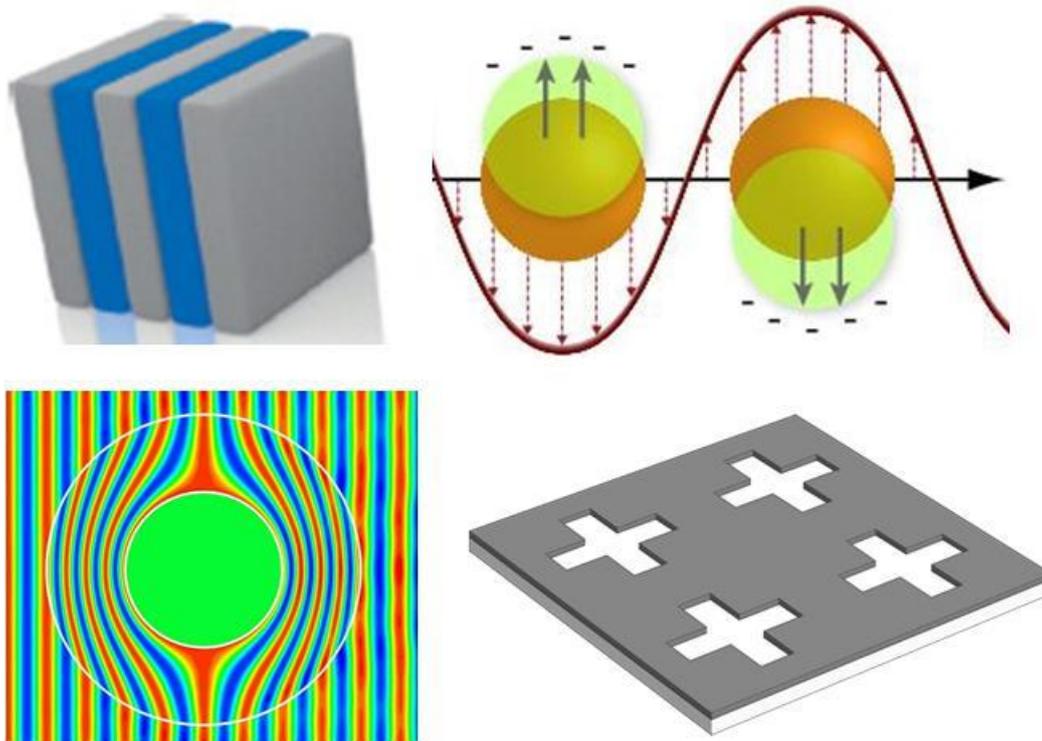


**В.Ю. Соболева, А.В. Возианова,
М.К. Ходзицкий**

НАНОФОТОНИКА

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ПО
ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

**В.Ю. Соболева, А.В. Возианова,
М.К. Ходзицкий**

НАНОФОТОНИКА

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ПО
ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ**

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УНИВЕРСИТЕТЕ ИТМО
по направлению подготовки 12.04.03. Фотоника и оптоинформатика
в качестве учебного пособия для реализации основных профессиональных
образовательных программ высшего образования магистратуры

 **УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

Санкт-Петербург

2018

Соболева В.Ю., Возианова А.В., Ходзицкий М.К. Нанопотоника. Методическое пособие по лабораторному практикуму. – СПб: Университет ИТМО, 2018. – 49 с.

Рецензенты: Аношкин И.В., к.х.н., в.н.с., Университет ИТМО

Дисциплина «Нанопотоника» относится к профессиональным дисциплинам учебного плана магистерской программы «Квантовые коммуникации и фемтотехнологии» направления подготовки 12.04.03 «Фотоника и оптоинформатика» и включает лекционные занятия и выполнение лабораторных работ по нанопотонике. При освоении дисциплины главное внимание уделяется лабораторному практикуму, который знакомит студентов с принципами работы устройств, основанных на использовании фотонных кристаллов, металлических наночастиц, метаматериалов с градиентным профилем показателя преломления, искусственных резонаторов. В результате студенты получают знания и навыки, необходимые при разработке конструкции оптических устройств для нанопотоники (наноплазмоники, метаоптики и трансформационной оптики), таких как фильтры, сенсоры, маскирующие покрытия, суперлинзы, суперпризмы и др. Также получают умения и навыки приближенного аналитического и компьютерного моделирования задач нанопотоники в программных пакетах Comsol Multiphysics и MatLab.



Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2018

© Соболева В.Ю., Возианова А.В., Ходзицкий М.К., 2018

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Лабораторная работа № 1</i> Фотонные кристаллы.	4
<i>Лабораторная работа № 2</i> Исследование рассеяния излучения на сферических частицах.	16
<i>Лабораторная работа № 3</i> Цилиндрическое маскирующее покрытие на основе трансформационной оптики.	29
<i>Лабораторная работа № 4</i> Разработка узкополосных фильтров на основе крестообразных резонаторов.	39

Лабораторная работа №1

Фотонные кристаллы

Цель работы: изучение физики одномерных фотонных кристаллов и параметров, влияющих на их спектральные характеристики.

Объект исследования: одномерный фотонный кристалл.

Задачи:

1. Получить первые две запрещенные зоны для фотонного кристалла с использованием дисперсионного уравнения и матриц передачи в заданном диапазоне длин волн;
2. Изучить влияние количества слоев и их оптического контраста на спектральные характеристики фотонных кристаллов;
3. Воспроизвести условия, при которых в центре запрещенной зоны будет наблюдаться максимум пропускания, и показать влияние количества слоев и диэлектрической проницаемости дефектного слоя на пик пропускания.

Сведения из теории

Фотонный кристалл – это материал, структура которого характеризуется периодическим изменением показателя преломления в пространственных направлениях [1].

Встречается расширенное определение фотонных кристаллов – *фотонными кристаллами* принято называть среды, у которых диэлектрическая проницаемость периодически меняется в пространстве с периодом, допускающим брэгговскую дифракцию света [2].

Физическими причинами необычных свойств фотонных кристаллов являются дифракция и интерференция, возникающие в периодической системе каких-либо оптических элементов. Свойства фотонных кристаллов определены, с одной стороны, самими оптическими элементами, а с другой стороны - характером их расположения. Взаимодействие света с фотонным материалом можно разбить на два взаимосвязанных этапа: интерференция и рассеяние волн в пределах каждого отдельного оптического элемента и повторные интерференция и рассеяние волн, образовавшихся после первого этапа. В действительности, конечно, невозможно отделить одну стадию от другой, и в итоге получается очень сложная картина - вид волны, попадающий на один элемент, зависит от ее взаимодействия с другими. Но, тем не менее, для понимания физической стороны дела такое рассмотрение вполне уместно.

Взаимное расположение оптических элементов играет не менее важную роль, поэтому фотонные кристаллы обычно классифицируют именно в зависимости от характера этого расположения. Выделяют одномерные, двумерные и трехмерные фотонные кристаллы (рис.1). Часто их обозначают 1D-, 2D- и 3D-кристаллами [3].

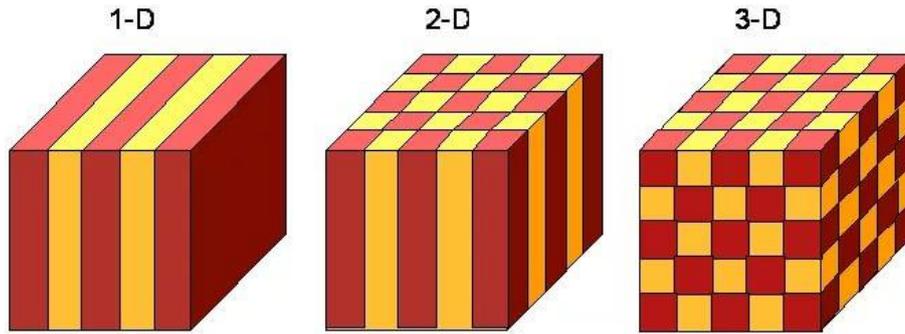


Рисунок 1 – Схематическое изображение структуры фотонных кристаллов: одномерного (1D), двумерного (2D) и трехмерного (3D) [3]

Одномерными фотонными кристаллами являются многослойные пленки, представляющие собой чередующиеся слои прозрачных материалов с различными показателями преломления. Обычно толщина каждого слоя составляет четверть длины световой волны в этом слое. Чередующиеся слои играют роль оптических элементов в одномерных фотонных кристаллах. Примером двумерных фотонных кристаллов служит система из периодически расположенных параллельных цилиндрических отверстий в матрице из прозрачного диэлектрика, причем оптическими ячейками в данном случае являются воздушные цилиндры.

В данной работе объектом исследования является одномерный фотонный кристалл, поэтому ограничимся исследованием только одномерного случая. Для начала рассмотрим, как световая волна отражается от одной оптической ячейки, состоящей из двух слоев с различными показателями преломления n_1 и n_2 (рис.2). Для определенности будем считать, что $n_1 > n_2$.

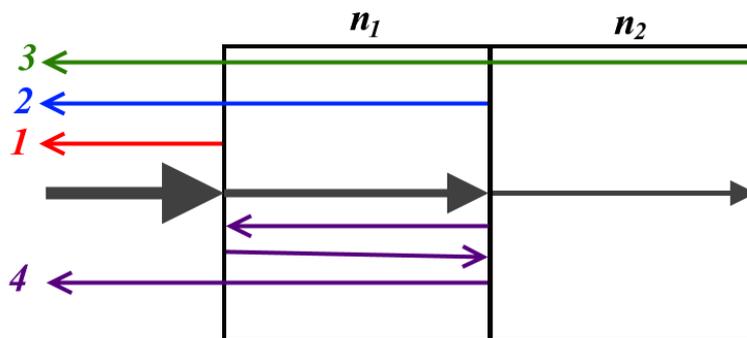


Рисунок 2 – Многолучевая интерференция в двухслойной пластине

Свет, попав в такую пленку, испытывает многократные отражения и преломления, в результате чего возникает множество волн, интерференция которых и определяет, какая часть падающей энергии отразится от пленки, а какая пройдет сквозь нее. Отраженная волна в основном формируется волнами 1, 2 и 3 (рис.2.). Для того чтобы ее амплитуда была максимальной, необходимо синфазное сложение этих волн, т.е. необходимо, чтобы

разность хода между ними составляла целое число длин волн. Разность хода между волнами 1, 2 и 3 определяется разностью их оптических путей, которые равны соответственно:

$$s_1 = \frac{\lambda_0}{2}, \quad s_2 = 2d_1n_1, \quad s_3 = 2(d_1n_1 + d_2n_2),$$

где d_1 и d_2 – толщины слоев, а λ_0 – длина волны света в воздухе. В этих формулах учтен тот факт, что при отражении света от оптически более плотной среды его фаза меняется на π , или, другими словами, «теряется» половина длины волны. В противоположном случае, когда волна отражается от оптически менее плотной среды, этого не происходит. Условия синфазности можно достичь, сделав, например, слои такой толщины, чтобы в первом укладывалась одна четверть длины волны, а во втором – одна вторая длины волны. Отметим, что, выбрав толщины слоев, таким образом, мы добились синфазности не всех многократно прошедших лучей, а только их «наиболее весомой» части. Например, волна, пробежавшая по фотонному кристаллу путь 4, выйдет из него в противофазе с первыми тремя волнами, так как ее оптический путь равен $s_4 = \lambda_0$.

Представим теперь, что рассмотренная оптическая ячейка (см. рис.2) с правой стороны граничит не с воздухом, а с достаточно толстой подложкой, имеющей показатель преломления n_1 . Это сильно изменит условия взаимного усиления отраженных волн, поскольку теперь волна 3, отражаясь от задней границы ячейки, потеряет полволны. Чтобы на выходе из пленки она вновь была в фазе с двумя другими волнами, следует толщину второго слоя сделать четвертьволновой. Этот случай наиболее приближен к структуре одномерного фотонного кристалла, состоящего из большого числа оптических ячеек, расположенных последовательно одна за другой. Ведь при таком чередовании слои с показателями преломления n_2 граничат со слоями с большим показателем преломления n_1 , а отнюдь не с воздухом. Условие резонансного усиления отраженных волн для фотонного кристалла в общем виде можно записать:

$$d_1 = \frac{(2m + 1)\lambda_0}{4n_1} \quad \text{и} \quad d_2 = \frac{(2l + 1)\lambda_0}{4n_2}, \quad (1)$$

где m и l – произвольные натуральные числа. Здесь мы учли, что отраженные волны являются синфазными не только при равенстве четверти длины волны их оптических путей в каждом слое, но и в случае, когда эти оптические пути равны нечетному числу четвертей длины волны в веществе. Таким образом, максимум отражения наблюдается только в том случае, если на толщине каждого слоя укладывается нечетное число четвертей длин волн.

Для иллюстрации спектра пропускания рассмотрим прохождение света через фотонный кристалл из трех ячеек, у которых толщины слоев таковы, что $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda_0/4$. Для определенности будем считать, что $\lambda_0 = 0,6$ мкм, при этом, если $n_1 = 2$ и $n_2 = 1,5$, то $d_1 = 75$ нм, а $d_2 = 100$ нм (Рис.3).

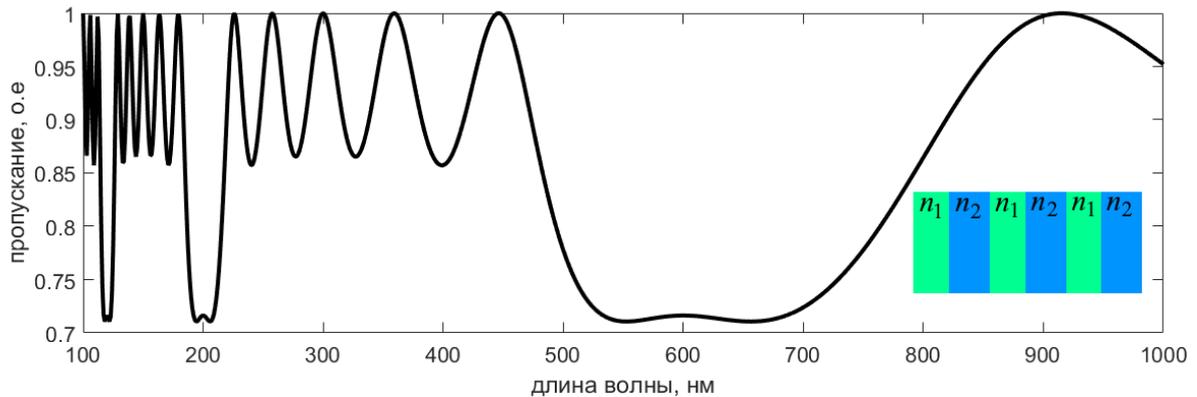


Рисунок 3 - Спектр коэффициента прохождения света через фотонный кристалл из трех оптических элементов

Из рисунка 5 видно, что, как и ожидалось, на длинах волн $\lambda_1 = 0,6$ мкм, $\lambda_2 = 0,2$ мкм и так далее наблюдается резонансное уменьшение коэффициента прохождения света (излучение в основном отражается). Обратите внимание, что наряду с этими длинами волн, существует еще много других побочных минимумов, располагающиеся между основными.

Запрещенные зоны

Запрещенными зонами для фотонных кристаллов называют диапазоны длин волн или частот, на которых волна не может распространяться по фотонному кристаллу и полностью отражается от него. При этом электромагнитное поле все же проходит внутрь фотонного кристалла, но его амплитуда экспоненциально уменьшается по мере распространения в материал. Скорость уменьшения амплитуды поля зависит от отношения показателей преломления чередующихся областей фотонного кристалла, называемого его оптическим контрастом. Обычно энергия волны убывает в e раз на расстоянии порядка нескольких длин волн. Запрещенными зонами обладает не всякая периодическая структура. Например, у рассмотренного трехъячеечного фотонного кристалла запрещенной зоны нет, а есть лишь области спектра, в которых отражение максимально (см. рис.3). Для появления запрещенных зон нужно, чтобы разница в показателях преломления слоев (оптический контраст) была достаточно большой. Кроме того, фотонный кристалл должен состоять из очень большого числа оптических ячеек. Влияние обоих факторов на наличие и характер запрещенной зоны исследуется в данной лабораторной работе.

Дефекты фотонных кристаллов и разрешенные уровни в запрещенной зоне.

Итак, если на фотонный кристалл падает некогерентное излучение, то через кристалл пройдет только его часть, образованная волнами, длины которых не попали в фотонную запрещенную зону. Получается оптический фильтр с широкой полосой пропускания, поскольку расстояние между запрещенными зонами может быть велико - обычно оно составляет несколько сот нанометров. В то же время в оптике часто нужны гораздо более узкополосные фильтры, которые вырезали бы только узкий интервал длин волн шириной 1 нм и меньше. Оказывается, при использовании фотонных кристаллов эта проблема решаема.

Итак, если на фотонный кристалл падает некогерентное излучение, то через кристалл пройдет только его часть, образованная волнами, длины которых не попали в фотонную запрещенную зону. Получается оптический фильтр с широкой полосой пропускания, поскольку расстояние между запрещенными зонами может быть велико - обычно оно составляет несколько сот нанометров.

Для получения узкого пика пропускания в области запрещенной зоны в структуру фотонного кристалла вносят дефекты. Одним из структурных дефектов является изменение порядка следования слоев, из-за чего возникают области удвоенной толщины. Причину возникновения пика пропускания внутри запрещенной области легко понять на примере простейшей структуры с одним дефектом (рис. 4).

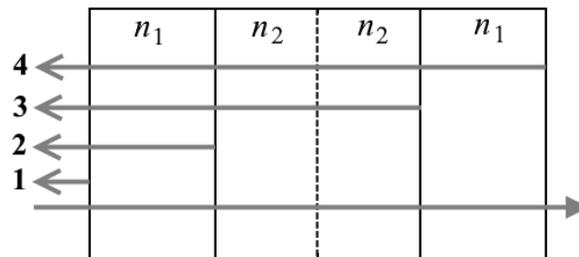


Рисунок 4 – Многолучевая интерференция в фотонном кристалле с одним дефектом

Толщина каждого слоя равняется одной четвертой длины волны света в этом слое. Отражение на границе между двумя одинаковыми слоями по понятным причинам отсутствует. Основную роль в формировании отраженной волны играют волны 1, 2, 3 и 4. Их оптические пути равны, соответственно:

$$s_1 = \frac{\lambda_0}{2}, \quad s_2 = \frac{\lambda_0}{2}, \quad s_3 = 2\lambda_0, \quad s_4 = 2\lambda_0.$$

Поэтому волны 1 и 3, а также 2 и 4 выходят из кристалла в противофазе и сильно ослабляют друг друга. В итоге на длине волны λ_0 , на

которую «настроен» фотонный кристалл, возникает максимум пропускания.

Матрица преобразования

Распространение волн в каждом из слоев фотонного кристалла можно описать с помощью волнового уравнения:

$$\Delta u - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

где u – компонента поля волны, v – фазовая скорость в среде. Направим ось Oz перпендикулярно границам раздела. Будем предполагать, что в плоскости слоев поля зависят только от одной координаты, и положим $\partial/\partial y = 0$. Решение волнового уравнения представим в виде $u \sim u(z) \exp(-i\omega t + ik_x x)$. Подставляя его в (2), получим:

$$\frac{d^2 u(z)}{dz^2} - \left(k_x^2 - \frac{\omega^2}{v^2} \right) u(z) = 0. \quad (3)$$

Так как фазовые скорости в слоях различны, то множитель $k_x^2 - \omega^2/v^2$ является периодической функцией координаты z и принимает на периоде структуры два значения: $k_x^2 - (\omega/v_1)^2$ и $k_x^2 - (\omega/v_2)^2$. Индексы 1 и 2 обозначают принадлежность к различным слоям. Таким образом, соотношение (3) является уравнением второго порядка с периодическим коэффициентом. Для ступенчатой функции его решение может быть получено следующим образом [4]. Представим поле на интервале $z = 0 \div d_1$ в виде:

$$u_1(z) = A_1 e^{ik_{z1}z} + A_2 e^{-ik_{z1}z}, \quad (4)$$

$$k_{z1}^2 = (\omega/v_1)^2 - k_x^2.$$

В области второго слоя $z = d_1 \div d_1 + d_2$

$$u_2(z) = B_1 e^{ik_{z2}z} + B_2 e^{-ik_{z2}z}, \quad (5)$$

$$k_{z2}^2 = (\omega/v_2)^2 - k_x^2.$$

На плоскости раздела слоев должны выполняться граничные условия, состоящие в непрерывности, как самого слоя, так и его градиента. Так, например, на границе $z = d_1$ имеем:

$$u_1(d_1) = u_2(d_1), \quad \frac{du_1(d_1)}{dz} = \frac{du_2(d_1)}{dz}. \quad (6)$$

Кроме того, решение должно удовлетворять условию периодичности, т.е. поля на границах периода при $z = 0$ и $z = d$ могут отличаться только на фазовый множитель:

$$u(0) = u(d) e^{i\bar{k}d}. \quad (7)$$

Волновое число \bar{k} называется *блоховским волновым числом*. Физический смысл этой величины будет выяснен ниже.

Подставим выражения для полей (4) и (5) в соотношения (6) и (7):

$$\begin{aligned} A_1 e^{ik_{z1}d_1} + A_2 e^{-ik_{z1}d_1} &= B_1 e^{ik_{z2}d_1} + B_2 e^{-ik_{z2}d_1}, \\ k_{z1}(A_1 e^{ik_{z1}d_1} - A_2 e^{-ik_{z1}d_1}) &= k_{z2}(B_1 e^{ik_{z2}d_1} - B_2 e^{-ik_{z2}d_1}), \\ A_1 + A_2 &= e^{i\bar{k}d}(B_1 e^{ik_{z2}d} + B_2 e^{-ik_{z2}d}), \\ k_{z1}(A_1 - A_2) &= e^{i\bar{k}d}k_{z2}(B_1 e^{ik_{z2}d} - B_2 e^{-ik_{z2}d}) \end{aligned} \quad (8)$$

Эти формулы являются системой линейных однородных уравнений относительно неизвестных A_1, A_2, B_1 и B_2 . Ее нетривиальное решение существует лишь в том случае, если определитель системы равен нулю. Тогда

$$\cos \bar{k}d = \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{z1}}{k_{z2}} + \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \right) \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2, \quad (9)$$

где $d = d_1 + d_2$. Это соотношение позволяет выяснить физический смысл блоховского волнового вектора: видно, что в фотонном кристалле зависимость от поперечной координаты определяется не волновыми числами слоев k_{z1} и k_{z2} , а величиной \bar{k} . Таким образом, блоховский вектор \bar{k} является усредненным по периоду структуры новым поперечным волновым числом.

Использованный выше метод можно значительно упростить, если ввести матрицы преобразования для каждого слоя. Обозначим $\sigma(z) = du(z)/dz$ и из (4) получим

$$\sigma_1(z) = \frac{du(z)}{dz} = ik_{z1}(A_1 e^{ik_{z1}z} - A_2 e^{-ik_{z1}z}). \quad (10)$$

Для начала выразим произвольные постоянные A_1 и A_2 через значения полей при $z = 0$:

$$\begin{aligned} u_1(0) &= A_1 e^{ik_{z1} \cdot 0} + A_2 e^{-ik_{z1} \cdot 0} = A_1 + A_2 \\ \sigma_1(0) &= ik_{z1}(A_1 e^{ik_{z1} \cdot 0} - A_2 e^{-ik_{z1} \cdot 0}) = ik_{z1}(A_1 - A_2). \end{aligned} \quad (11)$$

Подставим результат в соотношения (4) и (10):

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1(\mathbf{z}) &= A_1 e^{ik_{z1}z} + A_2 e^{-ik_{z1}z} = A_1 \cos k_{z1}z + iA_1 \sin k_{z1}z + \\ &+ A_2 \cos k_{z1}z - iA_2 \sin k_{z1}z = \cos k_{z1}z (A_1 + A_2) + \\ &+ i \sin k_{z1}z (A_1 - A_2) = \mathbf{u}_1(\mathbf{0}) \cos k_{z1}z + \sigma_1(\mathbf{0}) k_{z1}^{-1} \sin k_{z1}z; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_1(\mathbf{z}) &= ik_{z1}(A_1 e^{ik_{z1}z} - A_2 e^{-ik_{z1}z}) = ik_{z1}A_1 \cos k_{z1}z - \\ &- k_{z1}A_1 \sin k_{z1}z - ik_{z1}A_2 \cos k_{z1}z - k_{z1}A_2 \sin k_{z1}z = \\ &= ik_{z1} \cos k_{z1}z (A_1 - A_2) - k_{z1} \sin k_{z1}z (A_1 + A_2) = \\ &= -\mathbf{u}_1(\mathbf{0}) k_{z1} \sin k_{z1}z + \sigma_1(\mathbf{0}) \cos k_{z1}z. \end{aligned} \quad (13)$$

Результат удобно переписать в матричном виде (если матрицы в правой части перемножить, то в первой строке получится результат, идентичный формуле (12), а во второй – формуле (13)):

$$\begin{pmatrix} u_1(z) \\ \sigma_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k_{z1}z & k_{z1}^{-1} \sin k_{z1}z \\ -k_{z1} \sin k_{z1}z & \cos k_{z1}z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(0) \\ \sigma_1(0) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Представим поля в начале координат через их значения в произвольной точке z распространения. Для этого необходимо найти обратную матрицу:

$$\begin{pmatrix} u_1(0) \\ \sigma_1(0) \end{pmatrix} = m_1(z) \begin{pmatrix} u_1(z) \\ \sigma_1(z) \end{pmatrix}, \quad m_1(z) = \begin{pmatrix} \cos k_{z1}z & -k_{z1}^{-1} \sin k_{z1}z \\ k_{z1} \sin k_{z1}z & \cos k_{z1}z \end{pmatrix} \quad (15)$$

Матрица $m_1(d_1)$ связывает поля в начале слоя с полями в конце этого же слоя и называется *матрицей преобразования*. Для второго слоя аналогичным образом получается $m_2 = m_2(d_2)$. Так как поля при $z = d_1$ должны удовлетворять граничным условиям (6), то

$$\begin{pmatrix} u_1(0) \\ \sigma_1(0) \end{pmatrix} = m_1 \begin{pmatrix} u_1(d_1) \\ \sigma_1(d_1) \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} u_2(d_1) \\ \sigma_2(d_1) \end{pmatrix} = m_2 \begin{pmatrix} u_1(d_1 + d_2) \\ \sigma_1(d_1 + d_2) \end{pmatrix},$$

из граничных условий (6): $\begin{pmatrix} u_1(d_1) \\ \sigma_1(d_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_2(d_1) \\ \sigma_2(d_1) \end{pmatrix} \rightarrow$

$$\begin{pmatrix} u(0) \\ \sigma(0) \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} u(d) \\ \sigma(d) \end{pmatrix}, \quad m = m_1 m_2, \quad (16)$$

m – матрица преобразования одного периода структуры. Ее составляющие равны:

$$\begin{aligned} m_{11} &= \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2, \\ m_{12} &= -k_{z2}^{-1} \cos k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2 - k_{z1}^{-1} \sin k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2, \\ m_{21} &= k_{z1} \sin k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 + k_{z2} \cos k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2, \\ m_{22} &= \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2. \end{aligned} \quad (17)$$

Теорема Абелеса.

Чтобы найти связь между полями в различных точках среды, отстоящих друг от друга на целое число периодов, необходимо найти произведение матриц

$$\begin{pmatrix} u(0) \\ \sigma(0) \end{pmatrix} = m \cdot m \cdot \dots \cdot m \begin{pmatrix} u(Nd) \\ \sigma(Nd) \end{pmatrix}, \quad m_N = (m)^N, \quad (18)$$

где m_N – матрица преобразования ограниченной среды, N – количество периодов (пар слоев).

По полученным значениям компонент (17) можно получить спектры пропускания и отражения излучения, падающего на фотонный кристалл по нормали [5]:

$$T = \left| \frac{2}{m_{11} + m_{12} + m_{21} + m_{22}} \right|, \quad (19)$$

$$R = \left| \frac{(m_{11} + m_{12}) - (m_{21} + m_{22})}{(m_{11} + m_{12}) + (m_{21} + m_{22})} \right|.$$

Основные уравнения для электромагнитных волн в фотонном кристалле

Распространений электромагнитных волн описывается уравнениями Максвелла (в системе СГС):

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 0 & \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где \vec{E} и \vec{H} – векторы напряженностей электрического и магнитного полей, а \vec{D} и \vec{B} – векторы электрической и магнитной индуктивностей. Связь между напряженностями полей и индукцией устанавливается с помощью материальных уравнений, описывающих среду:

$$\vec{E} = \varepsilon \vec{D} \quad \vec{H} = \mu \vec{B}, \quad (21)$$

где ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости для изотропных сред. В данном конкретном случае исследуются немагнитные оптические среды, поэтому $\mu = 1$ и $\vec{H} = \vec{B}$.

Рассмотрим плоскостойкую периодическую структуру, период которой составлен из двух материалов, различающихся толщинами слоев и диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 .

Таким образом, уравнения Максвелла для ТЕМ-волны могут быть представлены следующим образом (зависимость от времени выбрана в виде $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(-i\omega t)$ и $\vec{H} = \vec{H}_0 \exp(-i\omega t)$, волна распространяется вдоль Oz , \vec{E} направлен вдоль Oy , \vec{H} – вдоль Ox):

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{i\omega}{c} H_x \quad (22)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{i\omega}{c} E_y. \quad (23)$$

Обратимся к формулам (10)-(16), которые были выведены для функций $u(z)$ и $\sigma(z) = \partial u(z)/\partial z$. Если взять $u(z) = E_y(z)$, тогда из (22) $\sigma(z) = \partial u(z)/\partial z = -(i\omega/c) \cdot H_x$, то уравнения (12) и (13) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{y1}(z) &= \vec{E}_{y1}(0) \cos k_{z1}z - i \frac{\omega}{c} \vec{H}_{x1}(0) k_{z1}^{-1} \sin k_{z1}z \\ &= \vec{E}_{y1}(0) \cos k_{z1}z - in_1^{-1} \vec{H}_{x1}(0) \sin k_{z1}z;\end{aligned}\quad (24)$$

$$\begin{aligned}-i \frac{\omega}{c} \vec{H}_{x1}(z) &= -\vec{E}_{y1}(0) k_{z1} \sin k_{z1}z - i \frac{\omega}{c} \vec{H}_{x1}(0) \cos k_{z1}z \rightarrow \\ \vec{H}_{x1}(z) &= -in_1 \vec{E}_{y1}(0) \sin k_{z1}z + \vec{H}_{x1}(0) \cos k_{z1}z.\end{aligned}\quad (25)$$

Проделав аналогичные действия как в формулах (14)-(16) можно прийти к результирующей матрице передачи:

$$\begin{aligned}m_{11} &= \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - \frac{n_2}{n_1} \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2, \\ m_{12} &= -in_2^{-1} \cos k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2 - in_1^{-1} \sin k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2, \\ m_{21} &= -in_1 \sin k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - in_2 \cos k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2, \\ m_{22} &= \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - \frac{n_1}{n_2} \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2.\end{aligned}\quad (26)$$

Порядок выполнения работы

1. По формуле (1) подобрать толщины слоев одномерного фотонного кристалла и их показатели преломления таким образом, чтобы первая запрещенная зона попадала в диапазон длин волн, заданных в вариантах заданий, указанных ниже.

2. В среде для расчетов MatLab, с помощью формулы (9), построить зависимость действительной и мнимой частей блоховского волнового числа в зависимости от длины волны, нормально падающей на фотонный кристалл.

3. С помощью матриц передачи (26), теоремы Абелеса (18) и формулы (19) построить спектр пропускания излучения, падающего нормально на фотонный кристалл.

4. Изменяя количество периодов N в формуле (18), показать влияние количества пар слоев фотонного кристалла на спектральные характеристики структуры (не менее трех спектров пропускания фотонных кристаллов с различным количеством слоев).

5. Показать влияние оптического контраста слоев на спектральные характеристики фотонного кристалла. Для этого показатель преломления одного слоя должен оставаться постоянным, в то время как

показатель преломления второго слоя изменяется, при этом толщины слоев пересчитывать не требуется.

6. Получить пик пропускания в центре запрещенной зоны фотонного кристалла. Для этого в центр кристалла надо добавить дефектный слой с двойной толщиной. Обратите внимание, что матрица преобразования m_N (18) изменит свой вид. Например, для обычного фотонного кристалла, состоящего из трех слоев матрица имеет вид $m_N = m^3 = m_1 \cdot m_2 \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot m_1 \cdot m_2$, а для фотонного кристалла с дефектом $m_N = m_1 \cdot m_2 \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot m_2 \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot m_1$, то есть в произведение матриц добавляется дополнительный слой. Матрицу m_1 можно получить, если переписать уравнения (24)-(25) в матричный вид, матрица m_2 выводится аналогичным образом.

7. Показать влияние количества слоев фотонного кристалла с дефектом на добротность пика пропускания.

8. Показать влияние диэлектрической проницаемости дефектного слоя фотонного кристалла на частотное положение пика пропускания. Диэлектрическую проницаемость следует изменять только у дефектного слоя.

Варианты заданий

№	варианты (диапазон длин волн, в котором должна находиться первая запрещенная зона фотонного кристалла)
1	Видимый диапазон 380-740 нм
2	Ближний инфракрасный диапазон длин волн 0,74-1,9 мкм
3	Ближний инфракрасный диапазон длин волн 1,9-3 мкм
4	Средний инфракрасный диапазон длин волн 3-27 мкм
5	Средний инфракрасный диапазон длин волн 27-50 мкм
6	Дальний инфракрасный диапазон длин волн 50-500 мкм
7	Дальний инфракрасный диапазон длин волн 500-1000 мкм
8	Микроволновый диапазон длин волн 1-10 мм

Обработка результатов

В заданиях 4, 5, 7, 8 в программе MatLab графики должны выводиться в одном окне друг под другом, для этого удобно использовать команду subplot(m, n, p). В выводе должно содержаться описание выявленных закономерностей и обсуждение причин их возникновения.

Литература

1. Lourtioz, J. M. Photonic crystals / J. M. Lourtioz, H. Benisty, V. Berger, et al. // Springer, Berlin. – 2005. – V. 6. – P. 52-60.

2. Ивченко, Е. Л. Резонансные трёхмерные фотонные кристаллы / Е. Л. Ивченко, А. Н. Поддубный // Физика твёрдого тела – 2006. – Т. 48., № 3, С. 540—547.
3. Белотелов, В. И., Фотонные кристаллы и другие метаматериалы / В. И. Белотелов, А. К. Звездин – М.: Бюро Квантум, 2006. – с.17-26.
4. Басс, Ф. Г. Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками / Ф. Г. Басс, А. А. Булгаков, А. П. Тетервов – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – с. 11-15, 20-24.
5. Борн, М. Основы оптики: перевод с английского. / М. Борн, Э. Вольф – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1973 – с. 67-74.
6. Возианова, А.В. Нанофотоника. Часть 1 [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие / А.В. Возианова, М.К. Ходзицкий. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: НИУ ИТМО, 2013 — 92 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70927>. — Загл. с экрана.

Вопросы к лабораторной работе

1. Опишите физические причины необычных свойств одномерных фотонных кристаллов;
2. Выведите условие резонансного усиления отраженных волн для одномерного фотонного кристалла в общем виде;
3. Что влияет на наличие запрещенной зоны в одномерном фотонном кристалле?
4. Как количество слоев в одномерном фотонном кристалле влияет на ширину запрещенной зоны? Почему?
5. Как оптический контраст слоев влияет на ширину запрещенной зоны? Почему?
6. Как в центре запрещенной зоны одномерного фотонного кристалла можно получить пик пропускания? Опишите физику процесса.
7. Что влияет на положение и добротность пика пропускания в запрещенной зоне одномерного фотонного кристалла?
8. Какие существуют методы математического описания распространения волн в одномерном фотонном кристалле?
9. Какие граничные условия используются для решения волнового уравнения?
10. Какие физические величины связывает дисперсионное уравнение? Физический смысл блоховского волнового вектора?
11. Какие физические величины связывают матрицы преобразования? Сформулируйте теорему Абелеса.

Исследование рассеяния излучения на сферических частицах

Цель работы: изучение принципов поглощения и рассеяния излучения на сферических наночастицах в зависимости от окружающей среды, диаметра частицы и типа металла.

Объект исследования: сферические наночастицы.

Задачи:

- Ознакомиться с теоретическими основами рассеяния и поглощения излучения на сферических наночастицах в рамках теории Ми;
- Построить графики зависимостей сечений поглощения, рассеяния и экстинкции излучения согласно теории Ми;
- Изучить влияние окружающей среды, диаметра наночастицы и типа металла на положение и значение резонансной частоты;
- Проанализировать полученные зависимости.

Сведения из теории

Наноплазмоника – это составляющая часть нанооптики, то есть оптики на нанометровых масштабах. Предметом изучения наноплазмоники являются оптические свойства металлических частиц и наноструктур, которые обусловлены колебаниями электронов проводимости относительно кристаллической решетки [1].

Плазмоны и поляритоны в объеме вещества

Взаимодействие электромагнитных полей с металлами можно понять в рамках классической физики, базирующейся на уравнениях Максвелла [1]. Даже металлические структуры вплоть до размеров порядка нескольких нанометров можно описать в рамках классической физики, не прибегая к квантовой механике, поскольку из-за высокой плотности свободных носителей заряда интервалы между электронными энергетическими уровнями малы по сравнению с тепловой энергией $k_B T$ для комнатной температуры. Таким образом, рассматриваемая в данной работе электродинамика металлов ограничивается классическими представлениями и позволяет изучить явления, связанные с зависимостью свойств металлов от частоты.

Дисперсионные свойства металлов можно понять с помощью комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon(\omega)$, свойства которой лежат в основе всех обсуждаемых здесь явлений. Комплексность диэлектрической проницаемости приводит к сдвигу фазы индуцированного тока относительно фазы поля при частотах, близких к обратному значению характерного времени релаксации электронов τ в металлах.

Для описания оптических свойств металлов вспомним макроскопические уравнения Максвелла, с помощью которых можно провести исследование. Преимущество этого макроскопического феноменологического подхода позволяет нам не принимать во внимание фундаментальное взаимодействие между электромагнитным полем и отдельными заряженными частицами внутри среды, так как в данном приближении быстро изменяющиеся макроскопические поля усредняются.

Таким образом, мы будем исходить из макроскопических уравнений Максвелла в системе единиц СИ [2]:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \nabla \times \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \vec{D} &= \rho, & \nabla \cdot \vec{B} &= 0.\end{aligned}\quad (1)$$

Эти уравнения связывают четыре макроскопических поля \vec{D} (электрическая индукция), \vec{E} (напряженность электрического поля), \vec{H} (напряженность магнитного поля) и \vec{B} (магнитная индукция) с распределением плотности внешних зарядов ρ и плотности внешних токов \vec{j} . В данной работе мы ограничимся линейными, изотропными и немагнитными средами, для которых имеют место следующие материальные уравнения:

$$\vec{D}(\omega, \vec{k}) = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega, \vec{k}) \vec{E}, \quad \vec{B}(\omega, \vec{k}) = \mu_0 \mu(\omega, \vec{k}) \vec{H}. \quad (2)$$

Изучим решения уравнений Максвелла в виде бегущей волны при отсутствии внешних источников. Комбинация первых двух уравнений (1) приводит к волновому уравнению:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Применив материальное уравнение (2) и раскрыв правую часть уравнения как $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$:

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\varepsilon(\omega, \vec{k})}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (4)$$

Для гармонических плоских волн решение имеет вид:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \rightarrow \vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad (5)$$

где \vec{k} – волновой вектор, \vec{r} – радиус-вектор. Подставив решение (5) в волновое уравнение (4):

$$\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}) - k^2 \vec{E} = -\varepsilon(\omega, \vec{k}) \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}. \quad (6)$$

Если волновой вектор \vec{k} параллелен вектору напряженности \vec{E} (то есть волна является продольной), то скалярное произведение $(\vec{k} \cdot \vec{E}) \neq 0$ и уравнение (6) можно переписать в виде:

$$k^2 \vec{E} - k^2 \vec{E} = -\varepsilon(\omega, \vec{k}) \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} \rightarrow \varepsilon(\omega, \vec{k}) = 0. \quad (7)$$

Такое электрон-фотонное возбуждение в объеме вещества называется *плазмон* [3], который представляет собой связанное колебание электронного заряда и продольного электрического поля. Закон дисперсии продольной электрической волны в веществе определяется равенством (7) и означает, что продольные колебания возможны только на частотах, соответствующих нулям диэлектрической проницаемости. Плазмоны невозможно возбудить с помощью поперечной электромагнитной волны, они могут быть возбуждены проходящими через вещество заряженными частицами, в спектре поглощения которых будут линии на частотах, пропорциональных $\hbar\omega_{pl}$.

Рассмотрим теперь другой тип связанного электрон-фотонного возбуждения (или квазичастицы), которое распространяется в диэлектрике. В этом возбуждении, называемом *поляритон* (иногда их называют просто поперечными плазмонами), вектор напряженности электрического поля \vec{E} перпендикулярен волновому вектору \vec{k} , т.е. соответствующая волна является поперечной. Как известно, в поперечной электромагнитной волне присутствуют оба поля: электрическое и магнитное, причем при распространении в вакууме их амплитуды равны. Этим поляритон отличается от плазмона, с которым связано только продольное электрическое поле.

Если $\vec{k} \perp \vec{E}$, то скалярное произведение $(\vec{k} \cdot \vec{E}) = 0$, если учесть этот факт в уравнении (6), то в результате получим, что распространение волн возможно только при выполнении дисперсионного соотношения:

$$-k^2 \vec{E} = -\varepsilon(\omega, \vec{k}) \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} \rightarrow k^2 = \varepsilon(\omega, \vec{k}) \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (8)$$

Вообще говоря, при наличии пространственной дисперсии диэлектрическая проницаемость является тензором (а не скаляром) даже в изотропной среде: выделенное направление создается волновым вектором.

Поверхностные плазмоны на плоской поверхности.

Более интересные плазмонные колебания возникают на поверхности раздела металла и диэлектрика. Существует несколько определений поверхностных плазмонов:

- элементарное возбуждение на поверхности материала, в котором существуют плазмонные резонансы (резонанс электронов проводимости) [4];

– связанные колебания электромагнитного поля и электронов проводимости, распространяющиеся вдоль поверхности проводника [3].

Их можно интерпретировать как электромагнитные волны, захваченные поверхностью металла вследствие взаимодействия со свободными электронами. В ходе этого взаимодействия электроны проводимости коллективно реагируют на электромагнитное воздействие, осциллируя в резонансе со световой волной. Гибридный характер поверхностного плазмона отражается в другом его наименовании – плазмон-поляритон: здесь «плазмон» относится к колебаниям заряда на поверхности металла, а «поляритон» – к электромагнитному полю в диэлектрике.

Как видно из рис. 1 (а), магнитное поле поверхностного плазмона направлено параллельно границе раздела сред и перпендикулярно плоскости рисунка. Напряженность электрического поля имеет нормальную к поверхности составляющую, что необходимо для формирования поверхностного электрического заряда. В местах выхода силовых линий напряженности электрического поля в металле локализуется положительный заряд, а в местах их входа в металл – отрицательный. Силовые линии загибаются так, чтобы удовлетворить граничным условиям, вытекающим из уравнений Максвелла. В результате электрическое поле затухает экспоненциально с удалением от поверхности проводника, так что энергия поверхностного плазмона сконцентрирована вблизи границы раздела металл/диэлектрик (рис. 1(б)). При этом электрическое поле проникает на глубину скин-слоя δ_m , а в диэлектрик на глубину порядка длины волны излучения δ_d . Данное свойство находит широкое применение в нанооптике, поскольку позволяет концентрировать и канализовать излучение с помощью субволновых структур.

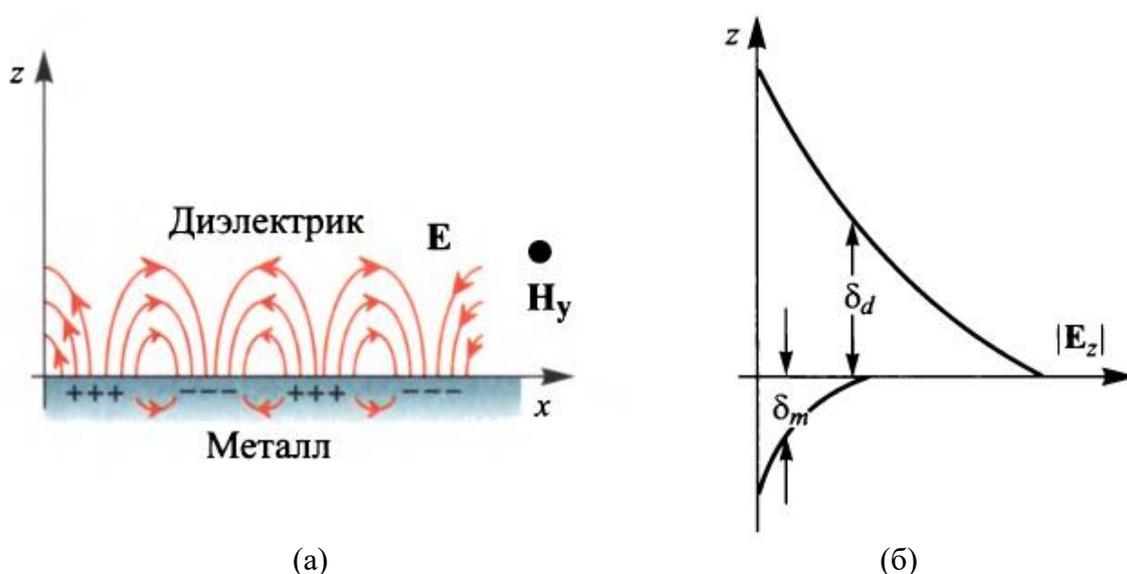


Рисунок 1 – Иллюстрация распределения полей поверхностного плазмона на границе «металл-диэлектрик» [4]

Из рисунка 1 также следует, что поверхностный плазмон по своим свойствам занимает промежуточное положение между плоской электромагнитной волной и объемными плазменными колебаниями. Действительно, как и в поперечной волне, в поверхностном плазмоне присутствуют оба поля: электрическое и магнитное, в отличие от объемного плазмона, с которым связано только электрическое поле (магнитного поля нет). В отличие от плоской поперечной волны силовые линии электрического поля поверхностного плазмона загнуты, поскольку порождают электрический заряд на поверхности. Так же как в обычном плазмоне, электрическое поле обусловлено изменением во времени магнитного поля. Поверхностный плазмон является продольно-поперечной волной. Как видно из рисунка 1, его электрическое поле помимо поперечной z составляющей напряженности имеет еще x -составляющую, ориентированную вдоль волнового вектора в направлении распространения плазмона. Эта «промежуточность» свойств поверхностного плазмона неудивительна, ведь он присутствует сразу в двух средах: диэлектрике и проводнике, тогда как плоская поперечная волна распространяется в диэлектрике (частный случай – вакуум), а объемный плазмон – в проводнике. Можно сказать, что поверхностный плазмон – квазичастица-амфибия, которая «живет» в двух средах.

Теория Друде-Зоммерфельда.

В оптическом диапазоне частот свойства металлов можно понять на основе *плазменной модели*, в которой предполагается, что электроны металла представляют собой газ свободных электронов с плотностью n , движущиеся относительно неподвижного фона положительных ионных остовов. Для щелочных металлов этот частотный диапазон простирается вплоть до ультрафиолета, в благородных металлах межзонные электронные переходы возникают в оптической области, что ограничивает применимость данного подхода. Детали решеточного потенциала и электрон-электронных взаимодействий в плазменной модели не учитываются. Предполагается, что особенности зонной структуры могут быть включены в эффективную массу m электронов. При движении электронов в осциллирующем переменном электромагнитном поле на них действуют диссипативные силы вследствие электронных соударений, с характерной частотой $\gamma = 1/\tau$. Величина τ , известная как время релаксации электронов, обычно имеет порядок 10^{-14} сек при комнатной температуре, что соответствует $\gamma = 100$ ТГц.

Согласно теории Друде, диэлектрическая проницаемость газа свободных электронов [1]:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} + i \frac{\gamma\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}, \quad (9)$$

где $\omega_p^2 = 4\pi n e^2 / m$ – плазменная частота газа свободных электронов, m – эффективная масса электрона, n – концентрация свободных зарядов. Однако, в модели свободного электрона $\varepsilon \rightarrow 1$ при $\omega \gg \omega_p$, что неверно для благородных металлов. Для них усложнение этой модели необходимо в области $\omega > \omega_p$ (где отклик обусловлен свободными s-электронами), так как близкая к поверхности Ферми d-зона вызывает высокую степень поляризации окружающей среды. Эту остаточную поляризацию, обусловленную положительным фоном ионных остовов, можно описать диэлектрической проницаемостью ε_∞ (обычно $0 < \varepsilon_\infty < 10$), и мы можем записать:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} + i \frac{\gamma\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}. \quad (10)$$

Обобщенное выражение (10) применимо вплоть до достаточно высоких частот (>2 эВ для золота и >4 эВ для серебра). Параметры обобщенной модели Друде (10) приведены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры Друде для некоторых металлов [3, 4]

Параметры \ Металл	Золото Au	Серебро Ag	Медь Cu
Вклад ионного остова ε_∞	9,84	3,7	3,7
Плазменная частота ω_p , Гц	$1,37 \cdot 10^{16}$	$1,38 \cdot 10^{16}$	$1,4 \cdot 10^{16}$
Плазменная частота ω_p , эВ	9,0	9,1	9,2
Частота столкновений электронов γ , Гц	$1,02 \cdot 10^{14}$	$0,27 \cdot 10^{14}$	$0,27 \cdot 10^{14}$
Скорость Ферми v_F , см/с	$1,4 \cdot 10^8$	$1,4 \cdot 10^8$	$1,58 \cdot 10^8$

Диэлектрическая проницаемость (10) модели Друде удовлетворительно описывает оптический отклик металлов лишь для энергий квантов ниже энергетического порога перехода между зонами. Усложнение модели позволит феноменологически описать оптические свойства золота и серебра в видимом диапазоне. Межзонные переходы могут быть учтены с помощью классической модели связанного электрона с резонансной частотой $\omega_0 = \Delta E / \hbar$:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}. \quad (11)$$

С точки зрения физики плазменная частота ω_p может быть понята из рассмотрения коллективных продольных колебаний газа электронов проводимости относительно неподвижного положительного фона ионных остовов [1, 4]. Как условно показано на рисунке 2, коллективное смещение электронного газа на расстояние u ведет к появлению поверхностной плотности заряда $\sigma = \pm n e u$ на границах слоя. Таким образом, на смещенный электронный газ действует возвращающая сила, за счет чего электроны будут совершать колебания именно с плазменной частотой

$\omega_p^2 = 4\pi n e^2 / m$. Отсюда следует, что частота ω_p является собственной частотой колебаний электронного слоя как целого относительно ионного остова.

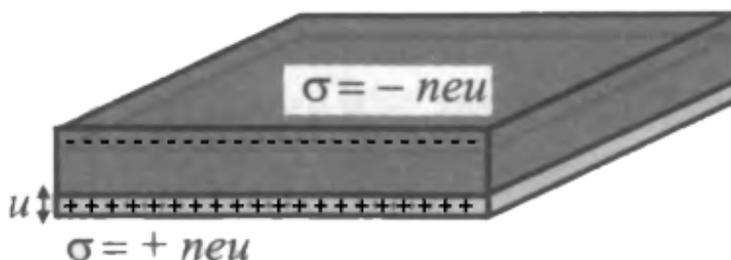


Рисунок 2 – Модель однородных плазмонных колебаний [4]

Подразумевается, что фаза колебаний всех электронов одинакова, таким образом, ω_p соответствует частоте колебаний в длинноволновом пределе, где $\vec{k} = 0$, при этом различие между поперечными и продольными объемными плазмонами исчезает.

Представленные выше параметры Друде и экспериментальные значения диэлектрической проницаемости были определены для макроскопически больших образцов. В случае наночастиц длина свободного пробега электронов может сравниться с размерами частицы, и рассеяние электронов проводимости на поверхности будет приводить к увеличению частоты столкновений и уменьшению времени релаксации. Особенно важен этот эффект для наночастиц с высоким отношением площади поверхности к объему. Это увеличение пропорционально скорости Ферми v_F и может быть найдено с помощью эмпирической формулы [5]:

$$\tau_{\text{surface}}^{-1} = \tau^{-1} + \frac{v_F}{r_s}, \quad (12)$$

где r_s – эффективный радиус наночастицы. Значения скорости Ферми для некоторых металлов указаны в таблице 1. С учетом этих поправок макроскопическое описание наночастиц будет справедливо вплоть до размеров порядка 2 нм. При дальнейшем уменьшении размеров наночастиц становятся существенными эффекты размерного квантования, когда длина волны де Бройля электронов (волна амплитуды вероятности, определяющая плотность вероятности обнаружения электрона в заданной точке конфигурационного пространства) становится сравнимой с размерами частицы.

Теория Ми

В данном разделе рассматривается фундаментальное понятие плазмоники – локализованные поверхностные плазмоны. *Локализованный поверхностный плазмон* представляет собой электромагнитное поле и связанное с ним коллективное возбуждение электронов проводимости в металлических наноструктурах [1]. В наночастице заданной формы

плазмоны могут существовать только при фиксированных частотах, которые называются частотами плазмонных резонансов.

Частота поверхностных плазмонов, возникающих на поверхности сферы, помещенных в переменное электрическое поле $\omega_{ПП} = \omega_p/\sqrt{3}$ (частота Ми) [3]. Данная частота описывает приповерхностные колебания электронов проводимости шара малого диаметра ($d < c/\omega$, ω – частота внешнего электрического поля, т.е. поле можно считать однородным). При таких колебаниях электронное облако как целое смещается то в одну, то в другую сторону относительно положительного заряда (без изменения концентрации, в отличие от объемных плазменных колебаний).

Если на металлическую сферу падает электромагнитная волна с частотой $\omega \approx \omega_{ПП}$, происходит возбуждение плазмонов на поверхности сферы. Возбужденные поверхностные плазмоны, обладающие переменным дипольным моментом, излучают электромагнитную волну. Кроме этого, колебания заряда, связанные с поверхностным плазмоном, затухают с превращением энергии колебаний в тепло, следовательно, имеет место также поглощение электромагнитной волны. Таким образом, взаимодействие излучения с металлической наночастицей приводит к рассеянию и поглощению электромагнитной волны в результате возбуждения поверхностных плазмонов, если выполняется условие плазмонного резонанса $\omega \approx \omega_{ПП}$.

Цвет красящих веществ определяется, как правило, поглощением излучения молекулами красителя. При взаимодействии излучения с металлическими наночастицами ситуация иная. Для малых радиусов наносферы $r_s < 15-35$ нм доминирует поглощение, для больших – рассеяние излучения. Суммарное влияние поглощения и рассеяния на прохождение светового луча через вещество описывается сечением экстинкции $\sigma_{ext} = \sigma_{scat} + \sigma_{abs}$. Величина $\sigma_{ext}I_0$ представляет собой мощность, удаляемую из падающего на наночастицу светового луча интенсивности I_0 , за счет поглощения и рассеяния. Отношение сечения рассеяния к сечению экстинкции называется квантовым выходом $\eta = \sigma_{scat}/\sigma_{ext}$. Квантовый выход характеризует относительную величину удаляемой из светового луча мощности, которая идет на рассеяние излучения, т.е. может быть зарегистрирована фотоприемником. Из вышесказанного следует, что квантовый выход возрастает с увеличением размера наночастицы.

В качестве примера возникновения окраски в результате рассеяния на наночастицах можно привести кубок Ликурга (рис. 3). Его цвет определяется металлическими наночастицами серебра, внедренными в стекло. В проходящем свете цвет кубка – красный, в отраженном, где происходит рассеяние света на приповерхностных частицах, – зеленоватый.

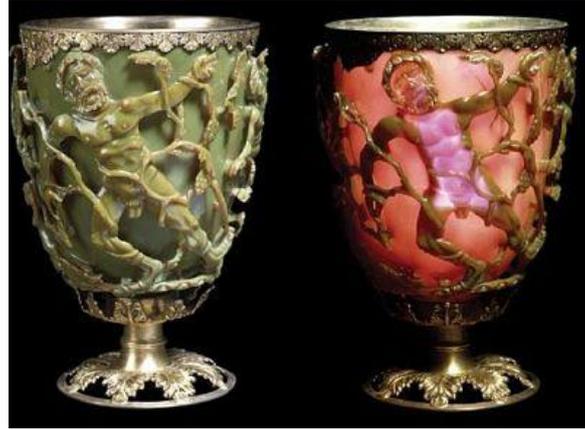


Рисунок 3 – Кубок Ликурга [6]

В 1908 г. в известном научном докладе Ми представил полную теорию рассеяния и поглощения электромагнитного излучения сферой, чтобы интерпретировать цвета частиц коллоидного золота. Подход, который в настоящее время известен как *теория Ми*, основан на разложении внутреннего поля и поля, рассеянного сферой в ряды из нормальных мод. Формулы, представленные далее, получены в результате решения однородного волнового уравнения в сферических координатах с дальнейшим применением граничных условий. С выводом соответствующих формул можно ознакомиться в работе [7], здесь приведен только окончательный результат [3]:

Сечение рассеяния излучения на металлической наносфере согласно теории Ми, равно:

$$\sigma_{scat}^{(Mie)} = \frac{2\pi c^2}{\varepsilon_m \omega^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \{|a_n(x, mx, m)|^2 + |b_n(x, mx, m)|^2\}, \quad (13)$$

где a_n и b_n – коэффициенты Ми даются формулами:

$$a_n(x, mx, m) = \frac{\psi'_n(mx)\psi_n(x) - m\psi'_n(x)\psi_n(mx)}{\psi'_n(mx)\zeta_n(x) - m\zeta'_n(x)\psi_n(mx)} \quad (14)$$

$$b_n(x, mx, m) = \frac{m\psi'_n(mx)\psi_n(x) - \psi'_n(x)\psi_n(mx)}{m\psi'_n(mx)\zeta_n(x) - \zeta'_n(x)\psi_n(mx)}, \quad (15)$$

где $\psi_n(z)$, $\zeta_n(z)$ – функции Риккати-Бесселя:

$$\psi_n(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} J_{n+1/2}(z) \quad \zeta_n(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} H_{n+1/2}^{(1)}(z) \quad (16)$$

– $J_{n+1/2}$ и $H_{n+1/2}^{(1)}$ – функции Бесселя и Ханкеля полуцелого порядка, z принимает значения x или mx . Производные функций $\psi'_n(z)$ и $\zeta'_n(z)$ находятся как производные сложных функций:

$$\begin{aligned}\psi'_n(z) &= \left(\sqrt{\frac{\pi z}{2}}\right)' J_{n+1/2}(z) + \sqrt{\frac{\pi z}{2}} \left(J_{n+1/2}(z)\right)' = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{n+1/2}(z) + \sqrt{\frac{\pi z}{2}} \left(\frac{J_{n-1/2}(z) - J_{n+3/2}(z)}{2}\right); \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}\zeta'_n(z) &= \left(\sqrt{\frac{\pi z}{2}}\right)' H_{n+1/2}^{(1)}(z) + \sqrt{\frac{\pi z}{2}} \left(H_{n+1/2}^{(1)}(z)\right)' = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2z}} H_{n+1/2}^{(1)}(z) + \sqrt{\frac{\pi z}{2}} \left(\frac{H_{n-1/2}^{(1)}(z) - H_{n+3/2}^{(1)}(z)}{2}\right). \end{aligned} \quad (18)$$

Параметр x , фигурирующий в формуле (13), является произведением волнового числа излучения в матрице на радиус наносферы:

$$x = kr_s = \sqrt{\varepsilon_m} \frac{\omega}{c} r_s, \quad (19)$$

параметр m – отношение показателей преломления материала наносферы $\varepsilon_s(\omega)$ и матрицы (окружающей среды) ε_m : $m = \sqrt{\varepsilon_s(\omega)/\varepsilon_m}$.

Для неидеальной системы ($\varepsilon_\infty \neq 1, \varepsilon_m \neq 1$) максимум сечения рассеяния излучения при возбуждении поверхностного плазмона достигается на резонансной частоте:

$$\omega_{res} = \sqrt{\frac{\omega_p^2}{\varepsilon_\infty + 2\varepsilon_m} - \gamma_{tot}^2}, \quad (20)$$

где $\gamma_{tot} = \tau_{surface}^{-1} + \gamma_{rad}$ – константа затухания, зависит от времени затухания (12) и радиационного затухания.

Результаты расчета сечения рассеяния излучения на серебряных сферах различного размера в рамках теории Ми в спектральном диапазоне вблизи плазмонного резонанса представлены на рисунке 4. Из приведенного рисунка 4 следует, что с увеличением размера сферы положение максимума сечения рассеяния сдвигается в длинноволновую область, а ширина спектрального максимума возрастает. Для радиусов 30 и 40 нм в зависимости появляется пик, связанный с квадрупольным резонансом при возбуждении поверхностного плазмона.

Для сечения экстинкции излучения на металлической сфере теория Ми дает:

$$\sigma_{ext}^{(Mie)} = \frac{2\pi c^2}{\varepsilon_m \omega^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}\{a_n(x, mx, m) + b_n(x, mx, m)\}. \quad (21)$$

Сечение поглощения излучения равно разности сечений экстинкции и рассеяния $\sigma_{abs} = \sigma_{ext} - \sigma_{scat}$. Графики сечений экстинкции и поглощения

для разных радиусов серебряных наночастиц продемонстрированы на рисунке 4.

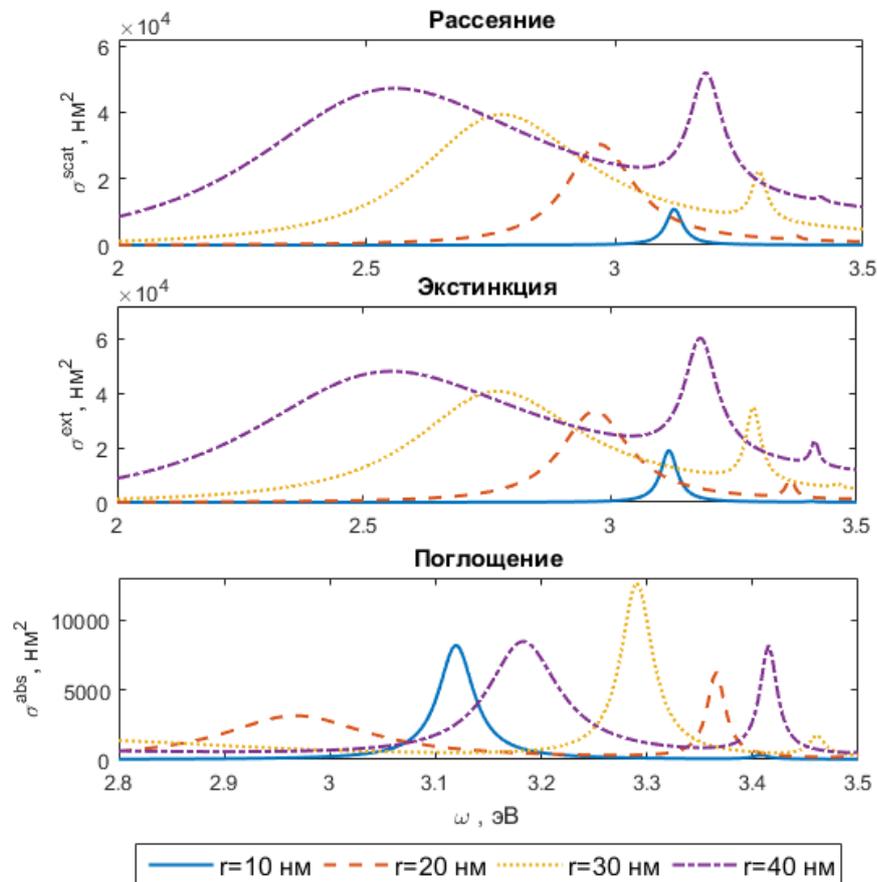


Рисунок 4 - Расчетные сечения рассеяния, экстинкции и поглощения излучения на серебряных наносферах различного радиуса (10, 20, 30, 40 нм) вблизи плазмонного резонанса в среде с $\epsilon^m = 2.25$; по оси абсцисс отложена энергия фотона в эВ, по оси ординат – сечение в нм^2

Порядок выполнения работы

1. С помощью теории Друде-Зоммерфельда (10) в среде для расчетов Matlab рассчитать дисперсии диэлектрических проницаемостей любого металла по выбору. Необходимые параметры сведены в таблице 1. Для частоты столкновений электронов γ учесть, что дальнейшие исследования будут производиться для наночастиц, следовательно, требуется пересчет по формуле (12). В отчете должны быть представлены графики зависимостей действительной и мнимой частей $\epsilon(\omega)$. Графики строить в диапазоне частот $3 \cdot 10^{15} < \omega < 5,3 \cdot 10^{15}$ Гц.

2. Построить сечения рассеяния (13), экстинкции (21) и поглощения металлических наносфер. Металл выбирается любой с дисперсией диэлектрической проницаемости $\epsilon_s(\omega)$, рассчитанной в пункте 1. Диэлектрическая проницаемость матрицы ставится любой (в пределах разумного). Для расчёта функций Бесселя и Ханкеля (14)-(18) можно использовать встроенные в Matlab функции $J_{n+1/2}(z) = \text{besselj}(n+1/2,z)$ и

$H_{n+1/2}^{(1)}(z) = \text{besselh}(n+1/2, z)$. В формулах (13) и (21) достаточно использовать первые 10 слагаемых суммы.

3. Построить сечения поглощения, рассеяния и экстинкции наносфер для нескольких радиусов из диапазона 10-40 нм. Результаты должны быть представлены аналогично рисунку 4 (по оси абсцисс может стоять циклическая частота ω как в эВ, так и в Гц).

4. Построить сечения поглощения, рассеяния и экстинкции наносфер для различных диэлектрических проницаемостей матрицы ϵ_m (окружающей среды).

5. Построить сечения поглощения, рассеяния и экстинкции наносфер, изготовленных из различных материалов (золота, серебра и меди). Для этого следует использовать дисперсии диэлектрических проницаемостей, рассчитанные в пункте 1.

Обработка результатов

Результат выполнения пунктов 1-2 представить в виде графиков. Для пунктов 3-5 сделать выводы о характере полученных зависимостей и пояснить их природу. Для каждого графика в подписи должен быть указан металл наночастицы.

Литература

1. Майер, С.А. Плазмоника: теория и приложения / С.А. Майер – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2011. – с. 4-26
2. Новотный, Л. Основы нанооптики: пер. с англ / Л. Новотный, Б. Хехт – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009 – с. 28-32, 346-348
3. Астапенко, В.А. Электромагнитные процессы в среде, наноплазмоника и метаматериалы / В.А. Астапенко – Долгопрудный: Интеллект, 2012 – с. 402-415
4. Климов, В.В. Наноплазмоника / В.В. Климов – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009 – с. 52-75
5. Genzel, L. Dielectric function and plasma resonances of small metal particles / L. Genzel, T. P. Martin, U. Kreibig // Zeitschrift für Physik B Condensed Matter. – 1975. – V. 21. – №. 4. – P. 339-346.
6. Lycurgus Cup: [Электронный ресурс] // British Museum. URL: <https://britishmuseum.tumblr.com/post/120689869617/the-lycurgus-cup> (Дата обращения 1.11.2018).
7. Bohren, C. F. Absorption and scattering of light by small particles / C. F. Bohren, D. R. Huffman – John Wiley & Sons, 2008 – P.530.
8. Возианова, А.В. Нанофотника. Часть 1 [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / А.В. Возианова, М.К. Ходзицкий. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: НИУ ИТМО, 2013 — 92 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70927>. — Загл. с экрана.

Вопросы к лабораторной работе

1. Уравнения Максвелла. Материальные уравнения. Почему для описания оптических свойств металлов можно применять макроскопические уравнения Максвелла?
2. Вывести однородное волновое уравнение. Какой вид имеют решения для гармонических плоских волн?
3. Что такое плазмоны и поляритоны? Чем они отличаются? Законы дисперсии плазмонов и поляритонов.
4. Дайте определение поверхностному плазмону. Почему его называют квазичастицей-амфибией?
5. Что рассчитывается с помощью теории Друде-Зоммерфельда? Запишите основные формулы.
6. В чем состоит физический смысл плазменной частоты?
7. Что описывает время релаксации? Зачем для металлических наночастиц требуется поправка к времени релаксации?
8. Что такое локализованный поверхностный плазмон? В чем состоит их отличие от объемных плазмонов? На какой частоте происходит возбуждение плазмонов на поверхности сферы?
9. Чем необычен Кубок Ликурга? Что можно рассчитать с помощью теории Ми? Какие параметры должны быть известны?
10. Как радиус наносферы влияет на сечения экстинкции, рассеяния и поглощения? Почему?
11. Как диэлектрическая проницаемость матрицы (окружающей среды) влияет на сечения экстинкции, рассеяния и поглощения? Почему?

Цилиндрическое маскирующее покрытие на основе трансформационной оптики.

Цель работы: теоретическое исследование маскирующего покрытия, реализуемого на принципах трансформационной оптики.

Объект исследования:

Цилиндрическое маскирующее покрытие, реализуемое на основе трансформационной оптики.

Задачи:

1. Расчет тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей маскирующего покрытия.
2. Моделирование распределения электромагнитного поля объекта с маскирующим покрытием цилиндрического типа в готовом проекте COMSOL Multiphysics.

Сведения из теории

Чуть более десяти лет назад Пендри разработал подход трансформационной оптики для проектирования материалов, проходя через которые, электромагнитные поля могут искажаться произвольным образом. На их основе можно создать так называемый «плащ-невидимку», который реализуется с помощью метаматериалов, позволяющие создать такой профиль показателя преломления, чтобы свет огибал объект, находящийся внутри.

Принцип работы плаща-невидимки (маскирующего покрытия) проиллюстрирован на рисунке 1. По сути, за счет изменения показателя преломления, оптическая среда меняет «восприятие» пространства светом. Объекты (в данном случае рыбы) в физическом пространстве кажутся в позициях, отличных от того, где они находятся на самом деле. То есть среда выполняет преобразование координат из *физического пространства* (рис.1 (в)) в *виртуальное пространство* (рис. 2 (б)). Проще говоря, виртуальное пространство – то, как мы его видим со стороны, а физическое – то, какое оно есть на самом деле. Очевидно, что виртуальное пространство пустое и свет распространяется по прямым линиям. В нем можно нарисовать прямоугольную систему координат, линии которого указывают путь распространения луча. В физическом пространстве лучи света изогнуты, поэтому система координат преобразуется в криволинейную систему координат. Преобразование координат происходит только в светло-синем круге, который обозначает границу маскирующего покрытия. Изображение красной рыбы, находящейся между светло-синим и синим кругом, искажено в виртуальном пространстве, так как преобразование координат криволинейно. Зато голубая рыба исчезла, потому что она находилась в области физического

пространства (синий круг), в которую свет не попадает, и в виртуальном пространстве этот круг сводится к одной точке.

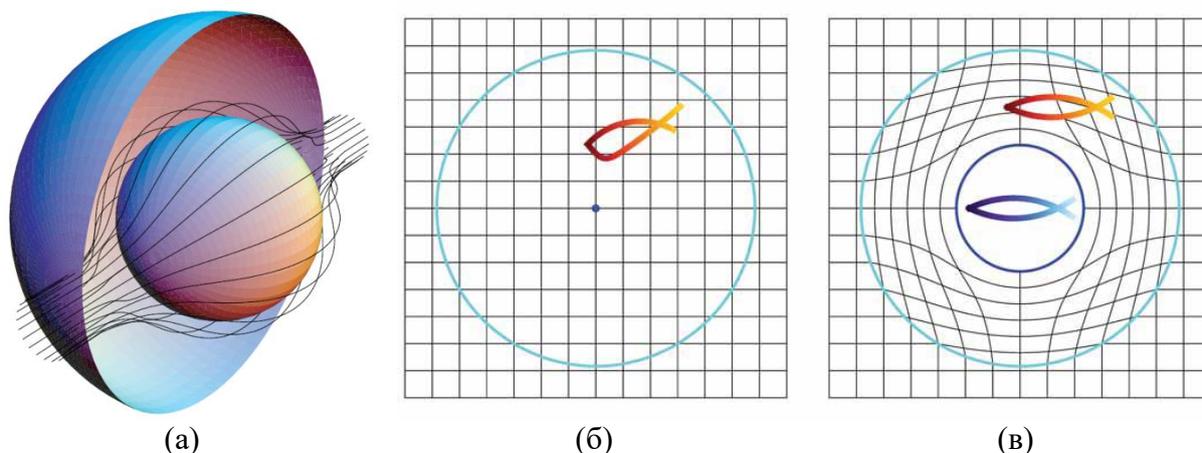


Рисунок 1 – Иллюстрация принципа работы маскирующего покрытия: (а) прохождение лучей через сферическое маскировочное покрытие; (б) виртуальное пространство; (в) физическое пространство

По определению, трансформационная оптика (ТО) – наука, описывающая связь материальных параметров материала и его геометрии. Основными инструментами ТО являются тензорный анализ и дифференциальная геометрия.

Маскирующие покрытия, в основном, делятся на три типа: сферическое, цилиндрическое и ковровое. Сферическое покрытие было уже рассмотрено на рис.1. Оно преобразует область физического пространства, которую свет огибает, в точку в виртуальном пространстве. Физическое пространство коврового покрытия изображено на рис.2. Объект, помещенный под ковровое покрытие будет невидим. В этом случае область физического пространства, которую свет огибает преобразуется в плоскость в виртуальном пространстве.

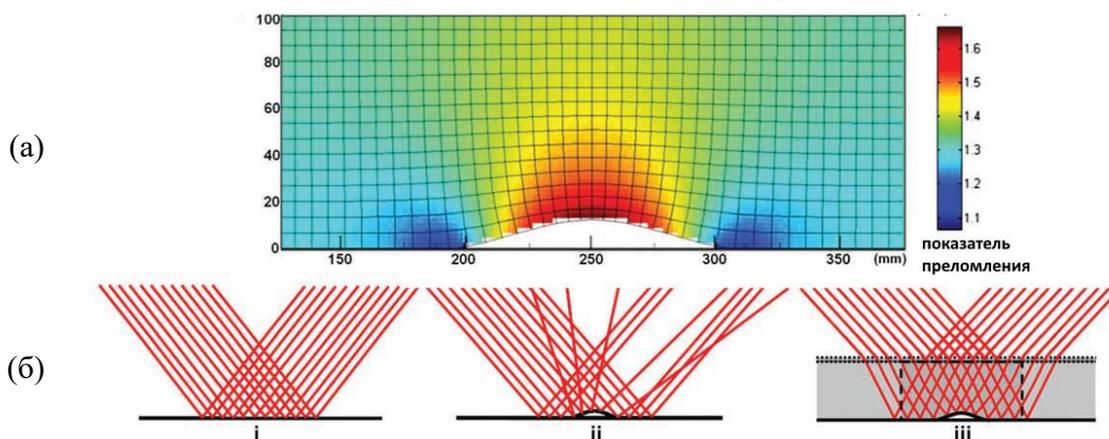


Рисунок 2 – (а) Физическое пространство коврового покрытия; (б) схематическое изображение отражения лучей, падающих на (i) плоскую поверхность; (ii) объект на плоской поверхности; (iii) объект, покрытый ковровой маскировкой.

Цилиндрическое маскировочное покрытие изображено на рис.3. Физическое и виртуальное пространства цилиндрического покрытия в разрезе, перпендикулярном оси симметрии, совпадают с пространствами сферического покрытия (рис.2 (б, в)). Однако, в отличие от сферического, оно преобразует область физического пространства, которую свет огибает, в стержень в виртуальном пространстве.

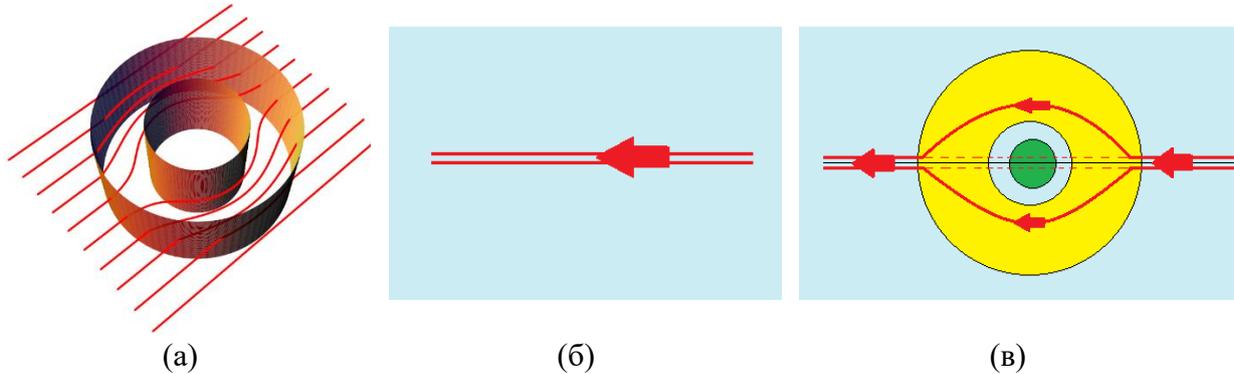


Рисунок 3 – (а) прохождение лучей через цилиндрическое маскировочное покрытие; (б) траектория лучей в виртуальном пространстве; (в) траектория лучей в физическом пространстве

В рассмотренных случаях использовалась декартова система координат, однако часто бывает удобно использовать и другие системы координат. Например, в случае цилиндрического маскировочного покрытия рационально использовать цилиндрическую систему координат (рис.4).

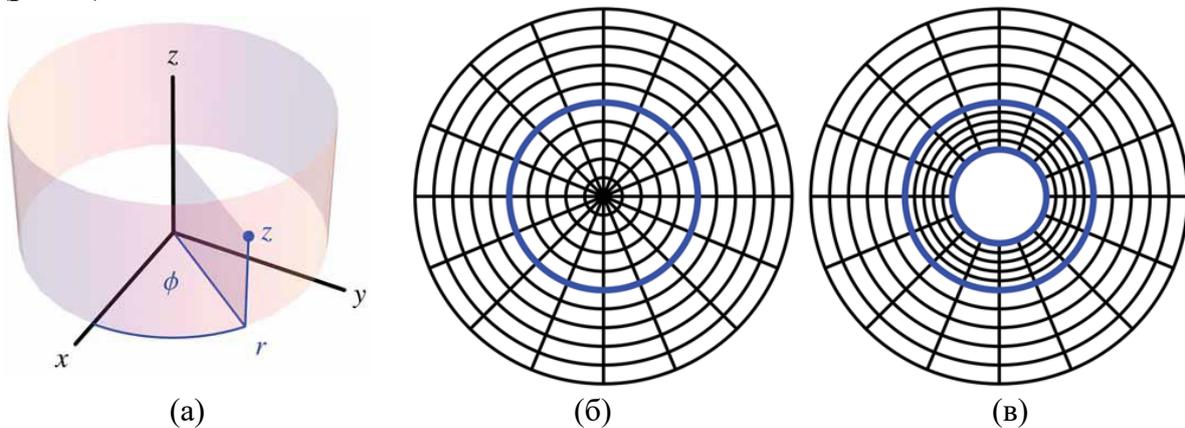


Рисунок 4 – (а) связь цилиндрической системы координат $\{r, \varphi, z\}$ с декартовой $\{x, y, z\}$ (б) виртуальное пространство; (в) физическое пространство цилиндрического маскировочного покрытия в цилиндрической системе координат.

Цилиндрические координаты связаны с декартовыми и декартовы с цилиндрическими следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \{x^i\} &= \{x, y, z\}, & \{x^{i'}\} &= \{r, \varphi, z\} \\
 x &= r \cos \varphi, & r &= \sqrt{x^2 + y^2}, \\
 y &= r \sin \varphi, & \varphi &= \arctg(y/x), \\
 z &= z.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Найти необходимое распределение показателя преломления можно с помощью известных зависимостей материальных параметров виртуального и физического пространств. В данной работе рассматривается цилиндрическое маскирующее покрытие, а, значит, геометрия будет рассматриваться в цилиндрической системе координат. Пусть штрихованные координаты $\{x^{i'}, i' = 1,2,3\}$ (т.е. $x^{1'} = r', x^{2'} = \varphi', x^{3'} = z'$) - координаты виртуального пространства, а нештрихованные $\{x^i, i = 1,2,3\}$ – физического.

Прежде, чем идти дальше, введем *правило суммирования по повторяющимся индексам (первое правило Эйнштейна)*, например:

$$A^i B_i \equiv \sum_{i=1}^3 A^i B_i = A^1 B_1 + A^2 B_2 + A^3 B_3. \quad (2)$$

Это соглашение позволяет отказаться от написания знаков суммирования, которые совершенно не нужны. Кроме этого, введем еще одно *правило Эйнштейна*, согласно которому свободный индекс (который не входит в суммирование) понимается как диапазон по всем возможным значениям индекса, то есть:

$$A^i \equiv \{A^i, \quad i = 1,2,3\}. \quad (3)$$

Вместе, правила Эйнштейна позволяют кратко записывать соотношения вида:

$$R_{jik}^i \equiv \left\{ \sum_{i=1}^3 R_{jik}^i, \quad j, k = 1,2,3 \right\}. \quad (4)$$

Дифференциалы наших двух произвольных наборов координат x^i и $x^{i'}$ связаны цепным правилом:

$$dx^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}} dx^{i'}, \quad dx^{i'} = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} dx^i, \quad (5)$$

С аналогичными соотношениями для дифференциальных операторов:

$$\frac{\partial}{\partial x^{i'}} = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}} \frac{\partial}{\partial x^i}, \quad \frac{\partial}{\partial x^i} = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} \frac{\partial}{\partial x^{i'}}. \quad (6)$$

В уравнениях (4) и (5) обозначим матрицами перехода:

$$A_{i'}^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}}, \quad A_i^{i'} = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i}. \quad (7)$$

Здесь и далее верхний индекс – номер строки, нижний – номер столбца.

Расстояние между точками может быть выражено через значения координат используемой системы. Однако, расстояние – свойство пространства и не должно зависеть от выбора системы координат, то есть расстояние между двумя точками – *инвариант*, оно будет одним и тем же в любой системе координат.

Для декартовой системы координат бесконечно малая дистанция ds может быть рассчитана с помощью теоремы Пифагора:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = \delta_{ij} dx^i dx^j, \quad (8)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера ($\delta_{ij} = 1$ для $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ для $i \neq j$). Так как расстояние между точками не должно зависеть от выбора системы координат, необходимо выразить выражение (8) в таком виде, чтобы оно подходило для произвольной системы. Для начала используем формулы (5) и (7):

$$ds^2 = \delta_{ij} \Lambda_i^i \Lambda_j^j dx^{i'} dx^{j'}, \quad (9)$$

Это уравнение пока что подходит только для декартовой системы координат, так как в значениях Λ_i^i и Λ_j^j присутствуют декартовы координаты x^i . Но от них можно легко избавиться, используя связи типа (1). Переобозначив $\delta_{ij} \Lambda_i^i \Lambda_j^j = g_{i'j'}$, получим желаемую общую форму для расчета линейного элемента:

$$ds^2 = g_{i'j'} dx^{i'} dx^{j'}. \quad (10)$$

$g_{i'j'}$ называется метрическим тензором – величина, позволяющая рассчитывать дистанции в пространстве.

Соотношение (10) можно выразить в другой независимой системе координат x^i , обозначим метрический тензор в этой системе g_{ij} . Используя формулы (8) и (9) получается:

$$ds^2 = g_{i'j'} dx^{i'} dx^{j'} = g_{ij} dx^i dx^j = g_{ij} \Lambda_i^i \Lambda_j^j dx^{i'} dx^{j'}. \quad (11)$$

Это соотношение показывает, как преобразуется метрический тензор при переходе из одной произвольной системы координат в другую:

$$g_{i'j'} = \Lambda_i^i \Lambda_j^j g_{ij}. \quad (12)$$

Метрический тензор всегда симметричен:

$$g_{ij} = g_{ji}, \quad (13)$$

Выражение (12) можно переписать в матричном виде как:

$$g' = \Lambda^T g \Lambda, \quad (14)$$

где Λ – матрица перехода, соответствующая Λ_i^i .

В случае, когда виртуальное пространство изотропно с диэлектрической электрической проницаемостью ϵ' и магнитной μ' , дисперсия диэлектрической проницаемости в физическом пространстве:

$$\epsilon^{i,j} = \frac{\sqrt{\det g'}}{\sqrt{\det g}} \frac{\Lambda g'^{-1} \Lambda^T}{\det \Lambda} \epsilon', \quad \mu^{i,j} = \frac{\sqrt{\det g'}}{\sqrt{\det g}} \frac{\Lambda g'^{-1} \Lambda^T}{\det \Lambda} \mu', \quad (15)$$

где операция \det обозначает определитель матрицы.

Для нахождения матрицы диэлектрической проницаемости в желаемых координатах в физическом пространстве результат (15) умножается на метрический тензор физического пространства:

$$\varepsilon^i_j = \varepsilon^{i,j} \cdot g \quad \mu^i_j = \mu^{i,j} \cdot g, \quad (16)$$

Описание виртуальной установки

Работа выполняется в готовом проекте в COMSOL Multiphysics. Проект выполнен в двумерном пространстве, исследуемая модель проиллюстрирована на рис.5. Модель состоит из прямоугольника, в который помещен объект (меньшая окружность) с маскирующим покрытием (большая окружность) и источником плоских электромагнитных волн (прямой отрезок). Все построения выполнены в разделе *Component 1*→*Geometry 1*.

Материал объекта задается во вкладке *Component 1*→*Materials*→*Hidden Object*. В данном случае есть возможность задать диэлектрическую и магнитную проницаемости, а также проводимость материала.

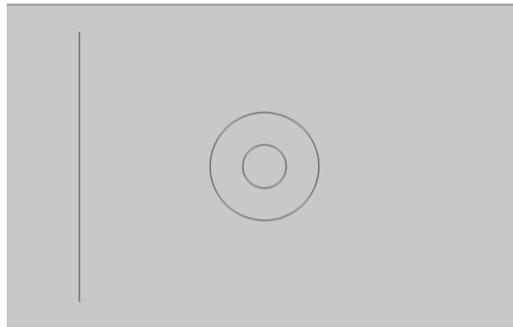


Рисунок 5 – Исследуемая модель.

Остальные свойства схемы задаются в разделе *Component 1*→*Electromagnetic Wave, Frequency Domain*:

1. *Wave Equation, Air* – задание свойств окружающей среды (диэлектрическая и магнитная проницаемости, проводимость)
2. *Wave Equation, Material* – задание свойств маскирующего покрытия. Тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей задаются вручную по результатам расчетов.
3. *Scattering Boundary Condition 1* – установка для границ области граничные условия рассеяния. В условиях моделирования невозможно создать бесконечную область моделирования, поэтому задается конечная область (в нашем случае прямоугольник), с набором граничных условий, которые позволяют сделать ограниченную область приближением свободного пространства. То есть, требуется задать граничные условия таким образом, чтобы границы были прозрачны для любого излучения, что и реализуется граничными условиями рассеяния Робена.

4. *Electric Field 1* – источник электромагнитных волн. Есть возможность задать направление линейной поляризации. По умолчанию стоит, что волна поляризована вдоль оси z . Частота поля указывается в разделе *Study 1* → *Step 1: Frequency Domain*.

После задания всех свойств материалов, исследуемая модель разбивается на треугольные ячейки (покрывается сеткой) во вкладке *Mesh*, Результирующее распределение электромагнитного поля является результатом решения системы уравнений Максвелла методом конечных элементов. Расчет запускается в разделе *Study 1* → кнопка *Compute*.

Для сравнения на рис. 6 показаны примеры расчета пространства, заполненного воздухом без объекта (рис. 6(а)), распределение поля в случае, когда в пространстве есть объект (рис. 6(б)) и распределение поля в случае, когда объект покрыт маскирующим покрытием (рис. 6(в)).

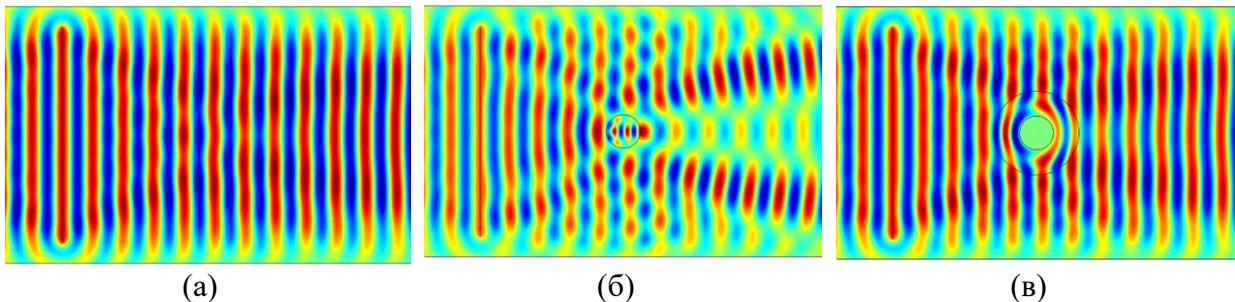


Рисунок 6 – Распределение электрического поля в пространстве (а) заполненным воздухом; (б) с объектом; (в) с объектом, покрытым маскировкой.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с методами расчета материальных параметров маскирующего покрытия.

2. Пусть $x^i = \{r, \varphi, z\}$ – цилиндрические координаты физического пространства (рис. 4(в)), $x^{i'} = \{r', \varphi', z'\}$ – цилиндрические координаты виртуального пространства (рис. 4(б)). Записать декартовы координаты $x_{dec}^j = \{x, y, z\}$ в терминах цилиндрических x^i и $x^{i'}$ (выражения (1)). Рассчитать для физического и виртуального пространств матрицы преобразования, аналогично формуле (7). Вместо Λ для физического пространства обозначим матрицу преобразования M , а вместо Λ' для виртуального обозначим M' (во избежание совпадения обозначений матриц в дальнейшем):

$$M = M_i^j = \frac{\partial x_{dec}^j}{\partial x^i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} & \frac{\partial x}{\partial z} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} & \frac{\partial y}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} & \frac{\partial z}{\partial z} \end{pmatrix}; M' = M_{i'}^j = \frac{\partial x_{dec}^j}{\partial x^{i'}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial r'} & \frac{\partial x}{\partial \varphi'} & \frac{\partial x}{\partial z'} \\ \frac{\partial y}{\partial r'} & \frac{\partial y}{\partial \varphi'} & \frac{\partial y}{\partial z'} \\ \frac{\partial z}{\partial r'} & \frac{\partial z}{\partial \varphi'} & \frac{\partial z}{\partial z'} \end{pmatrix}$$

3. Найти для цилиндрических координат физического и виртуального пространств метрические тензоры. Переход реализуется из

декартовой системы координат. Тогда метрический тензор для физического пространства в цилиндрической системе координат:

$$g = M^T c M,$$

где c – метрический тензор для декартовой системы координат (единичная матрица). Метрический тензор для виртуального пространства в цилиндрической системе координат:

$$g' = M'^T c M',$$

4. Найти линейную, квадратичную и кубическую зависимости координат $r(r')$ согласно рис. 7: R_1 – радиус объекта, R_2 – радиус маскирующего покрытия. На рисунке 7(б) вершина параболы находится в точке $(0, R_1)$. На рисунке 7(в) в точке $(0, R_1)$ находится точка перегиба кубической функции.

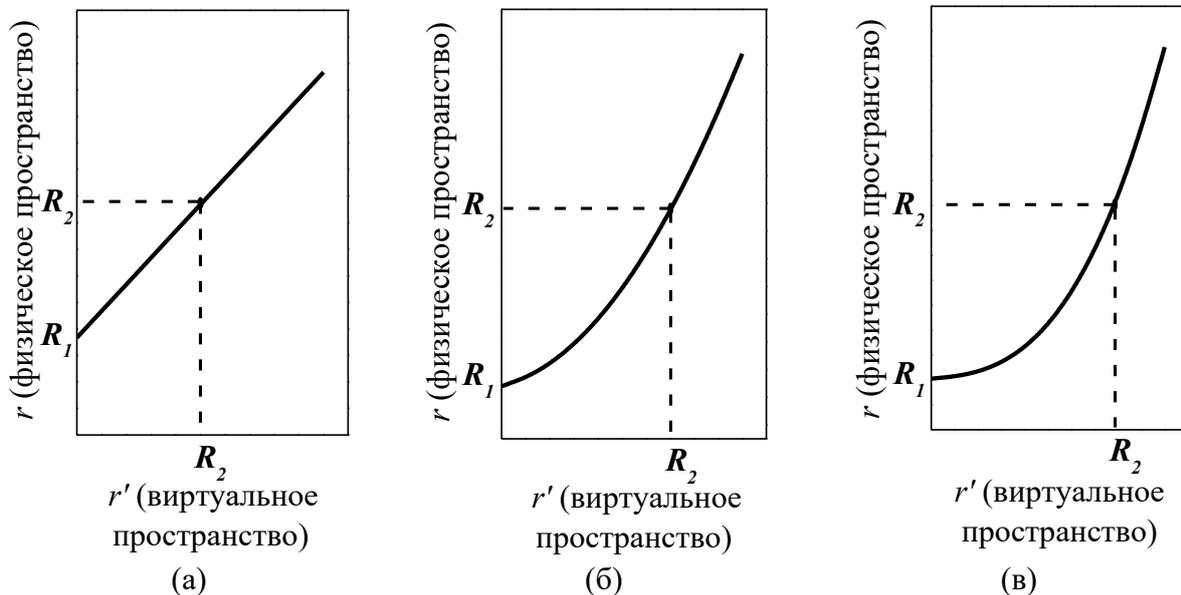


Рисунок 7 - Рассматриваемые зависимости $r(r')$ в маскирующем покрытии: (а) линейная; (б) квадратичная; (в) кубическая.

5. Найти матрицы преобразования из физического цилиндрического в виртуальное цилиндрическое пространство $\Lambda^i_{i'}$, по формуле (7) для каждого вида зависимости из п. 4:

$$\Lambda = \Lambda^i_{i'} = \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial r'} & \frac{\partial r}{\partial \varphi'} & \frac{\partial r}{\partial z'} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial r'} & \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi'} & \frac{\partial \varphi}{\partial z'} \\ \frac{\partial z}{\partial r'} & \frac{\partial z}{\partial \varphi'} & \frac{\partial z}{\partial z'} \end{pmatrix},$$

при этом физическое и виртуальное пространства отличаются только радиальной компонентой, т.е. $r = r(r')$, $\varphi = \varphi'$, $z = z'$. Схематический вид такого преобразования можно посмотреть на рис. 4.

6. Найти тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей по формулам (16). Принимаем, что $\varepsilon' = \mu' = 1$. В результате все элементы матрицы должны зависеть только от R_1 , R_2 и r . Если в тензоре диэлектрической и магнитной проницаемостей остается значение r' , то его надо выразить из зависимости $r(r')$ и подставить так, чтобы осталась зависимость только от r .

7. Подставить полученные тензоры в готовую программу COMSOL Multiphysics в раздел *Component 1* → *Electromagnetic Wave, Frequency Domain* → *Wave Equation, Material*.

8. Для каждого вида зависимости $r(r')$ получить распределения поля электромагнитной волны распространяющейся через маскирующее покрытие с объектом и распределение электромагнитного поля объекта без маскирующего покрытия (для этого на панели слева во вкладке *Component 1* → *Electromagnetic Wave, Frequency Domain* → *Wave Equation, Material* нажать левой кнопкой мыши на область маскирующего покрытия справа на схеме так, чтобы она перестала подсвечиваться синим).

9. Для каждого вида зависимости $r(r')$ изучить влияние отношения радиуса маскирующего покрытия к радиусу объекта R_2/R_1 на маскирующее покрытие. Для этого на панели слева во вкладке *Global* → *Definition* → *Parameters*: изменять значение b (соответствует R_2).

10. Для одного вида зависимости $r(r')$ изучить влияние диэлектрической или магнитной проницаемостей окружающей среды на эффект маскировки. Для этого на панели слева во вкладке *Component 1* → *Electromagnetic Wave, Frequency Domain* → *Wave Equation, Air* изменить значение диэлектрической проницаемости (*Relative permittivity*).

Обработка результатов

В отчете должны быть представлены все расчеты и изображения из COMSOL Multiphysics. Изображения можно сохранить, нажав на *Image Snapshot*  (находится в правом верхнем углу над изображением).

Литература

1. Leonhardt, U. Geometry and light: The Science of Invisibility / U. Leonhardt, T. Philbin – New York: Dover Publications, 2010. – P. 278.
2. Возианова, А.В. Нанофотоника. Часть 1 [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / А.В. Возианова, М.К. Ходзицкий. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: НИУ ИТМО, 2013 —92 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70927>. — Загл. с экрана.
3. Кильдишев, А. В. Трансформационная оптика и метаматериалы / А. В. Кильдишев, В. М. Шалаев // Успехи физических наук. - 2011. - 181(1). - С. 59-70.

4. Щелокова, А. В. Экспериментальные реализации маскирующих покрытий / А. В. Щелокова, И. В. Мельчакова, А. П. Слобожанюк, и др. // Успехи физических наук. - 2015. - 185(2). - С. 181-206.
5. Розанов, Н. Н. Достижима ли идеальная невидимость даже при монохроматическом излучении? / Н. Н. Розанов // Успехи физических наук. - 2011. - 181(7). - С.787-788.
6. Дубинов, А. Е. Маскировка материальных тел методом волнового обтекания / А. Е. Дубинов, Л. А. Мытарева // Успехи физических наук. - 2010. - 180(5). - С.475-501.
7. Возианова, А. В. Маскирующее покрытие на основе спиральных резонаторов / А. В. Возианова, М. К. Ходзицкий // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2012 - 4(80). - С. 28-33.

Вопросы к лабораторной работе

1. Объясните принцип работы маскирующего покрытия на основе физического и виртуального пространства.
2. Какие существуют типы маскирующих покрытий?
3. Сформулируйте правила Эйнштейна. Для чего они нужны?
4. Получите метрический тензор для цилиндрической системы координат (переход реализовать из декартовой системы координат).
5. Получить метрический тензор для сферической системы координат (переход реализовать из декартовой системы координат).
6. Влияет ли на качество маскировки свойства маскируемого объекта?
7. Как на качество маскировки влияет соотношение радиуса маскирующего покрытия к радиусу объекта?
8. Как на качество маскирующего покрытия повлияет изменение свойств окружающей среды?
9. Отличаются ли распределения электромагнитного поля при использовании линейной, квадратичной и кубической зависимостей координат $r(r')$?

Лабораторная работа №4

Разработка узкополосных фильтров на основе крестообразных резонаторов

Цель работы: Моделирование полосового фильтра на основе крестообразных резонаторов и получение его спектра пропускания методом конечных элементов

Объект исследования: Метаповерхность с вырезанной крестообразной геометрией.

Задачи:

1. Рассчитать геометрических параметров крестообразных резонаторов для заданной резонансной частоты;
2. Провести численное моделирование фильтра методом конечных элементов в программном пакете Comsol Multiphysics.

Сведения из теории

В последние десятилетия терагерцовый частотный диапазон привлек интерес всего мира из-за его инновационных приложений, включающие разные области, такие как неразрушающий контроль, военная и гражданская оборона, химия, медицина, биология и другие. Особенное внимание уделено терагерцовой спектроскопии, так как в субмиллиметровом диапазоне длин волн лежат линии поглощения как простых, так и сложных молекул, соответствующие вращательным колебаниям молекулы. Следовательно, нужны источники, детекторы, фильтры и других важные компоненты, работающие в этом диапазоне.

Для изготовления фильтров часто используют метаматериал или, точнее, метаповерхность. В частности, под метаповерхностью понимается металлическая поверхность, с вырезанными в ней периодически повторяющимися элементарными ячейками (резонаторами), размер которых меньше длины волны падающего излучения. По сути подобные метаповерхности работают как частотно-избирательные поверхности: полосовые фильтры или поглотители с резонансной частотой пропускания или поглощения, но самое важное их свойство состоит в том, что оптические характеристики могут быть изменены выбором геометрии метаповерхности и размерами ее элементарной ячейки. Также они компактны и представляют простой и доступный процесс изготовления. Характеризовать спектр пропускания полосой пропускания Δf не всегда удобно, поэтому в дальнейшем спектральные свойства фильтров будут описываться резонансной частотой f_r и добротностью Q , равной:

$$Q = \frac{f_r}{\Delta f}. \quad (1)$$

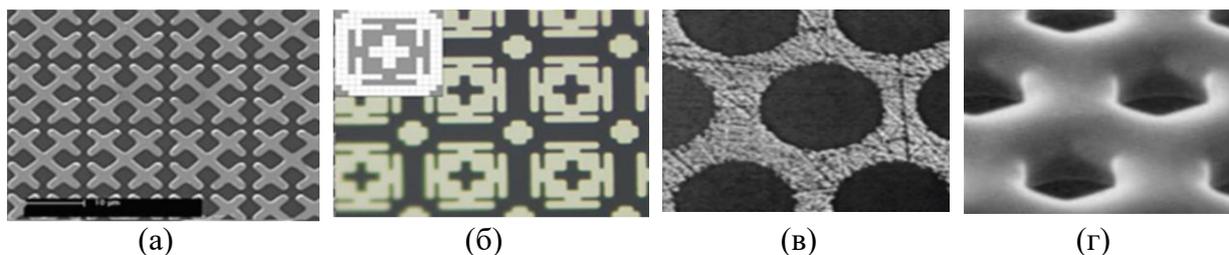


Рисунок 1 – Примеры фильтров: (а), (б) режекторные; (в) фильтр верхних частот, (г) полосовой.

В данной работе рассматриваться полосовой фильтр. В качестве элементарной ячейки выбран крестообразный резонатор, так как он обладает центральной симметрией, и, следовательно, спектральные характеристики крестообразного резонатора не зависят от поляризации падающего излучения. Спектры пропускания полосового фильтра характеризуются резонансной частотой пропускания f_r и полосой пропускания Δf и определяются размерами ширины (K), длины креста (L) и их периодичностью (G) (Рис. 2(а)).

Типичный вид спектра пропускания подобного фильтра представлен на рис. 2(б).

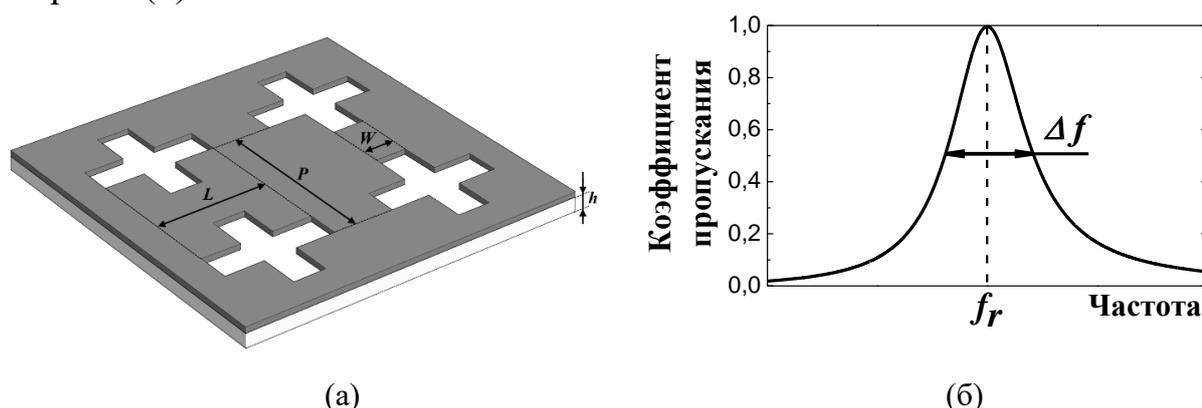


Рисунок 2 – (а) Параметры фильтра с крестообразной геометрией; (б) типичный спектр пропускания полосового фильтра.

Положение резонансной частоты пропускания полосового фильтра определяется геометрическими размерами крестообразных резонаторов – длиной L , шириной K и периодом G (Рис. 2(а)). Самый простой способ рассчитать геометрические параметры крестообразного резонатора для заданной резонансной частоты – масштабирование (пропорциональное изменение), т.е. пересчет параметров фильтра с известными характеристиками и параметры под заданную резонансную частоту [1].

Известно, что значение резонансной длины волны изменяется линейно с изменением геометрических параметров крестов. Например, для того, чтобы увеличить резонансную длину волны в 2 раза, нужно и все параметры увеличить в 2 раза, при этом пропорции между параметрами остаются постоянными. Используя этот принцип, и основываясь на данные известного фильтра, можно рассчитать для каждого параметра

коэффициент масштабирования по формуле $C_p = P/\lambda$, где P – значение параметра и λ – резонансная длина волны известного фильтра. Далее, умножая коэффициент масштабирования на нужную длину волны можно получить новые параметры сетки для изготовления.

Для примера были рассчитаны параметры креста на основе статьи Портерфилда для нескольких резонансных частот [1]. Характерные размеры, резонансная частота и длина волны Портерфилда, а также рассчитанные коэффициенты масштабирования указаны в Таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициенты масштабирования

Начальные данные из статьи [1]: $L = 261$ мкм, $K = 76$ мкм, $G = 402$ мкм; $f = 0,585$ ТГц ($\lambda = 512,8$ мкм)		
Коэффициент масштабирования L	Коэффициент масштабирования K	Коэффициент масштабирования G
$C_l = 261/512,8 = 0,509$	$C_k = 76/512,8 = 0,148$	$C_g = 402/512,8 = 0,784$

Умножая каждый коэффициент масштабирования на требующуюся резонансную длину волны, получаем соответствующий параметр креста. Примечательным является тот факт, что добротность при масштабировании не изменяется. Рассчитанные размеры для четырех резонансных длин волн представлены в таблице 2.

Таблица 2 - Параметры крестов фильтров для частот 0,1-0,4 ТГц

f_r , ТГц частота	λ_r , мм длина волны	G , мкм период	L , мкм длина	K , мкм ширина
0,1	3	2351	1533	445
0,2	1,5	1175	766	222
0,3	1	784	511	148
0,4	0,75	588	383	111

Точный спектр пропускания метаповерхности получают численными методами, самыми распространенными из которых являются метод конечных элементов и метод конечных разностей. Применение этих методов сопровождаются большим количеством уравнений, а, следовательно, и расчетов, поэтому, как правило, прибегают к помощи программных пакетов (к примеру, Comsol Multiphysics в первом случае и CST во втором). Остановимся подробнее на методе конечных элементов.

Метод конечных элементов

Метод конечных элементов – это численная процедура решения задач, сформулированных в виде дифференциального уравнения или вариационного принципа. В данном контексте нас интересуют задачи прикладной физики: метод широко используется для решения задач механики, деформируемого твердого тела, теплообмена, гидродинамики и электродинамики.

Построение спектра пропускания полосового фильтра является задачей электродинамики, а дифференциальными уравнениями в этом случае выступают уравнения Максвелла.

Данный метод заключается в следующем: исходная область, на которой решается задача, разбивается на конечное число подобластей простого типа (конечные элементы): чаще всего это треугольники для двумерного случая и тетраэдры для трехмерного (Рисунок 4 (а, б)), но можно использовать и другие формы. Вершины конечных элементов называются узлами, в которых ищется решение дифференциальных уравнений. Размеры элементов не обязательно должны быть одинаковыми на всей исходной области: сетку можно сделать более частой вблизи интересующей области, что, несомненно, является преимуществом данного метода, так как уменьшает количество расчетов (Рисунок 3 (а)).

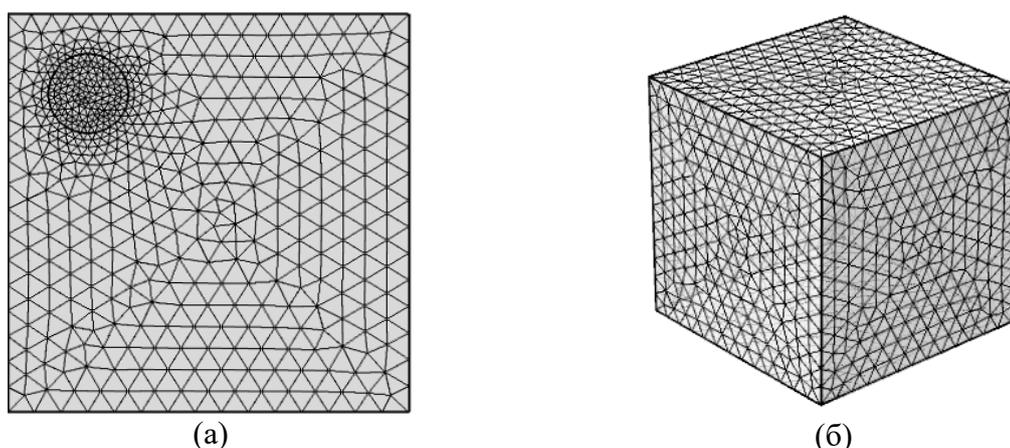


Рисунок 3 – Построение сетки: разбиение исходной области на конечные области (а) треугольники в двумерном случае, размеры элементов меньше в интересующей нас области, в данном случае – круг; (б) тетраэдры в трехмерном случае.

Далее определяется аппроксимирующая функция для каждого элемента (определение функции элемента), чаще всего это полином. Поэтому область, на которой ищется решение, является пространством кусочно-полиномиальных функций. В простейшем случае это полином первой степени – линейный, более сложные – квадратичный, кубический и т.д. Значения аппроксимирующей функции внутри элемента и на его границах определяется через значения в узлах сетки, а вне своего элемента она равна нулю. Для каждого элемента назначаются свои полиномы, но они подбираются так, чтобы функции при переходе через границы элементов оставались непрерывными.

Порядок выполнения работы

Часть 1. Расчет параметров крестообразного резонатора

1.1. В Таблице 3 представлены некоторые характеристики ранее разработанных фильтров. В таблице указаны все необходимые данные для расчета коэффициента масштабирования и дальнейшего пересчета

геометрических параметров под данную резонансную частоту. Рассчитать параметры для трех частот, лежащих в диапазоне 0,1-1 ТГц. Номер статьи, которая берется за основу, берется из вариантов заданий.

Таблица 3 – некоторые характеристики ранее разработанных фильтров

№	f_r , ТГц	Q	G, мкм	L, мкм	K, мкм
1	0,25	10	1028	540	137
2	0,5	5	444	296	74
3	1	7	238	142	36

1.2. Рассчитанные коэффициенты масштабирования и геометрические параметры крестообразных резонаторов внести в таблицы, подобные таблицам 1, 2.

Часть 2. Моделирование в Comsol Multiphysics методом конечных элементов

Последовательность действий рассмотрена на примере версии 5.2, но можно выполнять и в менее ранних версиях, различия лишь в названиях некоторых элементов. В стартовом окне выбирается *Model Wizard* \Rightarrow *3D*.

2.1. Первый шаг – выбор физики. Перед вами окно с заголовком *Select physics*. Comsol имеет огромные возможности и включает много областей физики, но на данный момент нам нужен только пункт электромагнитные волны: *Radio Frequency* \Rightarrow *Electromagnetic Waves, Frequency Domain* \Rightarrow *Add* \Rightarrow *Study*. В окне *Select Study* выбрать *Frequency Domain* и нажать *Done*.

2.2. Второй шаг – построение модели, а точнее металлической пленки с вырезанными в ней крестами. Проще всего построить элементарную ячейку, а затем сделать ее периодически повторяющейся на бесконечность.

2.2.1. Для упрощения построения советуется использовать параметры (левой кнопкой мыши (ЛКМ) *Global definitions* \Rightarrow *Parameters*). В таблицу параметров записать переменные из Таблицы 4.

Таблица 4 – Параметры для моделирования.

Название переменной	Значение	Комментарий
Fr	Из варианта[THz]	Резонансная частота
$lambda$	c_const/Fr	Резонансная длина волны c_const – скорость света
$periodicity$	G[mm]	Период креста
$length$	L[mm]	Длина креста
$width$	K[mm]	Ширина креста
$theta$	0[deg]	Используется в настройке физики
phi	0[deg]	

2.2.2. Построение элементарной ячейки. Для упрощения лабораторной работы элементарная ячейка будет строиться в двумерной плоскости: правой кнопкой мыши (ПКМ) *Global definitions* \Rightarrow *Geometry*

Parts \Rightarrow *2D Part*. Для начала строится сама ячейка, которая представляет из себя квадрат, со стороной, равной *periodicity*: ПКМ *Part 1* \Rightarrow *Square* (*Side length = periodicity*, *Base: Center*). В этой ячейке нужно вырезать крест, самый простой вариант построить два прямоугольника, как указано на Рисунке 6(a), и затем воспользоваться булевой операцией вычитания: ПКМ *Part 1* \Rightarrow *Booleans and Partitions* \Rightarrow *Difference*. В верхнее окошко с заголовком *Objects to add* добавляется фигура, из которой нужно что-либо вырезать (тут имеется в виду квадрат со стороной *periodicity*). Для того, чтобы добавить фигуру нужно просто нажать на нее ЛКМ. В нижнее окошко с заголовком *Object to subtract* добавляются два прямоугольника (на Рисунке 5(a) обозначены красным и синим). Для того, чтобы переключиться с верхнего окошка на нижнее нужно его активировать (нажать на значок OFF). Нажать на *Build all*.

Теперь строим «воздушную оболочку» вокруг ячейки. В пункте *Component 1* \Rightarrow ПКМ *Geomery 1* выбираем *Block*. Строим два блока (основание квадрат со стороной, равной периоду *periodicity*), один будет высотой немного меньше, чем длина волны ($\lambda * 0.8$), а другой немного больше ($\lambda * 1.4$): *Block 1*: *width=periodicity*; *depth=periodicity*; *height=0.8*\lambda*; *Base Center*. *Block 2*: *width=periodicity*; *depth=periodicity*; *height=1.4*\lambda*; *Base Center*. В эту «воздушную оболочку» добавить рабочую поверхность, т.е. элементарную ячейку: ПКМ *Geomery 1* \Rightarrow ПКМ *Plan Geometry* \Rightarrow *Parts* \Rightarrow *Part 1*. В результате должна быть структура, схожая с Рисунком 5(б).

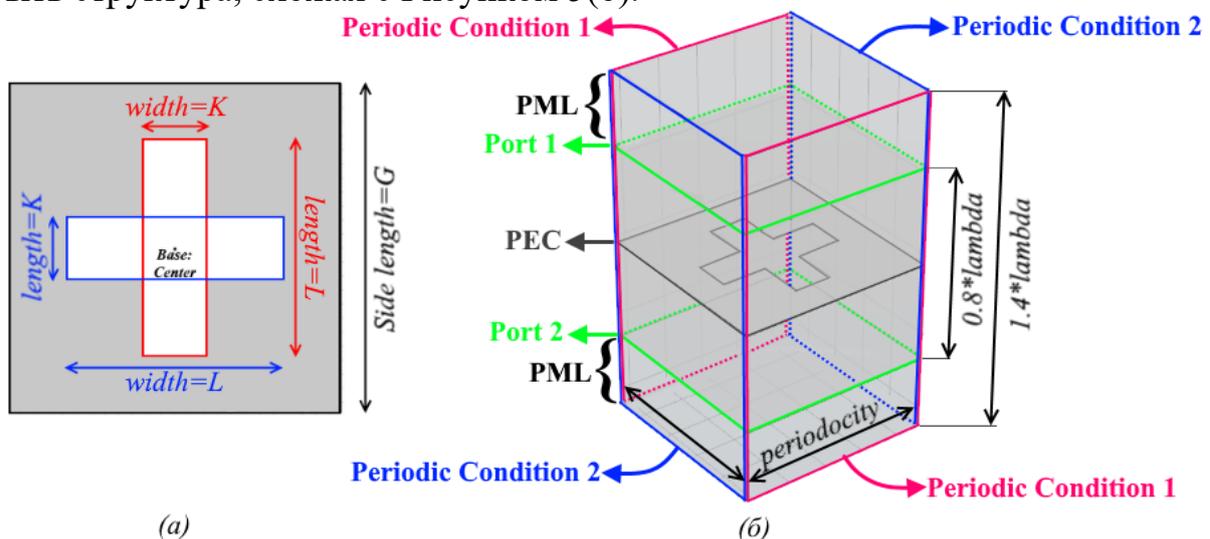


Рисунок 5 – (а) Элементарная ячейка; (б) Модель, построенная в *Comsol Multiphysics*

2.3. Определение материала. В данном случае нам потребуется только воздух. Выбрать его можно, нажав ПКМ на *Material* \Rightarrow *Add Material* \Rightarrow *Built In* \Rightarrow *Air*. По умолчанию все фигуры будут воздухом.

2.4. Настройка физики. Настроить физику, а точнее задать граничные условия, источники излучения и т.д. можно в разделе

Electromagnetic waves, Frequency Domain. Но сначала внесем некоторые изменения в раздел *Component* \Rightarrow *Definitions*:

- Задать несколько переменных в пункте *Variables*:
 $k_x = emw.k0 * \sin(\theta) * \cos(\phi)$; $k_y = emw.k0 * \sin(\theta) * \sin(\phi)$; $k_z = emw.k0 * \cos(\theta)$;
- Добавить два идеально согласованных слоя (если не вдаваться в математические подробности, это область, пристыкованная к внешней границе модели, которая должна поглотить все исходящие волны): ПКМ *Definitions* \Rightarrow *Perfectly Matched Layer*. В окне *Domain Selection* простым нажатием добавить два слоя (обозначены на Рисунке 6(б) PML). Затем в строку *Typical Wavelength* написать $2 * \pi / \text{abs}(k_z)$.

Возвращаемся в пункт *Electromagnetic waves, Frequency Domain*:

- Изменить следующие настройки: возле *Enable* поставить галочку и в строку максимальный размер элемента (*Maximum element size*) написать $\lambda / 10$. *Methodology options* поменять на *Fast*.
- Создать бесконечный плоский массив из элементарных ячеек: ПКМ *Electromagnetic waves, Frequency Domain* \Rightarrow *Periodic Condition*, в окне *Boundary Selection* добавить все грани, обведенные на Рисунке 6(б) розовым цветом. В настройках периодичности (*Periodicity Settings*) изменить тип периодичности (*Type of periodicity*) на *Floquet periodicity*, и для вектора k_f написать значения для компонент x и y : k_x и k_y соответственно.
- Повторить предыдущее действие, создав еще одно периодическое условие, но теперь для боковых граней, обведенные на Рисунке 6(б) синим цветом.
- Создать порты ПКМ *Electromagnetic waves, Frequency Domain* \Rightarrow *Port* (На Рисунке 5(б) отмечены зеленой линией): Первый порт – верхний – будет источником излучения, поэтому в графе *Wave excitation at this port* ставим *On*. Второй порт – нижний – не будет источником излучения, поэтому оставляем *Off*, остальные характеристики у обоих портов остаются одинаковыми. Напротив *Activate slit condition on interior port* поставить галочку, *Slit type* изменить на *Domain – backed*, *Port orientation* – *reverse*. В компоненте x Электрического поля E_0 написать $\exp(-i * k_x * x) * \exp(-i * k_y * y)$. Значение для постоянной распространения $\beta = \text{abs}(k_z)$ (*Propagation constant*).
- Добавить рассеивающие граничные условия (ПКМ *Electromagnetic waves, Frequency Domain* \Rightarrow *Scattering Boundary Condition*) (На Рисунке 5(б) верхняя и нижняя грани) – просто добавить в окне *Selection* грани.

2.5. Предпоследний шаг – построение сетки. В пункте *Mesh* поставить тип последовательности (*Sequence type*) *Physics controlled mesh* и размер элемента (*Element size*) *Fine* \Rightarrow *Build all*.

2.6. Последний шаг – моделирование. В пункте Study \Rightarrow Step1: Frequency Domain поставить границы моделирования. Для этого в строке Frequencies нажать на значок . В методе ввода выбрать число значений (*Entry method \Rightarrow Number of values*). *Start: $f_r - (f_r/2Q)$ [THz]*, число значений (*Number of values*) выбирается произвольно, но не менее 50 значений. *Stop: $f_r + (f_r/2Q)$ [THz]*. (Частоты *Star:* и *Stop* рассчитать самостоятельно).

2.7. Нажать *Compute*. Прежде чем нажать на эту кнопку еще раз все проверьте. Спектр пропускания построится в *Results \Rightarrow S-parameter*. Но для начала в пункте *Global* в разделе *y-Axis Data* в строку *Expression* вместо *S11* и *S21* написать *abs(emw.S21)*. Экспортировать данные в текстовом формате можно в пункте *Export*. Если спектр пропускания построился не полностью или построилась просто прямая линия, попробуйте увеличить границы моделирования (пункт 2.6)

Обработка результатов

В отчете должны содержаться все расчеты и полученный спектр пропускания.

Варианты заданий

№ варианта	№ из табл. 3	Резонансная частота	№ варианта	№ из табл. 3	Резонансная частота
1	1	0,1	7	2	1,2
2	1	0,5	8	2	1,5
3	1	1	9	3	0,2
4	1	2	10	3	0,7
5	2	0,2	11	3	1,3
6	2	0,4	12	3	1,7

Литература

1. Melo, A. M. Cross-shaped terahertz metal mesh filters: historical review and results / A. M. Melo, A. L. Gobbi, M. H. O. Piazzetta and A. M. P. A. da Silva // *Advances in Optical Technologies*. – 2012. – Т. 2012.
2. Porterfield, D. W. Resonant metal-mesh bandpass filters for the far infrared / D. W. Porterfield, J. L. Hesler, R. Densing, E. R. Mueller, et al. // *Applied Optics*. – 1994. – V. 33. – №. 25. – P. 6046-6052.
3. Page, L. A. Millimeter–submillimeter wavelength filter system / L. A. Page, E. S. Cheng, B. Golubovic, et al. // *Applied optics*. – 1994. – V. 33. – №. 1. – P. 11-23.
4. Ma, Y. Direct fabrication of terahertz optical devices on low-absorption polymer substrates / Y. Ma, A. Khalid, T. D. Drysdale and D. R. S. Cumming // *Optics letters*. – 2009. – V. 34. – №. 10. – P. 1555-1557.
5. Kuznetsov, S. A. Development of metal mesh based quasi-optical selective components and their applications in high-power experiments at Novosibirsk

- terahertz FEL / S. A. Kuznetsov, V. V. Kubarev, P. V. Kalinin, et al. // Proceedings of FEL 2007. – 2007. – P. 89-92.
6. Smith, H. A. Designer infrared filters using stacked metal lattices / H. A. Smith, M. Rebbert, O. Sternberg // Applied physics letters. – 2003. – V. 82. – №. 21. – P. 3605-3607.
 7. Möller, K. D. Cross-shaped bandpass filters for the near-and mid-infrared wavelength regions / K. D. Möller, J. B. Warren, J. B. Heaney, C. Kotecki // Applied optics. – 1996. – Т. 35. – №. 31. – С. 6210-6215.
 8. Munk, B. A. Frequency selective surfaces: theory and design / B. A. Munk - John Wiley & Sons, 2005 – P. 410.
 9. Vardaxoglou, J. C. Frequency selective surfaces: analysis and design / J. C. Vardaxoglou – London: Research Studies Press, 1997. – Т. 997.

Вопросы к лабораторной работе

1. Что из себя представляет полосовой фильтр, исследуемый в данной работе?
2. Схематически нарисуйте спектр пропускания полосового фильтра. Чем он характеризуется?
3. Каким методом можно рассчитать геометрические параметры крестообразных резонаторов для заданной резонансной частоты?
4. Если все геометрические параметры резонаторов увеличить в 3 раза, то как изменится резонансная частота? Резонансная длина волны? Добротность?
5. Почему для численного расчета спектра пропускания фильтра используются программные пакеты типа Comsol Multiphysics и CST?
6. В чем заключается метод конечных элементов?
7. Какие граничные условия используются для моделирования полосового фильтра на основе крестообразных резонаторов?

Миссия университета – генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

Образовательные программы

Факультет фотоники и оптоинформатики открывает дорогу в Университет ИТМО абитуриентам, которые увлечены миром голографии и лазеров, оптических компьютеров и квантового шифрования, нанообъектов и живых клеток, физики и биомедицины.

Биофотоника (магистратура)

Цель программы – подготовка специалистов мирового уровня в области разработки и эксплуатации быстродействующих систем и устройств фотоники, а также лазерно-оптических методов диагностики в медицине, биологии на основе фемтотехнологий. Выпускники востребованы в следующих сферах профессиональной деятельности: создание и эксплуатация биомедицинских комплексов, использующих лазерные системы, в том числе с источниками излучения фемтосекундной длительности; создание и эксплуатация лазеров и лазерных систем различного назначения; разработка и создание устройств и систем фотоники и оптоинформатики для биомедицинских целей.

Квантовые технологии в коммуникациях (магистратура)

Цель программы – подготовка специалистов мирового уровня в области информационно-телекоммуникационных систем нового поколения. Студенты программы приобретают фундаментальные знания по таким профильным дисциплинам, как: «Оптические линии связи и квантовые коммуникации», «Оптические системы записи, хранения и отображения информации», «Нанофотоника» «Материалы и технологии интегральной и волоконной оптики». Выпускники востребованы в следующих сферах профессиональной деятельности: создание и эксплуатация оптических и квантовых устройств и систем передачи, обработки и записи информации; создание и эксплуатация лазеров и лазерных систем различного назначения; разработка программного обеспечения при создании систем фотоники и оптоинформатики.

Соболева Виктория Юрьевна
Возианова Анна Викторовна
Ходзицкий Михаил Константинович

Нанофотоника
Методическое пособие по лабораторному практикуму
Учебно-методическое пособие

В авторской редакции

Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Подписано к печати

Заказ №

Тираж

Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Университета ИТМО
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49