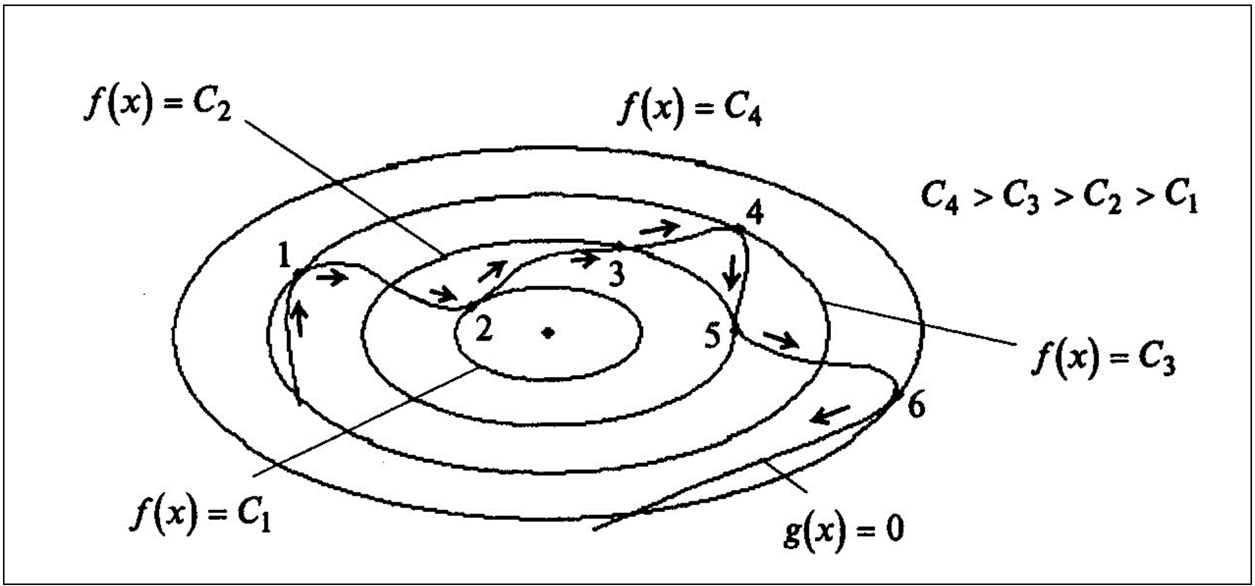
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

С.В. Рыков, И.В. Кудрявцева, С.А. Рыков,
В.А. Рыков

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ В ПРИМЕРАХ В ПАКЕТЕ MATHCAD 15

Часть IV
Методы оптимизации. Тесты с ответами

Учебное пособие



Санкт-Петербург

2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

С.В. Рыков, И.В. Кудрявцева, С.А. Рыков,
В.А. Рыков

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ В ПРИМЕРАХ В ПАКЕТЕ MATHCAD 15

Часть IV
Методы оптимизации. Тесты с ответами

Учебное пособие

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УНИВЕРСИТЕТЕ ИТМО
по направлению 16.04.03 Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения
в качестве учебного пособия для реализации основных профессиональных образовательных программ высшего образования магистратуры

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург

2018

Рыков С.В., Кудрявцева И.В., Рыков С.А., Рыков В.А. Методы оптимизации в примерах в пакете MathCAD 15. Часть 4. Методы оптимизации. Тесты с ответами. - СПб.: Университет ИТМО, 2018. – 85 с.

Рецензент: Пронин Владимир Александрович, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой инженерного проектирования и систем жизнеобеспечения Университета ИТМО.

Пособие содержит комплекты тестовых заданий по аналитическим методам многомерной оптимизации. Применение данного учебного пособия позволит эффективно и качественно определить уровень подготовки студента.

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Миссия университета – открывать возможности для гармоничного развития конкурентоспособной личности и вдохновлять на решение глобальных задач.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель настоящего пособия – оказать студентам конкретную помощь в развитии умения решать задачи по курсу «Методы оптимизации». Каждый из разделов пособия содержит комплекс тестовых заданий по определенному методу оптимизации.

Первая часть пособия посвящена аналитическому методу поиска экстремума многомерной функции. Общие вопросы.

Вторая часть пособия посвящена аналитическому методу поиска экстремума многомерной функции без ограничения.

Третья часть пособия посвящена аналитическому методу поиска условного экстремума многомерной функции с ограничениями в виде НЕ РАВЕНСТВ.

Четвёртая часть пособия посвящена аналитическому методу поиска условного экстремума многомерной функции с ограничениями в виде РАВЕНСТВ.

Пятая часть пособия посвящена аналитическому методу поиска условного экстремума многомерной функции со смешанными ограничениями.

Тестовые вопросы имеют закрытую и открытую форму выбора ответа.

Для каждого тестового задания дан эталон ответа.

Задания составлены с учетом терминологии и обозначений, предусмотренных программой вуза.

При пользовании пособием рекомендуется следующий порядок работы. Сначала следует повторить теоретическую часть, которая изложена в предыдущих частях учебного пособия «Методы оптимизации». Затем ознакомиться с пояснениями и решениями задач, содержащимися в предыдущих частях учебного пособия «Методы оптимизации». И только после этого перейти к выполнению тестовых заданий.

1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОИСКА ЭКСТРЕМУМА МНОГОМЕРНОЙ ФУНКЦИИ. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ

1. Функция вида $L(x,\lambda_0,\lambda)=\lambda_0 \cdot f(x)+\sum_{j=1}^{p}\lambda_j \cdot g_j(x)$ в задачах аналитической оптимизации называется ___________ .

Ответ: обобщенной функцией Лагранжа.

2. Функция вида $L(x,\lambda_0,\lambda)=\lambda_0 \cdot f(x)+\sum_{j=1}^{p}\lambda_j \cdot g_j(x)$ в задачах аналитической оптимизации называется:

1	Функция Лагранжа
2	Классическая функция Лагранжа
3	Обобщенная функция Лагранжа
4	Функция Ньютона
5	Классическая функция Ньютона
6	Обобщенная функция Ньютона
7	Не используется

Ответ: 3.

3. Функция вида $L(x,\lambda)= f(x)+\sum_{j=1}^{p}\lambda_j \cdot g_j(x)\sqrt{b^2-4ac}$ в задачах аналитической оптимизации называется _________ .

Ответ: классической функцией Лагранжа.

4. Функция вида $L(x,\lambda)= f(x)+\sum_{j=1}^{p}\lambda_j \cdot g_j(x)$ в задачах аналитической оптимизации называется:

1	Функция Лагранжа
2	Классическая функция Лагранжа
3	Обобщенная функция Лагранжа
4	Функция Ньютона
5	Классическая функция Ньютона
6	Обобщенная функция Ньютона
7	Не используется

Ответ: 2.

5. В функции вида $L(x,\lambda_0,\lambda)=\lambda_0\cdot f(x)+\sum_{j=1}^{p}\lambda_j\cdot g_j(x)$ в задачах аналитической оптимизации коэффициенты $\lambda_0,\lambda_1,......,\lambda_p$ называются _________ .

Ответ: множителями Лагранжа.

6. Градиентом обобщенной функции Лагранжа по x называется вектор, состоящий из ее _______ производных _______ порядка.

Ответ: частных; первого.

7. Градиент обобщенной функции Лагранжа двух переменных в развернутом виде имеет вид:

1. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1^2}\\ \dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2^2}\end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1}\\ \dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2}\end{pmatrix}$	3. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_1^2}\\ \dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_2^2}\end{pmatrix}$	4. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_2}\\ \dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_2} & \dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_1}\end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_1^2}\\ \dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_2^2}\end{pmatrix}$	6. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_1}\\ \dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_2}\end{pmatrix}$	7. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_1}\\ \dfrac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_2}\end{pmatrix}$	8. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L(x,\lambda_0)}{\partial x_1}\\ \dfrac{\partial L(x,\lambda_0)}{\partial x_2}\end{pmatrix}$

Ответ: 2.

8. Градиент классической функции Лагранжа двух переменных в развернутом виде имеет вид:

1. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1^2}\\ \dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2^2}\end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1}\\ \dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2}\end{pmatrix}$	3. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_1^2}\\ \dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_2^2}\end{pmatrix}$	4. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_2}\\ \dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_2} & \dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_1}\end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_1^2}\\ \dfrac{\partial L^2(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_2^2}\end{pmatrix}$	6. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_1}\\ \dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial \lambda_2}\end{pmatrix}$	7. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_1}\\ \dfrac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_2}\end{pmatrix}$	8. $\begin{pmatrix}\dfrac{\partial L(x,\lambda_0)}{\partial x_1}\\ \dfrac{\partial L(x,\lambda_0)}{\partial x_2}\end{pmatrix}$

Ответ: 7.

9. Второй дифференциал $d^2L(x,\lambda_0,\lambda)$ обобщенной функции Лагранжа двух переменных в развернутом виде имеет вид:

1. $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial^2 L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_i \partial x_j}dx_i dx_j$	2. $\begin{pmatrix} \frac{\partial\ L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1} & \frac{\partial\ L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial\ L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2} & \frac{\partial\ L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1} \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2^2} \end{pmatrix}$	4. $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial^2 g(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_i \partial x_j}dx_i dx_j$

Ответ: 1.

10. Второй дифференциал классической функции Лагранжа двух переменных в развернутом виде имеет вид:

1. $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial^2 g(x,\lambda)}{\partial x_i \partial x_j}dx_i dx_j$	2. $\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 L(x,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2^2} \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} \frac{\partial\ L(x,\lambda)}{\partial x_1} & \frac{\partial\ L(x,\lambda)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial\ L(x,\lambda)}{\partial x_2} & \frac{\partial\ L(x,\lambda)}{\partial x_1} \end{pmatrix}$	4. $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial^2 L(x,\lambda)}{\partial x_i \partial x_j}dx_i dx_j$

Ответ: 4.

11. Написать обобщенную функцию Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x)=x_1^2+x_2^2$ на множестве $X=\left\{x \middle| x_2^2-x_1+3=0\right\}$, заданном ограничением $g_1(x)=x_2^2-x_1+3=0$.

Ответ: $L(x,\lambda_0,\lambda)=\lambda_0\cdot\left(x_1^2+x_2^2\ \right)+\lambda_1\cdot\left(x_2^2-x_1+3\right)$**.**

12. Написать классическую функцию Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ на множестве $X = \left\{ x \middle| x_2^2 - x_1 + 3 = 0 \right\}$, заданном ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1 + 3 = 0$.

Ответ: $L(x, \lambda) = x_1^2 + x_2^2 + \lambda_1 \cdot \left(x_2^2 - x_1 + 3 \right)$**.**

13. Написать градиент $\nabla_x L(x, \lambda_0, \lambda)$ обобщенной функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ на множестве $X = \left\{ x \middle| x_2^2 - x_1 + 3 = 0 \right\}$, заданном ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1 + 3 = 0$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 2 \cdot \lambda_0 \cdot x_1 - \lambda_1 \\ 2 \cdot \lambda_0 \cdot x_2 + 2 \cdot \lambda_1 \cdot x_2 \end{pmatrix}$**.**

14. Написать градиент $\nabla_x L(x, \lambda)$ классической функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ на множестве $X = \left\{ x \middle| x_2^2 - x_1 + 3 = 0 \right\}$, заданном ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1 + 3 = 0$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 2 \cdot x_1 - \lambda_1 \\ 2 \cdot x_2 + 2 \cdot \lambda_1 \cdot x_2 \end{pmatrix}$**.**

15. Написать второй дифференциал $d^2 L(x, \lambda_0, \lambda)$ обобщенной функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ на множестве $X = \left\{ x \middle| x_2^2 - x_1 + 3 = 0 \right\}$, заданном ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1 + 3 = 0$.

Ответ: $2\lambda_0 dx_1^2 + \left(2\lambda_0 + 2\lambda_1 \right) dx_2^2$**.**

16. Написать второй дифференциал $d^2 L(x, \lambda)$ классической функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ на множестве $X = \left\{ x \middle| x_2^2 - x_1 + 3 = 0 \right\}$, заданном ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1 + 3 = 0$.

Ответ: $2dx_1^2 + \left(2 + 2\lambda_1 \right) dx_2^2$**.**

17. Написать первый дифференциал $dg_1(x)$ ограничения для задачи поиска условного экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ на множестве $X = \left\{ x \middle| x_2^2 - x_1 + 3 = 0 \right\}$, заданном ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1 + 3 = 0$.

Ответ: $-dx_1 + 2 \cdot x_2 dx_2$**.**

18. Написать ограничения в каноническом виде для задачи поиска условного экстремума функции $f(x)=x_1^2$ на множестве $X=\left\{x \middle| x_2+x_1=1,\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\right\}$.

Ответ: $g_1(x)=x_2+x_1-1=0$, $-x_1\le 0$, $-x_2\le 0$.

19. Написать обобщенную функцию Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x)=x_1^2$ на множестве $X=\left\{x \middle| x_2+x_1=1,\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\right\}$.

Ответ: $L(x,\lambda_0,\lambda)=\lambda_0\cdot x_1^2+\lambda_1\cdot\left(x_2+x_1-1\right)+\lambda_2\cdot\left(-x_1\right)+\lambda_3\cdot\left(-x_2\right)$.

20. Написать классическую функцию Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x)=x_1^2$ на множестве $X=\left\{x \middle| x_2+x_1=1,\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\right\}$.

Ответ: $L(x,\lambda_0,\lambda)=x_1^2+\lambda_1\cdot\left(x_2+x_1-1\right)+\lambda_2\cdot\left(-x_1\right)+\lambda_3\cdot\left(-x_2\right)$.

21. Написать градиент $\nabla_x L(x,\lambda_0,\lambda)$ обобщенной функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x)=x_1^2$ на множестве $X=\left\{x \middle| x_2+x_1=1,\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\right\}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 2\cdot\lambda_0\cdot x_1+\lambda_1-\lambda_2 \\ \lambda_1-\lambda_3 \end{pmatrix}$.

22. Написать градиент $\nabla_x L(x,\lambda)$ классической функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x)=x_1^2$ на множестве $X=\left\{x \middle| x_2+x_1=1,\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\right\}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 2\cdot x_1+\lambda_1-\lambda_2 \\ \lambda_1-\lambda_3 \end{pmatrix}$.

23. Написать второй дифференциал $d^2L(x,\lambda_0,\lambda)$ обобщенной функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x)=x_1^2$ на множестве $X=\left\{x \middle| x_2+x_1=1,\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\right\}$.

Ответ: $2\lambda_0 dx_1^2$.

24. Написать второй дифференциал $d^2L(x,\lambda)$ классической функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума функции $f(x)=x_1^2$ на множестве $X=\left\{x \middle| x_2+x_1=1,\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\right\}$.

Ответ: $2dx_1^2$.

25. Написать первый дифференциал ограничений для задачи поиска условного экстремума функции $f(x) = x_1^2$ на множестве $X = \left\{ x \middle| x_2 + x_1 = 1,\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \right\}$.

Ответ: $dg_1(x) = dx_1 + dx_2$**,** $-dx_1$**,** $dg_2(x) = -dx_1$**,** $dg_3(x) = -dx_2$**.**

26. Ограничение вида $g_j(x) \leq 0$ для задачи поиска условного экстремума называется активным в точке x^*, если

1. $g_j(x^*) < 0$	2. $g_j(x^*) > 0$	3. $g_j(x^*) = 0$	4. Нет такого определения

Ответ: 3.

27. Если ограничение вида $g_j(x) \leq 0$ для задачи поиска условного экстремума в точке имеет вид $g_j(x^*) \neq 0$ то оно называется _______ .

Ответ: пассивным.

28. Классифицировать ограничение $g_j(x) = x_1 + x_2 - 2 \leq 0$ для задачи поиска условного экстремума в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: активное.

Комментарий: $g_j(x^*) = 0$, т.е. неравенство превращается в равенство.

29. Классифицировать ограничение $g_j(x) \leq 0$ для задачи поиска условного экстремума в точке $x^* = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Ответ: пассивное.

Комментарий: $g_j(x^*) = -4$, т.е. не равно 0 и неравенство не превращается в равенство.

30. Градиенты ограничений $g_1(x), g_2(x), ..., g_m(x)$ являются линейно независимыми в точке x^*, если равенство $\lambda_1 \nabla g_1(x^*) + \lambda_2 \nabla g_2(x^*) + ... + \lambda_m \nabla g_m(x^*) = 0$ выполняется только если все $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m$

1. =0	2. >0	3. <0	4. ≥ 0	5. ≤ 0	6. $\neq 0$	7. Не определен

Ответ: 1.

31. Градиенты ограничений $g_1(x),\ g_2(x), ..., g_m(x)$ являются линейно зависимыми в точке x^*, если равенство $\lambda_1 \nabla g_1(x^*) + \lambda_2 \nabla g_2(x^*) + ... + \lambda_m \nabla g_m(x^*) = 0$ выполняется только если хотя бы некоторые $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m$

1. =0	2. >0	3. <0	4. ≥ 0	5. ≤ 0	6. $\neq 0$	7. Не определен

Ответ: 6.

32. Система векторов, содержащая нулевой вектор, всегда линейно _______ .
Ответ: зависима.

33. Если ранг матрицы $rangA = rang\left(\nabla g_1(x^*)\ \nabla g_2(x^*)\ .....\nabla g_m(x^*)\right) = m$, то система векторов, составленная из градиентов ограничений линейно ____.
Ответ: не зависима.

34. Если ранг матрицы $rangA = rang\left(\nabla g_1(x^*)\ \nabla g_2(x^*)\ .....\nabla g_m(x^*)\right) < m$, то система векторов, составленная из градиентов ограничений линейно ____.
Ответ: зависима.

35. Если ранг матрицы $rangA = rang\left(\nabla g_1(x^*)\ \nabla g_2(x^*)\ .....\nabla g_m(x^*)\right) > m$, то система векторов, составленная из градиентов ограничений:

1. Линейно зависима	2. Линейно не зависима	3. Не линейно зависима	4. Не имеет смысла

Ответ: 4.
36. Классифицировать ограничения $g_1(x) = -x_1 \leq 0$, $g_2(x) = -x_2 \leq 0$, $g_3(x) = -x_2 - (1 - x_1)^3 \leq 0$ для задачи поиска условного экстремума в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

1. $g_1(x^*)$	2. $g_2(x^*)$	3. $g_3(x^*)$	4. Не имеет смысла
1.1. Активно 1.2. Пассивно	2.1. Активно 2.2. Пассивно	3.1. Активно 3.2. Пассивно	

Ответ: 1. $g_1(x^*)$ – 1.2 пассивно, $g_2(x^*)$ – 2.1 активно, $g_3(x^*)$ – 3.1 активно.
Комментарий: $g_1(x^*) = -1$ т.е. не ноль, $g_2(x^*)$ =0, $g_3(x^*)$ =0.

37. Классифицировать ограничения $g_1(x) = -x_1 \le 0$, $g_2(x) = -x_2 \le 0$, $g_3(x) = -x_2 - (1 - x_1)^3 \le 0$ для задачи поиска условного экстремума в точке $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

1. $g_1(x^*)$	2. $g_2(x^*)$	3. $g_3(x^*)$	4. Не имеет смысла
1.1. Активно 1.2. Пассивно	2.1. Активно 2.2. Пассивно	3.1. Активно 3.2. Пассивно	

Ответ: 1. $g_1(x^*)$ –1.1 активно, $g_2(x^*)$ – 2.1 активно, $g_3(x^*)$ – 3.2 пассивно.

Комментарий: $g_1(x^*)$=0, $g_2(x^*)$=0, $g_3(x^*)$= – 1 т.е. не ноль.

38. Исследовать градиенты активных ограничений в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ для ограничений $g_1(x) = -x_1 \le 0$, $g_2(x) = -x_2 \le 0$, $g_3(x) = -x_2 - (1 - x_1)^3 \le 0$ для задачи поиска условного экстремума (определить какие ограничения активны и их зависимость др. от др.)

Ответ: 1. Ограничения $g_2(x^*)$ и $g_3(x^*)$ активны и линейно зависимы.

Комментарий: $g_1(x^*)$= – 1 т.е. не ноль, $g_2(x^*)$=0, $g_3(x^*)$=0, градиенты активных ограничений $\nabla g_2(x^*) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\nabla g_3(x^*) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,

$rang\left(\nabla g_2(x^*)\ \nabla g_3(x^*)\right) = rang\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = 1 < 2$, т.к. определитель матрицы

$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$, следовательно, $rang\left(\nabla g_2(x^*)\ \nabla g_3(x^*)\right)$<2<$m$, один из миноров $|1| = 1$>0

его размер 1х1, следовательно, $rang\left(\nabla g_2(x^*)\ \nabla g_3(x^*)\right) = 1$, кроме того

$\lambda_2\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda_3\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$, например, при $\lambda_1 = 1$ и $\lambda_3 = 1$.

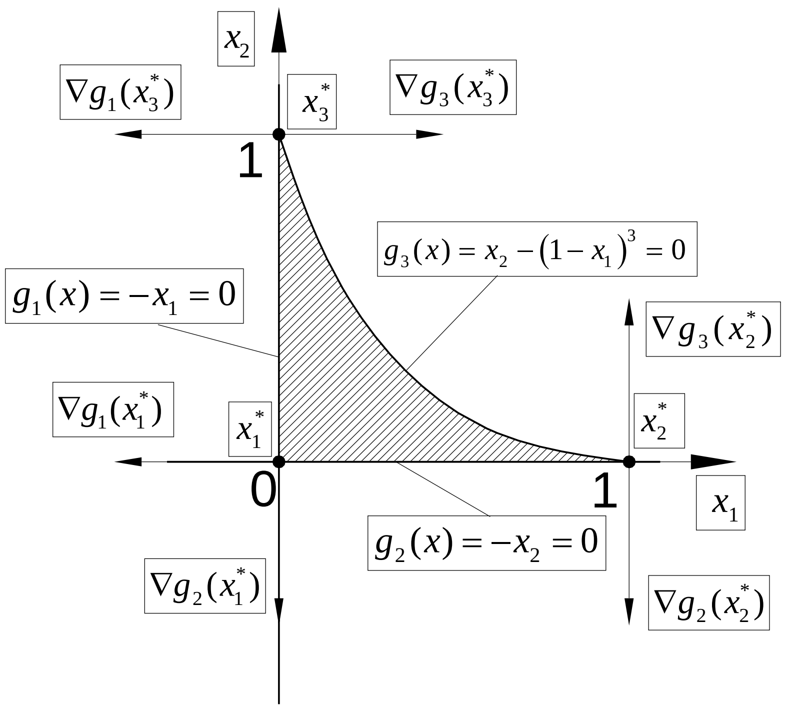
39. Исследовать градиенты активных ограничений в точке $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ для ограничений $g_1(x) = -x_1 \le 0$, $g_2(x) = -x_2 \le 0$, $g_3(x) = -x_2 - (1 - x_1)^3 \le 0$ для задачи поиска условного экстремума (определить какие ограничения активны и их зависимость др. от др.)

Ответ: 1. Ограничения $g_1(x^*)$ и $g_2(x^*)$ активны и линейно не зависимы.

Комментарий: $g_3(x^*) = -1$ т.е. не ноль, $g_1(x^*)=0$, $g_2(x^*)=0$, градиенты активных ограничений $\nabla g_1(x^*) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\nabla g_2(x^*) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$,

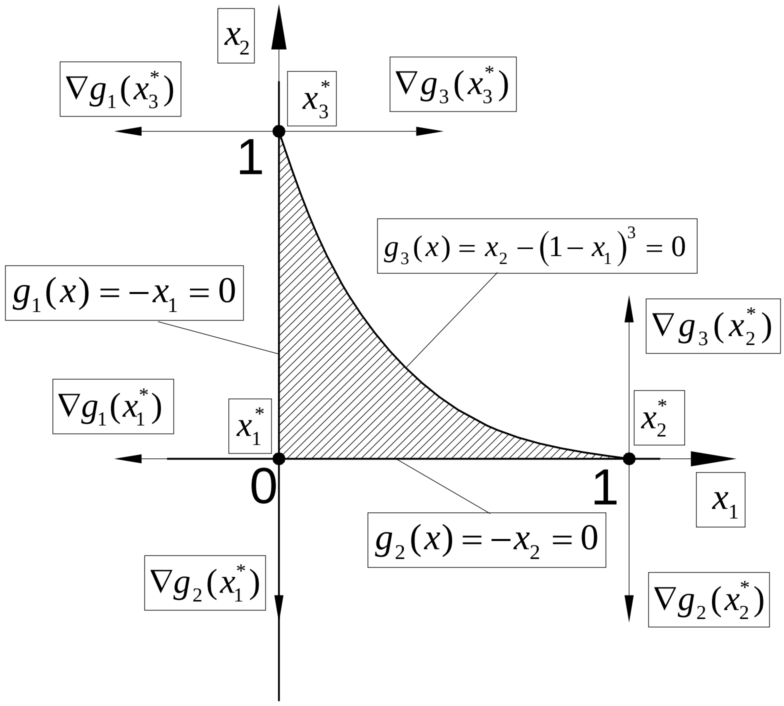
$rang\left(\nabla g_2(x^*)\ \nabla g_3(x^*)\right) = rang\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = 2 = m$, т.к. определитель матрицы не равен нулю.

40. Заданы ограничения $g_1(x) = -x_1 \le 0$, $g_2(x) = -x_2 \le 0$, $g_3(x) = -x_2 - (1-x_1)^3 \le 0$ (см. рисунок). В каких точках (x_1^*, x_2^*, x_3^*) ограничения линейно зависимы?



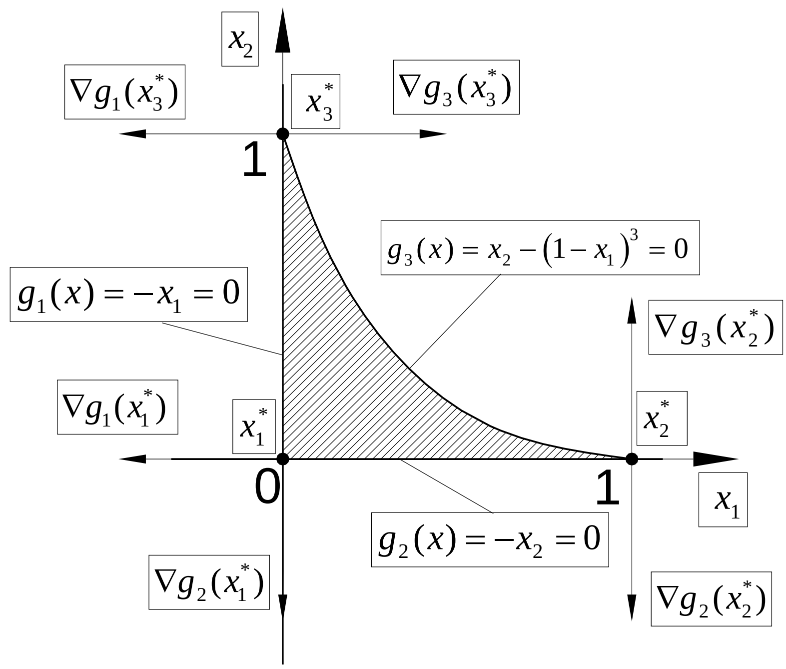
Ответ: x_2^*, x_3^*.

41. Заданы ограничения $g_1(x) = -x_1 \le 0$, $g_2(x) = -x_2 \le 0$, $g_3(x) = -x_2 - (1 - x_1)^3 \le 0$ (см. рисунок). В каких точках (x_1^*, x_2^*, x_3^*) ограничения линейно НЕ зависимы?

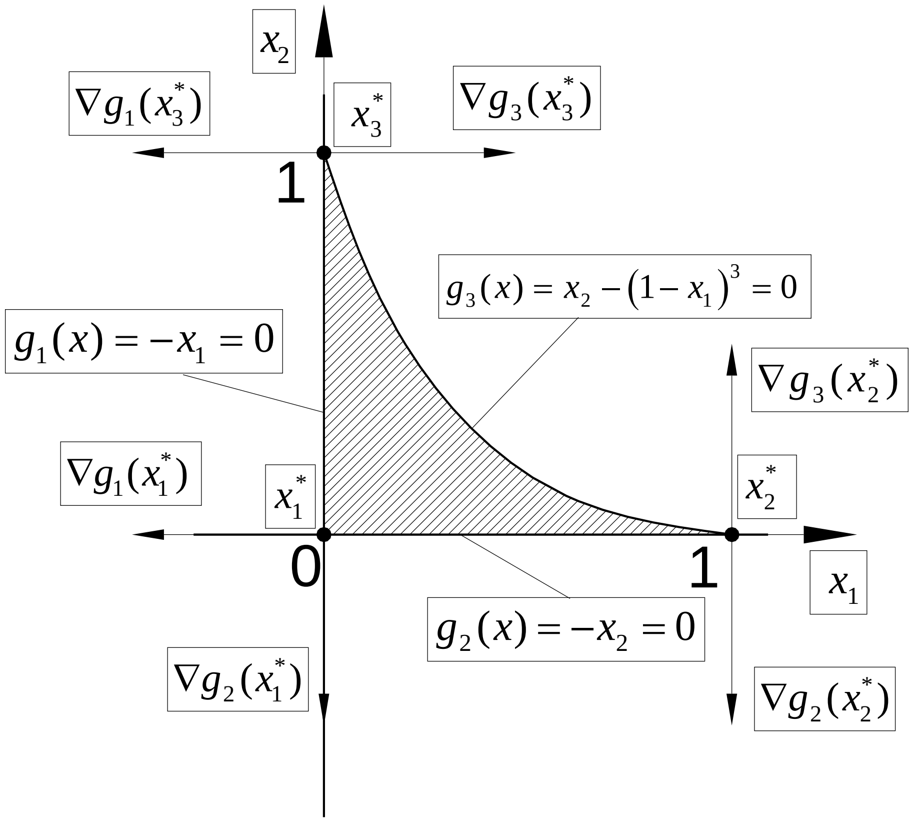


Ответ: x_1^*.

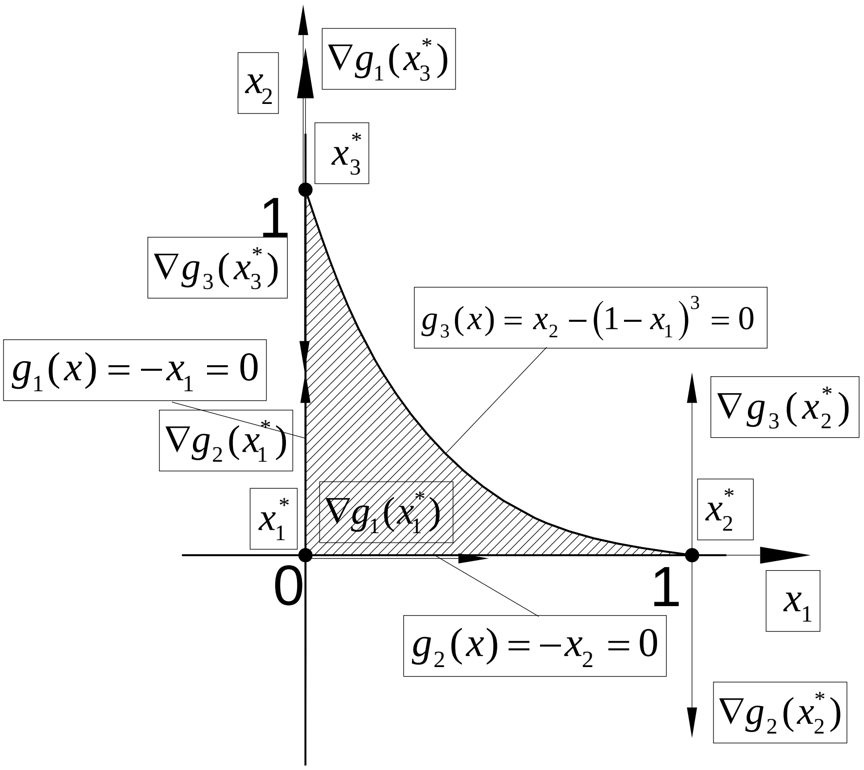
42. Ограничения $g_1(x) = -x_1 \le 0$, $g_2(x) = -x_2 \le 0$, $g_3(x) = -x_2 - (1 - x_1)^3 \le 0$ (см. рисунок). В каких точках (x_1^*, x_2^*, x_3^*) ограничения линейно НЕ зависимы?



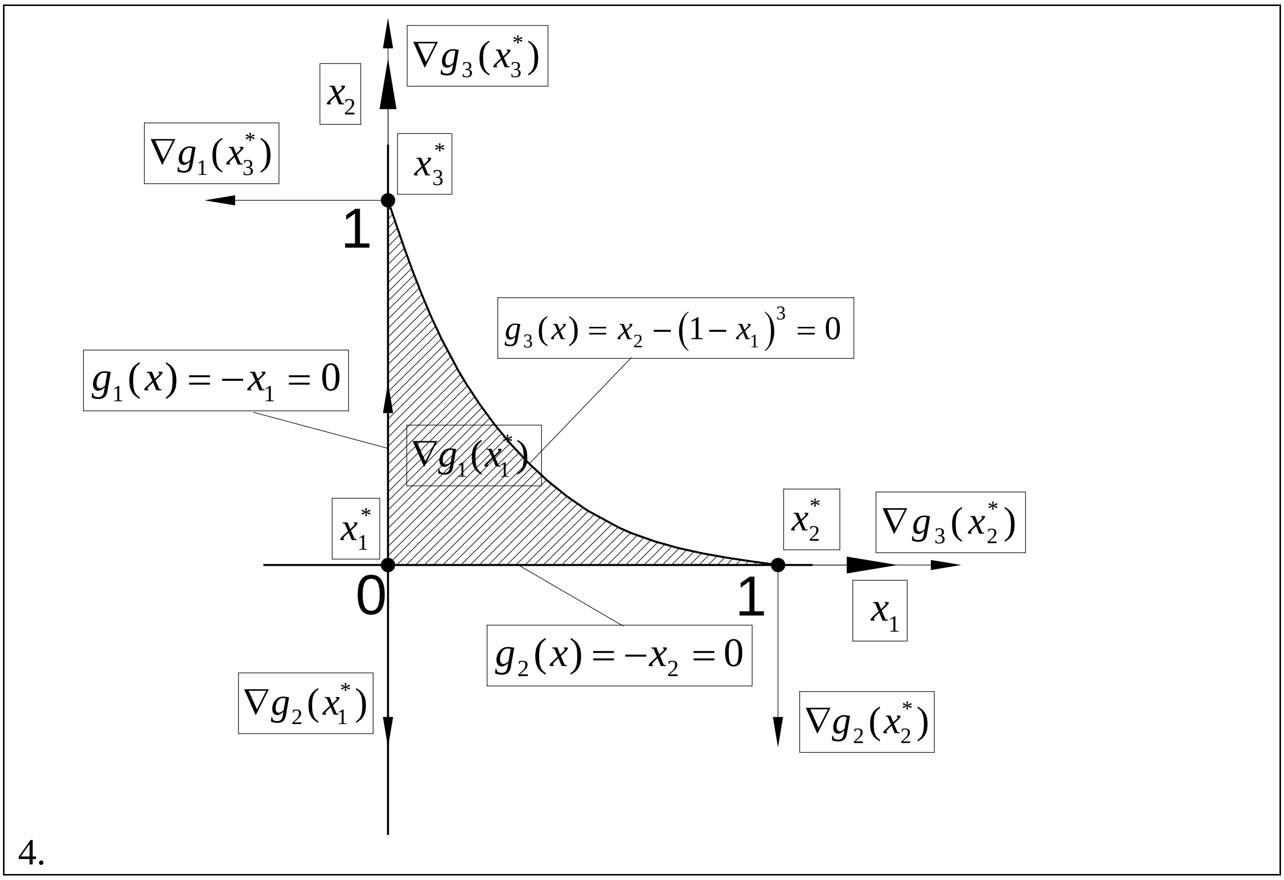
1.


x_2
$\nabla g_1(x_3^*)$
x_3^*
$\nabla g_3(x_3^*)$
1
$g_3(x) = x_2 - (1 - x_1)^3 = 0$
$g_1(x) = -x_1 = 0$
$\nabla g_3(x_2^*)$
$\nabla g_1(x_1^*)$
x_1^*
x_2^*
0
1
x_1
$g_2(x) = -x_2 = 0$
$\nabla g_2(x_1^*)$
$\nabla g_2(x_2^*)$

2.


$\nabla g_1(x_3^*)$
x_2
x_3^*
1
$\nabla g_3(x_3^*)$
$g_3(x) = x_2 - (1 - x_1)^3 = 0$
$g_1(x) = -x_1 = 0$
$\nabla g_3(x_2^*)$
$\nabla g_2(x_1^*)$
x_1^*
$\nabla g_1(x_1^*)$
x_2^*
0
1
x_1
$g_2(x) = -x_2 = 0$
$\nabla g_2(x_2^*)$

3.



Ответ: 2.

Комментарий: надо рассчитать градиенты в точках: $x_1^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\nabla g_1(x_1^*) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

$\nabla g_2(x_1^*) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$; $x_2^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\nabla g_2(x_2^*) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\nabla g_3(x_2^*) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $x_3^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\nabla g_1(x_3^*) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\nabla g_3(x_3^*) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОИСКА ЭКСТРЕМУМА МНОГОМЕРНОЙ ФУНКЦИИ БЕЗ ОГРАНИЧЕНИЯ

1. При аналитическом поиске минимума многомерной функции $f(x),\ x = x_1, x_2, x_3 ... x_i, .. x_n$ размерности *n*, если x^* является точной локального минимума и $f(x)$ дифференцируема в точке x^*, то градиент функции $f(x)$ в точке x^* – $\nabla f(x^*)$:

1. =0	2. >0	3. <0	4. Не определен

Ответ: 1.

2. Необходимое условие экстремума в точке x^* первого порядка для нахождения минимума многомерной функции аналитическим методом без ограничения имеет вид:

1. $\nabla f(x^*) > 0$	2. $\nabla f(x^*) = 0$	3. $\nabla f(x^*) < 0$	4. $\nabla f(x^*) \geq 0$

Ответ: 2.

3. Градиент функции $\nabla f(x)$ двух переменных в развернутом виде имеет вид:

1. $\begin{pmatrix} \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} \end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix} \frac{\partial f^2(x)}{\partial x_1^2} \\ \frac{\partial f^2(x)}{\partial x_2^2} \end{pmatrix}$	3. $\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} \end{pmatrix}$	4. $\begin{pmatrix} \frac{\partial\ f(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial\ f(x)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial\ f(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial\ f(x)}{\partial x_1} \end{pmatrix}$

Ответ: 1.

4. Градиент функции $\nabla f(x)$ *n* переменных это:

1. Вектор размером *n*х1	2. Матрица *n*х*n*	3. Строка размером 1х*n*	4. Не имеет смысла

Ответ: 1.

5. Точка x^* удовлетворяющая условию $\nabla f(x^*) = 0$ называется __________.

1. Не стационарной	2. Экстремум	3.Стационарной	4. Минимум

Ответ: 3.

6. Необходимое условие экстремума первого порядка в стационарной точке x^* при аналитическом поиске минимума многомерной функции $f(x)$ без ограничения определяется из условия:

1. $\nabla f(x^*) = 0$	2. $H(x^*) \geq 0$	3. $H(x^*) = 0$	4. $H(x^*) \geq 0\ (H(x^*) \leq 0)$

Ответ: 1.

7. Если точка x^* является стационарной точкой при аналитическом поиске минимума многомерной функции $f(x)$ без ограничения, то должны выполнятся условия:

1. Необходимые условия экстремума второго порядка стационарной	2. Необходимые условия экстремума первого порядка стационарной	3. Достаточные условия экстремума второго порядка стационарной	4. Необходимые условия экстремума первого и второго порядка стационарной одновременно

Ответ: 2.

8. Является точка $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ стационарной точкой для функции

$f(x) = 3 \cdot x_1^3 + x_2^2 - x_3^2 + x_1 \cdot x_3 - 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 2$?

1. Да	2. Нет	3. Требуются дополнительные исследования	4. Такого термина не существует

Ответ: 2.

Комментарий: $\nabla f(x^*) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_3} \end{pmatrix}_{x=x^*} = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$, т.к. градиент функции в точке не равен нулю.

9. Является точка $x^* = \begin{pmatrix} 0.75 \\ 4 \\ 0.675 \end{pmatrix}$ стационарной точкой для функции

$f(x) = 3 \cdot x_1^3 + x_2^2 - x_3^2 + x_1 \cdot x_3 - 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 2$?

1. Да	2. Нет	3. Требуются дополнительные исследования	4. Такого термина не существует

Ответ: 2.

Комментарий: $\nabla f(x^*) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_3} \end{pmatrix}_{x=x^*} = \begin{pmatrix} 2.737 \\ 2 \\ -0.6 \end{pmatrix}$, т.к. градиент функции в точке не равен нулю.

10. Является точка $x^* = \begin{pmatrix} 0.55 \\ 3 \\ 0.275 \end{pmatrix}$ стационарной точкой для функции

$f(x) = 3 \cdot x_1^3 + x_2^2 - x_3^2 + x_1 \cdot x_3 - 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 2$?

1. Да	2. Нет	3. Требуются дополнительные исследования	4. Такого термина не существует

Ответ: 1.

Комментарий: $\nabla f(x^*) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_3} \end{pmatrix}_{x=x^*} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, т.к. градиент функции в точке равен нулю.

11. Является точка $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ стационарной точкой для функции

$f(x) = 4 \cdot x_1^2 + 3 \cdot x_2^2 - 4x_1 \cdot x_2 + x_1$?

1. Да	2. Нет	3. Требуются дополнительные исследования	4. Такого термина не существует

Ответ: 2.

Комментарий: т.к. $\nabla f(x^*) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_2} \end{pmatrix}_{x=x^*} = \begin{pmatrix} 17 \\ -16 \end{pmatrix}$ градиент функции в точке не равен нулю.

12. Является точка $x^* = \begin{pmatrix} -0.38 \\ -0.725 \end{pmatrix}$ стационарной точкой для функции

$f(x) = 4 \cdot x_1^2 + 3 \cdot x_2^2 - 4x_1 \cdot x_2 + x_1$?

1. Да	2. Нет	3. Требуются дополнительные исследования	4. Такого термина не существует

Ответ: 2.

Комментарий: $\nabla f(x^*) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_2} \end{pmatrix}_{x=x^*} = \begin{pmatrix} 0.86 \\ -2.83 \end{pmatrix}$, т.к. градиент функции в точке не равен нулю.

13. Является точка $x^* = \begin{pmatrix} -0.1875 \\ -0.125 \end{pmatrix}$ стационарной точкой для функции

$f(x) = 4 \cdot x_1^2 + 3 \cdot x_2^2 - 4x_1 \cdot x_2 + x_1$?

1. Да	2. Нет	3. Требуются дополнительные исследования	4. Такого термина не существует

Ответ: 1.

Комментарий: $\nabla f(x^*) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_2} \end{pmatrix}_{x=x^*} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, т.к. градиент функции в точке равен нулю.

14. Определить стационарную точку для функции
$f(x) = 4 \cdot x_1^2 + 3 \cdot x_2^2 - 4x_1 \cdot x_2 + x_1$.

Ответ: $x^* = \begin{pmatrix} -0.1875 \\ -0.125 \end{pmatrix}$**.**

Комментарий: $\nabla f(x) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \cdot x_1^2 - 4 \cdot x_2 + 1 \\ 6 \cdot x_2 - 4 \cdot x_0 \end{pmatrix}$, решая систему уравнений

$\begin{cases} 8 \cdot x_1^2 - 4 \cdot x_2 + 1 = 0 \\ 6 \cdot x_2 - 4 \cdot x_0 = 0 \end{cases}$ находим стационарную точку.

15. Определить стационарную точку для функции
$f(x) = 3 \cdot x_1^3 + x_2^2 - x_3^2 + x_1 \cdot x_3 - 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 2$.

Ответ: $x^* = \begin{pmatrix} 0.55 \\ 3 \\ 0.275 \end{pmatrix}$.

Комментарий: $\nabla f(x) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \cdot x_1^2 + x_3 - 3 \\ 2 \cdot x_2 - 6 \\ x_1 - 2 \cdot x_3 \end{pmatrix}$, решая систему уравнений

$\begin{cases} 9 \cdot x_1^2 + x_3 - 3 = 0 \\ 2 \cdot x_2 - 6 = 0 \\ x_1 - 2 \cdot x_3 = 0 \end{cases}$, находим стационарную точку.

16. Необходимое условие экстремума второго порядка в стационарной точке x^* при аналитическом поиске минимума многомерной функции $f(x)$ без ограничения определяется из условия:

1. $\nabla f(x^*) = 0$	2. $H(x^*) \geq 0$	3. $H(x^*) = 0$	4. $H(x^*) \geq 0$ $(H(x^*) \leq 0)$

Ответ: 4.

17. Матрица Гессе используется в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения?

1. Да
2. Нет
3. В некоторых случаях
4. Вопрос не имеет смысла

Ответ: 1.

18. Матрица Гессе $H(x)$ двух переменных в развернутом виде имеет вид:

1. $\begin{pmatrix} \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_2} \end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix} \dfrac{\partial f^2(x)}{\partial x_1^2} \\ \dfrac{\partial f^2(x)}{\partial x_2^2} \end{pmatrix}$	3. $\begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} \end{pmatrix}$	4. $\begin{pmatrix} \dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_2} & \dfrac{\partial\ f(x)}{\partial x_1} \end{pmatrix}$

Ответ: 3.

19. Рассчитать матрицу Гессе $H(x)$ трех переменных для функции $f(x) = x_1^3 + x_2^2 + x_3^2 + x_2 \cdot x_3 - 3 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 2$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 6 \cdot x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Комментарий: $H(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_3^2} \end{pmatrix}$.

20. Рассчитать матрицу Гессе $H(x)$ трех переменных для функции $f(x) = 3 \cdot x_1^3 + x_2^2 - x_3^2 + x_1 \cdot x_3 - 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 2$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 18 \cdot x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

Комментарий: $H(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_3^2} \end{pmatrix}$.

21. Как называется матрица $H(x)$, используемая в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения?

1. Ньютона
2. Гессе
3. Марквардта
4. Вопрос не имеет смысла

Ответ: 2.

22. Если матрица $H(x^*) \geq 0$, то стационарная точка x^* функции $f(x^*)$ в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения может быть точкой ________.

1. Минимума	2. Максимума	3. Экстремума	4. Седловой

Ответ: 1.

23. Если матрица $H(x^*) \leq 0$, то стационарная точка x^* функции $f(x^*)$ в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения может быть точкой _______.

1. Минимума	2. Максимума	3. Экстремума	4. Седловой

Ответ: 2.

24. Если необходимые условия экстремума второго порядка выполняются в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения, то стационарная точка является точкой _________.

1. Минимума функции
2. Экстремума функции
3. Требуются дополнительные исследования экстремума
4. Максимума функции
5. Нет экстремума функции

Ответ: 3.

25. Если необходимые условия экстремума второго порядка в стационарной точке не выполняются в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения, то_______.

1. Найден минимум функции
2. Найден экстремум функции
3. Требуются дополнительные исследования экстремума
4. Найден максимум функции
5. Нет экстремума функции

Ответ: 5.

26. Если необходимые условия экстремума первого порядка в точке не выполняются в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения, то__________.

1. Найден минимум функции
2. Найден экстремум функции
3. Требуются дополнительные исследования экстремума
4. Найден максимум функции
5. Нет экстремума функции
6. Точка не стационарная

Ответ: 5, 6.

27. Если матрица $H(x^*) > 0$, то стационарная точка x^* функции $f(x^*)$ в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения _________.

1. Может быть точкой минимума
2. Является точкой минимума
3. Может быть точкой максимума
4. Является точкой максимума
5. Может быть точкой экстремума
6. Является точкой экстремума

Ответ: 2.

28.Если матрица $H(x^*) \leq 0$, то стационарная точка x^* функции $f(x^*)$ в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения, то ________.

1. Может быть точкой минимума
2. Является точкой минимума
3. Может быть точкой максимума
4. Является точкой максимума
5. Может быть точкой экстремума
6. Является точкой экстремума

Ответ: 4.

29. Если достаточные условия экстремума второго порядка выполняются в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения, то стационарная точка является точкой _______.

1. Минимума функции
2. Экстремума функции
3. Требуются дополнительные исследования экстремума
4. Максимума функции
5. Нет экстремума функции

Ответ: 2.

30. Если достаточные условия экстремума второго порядка в стационарной точке не выполняются в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения, то_______.

1. Найден минимум функции
2. Найден экстремум функции
3. Требуются дополнительные исследования экстремума
4. Найден максимум функции
5. Нет экстремума функции

Ответ: 3.

31. Рассчитать определители угловых миноров матрицы $\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ: 8, 0.

Комментарий: $\Delta_1 = |8| = 8,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$.

32. Рассчитать определители угловых миноров матрицы $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: – 6, – 12, – 18.

Комментарий: $\Delta_1 = |-6| = -6,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -12,\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -18$.

33. Угловыми матрицами матрицы Гессе $\det H(x^*) = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{vmatrix}$ являются:

1. $\Delta_1 = h_{13},\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} h_{12} & h_{13} \\ h_{22} & h_{23} \end{vmatrix},\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{vmatrix}$
2. $\Delta_1 = h_{11},\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{13} \\ h_{31} & h_{33} \end{vmatrix},\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{vmatrix}$
3. $\Delta_1 = h_{11},\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix},\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{vmatrix}$
4. $\Delta_1 = h_{33},\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} h_{22} & h_{23} \\ h_{32} & h_{33} \end{vmatrix},\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{vmatrix}$
5. Нет такого термина

Ответ: 3.

34. Рассчитать определители угловых миноров матрицы $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: 6, 12, 18.

Комментарий: $\Delta_1 = |6| = 6,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 12,\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 18$.

35. Определители m-го порядка ($m \le n$), получающиеся из определителя матрицы Гессе $H(x)$ (размером nxn) вычеркиванием каких-либо (n-m) строк и (n-m) столбцов с одними и теми же номерами, называются ____.

Ответ: главными минорами.

36. Рассчитать определители угловых миноров матрицы $\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ: 8, 0.

Комментарий: $\Delta_1 = |8| = 8,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$.

37. Выписать главные миноры первого порядка матрицы $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: $(6),\ (2),\ (2)$**.**

Комментарий: k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=2.

38. Выписать главные миноры второго порядка матрицы $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$**.**

Комментарий: k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=1.

39. Выписать главные миноры третьего порядка матрицы $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$**.**

Комментарий: k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=0.

40. Выписать главные миноры первого порядка матрицы $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: $(-6),\ (2),\ (2)$**.**

Комментарий: k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=2.

41. Выписать главные миноры второго порядка матрицы $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Комментарий: k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=1.

42. Выписать главные миноры третьего порядка матрицы $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Комментарий: k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=0.

43. Рассчитать определители главных миноров первого порядка матрицы $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: 6, 2, 2.

Комментарий: (6), (2), (2) – главные миноры 1-го порядка, k k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=2.

44. Вычислить определители главных миноров второго порядка матрицы $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: 3, 12, 12.

Комментарий: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ – главные миноры 2-го порядка, k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=1.

45. Выписать главные миноры третьего порядка матрицы $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: 18.

Комментарий: $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ – главный минор 3-го порядка, k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=0.

46. Рассчитать определители главных миноров первого порядка $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: – 6, 2, 2.

Комментарий: (-6), (2), (2) – главные миноры 1-го порядка, k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=2.

47. Рассчитать определители главных миноров второго порядка матрицы $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: 3, – 12, – 12.

Комментарий: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ – главные миноры 2-го порядка, k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=1.

48. Рассчитать определители главных миноров третьего порядка матрицы $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: – 18.

Комментарий: $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ – главный минор 3-го порядка, k=n–m, k – количество строк и столбцов, которые надо вычесть, n – размер матрицы, m – порядок минора, т.е. k=0.

49. Градиент функции используется в методе аналитической оптимизации многомерной функции без ограничения?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Вопрос не имеет смысла

Ответ: 1.

50. Какой критерий используется для проверки достаточных условий экстремума при аналитическом поиске у многомерных функций?

1. Ньютона
2. Сильвестра
3. Гессе
4. Лагранжа
5. Вопрос не имеет смысла

Ответ: 2.

51. По критерию проверки достаточных условий экстремума при аналитическом поиске у многомерных функций, какой оператор матрицы Гессе используется?

1. Ранг матрицы
2. След матрицы
3. Угловые миноры
4. Главные миноры
5. Вопрос не имеет смысла

Ответ: 3.

52. Для того, чтобы матрица Гессе $H(x^*)$ была положительно определена необходимо и достаточно, чтобы определители угловых миноров имели знаки:

1. Строго положительны
2. Не отрицательны
3. Чередующиеся начиная с отрицательного
4. Чередующиеся начиная с положительного
5. Строго отрицательны
6. Не положительны
7. Не имеет значения

Ответ: 1.

53. Для того, чтобы точка x^* являлась точкой локального минимума необходимо и достаточно, чтобы определители угловых миноров имели знаки:

1. Строго положительны	5. Строго отрицательны
2. Не отрицательны	6. Не положительны
3. Чередующиеся начиная с отрицательного	7. Не имеет значения
4. Чередующиеся начиная с положительного	

Ответ: 1.

54. Для того, чтобы матрица Гессе $H(x^*)$ была отрицательно определенной необходимо и достаточно, чтобы определители угловых миноров имели знаки:

1. Строго положительны	5. Строго отрицательны
2. Не отрицательны	6. Не положительны
3. Чередующиеся начиная с отрицательного	7. Не имеет значения
4. Чередующиеся начиная с положительного	

Ответ: 3.

55. Для того, чтобы точка x^* являлась точкой локального максимума необходимо и достаточно, чтобы определители угловых миноров имели знаки:

1. Строго положительны	5. Строго отрицательны
2. Не отрицательны	6. Не положительны
3. Чередующиеся начиная с отрицательного	7. Не имеет значения
4. Чередующиеся начиная с положительного	

Ответ: 3.

56. Если в точке x^* определители угловых миноров матрицы Гессе $H(x^*)$ имеют значения 2, 20, 4, то функция $f(x^*)$ имеет в точке x^*:

1. Локальный максимум
2. Седловую точку
3. Локальный минимум
4. Не имеет экстремума
5. Имеет экстремум

Ответ: 3.

57. Если в точке x^* определители угловых миноров матрицы Гессе $H(x^*)$ имеют значения – 2, – 20, – 4, то функция $f(x^*)$ имеет в точке x^*:

1. Локальный максимум
2. Седловую точку
3. Локальный минимум
4. Не имеет экстремума
5. Имеет экстремум

Ответ: 4.

58. Если в точке x^* определители угловых миноров матрицы Гессе $H(x^*)$ имеют значения 2, – 20, 4, то функция $f(x^*)$ имеет в точке x^*:

1. Локальный максимум
2. Седловую точку
3. Локальный минимум
4. Не имеет экстремума
5. Имеет экстремум

Ответ: 4.

59. Если в точке x^* определители угловых миноров матрицы Гессе $H(x^*)$ имеют значения – 2, 20, – 4, то функция $f(x^*)$ имеет в точке x^*:

1. Локальный максимум
2. Седловую точку
3. Локальный минимум
4. Не имеет экстремума
5. Имеет экстремум

Ответ: 1.

60. По критерию проверки необходимых условий экстремума при аналитическом поиске у многомерных функций, какой оператор матрицы Гессе используется?

1. Ранг матрицы
2. След матрицы
3. Угловые миноры
4. Главные миноры
5. Вопрос не имеет смысла

Ответ: 4.

61. Для того, чтобы матрица Гессе $H(x^*)$ была положительно полуопределена необходимо и достаточно, чтобы определители главных миноров имели знаки:

1. Строго положительны	5. Строго отрицательны
2. Не отрицательны	6. Не положительны
3. Чередующиеся начиная с отрицательного	7. Не имеет значения
4. Чередующиеся начиная с положительного	

Ответ: 2.

62. Для того, чтобы точка x^* могла быть точкой локального минимума необходимо, чтобы определители главных миноров имели знаки:

1. Все строго положительны	5. Для миноров нечетного порядка не отрицательны. Для миноров четного порядка не положительны
2. Все неотрицательны	6. Строго отрицательны
3. Для миноров четного порядка не отрицательны. Для миноров нечетного порядка не положительны	7. Не положительны
4. Знаки для миноров четного порядка должны чередоваться начиная с положительного. Знаки для миноров нечетного порядка должны чередоваться начиная с отрицательного	8. Знак для миноров не имеет значения

Ответ: 2.

63. Для того, чтобы матрица Гессе $H(x^*)$ была отрицательно полуопределена необходимо, чтобы определители главных миноров имели знаки:

1. Все строго положительны	5. Для миноров нечетного порядка не отрицательны. Для миноров четного порядка не положительны
2. Все неотрицательны	6. Строго отрицательны
3. Для миноров четного порядка не отрицательны. Для миноров нечетного порядка не положительны	7. Не положительны
4. Знаки для миноров четного порядка должны чередоваться начиная с положительного. Знаки для миноров нечетного порядка должны чередоваться начиная с отрицательного	8. Знак для миноров не имеет значения

Ответ: 3.

64. Для того, чтобы точка x^* может быть являлась точкой локального максимума необходимо , чтобы определители главных миноров имели знаки:

1. Все строго положительны	5. Для миноров нечетного порядка не отрицательны. Для миноров четного порядка не положительны
2. Все неотрицательны	6. Строго отрицательны
3. Для миноров четного порядка не отрицательны. Для миноров нечетного порядка не положительны	7. Не положительны
4. Знаки для миноров четного порядка должны чередоваться начиная с положительного. Знаки для миноров нечетного порядка должны чередоваться начиная с отрицательного	8. Знак для миноров не имеет значения

Ответ: 4.

65. Если в точке x^* определители главных миноров матрицы Гессе $H(x^*)$ имеют значения 1-го порядка – 2, 20, 4; 2-го порядка – 4, 35, – 36; 3-го порядка 70, то функция $f(x^*)$ может иметь в точке x^*:

1. Локальный максимум
2. Седловую точку
3. Локальный минимум
4. Не имеет экстремума
5. Имеет экстремум

Ответ: 4.

66. Если в точке x^* определители главных миноров матрицы Гессе $H(x^*)$ имеют значения 1-го порядка 2, 0, 4; 2-го порядка 4, 35, 0; 3-го порядка 70, то функция $f(x^*)$ может иметь в точке x^*:

1. Локальный максимум
2. Седловую точку
3. Локальный минимум
4. Не имеет экстремума
5. Имеет экстремум

Ответ: 3.

67. Если в точке x^* определители главных миноров матрицы Гессе $H(x^*)$ имеют значения 1-го порядка 2, 1, 4; 2-го порядка 4, 35, 8; 3-го порядка 70, то функция $f(x^*)$ может иметь в точке x^*:

1. Локальный максимум
2. Седловую точку
3. Локальный минимум
4. Не имеет экстремума
5. Имеет экстремум

Ответ: 3.

68. Если в точке x^* определители главных миноров матрицы Гессе $H(x^*)$ имеют значения 1-го порядка – 2, – 1, 0; 2-го порядка 4, 35, 8; 3-го порядка – 70, то функция $f(x^*)$ может иметь в точке x^*:

1. Локальный максимум
2. Седловую точку
3. Локальный минимум
4. Не имеет экстремума
5. Имеет экстремум

Ответ: 1.

69. Если в точке x^* определители главных миноров матрицы Гессе $H(x^*)$ имеют значения 1-го порядка 2, 1, 0; 2-го порядка – 4, – 35, – 8; 3-го порядка 70, то функция $f(x^*)$ может иметь в точке x^*:

1. Локальный максимум
2. Седловую точку
3. Локальный минимум
4. Не имеет экстремума
5. Имеет экстремум

Ответ: 4.

70. Для определения локального максимума в точке x^* функции $f(x^*)$ могут использоваться матричные операторы (выбрать один или несколько).

1. Собственные значения
2. Ранг матрицы
3. Главные миноры
4. Алгебраические дополнения
5. След матрицы
6. Угловые миноры
7. Таких операторов нет

Ответ: 1, 3, 6.

71. Какое матричное выражение используется для нахождения собственных значений в стационарной точке?

1. $\lambda \cdot H(x^*) + E$
2. $H(x^*) - \lambda \cdot E$
3. $\lambda \cdot H(x^*) - E$
4. $H(x^*) \cdot E - \lambda$
5. $H(x^*) + \lambda \cdot E$
6. $H(x^*) \cdot E + \lambda$
7. Такого выражения нет

Ответ: 2.

72. Какой вид имеет характеристическое уравнение для нахождения собственных значений в стационарной точке?

1. $\left|\lambda \cdot H(x^*) + E\right|$
2. $H(x^*) \cdot E + \lambda$
3. $\lambda \cdot H(x^*) - E$
4. $H(x^*) - \lambda \cdot E$
5. $\left|H(x^*) + \lambda \cdot E\right|$
6. $\left|H(x^*) - \lambda \cdot E\right|$
7. Такого выражения нет

Ответ: 6.

73. Какая матричная операция применяется к матричному выражению для получения характеристического уравнения для нахождения собственных значений в стационарной точке?

1. Транспонирование матрицы
2. Вычисление обратной матрицы
3. Вычисление определителя
4. Такого выражения нет

Ответ: 3.

74. Какой размер имеет матрица E в матричном выражении для нахождения собственных значений в стационарной точке, если размер матрицы $H(x^*)$ равен nxn?

1. $(n-1)$x$(n-1)$
2. 1xn
3. nx1
4. nxn
5. Такого выражения нет

Ответ: 4.

75. Матрица E в матричном выражении для нахождения собственных значений в стационарной точке называется ______.

Ответ: единичная.

76. Если собственные значения матрицы Гессе $H(x^*)$ строго положительны, то в стационарной точке x^* находится:

1. Может находиться локальный максимум
2. Локальный максимум
3. Может находиться локальный минимум
4. Локальный минимум
5. Нет экстремума
6. Вопрос не корректен

Ответ: 4.

77. Если собственные значения матрицы Гессе $H(x^*)$ строго отрицательны, то в стационарной точке x^* находится:

1. Может находиться локальный максимум
2. Локальный максимум
3. Может находиться локальный минимум
4. Локальный минимум
5. Нет экстремума
6. Вопрос не корректен

Ответ: 2.

78. Если собственные значения матрицы Гессе $H(x^*)$ строго отрицательные, то в стационарной точке x^* находится:

1. Может находиться локальный максимум
2. Локальный максимум
3. Может находиться локальный минимум
4. Локальный минимум
5. Нет экстремума
6. Вопрос не корректен

Ответ: 2.

79. Если собственные значения матрицы Гессе $H(x^*)$ неотрицательные, то в стационарной точке x^* находится:

1. Может находиться локальный максимум
2. Локальный максимум
3. Может находиться локальный минимум
4. Локальный минимум
5. Нет экстремума
6. Вопрос не корректен

Ответ: 3.

80. Если собственные значения матрицы Гессе $H(x^*)$ неположительные, то в стационарной точке x^* находится:

1. Может находиться локальный максимум
2. Локальный максимум
3. Может находиться локальный минимум
4. Локальный минимум
5. Нет экстремума
6. Вопрос не корректен

Ответ: 3.

81. Получить алгебраическое уравнение для расчета собственных значений матрицы Гессе для выражения $f(x) = x_1^3 + x_2^2 + x_3^2 + x_2 \cdot x_3 - 3 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 2$ в стационарной точке $x^* = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: $70 + 5 \cdot \lambda - 18 \cdot \lambda^2 - \lambda$**.**

Комментарий: ищутся корни алгебраического уравнения $\left| H(x^*) - \lambda \cdot E \right| = 0$,

где $H(x^*) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} & \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} & \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_3 \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_3 \partial x_2} & \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_3^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \cdot x_1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}_{x=x^*} = \begin{pmatrix} -18 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$,

$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, уравнение получается при расчете определителя матрицы $\left| H(x^*) - \lambda \cdot E \right| = 70 + 5 \cdot \lambda - 18 \cdot \lambda^2 - \lambda^3$.

82. Решить алгебраическое уравнение $70 + 5 \cdot \lambda - 18 \cdot \lambda^2 - \lambda^3 = 0$:

1) рассчитать собственных значений матрицы Гессе;
2) классифицировать стационарную точку.

Ответ: $\lambda = \begin{pmatrix} -18.06 & -1.94 & 2 \end{pmatrix}$**, экстремума в точке нет, т.к. собственные значения знакопеременны**.

83. Получить алгебраическое уравнение для расчета собственных значений матрицы Гессе для выражения $f(x) = 4 \cdot x_1^2 + 3 \cdot x_2^2 - 4 \cdot x_1 \cdot x_2 + x_1$ в стационарной точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Ответ: $8 \cdot \lambda + \lambda^2$**.**

Комментарий: ищутся корни алгебраического уравнения $\left| H(x^*) - \lambda \cdot E \right| = 0$,

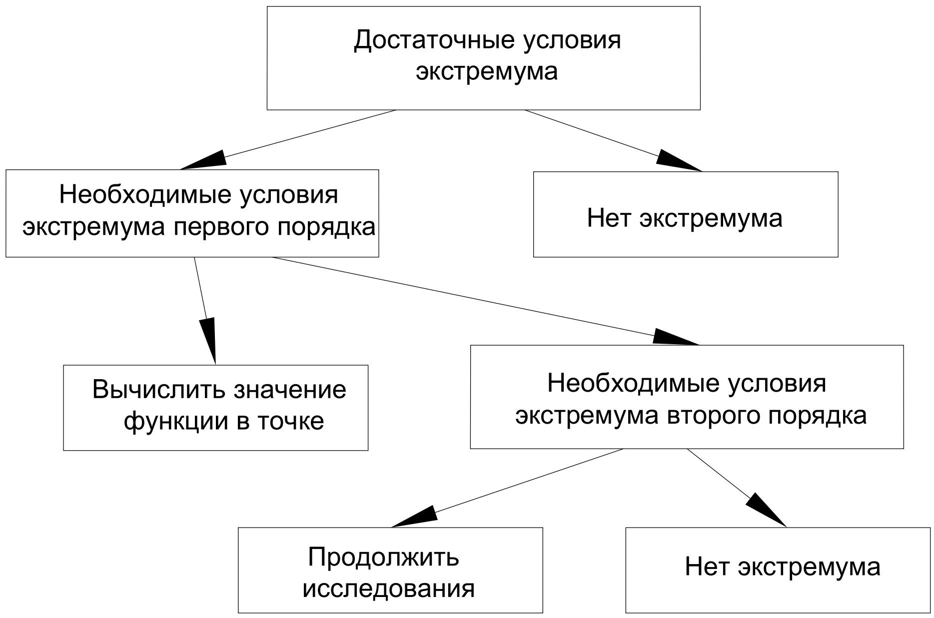
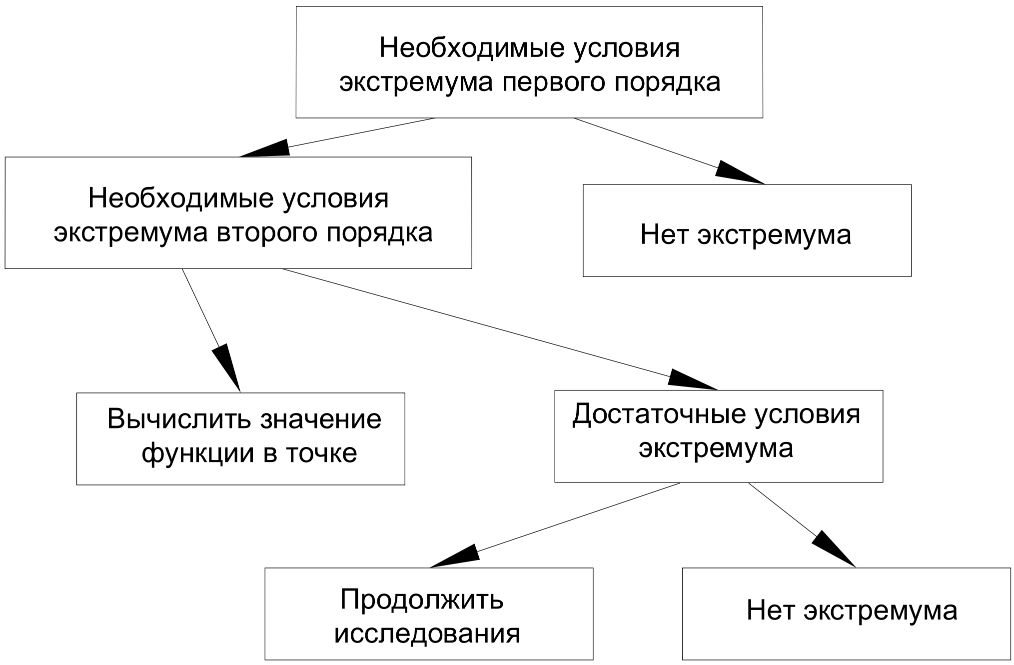
где $H(x^*) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{x=x^*} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, уравнение получается при расчете определителя матрицы $\left| H(x^*) - \lambda \cdot E \right| = 8 \cdot \lambda + \lambda^2$.

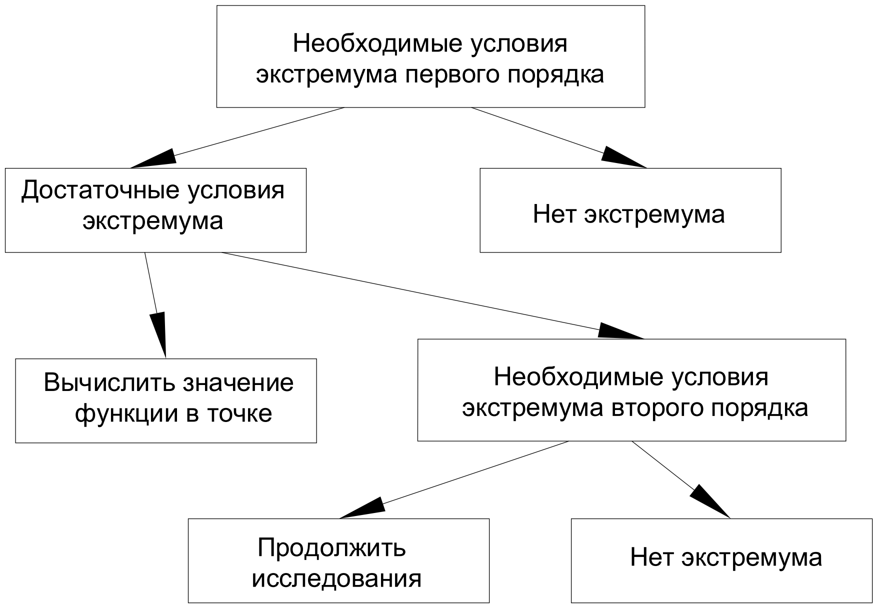
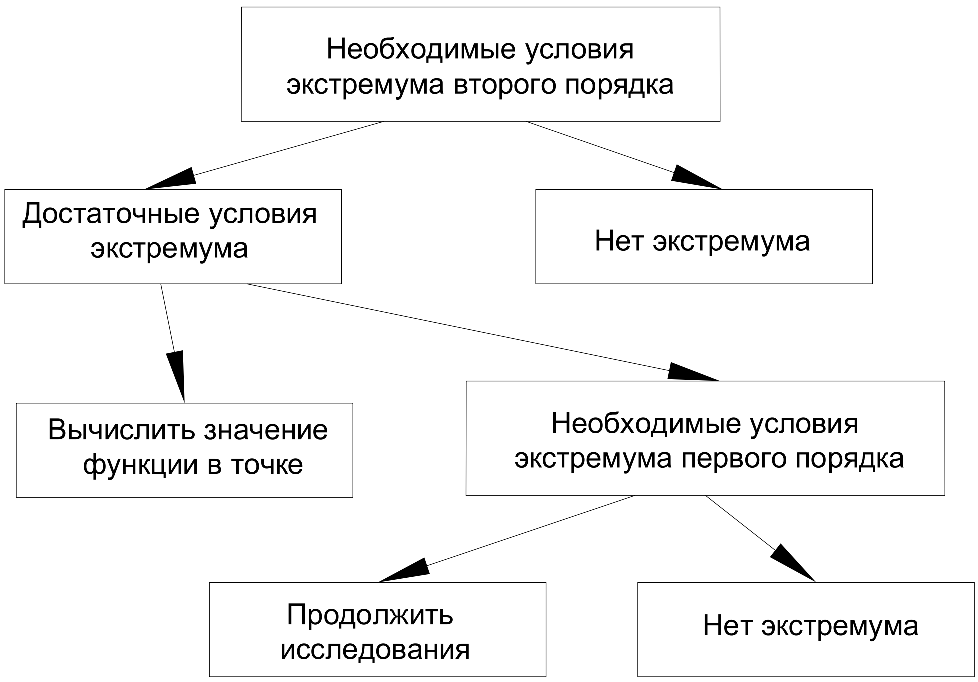
84. Решить алгебраическое уравнение $8 \cdot \lambda + \lambda^2 = 0$:

1) рассчитать собственных значений матрицы Гессе;
2) классифицировать стационарную точку.

Ответ: $\lambda = \begin{pmatrix} 0 & 8 \end{pmatrix}$**, в стационарной точке может быть локальный минимум, т.к. собственные значения не отрицательны.**

85. Алгоритм нахождения экстремума функции нескольких переменных без ограничения аналитическим способом приведен на рисунке:

1.	
2.	

<table>
<tr><td>3.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Такого алгоритма нет</td></tr>
</table>

Ответ: 3.

3. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОИСКА УСЛОВНОГО ЭКСТРЕМУМА МНОГОМЕРНОЙ ФУНКЦИИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ В ВИДЕ НЕ РАВЕНСТВ

1. Для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств, если точка x^* есть точка локального экстремума, то найдутся такие числа $\lambda_1^*, \lambda_2^*, ..., \lambda_m^*$:

1. Равные нулю одновременно	3. Не отрицательные	5. Не положительные
2. Не равные нулю одновременно	4. Нет такого определения	

Ответ: 2.

2. Для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств если точка x^* есть точка локального экстремума, то λ_0^* должна быть:

1. 0	2. Не равна нулю	3. Не отрицательна	4. Нет такого определения	5. Не положительна

Ответ: 3.

3. Необходимые условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств состоят из условий _________ (перечислить).

Ответ: 1. Условие стационарности обобщенной функции Лагранжа.
2. Условие допустимости решения.
3. Условие неотрицательности (неположительности) для условного минимума (максимума).
4. Условие дополняющей нежесткости.

4. Условие стационарности обобщенной функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,...,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,...,m$	6. $g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,...,m$
7. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m$	8. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m - 1$	9. Нет выражения

Ответ: 2.

5. Условие допустимости решения для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4 $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,...,m$	5. $g_j(x^*) \le 0, \quad j = 1,...,m$	6. $g_j(x^*) \ge 0,$ $j = 1,...,m$
7. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m$	8. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m-1$	9. Нет выражения
10. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,...,m$	11. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,...,m$	12. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,...,m$

Ответ: 5.

6. Условие неотрицательности для условия минимума для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,...,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,...,m$	6. $g_j(x^*) > 0, \quad j = 1,...,m$
7. $\lambda_j^* > 0$	8. $\lambda_j^* \ge 0$	9. $\lambda_j^* < 0$
10. $\lambda_j^* \le 0$	11. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m-1$	12. Нет выражения
13. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,...,m$	14. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,...,m$	15. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,...,m$

Ответ: 8.

7. Условие неположительности для условия минимума для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0,$ $j = 1,\ldots,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\ldots,m$	6. $g_j(x^*) > 0, \quad j = 1,\ldots,m$
7. $\lambda_j^* > 0$	8. $\lambda_j^* \geq 0$	9. $\lambda_j^* < 0$
10. $\lambda_j^* \leq 0$	11. $rang(\nabla g_1(x^*)\ldots\nabla g_m(x_3^*)) = m - 1$	12. Нет выражения
13. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0,$ $j = 1,\ldots,m$	14. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\ldots,m$	15. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0, \quad j = 1,\ldots,m$

Ответ: 10.

8. Условие дополнительной нежесткости для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,\ldots,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\ldots,m$	6. $g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,\ldots,m$
7. $\lambda_j^* > 0$	8. $\lambda_j^* \geq 0$	9. $\lambda_j^* < 0$
10. $\lambda_j^* \leq 0$	11. $rang(\nabla g_1(x^*)\ldots\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m - 1$	12. Нет выражения
13. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,\ldots,m$	14. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\ldots,m$	15. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,\ldots,m$

Ответ: 13.

9. Необходимые условия экстремума первого порядка для поиска точки локального минимума в задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств описываются следующими выражениями (выбрать из таблицы):

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,...,m$	5. $g_j(x^*) \le 0, \quad j = 1,...,m$	6. $g_j(x^*) \ge 0, \quad j = 1,...,m$
7. $\lambda_j^* > 0$	8. $\lambda_j^* \ge 0$	9. $\lambda_j^* \le 0$
10. $\lambda_j^* \le 0$	11. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m-1$	12. Нет выражения
13. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0,$ $j = 1,...,m$	14. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,...,m$	15. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0, \quad j = 1,...,m$

Ответ: 2, 5, 8, 13.

10. Необходимые условия экстремума первого порядка для поиска точки локального максимума для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств описываются следующими выражениями (выбрать из таблицы):

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0,$ $j = 1,...,m$	5. $g_j(x^*) \le 0, \quad j = 1,...,m$	6. $g_j(x^*) \ge 0, \quad j = 1,...,m$
7. $\lambda_j^* > 0$	8. $\lambda_j^* \ge 0$	9. $\lambda_j^* \le 0$
10. $\lambda_j^* \le 0$	11. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) = m-1$	12. Нет выражения
13. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0,$ $j = 1,...,m$	14. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,...,m$	15. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0, \quad j = 1,...,m$

Ответ: 2, 5, 9, 13.

11. Необходимые условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств формируются _______ для максимума и минимума.

Ответ: отдельно.

12. Необходимые условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств для $\lambda_0^* \neq 0$ были доказаны (один или несколько).

1. Марквард	2. Рафсон	3. Гомори
4. Кун	5. Ньютон	6. Данциг
7. Лагранж	8. Таккер	9. Зойтендейк
10. Пауэлл	11. Гаусс	12. Нет авторов

Ответ: 4, 8.

13. Если ограничения записаны в форме $g_j(x^*) \geq 0, \quad j = 1,\dots,m$ для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств, то их надо переписать в виде ______(привести правильный вид ограничения).

Ответ: $-g_j(x^*) \leq 0, \quad j = 1,\dots,m$.

14. Если ограничения записаны в форме $x_2^2 - x_1 \geq 0$ для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств, то их надо переписать в виде __________ (привести правильный вид ограничения).

Ответ: $-\left(x_2^2 - x_1\right) \leq 0$.

15. Точки x^*, удовлетворяющие необходимым условиям экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств при $\lambda_0^* \neq 0$ называются ______.

Ответ: регулярными.

16. Точки x^*, удовлетворяющие необходимым условиям экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств при $\lambda_0^* = 0$ называются _______.

Ответ: нерегулярными.

17. В регулярной точке минимума x^* для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств антиградиент целевой является ______ комбинацией градиентов функций, образующих ________ограничения в точке x^*.

Ответ: неотрицательной; активные.

18. В регулярной точке максимума x^* для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств антиградиент целевой является _______комбинацией градиентов функций, образующих ________ ограничения в точке x^*.

Ответ: неположительной; активные.

19. Если ограничение в точке x^* пассивное для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств, то λ_j^*:

1. =0	2. >0	3. <0	4. ≥ 0	5. ≤ 0	6. Нет выражения

Ответ: 1.

20. Если ограничение в точке x^* активное для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств, то λ_j^* для максимума:

1. =0	2. >0	3. <0	4. ≥ 0	5. ≤ 0	6. Нет выражения

Ответ: 5.

21. Если ограничение в точке x^* активное для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств, то λ_j^* для минимума:

1. =0	2. >0	3. <0	4. ≥ 0	5. ≤ 0	6. Нет выражения

Ответ: 4.

22. Для задачи поиска условного минимума с ограничениями в виде неравенств используются достаточные условия минимума первого порядка?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Нет такого термина

Ответ: 1.

23. Для задачи поиска условного максимума с ограничениями в виде неравенств используются достаточные условия минимума первого порядка?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Нет такого термина

Ответ: 1.

24. В необходимых условиях экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств условие неотрицательности (неположительности) минимума (максимума) используются?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Нет такого термина

Ответ: 1.

25. В необходимых условиях экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств условие неотрицательности (неположительности) минимума (максимума) используются?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Нет такого термина

Ответ: 2.

26. В необходимых условиях экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств условие дополняющей нежесткости используются?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Нет такого термина

Ответ: 1.

27. В необходимых условиях экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств условие дополняющей нежесткости используются?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Нет такого термина

Ответ: 2.

28. В выражении $dg_j\left(x^*\right)=0,\ \ при\ \ \ j\in J_a$ для задачи поиска условного максимума с ограничениями в виде неравенств символ J_a означает множество индексов ______.

1. Ограничений, активных в точке x^*
2. Ограничений, пассивных в точке x^*
3. Всех ограничений в точке x^*
4. Такого термина нет

Ответ: 1.

29. Для того чтобы выполнялось достаточное условие экстремума первого порядка для задачи поиска условного максимума с ограничениями в виде неравенств необходимо, чтобы при $\lambda_0^*\neq 0$ число активных ограничений в точке x^* _______ с числом n переменных (размерностью вектора x^*).
Ответ: совпадало (равно).

30. Какие выражения используются при проверке необходимых условий экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств если регулярная точка x^* является минимумом?

1. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)=0$	2. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)\le 0$	3. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)\ge 0$
4. $dg_j\left(x^*\right)=0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$	5. $dg_j\left(x^*\right)=0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*>0$	6. $dg_j\left(x^*\right)>0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$
7. $dg_j\left(x^*\right)<0,$ $j\in J_a,\lambda_j^*=0$	8. $dg_j\left(x^*\right)>0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	9. $dg_j\left(x^*\right)\le 0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$
10. Нет выражения		

Ответ: 3, 5, 9.

31. Какие выражения используются при проверке необходимых условий экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств если регулярная точка x^* является максимумом?

1. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)=0$	2. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)\le 0$	3. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)\ge 0$
4. $dg_j\left(x^*\right)=0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$	5. $dg_j\left(x^*\right)=0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*>0$	6. $dg_j\left(x^*\right)>0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$
7. $dg_j\left(x^*\right)<0,$ $j\in J_a,\lambda_j^*=0$	8. $dg_j\left(x^*\right)>0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	9. $dg_j\left(x^*\right)\le 0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$
10. Нет выражения		

Ответ: 2, 4, 9.

32. Какие выражения используются при проверке достаточных условий экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств если регулярная точка x^* является минимумом?

1. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)=0$	2. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)<0$	3. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)>0$
4. $dg_j\left(x^*\right)=0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$	5. $dg_j\left(x^*\right)=0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*>0$	6. $dg_j\left(x^*\right)>0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$
7. $dg_j\left(x^*\right)<0,$ $j\in J_a,\lambda_j^*=0$	8. $dg_j\left(x^*\right)>0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	9. $dg_j\left(x^*\right)\le 0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$
10. Нет выражения		

Ответ: 3, 5, 9.

33. Какие выражения используются при проверке достаточных условий экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств если регулярная точка x^* является точкой максимума?

1. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)=0$	2. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)<0$	3. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)>0$
4. $dg_j\left(x^*\right)=0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$	5. $dg_j\left(x^*\right)=0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*>0$	6. $dg_j\left(x^*\right)>0,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$
7. $dg_j\left(x^*\right)<0,$ $j\in J_a,\lambda_j^*=0$	8. $dg_j\left(x^*\right)>0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	9. $dg_j\left(x^*\right)\le 0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$
10. Нет выражения		

Ответ: 2, 4, 9.

34. Если достаточные условия экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять необходимые условия
2. Проводить дополнительные исследования
3. Завершить исследования
4. Термин не корректен

Ответ: 3.

35. Если достаточные условия экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума не выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять необходимые условия
2. Проводить дополнительные исследования
3. Завершить исследования
4. Термин не корректен

Ответ: 3.

36. Если необходимые условия экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять необходимые условия
2. Проводить дополнительные исследования
3. Завершить исследования
4. Термин не корректен

Ответ: 2.

37. Если необходимые условия экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума не выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять необходимые условия
2. Проводить дополнительные исследования
3. Завершить исследования
4. Термин не корректен

Ответ: 1.

38. Если достаточные условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств НЕ выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять необходимые условия
2. Проводить дополнительные исследования
3. Завершить исследования
4. Термин не корректен
5. Проверять необходимые условия экстремума второго порядка

Ответ: 1.

39. Если достаточные условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде неравенств выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять необходимые условия
2. Проводить дополнительные исследования
3. Завершить исследования
4. Термин не корректен
5. Проверять необходимые условия экстремума второго порядка

Ответ: 3.

40. Для поиска экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ выписать необходимые условия экстремума первого порядка.

Ответ:

1. Условие стационарности обобщенной функции Лагранжа

$$\frac{\partial L(x, \lambda_0, \lambda_1)}{\partial x_1} = 2\lambda_0 x_1 + \lambda_1 = 0, \quad \frac{\partial L(x, \lambda_0, \lambda_1)}{\partial x_2} = 2\lambda_0 x_2 + \lambda_1 = 0;$$

2. Условие допустимости решения $x_1 + x_2 - 2 \le 0$**;**

3. Условие неотрицательности (неположительности) для условного минимума (максимума) $\lambda_1 \ge 0$ **(для минимумов),** $\lambda_1 \le 0$ **(для максимумов);**

4. Условие дополняющей нежесткости $\lambda_1 \left(x_1 + x_2 - 2 \right) = 0$**.**

41. Найти условно-стационарные точки для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ для случая $\lambda_0 = 0$.

Ответ: условно-стационарной точки нет.

Комментарий: из первого уравнения условия стационарности обобщенной функции $\frac{\partial L(x, \lambda_0, \lambda_1)}{\partial x_1} = 2\lambda_0 x_1 + \lambda_1 = 0$, $\frac{\partial L(x, \lambda_0, \lambda_1)}{\partial x_2} = 2\lambda_0 x_2 + \lambda_1 = 0$ следует, что $\lambda_1 = 0$. Это противоречит требованию о существования ненулевого вектора $\begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \end{pmatrix}$.

42. Проверить выполнение достаточных условий экстремума первого порядка для условно-стационарной точки $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_0 = 1$ для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$.

Ответ: не выполняются.

Комментарий: ограничение $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ в точке $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ не активное, так как $g_1(x^*) = -2 \le 0$.

43. Найти условно-стационарные точки для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ для случая $\lambda_0 \ne 0$, $\lambda_1 = 0$.

Ответ: $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 0, \lambda_0 = 1$ **– условно-стационарная точка.**

Комментарий: если $\lambda_1 = 0$ решается задача поиска безусловного экстремума. При $\lambda_0 = 1$ обобщенная функция Лагранжа заменяется на классическую

$\dfrac{\partial L(x,\lambda_1)}{\partial x_1} = 2x_1 + \lambda_1 = 0$, $\dfrac{\partial L(x,\lambda_1)}{\partial x_2} = 2\lambda_0 x_2 + \lambda_1 = 0$ если $\lambda_1 = 0$,

то $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 0, \lambda_0 = 1$ и условие допустимости решения $x_1 + x_2 - 2 \le 0$ выполняется, это может быть локальный минимум или максимум.

44. Найти условно-стационарные точки для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ для случая $\lambda_0 \ne 0$, $\lambda_1 \ne 0$.

Ответ: $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda_1 = -2, \lambda_0 = 1$ **– условно-стационарная точка.**

Комментарий: если $\lambda_1 \ne 0$, то из условия дополняющей нежесткости $\lambda_1\left(x_1 + x_2 - 2\right) = 0$ получим $x_1 + x_2 - 2 = 0$. При $\lambda_0 = 1$ обобщенная функция Лагранжа заменяется на классическую $\dfrac{\partial L(x,\lambda_1)}{\partial x_1} = 2x_1 + \lambda_1 = 0$,

$\dfrac{\partial L(x,\lambda_1)}{\partial x_2} = 2\lambda_0 x_2 + \lambda_1 = 0$. Решая три уравнения получим $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda_1 = -2, \lambda_0 = 1$.

Так как $\lambda_1 = -2 < 0$, то необходимые условия максимума выполняются.

45. Проверить выполнение достаточных условий экстремума второго порядка и классифицировать условно-стационарную точку $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 0, \lambda_0 = 1$ для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$.

Ответ: выполняются. В точке $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 0, \lambda_0 = 1$ **регулярный локальный условный минимум.**

Комментарий: $d^2L(x^*,\lambda_1^*) = 2dx_1^2 + 2dx_2^2 > 0$ при $dx \ne 0$.

46. Проверить выполнение достаточных условий экстремума первого порядка для условно-стационарной точки $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -2$, $\lambda_0 = 1$ для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$.

Ответ: не выполняются.

Комментарий: ограничение $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ является активным $g_1(x) = 0$, однако количество ограничений в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (одно ограничение) меньше количества неизвестных (размера вектора) (два неизвестных $x^* = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{pmatrix}$), $l = 1 < n = 2$.

47. Проверить выполнение необходимых условий экстремума второго порядка и классифицировать условно-стационарную точку для условно-стационарной точки $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -2$, $\lambda_0 = 1$ для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$.

Ответ: не выполняются. Точки экстремума нет.

Комментарий: $d^2L(x^*, \lambda_1^*) = 2dx_1^2 + 2dx_2^2$, $dg_1(x^*) = dx_1 + dx_2 = 0$ откуда $dx_1 = -dx_2$, следовательно, $d^2L(x^*, \lambda_1^*) = 4dx_2^2 \ge 0$ при любых dx_2^2. Так как $\lambda_1 = -2 < 0$, то в точке может быть только максимум, тогда должно выполняться неравенство $d^2L(x^*, \lambda_1^*) \le 0$. Оно не выполняется, следовательно, необходимые условия экстремума второго порядка не выполняются.

48. Проверить выполнение достаточных условий экстремума второго порядка и классифицировать условно-стационарную точку для условно-стационарной точки $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -2$, $\lambda_0 = 1$ для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$.

Ответ: не выполняются. Точка не классифицирована.

Комментарий: $d^2L(x^*, \lambda_1^*) = 2dx_1^2 + 2dx_2^2$, $dg_1(x^*) = dx_1 + dx_2 = 0$ откуда $dx_1 = -dx_2$, следовательно, $d^2L(x^*, \lambda_1^*) = 4dx_2^2 > 0$ при $dx_2^2 \ne 0$. Так как $\lambda_1 = -2 < 0$, то в точке может быть только максимум, тогда должно выполняться неравенство $d^2L(x^*, \lambda_1^*) < 0$. Оно не выполняется, следовательно, достаточные условия экстремума второго порядка не выполняются.

4. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОИСКА УСЛОВНОГО ЭКСТРЕМУМА МНОГОМЕРНОЙ ФУНКЦИИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ В ВИДЕ РАВЕНСТВ

1. Для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств, если точка x^* есть точка локального экстремума, то найдутся такие числа $\lambda_0^*,\ \lambda_1^*, \lambda_2^*, ..., \lambda_m^*$:

1. Равные нулю одновременно	2. Не равные нулю одновременно	3. Не отрицательные	4. Не такого определения	5. Не положительные

Ответ: 2.

2. Необходимые условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств состоят из условий ______ (перечислить).

Ответ: 1. Условие стационарности обобщенной функции Лагранжа;
2. Условие допустимости решения;
3. Условие регулярности.

3. Условие стационарности обобщенной функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1, ..., m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1, ..., m$	6. $g_j(x^*) > 0,$ $j = 1, ..., m$
7. $rang(\nabla g_1(x^*) ... \nabla g_m(x_3^*)) = = m$	8. $rang(\nabla g_1(x^*) ... \nabla g_m(x_3^*)) = = m - 1$	9. Нет выражения

Ответ: 2.

4. Условие допустимости решения для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,...,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,...,m$	6. $g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,...,m$
7. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m$	8. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m - 1$	9. Нет выражения

Ответ: 4.

5. Условие регулярности для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,...,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,...,m$	6. $g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,...,m$
7. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m$	8. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m - 1$	9. Нет выражения

Ответ: 7.

6. Необходимые условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств описываются следующими выражениями (выбрать из таблицы):

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,...,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,...,m$	6. $g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,...,m$
7. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m$	8. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m - 1$	9. Нет выражения

Ответ: 2, 4, 7.

7. Сколько неизвестных необходимо определить в необходимых условиях экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств?

1.n+m	2. m–n	3. n+m+1
4. n+m–1	5. n–m	6. Нет выражения

Ответ: 3.

8. Сколько уравнений содержат необходимые условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств?

1. n+m	2. m–n	3. n+m+1
4. n+m–1	5. n–m	6. Нет выражения

Ответ: 1.

9. Точки x^*, удовлетворяющие необходимым условиям экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств называются:

Ответ: условно-стационарными.

10. На практике, какие случаи рассматриваются при рассмотрении стационарности обобщенной функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств?

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$ при $\lambda_0 = 1$
4. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$ при $\lambda_0 > 1$	5. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$ при $\lambda_0 < 1$	6. Нет выражения

Ответ: 1, 3.

11. Антиградиент целевой функции в регулярной точке экстремума x^* для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств является линейной комбинацией ________ .

Ответ: градиентов ограничений.

12. Точка экстремума x^* удовлетворяющая необходимому условию экстремума первого порядка при $\lambda_0^* \neq 0$ для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств называется ___________.

Ответ: регулярной.

13. Точка экстремума x^* удовлетворяющая необходимому условию экстремума первого порядка при $\lambda_0^* = 0$ для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств называется ___________.

Ответ: не регулярной.

14. Какие выражения используются при проверке необходимых условий экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств?

1. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)=0$	2. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)>0$	3. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)\geq 0$
4. $dg_j\left(x^*\right)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g_j\left(x^*\right)}{\partial x_i}dx_i=0$	5. $dg_j\left(x^*\right)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g_j\left(x^*\right)}{\partial x_i}dx_i>0$	6. $dg_j\left(x^*\right)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g_j\left(x^*\right)}{\partial x_i}dx_i\geq 0$
7. Нет выражения		

Ответ: 3, 4.

15. Требуются ли дополнительные исследования, если в регулярной точке экстремума выполняются необходимые условия второго порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств?

1. Да
2. Нет
3. В некоторых случаях ДА
4. В некоторых случаях НЕТ
5. Вопрос не имеет смысла

Ответ: 1.

16. Какие выражения используются при проверке достаточных условий экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств?

1. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)=0$	2. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)>0$	3. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)\geq 0$
4. $dg_j\left(x^*\right)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g_j\left(x^*\right)}{\partial x_i}dx_i=$	5. $dg_j\left(x^*\right)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g_j\left(x^*\right)}{\partial x_i}dx_i>$	6. $dg_j\left(x^*\right)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g_j\left(x^*\right)}{\partial x_i}dx_i\geq$
7. Нет выражения		

Ответ: 2, 4.

17. Для того, чтобы достаточные условия второго порядка выполнялись для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств выражение $dg_j\left(x^*\right)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g_j\left(x^*\right)}{\partial x_i}dx_i=0$ выполнялось для всех dx:

1. Положительных	2. Отрицательных	3. Не нулевых
4. Не положительных	5. Любых	6. Нет термина

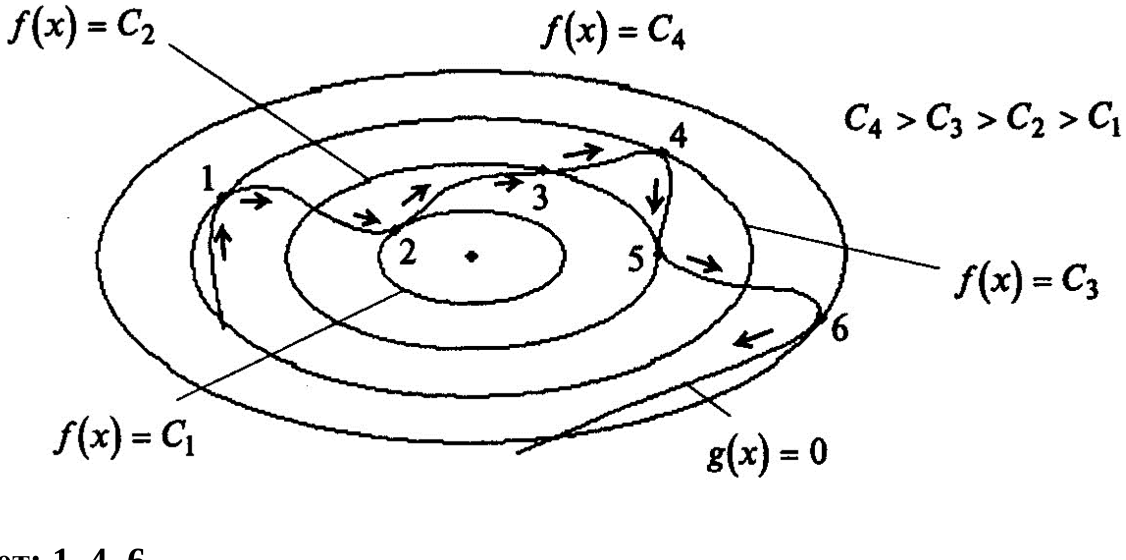
Ответ: 3.

18. Требуются ли дополнительные исследования, если в регулярной точке экстремума выполняются достаточные условия второго порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств?

1. Да
2. Нет
3. В некоторых случаях ДА
4. В некоторых случаях НЕТ
5. Вопрос не имеет смысла

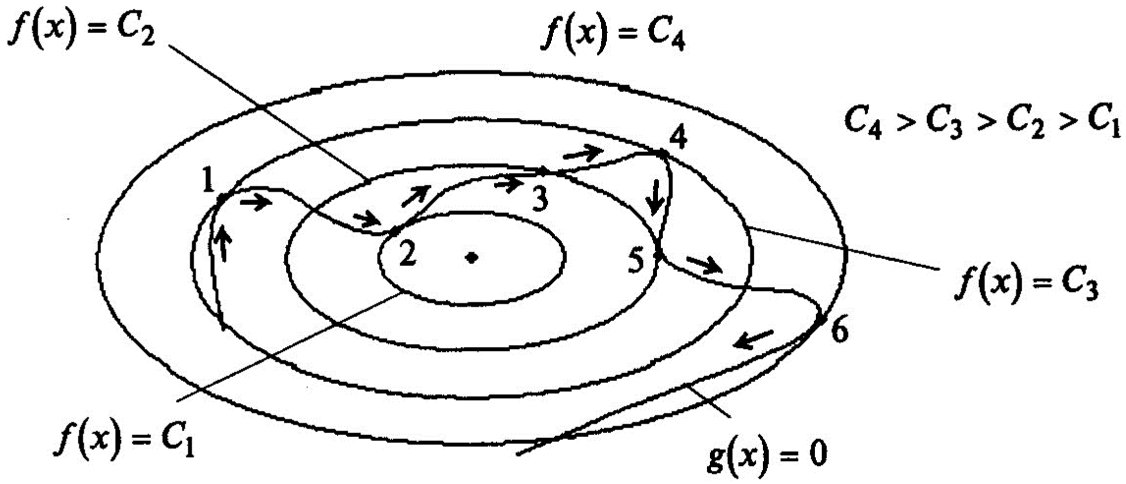
Ответ: 2.

19. Какие точки на рисунке соответствуют локальным максимумам?



Ответ: 1, 4, 6.
Комментарий: исследование функции в этих точках по стрелкам показало, что при приближении к данным точкам функция возрастает, а затем убывает.

20. Какие точки на рисунке соответствуют локальным минимумам?



Ответ: 2,5.
Комментарий: исследование функции в этих точках по стрелкам показало, что при приближении к данным точкам функция убывает, а затем возрастает.

21. Если условие линейной независимости градиентов ограничений выполнено, то для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств используется _________ функция Лагранжа.
Ответ: классическая.

22. Если условие линейной независимости градиентов ограничений выполнено для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств, то для проверки условия экстремума первого порядка используются (выбрать из списка):

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,\ldots,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\ldots,m$	6. $g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,\ldots,m$
7. $rang(\nabla g_1(x^*)\ldots\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m$	8. $rang(\nabla g_1(x^*)\ldots\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m-1$	9. Нет выражения

Ответ: 1, 4.

23. Если условие линейной независимости градиентов ограничений выполнено для задачи поиска условного экстремума с ограничениями в виде равенств, то рассматривается ли при проверке условия экстремума первого порядка система уравнений с $\lambda_0^* = 0$?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Вопрос не корректен

Ответ: 2.

24. Выполняется ли условие линейной независимости градиентов ограничений для ограничения $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 = 0$?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Вопрос не корректен

Ответ: 1.

Комментарий: $\nabla g_1(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \neq 0$ для любых x_1 и x_2, следовательно, линейной независимости градиентов ограничения выполняется.

25. Написать функцию Лагранжа, которая используется для поиска экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 = 0$.

Ответ: $L(x, \lambda_1) = x_1^2 + x_2^2 + \lambda_1 \left(x_1 + x_2 - 2 \right)$**.**

Комментарий: используется классическая функция Лагранжа т.к. $\nabla g_1(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \neq 0$ для любых x_1 и x_2, следовательно, градиенты ограничения линейно независимы.

26. Для поиска экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 = 0$ используется _________ функция Лагранжа.

Ответ: классическая.

Комментарий: используется классическая функция Лагранжа $L(x, \lambda_1) = x_1^2 + x_2^2 + \lambda_1 \left(x_1 + x_2 - 2 \right)$, т.к. $\nabla g_1(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \neq 0$ для любых x_1 и x_2, следовательно, градиенты ограничения линейно независимы.

27. Найти условно-стационарные точки для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 = 0$.

Ответ: $x_1^* = x_2^2 = 1$, $\lambda_1 = 1$**.**

Комментарий: решение находится из системы уравнений $\frac{\partial L(x, \lambda_1)}{\partial x_1} = 2x_1 + \lambda_1 = 0$, $\frac{\partial L(x, \lambda_1)}{\partial x_2} = 2x_2 + \lambda_1 = 0$, $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 = 0$.

28. Выписать уравнения для проверки для условно-стационарной точки x^* достаточных условий экстремума для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 = 0$.

Ответ: $d^2L(x^*, \lambda_1^*) = 2dx_1^2 + 2dx_2^2$**,** $dg_1(x^*) = dx_1 + dx_2 = 0$**.**

Комментарий: $\dfrac{\partial^2 L(x,\lambda_1)}{\partial x_1^2} = \dfrac{\partial^2 L(x,\lambda_1)}{\partial x_2^2} = 2$, $\dfrac{\partial^2 L(x,\lambda_1)}{\partial x_1 \partial x_2} = \dfrac{\partial^2 L(x,\lambda_1)}{\partial x_2 \partial x_1} = 0$.

29. Классифицировать условно-стационарную точку $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, λ_1=1, полученную для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 = 0$.

Ответ: Точка $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ **– регулярный условный локальный минимум.**

Комментарий: решение находится из системы уравнений $d^2L(x^*, \lambda_1^*) = 2dx_1^2 + 2dx_2^2$, $dg_1(x^*) = dx_1 + dx_2$, т.к. второй дифференциал $d^2L(x^*, \lambda_1^*)$ >0 при $\lambda_0 = 1 \neq 0$ при любых $dx \neq 0$, и первый дифференциал $dg_1(x^*)$=0 при $dx \neq 0$.

30. Выполняется ли условие линейной независимости градиентов ограничений для ограничения $g_1(x) = x_2^2 - x_1^3 = 0$?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Вопрос не корректен

Ответ: 2.

Комментарий: $\nabla g_1(x) = \begin{pmatrix} -3x_1^2 \\ 2x_2 \end{pmatrix} = 0$ в точке x_1=0 и x_2=0, следовательно, линейной независимости градиентов ограничения НЕ выполняется.

31. Написать функцию Лагранжа, которая используется для поиска экстремума функции $f(x) = x_1$ с ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1^3 = 0$.

Ответ: $L(x, \lambda_0, \lambda_1) = \lambda_0 x_1 + x_2^2 + \lambda_1 \left(x_2^2 - x_1^3 \right)$**.**

Комментарий: используется обобщенная функция Лагранжа, т.к $\nabla g_1(x) = \begin{pmatrix} -3x_1^2 \\ 2x_2 \end{pmatrix} = 0$ в точке x_1=0 и x_2=0, следовательно, линейной независимости градиентов ограничения НЕ выполняется.

32. Для поиска экстремума функции $f(x) = x_1$ с ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1^3 = 0$ используется _______ функция Лагранжа.

Ответ: обобщенная.

Комментарий: используется обобщенная функция Лагранжа

$L(x,\lambda_0,\lambda_1) = \lambda_0 x_1 + x_2^2 + \lambda_1\left(x_2^2 - x_1^3\right)$, т.к $\nabla g_1(x) = \begin{pmatrix} -3x_1^2 \\ 2x_2 \end{pmatrix} = 0$ в точке x_1=0 и x_2=0,

следовательно, линейной независимости градиентов ограничения НЕ выполняется.

33. Найти условно-стационарные точки для целевой функции $f(x) = x_1$ с ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1^3 = 0$ для случая $\lambda_0 = 0$.

Ответ: $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_0^* = 0$.

Комментарий: если $\lambda_0 = 0$, то $\lambda_1 \neq 0$ по определению, все множители Лагранжа одновременно не могут равняться нулю. Отсюда $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_0^* = 0$.

34. Выписать уравнения для функции $f(x) = x_1$ с ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1^3 = 0$ для поиска условно-стационарных точек для случая $\lambda_0 \neq 0$.

Ответ: $1 - 3\lambda_1 x_1^2 = 0$, $2\lambda_1 x_2 = 0$, $x_2^2 - x_1^3 = 0$.

Комментарий: $\dfrac{\partial L(x,\lambda_1)}{\partial x_1} = 1 - 3\lambda_1 x_1^2 = 0$, $\dfrac{\partial L(x,\lambda_1)}{\partial x_2} = 2\lambda_1 x_2 = 0$, $g_1(x) = x_2^2 - x_1^3 = 0$.

35. Найти условно-стационарные точки для целевой функции $f(x) = x_1$ с ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1^3 = 0$ для случая $\lambda_0 \neq 0$.

Ответ: нет условно-стационарной точки для $\lambda_0 \neq 0$.

Комментарий: условно-стационарная точка находится из решения системы уравнений $\dfrac{\partial L(x,\lambda_1)}{\partial x_1} = 1 - 3\lambda_1 x_1^2 = 0$, $\dfrac{\partial L(x,\lambda_1)}{\partial x_2} = 2\lambda_1 x_2 = 0$, $g_1(x) = x_2^2 - x_1^3 = 0$.

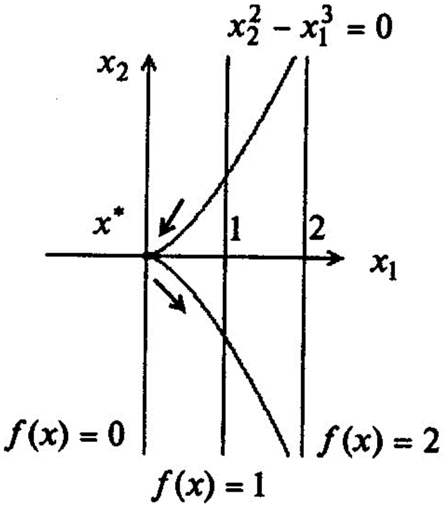
Из второго уравнения: если $\lambda_1 = 0$, то из первого уравнения 1=0, т.е. система не совместна. Если $x_2 = 0$ (из 2-го уравнения), то $x_1 = 0$ тоже (из 3-го уравнения). Следовательно, система не совместна и нет условно-стационарной точки.

36. Классифицировать единственную условно-стационарную точку $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,

$\lambda_0^* = 0$, полученную для целевой функции $f(x) = x_1$ с ограничением $g_1(x) = x_2^2 - x_1^3 = 0$.

Ответ: точка $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_0^* = 0$ – не регулярного локального и глобального минимума.

Комментарий: при $\lambda_0^* = 0$ достаточные условия экстремума не проверяются.



(Из графика на рисунке в точке в точке $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ глобальный минимум).

5. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОИСКА УСЛОВНОГО ЭКСТРЕМУМА МНОГОМЕРНОЙ ФУНКЦИИ СО СМЕШАННЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

1. Для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями целевая функция должна быть _____________.

1. Гладкая
2. Непрерывная
3. Непрерывно дифференцируемая один раз
4. Непрерывно дифференцируемая два раза
5. Непрерывно дифференцируемая три раза
6. Любая
7. Вопрос не имеет смысла
8. Нет такого определения

Ответ**: 4.**

2. Для задачи поиска условного экстремума со смешанными ограничениями ограничения должна быть ____________.

1. Гладкая
2. Непрерывная
3. Непрерывно дифференцируемыми один раз
4. Непрерывно дифференцируемыми два раза
5. Непрерывно дифференцируемыми три раза
6. Любыми
7. Вопрос не имеет смысла
8. Нет такого определения

Ответ: 4.

3. Для задачи поиска условного экстремума со смешанными ограничениями, если точка x^* есть точка локального экстремума, то найдутся такие числа $\lambda_1^*, \lambda_2^*, \ldots, \lambda_m^*$:

1. Равные нулю одновременно
2. Не равные нулю одновременно
3. Неотрицательные
4. Нет такого определения
5. Неположительные

Ответ: 2.

4. Для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями, если точка x^* есть точка локального экстремума, то число λ_0^* должна быть:

1. 0
2. Не равна нулю
3. Неотрицательна
4. Нет такого определения
5. Неположительна

Ответ: 3.

5. Необходимые условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями состоят из условий __________ (перечислить).

Ответ: 1. Условие стационарности обобщенной функции Лагранжа;
2. Условие допустимости решения;
3. Условие неотрицательности для условного минимума или условие неположительности для условного максимума;
4. Условие дополняющей нежесткости.

6. Если в задаче поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями выполняются необходимые условия экстремума первого порядка, и при этом градиенты активных ограничений-неравенств и ограничений - равенств в точка x^* линейно независимы, то число λ_0^* равно:

1. 0
2. Не равно нулю
3. Неотрицательно
4. Нет такого определения
5. Неположительно
6. Положительно

Ответ: 6.

7. Условие стационарности обобщенной функции Лагранжа для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,\dots,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\dots,m$	6. $g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,\dots,m$
7. $rang(\nabla g_1(x^*) \dots \nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m$	8. $rang(\nabla g_1(x^*) \dots \nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m - 1$	9. Нет выражения

Ответ: 2.

8. Условие допустимости решения для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,\dots,m$ $g_j(x^*) \le 0, \quad j = m+1,\dots,p$	5. $g_j(x^*) \le 0, \quad j = 1,\dots,m$ $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\dots,m$	6. $g_j(x^*) \ge 0,$ $j = 1,\dots,m$
7. $rang(\nabla g_1(x^*) \dots \nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m$	8. $rang(\nabla g_1(x^*) \dots \nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m - 1$	9. Нет выражения
10. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,\dots,m$	11. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\dots,m$ $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0, \quad j = 1,\dots,m$	12. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,\dots,m$

Ответ: 4.

9. Условие неотрицательности для условия минимума для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,\dots,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\dots,m$	6. $g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,\dots,m$
7. $\lambda_j^* > 0$	8. $\lambda_j^* \geq 0, j = m+1,\dots, p$	9. $\lambda_j^* < 0$
10. $\lambda_j^* \leq 0$	11. $rang(\nabla g_1(x^*)\dots\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m-1$	12. Нет выражения
13. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0,$ $j = 1,\dots,m$	14. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\dots,m$	15. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,\dots,m$

Ответ: 8.

10. Условие неположительности для условия минимума для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0,$ $j = 1,\dots,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\dots,m$	6. $g_j(x^*) > 0, \quad j = 1,\dots,m$
7. $\lambda_j^* > 0$	8. $\lambda_j^* \geq 0$	9. $\lambda_j^* < 0$
10. $\lambda_j^* \leq 0, j = m+1,\dots, p$	11. $rang(\nabla g_1(x^*)\dots\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m-1$	12. Нет выражения
13. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0,$ $j = 1,\dots,m$	14. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\dots,m$	15. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0, \quad j = 1,\dots,m$

Ответ: 10.

11. Условие дополнительной нежесткости для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями описывается формулой:

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0,$ $j = 1,\dots,m$	5. $g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\dots,m$	6. $g_j(x^*) > 0, \quad j = 1,\dots,m$
7. $\lambda_j^* > 0$	8. $\lambda_j^* \geq 0$	9. $\lambda_j^* < 0$
10. $\lambda_j^* \leq 0$	11. $rang(\nabla g_1(x^*)\dots\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m-1$	12. Нет выражения
13. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0,$ $j = m+1,\dots,p$	14. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\dots,m$	15. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0, \quad j = 1,\dots,m$

Ответ: 13.

12. Необходимые условия экстремума первого порядка для поиска точки локального минимума в задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями описываются следующими выражениями (выбрать из таблицы):

1. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda^*\right) = 0$	2. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) = 0,\ i = 1..n$	3. $\nabla_x L\left(x^*, \lambda_0^*, \lambda^*\right) > 0$
4. $g_j(x^*) = 0, \quad j = 1,\dots,m$ $g_j(x^*) \geq 0, \quad j = 1,\dots,m$	5. $g_j(x^*) = 0,\ j = 1,\dots,m$ $g_j(x^*) \leq 0,\ j = m+1,\dots,p$	6. $g_j(x^*) \geq 0,$ $j = 1,\dots,m$
7. $g_j(x^*) \geq 0, \quad j = 1,\dots,m$ $\lambda_j^* > 0$	8. $\lambda_j^* \geq 0,\ j = m+1,\dots,p$	9. $\lambda_j^* \leq 0$
10. $\lambda_j^* \leq 0$ $rang(\nabla g_1(x^*)\dots\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m-1$	11. $rang(\nabla g_1(x^*)\dots\nabla g_m(x_3^*)) =$ $= m-1$	12. Нет выражения
13. $\lambda_j^* g_j(x^*) = 0,$ $j = m+1,\dots,p$	14. $\lambda_j^* g_j(x^*) < 0, \quad j = 1,\dots,m$	15. $\lambda_j^* g_j(x^*) > 0,$ $j = 1,\dots,m$

Ответ: 2, 5, 8, 13.

13. Необходимые условия экстремума первого порядка для поиска точки локального максимума в задаче поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями описываются следующими выражениями (выбрать из таблицы):

1. $\nabla_x L\left(x^*,\lambda^*\right)=0$	2. $\nabla_x L\left(x^*,\lambda_0^*,\lambda^*\right)=0,\, i=1..n$	3. $\nabla_x L\left(x^*,\lambda_0^*,\lambda^*\right)>0$
4. $g_j(x^*)=0,\quad j=1,...,m$	5. $g_j(x^*)=0,\ j=1,...,m$ $g_j(x^*)\le 0,\, j=m+1,...,p$	6. $g_j(x^*)\ge 0,\quad j=1,...,m$
7. $g_j(x^*)\ge 0,\quad j=1,...,m$ $\lambda_j^*>0$	8. $\lambda_j^*\ge 0,\ j=m+1,...,p$	9. $\lambda_j^*\le 0,\ j=m+1,...,p$
10. $\lambda_j^*\le 0$	11. $rang(\nabla g_1(x^*)...\nabla g_m(x_3^*))=$ $=m-1$	12. Нет выражения
13. $\lambda_j^* g_j(x^*)=0,$ $j=m+1,...,p$	14. $\lambda_j^* g_j(x^*)<0,\quad j=1,...,m$	15. $\lambda_j^* g_j(x^*)>0,$ $j=1,...,m$

Ответ: 2, 5, 9,13.

14. Необходимые условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями формируются _________ для максимума и минимума.

Ответ: отдельно.

15. Если ограничения-неравенства записаны в форме $g_j(x^*)\ge 0,\quad j=m+1,...,p$ для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями то их надо переписать в виде _______ (привести правильный вид ограничения в виде формулы).

Ответ: $-g_j(x^*)\le 0,\quad j=m+1,...,p$.

16. Если ограничение-неравенство записано в форме $x_2^2-x_1\ge 0$ для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями то его надо переписать в виде ______ (привести правильный вид ограничения в виде формулы).

Ответ: $-\left(x_2^2-x_1\right)\le 0$.

17. Точки x^*, удовлетворяющие необходимым условиям экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями при $\lambda_0^* \neq 0$ называются _______ .

Ответ: регулярными.

18. Точки x^*, удовлетворяющие необходимым условиям экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями при $\lambda_0^* = 0$ называются ________ .

Ответ: нерегулярными.

19. В регулярной точке минимума x^* для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями антиградиент целевой является ______ комбинацией градиентов функций, образующих ______ ограничения в точке x^*.

Ответ: неотрицательной; активные.

20. В регулярной точке максимума x^* для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями антиградиент целевой является ______ комбинацией градиентов функций, образующих _______ ограничения в точке x^*.

Ответ: неположительной; активные.

21. Если ограничение в точке x^* пассивное для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями то λ_j^*:

1. =0	2. >0	3. <0	4. ≥ 0	5. ≤ 0	6. Нет выражения

Ответ: 1.

22. Если ограничение в точке x^* активное для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями, то λ_j^* для максимума:

1. =0	2. >0	3. <0	4. ≥ 0	5. ≤ 0	6. Нет выражения

Ответ: 5.

23. Если ограничение в точке x^* активное для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями, то λ_j^* для минимума:

1. =0	2. >0	3. <0	4. ≥ 0	5. ≤ 0	6. Нет выражения

Ответ: 4.

24. Для задачи поиска условного минимума со СМЕШАННЫМИ ограничениями используются достаточные условия минимума первого порядка?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Нет такого термина

Ответ: 1.

25. Для задачи поиска условного максимума со СМЕШАННЫМИ ограничениями используются достаточные условия минимума первого порядка?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Нет такого термина

Ответ: 1.

26. В необходимых условиях экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями условие неотрицательности (неположительности) минимума (максимума) используется?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Нет такого термина

Ответ: 1.

27. В необходимых условиях экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями условие дополняющей нежесткости используется?

1. Да	2. Нет	3. В некоторых случаях	4. Нет такого термина

Ответ: 1.

28. В выражении $dg_j\left(x^*\right)=0,\ \text{при}\ \ j \in J_a$ для задачи поиска условного максимума со СМЕШАННЫМИ ограничениями символ J_a означает множество индексов _______.

1. Ограничений, активных в точке x^*
2. Ограничений, пассивных в точке x^*
3. Всех ограничений в точке x^*
4. Такого термина нет

Ответ: 1.

29. Для того чтобы выполнялось достаточное условие экстремума первого порядка (при выполнении необходимых условий первого порядка) для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями необходимо чтобы при $\lambda_0^* \neq 0$ суммарное число активных ограничений-равенств и ограничений - неравенств в точке x^* _______ с числом n переменных (размерностью вектора x^*).

Ответ: совпадало (равно).

30. При выполнении достаточных условий первого порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями и если $\lambda_j^* > 0,\ j \in J_a$, то точка x^* – ________ .

Ответ: условного локального минимума.

31. При выполнении достаточных условий первого порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями и если $\lambda_j^* < 0,\ j \in J_a$, то точка x^* – _________ .

Ответ: условного локального максимума.

32. Если достаточные условия первого порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями выполняются, то:

1. Исследования завершаются, и точка локального экстремума определена
2. Необходимо провести дополнительные исследования
3. Стационарная точка является точкой перегиба
4. Стационарная точка не является точкой экстремума
5. Точка может быть условным локальным экстремумом
6. Вопрос не корректен

Ответ: 1.

33. Если необходимые условия первого порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями выполняются, то:

1. Исследования завершаются, и точка локального экстремума определена
2. Необходимо провести дополнительные исследования
3. Стационарная точка является точкой перегиба
4. Стационарная точка не является точкой экстремума
5. Точка может быть условным локальным экстремумом, продолжить исследования
6. Вопрос не корректен

Ответ: 5.

34. Какие выражения используются при проверке необходимых условий экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями если регулярная точка x^* является минимумом?

1. $d^2L(x^*,\lambda^*)=0$	2. $d^2L(x^*,\lambda^*)\le 0$	3. $d^2L(x^*,\lambda^*)\ge 0$
4. $dg_j(x^*)=0,\ j\in J_a,$ $\lambda_j^*<0$	5. $dg_j(x^*)=0, j=1...m,\ j\in J_a,$ $\lambda_j^*>0$	6. $dg_j(x^*)>0,\ j\in J_a,$ $\lambda_j^*<0$
7. $dg_j(x^*)<0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	8. $dg_j(x^*)>0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	9. $dg_j(x^*)\le 0, j\in J_a,$ $\lambda_j^*=0$
10. Нет выражения		

Ответ: 3, 5, 9.

35. Какие выражения используются при проверке необходимых условий экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями если регулярная точка x^* является максимумом?

1. $d^2L(x^*,\lambda^*)=0$	2. $d^2L(x^*,\lambda^*)\le 0$	3. $d^2L(x^*,\lambda^*)\ge 0$
4. $dg_j(x^*)=0,\ j=1...m,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$	5. $dg_j(x^*)=0,\ j\in J_a,\ \lambda_j^*>0$	6. $dg_j(x^*)>0,\ j\in J_a,$ $\lambda_j^*<0$
7. $dg_j(x^*)<0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	8. $dg_j(x^*)>0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	9. $dg_j(x^*)\le 0, j\in J_a,$ $\lambda_j^*=0$
10. Нет выражения		

Ответ: 2, 4, 9.

36. Какие выражения используются при проверке достаточных условий экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями если регулярная точка x^* является минимумом?

1. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)=0$	2. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)<0$	3. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)\geq 0$
4. $dg_j\left(x^*\right)=0,\ j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$	5. $dg_j\left(x^*\right)=0,\ j=1...m,$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*>0$	6. $dg_j\left(x^*\right)>0,\ j\in J_a,$ $\lambda_j^*<0$
7. $dg_j\left(x^*\right)<0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	8. $dg_j\left(x^*\right)>0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	9. $dg_j\left(x^*\right)\leq 0, j\in J_a,$ $\lambda_j^*=0$
10. Нет выражения		

Ответ: 3, 5, 9.

37. Какие выражения используются при проверке достаточных условий экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями если регулярной точкой x^* является точка максимума?

1. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)=0$	2. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)\leq 0$	3. $d^2L\left(x^*,\lambda^*\right)>0$
4. $dg_j\left(x^*\right)=0,\ j=1....m$ $j\in J_a,\ \lambda_j^*<0$	5. $dg_j\left(x^*\right)=0,\ j\in J_a,$ $\lambda_j^*>0$	6. $dg_j\left(x^*\right)>0,\ j\in J_a,$ $\lambda_j^*<0$
7. $dg_j\left(x^*\right)<0, j\in J_a,$ $\lambda_j^*=0$	8. $dg_j\left(x^*\right)>0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$	9. $dg_j\left(x^*\right)\leq 0, j\in J_a,\lambda_j^*=0$
10. Нет выражения		

Ответ: 2, 4, 9.

38. Если достаточные условия экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять необходимые условия	2. Проводить дополнительные исследования	3. Завершить исследования
4. Термин не корректен		

Ответ: 3.

Комментарий: точка x^* является точкой локального условного экстремума.

39. Если достаточные условия экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями НЕ выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять необходимые условия	2. Проводить дополнительные исследования	3. Завершить исследования
4. Термин не корректен		

Ответ: 3.
Комментарий: точка 4 НЕ является точкой локального условного экстремума.

40. Если необходимые условия экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять необходимые условия	2. Проводить дополнительные исследования	3. Завершить исследования
4. Термин не корректен		

Ответ: 2.

41. Если необходимые условия экстремума второго порядка для задачи поиска условного экстремума со СМЕШАННЫМИ ограничениями НЕ выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять необходимые условия второго порядка	2. Проводить дополнительные исследования	3. Завершить исследования
4. Термин не корректен		

Ответ: 1.

42. Если достаточные условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного экстремума с ограничениями со СМЕШАННЫМИ ограничениями в виде неравенств НЕ выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять достаточные условия экстремума второго порядка	2. Проводить дополнительные исследования	3. Завершить исследования
4. Термин не корректен	5. Проверять необходимые условия экстремума второго порядка	

Ответ: 1.

43. Если достаточные условия экстремума первого порядка для задачи поиска условного со СМЕШАННЫМИ ограничениями экстремума с ограничениями в виде неравенств выполняются в точке x^* надо:

1. Проверять достаточные условия экстремума второго порядка	2. Проводить дополнительные исследования	3. Завершить исследования
4. Термин не корректен	5. Проверять необходимые условия экстремума второго порядка	.

Ответ: 3.
Комментарий: точка x^* является точкой локального условного экстремума.

44. Для поиска экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 - 1 = 0$, $g_2(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ выписать обобщенную функцию Лагранжа.
Ответ: $L(x,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2) = \lambda_0 f(x) + \lambda_1 g_1(x) + \lambda_2 g_2(x) = 0$.

45. Для поиска экстремума функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничением $g_1(x) = x_1 - 1 = 0$, $g_2(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ выписать необходимые условия экстремума первого порядка.
Ответ: 1. Условие стационарности обобщенной функции Лагранжа
$\frac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial x_1} = \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_0 x_1 = 0$, $\frac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial x_2} = 2\lambda_0 x_2 + \lambda_2 = 0$;
2. Условие допустимости решения $x_1 - 1 = 0$, $x_1 + x_2 - 2 \le 0$;
3. Условие неотрицательности (неположительности) для условного минимума (максимума) $\lambda_1 \ge 0$ **(для минимумов),** $\lambda_1 \le 0$ **(для максимумов);**
4. Условие дополняющей нежесткости $\lambda_2\left(x_1 + x_2 - 2\right) = 0$.

46. Найти условно-стационарные точки для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничениями $g_1(x) = x_1 - 1 = 0$, $g_2(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ для случая $\lambda_0 = 0$
Ответ: условно-стационарной точки нет.
Комментарий: из 1 уравнения условия стационарности обобщенной функции Лагранжа $\frac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial x_1} = \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_0 x_1 = 0$, $\frac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial x_2} = 2\lambda_0 x_2 + \lambda_2 = 0$ следует, что система уравнений имеет решение при $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, это противоречит требованию о существования ненулевого вектора $\begin{pmatrix}\lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2\end{pmatrix}$.

47. Найти условно-стационарные точки для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничениями $g_1(x) = x_1 - 1 = 0$, $g_2(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ для случая $\lambda_0 \ne 0$, $\lambda_2 = 0$.

Ответ: $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = 0$ **– условно-стационарная точка, в которой удовлетворяются необходимые условия как максимума, так и минимума.**

Комментарий: при $\lambda_0 \ne 0$. Поделить уравнения системы $\dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial x_1} = \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_0 x_1 = 0$, $\dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial x_2} = 2\lambda_0 x_2 + \lambda_2 = 0$, на λ_0, заменяя $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_0}$ на λ_1 и $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_0}$ на λ_2. Тогда получим $\dfrac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_1} = 2x_1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0$, $\dfrac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_2} = 2x_2 + \lambda_2 = 0$.

Если $\lambda_2 = 0$ то $x_2 = 0$ (из выражения $\dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial x_2} = 2\lambda_0 x_2 + \lambda_2 = 0$).

Из ограничения $g_1(x) = x_1 - 1 = 0$ следует, что $x_1 = 1$, а из выражения $\dfrac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_1} = 2x_1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0$ находим $\lambda_1 = -2$.

48. Найти условно-стационарные точки для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничениями $g_1(x) = x_1 - 1 = 0$, $g_2(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ для случая $\lambda_0 \ne 0$, $\lambda_2 \ne 0$.

Ответ: $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -2 < 0$ **– условно-стационарная точка, в которой удовлетворяются необходимые условия максимума, т.к.** $\lambda_j \le 0$**.**

Комментарий: при $\lambda_0 \ne 0$. Поделить уравнения системы $\dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial x_1} = \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_0 x_1 = 0$, $\dfrac{\partial L(x,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial x_2} = 2\lambda_0 x_2 + \lambda_2 = 0$, на λ_0, заменяя $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_0}$ на λ_1 и $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_0}$ на λ_2. Тогда получим $\dfrac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_1} = 2x_1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0$,

$\dfrac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_2} = 2x_2 + \lambda_2 = 0$. Из решения системы уравнений $\begin{cases} 2x_1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0; \\ 2x_2 + \lambda_2 = 0; \\ x_1 + x_2 - 2 = 0; \\ x_1 - 1 = 0. \end{cases}$

находим $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -2 < 0$.

49. Проверить ВЫПОЛНЕНИЕ достаточных условий экстремума первого порядка для условно-стационарной точки $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_0 = 1, \lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = 0$ для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничениями $g_1(x) = x_1 - 1 = 0$, $g_2(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$.

Ответ: не выполняются.

Комментарий: ограничение $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ НЕ является активным $g_2(x^*) \ne 0$, количество активных ограничений в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (одно ограничение) меньше количества неизвестных (размера вектора) (два неизвестных), $l = 1 < n = 2$ и достаточные условия первого порядка не выполняются.

50. Проверить ВЫПОЛНЕНИЕ необходимых условий экстремума второго порядка и классифицировать условно-стационарную точку $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_0 = 1, \lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = 0$ для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничениями $g_1(x) = x_1 - 1 = 0$, $g_2(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$.

Ответ: выполняются.

Комментарий: ограничение $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ НЕ является активным $g_2(x^*) \ne 0$, следовательно $dg_1(x^*) = dx_1 = 0$, $d^2L(x^*) = 2dx_2^2 > 0$ при $dx_2 \ne 0$. Точка x^* - условный локальный минимум.

51. Проверить ВЫПОЛНЕНИЕ достаточных условий экстремума первого порядка для условно-стационарной точки $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -2 < 0$ для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ с ограничениями $g_1(x) = x_1 - 1 = 0$, $g_2(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$.

Ответ: выполняются.

Комментарий: ограничение $g_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$ в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ является активным $g_2(x^*) = 0$, количество активных ограничений в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (два ограничения) равно количеству неизвестных (размера вектора) (два неизвестных), $l = n = 2$, т.к. $\lambda_2 = -2 < 0$, то в точке выполняются достаточные условия максимума первого порядка).

52. Проверить ВЫПОЛНЕНИЕ достаточные условий экстремума второго порядка и классифицировать условно-стационарную точку

$x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -2 < 0$ для целевой функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$

с ограничениями $g_1(x) = x_1 - 1 = 0$, $g_2(x) = x_1 + x_2 - 2 \le 0$.

Ответ: НЕ известно.

Комментарий: ограничения в точке $x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ активные, т.е. $g_1(x^*) = 0$, $g_2(x^*) = 0$.

Второй дифференциал функции Лагранжа $d^2L(x^*) = 2dx_1^2 + 2dx_2^2$. Первые дифференциалы ограничений равен нулю: $dg_1(x^*) = dx_1 = 0$, $dg_2(x^*) = dx_1 + dx_2 = 0$. Следовательно, $dx_1 = dx_2 = 0$ и $d^2L(x^*) = 2dx_1^2 + 2dx_2^2 = 0$. Поэтому требуются дополнительные исследования.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Васильков Ю.В.** Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: Учебное пособие / Ю.В. Васильков, Н.Н. Василькова. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 256 с.
2. **Дьяконов В.П.** MathCad 11/12/13 в математике. Справочник. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 958 с.
3. **Охорзин В.А.** Прикладная математика в системе MathCAD: Учебное пособие / В.А. Охорзин. - 2-е изд. испр. и доп. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 352 с.
4. **Пантелеев А.В.** Методы оптимизации в примерах и задачах: Учебное пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. – 2-е изд., исправл. – М.: Высш. шк., 2005. – 544 с.
5. **Пантелеев А.В.** Методы оптимизации. Практический курс: учебное пособие с мультимедиа сопровождением / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. – М.: Логос, 2011. – 424 с.
6. **Реклейтис Г**. Оптимизация в технике: в 2-х кн. Кн. 1 / Г. Реклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгстел. – М.: Мир, 1986. – 349 с.
7. **Рыхлов В.С., Корнев В.В., Курдюмов В.П.** Прикладные методы оптимизации. – Саратов: УЦ «Новые технологии в образовании», 2004. – 172 с.
8. **Хаммельблау Д.** Прикланое нелинейное программирование. М.: Изд. «МИР», 1975. – 534 с.
9. **Рыков С.В., Кудрявцева И.В., Рыков С.А., Рыков В.А.** Методы оптимизации в примерах в пакете MathCad 15. Ч. II. – 2015.
10. **Рыков С.В., Кудрявцева И.В., Рыков С.А., Рыков В.А.** Практикум по работе в математическом пакете MathCAD. – 2015.
11. **Кудрявцева И.В., Рыков В.А., Старков А.С., Рыков С.А., Рыков С.В.** Математика. Теория и примеры в MathCAD. – 2011.
12. **Кудрявцева И.В., Рыков В.А., Рыков С.А., Рыков С.В.** Использование MathCAD в теории матриц. – 2011.
13. **Кудрявцева И.В., Рыков В.А., Рыков С.А., Рыков С.В.** Практические занятия в пакете MathCAD по исследованию систем линейных алгебраических уравнений. – 2009.

Миссия университета – открывать возможности для гармоничного развития конкурентоспособной личности и вдохновлять на решение глобальных задач.

Кафедра «Теплофизики и теоретических основ тепло- и хладотхники»
На кафедре реализуется магистерская программа по направлению 16.04.03 «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения», профиль «Компьютерное моделирование в термодинамике»

Цели программы: реализация энергетической стратегии Российской Федерации, как приоритета в создании инновационных информационных технологий для создания энерго- и экологически эффективных термодинамических циклов и процессов тепломассообмена в системах генерации теплоты и холода

Рыков Сергей Владимирович
Кудрявцева Ирина Владимировна
Рыков Сергей Алексеевич
Рыков Владимир Алексеевич

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ В ПРИМЕРАХ В ПАКЕТЕ MATHCAD 15

Часть IV
Методы оптимизации. Тесты с ответами

Учебное пособие

В авторской редакции
Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО
Зав. РИО Н.Ф. Гусарова
Подписано к печати
Заказ №
Тираж
Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Университета ИТМО
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49