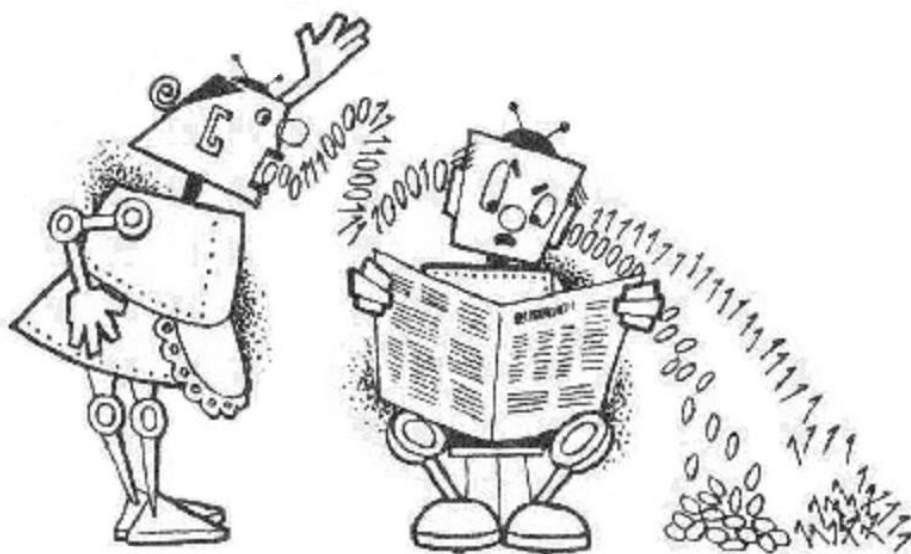


Блинова И.В., Попов И.Ю.

Типовой расчет. Теория информации



**Санкт-Петербург
2018**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Блинова И.В., Попов И.Ю.

Типовой расчет. Теория информации

Учебно-методическое пособие

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УНИВЕРСИТЕТЕ ИТМО по направлению подготовки 01.03.02 в качестве учебно-методического пособия для реализации основных профессиональных образовательных программ высшего образования бакалавриата.



Санкт-Петербург

2018

Блинова И.В., Попов И.Ю. Типовой расчет. Теория информации. Учебно-методическое пособие. – СПб: Университет ИТМО, 2018. – 84 с.

Рецензенты:

д.ф.-м.н., профессор В.Д. Лукьянов, зав. учебного центра ОАО «Авангард»;
к.ф.-м.н., доцент кафедры ВМ Университета ИТМО А.И. Трифанов.

Типовой расчет содержит 20 вариантов задания по теории информации. Каждый вариант состоит из теоретических вопросов и задач. Перед вариантами заданий помещены методические указания. В приложении приведены значения функции $p \log p$, необходимые для проведения вычислений.



Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2018

© Блинова И.В., Попов И.Ю., 2018

Содержание

Методические указания	4
Варианты заданий	
Вариант 1.....	11
Вариант 2.....	14
Вариант 3.....	18
Вариант 4.....	21
Вариант 5.....	24
Вариант 6.....	28
Вариант 7.....	31
Вариант 8.....	35
Вариант 9.....	38
Вариант 10.....	42
Вариант 11.....	45
Вариант 12.....	48
Вариант 13.....	52
Вариант 14.....	55
Вариант 15.....	59
Вариант 16.....	62
Вариант 17.....	65
Вариант 18.....	69
Вариант 19.....	72
Вариант 20.....	76
Приложение. Таблица величин $\eta(p)=-p \log p$	80

Методические указания

Типовой расчет содержит 20 вариантов заданий. Каждый вариант состоит из вопросов и задач. Все задания выполняются в письменном виде. На вопросы необходимо написать краткий ответ, а для задач – решение. Для выполнения вычислений в задачах, где это возможно, следует воспользоваться Приложением (стр. 80). Методические указания не содержат полного изложения теории, а только напоминают некоторые формулы, определения и теоремы.

1. Определение энтропии

Рассмотрим физическую систему X , которая может принимать конечное множество состояний $x_1, x_2, \dots, x_n$ с вероятностями $p_1, p_2, \dots, p_n$ ($\sum p_i = 1$).

В качестве меры неопределенности системы применяется специальная характеристика, называемая *энтропией*.

Энтропией называется величина, вычисляемая по формуле:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i$$

В качестве основания логарифма будем использовать число 2 и измерять энтропию в битах. Предполагаем, что при $p_i = 0$ соответствующее слагаемое равно нулю.

Введем специальную функцию $\eta(p_i) = -p_i \log p_i$. Тогда

$$H(X) = \sum_{i=1}^n \eta(p_i).$$

Значения функции $\eta(p) = -p \log p$ для $p \in [0, 1]$ приведены в Приложении.

Свойства энтропии:

1. Если состояние системы в точности известно заранее, то ее энтропия равна нулю.

2. Энтропия системы с конечным множеством состояний достигает максимума, когда все состояния равновероятны и равна логарифму числа состояний.

2. Энтропия сложной системы

Рассмотрим сложную систему (X, Y) , полученную объединением двух простых систем X и Y с возможными состояниями $x_1, \dots, x_n; y_1, \dots, y_m$.

Энтропией сложной системы называется величина, вычисляемая по формуле:

$$H(X, Y) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij} \log p_{ij} \quad \text{или} \quad H(X, Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \eta(p_{ij})$$

Если системы X и Y независимы, т.е. принимают свои состояния независимо одна от другой, то энтропия такой системы равна:

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y)$$

3. Условная энтропия

Рассмотрим две зависимые системы X и Y . Пусть система X приняла состояние x_i .

$p(y_j/x_i)$ – условная вероятность того, что система Y примет состояние y_j при условии, что система X находится в состоянии x_i . Тогда,

$$H(Y|x_i) = \sum_{j=1}^m \eta(p(y_j/x_i))$$

частная условная энтропия системы Y при условии, что система X находится в состоянии x_i .

Средняя (полная) условная энтропия системы Y с учетом того, что система X может принимать разные состояния находится по формуле:

$$H(Y|X) = \sum_{i=1}^n p_i H(Y|x_i).$$

Если две зависимые системы X и Y объединить в одну, то энтропия объединенной системы равна энтропии одной из ее составных частей плюс условная энтропия второй части относительно первой:

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y|X).$$

4. Определение информации

Рассмотри систему X . Энтропия системы до наблюдений $H(X)$. Пусть после получения сведений состояние системы полностью определилось и энтропия системы стала равна нулю. При этом количество информации,

получаемое в результате выяснения состояния системы X , равно уменьшению энтропии:

$$I(X) = H(X) - 0 \quad \text{или} \quad I(X) = H(X) = \sum_{i=1}^n \eta(p_i).$$

При этом каждое отдельное слагаемое $-\log p_i$ рассматривается, как *частная информация*, получаемая от отдельного сообщения, состоящего в том, что система X находится в состоянии x_i :

$$I(x_i) = -\log p_i.$$

Свойства информации

1. $I(X) \geq 0$, $I(x_i) \geq 0$.
2. Если $p_1 = p_2 = \dots p_n = \frac{1}{n}$, то частная информация $I(x_i)$ от каждого отдельного сообщения равна средней (полной) информации $I(X)$:

$$I(x_i) = -\log p_i = \log n; \quad I(X) = -n \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} = \log n.$$

3. Наибольшую информацию несут сообщения о тех событиях которые изначально были наименее вероятны.

5. Информация об одной системе, содержащаяся в другой системе

Пусть система X недоступна. При этом выясняется состояние другой системы Y , связанной с X . Тогда количество информации о системе X дающее наблюдение системы Y определяется как уменьшение энтропии системы X в результате получения сведений о состоянии системы Y (рисунок 1):

$$I(Y, X) = H(X) - H(X|Y).$$

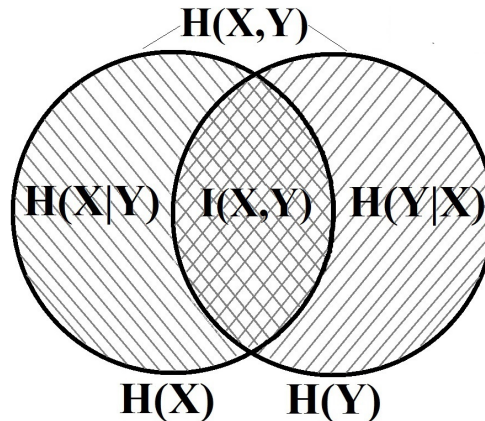


Рис. 1. Полная взаимная информация, содержащаяся в системах X и Y

6. Частная информация о системе

I. Частная информация $I(y_j, X)$ о системе X , содержащаяся в отдельном сообщении, указывающем, что система Y находится в конкретном состоянии y_j находится по формуле:

$$I(y_j, X) = \sum_{i=1}^n \frac{p_{ij}}{r_j} \log \frac{p_{ij}}{p_i r_j}.$$

II. Частная информация о событии $X \sim x_i$, содержащаяся в сообщении $Y \sim y_j$, находится по формуле:

$$I(y_j, x_i) = \log \frac{p(x_i/y_j)}{p_i}.$$

7. Энтропия для непрерывных систем

Рассмотрим непрерывную систему X , состояния которой непрерывно переходят одно в другое. Для такой системы распределение вероятностей характеризуется плотностью распределения $f(x)$.

Энтропия системы X , рассматриваемая с точностью до Δx равна:

$$H(X) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log f(x) dx - \log \Delta x.$$

Частная условная энтропия $H(Y/x)$ системы Y при условии, что система X приняла определенное состояние x равна:

$$H(Y/x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(y/x) \log f(y/x) dy - \log \Delta y.$$

Полная (средняя) условная энтропия $H(Y/X)$ системы Y по всем состояниям x с учетом их вероятностей равна:

$$H(Y/X) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f(y/x) \log f(y/x) dx dy - \log \Delta y.$$

8. Информация для непрерывных систем

Полная взаимная информация, содержащаяся в двух непрерывных системах X и Y :

$$I(X, Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \log \frac{f(x, y)}{f_1(x) f_2(y)} dx dy.$$

9. Коды Шеннона-Фано и Хафмена

При составлении кода Шеннона-Фано и кода Хафмена основное значение играет *вероятностное* среднее значение числа элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения. Среднее число двоичных элементарных сигналов, приходящихся в закодированном сообщении на одну букву исходного сообщения, не может быть меньше величины H , т.е. энтропии опыта, состоящего в распознавании одной буквы текста.

9.1. Код Шеннона-Фано

Расположим все кодируемые буквы в один столбик в порядке убывания вероятностей. Разделим их на две приблизительно равновероятные группы. Для первой группы символов на первом месте комбинации ставим 0, для второй группы – 1. Далее каждая группа снова делится на две приблизительно равновероятные подгруппы. Для символов первой подгруппы на первом месте ставится 0, для второй – 1, и т.д.

9.2. Код Хафмена

Рассмотрим алфавит X , содержащий буквы $x_1, \dots, x_n$, вероятности появления которых в алфавите $p_1, \dots, p_n$. Расположим буквы в порядке убывания вероятностей.

В алфавите X две наименее вероятные буквы x_{n-1}, x_n объединим в одну, получим алфавит X_1 , содержащий буквы $x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, y$. Алфавит X_1 получен из X с помощью однократного сжатия.

Расположим буквы алфавита X_1 в порядке убывания вероятностей и подвергнем его сжатию. Получим алфавит X_2 . Алфавит X_2 получен из X с помощью двукратного сжатия.

После $n - 2$ кратного сжатия придем к алфавиту X_{n-2} , содержащему две буквы.

10. Блочные коды

Кодирование «по буквам» не является самым экономичным. При передаче длинных сообщений более выгодно использовать блочные коды.

Т.к. при объединении зависимых систем $H(X, Y) \leq H(X) + H(Y)$, то кодирование сразу крупных блоков позволяет добиться того, что среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения будет сколь угодно близким к энтропии одной буквы.

11. Обобщение для k -ичных кодов

Пусть для составления кода используется k различных элементарных сигнала. Тогда для составления кода Шеннона-Фано надо разбивать группы символов не на две, а на k частей.

При составлении кода Хафмена надо использовать операцию сжатия алфавита, при которой каждый раз сливаются не две, а k букв исходного алфавита, имеющих наименьшие вероятности. При этом, чтобы в результате сжатий получить алфавит из k букв, необходимо, чтобы число n букв исходного алфавита удовлетворяло условию: $n = k + z(k - 1)$, где z – целое.

При любом методе кодирования, использующем k -ичный код, среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения, никогда не может быть меньше отношения $\frac{H}{\log k}$, где H – энтропия одной буквы сообщения, $\log k$ – максимальная информация, которую содержит один элементарный сигнал.

12. Общая схема передачи сообщений по линии связи.

Пропускная способность линии связи



Рис. 2. Схема передачи сообщений

Общая схема передачи сообщений представлена на рисунке 2. Сообщения X_1 и Y_1 на входе и на выходе записываются на одном и том же языке и могут отличаться лишь в результате искажений. Сигналы X и Y на входе и на выходе представляют собой последовательности элементарных сигналов.

Если по линии связи за единицу времени можно передать L элементарных сигналов, принимающих k различных значений, то скорость передачи сообщений по такой линии не может быть больше, чем

$$v = \frac{L}{\frac{H}{\log k}} = \frac{L \log k}{H} \text{ букв в единицу времени}$$

Величина $C = L \log k$ (числитель) зависит от самой линии связи. Величина H (знаменатель) характеризует передаваемое сообщение.

Величина C – пропускная способность линии связи (емкость линии связи), показывает наибольшее количество единиц информации, которое можно передать по линии в единицу времени (т.к. один элементарный сигнал может содержать самое большее $\log k$ единиц информации).

13. Передача сообщений при наличии помех. Математическое описание линии связи с помехами

На практике процесс передачи информации почти всегда сопровождается помехами. Наличие помех приводит к потере информации.

Чтобы описать линию связи с помехами, надо задать (1) n – число различных передаваемых элементарных сигналов, m – число различных получаемых на приемном конце линии сигналов ($n > m$ или $n < m$ или $n = m$); (2) L – скорость передачи элементарных сигналов; (3) nm неотрицательных чисел $p(y_i/x_i)$, удовлетворяющих n условиям $p(y_1/x_i) + p(y_2/x_i) + \dots + p(y_m/x_i) = 1$, характеризующих влияние помех (где $p(y_i/x_i)$ – вероятность того, что получен сигнал y_j при условии, что передан x_i).

14. Пропускная способность линии связи с помехами

Пусть линия связи способна передавать L элементарных сигналов в единицу времени.

При наличии помех пропускная способность линии определяется как

$$C = L \max I(Y, X)$$

где $\max I(Y, X)$ – максимальная информация, на один сигнал, которую может передать линия при наличии помех.

Пусть линия связи может передавать два элементарных сигнала x_1 и x_2 в количестве L сигналов в единицу времени. В процессе передачи каждый сигнал с вероятностью μ может быть заменен на противоположный. Такую линию называют двоичной симметричной линией связи. Пропускная способность такой линии равна:

$$C = L [1 - (\eta(\mu) + \eta(1 - \mu))].$$

15. Теорема Шеннона

Пусть имеется источник информации X , энтропия которого в единицу времени $H(X)$ и линия связи с пропускной способностью C . Тогда, если $H(X) > C$, то при любом кодировании передача сообщений без задержек и искажений невозможна. Если же $H(X) < C$, то всегда можно закодировать достаточно длинное сообщение так, чтобы оно было передано без задержек и искажений с вероятностью, сколь угодно близкой к единице.

Варианты заданий

Вариант 1

Вопросы:

1. В каком случае достигается максимальное значение энтропии системы?
2. Написать функцию $H(p)$, определяющую энтропию системы с двумя состояниями. Чему равно наибольшее значение этой функции?
3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящей из четырех элементов, каждый из которых может быть в трех возможных состояниях?
4. X и Y - две независимые системы. Написать выражение для энтропии сложной системы, состоящей из X и Y .
5. Системы X и Y зависимые. Написать выражение для энтропии системы X при условии, что система Y находится в состоянии y_2 . Система X может принимать n состояний.
6. Чему равна энтропия объединенной системы, если состояние каждой из систем X и Y однозначно определяет состояние другой?
7. Какая величина характеризует уменьшение энтропии системы?
8. Чему равна информация, получаемая от отдельного сообщения, что система X находится в состоянии x_i ?
9. Некто пытается угадать семизначный телефонный номер, не зная последней цифры номера. Какое количество информации мы получим, если узнаем, что он угадал номер?
10. Какое количество информации о системе X дает наблюдение системы Y ?
11. Написать выражение для полной взаимной информации систем X и Y через энтропию объединенной системы и энтропии систем X и Y .
12. Написать выражение для частной информации о системе X , содержащейся в сообщении, что система Y находится в состоянии y_j .
13. В каком случае информация «от события к событию» отрицательна?
14. Чему равна «приведенная энтропия» непрерывной системы X ?
15. Линия связи использует k различных элементарных сигналов. Какое количество информации содержит один элементарный сигнал?
16. Написать выражение для пропускной способности линии связи.
17. Чему равна максимальная скорость передачи сообщений по линии связи?

Задачи:

1. Вторая цифра телефонного номера неизвестна и набирается наудачу.

Найти вероятность того, что будет сделано больше четырех попыток, чтобы подобрать номер.

2. Вероятность попадания в мишень 0.75. Стрелок имеет четыре патрона и стреляет до первого попадания или пока не израсходует все патроны. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа израсходованных патронов.

3. У первого распространителя имеется 20 лотерейных билетов, среди которых 7 выигрышных. У второго распространителя из 25 билетов 10 выигрышных. У каждого распространителя куплено по два билета. Покупку билетов у какого из двух распространителей следует считать более неопределенной?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,35	0,35
y_2	0,05	0,25

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в извлечении двух деталей из ящика, содержащего 6 годных и 5 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали из того же ящика. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,1	0,4	0,15
y_2	0,05	0,1	0,2

а) Найти частную условную энтропию $H(Y|x_1)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(X|Y)$.

7. Опыт A состоит в выборе со склада пятнадцати изделий из 17, среди которых 8 изготовлены заводом N . Опыт B - в выборе еще одного изделия. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении массы груза, относительно которого заранее известно, что он весит от 700 до 750 г. Опыт A состоит в взвешивании этого груза при помощи весов, определяющих массу с точностью до 10 грамм. Чему равна информация, содержащаяся в результате взвешивания груза?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,25	0,15
y_2	0,15	0,12
y_2	0,25	0,08

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в извлечении одного карандаша из коробки, содержащей 13 синих и 10 красных карандашей. Опыт Y - в извлечение из той же коробки еще двух карандашей.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали один синий карандаш»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором извлечении достали один красный, один синий карандаш», содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали красный карандаш»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 2$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,1$ и $\Delta y = 0,01$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(A) = 0,2$, $p(B) = 0,3$, $p(C) = 0,5$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,3; 0,2 (2 буквы); 0,1 (2 буквы); 0,03 (2 буквы); 0,04. Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение DABCCDAACBСD, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (10), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'M' \rangle \langle 0,0,'F' \rangle \langle 0,0,'K' \rangle \langle 7,2,'L' \rangle \langle 5,2,'M' \rangle \langle 4,3,'F' \rangle$ (словарь (10)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 2 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,2$, $p(x_2) = 0,15$, $p(x_3) = 0,05$, $p(x_4) = 0,1$, $p(x_5) = 0,3$, $p(x_6) = 0,2$.

17. Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,7. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,05, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 80 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,01.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 100$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 2

Вопросы:

1. Пусть система имеет n состояний. При каком условии эта система имеет наибольшую энтропию?
2. Написать функцию $H(p_1, p_2)$, определяющую энтропию системы с тремя состояниями. Чему равно наибольшее значение этой функции?
3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящую из четырех игральных кубиков.
4. Имеются две системы, объединенные в одну. Чему равна энтропия объединенной системы в общем случае?
5. Написать выражение для условной энтропии системы X , зная, что система Y может принимать k состояний и вероятности этих состояний известны. Известны также условные энтропии X в зависимости от состояний системы Y .
6. На какую величину отличается $H(Y|X)$ от $H(X|Y)$?
7. Чему равна полная информация, получаемая от всех возможных отдельных сообщений с учетом их вероятностей?
8. Система имеет два состояния x_1 и x_2 . Информация от первого сообщения $I(x_1)$ меньше информации от второго сообщения $I(x_2)$. Какое состояние x_1 или x_2 имеет меньшую вероятность?
9. Баскетболист попадает в кольцо с вероятностью 0,8. Какое количество

информации мы получим, узнав, что баскетболист не попал в кольцо?

10. Какая величина характеризует уменьшение энтропии системы X в результате получения сведений о состоянии системы Y ?

11. Как связаны полная информация о системе X , содержащаяся в системе Y и полная информация о системе Y , содержащаяся в системе X ?

12. Написать формулу для частной информации о системе, содержащейся в сообщении о событии.

13. Чему равна частная информация о событии, получаемая в результате сообщения о другом событии?

14. Написать выражение для частной условной энтропии непрерывной системы X .

15. Какое количество информации передает один элементарный сигнал, если линия связи использует 3 различных элементарных сигнала?

16. Чему равна пропускная способность линии связи?

17. Написать выражение для максимальной скорости передачи сообщений по линии связи.

Задачи:

1. Последняя цифра телефонного номера неизвестна и набирается наудачу. Найти вероятность того, что будет сделано меньше трех попыток, чтобы подобрать номер.

2. Вероятность попадания в мишень 0.8. Стрелок имеет три патрона и стреляет до первого попадания или пока не израсходует все патроны. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа израсходованных патронов.

3. На первом складе имеются 8 изделий, 3 из них изготовлены заводом N , на втором складе из 10 изделий 4 изготовлены заводом N . С каждого склада берут по два изделия. Какой из двух опытов следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,24	0,16
y_2	0,2	0,4

a) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

b) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в выборе двух лотерейных билетов из 25, среди которых 7 выигрышные. Опыт B - в выборе еще одного билета. Чему равна энтропия

$H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,15	0,1	0,3
y_2	0,25	0,05	0,15

а) Найти частную условную энтропию $H(X|y_1)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(Y|X)$.

7. Опыт A состоит в извлечении двадцати одного карандаша из коробки, содержащей 13 синих и 10 красных карандашей. Опыт B - в извлечении из той же коробки еще одного карандаша. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении массы груза, относительно которого заранее известно, что он весит от 300 до 350 г. Опыт A состоит в взвешивании этого груза при помощи весов, определяющих массу с точностью до 10 грамм. Чему равна информация, содержащаяся в результате взвешивания груза?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,14	0,16
y_2	0,1	0,22
y_2	0,2	0,18

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в извлечении одной детали из ящика, содержащего 8 годных и 5 бракованных деталей. Опыт Y - в извлечении еще двух деталей из того же ящика.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали одну бракованную деталь»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором извлечении достали две бракованные детали», содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали годную деталь»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 3$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,01$ и $\Delta y = 0,1$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(M) = 0,3$, $p(N) = 0,15$, $p(K) = 0,55$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,3; 0,25 (2 буквы) 0,05; 0,03 (5 букв). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение AACDABCD CB CD, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (9), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'N' \rangle \langle 0,0,'M' \rangle \langle 0,0,'F' \rangle \langle 6,1,'L' \rangle \langle 6,2,'M' \rangle \langle 3,2,'F' \rangle$ (словарь (9)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 3 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,3$, $p(x_2) = 0,1$, $p(x_3) = 0,2$, $p(x_4) = 0,05$, $p(x_5) = 0,05$, $p(x_6) = 0,3$.

17. Пусть линия связи использует пять различных элементарных сигналов. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,8. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,01, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из четырех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 90 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,02.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 110$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 3

Вопросы:

1. Чему равна энтропия системы, когда одно из состояний системы достоверно, а другие невозможны?
2. Написать функцию $H(p)$, определяющую энтропию системы с двумя состояниями. Чему равна точка максимума этой функции?
3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящей из пяти элементов, каждый из которых может быть в четырех возможных состояниях?
4. Написать правило сложения энтропий сложной системы (X, Y) , если X и Y - независимы.
5. Системы X и Y не являются независимыми. Написать выражение для энтропии системы X при условии, что система Y находится в состоянии y_2 . Система X имеет n состояний.
6. Две системы X и Y - независимы. Чему равна условная энтропия системы Y относительно X ?
7. Чему равна информация о системе X , если в результате наблюдений ее состояние становится полностью известным?
8. Пусть система имеет два состояния x_1 и x_2 . Чему равна информация, получаемая при осуществлении состояния x_1 ?
9. Некто пытается угадать шестизначный телефонный номер, не зная последней цифры номера. Какое количество информации мы получим, если узнаем, что он не угадал номер?
10. Чему равна полная информация о системе X , содержащаяся в системе Y ?
11. Написать выражение для информации $I(X, Y)$ через энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ и энтропии составных частей $H(X)$, $H(Y)$.
12. Написать выражение для частной информации о системе, содержащейся в сообщении о событии.
13. В каком случае частная информация принимает отрицательные значения?
14. Чему равна полная условная энтропия непрерывной системы?
15. Линия связи использует k различных элементарных сигналов. Какое количество информации содержит один элементарный сигнал?
16. Написать выражение для пропускной способности линии связи.
17. Чему равна максимальная скорость передачи сообщений по линии связи?

Задачи:

1. Два стрелка поочередно стреляют по мишени до первого попадания в

мишень. Найти вероятность того, что каждый стрелок израсходует не более двух патронов, если вероятность попадания для первого стрелка равна 0,7, а для второго 0,8.

2. Баскетболист бросает мяч по кольцу до первого попадания, но не более трех раз. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа бросков, если вероятность попадания при одном броске 0,8.

3. Имеются две урны. В первой - 6 черных, 9 белых шаров. Во второй - 8 черных и 5 белых шаров. Из каждой урны берут по два шара. Исход какого из двух опытов следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,25	0,45
y_2	0,15	0,15

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в выборе со склада двух изделий из 11, среди которых 5 изготовлены заводом N . Опыт B - в выборе еще одного изделия. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,2	0,14	0,06
y_2	0,15	0,15	0,3

а) Найти частную условную энтропию $H(Y|x_2)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(X|Y)$.

7. Опыт A состоит в извлечении восемнадцати деталей из ящика, содержащего 12 годных и 8 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали из того же ящика. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении величины угла, про который заранее известно, что он лежит в первом координатном углу. Опыт A состоит в измерении этого угла при помощи транспортира, определяющего величину угла с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,1	0,4
y_2	0,15	0,05
y_2	0,1	0,2

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в выборе одного лотерейного билета из 22, среди которых 7 выигрышные. Опыт Y - в выборе еще двух билетов.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали выигрышный билет»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором опыте выбрали два проигрышных билета», содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали выигрышный билет»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 3$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,1$ и $\Delta y = 0,01$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(A) = 0,3$, $p(B) = 0,5$, $p(C) = 0,2$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хафмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,25; 0,2 (2 буквы); 0,1 (2 буквы); 0,05 (3 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение CBCCDCAADDAB, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (11), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'F' \rangle \langle 0,0,'K' \rangle \langle 0,0,'L' \rangle \langle 9,2,'M' \rangle \langle 8,2,'K' \rangle \langle 5,3,'F' \rangle$ (словарь (11)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 3 мс каждый. Определить: 1) пропускную

способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,2$, $p(x_2) = 0,15$, $p(x_3) = 0,25$, $p(x_4) = 0,3$, $p(x_5) = 0,1$.

17. Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,9. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,01, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 75 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,03.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 90$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 4

Вопросы:

1. Все состояния системы равновероятны. Будет ли увеличиваться энтропия при увеличении числа состояний системы?
2. Написать функцию $H(p_1, p_2)$, определяющую энтропию системы с тремя состояниями. Чему равна точка максимума этой функции?
3. Определить максимально возможную энтропию технического устройства, состоящего из четырех элементов.
4. Рассматривается сложная система (X, Y) . Какая величина характеризует степень неопределенности системы Y , остающуюся после того, как состояние системы X полностью определилось.
5. Системы X и Y не являются независимыми. Написать выражение для энтропии системы Y при условии, что система X находится в состоянии x_2 . Система Y имеет n состояний.
6. Написать выражение, связывающее условную энтропию системы X относительно Y и условную энтропию системы Y относительно X .
7. Чему равна средняя информация, получаемая от всех возможных отдельных сообщений с учетом их вероятностей?
8. Пусть система имеет два состояния x_1 и x_2 . Чему равна информация, получаемая при осуществлении состояния x_2 ?
9. Баскетболист попадает в кольцо с вероятностью 0,7. Какое количество информации мы получим, узнав, что баскетболист попал в кольцо?
10. Чему равна полная взаимная информация, содержащаяся в системах

X и Y ?

11. Чему равна полная взаимная информация, содержащаяся в системах X и Y , из которых одна является подчиненной?

12. Написать формулу для частной информации о системе X содержащейся в сообщении, что система Y находится в состоянии y_j .

13. В каком случае частную информацию о событии $X \sim x_i$, содержащуюся в событии $Y \sim y_j$, принимает отрицательные значения?

14. Написать выражение для информации, содержащейся в двух непрерывных системах X и Y .

15. Какое количество информации передает один элементарный сигнал, если линия связи использует 3 различных элементарных сигнала?

16. Чему равна пропускная способность линии связи?

17. Написать выражение для максимальной скорости передачи сообщений по линии связи.

Задачи:

1. Два стрелка поочередно стреляют по мишени до первого попадания в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,7, а для второго 0,5. Найти вероятность того, что каждый стрелок израсходует ровно по два патрона.

2. Надежность лампочки 0,7. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа перегоревших за гарантийный срок лампочек, если первоначально включили 5 лампочек?

3. Имеются две корзины. В первой - 6 яблок, 5 груш. Во второй - 5 яблок и 4 груш. Из каждой корзины берут по два фрукта. Исход какого из двух опытов следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,15	0,1
y_2	0,3	0,45

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в извлечение двух карандашей из коробки, содержащей 5 черных и 7 красных карандашей. Опыт B - в извлечение из той же коробки еще одного карандаша. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,16	0,05	0,14
y_2	0,25	0,17	0,23

а) Найти частную условную энтропию $H(X|y_2)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(Y|X)$.

7. Опыт A состоит в извлечении одиннадцати деталей из ящика, содержащего 8 годных и 5 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали из того же ящика. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении температуры воздуха, относительно которой заранее известно, что она выше нуля, но не более пяти градусов. Опыт A состоит в измерении температуры при помощи термометра, определяющего температуру с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,15	0,1
y_2	0,3	0,25
y_2	0,05	0,15

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в выборе со склада одного изделия из 17, среди которых 8 изготовлены заводом N . Опыт Y - в выборе еще двух изделий.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали изделие, изготовленное заводом N »?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором опыте выбрали два изделия, изготовленные заводом N », содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали изделие, изготовленное заводом N »?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 2$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,01$ и $\Delta y = 0,1$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(M_1) = 0,35$, $p(M_2) = 0,25$, $p(M_3) = 0,4$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,3; 0,15 (2 буквы); 0,1 (3 буквы); 0,05 (2 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение ACDCBCDACDAB, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (10), буфер(5)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'T' \rangle \langle 0,0,'R' \rangle \langle 0,0,'S' \rangle \langle 7,2,'T' \rangle \langle 5,1,'R' \rangle \langle 3,1,'R' \rangle$ (словарь (10)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 3 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,15$, $p(x_2) = 0,2$, $p(x_3) = 0,3$, $p(x_4) = 0,25$, $p(x_5) = 0,1$.

17. Пусть линия связи использует пять различных элементарных сигналов. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,65. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,05, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из четырех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 95 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,02.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 115$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 5

Вопросы:

1. Все состояния системы X равновероятны. Как меняется энтропия при увеличении числа состояний системы?

2. Написать функцию $H(p)$, определяющую энтропию системы с двумя состояниями. В какой точке эта функция имеет наибольшее значение?

3. Определить максимально возможную энтропию неизвестного семизначного шифра замка.
4. X и Y - две зависимые системы. Написать выражение для энтропии сложной системы, состоящей из X и Y .
5. Системы X и Y не являются независимыми. Написать выражение для энтропии системы Y при условии, что система X находится в состоянии x_1 . Система Y имеет n исходов.
6. Написать выражение для полной условной энтропии системы X относительно Y , зная энтропии систем X и Y и условную энтропию системы Y относительно X .
7. Чему равна полная информация о системе X ?
8. Опыт имеет два исхода B_1 и B_2 . Информация, получаемая при осуществлении первого исхода $I(B_1)$ больше информации, получаемой при осуществлении второго исхода $I(B_2)$. Какой исход B_1 или B_2 имеет большую вероятность?
9. На шахматной доске произвольным образом поставлена фигура. Определить информацию из сообщения: «фигура находится в одной из угловых клеток доски».
10. Чему равна полная взаимная информация, содержащаяся в системах X и Y ?
11. Чему равна полная взаимная информация о системах X и Y , если Y полностью определяет состояние системы X ?
12. Определить частную информацию о системе X , содержащуюся в сообщении «система Y находится в состоянии y_j ».
13. Написать формулу для частной информации «от события к событию».
14. Чему равна частная условная энтропия непрерывной системы X ?
15. Линия связи использует k различных элементарных сигналов. Какое количество информации содержит один элементарный сигнал?
16. Написать выражение для пропускной способности линии связи.
17. Чему равна максимальная скорость передачи сообщений по линии связи?

Задачи:

1. Из набора цифр $1, 2, \dots, 9$ последовательно наугад выбирают две цифры. Какова вероятность того, что в результате этого образуются числа 26 или 17.
2. Монета бросается до первого выпадения герба, но не более четырех раз. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа бросков.
3. На первом складе имеются 11 изделий, 3 из них изготовлены заводом N , на втором складе из 9 изделий 5 изготовлены заводом N . С каждого склада берут по два изделия. Какой из двух опытов следует считать более

неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,14	0,2
y_2	0,26	0,4

- а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;
 б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в извлечении двух деталей из ящика, содержащего 7 годных и 4 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали из того же ящика. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,12	0,28	0,15
y_2	0,05	0,2	0,2

- а) Найти частную условную энтропию $H(Y|x_3)$;
 б) Найти полную условную энтропию $H(X|Y)$.

7. Опыт A состоит в выборе девятнадцати лотерейных билетов из 21, среди которых 7 выигрышные. Опыт B - в выборе еще одного билета. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении массы груза, относительно которого заранее известно, что он весит от 700 до 750 г. Опыт A состоит в взвешивании этого груза при помощи весов, определяющих массу с точностью до 10 грамм. Чему равна информация, содержащаяся в результате взвешивания груза?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,2	0,14
y_2	0,06	0,15
y_2	0,15	0,3

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в извлечении одного карандаша из коробки, содержащей 21 синий и 8 красных карандашей. Опыт Y - в извлечение из той же коробки еще двух карандашей.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали один синий карандаш»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором извлечении достали один красный, один синий карандаш», содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали красный карандаш»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 3$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,01$ и $\Delta y = 0,01$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(N) = 0,5$, $p(M) = 0,2$, $p(K) = 0,3$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,35; 0,2 (2 буквы); 0,1; 0,05; 0,03 (2 буквы); 0,04. Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение CDBDAACBCCDA, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (10), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'J' \rangle \langle 0,0,'F' \rangle \langle 0,0,'L' \rangle \langle 7,2,'J' \rangle \langle 5,2,'N' \rangle \langle 4,3,'K' \rangle$ (словарь (10)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 2 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,15$, $p(x_2) = 0,25$, $p(x_3) = 0,2$, $p(x_4) = 0,1$, $p(x_5) = 0,3$.

17. Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,7. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,01, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 95 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,05.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 120$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 6

Вопросы:

1. Система имеет конечное число состояний. При каком условии энтропия такой системы обращается в максимум?
2. Написать функцию $H(p)$, определяющую энтропию системы с двумя состояниями. В какой точке эта функция имеет максимум?
3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящую из трех военных кораблей, участвующих в бою.
4. Рассматривается сложная система (X, Y) . Какая величина характеризует степень неопределенности системы X , остающуюся после того, как состояние системы Y полностью определилось.
5. Написать выражение для условной энтропии системы X , зная, что система Y может принимать k состояний и вероятности этих состояний известны. Известны также условные энтропии X в зависимости от состояний системы Y .
6. Системы X, Y, Z - зависимые. Чему равна энтропия $H(X, Y, Z)$ объединенной системы?
7. Чему равно количество информации, приобретаемое при полном выяснении состояния системы?
8. Пусть опыт A имеет k исходов. Вероятности исходов известны. Чему равна информация, получаемая при осуществлении одного исхода?
9. Некто пытается угадать восьмизначный цифровой шифр замка, не зная первой цифры. Какое количество информации мы получим, если узнаем, что он угадал шифр?
10. Чему равна полная информация о системе Y , содержащаяся в системе X ?
11. Показать, что информация о системе B , содержащаяся в системе A равна информации о системе A , содержащейся в системе B .
12. Чему равна частная информация о системе X , заключенная в сообщении $Y \sim y_j$?
13. Написать формулу для частной информации о событии, получаемую в

результате сообщения о другом событии.

14. Написать выражение для энтропии и «приведенной энтропии» непрерывной системы.

15. Какое количество информации передает один элементарный сигнал, если линия связи использует 3 различных элементарных сигнала?

16. Чему равна пропускная способность линии связи?

17. Написать выражение для максимальной скорости передачи сообщений по линии связи.

Задачи:

1. Из набора цифр $1, 2, \dots, 9$ последовательно наугад выбирают три цифры. Какова вероятность того, что в результате этого образуются числа 123 или 456.

2. Вероятность обнаружить больное животное в стаде 0.2. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа больных животных в выборке из пяти?

3. На первом складе имеются 10 изделий, 6 из них изготовлены заводом M , на втором складе из 8 изделий 5 изготовлены заводом M . С каждого склада берут по два изделия. Исход какого из двух опытов следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,26	0,05
y_2	0,14	0,55

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в выборе двух лотерейных билетов из 24, среди которых 6 выигрышные. Опыт B - в выборе еще одного билета. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,13	0,14	0,27
y_2	0,26	0,1	0,1

а) Найти частную условную энтропию $H(X|y_1)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(Y|X)$.

7. Опыт A состоит в извлечении двадцати одного карандаша из коробки, содержащей 15 синих и 8 красных карандашей. Опыт B - в извлечении из

той же коробки еще одного карандаша. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении температуры воздуха, относительно которой заранее известно, что она выше нуля, но не более пяти градусов. Опыт A состоит в измерении температуры при помощи термометра, определяющего температуру с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,16	0,05
y_2	0,14	0,25
y_2	0,17	0,23

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в извлечении одной детали из ящика, содержащего 17 годных и 6 бракованных деталей. Опыт Y - в извлечении еще двух деталей из того же ящика.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали одну бракованную деталь»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором извлечении достали две бракованные детали», содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали годную деталь»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 4$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,01$ и $\Delta y = 0,01$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(D_1) = 0,25$, $p(D_2) = 0,4$, $p(D_3) = 0,35$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хафмена для алфавита, частоты появления

букв которого равны: 0,25 (2 буквы); 0,2; 0,05 (6 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение DACDAACBVCBVD, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (9), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'K' \rangle \langle 0,0,'L' \rangle \langle 0,0,'M' \rangle \langle 6,1,'B' \rangle \langle 6,2,'F' \rangle \langle 3,2,'K' \rangle$ (словарь (8)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 3 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,25$, $p(x_2) = 0,1$, $p(x_3) = 0,2$, $p(x_4) = 0,35$, $p(x_5) = 0,1$.

17. Пусть линия связи использует пять различных элементарных сигналов. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,8. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,02, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из четырех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 105 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,06.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 120$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 7

Вопросы:

1. Чему равно максимальное значение энтропии системы с конечным числом состояний?
2. Написать функцию $H(p_1, p_2)$, определяющую энтропию системы с тремя состояниями. В какой точке эта функция имеет наибольшее значение?
3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящую из четырех танков, участвующих в бою.
4. Написать правило сложения энтропий сложной системы (X, Y) , если X и Y - зависимы.
5. Написать выражение для условной энтропии системы Y , зная, что система X может принимать k состояний и вероятности этих состояний известны. Известны также условные энтропии Y в зависимости от состояний системы X .

6. Чему равна энтропия сложной системы (X, Y) , если состояние системы X полностью определяет состояние системы Y ?
7. Чему равна средняя информация о системе X ?
8. Опыт имеет два исхода A_1 и A_2 . Информация, получаемая при осуществлении первого исхода $I(A_1)$ больше информации, получаемой при осуществлении второго исхода $I(A_2)$. Какой исход A_1 или A_2 имеет большую вероятность?
9. На шахматной доске произвольным образом поставлена фигура. Определить информацию из сообщения: «фигура находится в квадрате e2».
10. Какая величина характеризует уменьшение энтропии системы Y в результате получения сведений о состоянии системы X ?
11. Чему равна полная взаимная информация о системах X и Y , если X полностью определяет состояние системы Y ?
12. Написать формулу для частной информации о системе X , заключенная в сообщении «система Y находится в состоянии y_j »?
13. Определить частную информацию о событии $X \sim x_i$, содержащуюся в событии $Y \sim y_j$.
14. Написать выражение для полной условной энтропии непрерывной системы.
15. Линия связи использует k различных элементарных сигналов. Какое количество информации содержит один элементарный сигнал?
16. Написать выражение для пропускной способности линии связи.
17. Чему равна максимальная скорость передачи сообщений по линии связи?

Задачи:

1. Трое лыжников съезжают с горы. Вероятности падения этих лыжников равны 0.1, 0.3, 0.25. Найти вероятность того, что без падения съедут только любые два из них.
2. В ящике 10 красных карандашей и 5 синих. Берут три карандаша. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа синих карандашей среди взятых трех.
3. Имеются две корзины. В первой - 8 яблок, 11 груш. Во второй - 9 яблок и 7 груш. Из каждой корзины берут по два фрукта. Исход какого из двух опытов следует считать более неопределенным?
4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,12	0,28
y_2	0,15	0,45

- а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;
 б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в выборе со склада двух изделий из 12, среди которых 6 изготовлены заводом N . Опыт B - в выборе еще одного изделия. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,17	0,24	0,05
y_2	0,03	0,16	0,35

- а) Найти частную условную энтропию $H(Y|x_1)$;
 б) Найти полную условную энтропию $H(X|Y)$.

7. Опыт A состоит в извлечении восемнадцати деталей из ящика, содержащего 14 годных и 6 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали из того же ящика. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении величины угла, про который заранее известно, что он лежит в первом координатном углу. Опыт A состоит в измерении этого угла при помощи транспортира, определяющего величину угла с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,12	0,28
y_2	0,15	0,05
y_2	0,2	0,2

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в извлечении одного карандаша из коробки, содержащей 8 синих и 5 красных карандашей. Опыт Y - в извлечении из той же коробки еще двух карандашей.

- 1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали один синий карандаш»?
 2) Чему равна частная информация о событии «при втором извлечении достали один красный, один синий карандаш», содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали красный карандаш»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 2$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0, 1$ и $\Delta y = 0, 1$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(A) = 0, 4$, $p(B) = 0, 4$, $p(C) = 0, 2$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,25; 0,2 (2 буквы); 0,15; 0,05 (4 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение CCDACBDACADB, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (10), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'K' \rangle \langle 0,0,'H' \rangle \langle 0,0,'T' \rangle \langle 8,2,'M' \rangle \langle 7,2,'T' \rangle \langle 6,2,'J' \rangle$ (словарь (10)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 5 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0, 35$, $p(x_2) = 0, 1$, $p(x_3) = 0, 05$, $p(x_4) = 0, 3$, $p(x_5) = 0, 2$.

17. Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,85. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,01, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 75 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,04.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 95$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 8

Вопросы:

1. Если в формуле для энтропии в качестве основания логарифма выбрать число 2, то в этом случае энтропия какой системы принимается за единицу измерения энтропии?
2. Написать функцию $H(p)$, определяющую энтропию системы с двумя состояниями. При каком значении аргумента эта функция принимает наибольшее значение?
3. Определить максимально возможную энтропию неизвестного восьмизначного шифра замка.
4. Написать выражение для энтропии объединенной системы (X, Y) , зная вероятности ее состояний.
5. Системы X и Y не являются независимыми. Написать выражение для энтропии системы Y при условии, что система X находится в состоянии x_1 . Система Y имеет n состояний.
6. Чему равна полная условная энтропия $H(Y|X)$ системы Y относительно системы X , если система X полностью определяет собой состояние системы Y ?
7. Чему равна информация о системе X , если после получения сведений энтропия системы стала равна нулю?
8. Система имеет два состояния x_1 и x_2 . Информация от первого сообщения $I(x_1)$ меньше информации от второго сообщения $I(x_2)$. Какое состояние x_1 или x_2 имеет меньшую вероятность?
9. Некто пытается угадать девятизначный цифровой шифр замка, не зная последней цифры. Какое количество информации мы получим, если узнаем, что он не угадал шифр?
10. Чему равна информация о системе X , содержащаяся в сообщении о том, в каком состоянии находится система Y ?
11. Показать, что из двух систем каждая содержит относительно другой одну и ту же полную информацию.
12. Чему равна частная информация о системе X , заключенная в сообщении «система Y находится в состоянии y_j »?
13. Определить частную информацию о событии, получаемую в результате сообщения о другом событии.
14. Чему равна информация, содержащейся в двух непрерывных системах X и Y ?
15. Какое количество информации передает один элементарный сигнал, если линия связи использует 3 различных элементарных сигнала?
16. Чему равна пропускная способность линии связи?

17. Написать выражение для максимальной скорости передачи сообщений по линии связи.

Задачи:

1. В урне 15 белых, 10 черных, 15 синих и 10 красных шаров. Вынимают два шара. Найти вероятность того, что это будут белый и красный или белый и синий шары.

2. Студент знает 20 вопросов из 30. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа «хороших» вопросов в билете, если в билете 2 вопроса.

3. Имеются две корзины. В первой - 13 яблок, 10 груш. Во второй - 17 яблок и 8 груш. Из каждой корзины берут по два фрукта. Исход какого из двух опытов следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,13	0,14
y_2	0,27	0,46

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в извлечении двух карандашей из коробки, содержащей 8 зеленых и 7 синих карандашей. Опыт B - в извлечении из той же коробки еще одного карандаша. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,1	0,4	0,15
y_2	0,05	0,1	0,2

а) Найти частную условную энтропию $H(X|y_1)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(Y|X)$.

7. Опыт A состоит в выборе со склада тринадцати изделий из 15, среди которых 6 изготовлены заводом N . Опыт B - в выборе еще одного изделия. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении массы груза, относительно которого заранее известно, что он весит от 400 до 450 г. Опыт A состоит в взвешивании этого груза при помощи весов, определяющих массу с точностью до 10 грамм. Чему равна информация, содержащаяся в результате

взвешивания груза?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,13	0,14
y_2	0,27	0,26
y_2	0,1	0,1

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в выборе одного лотерейного билета из 11, среди которых 7 выигрышные. Опыт Y - в выборе еще двух билетов.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали выигрышный билет»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором опыте выбрали два проигрышных билета», содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали выигрышный билет»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 3$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0, 1$ и $\Delta y = 0, 1$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(M_1) = 0,25$, $p(M_2) = 0,6$, $p(M_3) = 0,15$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,2 (3 буквы); 0,1 (2 буквы); 0,05 (4 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение DCBCDACACDAB, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (11), буфер(5)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'R' \rangle \langle 0,0,'M' \rangle \langle 0,0,'S' \rangle \langle 7,2,'T' \rangle \langle 5,1,'R' \rangle \langle 3,1,'R' \rangle$ (словарь (10)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 4 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,05$, $p(x_2) = 0,2$, $p(x_3) = 0,2$, $p(x_4) = 0,35$, $p(x_5) = 0,2$.

17. Пусть линия связи использует пять различных элементарных сигналов. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,75. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,03, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из четырех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 95 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,06.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 140$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 9

Вопросы:

1. Если в формуле для энтропии в качестве основания логарифма выбрать число 10, то в этом случае энтропия какой системы принимается за единицу измерения энтропии?
2. Показать, почему энтропия не может принимать отрицательных значений.
3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящую из трех самолетов, участвующих в бою.
4. Написать общее правило сложения энтропий в случае, если системы X и Y не являются независимыми.
5. Написать выражение для условной энтропии системы X , зная, что система Y может принимать k состояний и вероятности этих состояний известны. Известны также условные энтропии X в зависимости от состояний системы Y .
6. При каком условии энтропия сложной системы (X, Y) достигает максимума?
7. Чему равно среднее количество информации о системе X ?
8. Пусть опыт A имеет k равновероятных исходов. Чему равна информация, получаемая при осуществлении одного исхода?

9. Шахматист A проигрывает шахматисту B в среднем в три раза больше партий, чем выигрывает. Какое количество информации мы получим, узнав, что выиграл A ?
10. Какое количество информации о системе Y дает наблюдение системы X ?
11. Системы X и Y - независимы. Чему равна информация о системе X , содержащаяся в системе Y ?
12. Написать выражение для частной информации о системе X , содержащейся в сообщении, что система Y находится в состоянии y_j .
13. В каком случае информация «от события к событию» отрицательна?
14. Написать выражение для частной условной энтропии непрерывной системы X .
15. Линия связи использует k различных элементарных сигналов. Какое количество информации содержит один элементарный сигнал?
16. Написать выражение для пропускной способности линии связи.
17. Чему равна максимальная скорость передачи сообщений по линии связи?

Задачи:

1. Вторая цифра телефонного номера неизвестна и набирается наудачу. Найти вероятность того, что будет сделано больше четырех попыток, чтобы подобрать номер.
2. Вероятность попадания в мишень 0.75. Стрелок имеет четыре патрона и стреляет до первого попадания или пока не израсходует все патроны. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа израсходованных патронов.
3. Имеются две урны. В первой - 6 черных, 8 белых шаров. Во второй - 9 черных и 7 белых шаров. Из каждой урны берут по два шара. Исход какого из двух опытов следует считать более неопределенным?
4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,24	0,17
y_2	0,36	0,23

- а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;
- б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.
5. Опыт A состоит в извлечении двух деталей из ящика, содержащего 11 годных и 4 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали

из того же ящика. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,15	0,14	0,1
y_2	0,26	0,15	0,2

а) Найти частную условную энтропию $H(Y|x_2)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(X|Y)$.

7. Опыт A состоит в выборе двадцати трех лотерейных билетов из 25, среди которых 7 выигрышные. Опыт B - в выборе еще одного билета. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении величины угла, про который заранее известно, что он лежит во втором координатном углу. Опыт A состоит в измерении этого угла при помощи транспортира, определяющего величину угла с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,17	0,24
y_2	0,05	0,03
y_2	0,35	0,16

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в выборе со склада одного изделия из 25, среди которых 7 изготовлены заводом N . Опыт Y - в выборе еще двух изделий.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали изделие, изготовленное заводом N »?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором опыте выбрали два изделия, изготовленные заводом N », содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали изделие, изготовленное заводом N »?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 4$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,001$ и $\Delta y = 0,1$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(A) = 0,35$, $p(B) = 0,25$, $p(C) = 0,4$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,3; 0,1 (6 букв); 0,04 (2 буквы); 0,02. Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение DADAACBCDBCC, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (11), буфер(5)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'M' \rangle \langle 0,0,'H' \rangle \langle 0,0,'J' \rangle \langle 8,2,'K' \rangle \langle 5,2,'H' \rangle \langle 4,3,'F' \rangle$ (словарь (11)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 4 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,25$, $p(x_2) = 0,1$, $p(x_3) = 0,05$, $p(x_4) = 0,35$, $p(x_5) = 0,25$.

17. Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,65. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,01, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 110 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,02.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 140$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 10

Вопросы:

1. Энтропия какой системы принимается за единицу измерения энтропии, если в формуле для измерения энтропии в качестве основания логарифма выбрать число 2?
2. Чему равна энтропия системы, когда ее состояние в точности известно заранее?
3. Определить максимально возможную энтропию неизвестного задуманного числа от 1 до 10.
4. Для сложной системы (X, Y) известны вероятности ее состояний $p_{ij} = P(X \sim x_i, Y \sim y_j)$. Написать выражение для энтропии такой системы.
5. Системы X и Y не являются независимыми. Написать выражение для энтропии системы Y при условии, что система X находится в состоянии x_2 . Система Y имеет n исходов.
6. Может ли энтропия объединенной системы (X, Y) быть меньше энтропии одной из ее составных частей?
7. Чему равна информация о системе X , если после получения сведений состояние системы полностью определилось?
8. Чему равна частная информация от каждого отдельного сообщения, если все состояния системы равновероятны?
9. Вероятность попадания в цель для стрелка равна 0,8. Какое количество информации мы получим, если узнаем, что стрелок не попал в цель.
10. Чему равна информация о системе Y , содержащаяся в сообщении о том, в каком состоянии находится система X ?
11. Чему равна полная взаимная информация о системах X и Y , если X и Y - независимы?
12. Написать формулу для частной информации о системе, содержащейся в сообщении о событии.
13. Чему равна частная информация о событии, получаемая в результате сообщения о другом событии?
14. Чему равна «приведенная энтропия» непрерывной системы X ?
15. Какое количество информации передает один элементарный сигнал, если линия связи использует 3 различных элементарных сигнала?
16. Чему равна пропускная способность линии связи?
17. Написать выражение для максимальной скорости передачи сообщений по линии связи.

Задачи:

1. Последняя цифра телефонного номера неизвестна и набирается наудачу. Найти вероятность того, что будет сделано меньше трех попыток, чтобы

подобрать номер.

2. Вероятность попадания в мишень 0.8. Стрелок имеет три патрона и стреляет до первого попадания или пока не израсходует все патроны. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа израсходованных патронов.

3. Имеются две урны. В первой - 7 черных, 9 белых шаров. Во второй - 10 черных и 8 белых шаров. Из каждой урны берут по два шара. Исход какого из двух опытов следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,16	0,64
y_2	0,15	0,05

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в выборе со склада двух изделий из 13, среди которых 4 изготовлены заводом N . Опыт B - в выборе еще одного изделия. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,24	0,05	0,15
y_2	0,16	0,17	0,23

а) Найти частную условную энтропию $H(X|y_2)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(Y|X)$.

7. Опыт A состоит в извлечении одиннадцати карандашей из коробки, содержащей 6 синих и 7 красных карандашей. Опыт B - в извлечении из той же коробки еще одного карандаша. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении температуры воздуха, относительно которой заранее известно, что она выше нуля, но не более пяти градусов. Опыт A состоит в измерении температуры при помощи термометра, определяющего температуру с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,1	0,4
y_2	0,15	0,05
y_2	0,1	0,2

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в извлечении одной детали из ящика, содержащего 14 годных и 9 бракованных деталей. Опыт Y - в извлечении еще двух деталей из того же ящика.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали одну бракованную деталь»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором извлечении достали две бракованные детали», содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали годную деталь»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 2$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,1$ и $\Delta y = 0,001$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(M) = 0,25$, $p(N) = 0,35$, $p(K) = 0,4$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,4; 0,1 (3 буквы); 0,06 (5 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение ACDCBACDABCD, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (9), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0, 'H' \rangle$ $\langle 0,0, 'M' \rangle$ $\langle 0,0, 'K' \rangle$ $\langle 7,1, 'L' \rangle$ $\langle 6,2, 'M' \rangle$ $\langle 3,2, 'F' \rangle$ (словарь (9)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 5 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,25$, $p(x_2) = 0,05$, $p(x_3) = 0,2$, $p(x_4) = 0,3$, $p(x_5) = 0,2$.

17. Пусть линия связи использует пять различных элементарных сигналов. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,75. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,03, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из четырех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 80 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,03.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 105$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 11

Вопросы:

1. Пусть система имеет n состояний. При каком условии эта система имеет наибольшую энтропию?
2. Написать функцию $H(p_1, p_2)$, определяющую энтропию системы с тремя состояниями. Чему равно наибольшее значение этой функции?
3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящую из трех игральных кубиков.
4. X и Y - две независимые системы. Написать выражение для энтропии сложной системы, состоящей из X и Y .
5. Написать выражение для условной энтропии системы X , зная, что система Y может принимать k состояний и вероятности этих состояний известны. Известны также условные энтропии X в зависимости от состояний системы Y .
6. Может ли полная условная энтропия $H(Y|X)$ превосходить безусловную $H(Y)$?
7. Какая величина характеризует уменьшение энтропии системы?
8. Система имеет два состояния x_1 и x_2 . Информация от первого сообщения $I(x_1)$ больше информации от второго сообщения $I(x_2)$. Какое состояние x_1 или x_2 имеет большую вероятность?
9. Шахматист A выигрывает у шахматиста B в среднем в два раза больше

партий, чем проигрывает. Какое количество информации мы получим из сообщения: «выиграл B »?

10. Какое количество информации о системе X дает наблюдение системы Y ?

11. Как связаны полная информация о системе X , содержащаяся в системе Y и полная информация о системе Y , содержащаяся в системе X ?

12. Чему равна частная информация о системе X , заключенная в сообщении $Y \sim y_j$?

13. В каком случае частная информация принимает отрицательные значения?

14. Чему равна полная условная энтропия непрерывной системы?

15. Линия связи использует k различных элементарных сигналов. Какое количество информации содержит один элементарный сигнал?

16. Написать выражение для пропускной способности линии связи.

17. Чему равна максимальная скорость передачи сообщений по линии связи?

Задачи:

1. В первой урне 4 белых и 6 черных шаров, во второй урне 5 белых и 7 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность, что из вынутых шаров один будет белый, а другой черный.

2. Баскетболист бросает мяч по кольцу до первого попадания, но не более трех раз. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа бросков, если вероятность попадания при одном броске 0,8.

3. Имеются две коробки с карандашами. Первая содержит 6 красных и 7 синих карандашей, вторая - 5 красных и 8 синих. Из каждой коробки извлекают по два карандаша. Исход какого опыта следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,15	0,34
y_2	0,25	0,26

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в выборе двух лотерейных билетов из 20, среди которых 5 выигрышные. Опыт B - в выборе еще одного билета. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,14	0,2	0,1
y_2	0,06	0,15	0,35

а) Найти частную условную энтропию $H(Y|x_3)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(X|Y)$.

7. Опыт A состоит в извлечении одиннадцати деталей из ящика, содержащего 8 годных и 5 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали из того же ящика. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении массы груза, относительно которого заранее известно, что он весит от 600 до 650 г. Опыт A состоит в взвешивании этого груза при помощи весов, определяющих массу с точностью до 10 грамм. Чему равна информация, содержащаяся в результате взвешивания груза?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,15	0,14
y_2	0,1	0,26
y_2	0,15	0,2

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в выборе со склада одного изделия из 20, среди которых 5 изготовлены заводом N . Опыт Y - в выборе еще двух изделий.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали изделие, изготовленное заводом N »?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором опыте выбрали два изделия, изготовленные заводом N », содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали изделие, изготовленное заводом N »?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 2$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0, 1$ и $\Delta y = 0, 01$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(A) = 0, 2$, $p(B) = 0, 3$, $p(C) = 0, 5$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,34; 0,2 (2 буквы); 0,05 (2 буквы); 0,04 (4 букв). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение DABCCDAACBСD, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (10), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0, 0, 'N' \rangle \langle 0, 0, 'M' \rangle \langle 0, 0, 'F' \rangle \langle 6, 1, 'L' \rangle \langle 6, 2, 'M' \rangle \langle 3, 2, 'F' \rangle$ (словарь (9)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 4 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0, 25$, $p(x_2) = 0, 15$, $p(x_3) = 0, 14$, $p(x_4) = 0, 36$, $p(x_5) = 0, 1$.

17. Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,85. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,03, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 90 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,03.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 115$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 12

Вопросы:

1. В каком случае достигается максимальное значение энтропии системы?
2. Написать функцию $H(p)$, определяющую энтропию системы с двумя состояниями. Чему равно наибольшее значение этой функции?
3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящей из

четырёх элементов, каждый из которых может быть в трёх возможных состояниях?

4. Имеются две системы, объединенные в одну. Чему равна энтропия объединенной системы?

5. Написать выражение для условной энтропии системы Y , зная, что система X может принимать k состояний и вероятности этих состояний известны. Известны также условные энтропии Y в зависимости от состояний системы X .

6. Чему равна энтропия объединенной системы, если состояние каждой из систем X и Y однозначно определяет состояние другой?

7. Чему равна полная информация, получаемая от всех возможных отдельных сообщений с учетом их вероятностей?

8. Опыт имеет два исхода B_1 и B_2 . Информация, получаемая при осуществлении первого исхода $I(B_1)$ меньше информации, получаемой при осуществлении второго исхода $I(B_2)$. Какой исход B_1 или B_2 имеет меньшую вероятность?

9. Вероятность попадания в мишень для стрелка равна 0,7. Какое количество информации мы получим, если узнаем, что стрелок попал в цель.

10. Чему равна полная взаимная информация, содержащаяся в системах X и Y ?

11. Написать выражение для полной взаимной информации систем X и Y через энтропию объединенной системы и энтропии систем X и Y .

12. Чему равна частная информация о системе X , заключенная в сообщении «система Y находится в состоянии y_j »?

13. В каком случае частную информацию о событии $X \sim x_i$, содержащуюся в событии $Y \sim y_j$, принимает отрицательные значения?

14. Написать выражение для информации, содержащейся в двух непрерывных системах X и Y .

15. Какое количество информации передает один элементарный сигнал, если линия связи использует 3 различных элементарных сигнала?

16. Чему равна пропускная способность линии связи?

17. Написать выражение для максимальной скорости передачи сообщений по линии связи.

Задачи:

1. В первом ящике 3 синих и 5 красных шаров, во втором ящике 4 синих и 8 красных шаров. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность, что из вынутых шаров один будет красный, а другой синий.

2. Надежность лампочки 0,7. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа перегоревших за гарантийный срок лампочек, если первоначально включили 5 лампочек?

3. Имеются два ящика. Первый содержит 7 годных и 6 бракованных деталей, второй - 6 годных и 5 бракованных. Из каждого ящика извлекают по две детали. Исход какого опыта следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,25	0,24
y_2	0,15	0,36

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в извлечении двух карандашей из коробки, содержащей 8 желтых и 11 красных карандашей. Опыт B - в извлечении из той же коробки еще одного карандаша. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,05	0,3	0,18
y_2	0,2	0,25	0,02

а) Найти частную условную энтропию $H(X|y_2)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(Y|X)$.

7. Опыт A состоит в выборе со склада двенадцати изделий из 14, среди которых 9 изготовлены заводом N . Опыт B - в выборе еще одного изделия. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении величины угла, про который заранее известно, что он лежит в первом координатном углу. Опыт A состоит в измерении этого угла при помощи транспортира, определяющего величину угла с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,05	0,24
y_2	0,15	0,16
y_2	0,17	0,23

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении

$Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в выборе одного лотерейного билета из 23, среди которых 10 выигрышные. Опыт Y - в выборе еще двух билетов.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали выигрышный билет»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором опыте выбрали два проигрышных билета», содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали выигрышный билет»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 3$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,01$ и $\Delta y = 0,1$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(M) = 0,3$, $p(N) = 0,15$, $p(K) = 0,55$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,4; 0,15 (2 буквы); 0,05 (6 букв). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение AACDABCD CB CD, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (9), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0, 'M' \rangle \langle 0,0, 'F' \rangle \langle 0,0, 'K' \rangle \langle 7,2, 'L' \rangle \langle 5,2, 'M' \rangle \langle 4,3, 'F' \rangle$ (словарь (10)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 3 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,14$, $p(x_2) = 0,26$, $p(x_3) = 0,15$, $p(x_4) = 0,35$, $p(x_5) = 0,05$, $p(x_6) = 0,05$.

17. Пусть линия связи использует пять различных элементарных сигналов. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,75. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,03, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из четырех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 110 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,04.
19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 150$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 13

Вопросы:

1. Чему равна энтропия системы, когда одно из состояний системы достоверно, а другие невозможны?
2. Написать функцию $H(p)$, определяющую энтропию системы с двумя состояниями. Чему равна точка максимума этой функции?
3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящей из пяти элементов, каждый из которых может быть в четырех возможных состояниях?
4. Написать правило сложения энтропий сложной системы (X, Y) , если X и Y - независимы.
5. Система Y имеет n состояний, система X - m состояний. X и Y - независимы. Написать выражение для энтропии сложной системы (X, Y) через вероятности состояний $p_i = P(X \sim x_i)$, $r_j = P(Y \sim y_j)$.
6. На какую величину отличается $H(Y|X)$ от $H(X|Y)$?
7. Чему равна информация о системе X , если в результате наблюдений ее состояние становится полностью известным?
8. Чему равна информация, получаемая от отдельного сообщения, что система X находится в состоянии x_i ?
9. Некто пытается угадать семизначный телефонный номер, не зная последней цифры номера. Какое количество информации мы получим, если узнаем, что он угадал номер?
10. Какая величина характеризует уменьшение энтропии системы X в результате получения сведений о состоянии системы Y ?
11. Показать, что информация о системе B , содержащаяся в системе A равна информации о системе A , содержащейся в системе B .
12. Определить частную информацию о системе X , содержащуюся в сообщении «система Y находится в состоянии y_j ».
13. В каком случае частная информация принимает отрицательные значения?

14. Написать выражение для энтропии и «приведенной энтропии» непрерывной системы.

15. Линия связи использует k различных элементарных сигналов. Какое количество информации содержит один элементарный сигнал?

16. Написать выражение для пропускной способности линии связи.

17. Чему равна максимальная скорость передачи сообщений по линии связи?

Задачи:

1. Два стрелка поочередно стреляют по мишени до первого попадания в мишень. Найти вероятность того, что каждый стрелок израсходует не более двух патронов, если вероятность попадания для первого стрелка равна 0,7, а для второго 0,8.

2. Монета бросается до первого выпадения герба, но не более четырех раз. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа бросков.

3. Имеются две корзины. Первая содержит 8 яблок и 11 груш, вторая - 10 яблок и 7 груш. Из каждой корзины извлекают по два фрукта. Исход какого опыта следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,25	0,14
y_2	0,35	0,26

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в извлечении двух деталей из ящика, содержащего 9 годных и 4 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали из того же ящика. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,17	0,13	0,15
y_2	0,05	0,3	0,2

а) Найти частную условную энтропию $H(Y|x_1)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(X|Y)$.

7. Опыт A состоит в выборе восемнадцати лотерейных билетов из 20, среди которых 5 выигрышные. Опыт B - в выборе еще одного билета. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении температуры воздуха, относительно которой заранее известно, что она выше нуля, но не более пяти градусов. Опыт A состоит в измерении температуры при помощи термометра, определяющего температуру с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,2	0,14
y_2	0,1	0,06
y_2	0,15	0,35

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в извлечении одного карандаша из коробки, содержащей 12 синих и 8 красных карандашей. Опыт Y - в извлечении из той же коробки еще двух карандашей.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали один синий карандаш»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором извлечении достали один красный, один синий карандаш», содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали красный карандаш»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 3$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,1$ и $\Delta y = 0,01$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(M_1) = 0,35$, $p(M_2) = 0,25$, $p(M_3) = 0,4$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хафмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,34; 0,2 (2 буквы); 0,1; 0,05 (2 буквы); 0,03 (2 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву

сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение ACDCBCDACDAB, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (10), буфер(5)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'F' \rangle \langle 0,0,'K' \rangle \langle 0,0,'L' \rangle \langle 9,2,'M' \rangle \langle 8,2,'K' \rangle \langle 5,3,'F' \rangle$ (словарь (11)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 4 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,25$, $p(x_2) = 0,05$, $p(x_3) = 0,2$, $p(x_4) = 0,3$, $p(x_5) = 0,2$.

17. Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,75. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,03, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 115 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,06.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 140$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 14

Вопросы:

1. Все состояния системы X равновероятны. Будет ли увеличиваться энтропия при увеличении числа состояний системы?

2. Написать функцию $H(p_1, p_2)$, определяющую энтропию системы с тремя состояниями. Чему равна точка максимума этой функции?

3. Определить максимально возможную энтропию технического устройства, состоящего из четырех элементов.

4. X и Y - две зависимые системы. Написать выражение для энтропии сложной системы, состоящей из X и Y .

5. Системы X и Y не являются независимыми. Написать выражение для энтропии системы X при условии, что система Y находится в состоянии y_2 . Система X имеет n состояний.

6. Написать выражение, связывающее условную энтропию системы X относительно Y и условную энтропию системы Y относительно X .

7. Чему равна средняя информация, получаемая от всех возможных отдельных сообщений с учетом их вероятностей?
8. Пусть система имеет два состояния x_1 и x_2 . Чему равна информация, получаемая при осуществлении состояния x_1 ?
9. Баскетболист попадает в кольцо с вероятностью 0,8. Какое количество информации мы получим, узнав, что баскетболист не попал в кольцо?
10. Чему равна полная информация о системе X , содержащаяся в системе Y ?
11. Написать выражение для информации $I(X, Y)$ через энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ и энтропии составных частей $H(X)$, $H(Y)$.
12. Чему равна частная информация о системе X , заключенная в сообщении $Y \sim y_j$?
13. Определить частную информацию о событии $X \sim x_i$, содержащуюся в событии $Y \sim y_j$.
14. Чему равна частная условная энтропия непрерывной системы X ?
15. Какое количество информации передает один элементарный сигнал, если линия связи использует 3 различных элементарных сигнала?
16. Чему равна пропускная способность линии связи?
17. Написать выражение для максимальной скорости передачи сообщений по линии связи.

Задачи:

1. Два стрелка поочередно стреляют по мишени до первого попадания в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,7, а для второго 0,5. Найти вероятность того, что каждый стрелок израсходует ровно по два патрона.
2. Вероятность обнаружить больное животное в стаде 0,3. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа больных животных в выборке из четырех?
3. На первом складе имеются 12 изделий, 7 из них изготовлены заводом M , на втором складе из 10 изделий 6 изготовлены заводом M . С каждого склада берут по два изделия. Исход какого из двух опытов следует считать более неопределенным?
4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,25	0,05
y_3	0,37	0,33

- а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;
- б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X

и Y независимы.

5. Опыт A состоит в выборе двух лотерейных билетов из 21, среди которых 4 выигрышные. Опыт B - в выборе еще одного билета. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,11	0,14	0,19
y_2	0,15	0,26	0,15

а) Найти частную условную энтропию $H(X|y_1)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(Y|X)$.

7. Опыт A состоит в извлечении двадцати одного карандаша из коробки, содержащей 13 синих и 10 красных карандашей. Опыт B - в извлечении из той же коробки еще одного карандаша. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении массы груза, относительно которого заранее известно, что он весит от 300 до 350 г. Опыт A состоит в взвешивании этого груза при помощи весов, определяющих массу с точностью до 10 грамм. Чему равна информация, содержащаяся в результате взвешивания груза?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,05	0,3
y_2	0,17	0,03
y_2	0,25	0,2

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в извлечении одной детали из ящика, содержащего 9 годных и 7 бракованных деталей. Опыт Y - в извлечении еще двух деталей из того же ящика.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали одну бракованную деталь»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором извлечении достали две бракованные детали», содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали годную деталь»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 2$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,01$ и $\Delta y = 0,1$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(A) = 0,3$, $p(B) = 0,5$, $p(C) = 0,2$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,3; 0,2 (2 буквы) 0,05 (3 буквы); 0,03 (5 букв). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение CBCCDCAADDAB, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (11), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'T' \rangle \langle 0,0,'R' \rangle \langle 0,0,'S' \rangle \langle 7,2,'T' \rangle \langle 5,1,'R' \rangle \langle 3,1,'R' \rangle$ (словарь (10)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 4 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,25$, $p(x_2) = 0,15$, $p(x_3) = 0,2$, $p(x_4) = 0,35$, $p(x_5) = 0,05$.

17. Пусть линия связи использует пять различных элементарных сигналов. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,85. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,04, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из четырех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 90 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,03.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 130$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 15

Вопросы:

1. Все состояния системы X равновероятны. Как меняется энтропия при увеличении числа состояний системы?
2. Написать функцию $H(p)$, определяющую энтропию системы с двумя состояниями. В какой точке эта функция имеет наибольшее значение?
3. Определить максимально возможную энтропию неизвестного семизначного шифра замка.
4. Рассматривается сложная система (X, Y) . Какая величина характеризует степень неопределенности системы Y , остающуюся после того, как состояние системы X полностью определилось.
5. Система X имеет k состояний, система Y - m состояний. X и Y - независимы. Написать выражение для энтропии сложной системы (X, Y) через вероятности состояний $p_i = P(X \sim x_i)$, $r_j = P(Y \sim y_j)$.
6. Написать выражение для полной условной энтропии системы X относительно Y , зная энтропии систем X и Y и условную энтропию системы Y относительно X .
7. Чему равно количество информации, приобретаемое при полном выяснении состояния системы?
8. Опыт имеет два исхода B_1 и B_2 . Информация, получаемая при осуществлении первого исхода $I(B_1)$ больше информации, получаемой при осуществлении второго исхода $I(B_2)$. Какой исход B_1 или B_2 имеет большую вероятность?
9. Некто пытается угадать шестизначный телефонный номер, не зная последней цифры номера. Какое количество информации мы получим, если узнаем, что он не угадал номер?
10. Чему равна полная информация о системе Y , содержащаяся в системе X ?
11. Показать, что из двух систем каждая содержит относительно другой одну и ту же полную информацию.
12. Написать формулу для частной информации о системе X , заключенная в сообщении «система Y находится в состоянии y_j »?
13. В каком случае частную информацию о событии $X \sim x_i$, содержащуюся в событии $Y \sim y_j$, принимает отрицательные значения?
14. Написать выражение для полной условной энтропии непрерывной системы.
15. Линия связи использует k различных элементарных сигналов. Какое количество информации содержит один элементарный сигнал?
16. Написать выражение для пропускной способности линии связи.

17. Чему равна максимальная скорость передачи сообщений по линии связи?

Задачи:

1. В первом ящике 4 белых и 6 черных шаров, во втором ящике 5 белых и 7 черных шаров. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность, что из вынутых шаров один будет белый, а другой черный.

2. В ящике 10 красных карандашей и 5 синих. Берут три карандаша. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа синих карандашей среди взятых трех.

3. Имеются две коробки с карандашами. Первая содержит 7 красных и 8 синих карандашей, вторая - 6 красных и 9 синих. Из каждой коробки извлекают по два карандаша. Исход какого опыта следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,27	0,13
y_3	0,15	0,45

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в выборе двух лотерейных билетов из 23, среди которых 6 выигрышные. Опыт B - в выборе еще одного билета. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,12	0,4	0,18
y_2	0,15	0,05	0,1

а) Найти частную условную энтропию $H(Y|x_2)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(X|Y)$.

7. Опыт A состоит в извлечении восемнадцати деталей из ящика, содержащего 12 годных и 8 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали из того же ящика. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении величины угла, про который заранее известно, что он лежит в третьем координатном углу. Опыт A состоит в измерении этого угла при помощи транспортира, определяющего величину угла с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся

в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,17	0,13
y_2	0,15	0,05
y_2	0,3	0,2

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в выборе со склада одного изделия из 23, среди которых 8 изготовлены заводом N . Опыт Y - в выборе еще двух изделий.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали изделие, изготовленное заводом N »?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором опыте выбрали два изделия, изготовленные заводом N », содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали изделие, изготовленное заводом N »?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 3$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,01$ и $\Delta y = 0,01$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(N) = 0,5$, $p(M) = 0,2$, $p(K) = 0,3$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,25; 0,2 (2 буквы); 0,1 (2 буквы); 0,05 (3 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение CDBDAACBCCDA, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (10), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'K' \rangle$ $\langle 0,0,'L' \rangle$ $\langle 0,0,'M' \rangle$ $\langle 6,1,'B' \rangle$ $\langle 6,2,'F' \rangle$ $\langle 3,2,'K' \rangle$ (словарь (9)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 2 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,25$, $p(x_2) = 0,15$, $p(x_3) = 0,16$, $p(x_4) = 0,14$, $p(x_5) = 0,3$.

17. Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,9. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,01, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 95 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,04.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 150$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 16

Вопросы:

1. Система X имеет конечное число состояний. При каком условии энтропия такой системы обращается в максимум?
2. Написать функцию $H(p)$, определяющую энтропию системы с двумя состояниями. В какой точке эта функция имеет максимум?
3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящую из трех военных кораблей, участвующих в бою.
4. Написать правило сложения энтропий сложной системы (X, Y) , если X и Y - зависимые.
5. Система Y имеет n состояний, система X - m состояний. X и Y - независимы. Написать выражение для энтропии сложной системы (X, Y) через вероятности состояний $p_i = P(X \sim x_i)$, $r_j = P(Y \sim y_j)$.
6. Системы X , Y , Z - зависимые. Чему равна энтропия $H(X, Y, Z)$ объединенной системы?
7. Чему равна информация о системе X , если после получения сведений энтропия системы стала равна нулю?
8. Опыт имеет два исхода A_1 и A_2 . Информация, получаемая при осуществлении первого исхода $I(A_1)$ больше информации, получаемой при осуществлении второго исхода $I(A_2)$. Какой исход A_1 или A_2 имеет большую вероятность?

9. Баскетболист попадает в кольцо с вероятностью 0,7. Какое количество информации мы получим, узнав, что баскетболист попал в кольцо?
10. Чему равна полная взаимная информация, содержащаяся в системах X и Y ?
11. Чему равна полная взаимная информация о системах X и Y , если X и Y - независимы?
12. Чему равна частная информация о системе X , заключенная в сообщении «система Y находится в состоянии y_j »?
13. Определить частную информацию о событии $X \sim x_i$, содержащуюся в сообщении «система Y находится в состоянии y_j ».
14. Чему равна информация, содержащейся в двух непрерывных системах X и Y ?
15. Какое количество информации передает один элементарный сигнал, если линия связи использует 3 различных элементарных сигнала?
16. Чему равна пропускная способность линии связи?
17. Написать выражение для максимальной скорости передачи сообщений по линии связи.

Задачи:

1. Из набора цифр 1,2,...9 последовательно наугад выбирают три цифры. Какова вероятность того, что в результате этого образуются числа 123 или 456.
2. Студент знает 20 вопросов из 30. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа «хороших» вопросов в билете, если в билете 2 вопроса.
3. Имеются две корзины. В первой - 10 яблок, 8 груш. Во второй - 15 яблок и 10 груш. Из каждой корзины берут по два фрукта. Исход какого из двух опытов следует считать более неопределенным?
4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,11	0,35
y_3	0,29	0,25

- а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;
- б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.
5. Опыт A состоит в извлечение двух карандашей из коробки, содержащей 9 синих и 7 зеленых карандашей. Опыт B - в извлечение из той же коробки еще одного карандаша. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная

энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,19	0,3	0,05
y_2	0,21	0,2	0,05

а) Найти частную условную энтропию $H(X|y_1)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(Y|X)$.

7. Опыт A состоит в выборе со склада пятнадцати изделий из 17, среди которых 8 изготовлены заводом N . Опыт B - в выборе еще одного изделия. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении температуры воздуха, относительно которой заранее известно, что она выше нуля, но не более пяти градусов. Опыт A состоит в измерении температуры при помощи термометра, определяющего температуру с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,11	0,14
y_2	0,19	0,15
y_2	0,26	0,15

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в выборе одного лотерейного билета из 18, среди которых 7 выигрышные. Опыт Y - в выборе еще двух билетов.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали выигрышный билет»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором опыте выбрали два проигрышных билета», содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали выигрышный билет»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 4$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,01$ и $\Delta y = 0,01$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(D_1) = 0,25$, $p(D_2) = 0,4$, $p(D_3) = 0,35$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,3; 0,15 (2 буквы); 0,1 (3 буквы); 0,05 (2 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение DACDAACBCBCD, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (9), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'J' \rangle \langle 0,0,'F' \rangle \langle 0,0,'L' \rangle \langle 7,2,'J' \rangle \langle 5,2,'N' \rangle \langle 4,3,'K' \rangle$ (словарь (10)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 3 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,25$, $p(x_2) = 0,25$, $p(x_3) = 0,1$, $p(x_4) = 0,15$, $p(x_5) = 0,15$, $p(x_6) = 0,1$.

17. Пусть линия связи использует пять различных элементарных сигналов. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,8. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,03, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из четырех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 85 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,03.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 120$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 17

Вопросы:

1. Чему равно максимальное значение энтропии системы с конечным числом состояний?

2. Написать функцию $H(p_1, p_2)$, определяющую энтропию системы с тремя состояниями. В какой точке эта функция имеет наибольшее значение?

3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящую из четырех танков, участвующих в бою.
4. Рассматривается сложная система (X, Y) . Какая величина характеризует степень неопределенности системы X , остающуюся после того, как состояние системы Y полностью определилось.
5. Системы X и Y не являются независимыми. Написать выражение для энтропии системы X при условии, что система Y находится в состоянии y_2 . Система X имеет n состояний.
6. Чему равна энтропия сложной системы (X, Y) , если состояние системы X полностью определяет состояние системы Y ?
7. Чему равна полная информация о системе X ?
8. Система имеет два состояния x_1 и x_2 . Информация от первого сообщения $I(x_1)$ меньше информации от второго сообщения $I(x_2)$. Какое состояние x_1 или x_2 имеет меньшую вероятность?
9. Некто пытается угадать восьмизначный цифровой шифр замка, не зная первой цифры. Какое количество информации мы получим, если узнаем, что он угадал шифр?
10. Какая величина характеризует уменьшение энтропии системы Y в результате получения сведений о состоянии системы X ?
11. Чему равна полная взаимная информация, содержащаяся в системах X и Y , из которых одна является подчиненной?
12. Написать выражение для частной информации о системе X , содержащейся в сообщении, что система Y находится в состоянии y_j .
13. В каком случае информация «от события к событию» отрицательна?
14. Написать выражение для частной условной энтропии непрерывной системы X .
15. Линия связи использует k различных элементарных сигналов. Какое количество информации содержит один элементарный сигнал?
16. Написать выражение для пропускной способности линии связи.
17. Чему равна максимальная скорость передачи сообщений по линии связи?

Задачи:

1. Трое лыжников съезжают с горы. Вероятности падения этих лыжников равны 0.1, 0.3, 0.25. Найти вероятность того, что без падения съедут только любые два из них.
2. Вероятность попадания в мишень 0.75. Стрелок имеет четыре патрона и стреляет до первого попадания или пока не израсходует все патроны. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа израсходованных патронов.
3. Имеются две коробки с карандашами. Первая содержит 8 зеленых и

10 синих карандашей, вторая - 9 зеленых и 11 синих. Из каждой коробки извлекают по два карандаша. Исход какого опыта следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,22	0,45
y_3	0,18	0,15

- а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;
 б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в извлечении двух деталей из ящика, содержащего 7 годных и 4 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали из того же ящика. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,18	0,1	0,05
y_2	0,15	0,3	0,22

- а) Найти частную условную энтропию $H(Y|x_3)$;
 б) Найти полную условную энтропию $H(X|Y)$.

7. Опыт A состоит в выборе девятнадцати лотерейных билетов из 21, среди которых 7 выигрышные. Опыт B - в выборе еще одного билета. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении массы груза, относительно которого заранее известно, что он весит от 200 до 250 г. Опыт A состоит в взвешивании этого груза при помощи весов, определяющих массу с точностью до 10 грамм. Чему равна информация, содержащаяся в результате взвешивания груза?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,12	0,3
y_2	0,18	0,15
y_2	0,05	0,2

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении

$Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в выборе со склада одного изделия из 22, среди которых 8 изготовлены заводом N . Опыт Y - в выборе еще двух изделий.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали изделие, изготовленное заводом N »?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором опыте выбрали два изделия, изготовленные заводом N », содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали изделие, изготовленное заводом N »?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 2$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0, 1$ и $\Delta y = 0, 1$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(M_1) = 0,25$, $p(M_2) = 0,6$, $p(M_3) = 0,15$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,35; 0,2 (2 буквы); 0,1; 0,05; 0,03 (2 буквы); 0,04. Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение DCBCDACACDAB, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (11), буфер(5)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0, 'K' \rangle \langle 0,0, 'H' \rangle \langle 0,0, 'T' \rangle \langle 8,2, 'M' \rangle \langle 7,2, 'T' \rangle \langle 6,2, 'J' \rangle$ (словарь (10)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 5 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,05$, $p(x_2) = 0,15$, $p(x_3) = 0,25$, $p(x_4) = 0,15$, $p(x_5) = 0,4$.

17. Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,85. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,02, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 86 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,07.
19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 120$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточно ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 18

Вопросы:

1. Если в формуле для энтропии в качестве основания логарифма выбрать число 2, то в этом случае энтропия какой системы принимается за единицу измерения энтропии?
2. Написать функцию $H(p)$, определяющую энтропию системы с двумя состояниями. При каком значении аргумента эта функция принимает наибольшее значение?
3. Определить максимально возможную энтропию неизвестного восьми-значного шифра замка.
4. Написать общее правило сложения энтропий в случае, если системы X и Y не являются независимыми.
5. Написать выражение для условной энтропии системы Y , зная, что система X может принимать k состояний и вероятности этих состояний известны. Известны также условные энтропии Y в зависимости от состояний системы X .
6. Чему равна полная условная энтропия $H(Y|X)$ системы Y относительно системы X , если система X полностью определяет собой состояние системы Y ?
7. Чему равна средняя информация о системе X ?
8. Система имеет два состояния x_1 и x_2 . Информация от первого сообщения x_1 больше информации от второго сообщения x_2 . Какое состояние x_1 или x_2 имеет большую вероятность?
9. На шахматной доске произвольным образом поставлена фигура. Определить информацию из сообщения: «фигура находится в одной из угловых клеток доски».
10. Какое количество информации о системе Y дает наблюдение системы X ?
11. Системы X и Y - независимы. Чему равна информация о системе X , содержащаяся в системе Y ?

12. Написать выражение для частной информации о системе X , содержащейся в сообщении, что система Y находится в состоянии y_j .

13. Чему равна частная информация о событии, получаемая в результате сообщения о другом событии?

14. Чему равна «приведенная энтропия» непрерывной системы X ?

15. Какое количество информации передает один элементарный сигнал, если линия связи использует 3 различных элементарных сигнала?

16. Чему равна пропускная способность линии связи?

17. Написать выражение для максимальной скорости передачи сообщений по линии связи.

Задачи:

1. В урне 15 белых, 10 черных, 15 синих и 10 красных шаров. Вынимают два шара. Найти вероятность того, что это будут белый и красный или белый и синий шары.

2. Вероятность попадания в мишень 0.8. Стрелок имеет три патрона и стреляет до первого попадания или пока не израсходует все патроны. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа израсходованных патронов.

3. Имеются две корзины. В первой - 7 яблок, 9 груш. Во второй - 10 яблок и 8 груш. Из каждой корзины берут по два фрукта. Исход какого из двух опытов следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,19	0,45
y_3	0,01	0,35

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в выборе со склада двух изделий из 14, среди которых 7 изготовлены заводом N . Опыт B - в выборе еще одного изделия. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,13	0,24	0,15
y_2	0,05	0,17	0,26

а) Найти частную условную энтропию $H(X|y_2)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(Y|X)$.

7. Опыт A состоит в извлечении двадцати одного карандаша из коробки, содержащей 15 синих и 8 красных карандашей. Опыт B - в извлечение из той же коробки еще одного карандаша. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении величины угла, про который заранее известно, что он лежит в первом координатном углу. Опыт A состоит в измерении этого угла при помощи транспортира, определяющего величину угла с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,19	0,3
y_2	0,05	0,05
y_2	0,2	0,21

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X , 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$, 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в извлечении одной детали из ящика, содержащего 11 годных и 5 бракованных деталей. Опыт Y - в извлечении еще двух деталей из того же ящика.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали одну бракованную деталь»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором извлечении достали две бракованные детали», содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали годную деталь»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 3$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0, 1$ и $\Delta y = 0, 1$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(A) = 0, 5$, $p(B) = 0, 35$, $p(C) = 0, 15$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в

двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хаффмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,25 (2 буквы); 0,2; 0,05 (6 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение CCDCABDACADB, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (10), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'R' \rangle \langle 0,0,'M' \rangle \langle 0,0,'S' \rangle \langle 7,2,'T' \rangle \langle 5,1,'R' \rangle \langle 3,1,'R' \rangle$ (словарь (10)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 3 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,35$, $p(x_2) = 0,25$, $p(x_3) = 0,15$, $p(x_4) = 0,05$, $p(x_5) = 0,1$, $p(x_6) = 0,1$.

17. Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,75. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,04, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 50 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,04.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 70$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 19

Вопросы:

1. Если в формуле для энтропии в качестве основания логарифма выбрать число 10, то в этом случае энтропия какой системы принимается за единицу измерения энтропии?

2. Показать, почему энтропия не может принимать отрицательных значений.

3. Определить максимально возможную энтропию системы, состоящую из трех самолетов, участвующих в бою.

4. Написать выражение для энтропии объединенной системы (X, Y) , зная вероятности ее состояний $p_{ij} = P(X \sim x_i, Y \sim y_j)$.

5. Написать выражение для условной энтропии системы X , зная, что система Y может принимать k состояний и вероятности этих состояний известны. Известны также условные энтропии X в зависимости от состояний системы Y .
6. При каком условии энтропия сложной системы (X, Y) достигает максимума?
7. Чему равна информация о системе X , если после получения сведений состояние системы полностью определилось?
8. Пусть система имеет два состояния x_1 и x_2 . Чему равна информация, получаемая при осуществлении состояния x_2 ?
9. На шахматной доске произвольным образом поставлена фигура. Определить информацию из сообщения: «фигура находится в квадрате $e2$ ».
10. Чему равна информация о системе X , содержащаяся в сообщении о том, в каком состоянии находится система Y ?
11. Чему равна полная взаимная информация о системах X и Y , если Y полностью определяет состояние системы X ?
12. Чему равна частная информация о системе X , заключенная в сообщении $Y \sim y_j$?
13. Чему равна частная информация о событии, получаемая в результате сообщения о другом событии?
14. Чему равна полная условная энтропия непрерывной системы?
15. Линия связи использует k различных элементарных сигналов. Какое количество информации содержит один элементарный сигнал?
16. Написать выражение для пропускной способности линии связи.
17. Чему равна максимальная скорость передачи сообщений по линии связи?

Задачи:

1. В первом ящике 4 белых и 6 черных шаров, во втором ящике 5 белых и 7 черных шаров. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность, что из вынутых шаров один будет белый, а другой черный.
2. Вероятность обнаружить больное животное в стаде 0.3. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа больных животных в выборке из четырех?
3. У первого распространителя имеется 16 лотерейных билетов, среди которых 8 выигрышных. У второго распространителя из 20 билетов 10 выигрышных. У каждого распространителя куплено по два билета. Покупку билетов у какого из двух распространителей следует считать более неопределенной?
4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,18	0,35
y_3	0,22	0,25

- а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;
 б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в выборе со склада двух изделий из 15, среди которых 6 изготовлены заводом N . Опыт B - в выборе еще одного изделия. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,14	0,36	0,1
y_2	0,05	0,1	0,25

- а) Найти частную условную энтропию $H(Y|x_1)$;
 б) Найти полную условную энтропию $H(X|Y)$.

7. Опыт A состоит в извлечении восемнадцати деталей из ящика, содержащего 14 годных и 6 бракованных деталей. Опыт B - в извлечении еще одной детали из того же ящика. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении температуры воздуха, относительно которой заранее известно, что она выше нуля, но не более десяти градусов. Опыт A состоит в измерении температуры при помощи термометра, определяющего температуру с точностью до градуса. Чему равна информация, содержащаяся в результате такого измерения?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,18	0,1
y_2	0,05	0,15
y_2	0,3	0,22

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
 2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
 3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в извлечении одного карандаша из коробки, содержащей 14 синих и 9 красных карандашей. Опыт Y - в извлечении из той же коробки еще двух карандашей.

- 1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали один синий карандаш»?
- 2) Чему равна частная информация о событии «при втором извлечении достали один красный, один синий карандаши», содержащаяся в сообщении «при первом извлечении достали красный карандаш»?
- 11.** Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 4$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,001$ и $\Delta y = 0,1$.

- 12.** Алфавит состоит из трех букв $p(A) = 0,4$, $p(B) = 0,2$, $p(C) = 0,4$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

- 13.** Составить троичный код Хафмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,25; 0,15 (4 буквы); 0,05 (3 буквы). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

- 14.** Закодировать сообщение DADAACBCDBCC, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (11), буфер(5)).

- 15.** Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'H' \rangle \langle 0,0,'M' \rangle \langle 0,0,'K' \rangle \langle 7,1,'L' \rangle \langle 6,2,'M' \rangle \langle 3,2,'F' \rangle$ (словарь (9)).

- 16.** Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 6 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,25$, $p(x_2) = 0,1$, $p(x_3) = 0,2$, $p(x_4) = 0,35$, $p(x_5) = 0,1$.

- 17.** Пусть линия связи использует четыре различных элементарных сигнала. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,6. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,05, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из трех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

- 18.** Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 75 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,04.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 110$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточна ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Вариант 20

Вопросы:

1. Энтропия какой системы принимается за единицу измерения энтропии, если в формуле для измерения энтропии в качестве основания логарифма выбрать число 2?
2. Чему равна энтропия системы, когда ее состояние в точности известно заранее?
3. Определить максимально возможную энтропию неизвестного задуманного числа от 1 до 10.
4. Для сложной системы (X, Y) известны вероятности ее состояний $p_{ij} = P(X \sim x_i, Y \sim y_j)$. Написать выражение для энтропии такой системы.
5. Системы X и Y не являются независимыми. Написать выражение для энтропии системы Y при условии, что система X находится в состоянии x_2 . Система Y имеет n исходов.
6. Может ли полная условная энтропия $H(Y|X)$ превосходить безусловную $H(Y)$?
7. Чему равно среднее количество информации о системе X ?
8. Чему равна частная информация от каждого отдельного сообщения, если все состояния системы равновероятны?
9. Некто пытается угадать девятизначный цифровой шифр замка, не зная последней цифры. Какое количество информации мы получим, если узнаем, что он не угадал шифр?
10. Чему равна информация о системе Y , содержащаяся в сообщении о том, в каком состоянии находится система X ?
11. Чему равна полная взаимная информация о системах X и Y , если X полностью определяет состояние системы Y ?
12. Написать формулу для частной информации о системе, содержащейся в сообщении о событии.
13. В каком случае частная информация принимает отрицательные значения?
14. Написать выражение для информации, содержащейся в двух непрерывных системах X и Y .
15. Какое количество информации передает один элементарный сигнал, если линия связи использует 3 различных элементарных сигнала?

16. Чему равна пропускная способность линии связи?

17. Написать выражение для максимальной скорости передачи сообщений по линии связи.

Задачи:

1. В первом ящике 3 синих и 5 красных шаров, во втором ящике 4 синих и 8 красных шаров. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность, что из вынутых шаров один будет красный, а другой синий.

2. В ящике 10 красных карандашей и 5 синих. Берут три карандаша. Найти ряд распределения и математическое ожидание числа синих карандашей среди взятых трех.

3. Имеются две корзины с фруктами. Первая содержит 9 яблок и 11 груш, вторая - 7 яблок и 12 груш. Из каждой корзины извлекают по два фрукта. Исход какого опыта следует считать более неопределенным?

4. Совместное распределение вероятностей зависимых систем X и Y описывается таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,13	0,35
y_3	0,27	0,25

а) Найти энтропию сложной системы (X, Y) ;

б) Найти энтропию сложной системы (X, Y) для случая, если системы X и Y независимы.

5. Опыт A состоит в извлечении двух карандашей из коробки, содержащей 8 синих и 7 красных карандашей. Опыт B - в извлечении из той же коробки еще одного карандаша. Чему равна энтропия $H(B)$ опыта B и условная энтропия $H(B|A)$ этого опыта?

6. Сложная система (X, Y) задана таблицей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2	x_3
y_1	0,12	0,22	0,18
y_2	0,05	0,18	0,25

а) Найти частную условную энтропию $H(X|y_2)$;

б) Найти полную условную энтропию $H(Y|X)$.

7. Опыт A состоит в выборе со склада тринадцати изделий из 15, среди которых 6 изготовлены заводом N . Опыт B - в выборе еще одного изделия. Чему равна информация об опыте B , содержащаяся в опыте A ?

8. Пусть опыт B состоит в определении массы груза, относительно которого заранее известно, что он весит от 500 до 550 г. Опыт A состоит в взвешивании этого груза при помощи весов, определяющих массу с точностью до 5 грамм. Чему равна информация, содержащаяся в результате

взвешивания груза?

9. Система (X, Y) характеризуется таблицей вероятностей:

(x_i, y_j)	x_1	x_2
y_1	0,13	0,24
y_2	0,15	0,05
y_2	0,17	0,26

Найти: 1) полную информацию о системе Y , содержащуюся в системе X ,
2) частную информацию о системе Y , содержащуюся в сообщении $X \sim x_1$,
3) частную информацию о событии $X \sim x_2$, содержащуюся в сообщении $Y \sim y_1$.

10. Опыт X состоит в выборе одного лотерейного билета из 19, среди которых 7 выигрышные. Опыт Y - в выборе еще двух билетов.

1) Чему равна частная информация об опыте Y , содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали выигрышный билет»?

2) Чему равна частная информация о событии «при втором опыте выбрали два проигрышных билета», содержащаяся в сообщении «при первом опыте выбрали выигрышный билет»?

11. Непрерывная случайная величина Y распределена по нормальному закону ($m_y = 0$, $\sigma_y = 2$). Непрерывная случайная величина X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Величины X и Y независимы. Найти энтропию объединенной системы $H(X, Y)$ при $\Delta x = 0,1$ и $\Delta y = 0,001$.

12. Алфавит состоит из трех букв $p(M) = 0,5$, $p(N) = 0,35$, $p(K) = 0,15$. Применить метод Шеннона-Фано к кодированию всевозможных двухбуквенных комбинаций. Найти: 1) энтропию одной буквы исходного алфавита, 2) среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву в двухбуквенной комбинации.

13. Составить троичный код Хафмена для алфавита, частоты появления букв которого равны: 0,3 (2 буквы); 0,1 (2 буквы); 0,04 (5 букв). Найти среднее число элементарных сигналов, приходящихся на одну букву сообщения и энтропию одной буквы.

14. Закодировать сообщение ACDCBACDABCD, используя алгоритм Лемпела-Зива (словарь (9), буфер(4)).

15. Распаковать сообщение, сжатое алгоритмом Лемпела-Зива $\langle 0,0,'M' \rangle \langle 0,0,'H' \rangle \langle 0,0,'J' \rangle \langle 8,2,'K' \rangle \langle 5,2,'H' \rangle \langle 4,3,'F' \rangle$ (словарь (11)).

16. Канал связи без шума способен передавать три различных элементарных сигнала длительностью 3 мс каждый. Определить: 1) пропускную способность канала, 2) максимально возможную скорость передачи сообщений, если передатчик задается законом распределения: $p(x_1) = 0,25$, $p(x_2) = 0,15$, $p(x_3) = 0,35$, $p(x_4) = 0,05$, $p(x_5) = 0,2$.

17. Пусть линия связи использует пять различных элементарных сигналов. Вероятность безошибочной передачи сигнала равна 0,8. В случае ошибки вероятность стирания равна 0,06, а если стирания не произошло, то каждый из сигналов с равной вероятностью воспринимается как любой из четырех, отличных от него. Построить таблицу вероятностей приема.

18. Определить пропускную способность двоичного симметричного канала, способного передавать 80 элементарных сигналов в единицу времени, причем каждый сигнал заменяется противоположным с вероятностью 0,06.

19. Имеются источник информации с энтропией $H(X) = 110$ бит в единицу времени и два канала связи из задачи 18. Достаточно ли пропускная способность этих каналов для передачи информации, поставляемой источником?

Приложение.
Таблица величин $\eta(p) = -p \log p$

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	—	0,0100	0,0179	0,0251	0,0319	0,0382	0,0443	0,0501	0,0557	0,0612
0,01	0,0664	0,0716	0,0766	0,0815	0,0862	0,0909	0,0955	0,0999	0,1043	0,1086
0,02	0,1129	0,1170	0,1211	0,1252	0,1291	0,0330	0,1369	0,1407	0,1444	0,1481
0,03	0,1518	0,1554	0,1589	0,1624	0,1659	0,1693	0,1727	0,1760	0,1793	0,1825
0,04	0,1858	0,1889	0,1921	0,1952	0,1983	0,2013	0,2043	0,2073	0,2103	0,2132
0,05	0,2161	0,2190	0,2218	0,2246	0,2274	0,2301	0,2329	0,2356	0,2383	0,2409
0,06	0,2435	0,2461	0,2487	0,2513	0,2538	0,2563	0,2588	0,2613	0,2637	0,2661
0,07	0,2686	0,2709	0,2733	0,2756	0,2780	0,2803	0,2826	0,2848	0,2871	0,2893
0,08	0,2915	0,2937	0,2959	0,2980	0,3002	0,3023	0,3044	0,3065	0,3086	0,3106
0,09	0,3127	0,3147	0,3167	0,3187	0,3207	0,3226	0,3246	0,3265	0,3284	0,3303
0,10	0,3322	0,3341	0,3359	0,3378	0,3398	0,3414	0,3432	0,3450	0,3468	0,3485
0,11	0,3503	0,3520	0,3537	0,3555	0,3571	0,3588	0,3605	0,3622	0,3638	0,3654
0,12	0,3671	0,3687	0,3703	0,3719	0,3734	0,3750	0,3766	0,3781	0,3796	0,3811
0,13	0,3826	0,3841	0,3856	0,3871	0,3886	0,3900	0,3915	0,3929	0,3943	0,3957
0,14	0,3971	0,3985	0,3999	0,4012	0,4026	0,4040	0,4053	0,4066	0,4079	0,4092
0,15	0,4105	0,4118	0,4131	0,4144	0,4156	0,4169	0,4181	0,4194	0,4206	0,4218
0,16	0,4230	0,4242	0,4254	0,4266	0,4277	0,4289	0,4301	0,4312	0,4323	0,4335
0,17	0,4346	0,4357	0,4368	0,4379	0,4390	0,4400	0,4411	0,4422	0,4432	0,4443
0,18	0,4453	0,4463	0,4474	0,4484	0,4494	0,4504	0,4514	0,4523	0,4533	0,4543
0,19	0,4552	0,4562	0,4571	0,4581	0,4590	0,4599	0,4608	0,4617	0,4626	0,4635
0,20	0,4644	0,4653	0,4661	0,4670	0,4678	0,4687	0,4695	0,4704	0,4712	0,4720
0,21	0,4728	0,4736	0,4744	0,4752	0,4760	0,4768	0,4776	0,4783	0,4791	0,4798
0,22	0,4806	0,4813	0,4820	0,4828	0,4835	0,4842	0,4849	0,4856	0,4863	0,4870
0,23	0,4877	0,4883	0,4890	0,4897	0,4903	0,4010	0,4916	0,4923	0,4929	0,4935
0,24	0,4941	0,4947	0,4954	0,4960	0,4966	0,4971	0,4977	0,4983	0,4989	0,4994
0,25	0,5000	0,5006	0,5011	0,5016	0,5022	0,5027	0,5032	0,5038	0,5043	0,5048

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,26	0,5053	0,5058	0,5063	0,5068	0,5072	0,5077	0,5082	0,5087	0,5091	0,5096
0,27	0,5100	0,5105	0,5109	0,5113	0,5118	0,5122	0,5126	0,5130	0,5134	0,5138
0,28	0,5142	0,5146	0,5150	0,5154	0,5158	0,5161	0,5165	0,5169	0,5172	0,5176
0,29	0,5179	0,5182	0,5186	0,5189	0,5192	0,5196	0,5199	0,5202	0,5205	0,5208
0,30	0,5211	0,5214	0,5217	0,5220	0,5222	0,5225	0,5228	0,5230	0,5233	0,5235
0,31	0,5238	0,5240	0,5243	0,5245	0,5247	0,5250	0,5252	0,5254	0,5256	0,5258
0,32	0,5260	0,5262	0,5264	0,5266	0,5268	0,5270	0,5272	0,5273	0,5275	0,5277
0,33	0,5278	0,5280	0,5281	0,5283	0,5284	0,5286	0,5287	0,5288	0,5289	0,5290
0,34	0,5292	0,5293	0,5294	0,5295	0,5296	0,5297	0,5298	0,5299	0,5299	0,5300
0,35	0,5301	0,5302	0,5302	0,5303	0,5304	0,5304	0,5305	0,5305	0,5305	0,5306
0,36	0,5306	0,5306	0,5307	0,5307	0,5307	0,5307	0,5307	0,5307	0,5307	0,5307
0,37	0,5307	0,5307	0,5307	0,5307	0,5307	0,5306	0,5306	0,5306	0,5305	0,5305
0,38	0,5304	0,5304	0,5303	0,5303	0,5302	0,5302	0,5301	0,5300	0,5300	0,5299
0,39	0,5298	0,5297	0,5296	0,5295	0,5294	0,5293	0,5292	0,5291	0,5290	0,5289
0,40	0,5288	0,5286	0,5285	0,5284	0,5283	0,5281	0,5280	0,5278	0,5277	0,5275
0,41	0,5274	0,5272	0,5271	0,5269	0,5267	0,5266	0,5264	0,5262	0,5260	0,5258
0,42	0,5256	0,5255	0,5253	0,5251	0,5249	0,5246	0,5244	0,5242	0,5240	0,5238
0,43	0,5236	0,5233	0,5231	0,5229	0,5226	0,5224	0,5222	0,5219	0,5217	0,5214
0,44	0,5211	0,5209	0,5206	0,5204	0,5201	0,5198	0,5195	0,5193	0,5190	0,5187
0,45	0,5184	0,5181	0,5187	0,5175	0,5172	0,5169	0,5166	0,5163	0,5160	0,5157
0,46	0,5153	0,5150	0,5147	0,5144	0,5140	0,5137	0,5133	0,5130	0,5127	0,5123
0,47	0,5120	0,5116	0,5112	0,5109	0,5105	0,5102	0,5098	0,5094	0,5090	0,5087
0,48	0,5083	0,5079	0,5075	0,5071	0,5067	0,5063	0,5059	0,5055	0,5051	0,5047
0,49	0,5043	0,5039	0,5034	0,5030	0,5026	0,5022	0,5017	0,5013	0,5009	0,5004
0,50	0,5000	0,4996	0,4991	0,4987	0,4982	0,4978	0,4973	0,4968	0,4964	0,4959
0,51	0,4954	0,4950	0,4945	0,4940	0,4935	0,4930	0,4926	0,4921	0,4916	0,4911
0,52	0,4906	0,4901	0,4896	0,4891	0,4886	0,4880	0,4875	0,4870	0,4865	0,4860
0,53	0,4854	0,4849	0,4844	0,4839	0,4833	0,4828	0,4822	0,4817	0,4811	0,4806
0,54	0,4800	0,4795	0,4789	0,4784	0,4778	0,4772	0,4767	0,4761	0,4755	0,4750
0,55	0,4744	0,4738	0,4732	0,4726	0,4720	0,4714	0,4708	0,4702	0,4797	0,4691
0,56	0,4684	0,4678	0,4672	0,4666	0,4660	0,4654	0,4648	0,4641	0,4635	0,4629
0,57	0,4623	0,4616	0,4610	0,4603	0,4597	0,4591	0,4584	0,4578	0,4571	0,4565
0,58	0,4558	0,4551	0,4545	0,4538	0,4532	0,4525	0,4518	0,4512	0,4505	0,4498
0,59	0,4491	0,4484	0,4477	0,4471	0,4464	0,4457	0,4450	0,4443	0,4436	0,4429
0,60	0,4422	0,4415	0,4408	0,4401	0,4393	0,4386	0,4379	0,4372	0,4365	0,4357
0,61	0,4350	0,4343	0,4335	0,4328	0,4321	0,4313	0,4306	0,4298	0,4291	0,4383
0,62	0,4276	0,4268	0,4261	0,4253	0,4246	0,4238	0,4230	0,4223	0,4215	0,4207
0,63	0,4199	0,4192	0,4184	0,4176	0,4168	0,4160	0,4153	0,4145	0,4137	0,4129
0,64	0,4121	0,4113	0,4105	0,4097	0,4089	0,4080	0,4072	0,4064	0,4056	0,4048
0,65	0,4040	0,4032	0,4023	0,4015	0,4007	0,3998	0,3990	0,3982	0,3973	0,3965

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,66	0,3957	0,3948	0,3940	0,3931	0,3922	0,3914	0,3905	0,3897	0,3888	0,3880
0,67	0,3871	0,3862	0,3954	0,3845	0,3836	0,3828	0,3819	0,3810	0,3801	0,3792
0,68	0,3784	0,3775	0,3766	0,3757	0,3748	0,3739	0,3730	0,3721	0,3712	0,3703
0,69	0,3694	0,3685	0,3676	0,3666	0,3657	0,3648	0,3639	0,3630	0,3621	0,3611
0,70	0,3602	0,3593	0,3583	0,3574	0,3565	0,3555	0,3546	0,3536	0,3527	0,3518
0,71	0,3508	0,3499	0,3489	0,3480	0,3470	0,3461	0,3451	0,3441	0,3432	0,3422
0,72	0,3412	0,3403	0,3393	0,3383	0,3373	0,3364	0,3354	0,3344	0,3334	0,3324
0,73	0,3314	0,3304	0,3295	0,3285	0,3275	0,3265	0,3255	0,3245	0,3235	0,3225
0,74	0,3215	0,3204	0,3194	0,3184	0,3174	0,3164	0,3154	0,3144	0,3133	0,3123
0,75	0,3113	0,3103	0,3092	0,3082	0,3071	0,3061	0,3051	0,3040	0,3030	0,3019
0,76	0,3009	0,2999	0,2988	0,2978	0,2967	0,2956	0,2946	0,2935	0,2925	0,2914
0,77	0,2903	0,2893	0,2882	0,2871	0,2861	0,2850	0,2839	0,2828	0,2818	0,2807
0,78	0,2796	0,2785	0,2774	0,2763	0,2853	0,2741	0,2731	0,2720	0,2709	0,2698
0,79	0,2687	0,2676	0,2664	0,2653	0,2642	0,2631	0,2620	0,2609	0,2598	0,2587
0,80	0,2575	0,2564	0,2553	0,2542	0,2431	0,2519	0,2508	0,2497	0,2485	0,2474
0,81	0,2462	0,2451	0,2440	0,2428	0,2417	0,2405	0,2394	0,2382	0,2371	0,2359
0,82	0,2348	0,2336	0,2324	0,2313	0,2301	0,2290	0,2278	0,2268	0,2255	0,2243
0,83	0,2231	0,2220	0,2208	0,2196	0,2184	0,2172	0,2160	0,2149	0,2137	0,2125
0,84	0,2113	0,2101	0,2089	0,2077	0,2065	0,2053	0,2041	0,2029	0,2017	0,2005
0,85	0,1993	0,1981	0,1969	0,1957	0,1944	0,1932	0,1920	0,1908	0,1896	0,1884
0,86	0,1871	0,1859	0,1847	0,1834	0,1822	0,1810	0,1797	0,1785	0,1773	0,1760
0,87	0,1748	0,1735	0,1723	0,1711	0,1698	0,1686	0,1673	0,1661	0,1648	0,1635
0,88	0,1623	0,1610	0,1598	0,1585	0,1572	0,1560	0,1547	0,1534	0,1522	0,1509
0,89	0,1496	0,1484	0,1471	0,1458	0,1445	0,1432	0,1419	0,1407	0,1394	0,1381
0,90	0,1368	0,1355	0,1342	0,1329	0,1316	0,1303	0,1290	0,1277	0,1264	0,1251
0,91	0,1238	0,1225	0,1212	0,1199	0,1186	0,1173	0,1159	0,1146	0,1133	0,1120
0,92	0,1107	0,1094	0,1080	0,1067	0,1054	0,1040	0,1027	0,1014	0,1000	0,1987
0,93	0,0974	0,0960	0,0947	0,0933	0,0920	0,0907	0,0893	0,0880	0,0868	0,0853
0,94	0,0839	0,0826	0,0812	0,0798	0,0785	0,0771	0,0758	0,0744	0,0730	0,0717
0,95	0,0703	0,0689	0,0676	0,0662	0,0648	0,0634	0,0621	0,0607	0,0593	0,0579
0,96	0,0565	0,0552	0,0538	0,0524	0,0510	0,0496	0,0482	0,0468	0,0454	0,0440
0,97	0,0426	0,0412	0,0398	0,0384	0,0370	0,0356	0,0342	0,0328	0,0314	0,0300
0,98	0,0286	0,0271	0,0257	0,0243	0,0230	0,0214	0,0201	0,0186	0,0172	0,0158
0,99	0,0140	0,0129	0,0115	0,0101	0,0086	0,0072	0,0058	0,0043	0,0029	0,0014

Миссия университета – генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Кафедра высшей математики – крупнейшая в Санкт-Петербургском национальном исследовательском университете информационных технологий, механики и оптики. С момента основания на ней работали такие выдающиеся ученые, как И.П. Натансон, В.А. Тартаковский, В.Н. Попов, И.А. Молотков, А.Г. Аленицын, В.В. Жук и другие. Научные интересы сотрудников покрывают практически все разделы математики. На кафедре сложилась мощная научная школа по математическому моделированию сложных физических систем. В последнее время активно развивается направление, связанное с нанофизикой и нанотехнологиями, квантовым компьютером и квантовыми коммуникациями. Сотрудники кафедры активно участвуют в международных научных конференциях, работают в рамках Российских и международных научных проектов. Сложилось тесное научное сотрудничество с Санкт-Петербургским государственным университетом, Петербургским отделением Математического института имени В.А. Стеклова РАН, лабораторией физикохимии наносистем Института химии силикатов РАН и другими научными центрами как в России, так и за рубежом: университетами Марселя и Тулона (Франция), Ювяскиля (Финляндия), Гумбольдтовским университетом Берлина (Германия).

Блинова Ирина Владимировна
Попов Игорь Юрьевич

Типовой расчет. Теория информации

Учебно-методическое пособие

В авторской редакции

Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Подписано к печати

Заказ №

Тираж

Отпечатано на ризографе