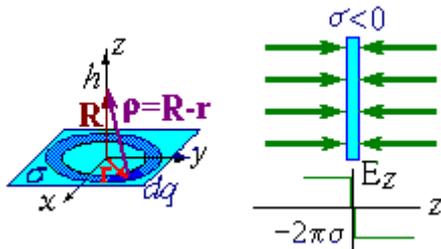


Рис. 1.4

Электрическое поле равномерно заряженной плоскости. Картина силовых линий и график напряженности приведены для случая отрицательно заряженной плоскости.

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \int_{\infty} \frac{\sigma ds}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|^3} (\mathbf{R} - \mathbf{r}) =$$

$$= \sigma \int \frac{ds (-x \mathbf{e}_x - y \mathbf{e}_y + h \mathbf{e}_z)}{(x^2 + y^2 + h^2)^{3/2}} \quad (1.11)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \sigma \int_0^{\infty} r dr \int_0^{2\pi} \frac{(-r \cos \alpha \mathbf{e}_x - r \sin \alpha \mathbf{e}_y + h \mathbf{e}_z) d\alpha}{(r^2 + h^2)^{3/2}} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \sigma \int_0^{\infty} r dr \frac{2\pi h \mathbf{e}_z}{(r^2 + h^2)^{3/2}} \quad (1.13)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = 2\pi \sigma \cdot \mathbf{e}_z \quad (1.14)$$

Конкретизация общей формулы (1.10) для расчета электрического поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью. Интеграл (1.11) в цилиндрических координатах.

Результат интегрирования (1.12) по углу.

Результат расчета поля плоскости.

1.5 Электрический потенциал

$$\varphi(\mathbf{R}) \equiv \int_{\mathbf{R}}^{\mathbf{R}_0} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) \quad (1.15)$$


$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{R}) &= \int_{\mathbf{R}}^{\mathbf{R}_0} (\sum \mathbf{E}_i, d\mathbf{l}) = \\ &= \sum_i \int_{\mathbf{R}}^{\mathbf{R}_0} (\mathbf{E}_i, d\mathbf{l}) = \sum \varphi_i(\mathbf{R}) \end{aligned} \quad (1.16)$$

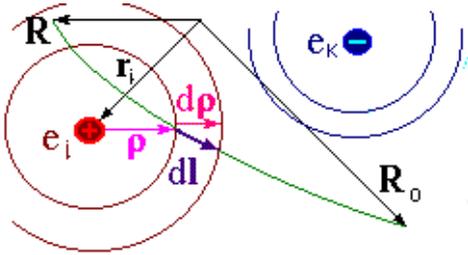


Рис. 1.5. Обозначения, используемые при расчете потенциала в точке \mathbf{R} , создаваемого элементарным зарядом e_i .

$$\varphi_M(\mathbf{R}) = \sum_i \int_{\mathbf{R}}^{\mathbf{R}_0} \frac{e_i ((\mathbf{l} - \mathbf{r}_i), d\mathbf{l})}{|\mathbf{l} - \mathbf{r}_i|^3} = \quad (1.17)$$

Основные этапы вычисления потенциала, создаваемого точечным зарядом

$$\begin{aligned} &= \sum_i \int \frac{e_i}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_0|^2} d\rho_i \\ \varphi_M &= \sum_k \varphi_k, \end{aligned} \quad (1.18)$$

Потенциал, создаваемый микроскопическим распределением элементарных зарядов.

$$\varphi_k(\mathbf{R}) = \frac{q_k}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_k|} \quad (1.19)$$

Потенциал, создаваемый непрерывным распределением макроскопических зарядов.

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= \varphi(\mathbf{R} + \delta\mathbf{R}) - \varphi(\mathbf{R}) \equiv \\ &\equiv \int_{\mathbf{R} + \delta\mathbf{R}}^{\mathbf{R}_0} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) - \int_{\mathbf{R}}^{\mathbf{R}_0} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = - \int_{\mathbf{R}}^{\mathbf{R} + \delta\mathbf{R}} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) \approx \\ &\approx -(\mathbf{E}, \delta\mathbf{R}) = - \sum_{\xi=x,y,z} E_\xi \delta R_\xi \end{aligned} \quad (1.20)$$

Связь приращения потенциала с составляющими вектора напряженности электрического поля.

$$\left\{ E_\xi = - \frac{\partial \varphi}{\partial R_\xi}, \xi = x, y, z \right. \quad (1.21)$$

Определение компонент поля по известному потенциалу.

$$\mathbf{E} = - \sum \frac{\partial \varphi(\mathbf{R})}{\partial R_\xi} \mathbf{e}_\xi \quad (1.22)$$

Восстановление вектора напряженности электрического поля по заданному потенциалу.

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi \quad (1.23)$$

Более компактная запись выражения (1.22).

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \quad \nabla \equiv \sum_{\xi} \mathbf{e}_\xi \frac{\partial}{\partial R_\xi} \quad (1.24)$$

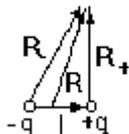
Еще более компактная запись (1.22) с помощью "оператора набла"

Пример 1.5. Потенциал и поле электрического диполя.

Рассчитать потенциал и электростатическое поле, создаваемые электрическим диполем на расстоянии, существенно большем его размеров.

Решение:

$$\mathbf{d} \equiv q \cdot \mathbf{l} \quad (1.25)$$



Электрический диполь. Приведены обозначения, использованные при расчете потенциала и поля диполя.

$$\varphi(\mathbf{R}) = \varphi_+ + \varphi_- = \frac{q}{R_+} + \frac{-q}{R_-} = \quad (1.26)$$

$$= \frac{q}{|\mathbf{R} - \mathbf{l}/2|} - \frac{q}{|\mathbf{R} + \mathbf{l}/2|}$$

Потенциал, создаваемый двумя разноименными зарядами, разведенными на конечное расстояние l.

$$\varphi(\mathbf{R}) = q \frac{(\mathbf{l}, \mathbf{R})}{R^3} = \frac{(\mathbf{d}, \mathbf{R})}{R^3} \quad (1.27)$$

Потенциал, создаваемый электрическим диполем.

$$\mathbf{E} = -\nabla \frac{(\mathbf{d}, \mathbf{R})}{R^3} = \frac{3(\mathbf{d}, \mathbf{R})\mathbf{R}}{R^5} - \frac{\mathbf{d}}{R^3} \quad (1.28)$$

Поле электрического диполя.

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ТЕМЕ ЛЕКЦИИ

Экзаменационные вопросы

1.1 Понятие электрического заряда

- Классификация элементарных частиц по их электрическим свойствам
- Свойства электрических зарядов. Принцип суперпозиции
- Закон Кулона.
- Системы единиц
- Пример: масштабы электрических и магнитных взаимодействий в атоме водорода

1.2 Электростатическое поле

- Электростатическое поле как переносчик электрических взаимодействий
- Вектор напряженности электрического поля
- Микроскопическое и макроскопическое поле
- Визуализация электростатических полей.
- Примеры вычисления электростатических полей.

1.3 Электрический (скалярный) потенциал

- Потенциальный характер электростатических взаимодействий
- Понятие электрического потенциала
- Микроскопический и макроскопический потенциал системы зарядов
- Восстановление вектора напряженности электрического поля по пространственному распределению потенциала
- Примеры расчета потенциалов и полей ограниченных распределений зарядов

Вопросы к тестам и письменной части экзамена

3.1.1.1.	Что отличает электростатические взаимодействия от сильных?
3.1.1.2.	Что отличает электростатические взаимодействия от гравитационных?
3.1.1.3	Запишите закон, описывающий электростатические взаимодействия элементарных частиц.
3.1.1.4	Сформулируйте закон Кулона
3.1.1.5	Как водится единица заряда в системе СИ
3.1.1.6	Как водится единица заряда в системе СГС
3.1.1.7	Запишите выражение для вектора напряженности электростатического поля в точке \mathbf{R} , создаваемого заданным распределением точечных зарядов q_j , расположенных в точках \mathbf{r}_j .
3.1.1.8	Запишите выражение для вектора напряженности электростатического поля в точке \mathbf{R} , создаваемого заданным объемным распределением зарядов $\rho(\mathbf{r})$
3.1.1.9	Запишите выражение для вектора напряженности электростатического поля в точке \mathbf{R} , создаваемого заданным поверхностным распределением зарядов $\sigma(\mathbf{r})$.
3.1.1.10	Запишите выражение для вектора напряженности электростатического поля в точке \mathbf{R} , создаваемого заданным линейным распределением зарядов $\lambda(\mathbf{r})$.
3.1.1.11	Как по заданному пространственному распределению $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ вычислить электрический (скалярный) потенциал в заданной точке пространства \mathbf{R} ?
3.1.1.12	Запишите выражение для электрического потенциала в точке \mathbf{R} , создаваемого заданным распределением точечных зарядов q_j , расположенных в точках \mathbf{r}_j .
3.1.1.13	Запишите выражение для вектора напряженности электростатического поля в точке \mathbf{R} , создаваемого заданным объемным распределением зарядов $\rho(\mathbf{r})$
3.1.1.14	Запишите выражение для вектора напряженности электростатического поля в точке \mathbf{R} , создаваемого заданным поверхностным распределением зарядов $\sigma(\mathbf{r})$.
3.1.1.15	Запишите выражение для вектора напряженности электростатического поля в точке \mathbf{R} , создаваемого заданным линейным распределением зарядов $\lambda(\mathbf{r})$.
3.1.1.16	Как по заданному пространственному распределению потенциала $\phi(\mathbf{R})$ вычислить вектор напряженности электрического поля в заданной точке пространства?

Задачи к экзамену (рекомендуется разобрать на практических занятиях)

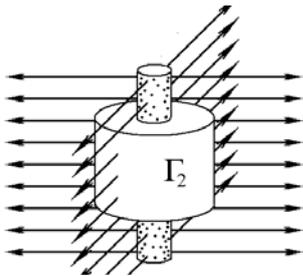
Р.3.1.1.1	Вычислить отношение электрической и гравитационной сил, действующих на электрон в атоме водорода.
Р.3.1.1.2	Во сколько раз отличается 1 Кл от единицы заряда, используемой в системе СГС.
Р.3.1.1.3	В нижней точке сферической полости радиусом R закреплен точечный заряд Q . Внутри полости помещен небольшой шарик с массой m и зарядом q . При каких соотношениях между зарядами

	шарик будет находиться в равновесии в верхней точке полости? При каком условии равновесие будет устойчивым?
P.3.1.1.4	Кольцо радиусом R равномерно заряжено зарядом Q . Координатная ось X направлена перпендикулярно плоскости кольца и проходит через его центр. Нарисуйте график зависимости x -проекции напряженности электрического поля на оси как функции расстояния до центра кольца. Рассчитайте период малых колебаний частицы массой m с зарядом q , способной скользить без трения по оси x .
P.3.1.1.5	На оси x в точках $x = \pm A$ закреплены точечные заряды одинаковой величины q и а) одинаковых б) разных знаков. Нарисуйте примерный вид силовых линий электрического поля и графики зависимостей от координаты x -проекций напряженности поля на оси x .
P.3.1.1.6	Рассчитать электрическое поле, создаваемые бесконечной плоскостью, равномерно заряженной плотностью заряда σ .
P.3.1.1.7*	Рассчитать электрическое поле и потенциал, создаваемые равномерно заряженной по длине бесконечной прямой нитью. Используя полученный результат, вычислить поле бесконечной равномерно заряженной плоскости, выполняя суммирование «по полоскам». Указание. В данном случае бесконечного распределения заряда выбор бесконечности в качестве нулевой точки невозможен. Расчет следует начинать с вычисления поля. Интегрирование по длине нити легче выполнить, если в качестве переменной выбрать угол, под которым виден элемент нити из точки, в которой рассчитывается это поле..
P.3.1.1.8	К равномерно заряженной зарядом $+Q$ поверхности диска радиусом R , массой M приклеена точечная частица с зарядом $+q$, и массой m . Какие скорости приобретут диск и частица после разрушения склеивающего слоя и разлета на большое расстояние?
P.3.1.1.9	Конденсатор представляет собой две параллельно расположенные на расстоянии $d = 1$ см друг от друга квадратные металлические пластины площадью $S = 1$ м ² каждая. До какой разности потенциалов следует зарядить плоский конденсатор, чтобы расположенный в его центре электрон мог неподвижно висеть в поле земного тяготения? Предупреждение. Как показывает опыт, правильный ответ на эту внешне очень простую задачу дают далеко не все, кто утверждает, что нашел решение...
P.3.1.1.10	Потенциал в центре равномерно заряженного по поверхности квадрата равен φ . Определить потенциал вершин квадрата. (За нуль принят потенциал в бесконечно удаленной точке).
P.3.1.1.11	Рассчитать потенциал и электрическое поле электрического диполя в точке, удаленной на вектор \mathbf{R} от его центра (при условии, что расстояние до этой точки много больше размеров диполя).
P.3.1.1.12	Рассчитать потенциал и электрическое поле, создаваемые равномерно заряженной сферой, во всех точках пространства (внутри и вне нее). Указание. В случае ограниченного в пространстве распределения заряда целесообразно начинать расчет с нахождения потенциала,

	после чего определить напряженность электростатического поля, вычислив градиент от найденного потенциала.
Р.3.1.1.13*	Равномерно заряженная полубесконечная нить перпендикулярна незаряженной плоскости и обрывается на ее поверхности. Доказать, что во всех точках этой плоскости, кроме точки касания с нитью, электрическое поле составляет с ее направлением угол $\pi/4$. Указание. Сформулированное утверждение можно доказать, непосредственно вычислив поле в указанной точке. Однако существует и другой путь доказательства, практически не требующий вычислений...
Р.3.1.1.14*	Рассчитать потенциал и электрическое поле, создаваемые двумя параллельными равномерно заряженными разноименными зарядами бесконечными нитями, на расстоянии, существенно превосходящем расстояния между ними. Указание. Ответ этой задачи можно записать в виде, весьма сходном с результатом, полученным для обыкновенного диполя, если ввести аналог дипольного момента для рассматриваемого «двумерного» случая.
Р.3.1.1.15*	Несколько одинаковых невзаимодействующих друг с другом частиц с зарядом q и массой m находятся на разных расстояниях от длинной равномерно заряженной с линейной плотностью заряда λ нити. Какую одинаковую скорость следует сообщить всем частицам, для того чтобы они все начали двигаться по окружностям с центрами, лежащими на нити?

Темы для самостоятельной (творческой) работы с элементами исследования

К.1.1.1	Несколько одинаковых невзаимодействующих друг с другом частиц с зарядом q и массой m находятся на разных расстояниях от длинной равномерно заряженной с линейной плотностью заряда λ нити. Если всем частицам сообщить одинаковые начальные скорости, направленные по касательным к окружностям с лежащими на нити центрами, то частицы будут двигаться по весьма замысловатым, но ПОДОБНЫМ друг другу траекториям. Продемонстрировать ан компьютерной модели и попытаться обосновать описанное свойство, основываясь на аналитическом рассмотрении.
К.1.1.2	Попытайтесь разработать программу, моделирующую эволюцию во времени произвольно создаваемой пользователем 3D-системы заряженных и нейтральных частиц, некоторые из которых могут быть закреплены в пространстве. Предусмотрите корректную обработку «неприятных» для моделирования ситуаций одновременного пролета через одну точку двух разноименных частиц: частицы разумно представлять в виде шариков задаваемых размеров, при соприкосновении границ которых возникают упругие отскоки.



Электростатическое поле в вакууме

Сглаженные уравнения для макроскопического поля и потенциала могут быть представлены несколькими эквивалентными закону Кулона математическими соотношениями, использование которых определяется особенностями рассматриваемой электростатической задачи. Обсуждаемый в этой лекции математический формализм находит применение не только в теории электричества, но и в большинстве разделов физики, посвященных описанию непрерывно изменяющихся величин.

Соотношения, которые полезно помнить

$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = 4\pi Q_{\Sigma},$$

Интегральная форма записи уравнений для электростатического поля в вакууме

$$\oint_{\Gamma_1} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = 0$$

Дифференциальная форма записи уравнений для электростатического поля в вакууме

$$(\nabla, \mathbf{E}) = 4\pi\rho,$$

$$[\nabla, \mathbf{E}] = 0$$

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho$$

Уравнение Пуассона

2.1. Поток и циркуляция векторного поля

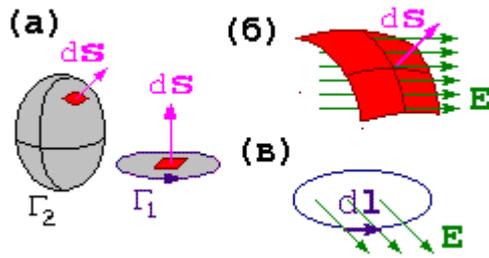


Рис.2.1.

Определение потока и циркуляции векторного поля.
 а) - правила выбора направления вектора площади;
 б) - элементарный поток вектора \mathbf{E} ;
 в) - к определению циркуляции поля \mathbf{E} .

$$\delta \Phi \equiv (\mathbf{X}, \delta \mathbf{S}) \quad (2.1)$$

$$\Phi = \sum_k \delta N_k \Rightarrow \int_{\Gamma_2} (\mathbf{X}, d\mathbf{S}) \quad (2.2)$$

$$\Phi_{\Sigma} \equiv \oint_{\Gamma_2} (\mathbf{X}, d\mathbf{S}) \quad (2.3)$$

$$C \equiv \oint_{\Gamma_1} (\mathbf{X}, d\mathbf{l}) \quad (2.4)$$

Определение элементарного потока векторного поля \mathbf{X} через очень малый элемент поверхности.

Поток через конечную поверхность Γ_2 .

Поток через замкнутую поверхность Γ_2 .

Определение циркуляции векторного поля \mathbf{X} по контуру Γ_1 , представляющего собой замкнутую линию.

2.2. Интегральная форма записи уравнений электростатики

$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = 4\pi Q_{\Sigma} \quad (2.5)$$

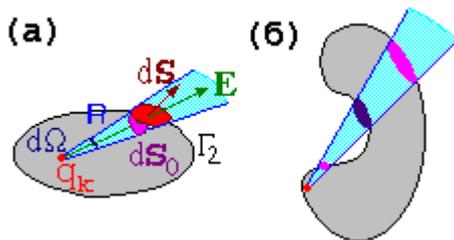


Рис. 2.2

Теорема Гаусса для потока вектора напряженности электрического поля.

Доказательство теоремы Гаусса.
 а)- вычисление элементарного потока в простейшем случае;
 б)- обобщение на случай многократного пересечения поверхности линией поля \mathbf{E} .

$$d\Phi_k = (\mathbf{E}_k, d\mathbf{S}) = \frac{q_k}{R^3} (\mathbf{R}, d\mathbf{S}) = \quad (2.6)$$

$$= \frac{q_k}{R^2} dS_0 = q_k \cdot d\Omega$$

$$\Phi_k = \int q_k d\Omega = 4\pi q_k \quad (2.7)$$

$$\Phi_{\Sigma} = \sum_k \Phi_k = 4\pi \sum_k q_k = 4\pi Q_{\Sigma} \quad (2.8)$$

$$\oint_{\Gamma_1} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = 0 \quad (2.9)$$

Элементарный поток, создаваемый одним точечным зарядом q_k .

Полный поток, создаваемый точечным зарядом.

Поток вектора \mathbf{E} , создаваемого произвольным распределением зарядов внутри произвольной замкнутой поверхности.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля по произвольному замкнутому контуру.

Пример 2.1 Электрическое поле равномерно заряженного цилиндра.

Рассчитать электрическое поле, создаваемое бесконечным равномерно заряженным объемом плотностью заряда ρ цилиндра радиусом r .

Решение:

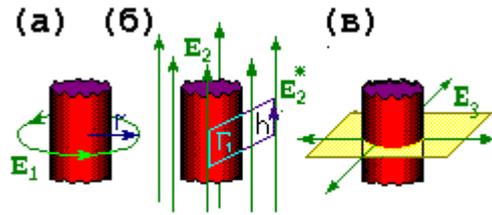


Рис. 2.3 Допустимые по соображениям симметрии конфигурации электростатического поля, создаваемого бесконечным равномерно заряженным цилиндром.

$$\oint_{\Gamma_1} (\mathbf{E}_1, d\mathbf{l}) = 2\pi r E_1 = 0 \Rightarrow E_1 = 0 \quad (2.10)$$

Невозможность конфигурации (а) для электростатического поля.

$$\oint_{\Gamma_1} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = E_{2*}h - E_2h = 0 \Rightarrow E_{2*} = E_2 = 0 \quad (2.11)$$

Невозможность конфигурации (б) для электростатического поля.

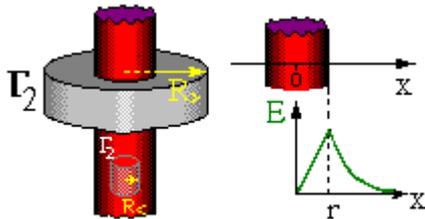


Рис.2.4 Гауссовы поверхности для нахождения электростатического поля вне и внутри равномерно заряженного цилиндра; результат расчета поля.

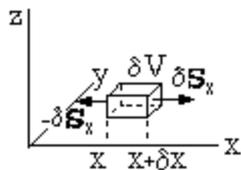
$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = 2\pi R h E = 4\pi Q \Rightarrow \quad (2.12)$$

$$\Rightarrow E(R) = \begin{cases} 2\rho R_<, & R_< < r \\ 2\rho \frac{r^2}{R_>}, & R_> > r \end{cases}$$

Результат расчета электростатического поля, создаваемого равномерно заряженным по объему (плотность заряда ρ) бесконечного цилиндра.

2.3 Дифференциальная форма записи уравнений электростатики

$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = 4\pi\rho(\mathbf{r}) \cdot \delta V \quad (2.3)$$



Применение теоремы Гаусса к бесконечно малому объему, заполненному непрерывно распределенным объемным зарядом.

$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = \sum_{\xi=x,y,z} (E_\xi(r_\xi + \delta r_\xi) - E_\xi(r_\xi)) \cdot \delta S_\xi \quad (2.14)$$

Поток вектора напряженности электростатического поля через поверхность, ограничивающую бесконечно малый объем.

$$\sum_{\xi} \frac{E_\xi(r_\xi + \delta r_\xi) - E_\xi(r_\xi)}{\delta r_\xi} = 4\pi\rho(\mathbf{r}) \quad (2.15)$$

Следствие соотношений (2.13) и (2.14).

$$\sum_{\xi} \frac{\partial E_{\xi}}{\partial r_{\xi}} = 4\pi\rho(\mathbf{r}) \quad (2.16)$$

Дифференциальный аналог теоремы Гаусса.

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho(\mathbf{r}) \Leftrightarrow (\nabla, \mathbf{E}) = 4\pi\rho(\mathbf{r}) \quad (2.17)$$

Более удобные способы записи (2.16).

$$\operatorname{rot} \mathbf{X} \equiv [\nabla, \mathbf{X}] \equiv \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ X_x & X_y & X_z \end{vmatrix} = \quad (2.18)$$

Определение ротора векторного поля X. Его символическая запись и выражение через компоненты.

$$= \sum_{\xi=x,y,z} \left(\frac{\partial X_{\xi+1}}{\partial r_{\xi+2}} - \frac{\partial X_{\xi+2}}{\partial r_{\xi+1}} \right) \mathbf{e}_{\xi}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} \equiv [\nabla, \mathbf{E}] = [\nabla, (-\nabla\varphi)] = -[\nabla, \nabla] \cdot \varphi \equiv 0 \quad (2.19)$$

Дифференциальный аналог теоремы о циркуляции электростатического поля.

Пример 2.2. Ленгмюровские колебания в плазме.

Рассчитать частоту собственных малых одномерных колебаний электронной плотности в плазме, предполагая, что она в целом электронейтральна, а скорости ионов пренебрежимо малы.

Решение:

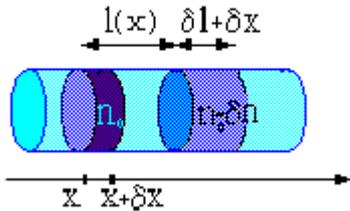


Рис.2.5

Механизм возникновения ленгмюровских колебаний электронной плотности в нейтральной плазме.

$$\frac{n(x)}{n_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{\delta x}{\delta x + \delta l(x)} = \frac{1}{1 + \delta l / \delta x} \quad (2.20)$$

Изменение электронной плотности в возмущенном слое плазмы.

$$n(x) \approx \left(1 - \frac{dl}{dx} \right) \cdot n_0 \quad (2.21)$$

Условие Ленгмюровских колебаний.

$$(\nabla, \mathbf{E}) = \frac{dE_x}{dx} = 4\pi\rho = \quad (2.22)$$

Дифференциальный аналог теоремы Гаусса в случае одномерных колебаний плотности.

$$= 4\pi e(n_0 - n(x)) = 4\pi e n_0 \frac{dl}{dx}$$

Электрическое поле, обусловленное возмущением электронной плотности.

$$E_x(x) = 4\pi e n_0 l + C = 4\pi e n_0 l \quad (2.23)$$

Уравнение движения электронов при ленгмюровских колебаниях.

$$m \frac{d^2 l}{dt^2} = -e E_x = -4\pi e^2 n_0 l \quad (2.24)$$

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m} \quad (2.25)$$

Частота ленгмюровских колебаний.

2.4 Уравнение Пуассона

$$(\nabla, \mathbf{E}) = -(\nabla, \nabla\varphi) = -\nabla^2\varphi = 4\pi\rho \quad (2.26) \quad \text{Уравнение Пуассона.}$$

$$\nabla^2 \equiv \Delta = \sum_{\xi=x,y,z} \frac{\partial^2}{\partial r_\xi^2} \quad (2.27) \quad \text{Оператор Лапласа.}$$

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho \Rightarrow \varphi(\mathbf{R}) = \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|} dV \quad (2.28) \quad \text{Решение уравнения Пуассона}$$

Пример 2.3 Диффузия нейтронов из ядерного реактора

Считая, что ядерный реактор представляет собой шар с заданным радиусом R , внутри которого скорость рождения нейтронов постоянна, найти стационарные концентрации нейтронов во всем пространстве, окружающем реактор. Считать, что скорость направленного дрейфа нейтронов пропорциональна градиенту их концентрации.

Решение:

$$\mathbf{J} \equiv n \cdot \langle \mathbf{v} \rangle \quad (2.29) \quad \text{Определение тока нейтронов.}$$

$$\mathbf{J} = -D \cdot \nabla n \quad (2.30) \quad \text{Уравнение для диффузного тока нейтронов.}$$

$$\frac{dN}{dt} = -\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{J}, d\mathbf{S}) + \int_V u_+(\mathbf{r}) dV - \int_V u_-(\mathbf{r}) dV \quad (2.32) \quad \text{Скорость изменения числа нейтронов в объеме } V.$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -(\nabla, \mathbf{J}) + u_+ - u_- \quad (2.33) \quad \text{Дифференциальный аналог (2.32).}$$

$$(\nabla, \mathbf{J}) = u_+ \quad (2.34) \quad \text{Ток нейтронов в стационарном случае при отсутствии поглощения.}$$

$$\Delta n = -u_+ / D \quad (2.35) \quad \text{Уравнение Пуассона для концентрации нейтронов.}$$

$$\mathbf{E} \leftrightarrow \mathbf{J}$$

$$\varphi \leftrightarrow n$$

$$\rho \leftrightarrow \frac{u_+}{4\pi D}$$

(2.36) Аналогия между электростатикой и задачей о диффузии нейтронов из ядерного реактора.

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ТЕМЕ ЛЕКЦИИ

Экзаменационные вопросы

2.1 Интегральная форма записи уравнений электростатики вакуума

- Интегральные характеристики векторных полей: поток и циркуляция.
- Теорема о потоке вектора напряженности электрического поля
- Теорема о циркуляции вектора напряженности электрического поля.
- Примеры расчетов электрических полей и потенциалов сферически симметричных распределений зарядов
- Примеры расчетов электрических полей и распределений зарядов с осевой симметрией.

2.1 Дифференциальная форма записи уравнений электростатики вакуума

- Дивергенция векторного поля. Дифференциальный аналог теореме Гаусса
- Эквивалентность дифференциальной и интегральной формулировок теоремы Гаусса.
- Ротор электростатического поля. Связь между теоремами о циркуляции электростатического поля и о равенстве нулю ротора векторного поля.
- Оператор Лапласа. Уравнение Пуассона.
- Вычисление пространственного распределения плотности заряда по известным конфигурациям электрического поля и потенциала.

Вопросы к тестам и письменной части экзамена

3.1.2.1	Дайте определение элементарного потока векторного поля \mathbf{K} .
3.1.2.2	Дайте определение потока векторного поля \mathbf{K} через замкнутую поверхность Γ_2 .
3.1.2.3	Дайте определение циркуляции векторного поля \mathbf{K} по замкнутую контуру Γ_1 .
3.1.2.4	Сформулируйте теорему о потоке вектора \mathbf{E} через замкнутую поверхность
3.1.2.5	Сформулируйте теорему о циркуляции вектора \mathbf{E} по замкнутому контуру
3.1.2.6	Запишите явное выражение для создаваемой равномерно заряженной по поверхности зарядом Q полый сферой с радиусом R напряженности электрического поля \mathbf{E} в произвольной точке пространства.
3.1.2.7	Нарисуйте графики зависимостей от расстояния до центра полый сферы радиуса R , равномерно заряженной по поверхности зарядом Q , напряженности электрического поля и потенциала.
3.1.2.8	Запишите явное выражение для создаваемой равномерно заряженным по объему зарядом Q шара с радиусом R напряженности электрического поля \mathbf{E} в произвольной точке пространства.
3.1.2.9	Нарисуйте графики зависимостей от расстояния до центра шара радиуса R , равномерно заряженного по объему зарядом Q , напряженности электрического поля и потенциала.
3.1.2.10	Запишите явное выражение для создаваемой равномерно заряженным по поверхности плотностью заряда σ полым бесконечным цилиндром с радиусом R напряженности электрического поля \mathbf{E} в произвольной точке пространства.

3.1.2.11	Нарисуйте графики зависимостей напряженности электрического поля и потенциала. от расстояния до оси полого цилиндра радиуса R , равномерно заряженного по поверхности плотностью заряда σ
3.1.2.12	Запишите явное выражение для напряженности электрического поля \mathbf{E} в произвольной точке пространства, создаваемой равномерно заряженным по объему плотностью заряда ρ бесконечным цилиндром радиусом R
3.1.2.13	Нарисуйте графики зависимостей электрического поля и потенциала от расстояния до оси бесконечного цилиндра радиуса R , равномерно заряженного по объему зарядом ρ ,
3.1.2.14	Запишите дифференциальный аналог т.Гаусса для электростатического поля в вакууме.
3.1.2.15	Запишите дифференциальный аналог теоремы о циркуляции вектора напряженности электростатического поля в вакууме.
3.1.2.16	Запишите явное выражение для оператора Лапласа через производные в декартовой системе координат.
3.1.2.17	Как связаны между собой оператор Лапласа и оператор пространственного дифференцирования (набла) ?
3.1.2.18	Запишите уравнение Пуассона для скалярного потенциала.
3.1.2.19	Как по заданной зависимости $\mathbf{E}(\mathbf{R})$ вычислить плотность создающего поле заряда?
3.1.2.20	Как по заданной зависимости $\varphi(\mathbf{R})$ вычислить плотность создающего потенциал заряда?
3.1.2.21	Запишите решение уравнения Пуассона $\Delta\Phi = F(\mathbf{R})$

Задачи к экзамену (рекомендуется разобрать на практических занятиях)

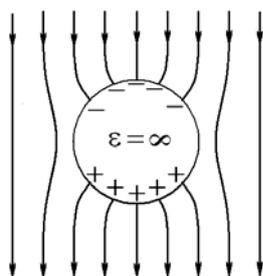
P.3.1.2.1	Вычислить период колебаний частицы массой m с зарядом q , находящейся внутри шара радиусом R , равномерно заряженного по объему зарядом Q .
P.3.1.2.2	<p>Рассчитать пространственное распределение электростатического поля, создаваемого атомом водорода в основном состоянии. Ядро атома считать точечным, а плотность заряда в электронном облаке распределенной сферически симметрично в соответствии с выражением</p> $\rho = C \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right),$ <p>где a_0 — константа, называемая <i>первым боровским радиусом</i>; C — нормировочная константа, определяемая из условия равенства суммарного электрического заряда электронного облака элементарному заряду.</p>
P.1.2.3	Оценить полную электростатическую энергию атома водорода в основном состоянии, считая, что его s -электрон «размазаны по пространству» в соответствии с выражением для электронной плотности в электронном облаке атома водорода (см. предыдущую задачу).
P.3.1.2.4	Оценить полную электростатическую энергию атома гелия в основном состоянии, считая, что оба его s -электрона «размазаны

	по пространству» в соответствии с выражением для электронной плотности в электронном облаке атома водорода (см. задачу 3.1.2.2).
P.3.1.2.5	<p>Сильные ядерные взаимодействия удовлетворительно описываются с помощью потенциала, предложенного Юкавой:</p> $\Phi = C \frac{\exp(-\alpha r)}{r}.$ <p>Найдите соответствующую такому потенциалу «напряженность ядерных сил». Как должен быть распределен в пространстве электрический заряд, чтобы создаваемый им потенциал зависел от расстояния так же, как потенциал Юкавы? Получите аналог уравнения Лапласа для случая потенциала Юкавы.</p>
P.3.1.2.6	Рассчитайте и постройте графики зависимости напряженности электрического поля и потенциала от расстояния до оси бесконечного цилиндра радиусов R , заряженного по поверхности поверхностной плотностью заряда σ
P.3.1.2.7	Рассчитайте и постройте графики зависимости напряженности электрического поля и потенциала от расстояния до оси бесконечного цилиндра радиусов R , заряженного по объему плотностью заряда ρ Рассчитайте и постройте графики зависимости напряженности электрического пол и потенциала от расстояния
P.3.1.2.8	Имеется бесконечный плоскопараллельный слой толщиной H , равномерно заполненный по объему постоянной плотностью заряда ρ . Рассчитайте и постройте графики зависимостей напряженности электрического поля и потенциала в зависимости от расстояния от плоскости, равноудаленной от границ слоя
P.3.1.2.9	После прыжка через гиперпространство космический корабль оказался вблизи планеты Гравигауссия, представляющей собой очень длинный однородный цилиндр, вращающийся вокруг своей оси с периодом T . Определите плотность вещества, из которого сложена планета, если известно, что любое тело, расположенное на ее поверхности, находится в состоянии невесомости. Указание. Столь необычное название планеты придумано не случайно и является подсказкой для выбора способа решения задачи на расчет напряженности гравитационного поля.
P.3.1.2.10	На глубине $H = 50$ v точно под Институтом Точнейшего Времени прорыт прямой туннель метро радиусом $R=5$ м. На сколько после этого начали отставать за 1 сутки Точнейшие Часы-Ходики, созданные учеными Института? Считать, что плотность грунта планеты Земля везде постоянна.
P.3.1.1.11	<p>Покажите, что на достаточно больших расстояниях от «бесконечной решетки», представляющей собой систему периодически расположенных в одной плоскости ($z = 0$) параллельных равномерно заряженных нитей, создаваемое ею электростатическое поле эквивалентно полю равномерно заряженной плоскости.</p> <p>Указание. Вне содержащей электрические заряды плоскости ($z = 0$) удовлетворяющий уравнению Лапласа (2.9) потенциал, создаваемый периодической системой заряженных нитей, расположенных в точках $x_n=an$, следует искать в виде суммы</p>

	<p>гармонических функций с частотами, кратными пространственной частоте расположения нитей:</p> $\varphi(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(z) \cos\left(\frac{2\pi}{a} nx\right).$ <p>Указание. В данном случае бесконечного распределения заряда выбор бесконечности в качестве нулевой точки невозможен. Расчет следует начинать с вычисления поля. Интегрирование по длине нити легче выполнить, если в качестве переменной выбрать угол, под которым виден элемент нити из точки, в которой рассчитывается это поле.</p>
P.3.1.1.13*	<p>Сильные ядерные взаимодействия удовлетворительно описываются с помощью потенциала, предложенного Юкавой:</p> $\Phi = C \frac{\exp(-\alpha r)}{r}.$ <p>Найдите соответствующую такому потенциалу «напряженность ядерных сил». Как должен быть распределен в пространстве электрический заряд, чтобы создаваемый им потенциал зависел от расстояния так же, как потенциал Юкавы? Получите аналог уравнения Лапласа для случая потенциала Юкавы.</p>
P.1.1.14*	<p>Рассчитайте пространственное распределение плотности нейтронов вблизи шарообразного ядерного котла, внутри которого скорость рождения нейтронов постоянна, а поглощение отсутствует. Котел окружен очень толстым слоем вещества, не поглощающего нейтроны. Считать, что внутри и вне котла поток нейтронов подчиняется уравнению диффузии</p>

Темы для самостоятельной (творческой) работы с элементами исследования

K.1.2.1	<p>Попытайтесь составить программу для Вашего компьютера, которая по задаваемому Вами пространственному распределению потенциала позволяла бы рассчитывать напряженность электрического поля в заданной точке пространства.</p> <p>Указание. Программу желательно составить так, чтобы распределение потенциала можно было задавать не только с помощью аналитических выражений, но и численно (в виде массива значений φ для большого числа близко расположенных точек).</p>
---------	--



Электростатическое поле при наличии проводников

При внесении проводника в электростатическое поле происходит перераспределение его свободных зарядов, приводящее к возникновению макроскопического индуцированного поверхностного заряда, который своим полем полностью компенсирует исходное макроскопическое поле во всем проводящем объеме. Объем проводника эквипотенциален. Для расчета индуцированных поверхностных зарядов и создаваемых ими полей часто используется метод изображений.

Соотношения, которые полезно помнить

$$E_n = 4\pi\sigma,$$

$$E_\tau = 0$$

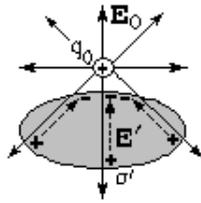
$$\exists! \varphi(\mathbf{R}): \begin{cases} \Delta\varphi(\mathbf{R}) = -4\pi\rho(\mathbf{r}), \\ \varphi(\mathbf{R} \in \Gamma_2) = \psi(\mathbf{R}) \end{cases}$$

Нормальная и тангенциальная составляющие электростатического поля вблизи поверхности проводника

Теорема о единственности решения задач электростатики проводников

3.1 Электростатическое поле в веществе. Метод изображений

$$\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' = \mathbf{E}$$

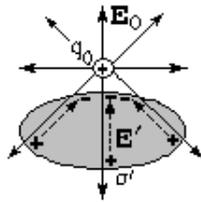


(3.1)

Обозначения: \mathbf{E}_0 – напряженность внешнего поля (свободных зарядов), \mathbf{E}' напряженность поля связанных (индуцированных в объеме или на поверхности вещества) зарядов, \mathbf{E} – напряженность суммарного поля, регистрируемого на эксперименте.

3.2 Электростатические свойства проводников

$$\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' = 0$$



(3.2)

Взаимная компенсация внешнего поля \mathbf{E}_0 и поля \mathbf{E}' индуцированных на поверхности проводника зарядов.

$$\varphi = const$$

(3.3)

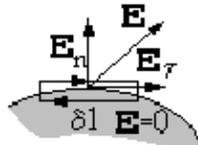
Потенциал в объеме проводника.

$$0 = \oint_{\Gamma_2} (\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = 4\pi q' \Rightarrow q' = 0$$

(3.4)

Отсутствие макроскопических зарядов в проводящем объеме.

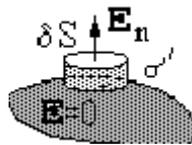
$$0 = \oint_{\Gamma_1} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = E_\tau \delta l \Rightarrow E_\tau = 0$$



(3.5)

Доказательство отсутствия тангенциальной составляющей поля вблизи поверхности проводника.

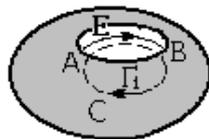
$$E_n \delta S = \oint_{\Gamma_2} (\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = 4\pi \sigma' \cdot \delta S \Rightarrow E_n = 4\pi \sigma'$$



(3.6)

Нормальная составляющая электростатического поля вблизи поверхности проводника.

$$0 = \oint_{\Gamma_1} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = \left(\int_A^B + \int_B^C + \int_C^A \right) \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_A^B |\mathbf{E}| \cdot dl + 0 + 0 \Rightarrow \mathbf{E} \equiv 0$$



(3.7)

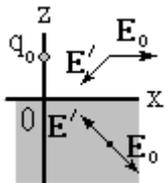
Электростатическое поле внутри пустой замкнутой полости в объеме проводника.

Пример 3.2 Точечный заряд над плоской границей проводника

Точечный заряд q_0 расположен на высоте h над плоской границей полупространства, заполненного проводником. Рассчитать распределение заряда, индуцированного на поверхности проводника.

Решение:

$$E'_x(z > 0) = E'_x(z < 0) \quad (3.7)$$

$$E'_z(z > 0) = -E'_z(z < 0)$$


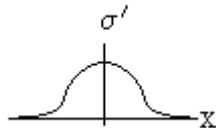
Поля, создаваемые расположенным над проводником свободным зарядом (E_0) и им индуцированным поверхностным зарядом проводника (E').

$$E'(z < 0) = -E_0(z < 0) \quad (3.8)$$

Условие равенства нулю электростатического поля в проводнике.

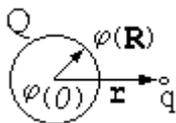
$$E'(z = 0+) = -\frac{q_0 h}{(x^2 + h^2)^{3/2}} e_z \quad (3.9)$$

Поле, создаваемое индуцированными зарядами вблизи поверхности проводника.

$$\sigma' = \frac{1}{4\pi} \frac{q_0 h}{(x^2 + h^2)^{3/2}} \quad (3.10)$$


Распределение индуцированного заряда на поверхности проводника.

3.3 Теорема единственности решения задач электростатики

$$A_1 = q \cdot \varphi(\mathbf{r}) = \frac{qQ}{r} = Q \cdot \varphi(0) \quad (3.11)$$


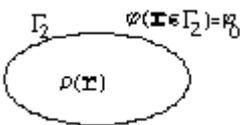
Работа по перемещению точечного заряда q в точку, расположенную вблизи равномерно заряженной сферы.

$$A_2 = \sum_i \Delta Q_i \cdot \varphi(\mathbf{R}_i) = \frac{Q}{4\pi R^2} \sum_i \Delta S_i \cdot \varphi(\mathbf{R}_i) \quad (3.12)$$

Работа по внесению равномерно заряженной сферы в поле точечного заряда.

$$A_1 = A_2 \Rightarrow \varphi(0) = \frac{1}{4\pi R^2} \sum_i \varphi(\mathbf{R}_i) \cdot \Delta S_i = \langle \varphi(\mathbf{R}_i) \rangle \quad (3.13)$$

Свойство электрического потенциала в свободном от зарядов пространстве.

$$\exists! \varphi(\mathbf{r}) : \begin{cases} \Delta \varphi = -4\pi \rho, \\ \varphi(\mathbf{r} \in \Gamma_2) = \varphi_0(\mathbf{r}) \end{cases} \quad (3.14)$$


Формулировка теоремы единственности решения уравнения Пуассона.

$$\begin{cases} \Delta\varphi_1 = -4\pi\rho, \varphi_1(\mathbf{r} \in \Gamma_2) = \varphi_0(\mathbf{r}) \\ \Delta\varphi_2 = -4\pi\rho, \varphi_2(\mathbf{r} \in \Gamma_2) = \varphi_0(\mathbf{r}) \\ \delta\varphi \equiv \varphi_1 - \varphi_2 \end{cases} \Rightarrow \quad (3.15) \quad \begin{array}{l} \text{Основные этапы} \\ \text{доказательства теоремы} \\ \text{единственности.} \end{array}$$

$$\begin{cases} \Delta(\delta\varphi) = 0 \\ \delta\varphi(\mathbf{r} \in \Gamma_2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \delta\varphi(\mathbf{r}) \equiv 0 \Rightarrow \varphi_1 \equiv \varphi_2$$

3.4 Использование метода изображений для расчета электростатических полей при наличии проводящих тел

Пример 3.4 Точечный заряд вблизи заземленной сферы.

Найти положение и величину заряда - изображения, решающего задачу об отыскании электростатического поля, создаваемого системой из точечного заряда и заземленной металлической сферы.

Решение:

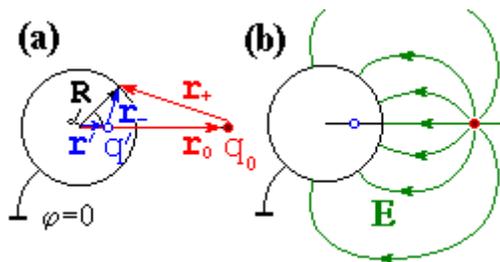


Рис.3.1 Электрический заряд вблизи заземленной сферы. (а) - обозначений, используемые при решении; (б) - примерный вид линий электрического поля.

$$0 = \frac{q_0}{r_+} + \frac{-q'}{r_-} = \frac{q_0}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_0|} - \frac{q'}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}'|} \quad (3.16) \quad \begin{array}{l} \text{Условие для нахождения} \\ \text{положения и величины заряда -} \\ \text{изображения.} \end{array}$$

$$\begin{aligned} q_0^2 \cdot (R^2 + (r')^2 - 2Rr' \cos\alpha) = \\ = (q')^2 \cdot (R^2 + r^2 - 2Rr \cos\alpha), \quad \forall\alpha \end{aligned} \quad (3.17) \quad \begin{array}{l} \text{Следствие уравнения (3.16).} \end{array}$$

$$\begin{cases} 2R(r'q_0^2 - r(q')^2) = 0 \\ q_0^2 \cdot (R^2 + (r')^2) = (q')^2 \cdot (R^2 + r^2) \end{cases} \quad (3.18) \quad \begin{array}{l} \text{Окончательная система} \\ \text{уравнений для определения} \\ \text{заряда - изображения.} \end{array}$$

$$\begin{cases} |q_1| = q_0 \\ r_1' = r \end{cases}, \quad \begin{cases} |q_2| = q_0 \frac{R}{r} \\ r_2' = \frac{R^2}{r} \end{cases} \quad (3.19) \quad \begin{array}{l} \text{Величина и положение заряда -} \\ \text{изображения. Первое решение} \\ \text{описывает поле внутри сферы,} \\ \text{второе - вне нее.} \end{array}$$

3.5 Сила, действующая на поверхность заряженного проводника

$$\delta F = \mathbf{E}' \delta q = \mathbf{E}' \sigma \delta S \quad (3.20)$$

Сила, действующая на элемент поверхности заряженного проводника. (\mathbf{E}' - поле, создаваемое всеми остальными поверхностными зарядами).

$$\begin{cases} E' + \delta E = E \\ E' - \delta E = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c} \mathbf{E} = \mathbf{E}' + \delta \mathbf{E} \\ \uparrow \delta S \\ \mathbf{E} = \mathbf{0} \end{array} \quad (3.21)$$

Расчет поля \mathbf{E}' .

$$p = \frac{\delta F}{\delta S} = 2\pi\sigma^2 \quad (3.22)$$

Электростатическое давление на поверхность заряженного проводника.

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ТЕМЕ ЛЕКЦИИ

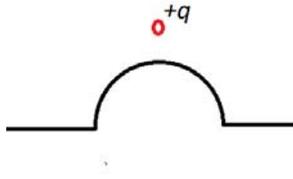
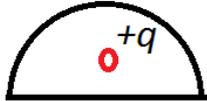
Экзаменационные вопросы

3.1 Электростатическое поле при наличии проводников

- Проводники и свойства электростатического поля вблизи проводников
- Теорема единственности решения задач электростатики и ее доказательство.
- Электрический заряд вблизи плоской поверхности полупространства, заполненного проводником.
- Метод изображений. Примеры расчетов полей при наличии проводников.
- Проводящий шар в однородном электрическом поле

Вопросы к тестам и письменной части экзамена

3.1.3.1.	Перечислите основные электростатические свойства проводников.
3.1.3.2.	Точечный заряд расположен над плоской поверхностью полубесконечного проводника. Нарисуйте картину силовых линий и укажите величину и положение заряда-изображения.
3.1.3.3	Равномерно заряженная нить расположен над плоской поверхностью полубесконечного проводника параллельно поверхности. Нарисуйте картину силовых линий и укажите вид распределения, величину и расположение зарядов-изображений.
3.1.3.4	Точечный заряд расположен вблизи (вне) заземленной металлической сферы. Нарисуйте картину силовых линий. Нарисуйте картину силовых линий и укажите величину и положение заряда-изображения.
3.1.3.5*	Точечный заряд расположен вблизи (вне) изолированной металлической сферы с нулевым суммарным зарядом. Нарисуйте картину силовых линий и укажите величину и положение заряда-

	изображения.	
3.1.3.6	Точечный заряд расположен внутри (но не в центре) заземленной металлической сферы.. Нарисуйте картину силовых линий и укажите величину и положение заряда-изображения.	
3.1.3.7*	Точечный заряд расположен (но не в центре)изолированной металлической сферы с нулевым суммарным зарядом. Нарисуйте картину силовых линий. Нарисуйте картину силовых линий и укажите величину и положение заряда-изображения..	
3.1.3.8*	Металлический цилиндр помещен в однородное электрическое поле E_0 так. Что его ось перпендикулярна исходному направлению силовых линий. Нарисуйте картину силовых линий и опишите систему зарядов-изображений.	
3.1.3.9	Металлический шар помещен в однородное электрическое поле E_0 .Нарисуйте картину силовых линий и опишите систему зарядов-изображений.	
3.1.3.10	Нарисуйте систему зарядов-изображений для расчета силы, действующий на заряд.	
3.1.3.11	Нарисуйте систему зарядов-изображений для расчета силы, действующий на заряд.	
3.1.3.10*	Нарисуйте систему зарядов-изображений для расчета силы, действующий на заряд.	

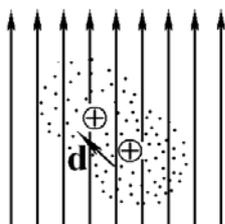
Задачи к экзамену (рекомендуется разобрать на практических занятиях)

Р.3.1.3.1	Рассчитать силу, действующую на электрический диполь, расположенный на высоте h над бесконечной заземленной проводящей плоскостью, дипольный момент которого \mathbf{d} ориентирован перпендикулярно этой плоскости.
Р.3.1.3.2	Найти распределение индуцированного заряда на бесконечной заземленной плоскости, параллельно которой на расстоянии h расположена бесконечная нить, равномерно заряженная линейным зарядом λ .
Р.3.1.3.3	Найти силу, действующую на единицу длины равномерно заряженной бесконечной нити (линейный заряд λ), расположенной параллельно заземленной проводящей плоскости.
Р.3.1.3.4*	Какой дополнительный заряд требуется сообщить изолированному металлическому шару радиусом R , для того чтобы на помещенный на расстоянии $r > R$ от его центра точечный заряд q не действовали никакие силы.

Р.3.1.3.5	Бесконечная равномерно заряженная нить расположена параллельно оси бесконечного проводящего полого цилиндра радиусом R на расстоянии r от нее. Найти конфигурацию зарядов-изображений.
Р.3.1.3.6	Рассчитайте поверхностное распределение зарядов на металлическом шаре, помещенном в однородное электрическое поле
Р.3.1.3.7*	Рассчитайте поверхностное распределение зарядов на металлическом цилиндре, помещенном в однородное электрическое поле так, что его ось направлена перпендикулярно исходному направлению линий поля.
Р.3.1.3.8*	Металлическому шару радиуса R сообщили заряд Q . Найти силу, разрывающую шар по экватору.

Темы для самостоятельной (творческой) работы с элементами исследования

К.1.3.1	<p>Попытайтесь составить программу для Вашего компьютера, которая по заданной конфигурации проводника и его потенциалу позволяет найти распределение потенциала и линии поля во всем окружающем пространстве.</p> <p>Указание: стандартным подходом к решению подобных задач является использование численного решения уравнения Пуассона.</p>
---------	--



Механизмы поляризации диэлектриков

При помещении молекул диэлектрика во внешнее электрическое поле в общем случае происходит деформация их электронных облаков. В случае полярных и анизотропных молекул помимо деформации облаков молекулы ориентируются электрическим полем, чему препятствует тепловое движение. В результате возникает поляризация диэлектрика: в веществе наводится отличный от нуля средний дипольный момент его молекул. В случае слабых электрических полей связь между средним дипольным моментом и создающим его внешним электрическим полем может считаться линейной.

Соотношения, которые полезно помнить

$$\mathbf{d} \approx \hat{\alpha} \mathbf{E}_m$$

Связь между средним дипольным моментом молекулы и наводящим его электростатическим полем

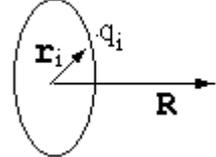
$$\mathbf{F} = (\mathbf{d}, \nabla) \mathbf{E}$$

Сила, действующая на электрический диполь во внешнем неоднородном электрическом поле

$$U = -(\mathbf{d}, \mathbf{E})$$

Потенциальная энергия электрического диполя во внешнем электростатическом поле

4.1 Мультипольное разложение

$$\varphi(\mathbf{R}) = \sum_i \frac{q_i}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_i|} \quad (4.1)$$


Потенциал, создаваемый компактной системой точечных зарядов в удаленной точке.

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{\sum_i q_i}{R} + \frac{\left(\mathbf{R}, \sum_i q_i \mathbf{r}_i \right)}{R^3} + \dots \quad (4.2)$$

Мультипольное разложение для потенциала, создаваемого компактной системой точечных зарядов.

Пример: взаимодействие иона с диполем

Рассчитать силу, действующую на молекулярный ион с зарядом Q , расположенный на расстоянии R от полярной молекулы, дипольный момент \mathbf{d} которой ориентирован вдоль прямой, соединяющей частицы.

Решение:

$$\varphi = \frac{d}{R^2} \quad (4.3)$$

Потенциал взаимодействия иона с диполем, ориентированным вдоль прямой, соединяющей частицы.

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi = -\mathbf{e}_R \cdot \frac{\partial}{\partial R} \frac{d}{R^2} = \frac{2d\mathbf{R}}{R^4} \quad (4.4)$$

Напряженность электрического поля, создаваемого диполем.

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} = \frac{2dQR}{R^4} \quad (4.5)$$

Сила взаимодействия точечного заряда с диполем.

4.2 Электронная поляризация молекул

$$\mathbf{d} \equiv \alpha \mathbf{E}_M \quad (4.6)$$

Определение поляризуемости в простейшем случае

$$\mathbf{d} = \alpha_1 \mathbf{E} + \alpha_2 E^1 \mathbf{E} + \alpha_3 E^2 \mathbf{E} + \dots \quad (4.7)$$

Электронная поляризация реального атома.

Пример: поляризуемость атома Томсона

Рассчитать поляризуемость атома, воспользовавшись моделью Томсона. Радиус электронного облака считать известным: a_0 .

Решение:

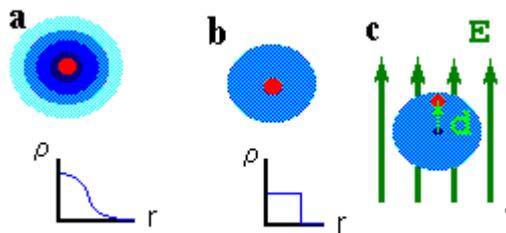


Рис.4.1. Модель атома Томсона.
 а - распределение электронной плотности в реальном атоме
 б- модель Томсона
 в- поляризация атома Томсона

$$\rho(\mathbf{r}) = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right) \quad (4.8)$$

Распределение электронной плотности в атоме гелия.

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = -\mathbf{E}_{\text{in}} = Q \frac{\mathbf{l}}{a_0^3} \quad (4.9)$$

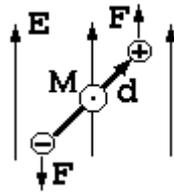
$$\mathbf{d} = Q\mathbf{l} = a_0^3 \mathbf{E}_{\text{out}} \quad (4.10)$$

$$\alpha = a_0^3 \approx V \quad (4.11)$$

Поляризуемость атома Томсона.
 \mathbf{l} - смещение центра электронного облака относительно ядра;
 a_0 - радиус электронного облака.

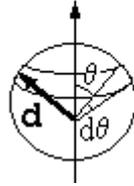
4.3 Ориентационная поляризуемость

$$\mathbf{M} = [\mathbf{d}, \mathbf{E}] \quad (4.12)$$



Вращающий момент, действующий на электрический диполь во внешнем поле.

$$f(\theta)d\theta = \text{const} \cdot \sin \theta \cdot d\theta \quad (4.13)$$



Функция распределения молекулярных диполей по углам с вертикалью при отсутствии внешнего электрического поля.

$$f(\theta)d\theta = C \cdot \exp\left(-\frac{U(\theta)}{kT}\right) \cdot \sin \theta \cdot d\theta \quad (4.14)$$

Функция распределения молекулярных диполей по углам при наличии внешнего электрического поля.

$$\int_0^\pi f(\theta)d\theta = 1 \quad (4.15)$$

Условие нормировки функции распределения.

$$U = -(\mathbf{d}, \mathbf{E}) \quad (4.16)$$

Потенциальная энергия диполя во внешнем электрическом поле.

$$f(\theta)d\theta = \frac{2}{sh\beta} \cdot \exp\left(\frac{(\mathbf{d}, \mathbf{E})}{kT}\right) \sin \theta d\theta, \quad (4.17)$$

$$\beta \equiv \frac{d_0 E}{kT}$$

Окончательный вид функции распределения молекулярных диполей по углам между их дипольными моментами и внешним полем. β - отношение максимальной электростатической энергии к тепловой.

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{d} \rangle &= \frac{\mathbf{E}}{E_0} \int_0^\pi d_0 \cos \theta \cdot f(\theta) d\theta = \\ &= d_0 \frac{\mathbf{E}}{E} \left(\text{cth} \beta - \frac{1}{\beta} \right) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Средний дипольный момент газа из полярных молекул, помещенного во внешнее электрическое поле.

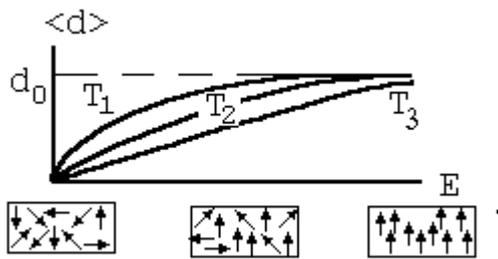


Рис. 4.2 Примерный вид зависимости среднего дипольного момента газа из молекулярных диполей от напряженности внешнего поля для различных температур ($T_3 > T_2 > T_1$).

4.4 Поляризация анизотропных молекул

$$\begin{cases} d_\xi = \sum_{\eta} \alpha_{\xi\eta}^{(1)} E_\eta + \sum_{\eta, \zeta} \alpha_{\xi\eta\zeta}^{(2)} E_\eta E_\zeta + \dots \\ \xi, \eta, \zeta, \dots = x, y, z \end{cases} \quad (4.19)$$

Наиболее общая связь между вектором дипольного момента и полем в случае анизотропных молекул с электронным механизмом поляризации.

$$\begin{cases} d_\xi = \sum_{\eta} \alpha_{\xi\eta} E_\eta \\ \xi, \eta = x, y, z \end{cases} \quad (4.20)$$

Дипольный момент неполярной анизотропной молекулы с линейной поляризуемостью во внешнем поле.

$$\mathbf{d} = \hat{\alpha} \mathbf{E} \quad (4.21)$$

Компактная запись соотношений (4.20).

Пример: тензор поляризуемости линейной молекулы.

Рассчитать тензор поляризуемости линейной молекулы, дипольный момент которой всегда направлен вдоль молекулярной оси, положение которой в пространстве задано (рис.4.3). Поляризуемость молекулы при ориентации ее оси по полю известна: α .

Решение:

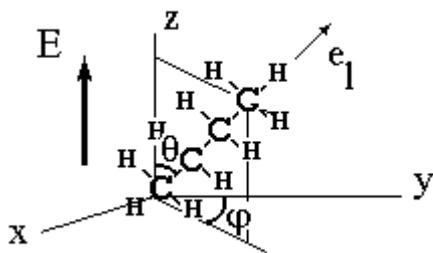


Рис. 4.3 Анизотропная неполярная молекула во внешнем электрическом поле.

$$\begin{aligned} E_l = E_x \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta + \\ + E_y \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta + E_z \cdot \cos \theta \end{aligned} \quad (4.22)$$

Проекция внешнего поля на молекулярную ось.

$$d_x = (\alpha_l E_l)_x = \alpha_l \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \theta \cdot E_x + \dots \quad (4.23)$$

x - компонента дипольного момента анизотропной молекулы.

$$(\hat{\alpha})_{xx} = \alpha_l \cdot \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \theta \quad (4.24)$$

Один из девяти элементов матрицы тензора поляризуемости линейной молекулы.

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ТЕМЕ ЛЕКЦИИ

Экзаменационные вопросы

4.1 Механизмы поляризации диэлектриков

- Мультипольное разложение и классификация молекул
- Поляризуемость молекулы
- Электронная поляризуемость молекул. Приближение Томсона. Поляризуемость атома гелия.
- Ориентационная поляризуемость молекулы. Зависимость среднего дипольного момента газа полярных молекул от температуры.
- Тензор поляризуемости. Вычисление матрицы тензора для модели одномерной линейной молекулы.

Вопросы к тестам и письменной части экзамена

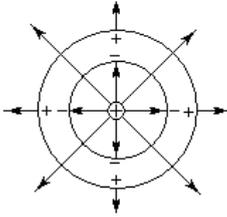
3.1.4.1	Перечислите основные механизмы поляризации диэлектриков.
3.1.4.2	Дайте определение линейной, квадратичной и кубической поляризуемостей молекулы.
3.1.4.3	Почему модель атома Томсона (электрон удерживается в атоме квазиупругой силой - «пружинкой») дает удовлетворительное описание поведения атомно-молекулярных систем в большинстве задач классической физики.
3.1.4.4	Нарисуйте два графика зависимости от напряженности электрического поля среднего дипольного момента газа полярных молекул, помещенного в это поле

Задачи к экзамену (рекомендуется разобрать на практических занятиях)

Р.3.1.4.1	Определить зависимость от расстояния силы электростатического взаимодействия между: ионом и полярной молекулой;
Р.3.1.4.2	Определить зависимость от расстояния силы электростатического взаимодействия между: ионом и неполярной молекулой;
Р.3.1.4.3	Определить зависимость от расстояния силы электростатического взаимодействия между диполем и неполярной молекулой.
Р.3.1.4.4*	Рассчитать энергию ионизации атома Томсона. Заряд ядра и радиус электронного облака известны.
Р.3.1.4.5*	Найти все элементы матрицы поляризуемости анизотропной молекулы, электронное облако которой может совершать свободные колебания вдоль координатных осей с частотами ω_{0x} , ω_{0y} и ω_{0z} соответственно.
Р.3.1.4.6*	Рассчитать средний дипольный момент для газа из «полностью анизотропных» линейных молекул, способных поляризоваться лишь в одном направлении, если температура газа равна T . Частота свободных колебаний электронного облака вдоль молекулярной оси равна ω_0 .

Темы для самостоятельной (творческой) работы с элементами исследования

К.1.4.1	Разработайте модель помещенного в задаваемое пользователем постоянное электрическое поле газа из жестких полярных молекул, температура которого так же может быть изменена в ходе демонстрации. Попробуйте учесть электрические взаимодействия между диполями воспроизвести эффект возникновения спонтанной поляризации диэлектрика при отсутствии внешнего электрического поля, выстраивающего молекулы. Попробуйте расширить возможности модели, введя в рассмотрение зависящие от времени электрические поля (например, поля, изменяющиеся во времени по гармоническому закону).
К.1.4.2	Разработайте модель помещенного в задаваемое пользователем постоянное электрическое поле газа из атомов Томсона, электроны которого удерживаются упругими силами и испытывают действие слабых сил вязкого трения. Исследуйте зависимость среднего наведенного полем дипольного момента газа от частоты этого поля.
К.1.4.3	Разработайте компьютерную модель визуализирующую поведение анизотропной молекулы во внешнем электрическом поле (как пространственно однородном, так и неоднородном).



Электростатическое поле при наличии диэлектриков

При помещении диэлектрика во внешнее электрическое поле в результате поляризации его молекул возникают макроскопические связанные заряды. Их поле частично компенсирует исходное поле внутри диэлектрика. Введение нового вектора \mathbf{D} (электрическая индукция) позволяет записать уравнения электростатики для диэлектриков в виде, сходном с видом аналогичных уравнений для вакуума.

Соотношения, которые полезно помнить

$$\mathbf{P} \equiv n \langle \mathbf{d} \rangle \approx \hat{\chi} \mathbf{E}$$

Определение вектора поляризации и его связь с напряженностью электрического поля

$$(\nabla, \mathbf{P}) = -\rho' \Leftrightarrow Q' = - \oint_{\Gamma_2} (\mathbf{P}, d\mathbf{S})$$

Дифференциальная и интегральная форма записи теоремы о потоке вектора поляризации

$$\mathbf{D} \equiv \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P} \equiv \hat{\epsilon} \mathbf{E}$$

Определение электрической индукции и ее связь с напряженностью электрического поля

$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{D}, d\mathbf{S}) = 4\pi Q_0,$$

Уравнения электростатического поля в веществе, записанные в интегральной форме

$$\oint_{\Gamma_1} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = 0$$

$$(\nabla, \mathbf{D}) = 4\pi \rho_0$$

Уравнения электростатического поля в веществе, записанные в дифференциальной форме

$$[\nabla, \mathbf{E}] = 0$$

$$D_{n1} - D_{n2} = 4\pi \sigma_0,$$

Условия для векторов \mathbf{E} и \mathbf{D} на границе диэлектриков

$$E_{\tau 1} - E_{\tau 2} = 0$$

5.1 Вектор поляризации

$$\mathbf{P} \equiv n \cdot \langle \mathbf{d} \rangle \quad (5.1)$$

Определение вектора поляризации

$$\mathbf{P} = \hat{\chi} \cdot \mathbf{E} \quad (5.2)$$

Связь поляризации с макроскопическим полем для линейных диэлектриков

$$\mathbf{E} \approx \mathbf{E}_M \Rightarrow \hat{\chi} = n \hat{\alpha} \quad (5.3)$$

Простейшая связь между микро- и макроскопическими характеристиками поляризуемости диэлектрика.

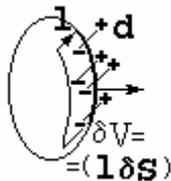
$$(\nabla, \mathbf{P}) = -\rho' \quad (5.4)$$

Связь между вектором поляризации и макроскопической плотностью связанных зарядов.

Пример 5.1: *Электрическое поле однородно поляризованной сферы*
 Рассчитать электрическое поле, создаваемое однородно поляризованной сферой внутри и вне ее объема.

Решение:

$$\begin{aligned} \delta Q' &= -qn \cdot (\mathbf{l}, \delta \mathbf{S}) = \\ &= -n \cdot (\mathbf{d}, \delta \mathbf{S}) = \\ &= -(\mathbf{P}, \delta \mathbf{S}) \end{aligned} \quad (5.5)$$



Возникновение макроскопического связанного заряда при поляризации вещества.

$$Q' = -\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{P}, \delta \mathbf{S}) \quad (5.6)$$

Интегральный аналог теоремы (5.4).

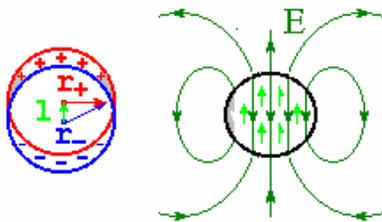


Рис. 5.1. Электрическое поле, создаваемое однородно поляризованным шаром.

$$\mathbf{E}_{\pm} = \pm \frac{4}{3} \pi n q \mathbf{r}_{\pm} \quad (5.7)$$

Вклад в поле, даваемый однородно заряженными шарами из положительных и отрицательных зарядов диполей.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ - \mathbf{E}_- = -\frac{4}{3} \pi n q \mathbf{l} = -\frac{4}{3} \pi \mathbf{P} \quad (5.8)$$

Электрическое поле внутри однородно поляризованного шара.

$$\mathfrak{D} = \frac{4}{3} \pi R^3 \mathbf{d} \quad (5.9)$$

Эффективный дипольный момент однородно поляризованного шара.

5.2 Вектор электрической индукции

$$(\nabla, \mathbf{E}) = 4\pi(\rho_0 + \rho') = 4\pi\rho_0 - 4\pi(\nabla, \mathbf{P}) \quad (5.10) \quad \text{Уравнение для электрического поля при наличии диэлектрика.}$$

$$(\nabla, \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}) = 4\pi\rho_0 \quad (5.11) \quad \text{Упрощение правой части уравнения (5.10)}$$

$$\mathbf{D} \equiv \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P} \Rightarrow (\nabla, \mathbf{D}) = 4\pi\rho_0 \quad (5.12) \quad \text{Введение вектора электрической индукции.}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\hat{\chi}\mathbf{E} = \hat{\epsilon}\mathbf{E} \quad (5.13) \quad \text{Связь векторов } \mathbf{D} \text{ и } \mathbf{E}.$$

$$\hat{\epsilon} = 1 + 4\pi\hat{\chi} \quad (5.14) \quad \text{Тензор диэлектрической проницаемости.}$$

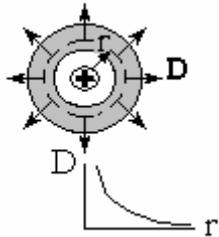
$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{D}, d\mathbf{S}) = 4\pi Q_0; \quad \oint_{\Gamma_1} (\mathbf{D}, d\mathbf{l}) \neq 0 \quad (5.15) \quad \text{Интегральный аналог уравнения (5.12).}$$

5.3. Расчет полей в диэлектрике с помощью теоремы о потоке вектора электрической индукции.

Пример: *заряд, окруженный слоем из диэлектрика.*

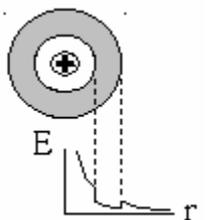
Найти электрическое поле во всех точках пространства, создаваемое зарядом, находящемся в центре сферического слоя из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \text{const}$.

Решение:

$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{D}, d\mathbf{S}) = 4\pi r^2 D(r) \quad (4.16) \quad \text{Вектор электрической индукции в случае сферически симметричной системы из точечного заряда и диэлектрического слоя.}$$


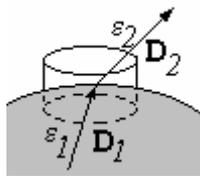
$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{D}, d\mathbf{S}) = 4\pi q$$

$$D(r) = \frac{q}{r}$$

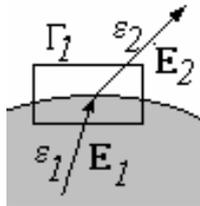
$$E(r) = \frac{D(r)}{\epsilon(r)} = \frac{q}{r \cdot \epsilon(r)} \quad (4.17) \quad \text{Электростатическое поле, создаваемое точечным зарядом, помещенным в центр сферического слоя из однородного диэлектрика.}$$


5.3 Граничные условия для векторов \mathbf{E} и \mathbf{D}

$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{D}, d\mathbf{S}) = 4\pi q_0 \Rightarrow \quad (5.18) \quad \text{Граничное условие для вектора } \mathbf{D} \text{ в диэлектрике.}$$

$$D_{1n} - D_{2n} = 4\pi\sigma_0$$


$$\oint_{\Gamma_1} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = 0 \Rightarrow \quad (5.19) \quad \text{Граничное условие для вектора } \mathbf{E} \text{ в диэлектрике.}$$

$$E_{1\tau} - E_{2\tau} = 0$$


Пример: *точечный заряд вблизи плоской границы полупространства, заполненного однородным диэлектриком.*

Рассчитать электрическое поле, создаваемое системой из точечного заряда и полу бесконечного диэлектрика с плоской границей.

Решение:

$$\rho' = -(\nabla, \mathbf{P}) = -\frac{1}{4\pi}(\nabla, \mathbf{D} - \mathbf{E}) = \quad (5.20) \quad \text{Плотность связанных зарядов в диэлектрике.}$$

$$= -\frac{1}{4\pi}(\nabla, (1 - \varepsilon^{-1})\mathbf{D}) =$$

$$= -\frac{1 - \varepsilon^{-1}}{4\pi}(\nabla, \mathbf{D}) - \frac{1}{4\pi}(\mathbf{D}, \nabla(1 - \varepsilon^{-1}))$$

Связанные заряды в объеме возникают либо при наличии свободных зарядов в веществе, либо вследствие неоднородности диэлектрика.

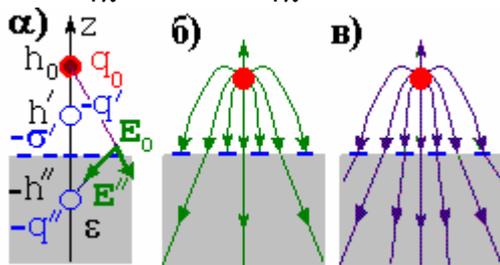


Рис.5.2 Точечный заряд над полупространством из однородного диэлектрика.
а) - используемые обозначения;
б) - картина линий электрического поля
в) - картина линий вектора \mathbf{D} .

$$D_z(z > 0) = D_z(z < 0) \Rightarrow \quad (5.21) \quad \text{Граничное условие, позволяющее найти заряды - изображения.}$$

$$E_z(z > 0) = \varepsilon \cdot E_z(z < 0)$$

$$-q_0 \frac{h}{(h^2 + x^2)^{3/2}} - q' \frac{h'}{(h'^2 + x^2)^{3/2}} = \quad (5.22) \quad \text{Уравнение для нахождения величины зарядов - изображений и их расположения.}$$

$$= \varepsilon \left(-q_0 \frac{h}{(h^2 + x^2)^{3/2}} + q' \frac{h'}{(h'^2 + x^2)^{3/2}} \right)$$

$$q' = q'' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} q_0, \quad h' = h'' = h_0 \quad (5.23)$$

Решение задачи о заряде над диэлектриком методом изображений.

Пример: *точечный заряд вблизи плоской границы полупространства, заполненного однородным диэлектриком (второй способ решения).*

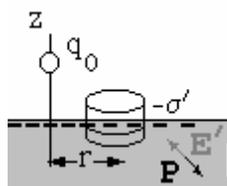
Не используя полученного методом изображений решения, рассчитать поверхностное распределение связанных зарядов на плоской поверхности полу бесконечного однородного диэлектрика, возникающих в результате воздействия точечного положительного заряда (рис.5.2).

Решение:

$$E_z'(r) = +2\pi\sigma'(r) \quad (5.24)$$

$$P_z(r) = -\sigma'(r) \quad (5.25)$$

$$P_z = \chi E_z = \chi(E_{0z} + E_z') \quad (5.26)$$



Следствия из теорем о потоках векторов **E** и **P**. Значения всех величин, обозначаемых буквами, считаются положительными.

$$-\sigma' = \chi \left(-\frac{q_0 h}{(h^2 + r^2)^{3/2}} + 2\pi\sigma' \right) \quad (5.27)$$

Уравнение для поверхностной плотности связанных зарядов.

$$\begin{aligned} \sigma'(r) &= \frac{\chi}{2\pi\chi + 1} \frac{q_0 h}{(h^2 + r^2)^{3/2}} = \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{q_0 h}{(h^2 + r^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (5.28)$$

Искомая плотность связанных зарядов на плоской поверхности полу бесконечного диэлектрика.

5.4 Формула Клаузиуса – Массотти

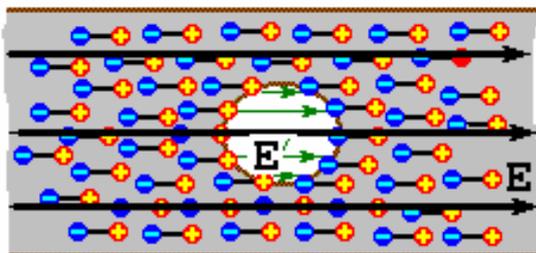


Рис.5.3

Модель поляризованного диэлектрика для расчета микроскопического поля, поляризующего молекулу. Поле внутри полости создается “хвостами” молекул ближайшего окружения.

$$\mathbf{E}_M = \mathbf{E} + \mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{4}{3}\pi\mathbf{P} \quad (5.29)$$

Микроскопическое поле внутри полости в диэлектрике, окружающей молекулу.

$$\mathbf{P} = n\alpha\mathbf{E}_M = n\alpha \cdot \left(\mathbf{E} + \frac{4}{3}\pi\mathbf{P} \right) \quad (5.30)$$

Уравнение для вектора поляризации в случае плотного диэлектрика.

$$\mathbf{P} = \frac{n\alpha}{1 - \frac{4}{3}\pi n\alpha} \mathbf{E} \quad (5.31)$$

Решение уравнения (30), “предсказывающее” возможность существования сегнетоэлектриков.

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P} = \varepsilon\mathbf{E} \Rightarrow \varepsilon = \frac{12\pi n\alpha}{3 - 4\pi n\alpha} \quad (5.32)$$

Одна из возможных форм записи формулы Клаузиуса - Массотти.

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ТЕМЕ ЛЕКЦИИ

Экзаменационные вопросы

4.2 Уравнения электростатики диэлектриков

- Вектор поляризации и его связь с распределением связанных зарядов.
- Вектор электрической индукции и его использование для записи уравнений электростатики. Диэлектрическая проницаемость вещества.
- Использование т. Гаусса для вектора \mathbf{D} для расчетов электростатических полей в диэлектриках.
- Граничные условия для векторов \mathbf{E} и \mathbf{D} на поверхности диэлектриков.
- Заряд над полупространством из диэлектрика. Обоснование метода изображений для задач подобного типа.

4.3 Поляризация конденсированных диэлектриков

- Электрическое поле однородно поляризованного шара и цилиндра.
- Однородный диэлектрический шар (и цилиндра) в однородном электрическом поле.
- Микроскопическое поле, поляризующее молекулу в конденсированном диэлектрике.
- Поляризуемость конденсированных диэлектриков.
- Сегнетоэлектрики

Вопросы к тестам и письменной части экзамена

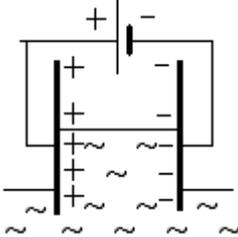
3.1.4.3	Дайте определение вектора поляризации
3.1.4.4	Запишите теорему о связи вектора поляризации с плотностью наведенных зарядов (в интегральной и дифференциальной форме).
3.1.4.5	Дайте определение диэлектрической восприимчивости (поляризуемости вещества)
3.1.4.6	Дайте определения вектора электрической индукции
3.1.4.7	Запишите т. Гаусса для вектора \mathbf{E} в диэлектрике (в интегральной и дифференциальной формах)
3.1.4.8	Запишите т. Гаусса для вектора \mathbf{D} в диэлектрике (в интегральной и дифференциальной формах)
3.1.4.9	Дайте определение диэлектрической проницаемости вещества.
3.1.4.10	Металлический шарик с зарядом Q окружен сферической «шубой» из

	диэлектрика с проницаемостью 2. Нарисуйте картину силовых линий.
3.1.4.11*	Точечный заряд q_0 помещен над плоской границей полупространства, заполненного однородным диэлектриком с проницаемостью 2. Нарисуйте примерную картину силовых линий.
3.1.4.12	Нарисуйте примерный вид силовых линий электрического поля, создаваемого однородно поляризованной сферой.
3.1.4.13	Однородную сферу из материала с $\epsilon=2$ поместили в однородное электрическое поле E_0 . Нарисуйте примерную картину силовых линий.
3.1.4.14	Как связана поляризуемость молекул с диэлектрической проницаемостью конденсированного диэлектрика?

Задачи к экзамену (рекомендуется разобрать на практических занятиях)

Р.3.1.4.7*	Найти электрическое поле, создаваемое бесконечным цилиндром, однородно поляризованным в направлении, перпендикулярном его оси
Р.3.1.4.8	Найти электрическое поле, создаваемое цилиндром, шаром поляризованным в направлении, перпендикулярном его оси
Р.3.1.4.9	Длинный прямой кабель представляет собой металлический провод, помещенный на ось металлической трубки-оплетки (длинный цилиндр). Внутренний провод отделен от оплетки слоем диэлектрика, проницаемость которого изменяется в перпендикулярном оси направлении по известному закону $\epsilon = \epsilon(r)$. Определить электрическое поле в произвольной точке пространства, если провод несет постоянный линейный заряд λ , а полный заряд оплетки равен нулю.
Р.3.1.4.10*	Диэлектрическую пластинку, поперечные размеры которой намного больше толщины, поместили в однородное электростатическое поле, расположив перпендикулярно силовым линиям. Определить напряженность поля в произвольной точке пространства и распределение поляризационных зарядов в пластинке, если ее диэлектрическая проницаемость изменяется по толщине в соответствии с заданным законом $\epsilon = f(h)$.
Р.3.1.4.11	Определить силу взаимодействия молекулы, обладающей электрическим дипольным моментом, с полупространством из однородного изотропного диэлектрика с известной ϵ . Дипольный момент ориентирован перпендикулярно плоской границе диэлектрика. Расстояние от диполя до границы известно.
Р.3.1.4.12	Определить силу, действующую на единицу длины нити с линейной плотностью заряда λ , расположенную в вакууме на высоте h над плоской границей полупространства из диэлектрика ϵ .
Р.3.1.4.13	В однородное поле напряженностью E_0 помещен шар из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ϵ . Радиус шара R известен. Определить напряженность электрического поля внутри шара.

Р.3.1.4.14*	В однородное поле напряженностью E_0 помещен бесконечный цилиндр из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε . Радиус цилиндра R известен. Определить напряженность электрического поля внутри цилиндра.
-------------	--



Энергия электростатического поля

Любому объему пространства, в котором существует электрическое поле, может быть сопоставлена энергия, величина которой пропорциональна произведению квадрата поля на этот объем. При вычислении энергии, запасенной в поле точечного заряда, возникают значительные трудности, которые, по-видимому, носят весьма принципиальный характер.

Соотношения, которые полезно помнить

$$W_E = \frac{1}{2} \sum_i q_i \varphi_i, \quad \varphi_i = \sum_{j \neq i} \frac{q_j}{r_{ij}}$$

Энергия системы неподвижных точечных зарядов

$$W_E = \frac{1}{2} \int_V \rho(\mathbf{r}) \varphi(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}$$

Электростатическая энергия системы распределенных в пространстве неподвижных зарядов

$$W = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Энергия заряженного проводника

$$w_D = \frac{\mathbf{E}^2}{8\pi}$$

Объемная плотность энергии электростатического поля в вакууме

$$w_D = \frac{(\mathbf{E}, \mathbf{D})}{8\pi}$$

Объемная плотность энергии электростатического поля в диэлектрике

$$R_e \approx \frac{q_e^2}{m_0 c^2}$$

Классический радиус электрона

6.1 Энергия системы точечных зарядов

$$W_E = \frac{1}{2} \sum_i q_i \varphi_i, \quad \varphi_i \equiv \sum_{j \neq i} \frac{q_j}{r_{ij}} \quad (6.1)$$

Энергия системы неподвижных точечных зарядов.

$$\begin{aligned} W_E^{(N=2)} &= \frac{q_1 q_2}{r_{12}} = q_1 \varphi_1 = q_2 \varphi_2 = \\ &= \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 q_i \varphi_i \end{aligned} \quad (6.2)$$

База для индукционного перехода ($N=2$).

r_{12} - расстояние между зарядами с соответствующими номерами.

$$\begin{aligned} W_E^{(N+1)} &= W_E^N + A_{N+1} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i^{(N)} + q_{N+1} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_{N+1,i}} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \left(\varphi_i^{(N)} + \frac{q_{N+1}}{r_{N+1,i}} \right) + \frac{1}{2} q_{N+1} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_{N+1,i}} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i^{(N+1)} + \frac{1}{2} q_{N+1} \varphi_{N+1}^{(N+1)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N+1} q_i \varphi_i^{(N+1)} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Индукционный переход для доказательства (6.1).

$\varphi_i^{(N)}$ - потенциал, создаваемый в точке нахождения i -заряда всеми остальными N зарядами, кроме него самого.

$$W_E = \frac{1}{2} \int_{\Gamma_3} \varphi(\mathbf{r}) dq \quad (6.4)$$

Обобщение формулы (6.1) на случай непрерывного распределения зарядов.

6.2 Энергия системы заряженных проводников

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \varphi_i Q_i; \quad (M \ll N) \quad (6.5)$$

Энергия системы из M проводников. (N - число точечных зарядов в системе)

$$C \equiv \frac{Q}{\varphi} \quad (6.6)$$

Определение емкости уединенного проводника.

$$W = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} \quad (6.7)$$

Энергия уединенного проводника, имеющего заряд Q .

$$\varphi_i = \sum b_{ij} Q_j \quad (\vec{\varphi} = \hat{b} \cdot \vec{Q}) \quad (6.8)$$

Потенциал проводника, находящегося среди других заряженных проводников.

$$\hat{c} = \hat{b}^{-1}; \quad c_{ik} = c_{ki} \quad (6.9)$$

Связь емкостных и потенциальных коэффициентов.

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,j} b_{ij} Q_i Q_j = \frac{1}{2} \sum_{i,j} c_{ij} \varphi_i \varphi_j \quad (6.10)$$

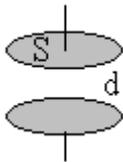
Энергия системы проводников.

$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 =$ $= b_{22}Q - b_{21}Q - (-b_{11}Q + b_{12}Q) =$ $= (b_{22} + b_{11} - 2b_{12}) \cdot Q$	(6.11)	Общее выражение для разности потенциалов между обкладками конденсатора, имеющего заряд Q .
$Q = C \cdot \Delta\varphi$	(6.12)	Определение емкости конденсатора.

Пример 6.2. Плоский конденсатор.

Рассчитать емкость и энергию конденсатора, состоящего из двух параллельно расположенных на расстоянии d пластин площадью S , имеющих заряды $+Q$ и $-Q$.

Решение:

$E = 4\pi\sigma = 4\pi \frac{Q}{S}$		(6.13)	Электрическое поле внутри плоского конденсатора.
$C = \frac{Q}{Ed} = \frac{S}{4\pi d}$		(6.14)	Емкость плоского конденсатора.
$\delta A = \delta Q \cdot Ed = 4\pi d \frac{Q\delta Q}{S}$		(6.15)	Элементарная работа, совершаемая в процессе заряда плоского конденсатора.
$W = \int_0^Q \frac{Q}{S} dQ = \frac{Q^2}{2C}$		(6.16)	Энергия заряженного конденсатора.
$W = \frac{E^2}{8\pi} (dS)$		(6.17)	Связь запасенной энергии с объемом конденсатора и напряженностью заключенного в нем поля.

6.3 Объемная плотность энергии электрического поля

$w_E = \frac{E^2}{8\pi} \Rightarrow W_E = \int_{\Gamma_3} w_E dV$	(6.18)	Объемная плотность энергии электростатического поля w_E и ее связь с энергией W_E .
$W = \frac{1}{2} \int_V \rho\varphi dV = -\frac{1}{8\pi\infty} \int \varphi \Delta\varphi dV$	(6.19)	Электростатическая энергия непрерывного распределения зарядов.
$\nabla(\varphi \nabla\varphi) = (\nabla\varphi, \nabla\varphi) + \varphi \nabla^2\varphi =$ $= E^2 + \varphi \Delta\varphi$	(6.20)	Тождество для преобразования подынтегрального выражения (6.19).

$W = \frac{1}{8\pi_\infty} \int E^2 dV - \frac{1}{8\pi} \oint_{S_{R \rightarrow \infty}} (\varphi \nabla \varphi, d\mathbf{S})$	(6.21)	Окончательное выражение для электростатической энергии.
---	--------	---

6.4 Энергия электростатического поля в веществе

$\delta A_p = nq(\mathbf{E}, \delta \mathbf{l}) = (\mathbf{E}, \delta \mathbf{P})$	(6.21)	Элементарная работа по поляризации единицы объема диэлектрика.
--	--------	--

$w_p = \int_0^E (\mathbf{E}, \delta \mathbf{P}) = \int_0^E (\mathbf{E}, \hat{\chi} d\mathbf{E}) = \frac{1}{2} (\mathbf{E}, \hat{\chi} \mathbf{E})$	(6.22)	Энергия, необходимая для поляризации единицы объема диэлектрика.
--	--------	--

$w_D = w_E + w_p = \frac{E^2 + 4\pi(\mathbf{E}, \hat{\chi} \mathbf{E})}{8\pi} = \frac{(\mathbf{E}, \mathbf{D})}{8\pi}$	(6.23)	Объемная плотность электростатической энергии в диэлектрике.
--	--------	--

6.5 Проблема существования точечного заряда

$W_E = \frac{q^2}{2R}$	(6.24)	Электростатическая энергия равномерно заряженной сферы.
------------------------	--------	---

$W_E \approx m_0 c^2 \Rightarrow R_e \approx \frac{q_e^2}{m_0 c^2}$	(6.25)	Классический радиус электрона.
---	--------	--------------------------------

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ТЕМЕ ЛЕКЦИИ

Экзаменационные вопросы

5.1 Энергия электрического поля

- Энергия системы точечных зарядов и непрерывного распределения зарядов. Обоснование.
- Емкость проводника. Энергия заряженного проводника.
- Емкость и энергия плоского конденсатора.
- Объемная плотность энергии электростатического поля в вакууме. Обоснование.
- Объемная плотность электростатического поля в диэлектрике. Обоснование.

Вопросы к тестам и письменной части экзамена

3.1.5.1.	Запишите выражение для потенциальной энергии системы точечных зарядов.
3.1.5.2.	Запишите выражение для потенциальной энергии непрерывно распределенного заряда.
3.1.5.3	Дайте определение емкости проводника

3.1.5.4	Запишите 3 выражения для энергии заряженного проводника.
3.1.5.5	Запишите выражение для емкости плоского конденсатора.
3.1.5.6	Запишите выражение для объемной плотности энергии электростатического поля в вакууме.
3.1.5.7	Запишите выражение для объемной плотности энергии электростатического поля в диэлектрике.
3.1.5.8	Запишите оценку для классического радиуса электрона.

Задачи к экзамену (рекомендуется разобрать на практических занятиях)

P.3.1.5.1	Рассчитать емкость металлического шара радиусом R , окруженного сферическим слоем диэлектрика с проницаемостью ϵ , внутренний и внешний радиусы которого R и $2R$ соответственно.
P.3.1.5.2	Рассчитать электростатическую энергию, запасенную внутри равномерно заряженного по объему шара радиусом R , и энергию, запасенную в пустом пространстве, окружающем этот шар. Заряд шара равен Q .
P.3.1.5.3	Рассчитать энергию, запасенную в объеме однородного шара радиусом R из диэлектрика с проницаемостью ϵ , внесенного в однородное электрическое поле с напряженностью E_0 .
P.3.1.5.4	Рассчитать емкость сферического конденсатора (две концентрические проводящие сферы радиусами R_1 и R_2 , промежуток между которыми заполнен однородным изотропным диэлектриком с известной диэлектрической проницаемостью).
P.3.1.5.5	Рассчитать емкость цилиндрического конденсатора (два соосно расположенных цилиндра одинаковой длины h с известными радиусами R_1 и R_2). свободные колебания вдоль координатных осей с частотами ω_{0x} , ω_{0y} и ω_{0z} соответственно.
P.3.1.5.6*	Рассчитать емкость плоского конденсатора известных размеров, диэлектрическая проницаемость диэлектрика внутри которого при перемещении от одной пластины к другой изменяется по линейному закону от ϵ_1 до ϵ_2 .
P.3.1.5.7*	Показать, что матрица тензора диэлектрической проницаемости вещества симметрична относительно диагонали ($\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$).
P.3.1.5.8	Нижние части пластин плоского конденсатора заданных размеров погружают в жидкий диэлектрик с проницаемостью ϵ и плотностью ρ . На какую высоту поднимется диэлектрик в конденсаторе, если его пластины были присоединены к источнику напряжения U , а перед погружением в диэлектрик: были отключены от источника;

Приложение -1

Поток и циркуляция векторного поля

В ряде случаев при решении задач электростатики оказывается полезной иная по сравнению с использованной в лекции 1 (но, разумеется, эквивалентная ей по сути) математическая форма записи закона Кулона. Прежде чем перейти к ее рассмотрению, необходимо кратко ознакомиться с некоторыми новыми математическими идеями, которые весьма полезны не только в электродинамике, но и в других разделах физики сплошных сред.

В случае когда в каждой точке пространства \mathbf{R} определен некоторый вектор $\mathbf{K}(\mathbf{R})$, принято говорить о *векторном поле* $\mathbf{K}(\mathbf{R})$.

Для определения понятия *потока* N векторного поля $\mathbf{K}(\mathbf{R})$, пронизывающего элемент двумерной поверхности Γ_2 , удобно ввести понятие *вектора элемента площади*, приняв его длину равной площади рассматриваемого элемента поверхности и задав направление по нормали к этому элементу. Для получения однозначного определения направления вектора (рис. 1,а) необходимо договориться о том, в каком из двух возможных направлений нормали проводится вектор. В случае замкнутой поверхности Γ_2 вектор площади $\delta\mathbf{S}$ считается направленным из объема, ограниченного этой поверхностью. Если же поверхность Γ_2 незамкнута, направление нормали согласуется с направлением обхода границы Γ_1 этой поверхности по *правилу правой руки*: если правую руку расположить в пространстве так, что четыре пальца будут указывать направление обхода границы поверхности, то большой палец будет указывать направление нормали к этой поверхности.

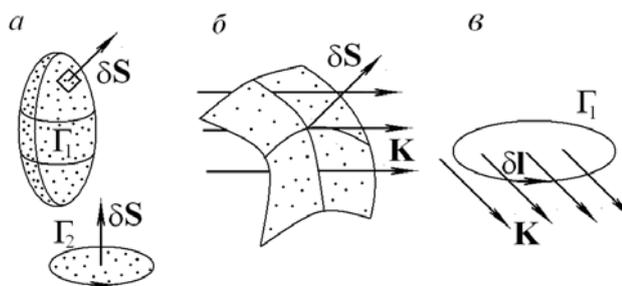


Рис. 1. Основные интегральные характеристики векторного поля:
а — определение направления вектора элемента площади;
б — определение потока через элемент поверхности;
в — определение циркуляции векторного поля по замкнутому контуру.

Элементарным потоком векторного поля $\mathbf{K}(\mathbf{R})$ через небольшой элемент поверхности $\delta\mathbf{S}$ называется скалярное произведение векторов поля и элемента площади (рис. 1,б):

$$\delta N \equiv (\mathbf{K}, \delta\mathbf{S}).$$

Полный поток через конечную поверхность по определению равен сумме потоков через все ее бесконечно малые элементы и вычисляется с помощью *поверхностного интеграла* (определяется как предел суммы по бесконечно малым

элементам поверхности произведений значений подынтегральной функции на этих элементах на их площади):

$$N_1 \equiv \sum_i (\mathbf{K}_i, \delta \mathbf{S}_i) \Big|_{\delta \mathbf{S}_i \rightarrow 0} = \int_{\Gamma_2} (\mathbf{K}, d\mathbf{S}).$$

В случае если поверхность замкнута, для поверхностного интеграла используется специальное обозначение

$$N_\Sigma \equiv \oint_{\Gamma_2} (\mathbf{K}, d\mathbf{S}).$$

Помимо потока удобной интегральной характеристикой векторного поля является его *циркуляция* C , определяемая суммой по бесконечно малым участкам контура скалярных произведений вектора \mathbf{K} на элементы длины $d\mathbf{l}$ одномерного контура Γ_1 (рис. 1,б):

$$C \equiv \oint_{\Gamma_1} (\mathbf{K}, d\mathbf{l}).$$

Ориентация вектора $d\mathbf{l}$ согласно определению выбирается вдоль контура в направлении его обхода.

Приложение - 2

Дифференциальная форма записи уравнений электростатики

Наряду с интегральной формой записи уравнений электростатики существует эквивалентная ей *дифференциальная форма*, которая во многих случаях оказывается более удобной. Пусть электрический заряд непрерывно распределен по некоторому объему. В этом случае теорему Гаусса можно применить к физически бесконечно малому объему δV , имеющему форму прямоугольного параллелепипеда, изображенного на рис. 2:

$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = 4\pi\rho(\mathbf{r}) \delta V.$$

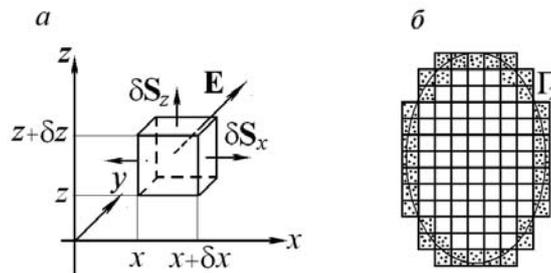


Рис. 2. Связь между дифференциальной и интегральной формами теоремы Гаусса:

a — к выводу теоремы Гаусса в дифференциальной форме (2.6);

б — идея перехода от дифференциальной формы записи теоремы Гаусса к интегральной; выделены те ячейки, поток поля через которые дает ненулевой вклад в поток, поступающий через гауссову поверхность Γ_2 .

Подстановка в формулу для потока в соответствии с обозначениями, приведенными на рис. 2*a*, явных выражений для объема и площадей граней параллелепипеда

$$\oint_{\Gamma_2} (\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = \sum_{\xi = x, y, z} (E_{\xi}(r_{\xi} + \delta r_{\xi}) - E_{\xi}(r_{\xi})) \delta S_{\xi}$$

приводит к выражению, содержащему отношения приращений компонент вектора \mathbf{E} к одноименным приращениям координат радиус-вектора точки наблюдения. При стремлении к нулю размеров выделенного объема эти отношения превращаются в частные производные:

$$\sum \frac{E_{\xi}(r_{\xi} + \delta r_{\xi}) - E_{\xi}(r_{\xi})}{\delta r_{\xi}} \rightarrow \sum \frac{\partial E_{\xi}}{\partial r_{\xi}} = 4\pi\rho(\mathbf{r}).$$

Полученное выражение является дифференциальным аналогом теоремы Гаусса. Для его компактной записи в математике вводится специальная операция, называемая *дивергенцией*, для обозначения которой иногда используется символ div . Более изящна и современна другая символьная форма записи этой математической операции — в виде скалярного произведения оператора пространственного дифференцирования на вектор \mathbf{E} :

$$\text{div} \mathbf{E} \equiv (\nabla, \mathbf{E}) = 4\pi\rho(\mathbf{r}).$$

С точки зрения математики, интегральное и дифференциальное соотношения и эквивалентны.

Интегральной формуле для циркуляции может быть сопоставлено дифференциальное соотношение, содержащее специальную операцию вычисления *ротора* (rot), которую можно определить как результат векторного умножения оператора пространственного дифференцирования на векторную функцию:

$$\operatorname{rot} \mathbf{K} \equiv [\nabla, \mathbf{K}] \equiv \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ K_x & K_y & K_z \end{vmatrix} = \sum_{\xi = x, y, z} \left(\frac{\partial K_{\xi+1}}{\partial r_{\xi+2}} - \frac{\partial K_{\xi+2}}{\partial r_{\xi+1}} \right) \mathbf{e}_{\xi}.$$

В случае электростатического поля ротор его напряженности тождественно равен нулю. Этот результат можно получить исходя из интегрального соотношения для циркуляции \mathbf{E} , применяя его к бесконечно малому замкнутому контуру прямоугольной формы. Однако использование операторной формы записи позволяет получить этот результат совсем просто на основании хорошо известного свойства равенства нулю векторного произведения вектора на самого себя:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} \equiv [\nabla, \mathbf{E}] = [\nabla, (-\nabla\varphi)] = -[\nabla, \nabla]\varphi \equiv 0.$$

Дифференциальные соотношения для дивергенции и ротора электростатического поля и были получены как следствие интегральных уравнений электростатики. Возможен и обратный переход. Так, например, из выражения для дивергенции векторного поля непосредственно следует соответствующее соотношение для потока через поверхность бесконечно малого гауссова объема. Если конечный объем разбить на такие элементарные ячейки (рис. 2,б), применить к каждой из них указанное соотношение и учесть, что противоположные потоки через их общие стенки взаимно уничтожаются, в результате суммирования получим интегральную теорему Гаусса. Разумеется, в курсе математики это утверждение, называемое *теоремой Гаусса—Остроградского*, доказывается значительно строже.

Миссия университета – генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

КАФЕДРА ФИЗИКИ

Кафедра Физики как общеобразовательная кафедра университета обеспечивает преподавание курса общей физики по двум (стандартной и расширенной) учебным программам в количестве 324 и 500 аудиторных часов для всех дневных факультетов, а также заочного и вечернего отделений. Лекции, практические и лабораторные занятия проводятся в течение 1-4 семестров на 1 и 2 курсах и заканчиваются сдачей зачетов и экзаменов в конце каждого семестра. Также на кафедре физики разработаны и реализуются специализированные дисциплины для студентов старших курсов – физика низких температур, биофизика, специальные и дополнительные главы физики.

Кафедра оснащена учебно-лабораторным оборудованием по всем разделам физики и имеет, помимо традиционных, специализированные компьютеризированные учебные лаборатории по электромагнетизму, колебательным процессам, волновой и квантовой оптике, физике низких температур.

В 2011 г. в соответствии с приказом Министра образования и науки Российской Федерации от 18.08.2011 г. № 2209 произошло объединение Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО) и Санкт-Петербургского государственного университета низкотемпературных и пищевых технологий (СПбГУНиПТ). После реорганизации в структуре Университета ИТМО с 01.01.2012 г. по 31.08.2015 г. функционировали две кафедры физики: 1) физики-1, заведующий д.т.н., профессор Стафеев Сергей Константинович; 2) физики-2, заведующий д.т.н., профессор Баранов Игорь Владимирович. С 01.09.2015 г. с целью оптимизации образовательного процесса вышеуказанные кафедры объединены в единую кафедру Физики.

Учитывая богатую и плодотворную историю педагогической и научной работы кафедр физики Университета ИТМО и СПбГУНиПТ, ниже представлена краткая историческая справка об их развитии образовательной и научной деятельности.

Кафедра физики Университета ИТМО (1930-2011 гг.).

Преподавание физики как учебной дисциплины велось в Ремесленном училище цесаревича Николая всегда с момента его создания. Механико-оптическое и часовое отделение, а затем — Техникум точной механики и оптики имели в своем составе Физический кабинет. Преподаванию

дисциплины Физика для учащихся всегда уделялось большое внимание. В 1930 году при организации вуза — Ленинградского института точной механики и оптики — была организована кафедра Физики как одна из общеобразовательных кафедр.

Организатором и первым заведующим кафедрой Физики явился профессор А.П. Ющенко. Затем в довоенные годы кафедрой возглавляли: профессора В.Ф. Трояновский, Л.С. Полак. С 1935 года кафедрой возглавил известный специалист в области рентгенометрии профессор И.В. Порошков.

В эвакуации в г. Черепаново Новосибирской области кафедрой Физики возглавил известный ученый, сотрудник Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии (ВНИИМ), занимавшийся дозиметрией и метрологией рентгеновских лучей, профессор К.К. Аглинцев.

С 1945 года кафедрой Физики возглавил крупный специалист в области рентгенографии и физики твердого тела профессор Д.Б. Гогоберидзе. В 1946 году профессор Д.Б. Гогоберидзе стал первым деканом нового Инженерно-физического факультета.

Во второй половине 1940-ых годов на кафедре работал выдающийся советский физик-теоретик, член-корреспондент Академии наук СССР Я.И. Френкель. Впоследствии кафедрой Физики возглавляли: основоположник теплофизической школы ЛИТМО профессор Г.М. Кондратьев, профессор Н.А. Толстой, доцент С.В. Андреев, доцент А.Ф. Бегункова, профессор А.Я. Вяткин и профессор Н.А. Ярышев.

В течение 16 лет с 1957 по 1973 г. под руководством доктора физико-математических наук, профессора А.Я. Вяткина на кафедре было сформулировано научное направление по исследованию физики взаимодействия электронных пучков с веществом.

С 1973 года на кафедре под руководством профессора Н.А. Ярышева получили развитие научные исследования в области теплофизики, в частности, изучение нестационарной теплопроводности и теплотометрии.

В 1987 году сотрудником кафедры стал С.А. Козлов (ныне декан факультета фотоники и оптоинформатики), Лауреат премии Ленинского комсомола по науке и технике, в 1998 году им была открыта лаборатория волновых процессов.

С конца XX века на кафедре проводится комплексная работа по совершенствованию всего учебного процесса, включая создание фронтальных компьютеризированных учебных лабораторий, банков контроля и проверки усвоения знаний, подготовку программно-методического обеспечения по дистанционному обучению студентов через компьютерные сети RUNNET и INTERNET. В этих учебно- и научно-методических направлениях деятельности кафедры принимали активное участие ведущие сотрудники кафедры доценты С.К. Стафеев (ныне профессор, декан естественнонаучного факультета), Ю.Л. Колесников (ныне профессор, проректор по учебно-организационной и административной

деятельности), А.В. Смирнов, А.А. Королев, Г.Л. Башнина, ст.преподаватель С.А. Курашова.

С 2000 по 2015 годы кафедрой заведовал профессор, декан естественнонаучного факультета С.К. Стафеев. Под его руководством было сформировано научное направление, связанное с оптическими методами неразрушающего контроля, сотрудники кафедры А.А. Зинчик, Я.А. Музыченко подготовили и защитили кандидатские диссертации. С.К.Стафеев является организатором и научным руководителем первой в России интерактивной образовательной экспозиция "Музей оптики", созданной в рамках инновационной образовательной программы Национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики. Расположена экспозиция на стрелке Васильевского острова, на первом этаже бывшего дома купца Елисеева. Знакомит с широким кругом применений оптических и оптико-информационных технологий, стимулирует дальнейшее изучение оптики. Главная цель Музея оптики — не только произвести впечатление, но и помочь в обучении школьникам и студентам профильных вузов. Для этого действуют залы практикумов и демонстраций.

С.К. Стафеев является куратором выставки Magicoflight (Магия света) проходящей с России в рамках в рамках международного Года света, проводимого в 2015 г. в соответствии с решением Ген. Ассамблеи ООН.

Кафедра физики СПбГУНиПТ (1931-2011 гг.).

В составе Университета низкотемпературных и пищевых технологий кафедра физики существовала с момента его основания в 1931 г. и обеспечивала фундаментальную общенаучную подготовку инженеров по всем специальностям.

Кафедрой руководили известные в СССР и России ученые, авторы многочисленных научных работ, монографий, учебников и учебных пособий по физике: доцент А.Н. Святозаров (1931 – 1942 гг.), профессор Л.М. Розенфельд (1942-1949 гг.), доцент Е.А. Штрауф (1949-1959 гг.), доцент К.В. Струве (1960-1968 гг.), профессор Н.В. Солнцев (1969-1975 гг.), заслуженный деятель науки РФ профессор Е.С. Платунов (1975-2002 гг.), профессор С.Е. Буравой (2002-2010 гг.), профессор И.В. Баранов (2010-2011 гг.).

В 1976-1985 гг. по инициативе заведующего кафедрой Е.С. Платунова коллективом кафедры была осуществлена коренная реконструкция учебно-лабораторной базы. Была переосмыслена логика проведения лабораторных и практических занятий и их связь с лекционной теоретической частью курса. В основу реорганизации была положена идея системного объединения всех видов занятий в логически обоснованную схему фронтального обучения «лекция – практическое занятие – лабораторная работа». Было создано 5 оригинальных учебных лабораторий стендового типа, охватывающих основные разделы курса: 1) Лаборатория физической механики (авторы - профессор Е.С. Платунов, доценты В.В. Курепин, З.В. Сигалова, старший

преподаватель Л.В. Соколова); 2) Лаборатория термодинамики и молекулярной физики (Е.С. Платунов, В.В. Курепин, З.В. Сигалова); 3) Лаборатория электромагнетизма (доценты Д.Ю. Иванов, Э.Л. Китанина, А.Ф. Костко, С.М. Бунин); 4) Лаборатория оптики и атомной физики (доценты Л.С. Крайнова, С.Е. Буравой, В.А. Самолетов, преподаватели В.А. Павлов, В.А. Рыков); 5) Лаборатория физики твердого тела (доцент В.И. Соловьев, профессор Н.В. Солнцев, доцент В.М. Козин).

Каждая лаборатория имеет в своем составе 15 стендов, рассчитанных на проведение от 10 до 20 различных лабораторных работ по всем основным темам соответствующего раздела курса. Многие лабораторные работы отличаются оригинальным содержанием и не имеют аналогов в других учебных заведениях. Стенды оснащены современными приборами (цифровыми вольтметрами, лазерами, монохроматорами и т. п.).

Преподавателями кафедры был выполнен большой объем методической работы: составлено и издано около 100 новых оригинальных методических указаний по выполнению лабораторных работ, В.В. Курепиным, И.В. Барановым и В.Е. Куцаковой разработано пособие по оценке погрешностей в лабораторных работах, выдержавшее более 5 изданий.

В 1995-2005 г.г. профессором Е.С. Платуновым подготовлено и дважды издано учебное пособие по курсу общей физики в четырех томах общим объемом около 80 печ. листов.

В 2002 – 2006 гг. для студентов, обучающихся по специальности «Техника и физика низких температур», и магистров всех специальностей создана не имеющая аналогов учебно-исследовательская лаборатория «Физика низких температур» (авторы проф. Е.С. Платунов, проф. И.В. Баранов, проф. В.В. Курепин, доценты В.М. Козин, С.С. Прошкин). Авторским коллективом (Е.С. Платунов, И.В. Баранов, Е.В. Тамбулатова, А.Е. Платунов) издано учебное пособие для этой лаборатории с аналогичным названием. Лаборатория оснащена 15 автоматизированными стендами каждый из которых позволяет выполнить 13 лабораторных работ по изучению физических свойств веществ в области температур от минус 196 °С до 100 °С.

В 2002 – 2004 гг. преподавателями кафедры С.С. Прошкиным, Н.В. Нименским, В.А. Самолетовым подготовлено и издано учебное пособие «Сборник задач» с методическими указаниями и примерами решения. Сборник содержит около 1700 задач в трех книгах по разделам «Молекулярная физика и термодинамика», «Электродинамика и электромагнитные волны», «Квантовая физика».

Сотрудниками кафедры (проф. Е.С. Платунов, проф. В.А. Самолетов, проф. С.Е. Буравой) подготовлен и дважды издан словарь-справочник «Физика», объемом 40 печ. листов. Доцентом С.С. Прошкиным подготовлено и издано в 2009 году учебное пособие «Физика. История и развитие» объемом около 40 печатных листов для студентов, обучающихся по

специальности «Экономика и менеджмент», а также аспирантов и магистров всех специальностей.

На кафедре физики под руководством профессора Е.С. Платунова к началу 80-х годов прошлого столетия сложилась оригинальная самостоятельная научная школа теплофизиков-прибористов, получившая мировое признание и известность.

В 1977 г. при кафедре была открыта Отраслевая научная лаборатория динамических методов теплофизических измерений и приборов. Лаборатория стала базой для научного роста аспирантов и инженеров, формирования нового поколения преподавателей кафедры.

Совместно с ГСКБ теплофизического приборостроения (ГСКБ ТФП) за 15 лет функционирования лаборатории было создано более двадцати различных образцов приборов для изучения теплофизических свойств веществ, охватывающих в совокупности диапазон температур от 4,2 до 1200 К. Некоторые из них были приняты к промышленному производству и выпускались серийно на опытном производстве ГСКБ ТФП и на одном из заводов Казахстана вплоть до распада СССР в 1991 году. По своей методической сути эти разработки значительно превышали уровень таких известных фирм, как «Dynatech» (США), «Feuotron» (ФРГ), «Setaram» (Франция). Созданные приборы обладали большой производительностью, позволяя за один эксперимент изучать температурную зависимость измеряемых параметров (теплопроводность, теплоемкость, температуропроводность). В Советском Союзе основной объем информации о теплофизических свойствах твердых веществ в области от 200 до 700 К был получен на приборах, разработанных научной школой профессора Е.С. Платунова. Во многих научных и учебных лабораториях стран СНГ эти приборы успешно функционируют и в настоящее время.

По данной научной тематике к 1992 году было опубликовано свыше 150 статей, получено 40 авторских свидетельств на изобретения. Разработаны оригинальные методы исследования теплофизических свойств в области криогенных температур (от 4,2 до 300 К). Созданы средства измерения, не требовавшие специальных криостатирующих устройств, экспрессные по своей сути, что означало значительный прорыв в области техники низкотемпературного теплофизического эксперимента.

Сотрудниками кафедры проведены оригинальные исследования в области создания методов и средств неразрушающего контроля тепловых свойств материалов и изделий. Эти разработки стали основой кандидатских диссертаций Е.А. Белова и Г.Я. Соколова.

В 1976 г. на кафедре развивалась научное направление, связанное с поиском методов построения уравнений состояния и расчетом свойств индивидуальных веществ идеальных газов, имеющих широкое применение в холодильной и криогенной технике. По результатам этих исследований были защищены 4 кандидатских и 2 докторские диссертации, опубликовано более 70 научных статей в отечественных и зарубежных журналах.

С 1992 года ведется поиск новых методов определения тепловых и влажностных характеристик разнообразных групп дисперсных влагосодержащих материалов в условиях их промерзания и размораживания. В настоящее время создан комплекс автоматизированных приборов, позволяющих изучать кинетику изменения энтальпии, дифференциальной теплоты плавления, теплопроводности и влагосодержания пищевых материалов животного и растительного происхождения в области температур от минус 30 °С до 40 °С, в условиях замораживания и размораживания продуктов, разработаны приборы, предназначенных для измерения интенсивности внутренних тепловых источников, непрерывно действующих в пищевых продуктах в условиях их производства и хранения.

При кафедре под руководством профессоров Е.С. Платунова и И.В. Баранова с 2008 г. функционирует научная лаборатория «Теплофизические измерения и приборы». В лаборатории создан комплекс методов автоматизированных приборов для изучения теплопроводности, теплоемкости, теплот структурных и фазовых переходов в различных веществах, в том числе в процессах замораживания, оттайки, исследуются свойства пищевых продуктов и конструкционных материалов холодильной и криогенной техники.

Коллективом преподавателей кафедры по этому направлению подготовлена к изданию фундаментальная монография «Теплофизические измерения», обобщающая исследования авторов за последние 30 лет.

С конца 60-х годов на кафедре проводятся экспериментальные и теоретические исследования фазовых переходов и критических явлений. Начало этим работам было положено исследованием гравитационного эффекта вблизи критической точки парообразования, проведенным доцентом Д.Ю. Ивановым. В 80-ые годы группой сотрудников кафедры были проведены работы по корреляционной спектроскопии многократно рассеянного света. По результатам этих исследований опубликована серия научных статей, сделано более 10 докладов на конференциях и защищена диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. В 90-х годах совместно с одним из ведущих университетов Франции проводились исследования процессов нуклеации наночастиц в растворах. Совокупные результаты исследований критических явлений легли в основу докторской диссертации доцента Д.Ю. Ивановым (2001 г.) и его монографии «Критическое поведение неидеализированных систем».

Научные исследования в области фазовых переходов, предпереходных явлений и рассеяния света в сложных жидких системах успешно развивает доцент, кандидат физико-математических наук А.Ф. Костко. Во время многолетней стажировки в ведущих университетах США А.Ф. Костко совместно с американскими коллегами методами рассеяния света проводил исследования растворов полимеров, водных растворов электролитов, биогелей и лиотропных хромонических жидких кристаллов в широком диапазоне температур и давлений. Результаты этих исследований,

проведённых А.Ф. Костко после 2000 года, опубликованы в 13 статьях в ведущих международных научных журналах по физике и химии, а также доложены на 15 международных конференциях.

На сегодня кафедра Физики – одна из крупнейших в университете – представляет собой динамично развивающийся творческий коллектив, способный решать масштабные задачи развития и подготовки инженерных и научно-педагогических кадров. В связи с реорганизацией и объединением кафедр с 1 сентября 2015 года кафедра Физики находится под руководством доктора технических наук, профессора Игоря Владимировича Баранова.

С 2010 г. Игорь Владимирович является членом докторского диссертационного Совета Д 212.234.01. Им опубликовано 57 научных и 7 учебно-методических работ. За последние 3 года издано: 21 научная работа и 2 учебно-методических работы, в том числе в соавторстве Барановым И.В. в 2010 г. издано учебное пособие “Теплофизические измерения” с грифом УМО по политехническому образованию. Баранов И.В. выступал с докладами на 25 международных и всероссийских научных конференциях. Баранов И.В. является с 2008 г. академиком Международной академии холода. Исполняет обязанности заместителя главного редактора научно-технического журнала “Вестник МАХ”.

В настоящее время коллектив кафедры включает в себя 30 преподавателей и 10 учебно-вспомогательного персонала.

Под руководством профессора кафедры физики ИТМО Чирцова А.С. и доцента Демидова В.И. из Университета Западной Вирджинии работает Международная лаборатория «Нелокальная плазма в нанотехнологиях и медицине, которая ведет исследования по следующим направлениям:

- Исследование параметров нелокальной плазмы модифицированного короткого газового разряда постоянного тока с накаливаемым катодом
- Плазмохимическое моделирование разрядов в газах SF₆ и O₂
- Изучение особенностей дрейфа микрочастиц в плазме, обусловленных спецификой функции распределения электронов по энергиям в нелокальной плазме
- Моделирование разряда с использованием аналитических методов

Силами профессора А.С.Чирцова и старшего преподавателя С.А.Курашовой создаются on-line курсы по физике, которые размещены в Lectorium на сайте Университета ИТМО. Являясь автором четырех мультимедийных электронных учебников по курсу физики, А.С.Чирцов вместе с его аспирантами ведет постоянную работу по раннему привлечению студентов к самостоятельной исследовательской работе в области моделирования и визуализации сложных физических систем и процессов.

Под руководством С.К.Стафеева на кафедре Физики в 2016 году открыта программа подготовки магистров по уникальному в России направлению Science-communications.

Чирцов Александр Сергеевич

**Краткий конспект лекций и контрольно-
измерительные материалы по курсу
«Введение в классическую
и релятивистскую электродинамику»**

Учебно-методическое пособие

В авторской редакции

Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Подписано к печати

Заказ №

Тираж

Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Университета ИТМО
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49