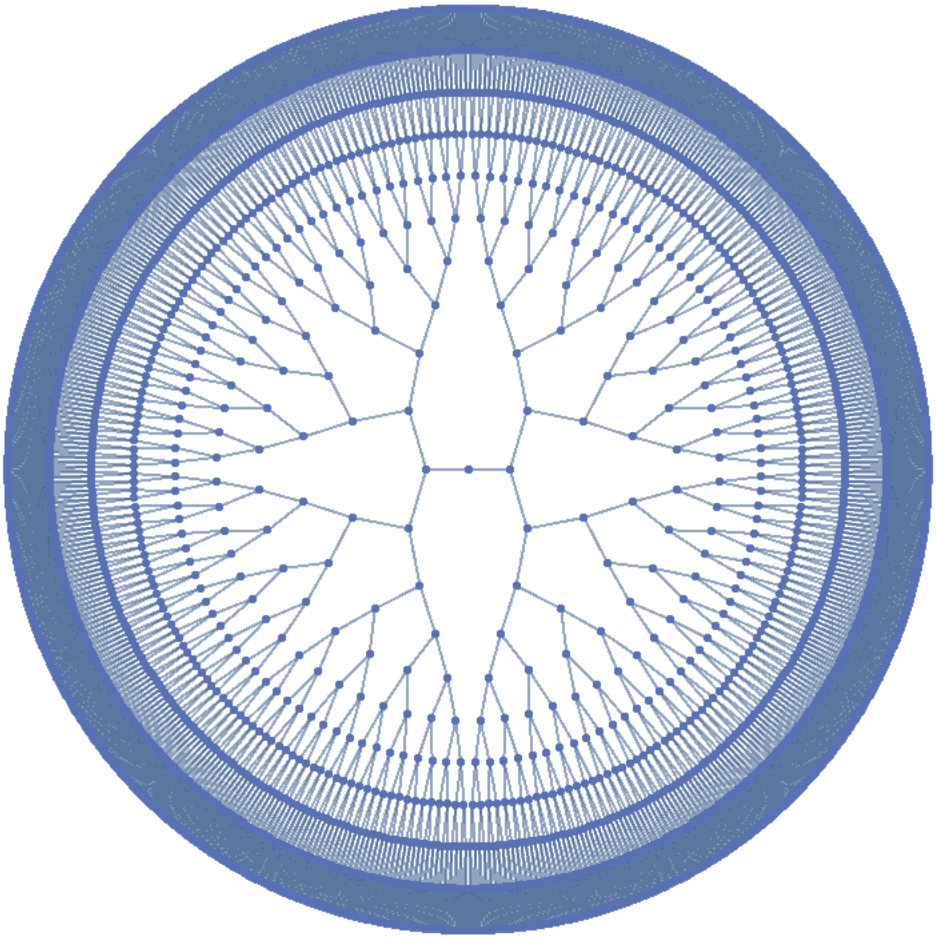
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

С.Е. Иванов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В КОМПЬЮТЕРНЫХ ПАКЕТАХ



Санкт-Петербург
2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

С.Е. Иванов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В КОМПЬЮТЕРНЫХ ПАКЕТАХ

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УНИВЕРСИТЕТЕ ИТМО
по направлению подготовки (специальности) 45.03.04 «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере» в качестве учебного пособия для реализации основных профессиональных образовательных программ высшего образования бакалавриата (магистратуры, специалитета)

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург

2018

Иванов С.Е. Математическое моделирование в компьютерных пакетах – СПб: Университет ИТМО, 2018. – 36 с.

Рецензенты: Мельников В.Г., доктор технических наук, профессор кафедры ТПС.

В пособии приводятся основные математические модели и выполняется их исследование в компьютерной online системе.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

В пособии рассмотрены математические модели в форме дифференциальных уравнений, оптимизационные, статистические, вероятностные, сетевые, графовые модели и методы их исследования [1-6].

Для исследования математических моделей в различных предметных областях широко применяют Wolfram-Alpha.

В пособии приводятся математические модели и методы их исследования в компьютерной online системе Wolfram-Alpha (http://www.wolframalpha.com/).

Wolfram-Alpha является общедоступной online системой для математического анализа и вычислений любой сложности и может применяться в задачах математического моделирования.

Wolfram-Alpha выполняет динамические вычисления с применением базы знаний со встроенными алгоритмами и методами.

Основная цель проекта Стивена Вольфрама, запущенного в 2009 году, - сделать общедоступным математические вычисления на экспертном уровне для широкого круга людей всех профессии и для различных уровней образования.

Wolfram-Alpha позволяет выполнять вычисления и получать подробные результаты. Для работы в Wolfram-Alpha применяется встроенной символьный язык. Символьный язык Wolfram обеспечивает основу для базы знаний, в которой реализовано множество алгоритмов и методов анализа различных данных и моделей. Также язык обеспечивает платформу для разработки и развертывания приложения для математических исследований.

В системе Wolfram-Alpha реализованы многие интеллектуальные достижения и технологии для новых направлений современной науки.

В пособии приведены задания для самостоятельного решения.

Раздел 1. Расчет моделей в форме дифференциальных уравнений

1.1. Математические модели в форме ОДУ

Описание модели

Математические модели в форме обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) широко применяются во многих областях исследований. Системой обыкновенных дифференциальных уравнений описываются модели многих технических, экономических, динамических объектов. Решение ОДУ возможно аналитическими и численными методами. Наибольшую сложность решения представляют нелинейные модели в форме ОДУ. Решение таких моделей возможно приближенными или численными методами [7-12].

В Wolfram-Alpha для построения аналитического решения применяется функция DSolve[eqn,u,x].

Расчет моделей в форме ОДУ

Выполним расчет модели в форме ОДУ вида: $y'[x]$+$y[x]$+a==bSin[x]. Здесь a и b постоянные параметры, $y[x]$ – искомая функция.
Для расчета применим функцию DSolve[$y'[x]$+$y[x]$+a==bSin[x],$y[x]$,x].

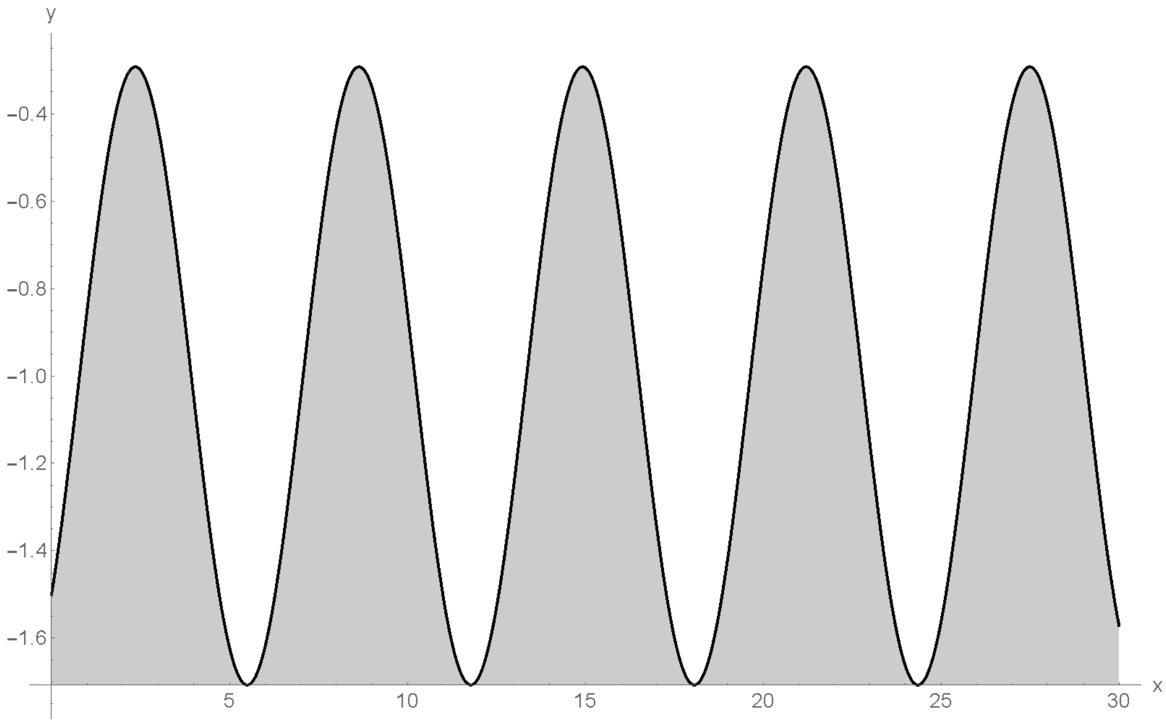


Рисунок 1. График искомой функции.

В результате мы получаем решение в общем виде с произвольной постоянной $C[1]$:

$$y[x] \to e^{-x}C[1]+\frac{1}{2}\left(-2a-b\cos[x]+b\sin[x]\right) \ .$$

Для построения графика функции $y[x]$ применим Plot[y,{x, x_min,x_max}].

В результате при значениях параметров $C[1]$=0, a=1, b=1 мы получим график искомой функции, представленный на рисунке 1.

Выполним расчет модели с начальным условием вида: $y'[x]$+$ay[x]$==bSin[x],$y[0]$==0.

Здесь a и b постоянные параметры, $y[x]$ – искомая функция.

Для расчета применим функцию DSolve[{$y'[x]$+$ay[x]$==bSin[x],$y[0]$==0},$y[x]$,x].

В результате мы получаем решение в общем виде:

$$y[x] \to \frac{b e^{-ax}\left(1-e^{ax}\cos[x]+a e^{ax}\sin[x]\right)}{1+a^2} \ .$$

Для построения графика функции $y[x]$ применим Plot[y,{x, x_min,x_max}].

В результате при значениях параметров a=1, b=1 мы получим график искомой функции, представленный на рисунке 2.

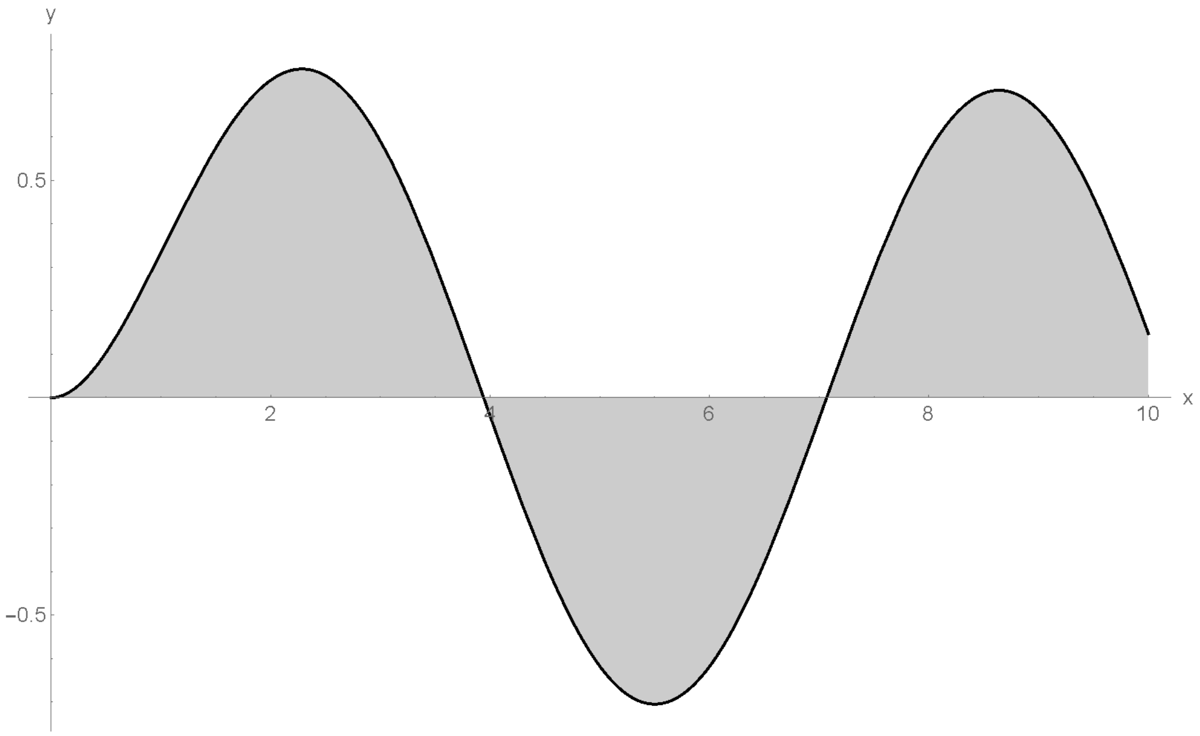


Рисунок 2. График искомой функции.

Выполним расчет нелинейной модели вида: $y'[x]$==0.5$y[x]$Cos[x+$y[x]$],$y[0]$==2 на промежутке {x_min, x_max} численным методом.

Для расчета применим функцию NDSolve[*eqns*,*u*,{x_min, x_max}].

В результате мы получаем численное решение, которое необходимо визуализировать, построить график функции $y[x]$ с помощью Plot[y,{x, x_min,x_max}], который представлен на рисунке 3.

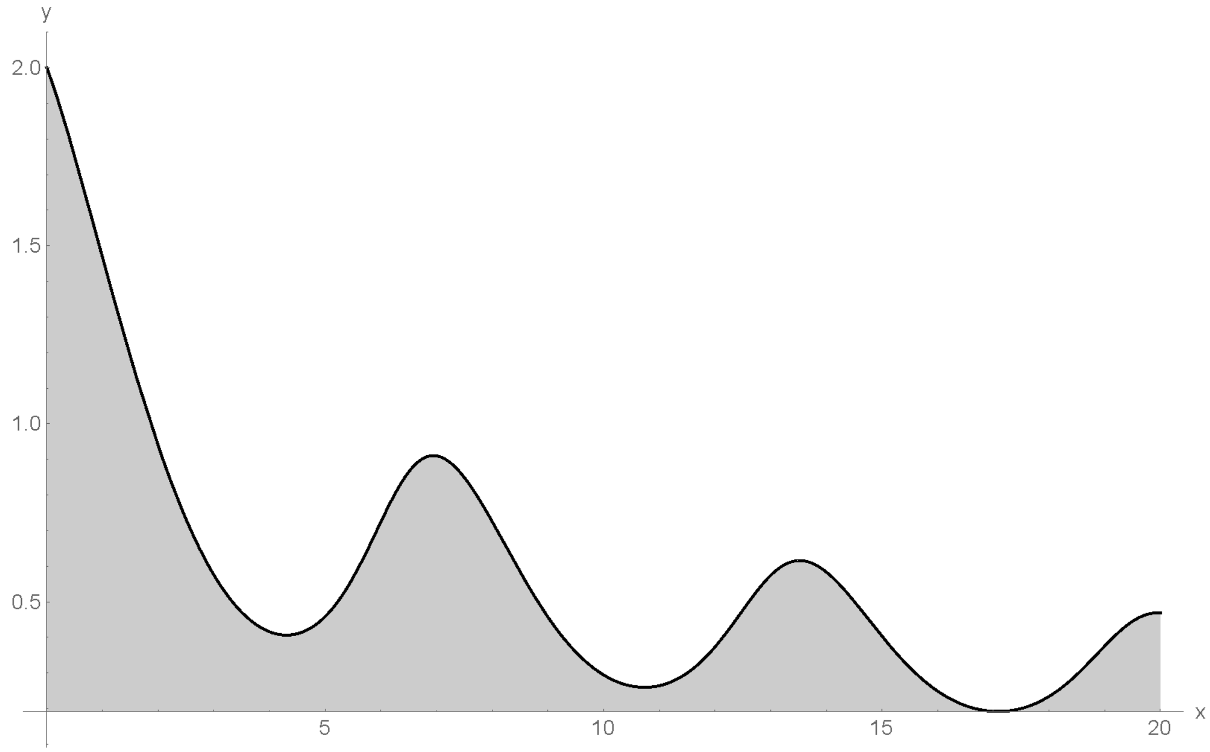


Рисунок 3. График искомой функции.

Задания для самопроверки

Задание 1.

Выполнить расчет модели с начальным условием вида: $y'[x]+ay[x]+b==c\mathrm{Sin}[x],y[0]==0$.
Здесь a, b, c постоянные параметры, приведенные в таблице, $y[x]$ – искомая функция.
Получить решение в общем виде и построить график искомой функции.

Таблица 1. Исходные варианты задания.

Вар.	*a*	*b*	*c*
1	8	9	1
2	2	8	6
3	6	4	3
4	4	2	7
5	8	5	5
6	6	9	2
7	9	3	7
8	1	2	1
9	2	7	9

Задание 2.

Выполнить численный расчет модели с начальным условием вида: $y'[x]$==$ay[x]$Cos[bx+$y[x]$],$y[0]$==c.

Здесь a, b, c постоянные параметры, приведенные в таблице, $y[x]$ – искомая функция.

Получить численное решение и построить график искомой функции.

Таблица 2. Исходные варианты задания.

Вар.	a	b	c
1	0.8	0.9	1
2	0.2	0.8	2
3	0.5	0.4	3
4	0.4	0.2	1
5	0.8	0.5	3
6	0.4	0.9	2
7	0.9	0.3	3
8	0.3	0.2	1
9	0.2	0.7	2

1.2. Математические модели в форме ДУЧП

Описание модели

Математические модели в форме дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) широко применяются в различных физических моделях, где искомая функция зависит сразу от нескольких параметров. Системой дифференциальных уравнений в частных производных описываются модели многих физических объектов. Решение ДУЧП возможно численными методами [13-17].

В Wolfram-Alpha для построения численного решения применяется функция NDSolve[*eqns*,*u*,{*x_min*, *x_max*}]

Расчет моделей в форме ДУЧП

Выполним расчет модели ДУЧП с начальным условием вида: $D[u[y,x],y]$==4$D[u[y,x],x,x]$,$u[0,x]$==0,$u[y,0]$==Sin[y],$u[y,8]$==0.

Здесь $u[y,x]$ – искомая функция, зависящая от двух параметров.

Для расчета применим функцию:

NDSolve[{$D[u[y,x],y]$==4$D[u[y,x],x,x]$,$u[0,x]$==0,$u[y,0]$==Sin[y],$u[y,8]$==0} ,u,{y,0,8}, {x,0,8}].

В результате мы получаем численное решение для построения трехмерного графика необходимо применить Plot3D[f,{x, x_min, x_max},{y, y_min, y_max},].

В результате мы получим график искомой функции $u[y,x]$, представленный на рисунке 4.

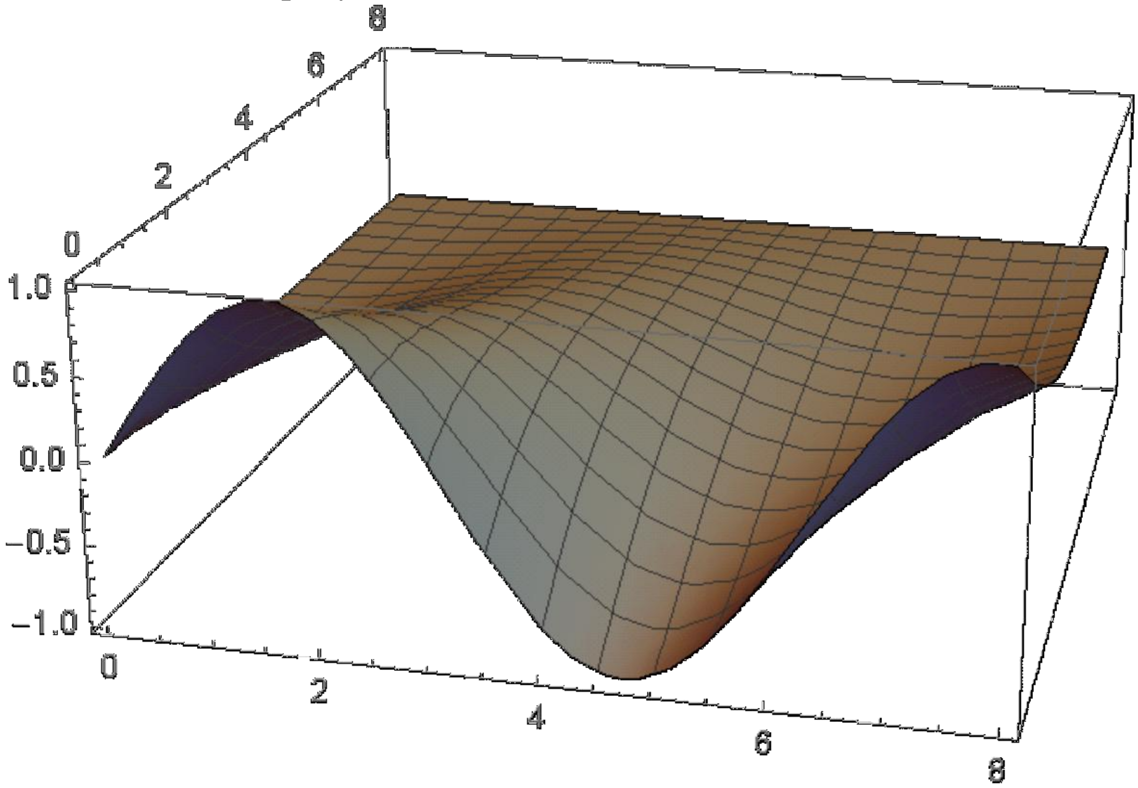


Рисунок 4. График искомой функции.

Задания для самопроверки

Задание 3.

Выполнить численный расчет модели ДУЧП с начальным условием вида:

$D[au[y,x],y]== b\ D[u[y,x],x,x],u[0,x]==0,u[y,0]==\mathrm{Sin}[y],u[y,8]== c$

Здесь a b c постоянные параметры, приведенные в таблице, $u[y,x]$,– искомая функция.

Получить численное решение и построить график искомой функции.

Таблица 3. Исходные варианты задания.

Вар.	*a*	*b*	*c*
1	4	5	1
2	2	6	0
3	6	4	1
4	4	2	0
5	8	5	1
6	6	7	0
7	5	3	1
8	1	2	0
9	2	7	1

Раздел 2. Расчет оптимизационных моделей

2.1. Числовой расчет оптимизационных моделей

Задачи оптимизации модели широко применяются в различных областях исследований технических объектов. Рассматриваются модели для глобальной, локальной оптимизации, определения максимальных и минимальных значений для целевой функции. Для исследования оптимизационных моделей в Wolfram-Alpha существует большое количество функций для определения максимумов и минимумов.

Исследование оптимизационных моделей

Для численной глобальной оптимизации применяют функции: NMinimize, NMaximize, FindMinimum, FindMaximum.

Найдем глобальный минимум и максимум для целевой функции без ограничений вида:
x^4−5x^2−2x.
Применим функцию вида:
NMinimize[x^4−5x^2−2x,x].
В результате получим минимальное значение -3.5139 при { x→1.3008}.
Применим функцию вида:
NMaximize[x^4−5x^2−2x,x].
В результате получим максимальное значение 0.20165 при {x→−0.20336}.

Найдем глобальный минимум и максимум для целевой функции двух переменных с ограничением области:
2x^2−(y−2)^2,x^2+y^2≤5.
Применим функцию вида:
NMinimize[{2 x^2 - (y - 2)^2, x^2 + y^2 <= 5}, {x, y}].
В результате получим минимальное значение −17.944 при
{x→4.064×10^−9,y→−2.236}.
Применим NMaximize[{2 x^2 - (y - 2)^2, x^2 + y^2 <= 5}, {x, y}].
В результате получим максимальное значение 0.201654 при
{x → -0.203364}}.

Построим трехмерный график целевой функции, показанный на рисунке 5:
Plot3D[{2 x^2 - (y - 2)^2, x^2 + y^2 <= 5}, {y, -10, 10}, {x, -10, 10}, PlotRange -> All].

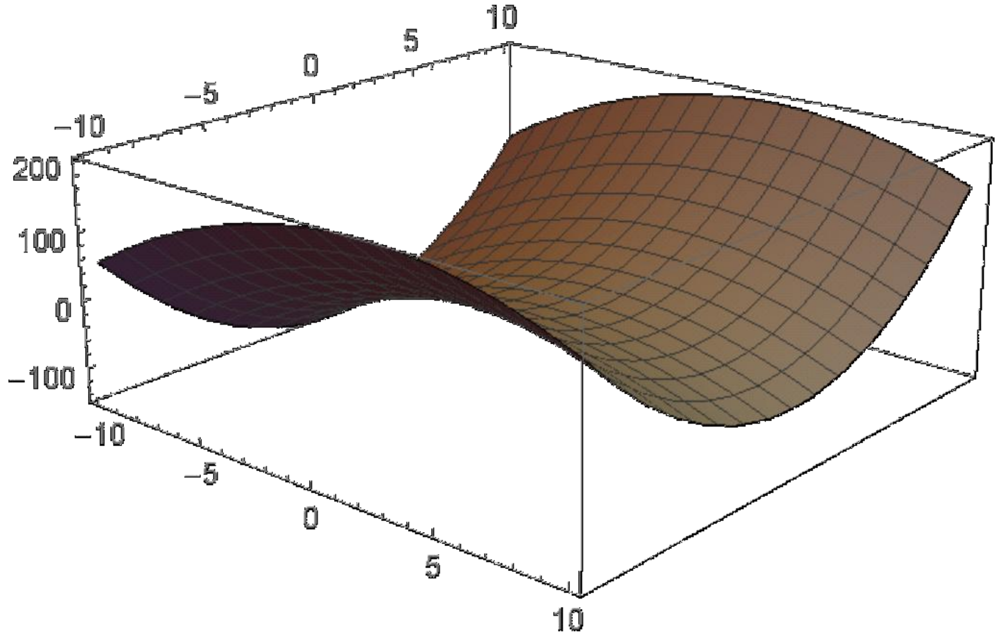


Рисунок 5. График целевой функции.

Найдем локальный минимум и максимум для целевой функции 2 x Sin[x] начиная с 5 при ограничениях: 1 <= x <= 20.
Применим функции:
FindMinimum[{2 x Sin[x], 1 <= x <= 20}, {x, 5}],
FindMaximum[{2 x Sin[x], 1 <= x <= 20}, {x, 5}].
В результате получим минимум функции -9.62894 при {x -> 4.91318}   и максиму функции 15.8335 при {x -> 7.97867}.
Построим график функции (рисунок 6) Plot[2 x Sin[x], {x, 1, 20},PlotRange -> Automatic].

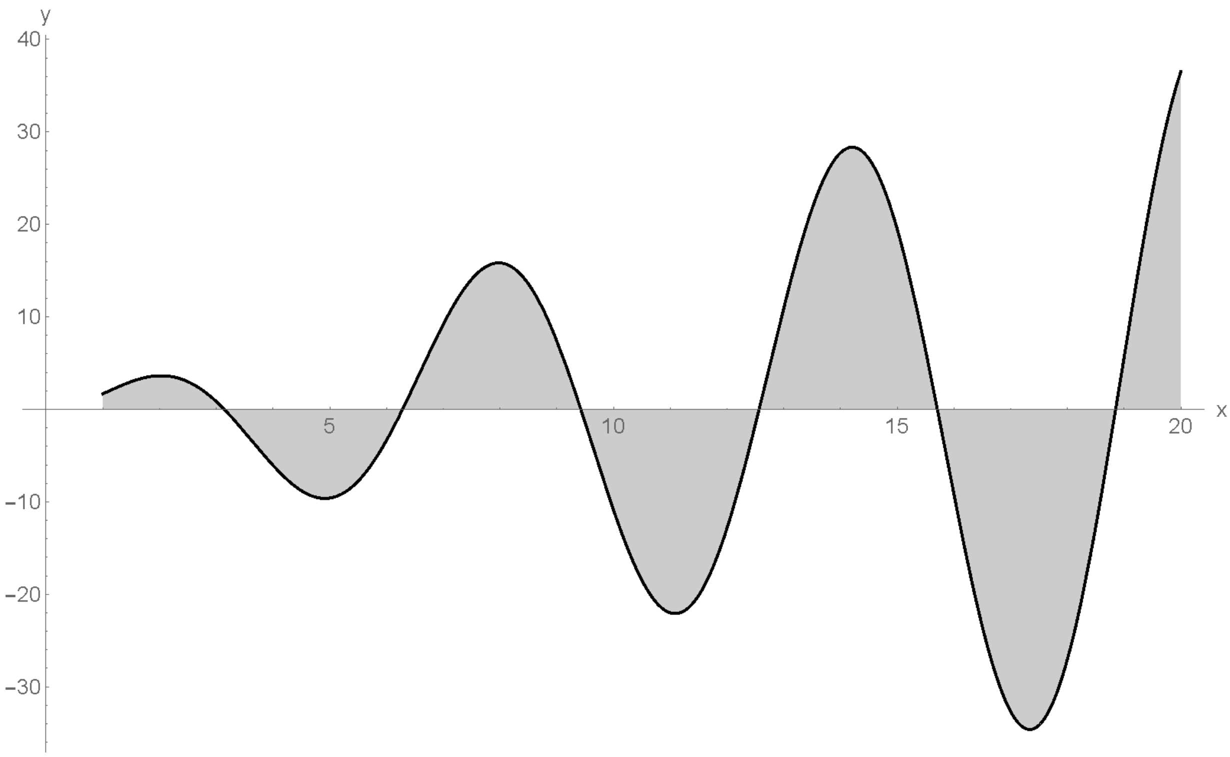


Рисунок 6. График целевой функции.

Задания для самопроверки

Задание 4.

Найти локальный минимум и максимум для целевой функции $a\ x$ Sin[x] - $b\ x$ Cos[x] начиная с c при ограничениях: 1 <= x <= 20.
Построить график функции.

Таблица 4. Исходные варианты задания.

Вар.	*a*	*b*	*c*
1	2	1	1
2	1	6	0
3	6	3	1
4	4	2	0
5	5	7	1
6	6	2	0
7	8	3	1
8	1	1	0
9	4	3	1

2.2. Символьный расчет оптимизационных моделей

Исследование оптимизационных моделей

Минимизируем и максимизируем целевую функцию в символьном виде:
F[x]=a x^2 + b x.
Применим Minimize[ax^2+bx,x] и Maximize[ax^2+bx,x].
В результате получим условия и значения минимума и максимума в символьном виде:

$$F_{\min}=-\frac{b^2}{4a}\,при\left(b>0\,\&\&\,a>0\right)\|\left(b<0\,\&\&\,a>0\right),x=-\frac{b}{2a},$$

$$F_{\min}=-\infty при\left(b\,\text{ЉЬ}0\,\&\&\,a<0\right)\|\left(b>0\,\&\&\,a\le 0\right)\|\left(b<0\,\&\&\,a\le 0\right),x=0$$

$$F_{\max}=-\frac{b^2}{4a}\,при\left(b>0\,\&\&\,a<0\right)\|\left(b<0\,\&\&\,a<0\right),x=-\frac{b}{2a},$$

$$F_{\max}=-\infty при\left(b\,\text{ЉЬ}0\,\&\&\,a>0\right)\|\left(b>0\,\&\&\,a\ge 0\right)\|\left(b<0\,\&\&\,a\ge 0\right),x=0$$

На рисунке 7 приведены графики целевой функции ax^2+bx при различных параметрах a и b.

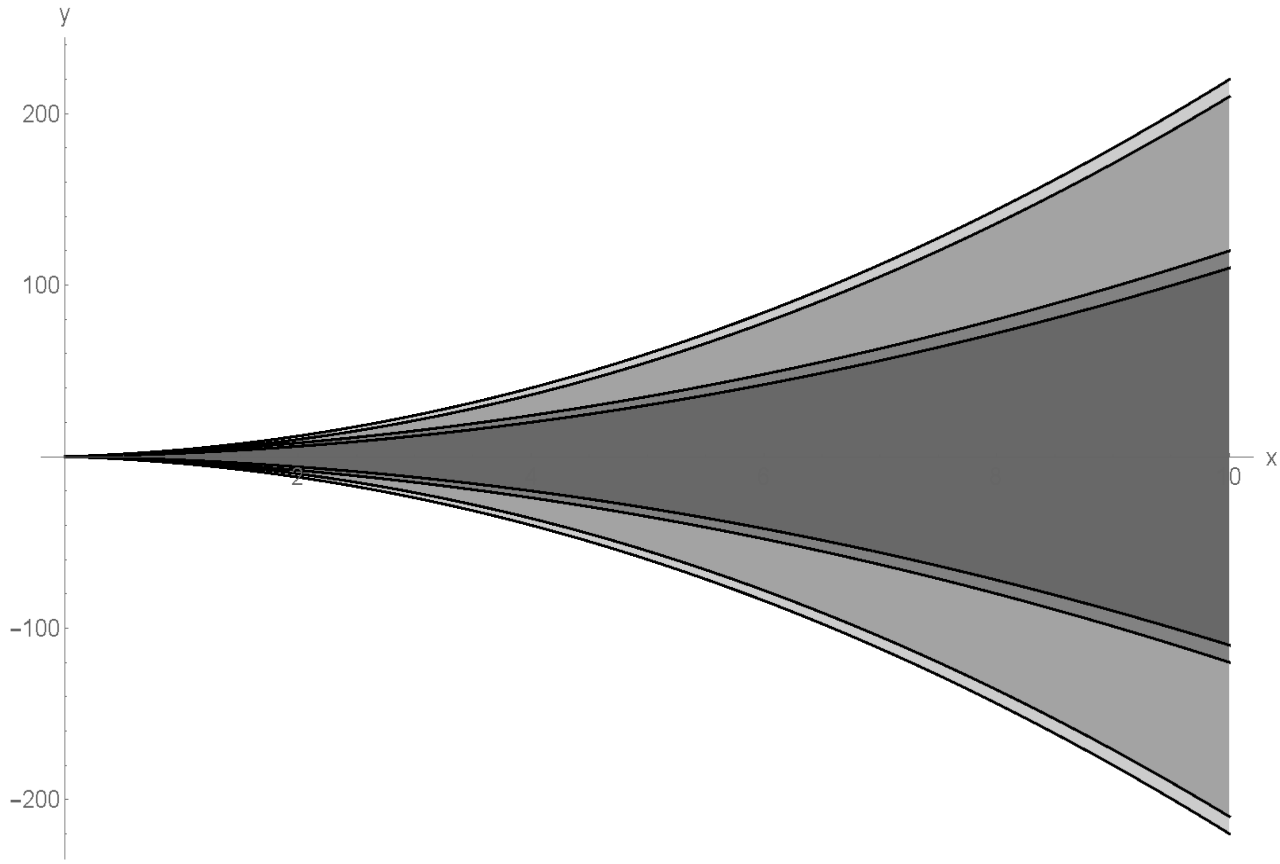


Рисунок 7. Графики целевой функции.

Задания для самопроверки

Задание 5.

Минимизировать и максимизировать целевую функцию в символьном виде:

F[x]=a x^2 + b x+c.

Найти минимум и максимум при заданных параметрах, указанных в таблице.

Построить график функции.

Таблица 5. Исходные варианты задания.

Вар.	*a*	*b*	*c*
1	2	1	1
2	1	6	0
3	6	3	1
4	4	2	0
5	5	7	1
6	6	2	0
7	8	3	1
8	1	1	0
9	4	3	1

Раздел 3. Статистические и вероятностные модели

3.1. Модели линейной регрессии

Исследование модели линейной регрессии

Рассмотрим набор данных для построения модели линейной регрессии:
data = {{0, 1}, {1, 1}, {2, 3}, {3, 4}, {4, 5}}.
Построим модель линейной регрессии:
LMF = LinearModelFit[data, x, x].
Получим функциональное выражение для линейной регрессии:
Normal[LMF].
Мы получим выражение: 0.6 + 1.1 x.
Построим график для модели линейной регрессии и для исходного набора данных:
Show[ListPlot[data], Plot[LMF[x], {x, 0, 5}], Frame -> True].

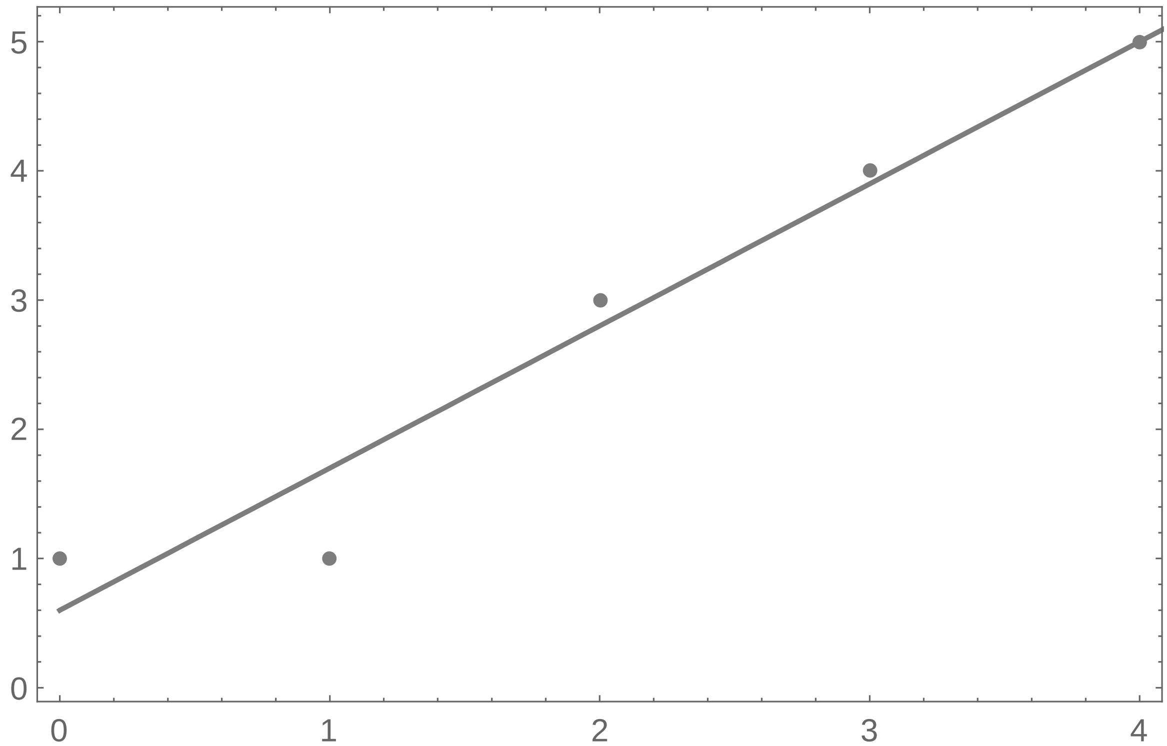


Рисунок 8. Графики для модели линейной регрессии и для исходного набора данных.

Задания для самопроверки

Задание 6.

Для исходного набора данных построить модель линейной регрессии. Построить график для модели линейной регрессии и для исходного набора данных.

Таблица 6. Исходные варианты задания.

Вар.	*Исходный набор данных*
1	{{0, 1}, {1, 1}, {2, 3}, {3, 4}, {4, 5}}
2	{{0, 2}, {1, 2}, {2, 6}, {3, 7}, {4, 9}}
3	{{0, 3}, {1, 3}, {2, 9}, {3, 9}, {4, 12}}
4	{{0, 4}, {1, 4}, {2, 11}, {3, 15}, {4, 19}}
5	{{0, -1}, {1, -1}, {2, -3}, {3, -4}, {4, -5}}
6	{{0, 1}, {-1, 1}, {-2, 3}, {-3, 4}, {-4, 5}}
7	{{0, -2}, {1, -2}, {2, -6}, {3, -7}, {4, -9}}
8	{{0, 2}, {-1, 2}, {-2, 6}, {-3, 7}, {-4, 9}}
9	{{0, -3}, {1, -3}, {2, -9}, {3, -9}, {4, -12}}

3.2. Модели нелинейной регрессии

Исследование модели нелинейной регрессии

Рассмотрим набор данных для построения модели нелинейной регрессии:
data = {{0, 1}, {1, 2}, {2, 3}, {3, 4}, {4, 5}, {5, 5}}.
Построим модель нелинейной регрессии:
nlmf = NonlinearModelFit[data, Log[a x^2 + b], {a, b}, x].
Получим функциональное выражение для нелинейной регрессии:
Normal[nlmf].
Мы получим выражение: Log[2.55786 + 5.97508 x^2].

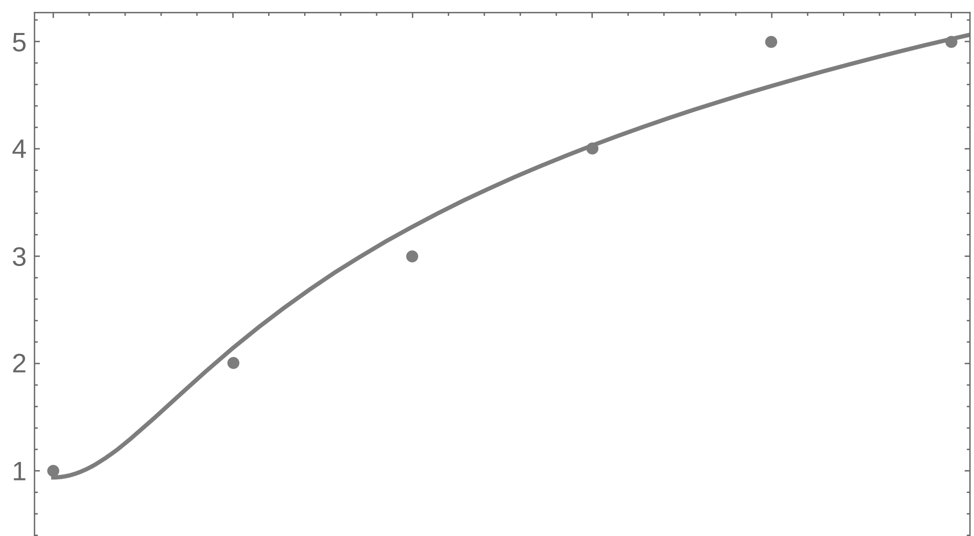


Рисунок 9. Графики для модели нелинейной регрессии и для исходного набора данных.

Построим график для модели нелинейной регрессии и для исходного набора данных:
Show[ListPlot[data], Plot[nlmf[x], {x, 0, 7}], Frame -> True].

Задания для самопроверки

Задание 7.

Для исходного набора данных построить модель нелинейной регрессии. Построить график для модели нелинейной регрессии и для исходного набора данных.

Таблица 7. Исходные варианты задания.

Вар.	*Исходный набор данных*
1	{{0, 2}, {1, 3}, {2, 4}, {3, 5}, {4, 6}, {5, 7}}
2	{{0, 1}, {1, 2}, {2, 3}, {3, 4}, {4, 5}, {5, 6}}
3	{{0, 3}, {1, 4}, {2, 5}, {3, 6}, {4, 7}, {5, 8}}
4	{{0, 4}, {1, 5}, {2, 6}, {3, 7}, {4, 8}, {5, 9}}
5	{{0, 5}, {1, 6}, {2, 7}, {3, 8}, {4, 9}, {5, 10}}
6	{{0, 6}, {1, 7}, {2, 8}, {3, 9}, {4, 10}, {5, 11}}
7	{{0, 7}, {1, 8}, {2, 9}, {3, 10}, {4, 11}, {5, 12}}
8	{{0, 8}, {1, 9}, {2, 10}, {3, 11}, {4, 12}, {5, 13}}
9	{{0, 9}, {1, 10}, {2, 11}, {3, 12}, {4, 13}, {5, 14}}

3.3. Вероятностные модели

Исследование вероятностной модели

Рассмотрим вероятностную модель встречи двух поездов на одной станции. Два поезда прибывают на станцию независимо и делают остановку 2 минуты. Время прибытия поездов равномерно распределено. Необходимо найти вероятность того что два поезда встретиться на станции за один час.
Модель может быть записана в форме:
Abs[x - y] < 2, при условии:
{x, y} = Равномерное Распределение [{{0, 60}, {0, 60}}].
Запишем модель для расчета:
Probability[Abs[$x-y$]<2,{x,y} UniformDistribution[{{0,60},{0,60}}]].
В результате мы получим вероятность встречи поездов:
59/900= 0.0655556
На рисунке 10 приведен регион, где два поезда встретиться.

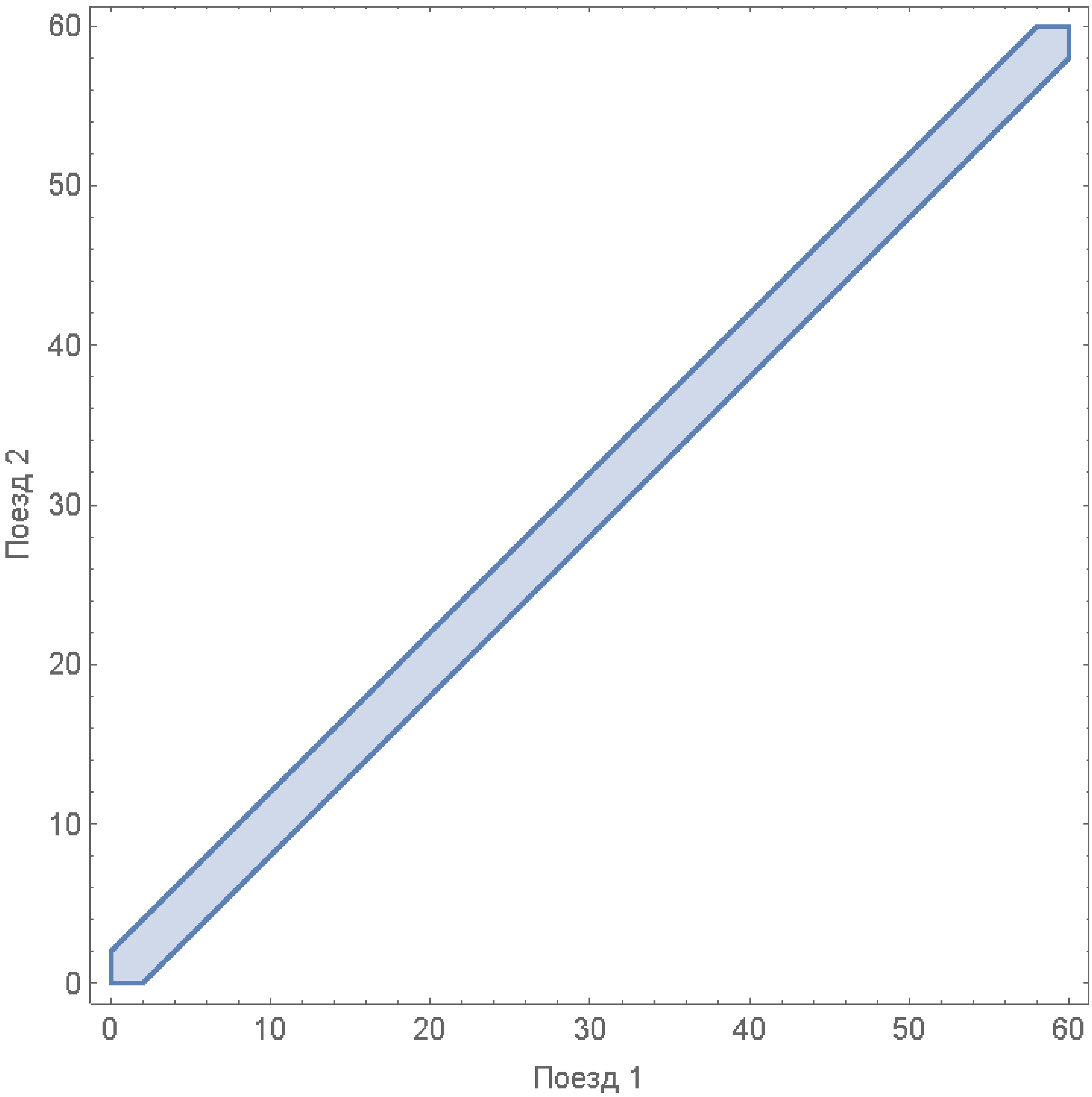


Рисунок 10. Регион, где два поезда встретятся.

Раздел 4. Сетевые модели

4.1. Графовые модели

Модели в форме графов широко применяются в различных технических областях, в логистике и социальной сфере.

Для примера создадим модель с равномерным распределением на графе с 40 вершинами и 90 ребрами.

g = RandomGraph[UniformGraphDistribution[40, 90], VertexLabels -> "Name"].

В результате мы получили модель, представленную на рисунке 11.

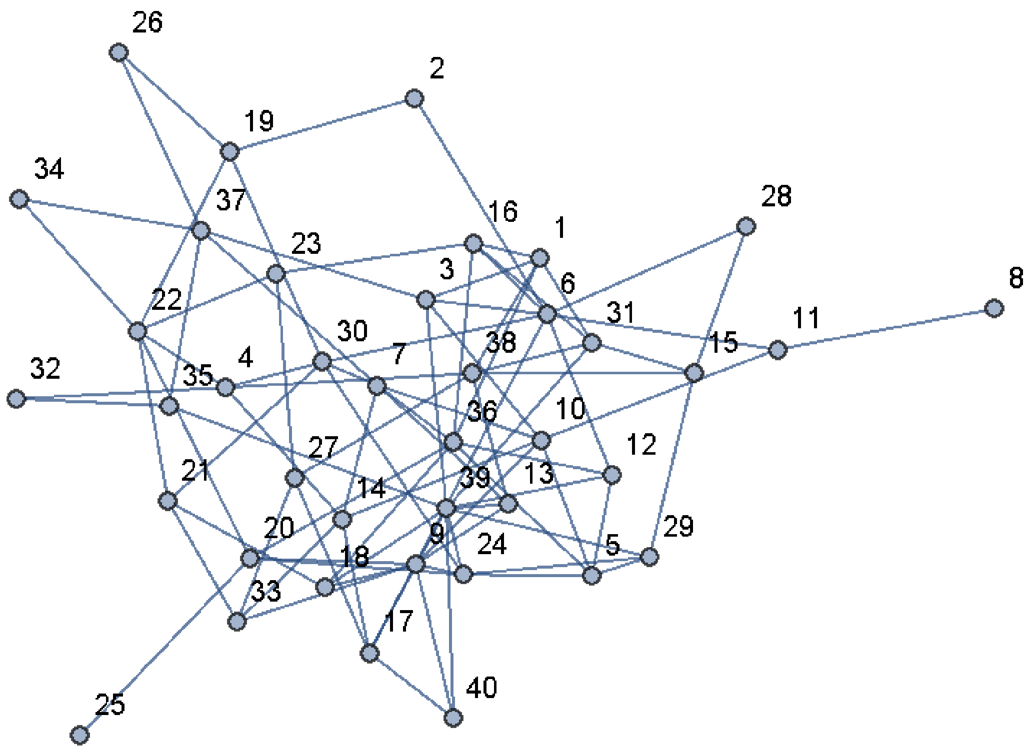


Рисунок 11. Модель с равномерным распределением на графе.

Исследование графовой модели

Проведем исследование модели, представленной на рисунке 11. Получим расстояние между 8 и 39 вершиной графа:
GraphDistance[g, 8, 34].
В результате мы получим 5.

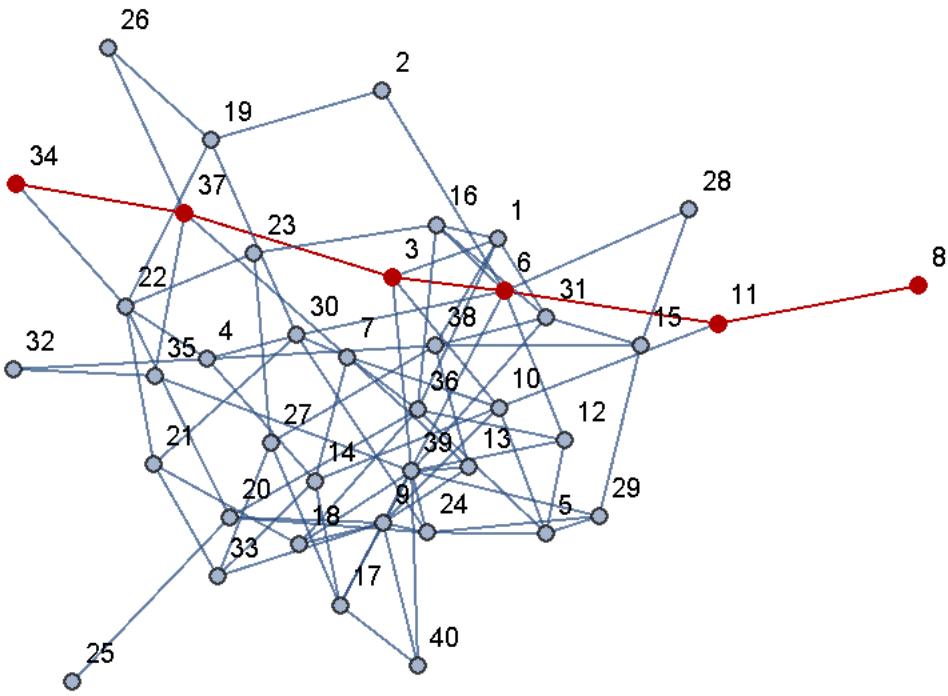


Рисунок 12. Кратчайшее расстояние методом Бельмана-Форда.

Найдем кратчайший путь в графе между 8 и 39 вершиной методом Бельмана-Форда:
HighlightGraph[g, PathGraph@FindShortestPath[g, 8, 34, Method -> "BellmanFord"], VertexLabels -> "Name"].

В результате мы получили кратчайший путь методом Бельмана-Форда (рисунок 12).

Найдем кратчайший путь в графе между 8 и 39 вершиной методом Дейкстры:
HighlightGraph[g, PathGraph@FindShortestPath[g, 8, 34, Method -> "BellmanFord"], VertexLabels -> "Name"].

В результате мы получили другой кратчайший путь методом Дейкстры (рисунок 13).

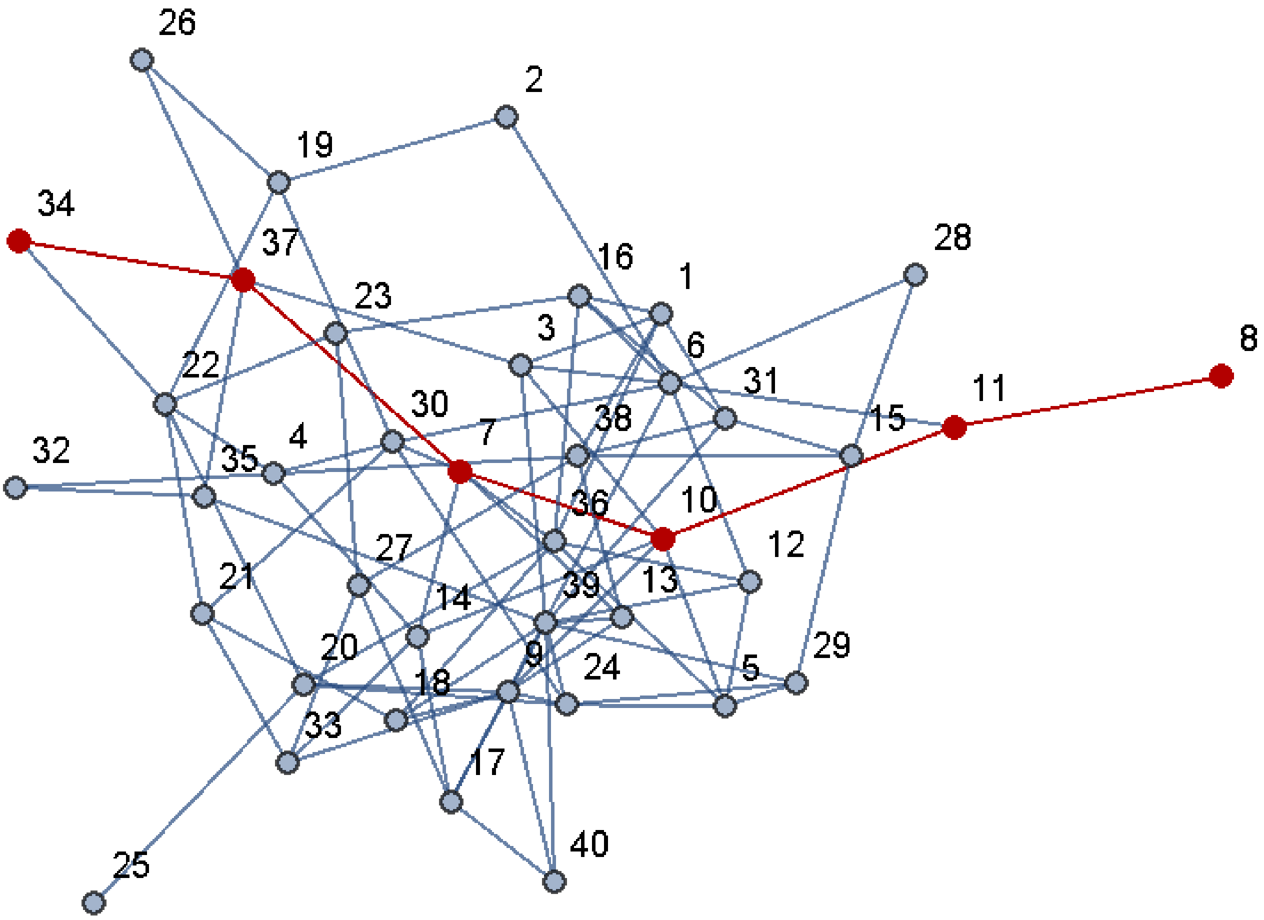


Рисунок 13. Кратчайшее расстояние методом Дейкстры.

Определим центр графа (рисунок 14).
HighlightGraph[g, GraphCenter[g]].

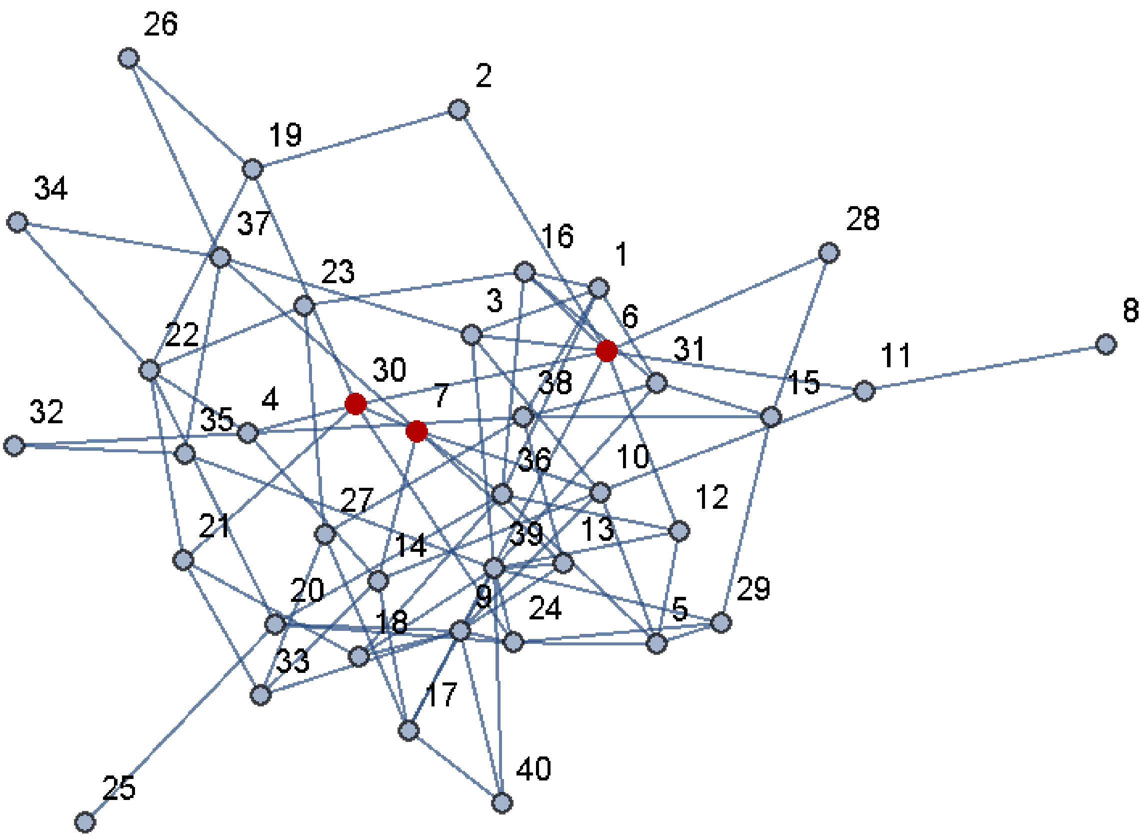


Рисунок 14. Центр графа

Определим переферию графа (рисунок 15).
HighlightGraph[g, GraphPeriphery[g]].

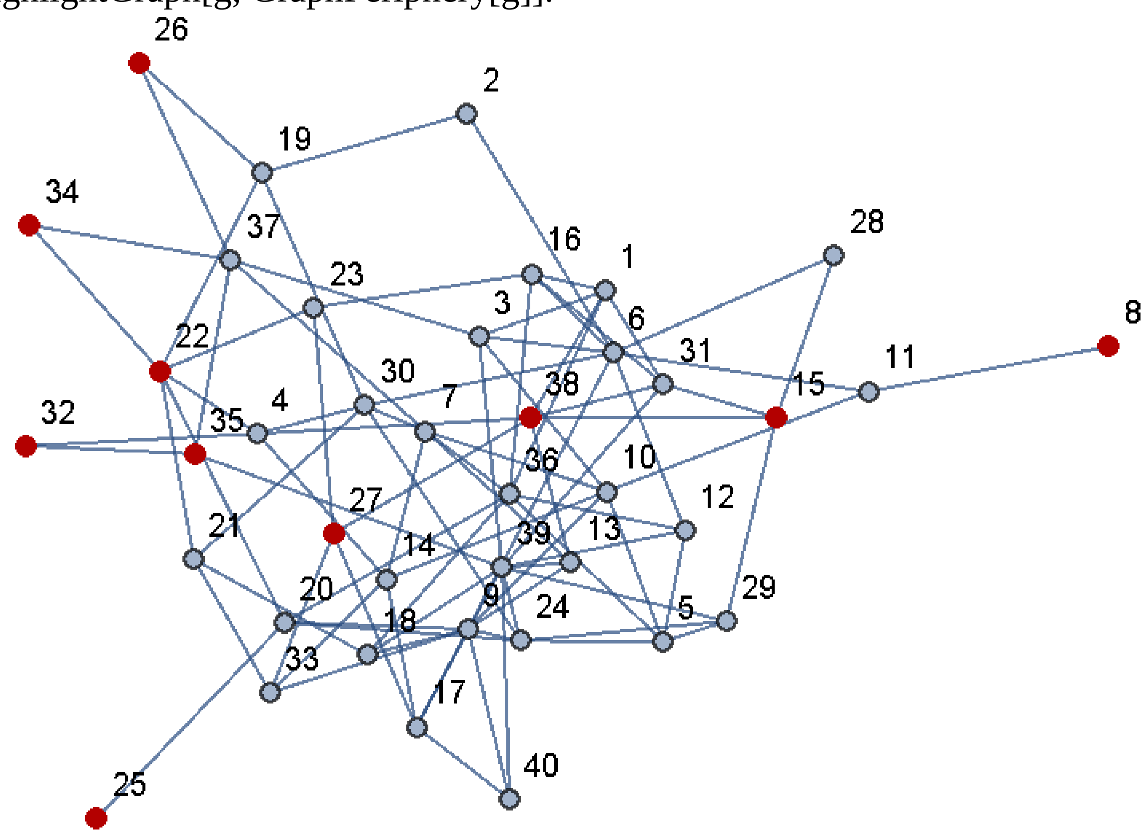


Рисунок 15. Переферия графа

Определим радиус GraphRadius[g] и диаметр GraphDiameter[g] графа. Соответственно вычислен радиус 3 и диаметр 5 для графовой модели.
Для записи графовой модели в матричном виде получим матрицу смежности:
AdjacencyMatrix[g] // MatrixForm.

Найдем Гамильтонов путь для графа (рисунок 16):
FindHamiltonianPath[g].
В результате получим путь со всеми вершинами:
{8, 11, 10, 3, 1, 16, 23, 27, 17, 14, 4, 32, 35, 39, 40, 9, 33, 21, 18, 36, 12, 5, 29, 24, 30, 7, 13, 38, 31, 15, 28, 6, 2, 19, 26, 37, 34, 22, 20, 25}.

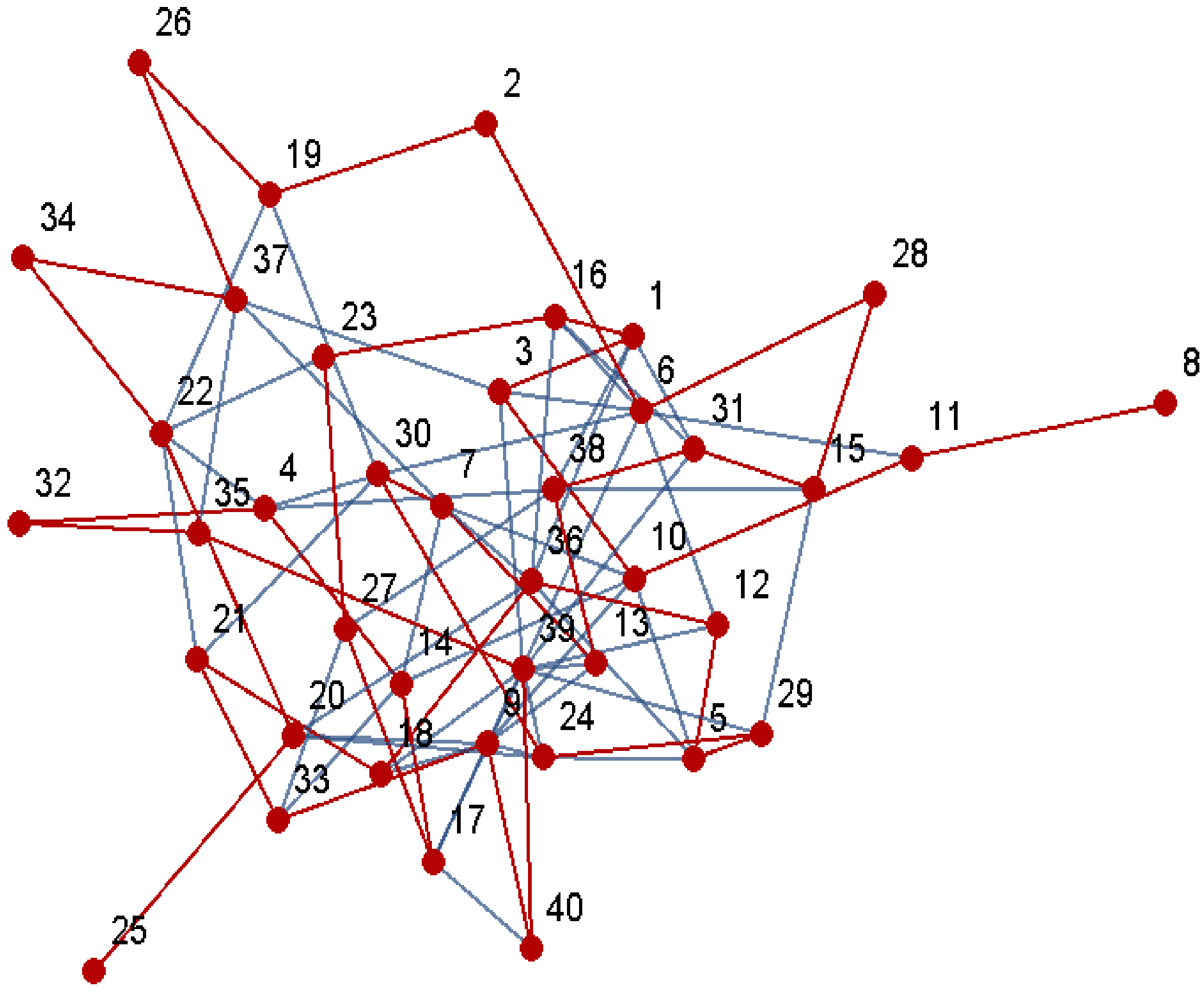


Рисунок 16. Гамильтонов путь.

Найдем максимальную клику для графа:
FindClique[g] .
Результат вычисления {{1, 31, 38}} представлен на рисунке 17.

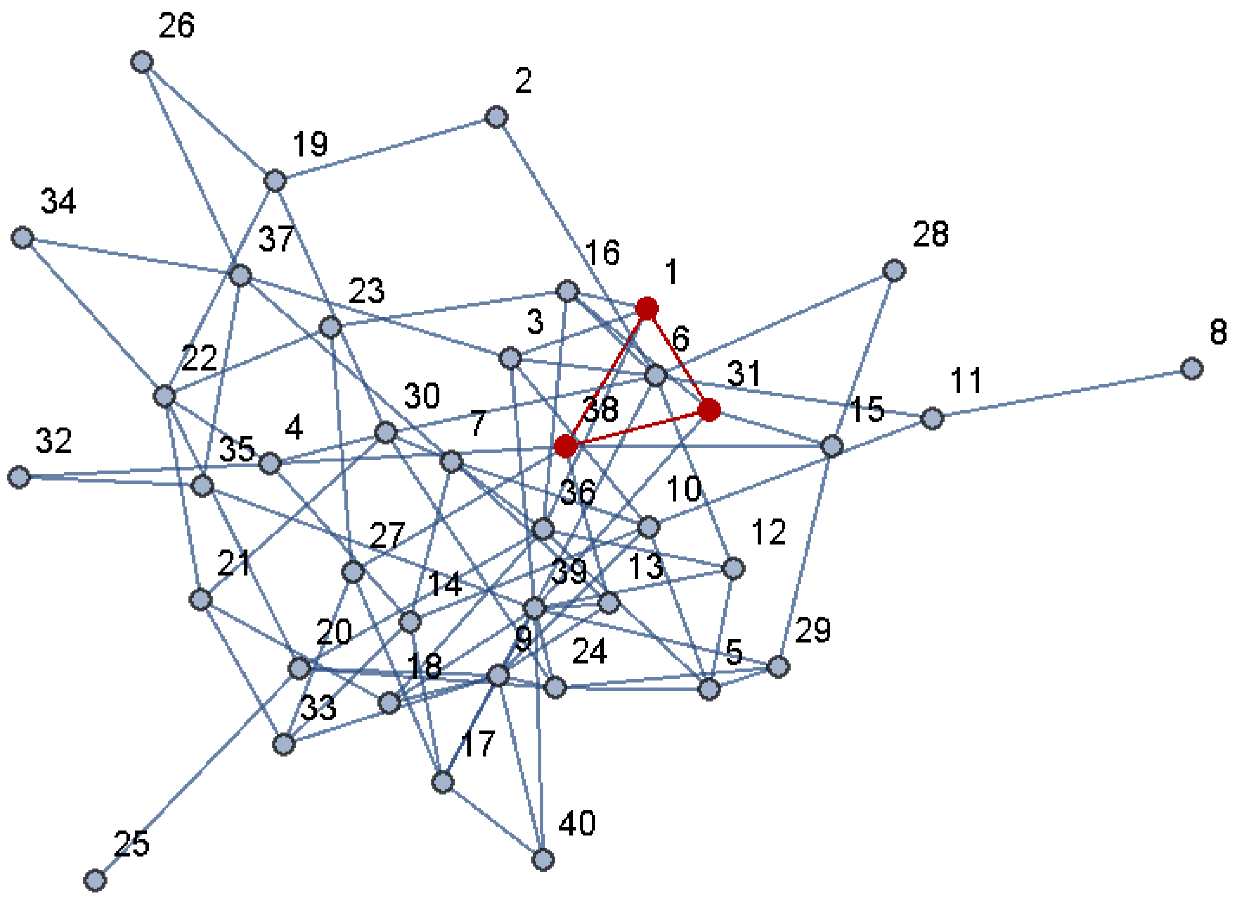


Рисунок 17. Максимальная клика.

Найдем маршрут коммивояжера для графа.
FindPostmanTour[g].
В результате получим маршрут со всеми вершинами:
{1->38,38->31,31->39,39->29,29->24,24->39,39->40,40->17,17->39,39->18,18->36,36->20,20->25,25->20,20->24,24->30,30->21,21->33,33->27,27->38,38->13,13->39,39->35,35->37,37->35,35->32,32->4,4->38,38->15,15->31,31->1,1->31,31->16,16->36,36->5,5->36,36->7,7->37,37->34,34->22,22->23,23->16,16->23,23->27,27->17,17->40,40->9,9->20,20->22,22->21,21->18,18->9,9->33,33->14,14->17,17->9,9->24,24->5,5->29,29->15,15->28,28->6,6->16,16->1,1->36,36->12,12->39,39->3,3->37,37->26,26->19,19->30,30->7,7->14,14->10,10->9,9->13,13->7,7->10,10->11,11->8,8->11,11->6,6->9,9->6,6->12,12->5,5->10,10->3,3->6,6->30,30->4,4->14,14->4,4->22,22->19,19->2,2->6,6->3,3->1}.

Задания для самопроверки

Задание 8.
Выполните следующие пункты:

- Создать модель с равномерным распределением на графе с 40 вершинами и 80 ребрами.
- Определить центр графа.
- Определить переферию графа.

- Определить радиус и диаметр графа.
- Получить расстояние между 1 и 40 вершиной графа.
- Найти Гамильтонов путь для графа.
- Найти кратчайший путь в графе между 1 и 40 вершиной методом Бельмана-Форда.
- Найти кратчайший путь в графе между 1 и 40 вершиной методом Дейкстры.
- Найти маршрут коммивояжера для графа.
- Найти максимальную клику для графа.

4.2. Модели социальных сетей

Для описания и исследования социальных сетей широко применяют графовые модели.

Для примера создадим сетевую модель с распределением по пространственной конфигурации случайных точек с 20 вершинами.
g = RandomGraph[SpatialGraphDistribution[20, 0.5], VertexLabels -> "Name"].
В результате мы получили модель, представленную на рисунке 18.

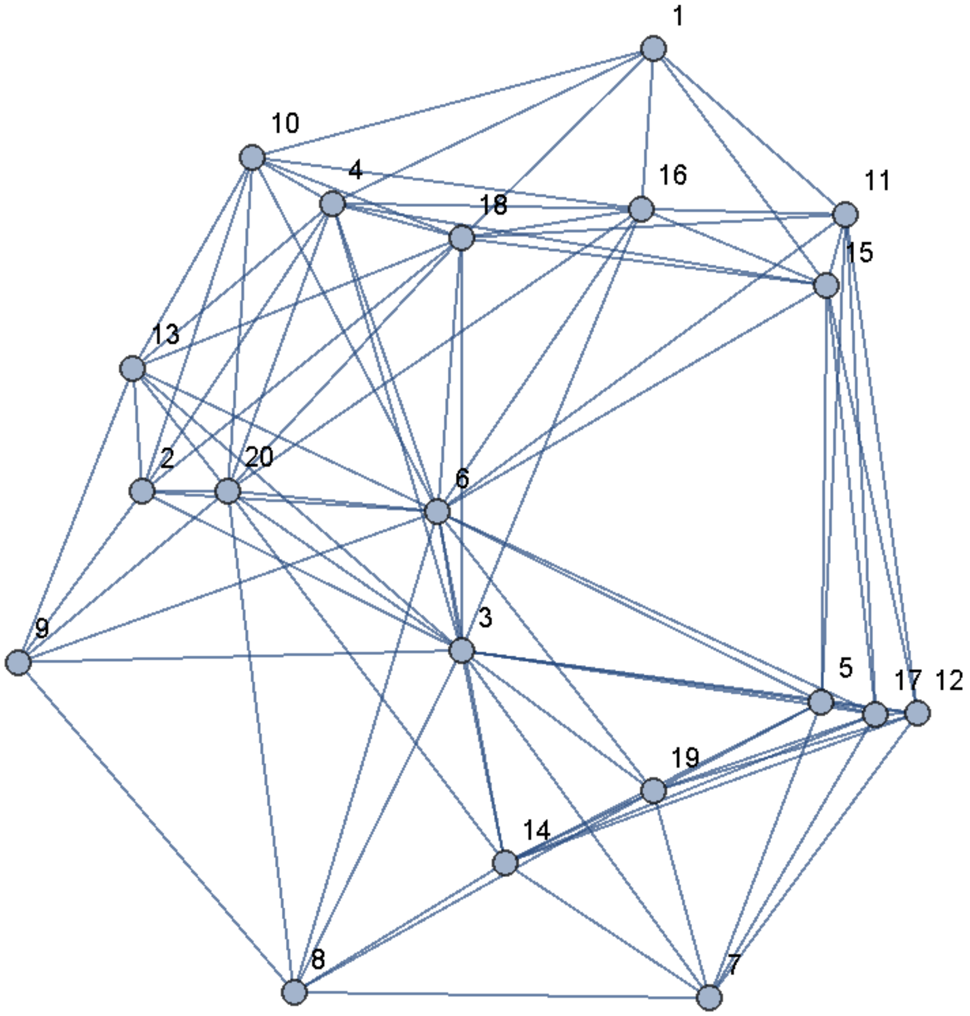


Рисунок 18. Сетевая модель с распределением по пространственной конфигурации случайных точек.

Исследование модели социальных сетей

Проведем исследование модели, представленной на рисунке 18.
Получим центральность по степени (рисунок 19).
DegreeCentrality[g].
В результате мы получим:
{6, 8, 15, 10, 9, 16, 7, 7, 6, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 11, 8, 11}.

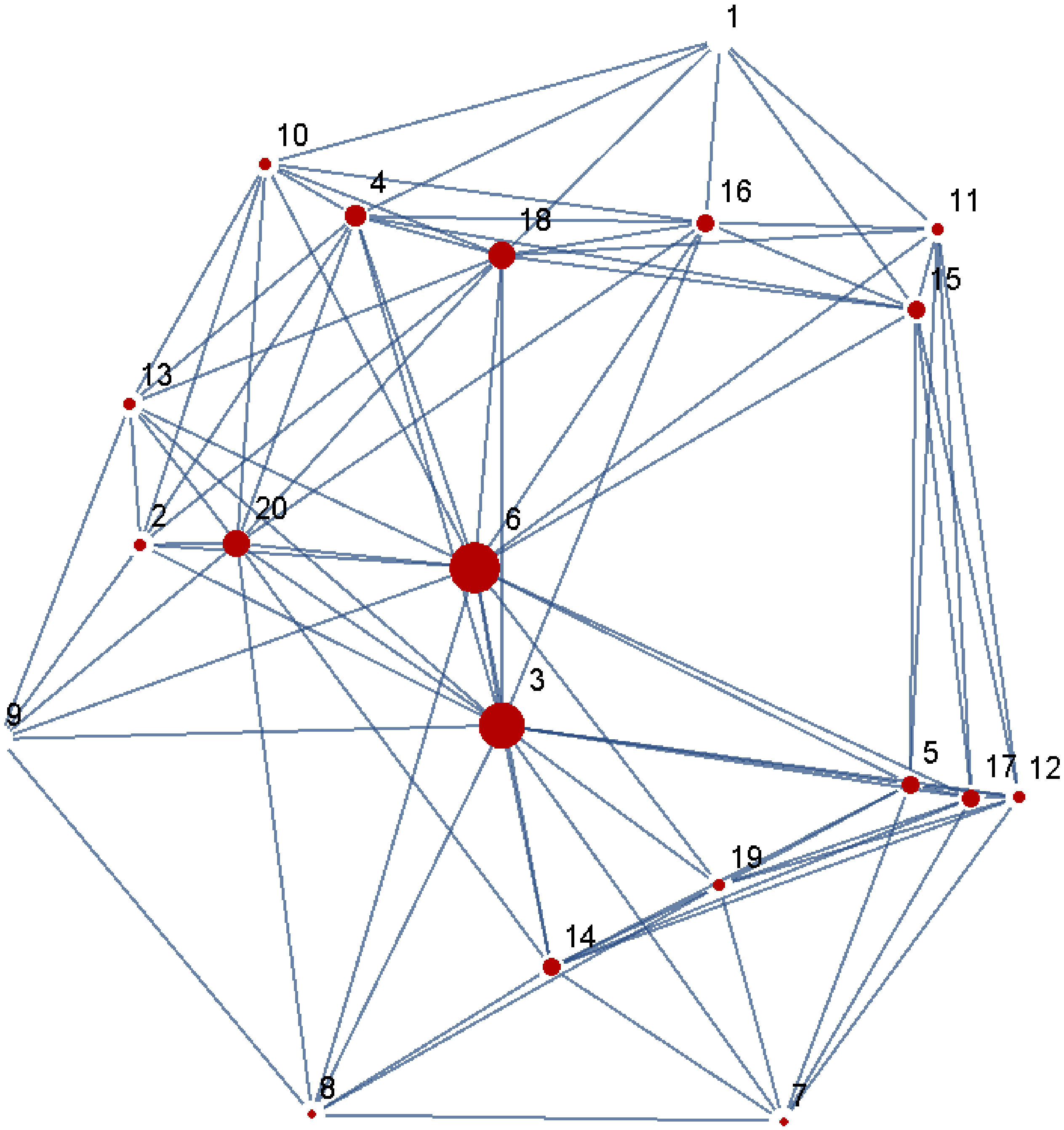


Рисунок 19. Центральность по степени.

Получим центральность по близости (рисунок 20).
ClosenessCentrality[g].
В результате мы получим:

{0.513514, 0.633333, 0.826087, 0.678571, 0.655172, 0.863636, 0.575758, 0.59375, 0.575758, 0.59375, 0.633333, 0.612903, 0.633333, 0.633333, 0.655172, 0.655172, 0.655172, 0.703704, 0.612903, 0.703704}.

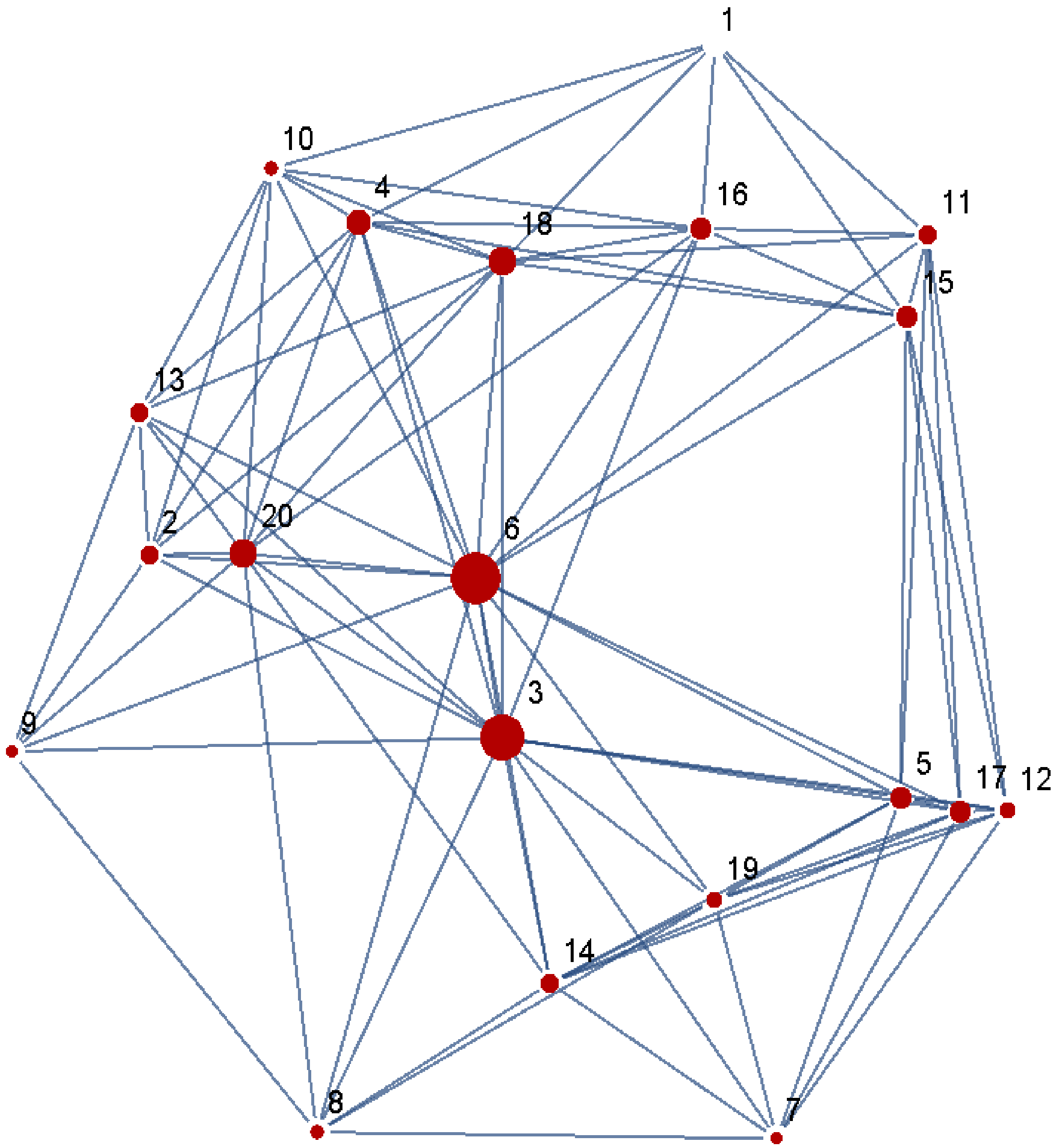


Рисунок 20. Центральность по близости

Получим центральность по посредничеству (рисунок 21).
BetweennessCentrality[g].
В результате мы получим:
{0.745238, 1.0698, 26.2727, 4.21531, 2.86558, 28.1574, 0.65, 1.97619, 0.5, 1.95297, 4.60675, 2.43701, 1.0698, 2.94762, 6.02103, 3.441, 2.86558, 6.21293, 1.07857, 6.91446}.

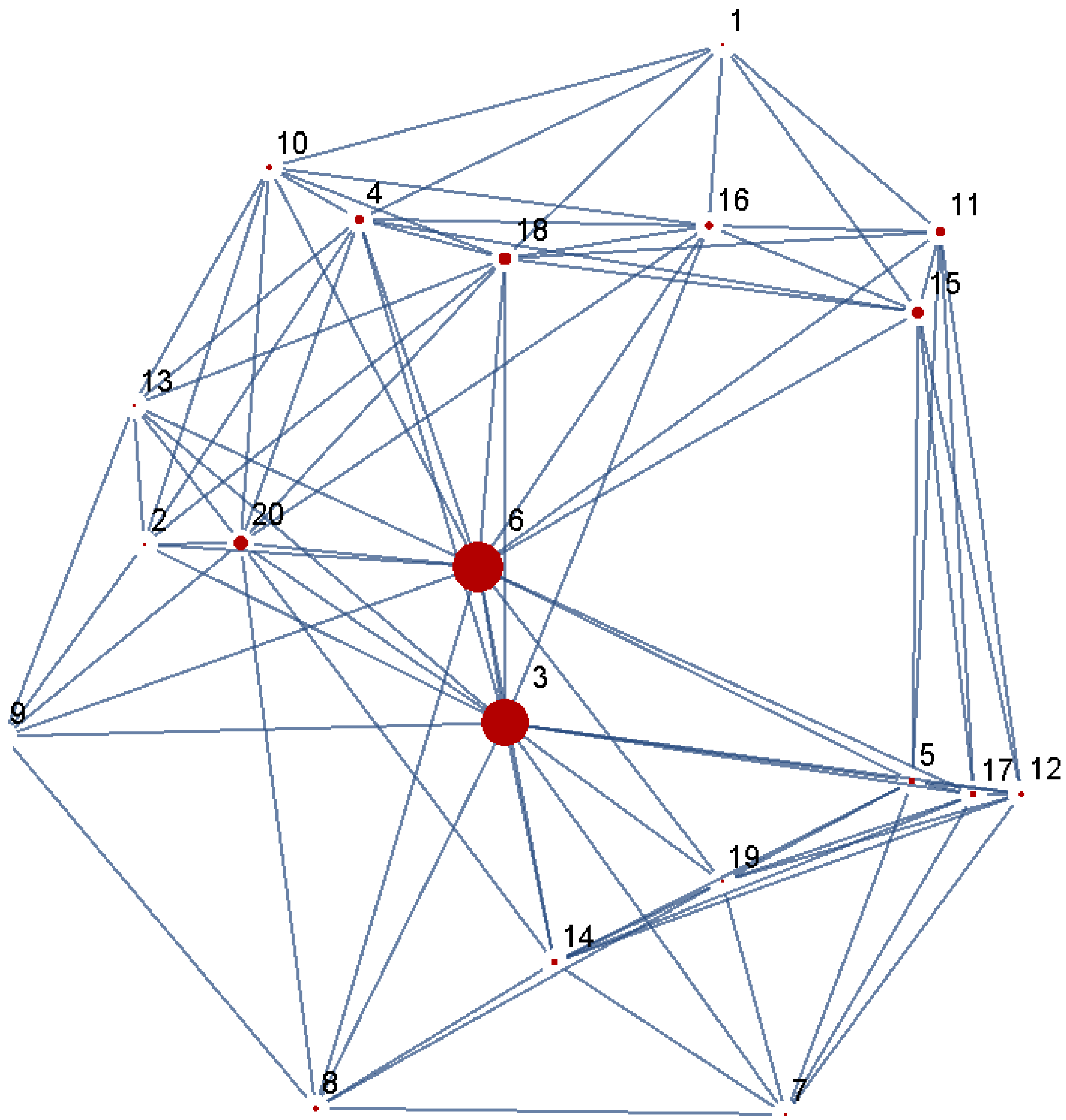


Рисунок 21. Центральность по посредничеству

Получим центральность собственного вектора (рисунок 22).
EigenvectorCentrality[g].

В результате мы получим:
{0.031580297542870735,0.048608702236721826,0.07760810457004724,0.057
44020777637569,0.048074437966228074,0.08320620438334154,0.035620947
21891323,0.03986352068632901,0.03698081095164407,0.0457488380119639,
0.042440039501691,0.04031711041996544,0.048608702236721826,0.0491385
3926578154,0.047795199124089756,0.05233330540826172,0.0480744379662
28074,0.061396899346804465,0.043378274765175924,0.0617854206208449}.

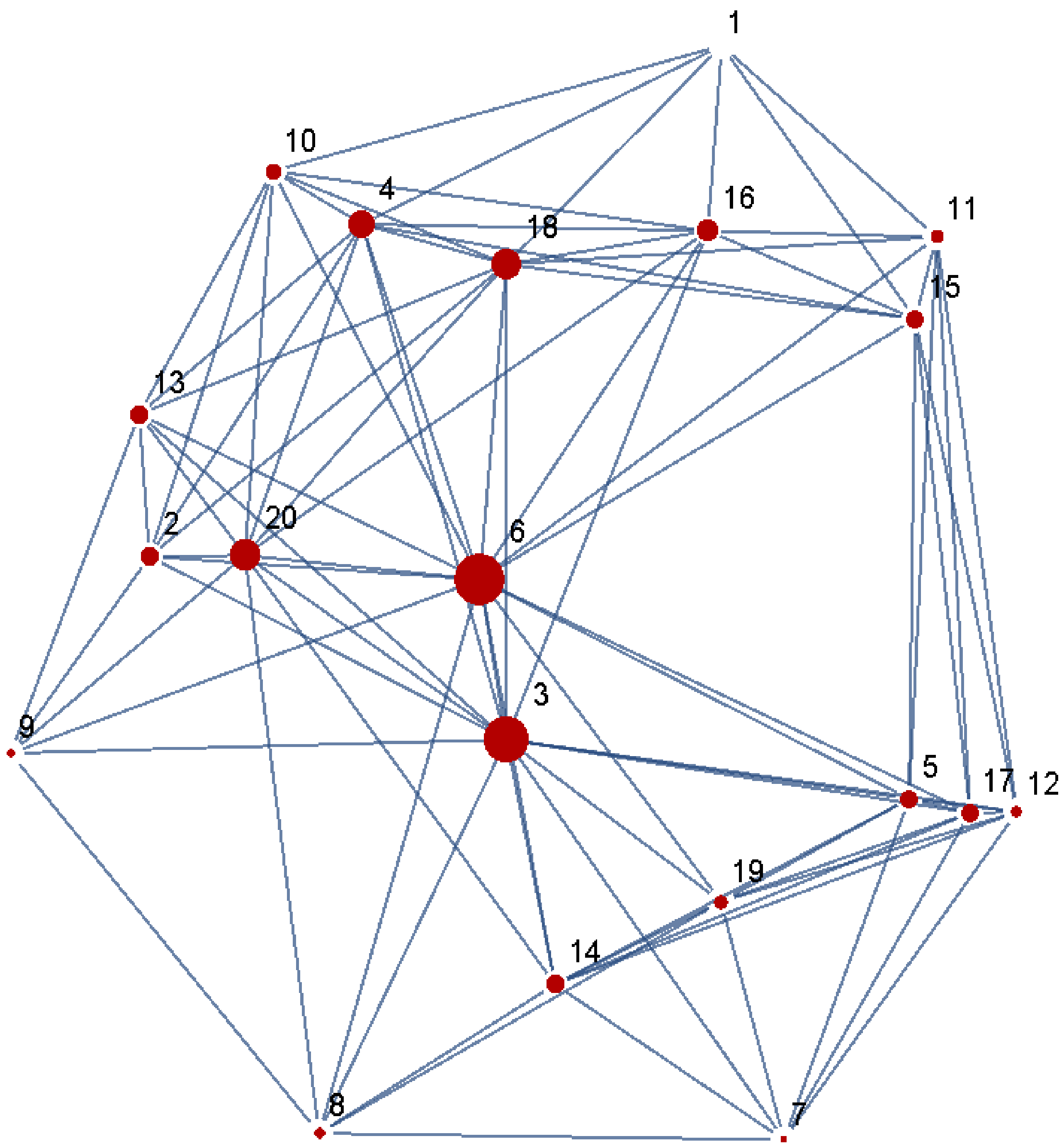


Рисунок 22. Центральность собственного вектора.

Найдем К−клику (рисунок 23).
FindKClique[g, 1].
В результате мы получим:
{{2, 3, 4, 6, 13, 18, 20}}.

Найдем К− клан (рисунок 24).
FindKClan[g, 1].
В результате мы получим:
{{3,5,7,12,14,17,19}}.

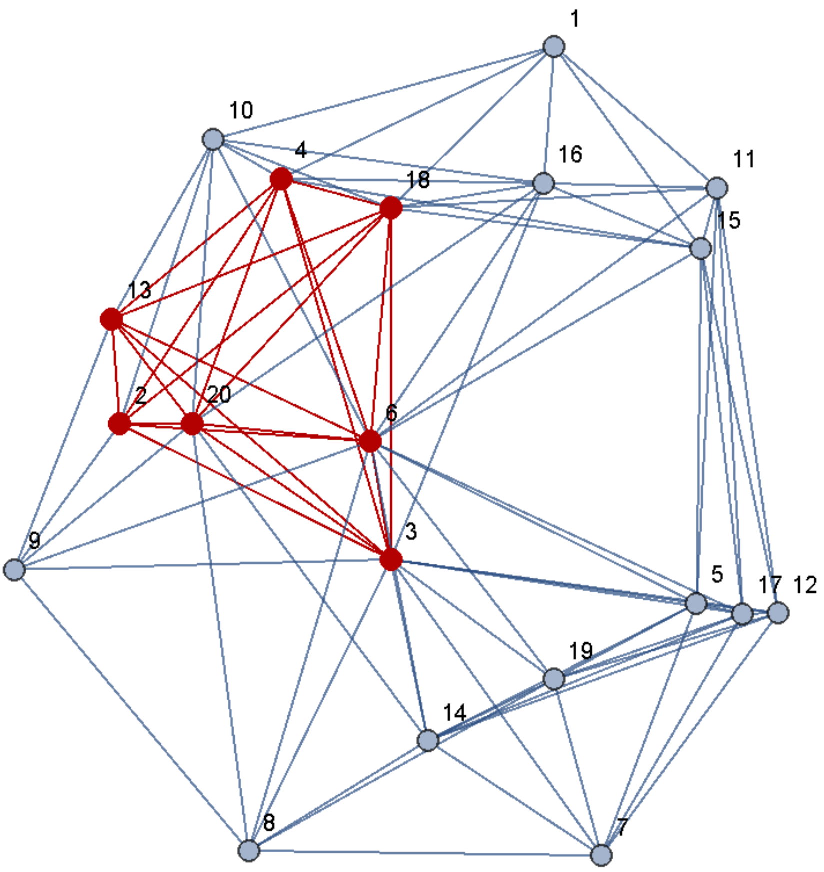


Рисунок 23. K−клика.

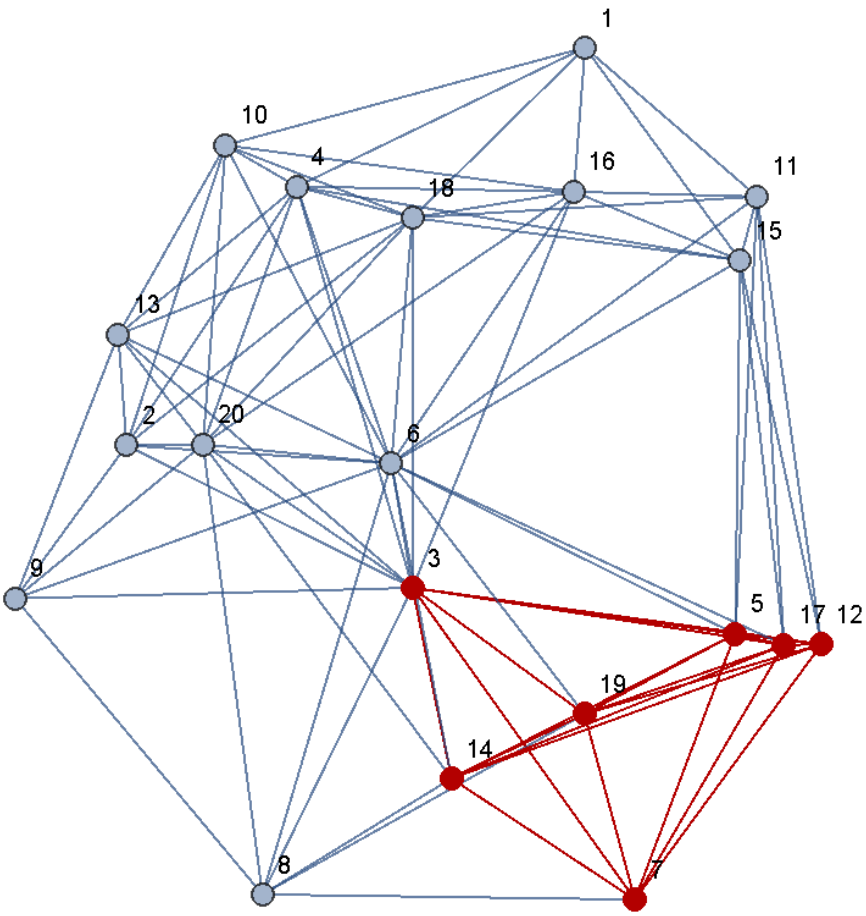


Рисунок 24. K− клан.

Найдем К– клуб (рисунок 25).
FindKClub[g,2].
В результате мы получим:
{{2,3,4,5,6,7,8,9,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20}}.

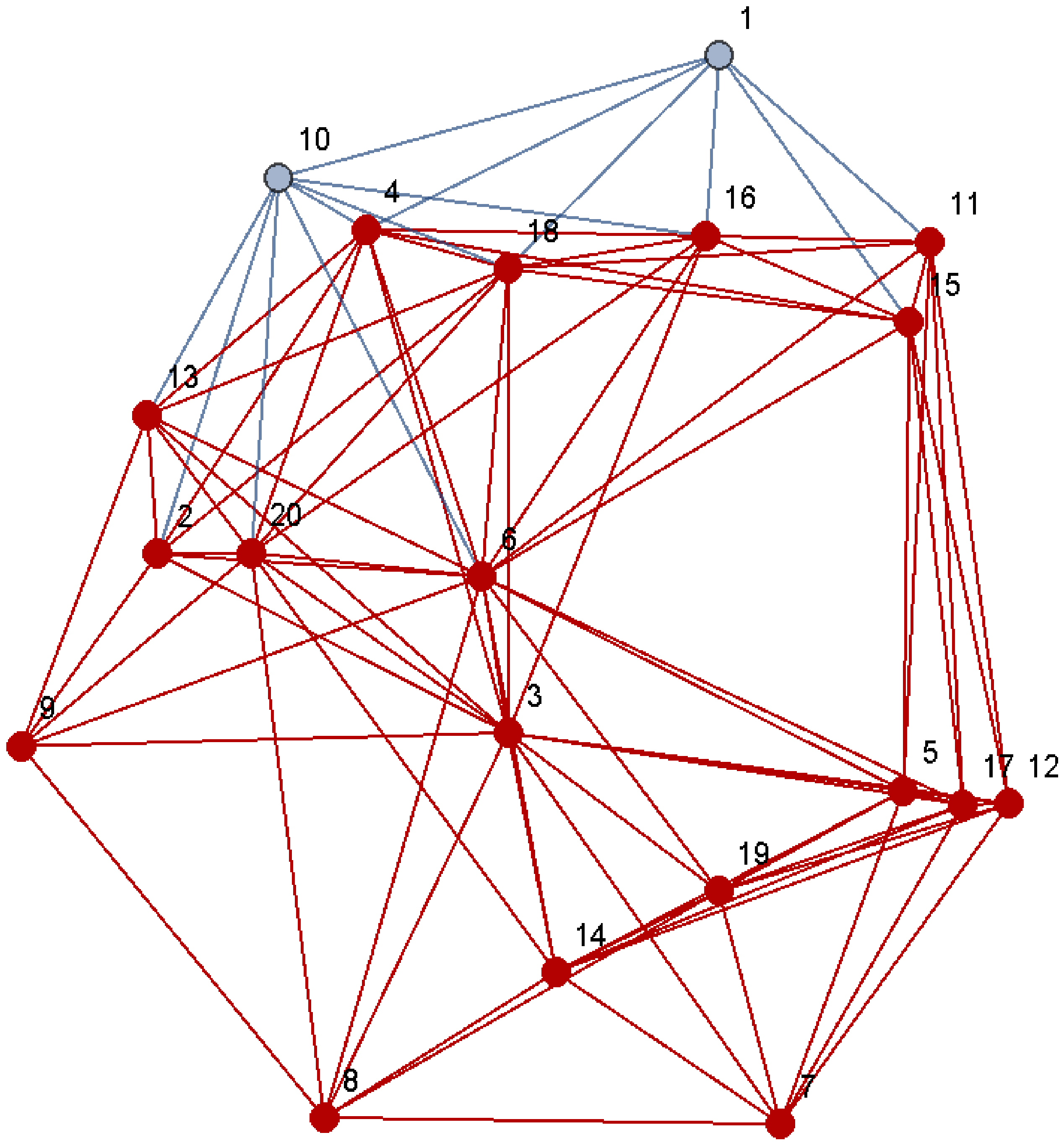


Рисунок 25. К– клуб.

Найдем сообщества на графе методом "Modularity".
CommunityGraphPlot[g, FindGraphCommunities[g, Method -> "Modularity"]].
В результате мы получим два сообщества, представленные на рисунке 26.

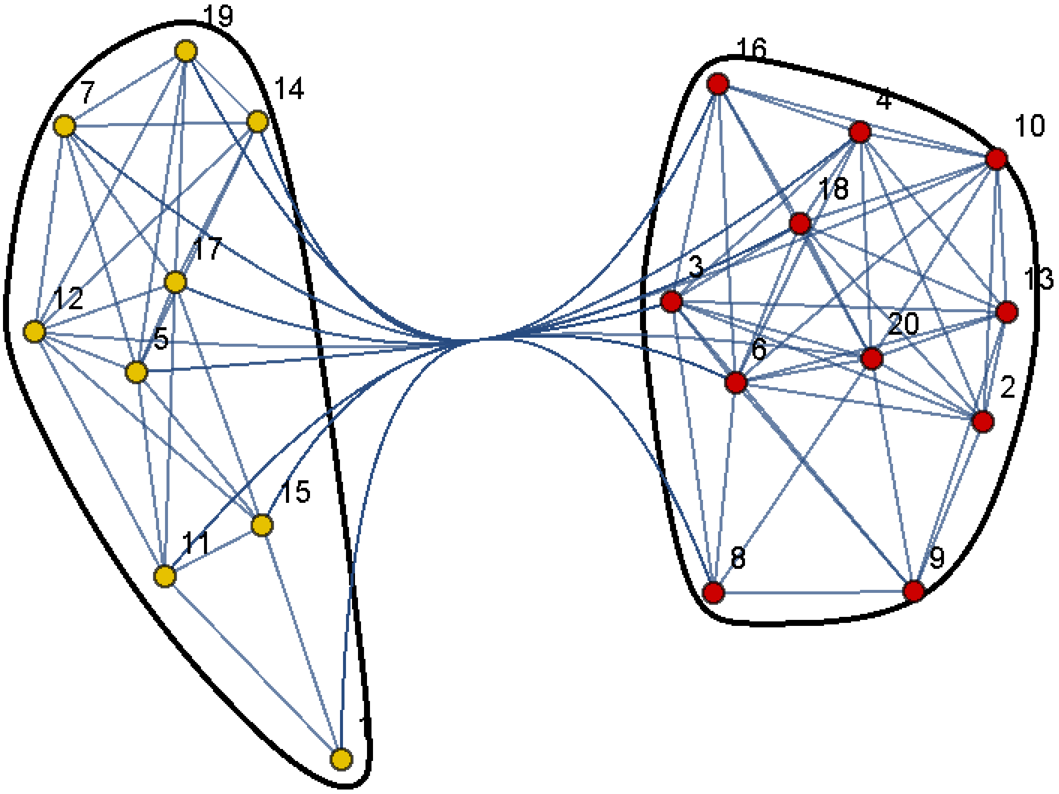


Рисунок 26. Сообщества на графе методом "Modularity".

Найдем сообщества на графе методом "Centrality".
CommunityGraphPlot[g, FindGraphCommunities[g, Method -> "Centrality"]].
В результате мы получим сообщества, представленные на рисунке 27.

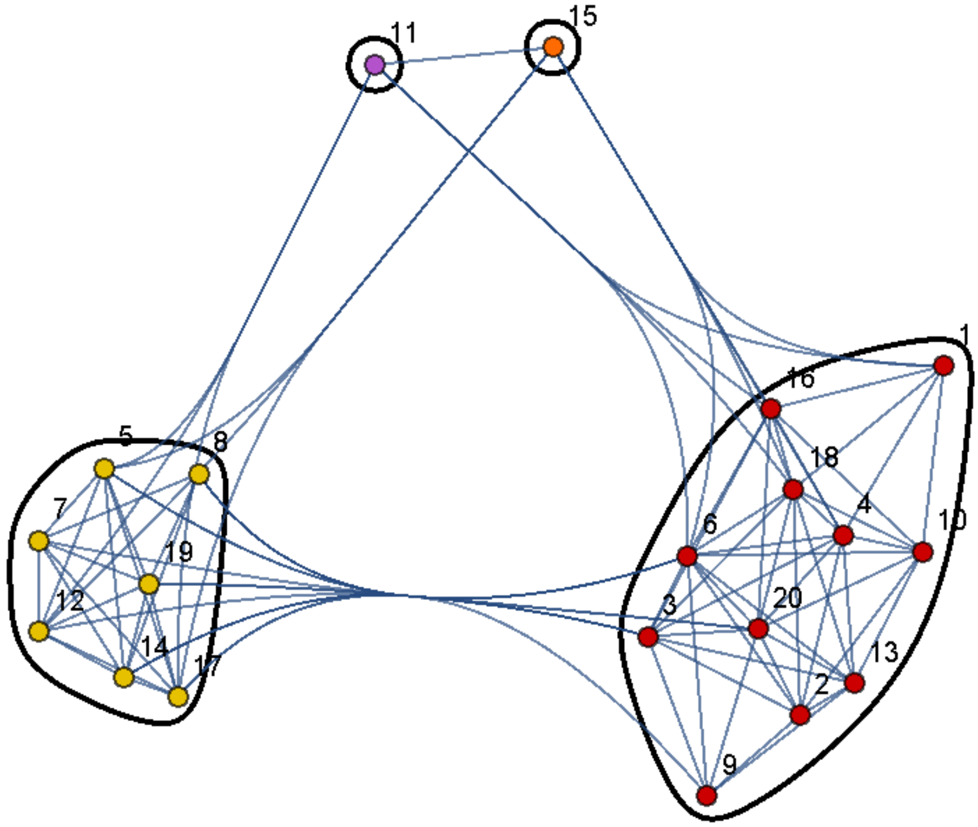


Рисунок 27. Сообщества на графе методом "Centrality".

Найдем сообщества на графе методом "CliquePercolation". CommunityGraphPlot[g, FindGraphCommunities[g, Method -> "CliquePercolation"]].

В результате мы получим сообщества, представленные на рисунке 28.

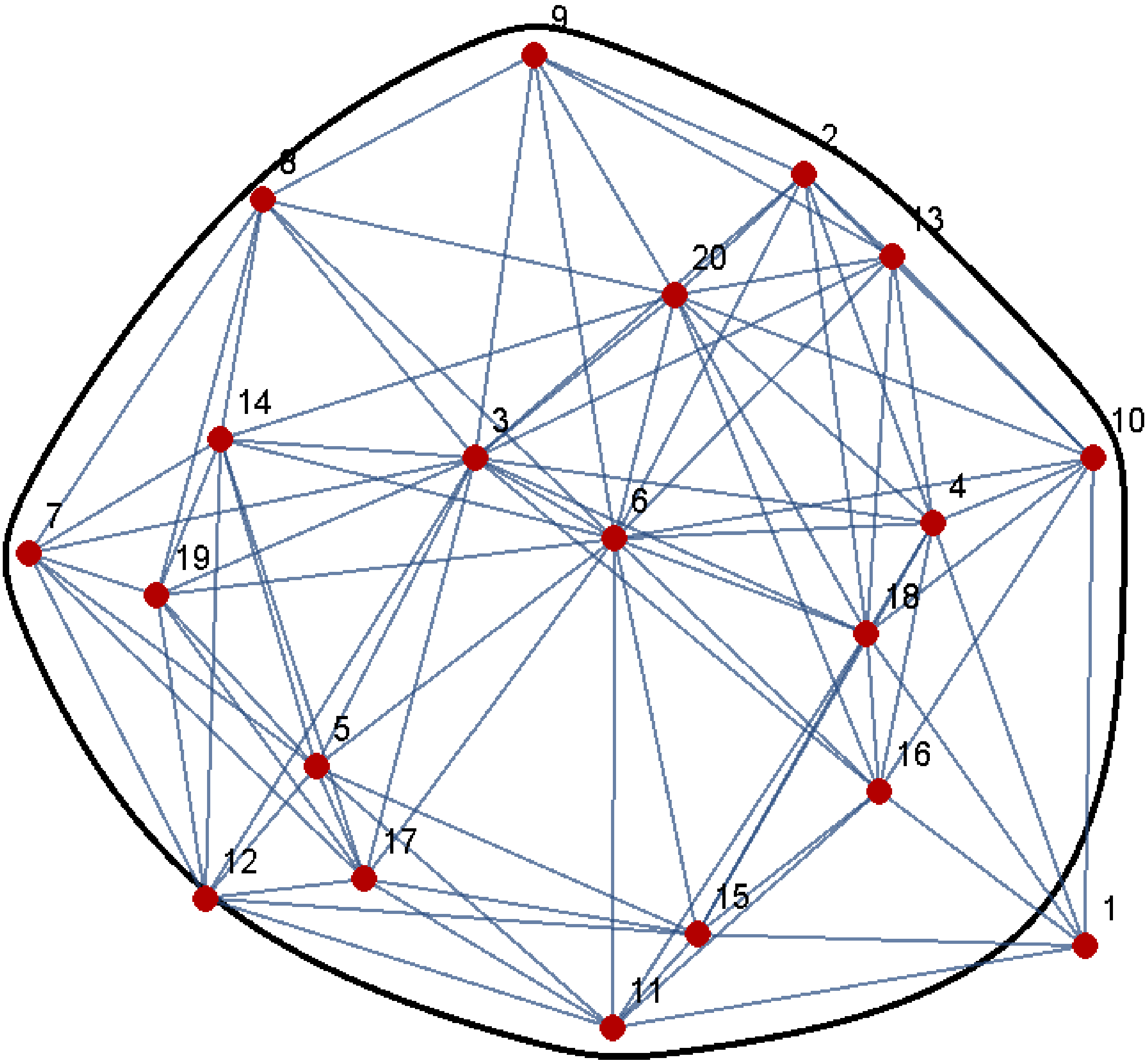


Рисунок 28. Сообщества на графе методом "CliquePercolation"

Найдем сообщества на графе методом "Hierarchical". CommunityGraphPlot[g, FindGraphCommunities[g, Method -> "Hierarchical"]].

В результате мы получим три сообщества, представленные на рисунке 29.

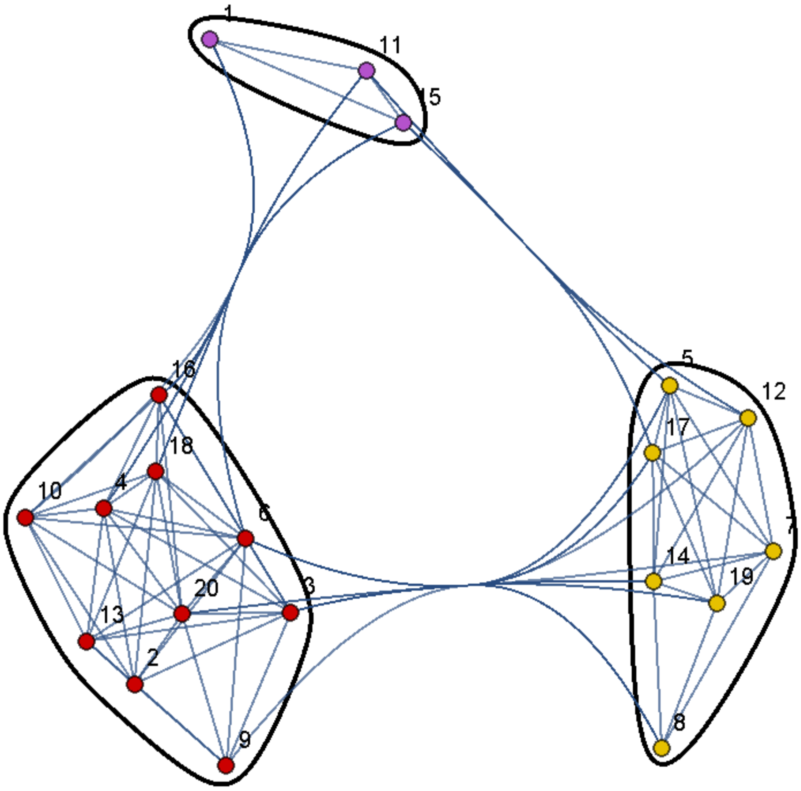


Рисунок 29. Сообщества на графе методом "Hierarchical".

Найдем сообщества на графе методом "Spectral".
CommunityGraphPlot[g, FindGraphCommunities[g, Method -> "Spectral"]].
В результате мы получим четыре сообщества, представленные на рисунке 30.

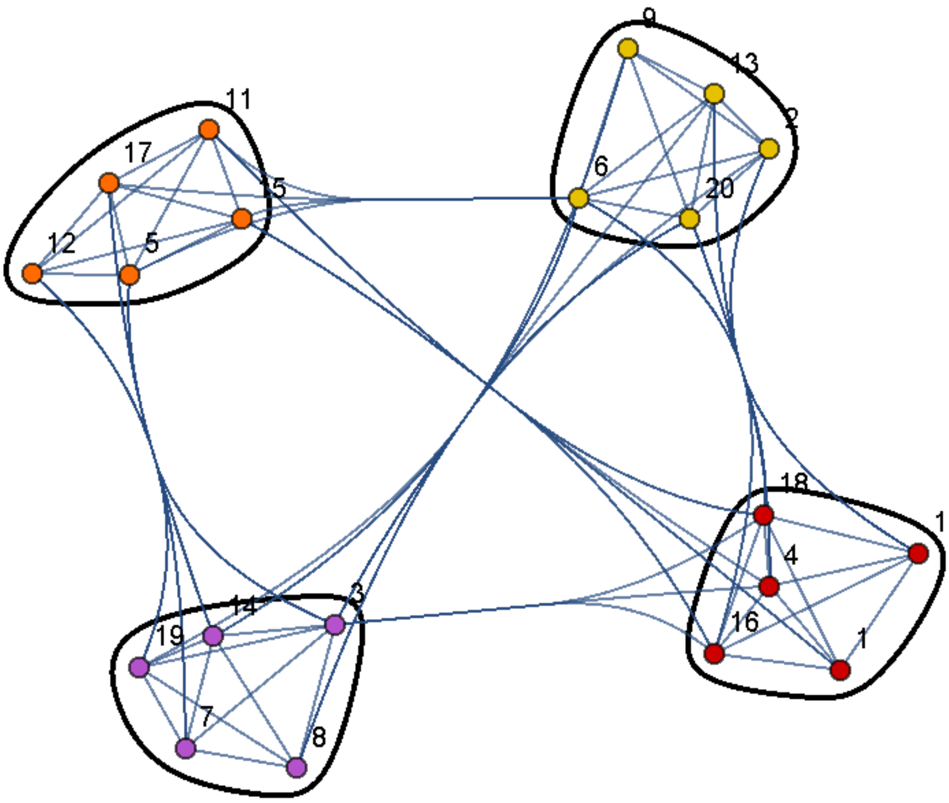


Рисунок 30 Сообщества на графе методом "Spectral".

Задания для самопроверки

Задание 9.

Выполните следующие пункты:

- Создать сетевую модель с распределением по пространственной конфигурации случайных точек с 25 вершинами.
- Определить центральность по степени.
- Определить центральность по близости.
- Определить центральность по посредничеству.
- Определить центральность собственного вектора.
- Найти К–клику.
- Найти К– клан.
- Найти К– клуб.
- Определить сообщества на графе методом "Modularity".
- Определить сообщества на графе методом "Centrality".
- Определить сообщества на графе методом "CliquePercolation".
- Определить сообщества на графе методом "Hierarchical".
- Определить сообщества на графе методом "Spectral".

ЛИТЕРАТУРА

1. Ivanov S.E., Mathematical modeling of nonlinear dynamic system of the truck crane // Contemporary Engineering Sciences - 2016, Vol. 9, No. 10, pp. 487-495
2. Горлушкина Н.Н. Системный анализ и моделирование информационных процессов и систем. – СПб: Университет ИТМО, 2016. – 120 с.
3. Ivanov S.E., Kolpak E.P., On the three-dimensional Klein-Gordon equation with a cubic nonlinearity // International Journal of Mathematical Analysis - 2016, Vol. 10, No. 13, pp. 611-622
4. Kolpak E.P., Ivanov S.E., Mathematical modeling of the guidance system of satellite antenna // Contemporary Engineering Sciences - 2016, Vol. 9, No. 9, pp. 425-442
5. Melnikov V.G., Ivanov S.E., On the two-dimensional nonlinear Korteweg-de Vries equation with cubic stream function // Advanced Studies in Theoretical Physics - 2016, Vol. 10, No. 4, pp. 157-165
6. Ivanov S.E., Meleshkova Z., Mikalauskas A., The automated system for electromechanical lift control (2018) // International Journal of Engineering and Technology (UAE), 2018
7. Ivanov S.E., Melnikov V.G. Mathematical modeling vibration protection system for the motor of the boat // Applied Mathematical Sciences - 2015, Vol. 9, No. 119, pp. 5951-5960

8. Gorlushkina N.N., Ivanov S.E., Govorov A., The recognition and classification of objects based on the modified distance metric // Procedia Computer Science - 2018
9. Ivanov S.E., Melnikov V.G. On the equation of fourth order with quadratic nonlinearity // International Journal of Mathematical Analysis - 2015, Vol. 9, No. 54, pp. 2659-2666
10. Melnikov G.I., Ivanov S.E., Melnikov V.G. The modified Poincare-Dulac method in analysis of autooscillations of nonlinear mechanical systems // Journal of Physics: Conference Series - 2014, Vol. 570, No. 2, pp. 022002
11. Ivanov S.E., Kolpak E.P. Mathematical modeling of the system of drilling rig // Contemporary Engineering Sciences - 2015, Vol. 8, No. 13-16, pp. 699-708
12. Kolpak E.P., Ivanov S.E., Mathematical and computer modeling vibration protection system with damper // Applied Mathematical Sciences - 2015, Vol. 9, No. 77-80, pp. 3875-3885
13. Gorlushkina, N.N., Ivanov S.E., Khlopotov, M.V. The identification of communities in the cyberspace of social networks based on average measure of similarity (2017) // Proceedings of the International Conference IMS-2017 (IMS2017). ACM, New York, NY, USA. 2017. pp. 51-54.
14. Ivanov S.E., Meleshkova Z., Mikalauskas A., Ivanova L.N., Investigation nonlinear dynamical systems of a polynomial structure in mechanical engineering (2018) // International Journal of Engineering and Technology (UAE), 2018
15. Gorlushkina, N.N. Ivanov S.E., Ivanova L.N, Multi-parametric centrality method for graph network models (2018) // AIP Conference Proceedings 1952, 020043, doi: 10.1063/1.5032005
16. Khlopotov, M.V., Ivanov S.E., Startseva, N., Analysis of the audience of childfree communities in social network "VKontakte"(2017) //ACM International Conference Proceeding Series, Part F130282, pp. 107-112.
17. Мельников Г.И., Иванов С.Е., Мельников В.Г., Малых К.С. Применение модифицированного метода преобразований к нелинейной динамической системе // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики - 2015. - № 1(95). - С. 149-154
18. Иванов С.Е., Мельников Г.И. Автономизация нелинейных динамических систем // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики - 2014. - № 1(89). - С. 151-156
19. Иванов С.Е. Определение установившихся режимов работы виброзащитной системы с двумя степенями свободы // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики - 2010. - № 04(68)(04). - С. 44-46

20. Иванов С.Е. Алгоритмическая реализация метода исследования нелинейных динамических систем // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики - 2012. - № 4(80). - С. 90-92
21. Иванов С.Е. Исследование нелинейных динамических систем с тремя степенями свободы // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики - 2011. - № 4(74). - С. 62-64
22. Хлопотов М.В., Иванов С.Е., Иванова Л.Н. Построение системы обеспечения безопасности офиса на основе сети Z-Wave // Программные системы и вычислительные методы - 2016. - № 4(17). - С. 333-339
23. Горлушкина Н.Н., Иванов С.Е., Иванова Л.Н. Метод обобщенной центральности для анализа сетевого киберпространства // Кибернетика и программирование – 2017
24. Zudilova T.V., Ivanov S.E., Ivanova L.N., The automation of electromechanical lift for disabled people with control from a mobile device (2017) // SAI Computing Conference 2017 Proceeding, pp. 668-674, https://doi.org/10.1109/SAI.2017.8252167
25. Мельников Г.И., Иванов С. Е., Мельников В.Г. Компьютерные технологии в механике приборных систем. Санкт-Петербург: Издательство СПб ГУ ИТМО, 2006. – 127 с.
26. Мельников В.Г., Иванов С. Е., Мельников Г.И. Компьютерные лабораторные работы по динамике, – СПб: СПб ГУИТМО, 2009. – 74 с

Миссия университета – открывать возможности для гармоничного развития конкурентоспособной личности и вдохновлять на решение глобальных задач.

КАФЕДРА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ

В ГУМАНИТАРНОЙ СФЕРЕ

Кафедра интеллектуальных технологий в гуманитарной сфере была организована в 1998 году и вначале получила название «кафедра технологий профессионального обучения». В 2002 году кафедра стала выпускающей по специальности «Профессиональное обучение. Компьютерные технологии». В 2004 году началась подготовка инженеров по специальности «Информационные технологии в образовании», а в 2011 бакалавров по направлениям «Информационные системы и технологии» и «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере». В 2012 году кафедра была переименована в соответствие с основным направлением деятельности и стала называться кафедрой интеллектуальных технологий в гуманитарной сфере. Основной идеей образовательных программ кафедры является участие студентов в выполнении работ, связанных с возможными направлениями будущей профессиональной деятельности. На кафедре выполняются научные исследования, связанные с интеллектуальным анализом данных, проектированием информационных систем и математическим моделированием. По завершению бакалавриата выпускники поступают в магистратуру по направлениям «Информационные системы и технологии» и «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере». Двухлетнее образование в магистратуре позволяет студенту освоить компетенции для последующей профессиональной, научной, исследовательской, организационной, управленческой, педагогической и инновационной деятельности. Все это возможно благодаря сплоченному профессиональному коллективу кафедры под руководством Горлушкиной Наталии Николаевны.

Сергей Евгеньевич Иванов

Математическое моделирование в компьютерных пакетах

Учебное пособие

В авторской редакции
Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО
Зав. РИО Н.Ф. Гусарова
Подписано к печати
Заказ №
Тираж
Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Университета ИТМО
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49