

 УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

В.В. Митропов
О.Б. Цветков

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАССООБМЕНА



Санкт-Петербург
2019

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

В.В. Митропов

О.Б. Цветков

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАССООБМЕНА

**РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УНИВЕРСИТЕТЕ
ИТМО**

по направлению подготовки 14.03.01, 16.03.03, 16.04.03
в качестве учебно-методического пособия для реализации образователь-
ных программ высшего образования бакалавриата, магистратуры,

 **УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

Санкт-Петербург
2019

Митропов В.В., Цветков О.Б. Основы теории массообмена– СПб:
Университет ИТМО, 2019. – 126 с.

Рецензент:

Малышев Александр Александрович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент (квалификационная категория "ординарный доцент") факультета низкотемпературной энергетики, Университета ИТМО.

Приводятся основные теоретические положения теории тепло- и массообмена, методы расчета процессов переноса. Методика изложения и содержание учебного пособия предполагают знание студентами термодинамики и теплопередачи в объеме, предусмотренном учебными планами Университета ИТМО. Большое значение уделяется процессам переноса массы. В заключительных главах рассмотрены особенности расчета тепло-массообменных аппаратов



Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2019
© Митропов В.В., Цветков О.Б., 2019

Список основных условных обозначений

a	– коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$
c	– концентрация,
M	– масса, кг,
p	– давление, Па,
B	– атмосферное давление, гПа, мм рт. ст.
f	– фугитивность, Па
ρ	– плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$
V	– объем, м^3
ν	– удельный объем, $\text{м}^3/\text{кг}$
T	– температура, К
t	– температура, $^{\circ}\text{C}$
R	– газовая постоянная, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$,
k	– коэффициент теплопередачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$
Q	– тепловой поток, Вт
q	– плотность теплового потока, $\text{Вт}/\text{м}^2$
R	– термическое сопротивление, $(\text{м}^2\cdot\text{К})/\text{Вт}$
J	– поток массы, $\text{кг}/\text{с}$
j	– плотность потока массы, $\text{кг}/(\text{с}\cdot\text{м}^2)$
D	– коэффициент диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$
r	– удельная теплота парообразования, $\text{Дж}/\text{кг}$
c	– удельная массовая теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$
α	– коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$
β	– коэффициент массоотдачи, $\text{м}/\text{с}$
d	– влагосодержание воздуха, $\text{кг}_{\text{вл.}}/\text{кг}_{\text{с.в.}}$,
μ	– коэффициент динамической вязкости, $\text{Па}\cdot\text{с}$,
λ	– коэффициент теплопроводности, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$,
σ	– коэффициент поверхностного натяжения, $\text{н}/\text{м}^2$,
τ	– время, с,
δ	– толщина, м

Индексы

вл	влага
с.в.	сухой воздух
абс	абсолютное
‘	насыщенная жидкость
“	сухой насыщенный пар
i	множитель подобного

Содержание

Список основных условных обозначений	3
Введение	5
1. Основные понятия.....	6
2. Поле и градиент концентрации	12
3. Концентрационная диффузия. Основные законы	14
4. Термодиффузия и бародиффузия.....	23
5. Конвективная диффузия. Массоотдача.....	25
6. Дифференциальное уравнение тепломассообмена	30
7. Диффузионные критерии подобия.....	32
8. Понятие о диффузионном пограничном слое. Тройная аналогия	35
9. Массообмен в системах с твердой фазой в в системах без твердой фазы.....	42
11. Тепло- и массообмен при конденсации пара из парогазовой смеси.....	56
12. Тепло- и массообмен между водой и влажным воздухом	62
12.1 Уравнение Льюиса	64
12.2 Уравнение тепломассообмена между поверхностью воды и воздухом.....	66
12.3 Адиабатное испарение. Коэффициент влаговываждения.....	69
12.4 Тепломассообмен при испарении воды из металлической пористой системы.....	75
12.5 Тепломассообмен между парогазовой смесью и телами, имеющими форму капли или шара	80
13. Движущая сила массопередачи и материальный баланс массообменных аппаратов.....	82
14. Методы расчета массообменных аппаратов.....	86
15. Число единиц переноса и КПД теплообменных аппаратов.....	95
Список литературы	101
Приложения	102

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено для использования в качестве основной литературы при изучении дисциплин: «Специальные главы тепломассообмена», «Тепломассообмен», «Инженерные методы расчета тепломассообмена», «Основы термодинамики и тепломассообмена», «Техническая термодинамика и теплопередача», «Основы термодинамики и теплопередачи» в рамках подготовки магистрантов, и бакалавров обучающихся по направлению 16.04.03 - Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения - Компьютерное моделирование в термодинамике; 16.04.03 - Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения - Теоретические основы тепло- и хладотехники; ОГНП БТиНС факультета НТЭ - Низкотемпературная техника и энергетика, а также в качестве дополнительной литературы для магистрантов и бакалавров, обучающихся по направлению ОГНП БТиНС - Низкотемпературная техника и энергетика; 16.04.01 Техническая физика - Теплофизические процессы и технологии.

В низкотемпературной энергетике, системах кондиционирования воздуха создание энергоэффективной тепло- массообменной аппаратуры немислимо без знания теории тепло- и массообмена. Процессы переноса теплоты и массы обычно протекают раздельно. В однокомпонентных средах наблюдают только теплообмен, однако в многокомпонентных системах могут протекать и теплообмен, и массообмен, особенно при изменении агрегатного состояния. Процессы теплообмена, осложненные массообменом, протекают по-особому и описываются различными уравнениями.

Основными целями пособия является обеспечение возможностей освоения студентами теоретических положений теории тепло- и массообмена и методик расчета тепло-массообменных аппаратов. Для лучшего освоения теоретического материала даны примеры расчетов. В приложении приведен обширный справочный материал.

В книге использовали многолетний опыт преподавания коллег кафедры ТОТХТ, в частности, Даниловой Г.Н., Гуйго Э.И., Филаткина В.Н., Бучко Н.А.

В целом учебно-методическое пособие дает возможность совершенствования специальных знаний в области практического применения теории тепло- и массообмена. Для более глубокого рассмотрения отдельных вопросов может быть использована литература, приведенная в списке литературы.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАССООБМЕНА

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Массообменом называют процесс, в результате которого вещество переносится из одного места пространства в другое. Поэтому в дальнейшем (как это принято в учебной и научной литературе) при рассмотрении массообменных процессов будем употреблять следующие понятия: перенос массы, количество массы, поток массы, плотность потока массы, концентрация массы, понимая под этим количество вещества, поток вещества, плотность потока вещества, концентрация вещества. Подробные определения каждого понятия будут приведены ниже.

Массообмен наблюдается и в системах, состоящих из нескольких компонентов, концентрация которых неодинакова в различных точках системы. Согласно Д.В. Гиббсу, компонентами называют вещества, входящие в систему и имеющие массу, достаточную для образования всех фаз в гомогенных частях данной системы.

Как известно, в термодинамике под фазой понимают равновесное состояние вещества, отличающееся по своим физическим свойствам от других равновесных состояний того же вещества. Переход вещества из одной фазы в другую – фазовый переход – связан с качественным изменением свойств вещества.

Наибольший интерес в холодильной, криогенной технике и кондиционировании воздуха представляют те массообменные процессы, которые протекают в системах, состоящих из нескольких фаз. В этих случаях масса одного компонента (или нескольких компонентов) перемещается внутри одной из фаз, достигает поверхности раздела, пересекает ее и распространяется в другой фазе.

Перенос массы рассматриваемого компонента внутри каждой из фаз может осуществляться двумя способами: молекулярной диффузией и конвективной диффузией.

Молекулярной диффузией называют самопроизвольный процесс переноса массы, обусловленный движением микрочастиц рассматриваемого компонента. Молекулярная диффузия может быть концентрационной, термо- и бародиффузией. Под концентрационной диффузией будем понимать такой вид молекулярной диффузии, в котором перенос массы происходит в системе, имеющей во всех точках одинаковую температуру и одинаковое давление, но различные кон-

центрации масс компонентов. Определение понятий термо- и бародиффузии будет приведено далее.

Конвективной диффузией называют процесс переноса массы, обусловленный перемещением мольных объемов компонентов, составляющих систему. Перенос массы из одной фазы в другую наблюдается при наличии разных концентраций данного компонента в рассматриваемом и равновесном состояниях.

Под **концентрацией массы** понимают относительную величину, характеризующую состав системы. Концентрацию можно задать различными способами [1,13]: массовыми долями, объемными долями, мольными долями, парциальными давлениями, объемной массовой концентрацией, объемной мольной концентрацией, относительной массовой концентрацией, относительной мольной концентрацией и т. д.

Массовой долей g_i называется отношение массы компонента M_i к массе всей смеси M :

$$g_i = \frac{M_i}{M} \quad (1.1)$$

Объемной долей r_i называется отношение парциального объема компонента V_i ко всему объему смеси V :

$$r_i = \frac{V_i}{V} \quad (1.2)$$

Парциальный объем i -го компонента V_i – тот объем, который занимал бы этот компонент, если бы он находился при давлении и температуре всей смеси.

Мольной долей x_i называется отношение числа молей компонента N_i к общему числу молей всей смеси N :

$$x_i = \frac{N_i}{N} \quad (1.3)$$

Если все компоненты системы подчиняются законам идеальных газов, то объемная доля компонента численно равна его мольной доле.

Объемная массовая концентрация c_i выражается отношением массы данного компонента к объему системы:

$$c_i = \frac{M_i}{V} \quad (1.4)$$

Объемная мольная концентрация c_i^* представляет собой отношение числа молей данного компонента ко всему объему смеси:

$$c_i^* = \frac{N_i}{V} \quad (1.5)$$

Относительной массовой концентрацией g_i^* называется отношение массы компонента M_i к массе другого компонента, количество и концентрация которого не изменяются в рассматриваемом процессе:

$$g_i^* = \frac{M_i}{M_0} \quad (1.6)$$

Относительной мольной концентрацией x_i^* называется отношение числа молей i -го компонента N_i к числу молей компонента, концентрация которого не изменяется в рассматриваемом процессе:

$$x_i^* = \frac{N_i}{N_0} \quad (1.7)$$

При дальнейших рассуждениях мы, как правило, будем пользоваться понятием объемной массовой концентрацией.

Примеры

Мольная доля NaCl в водном растворе составляет 11%.
Найти массовую долю NaCl и воды.

ДАНО:

Мольная доля NaCl в водном растворе	$x_{NaCl} := 0,11$
Молярная масса NaCl	$\mu_{NaCl} := 58,5 \frac{\text{КГ}}{\text{КМОЛЬ}}$
Молярная масса H ₂ O	$\mu_{H_2O} := 18 \frac{\text{КГ}}{\text{КМОЛЬ}}$

РЕШЕНИЕ:

Связь массовой и мольной долей: g_i - массовая; x_i - мольная

Молярная масса смеси

$$\mu_{см} := \mu_{NaCl} \cdot x_{NaCl} + \mu_{H_2O} \cdot (1 - x_{NaCl}) = 0,0225 \frac{\text{КГ}}{\text{МОЛЬ}}$$

Массовая доля NaCl

$$g_{NaCl} := x_{NaCl} \cdot \frac{\mu_{NaCl}}{\mu_{см}} = 0,2866$$

Массовая доля H₂O (т.к. бинарная смесь)

$$g_{H_2O} := 1 - g_{NaCl} = 0,7134$$

При исследовании смеси холодильных агентов R12 и R13, находящейся в насыщенном состоянии, были определены следующие величины: температура 255 К; давление 5,434 бар; мольные доли R13 в жидкой фазе - 0,346, в паровой - 0,779.

Определить массовые доли компонентов в паровой фазе, относительные массовую и мольную концентрации R12 в паровой фазе, а также парциальное давление R13 в паровой фазе и плотность смеси пара. При решении задачи считать, что смесь подчиняется закону Рауля, а паровая фаза - законам идеальных газов. Найти расхождение опытного и расчетного давлений смеси пара R13 использовать закон Рауля.

ДАНО:

$$\begin{aligned} T &:= 255 \text{ К} \\ p_{оп} &:= 5,434 \text{ бар} \\ x_{ж_R13} &:= 0,346 \\ x_{п_R13} &:= 0,779 \end{aligned}$$

РЕШЕНИЕ:

Универсальная газовая постоянная

$$\mu R := 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{К кмоль}}$$

Молярная масса R12

$$\mu_{R12} := \text{CoolProp_Props1}("R12"; "molemass") = 120,91 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$$

Молярная масса R13

$$\mu_{R13} := \text{CoolProp_Props1}("R13"; "molemass") = 104,46 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$$

Объемные доли:

$$r_{R12} := (1 - x_{п_R13}) = 0,221$$

$$r_{R13} := x_{п_R13} = 0,779$$

Кажущаяся молекулярная масса смеси

$$\mu := \mu_{R12} \cdot r_{R12} + \mu_{R13} \cdot r_{R13} = 108,1 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$$

Газовая постоянная смеси

$$R := \frac{\mu R}{\mu} = 76,91 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$$

Массовые доли компонентов в паровой фазе:

$$g_{п_R12} := r_{R12} \cdot \frac{\mu_{R12}}{\mu} = 0,2472$$

$$g_{п_R13} := r_{R13} \cdot \frac{\mu_{R13}}{\mu} = 0,7528$$

Относительные массовая и мольная концентрации R12:

$$g'_{п_R12} := \frac{g_{п_R12}}{g_{п_R13}} = 0,3284$$

$$c'_{п_R12} := \frac{g_{п_R12}}{g_{п_R13}} \cdot \frac{\mu_{R13}}{\mu_{R12}} = 0,2837$$

Давление насыщенного пара над чистым растворителем

$$p'_{п_R13} := 1,202 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\text{CoolProp_Props}("P"; "T"; T; "Q"; 1; "R13") = 1,2055 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Парциальное давление R13 в паровой фазе

$$p_{п_R13} := p'_{п_R13} \cdot x_{ж_R13} = 4,1589 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Расчетное давление смеси

$$p_{расч} := \frac{p_{п_R13}}{x_{п_R13}} = 5,3388 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

**Расхождение опытного и расчетного значений давления смеси
(находится в пределах точности опыта)**

$$\Delta := \frac{p_{оп} - p_{расч}}{p_{оп}} = 1,75 \%$$

Плотность смеси

$$\rho := \frac{p_{п R13}}{R \cdot T} = 21,2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

2. ПОЛЕ И ГРАДИЕНТ КОНЦЕНТРАЦИИ

Совокупность значений концентрации рассматриваемого компонента в данный момент времени в рассматриваемой системе называется **полем концентрации** этого компонента. Математическое описание поля концентрации i -го компонента можно представить уравнением:

$$c_i = f(x, y, z, \tau), \quad (2.1)$$

где x, y, z - текущие координаты; τ — время.

Поле концентраций может быть стационарным и нестационарным. Если поле концентраций меняется во времени, то оно нестационарное. Уравнение (2.1) описывает нестационарное поле концентраций. Если поле концентраций не изменяется во времени, то оно стационарно. Уравнение стационарного поля концентраций:

$$c_i = f(x, y, z) \quad (2.2)$$

Поле концентраций скалярно. Оно может быть трехмерным (уравнение (2.2)), двумерным и одномерным.

В любом поле концентраций имеются точки, в которых концентрация рассматриваемого компонента одинакова. Их совокупность есть изоконцентрационная поверхность. Уравнение изоконцентрационной поверхности $f(x, y, z, \tau) = 0$.

В нестационарном поле концентраций изоконцентрационные поверхности любого компонента нестабильны. Они изменяют свою ориентацию в пространстве и во времени. В стационарном поле концентраций изоконцентрационные поверхности стабильны. При перемещении в пространстве от одной изоконцентрационной поверхности к другой наблюдается изменение концентрации. Наибольшее изменение концентрации наблюдается в направлении, перпендикулярном к изоконцентрационной поверхности. Для характеристики поля концентрации вводят понятие градиента концентрации.

Градиентом концентрации называется вектор, направленный по нормали к изоконцентрационной поверхности в сторону возрастания концентрации (рис. 2.1) и численно равный частной производной от концентрации по расстоянию, измеренному по нормали к изоконцентрационной поверхности,

$$\text{grad}(c) = \vec{n}_0 \frac{\partial c}{\partial n} \quad (2.3)$$

где \vec{n}_0 — единичный вектор, направленный по нормали к изоконцентрационной поверхности.

В дальнейшем только для простоты написания в выражении для градиента концентрации не будем писать \vec{n}_0 , т. е. скалярную величину градиента концентрации тоже будем называть градиентом концентрации.

Для количественной характеристики массопереноса введем понятие количества массы M , потока массы J , плотности потока массы j .

Количеством массы называют массу, проходящую через изоконцентрационную поверхность.

Поток массы — отношение количества перемещающейся массы ко времени:

$$J = \frac{dM}{d\tau} = \frac{M}{\tau} \quad (2.4)$$

Плотность потока массы — отношение потока массы, проходящего через изоконцентрационную поверхность, к площади этой поверхности:

$$j = \frac{dJ}{dF} \quad (2.5)$$

Количество массы, поток массы, плотность потока массы — величины векторные.

Они направлены в сторону уменьшения концентрации. Направление градиента концентрации, количества массы, потока массы и плотности потока массы показано на рис. 2.1.

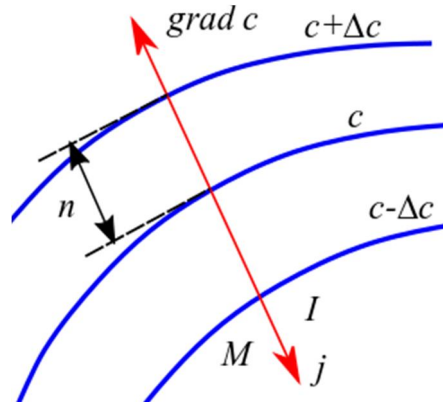


Рис. 2.1. Направление $\text{grad } C$, массы M , потока массы J , плотности потока массы j

3. КОНЦЕНТРАЦИОННАЯ ДИФФУЗИЯ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ

Первый закон Фика. Как уже говорилось выше, передача вещества осуществляется двумя способами: молекулярной диффузией и конвективной диффузией. В данном разделе будет идти речь о концентрационной молекулярной диффузии.

Частицы, из которых состоит любой компонент, в реальных условиях (при температуре $T > 0$ К) находятся в движении. Эти частицы в процессе движения сталкиваются с другими частицами данного компонента и других компонентов. Результатом движения, столкновения частиц рассматриваемого компонента будет перемещение их в ту сторону, где количество этих частиц, их концентрация меньше. Связь между количеством перемещающегося таким образом вещества и полем его концентрации устанавливается первым законом Фика: количество массы данного компонента, проходящей через изоконцентрационную поверхность, пропорционально градиенту концентрации его, площади изоконцентрационной поверхности и длительности процесса, т. е.

$$M_i = -D_i \frac{\partial c_i}{\partial n} F \tau, \quad (3.1)$$

где D_i — коэффициент молекулярной диффузии.

Если коэффициент молекулярной диффузии и градиент концентрации изменяются по изоконцентрационной поверхности и по времени, то уравнение (3.1) запишется так:

$$d^2 M_i = -D_i \frac{\partial c_i}{\partial n} dF d\tau \quad (3.2)$$

Уравнения (3.1) и (3.2) являются математической формулировкой первого закона Фика. Знак "минус" в уравнениях (3.1) и (3.2) указывает на то, что количество массы направлено в противоположную сторону от направления градиента концентрации.

Для потока массы и плотности потока массы первый закон Фика запишется следующим образом:

$$\begin{cases} J_i = -D_i \frac{\partial c_i}{\partial n} F; \\ j_i = -D_i \frac{\partial c_i}{\partial n} \end{cases} \quad (3.3)$$

Уравнение (3.3) написано для случая, когда коэффициент молекулярной диффузии и градиент концентрации постоянны по изоконцентрационной поверхности. Если эти условия не соблюдаются, то выражение для потока массы запишется так:

$$J_i = - \int_F D_i \frac{\partial c_i}{\partial n} dF \quad (3.4)$$

или в дифференциальной форме

$$dJ_i = -D_i \frac{\partial c_i}{\partial n} dF. \quad (3.5)$$

Аналитические выкладки, посвященные теоретическому обоснованию первого закона Фика, приведены в работе [3].

Коэффициент молекулярной диффузии. Коэффициент молекулярной диффузии D_i ($\text{м}^2/\text{с}$) численно равен массе рассматриваемого компонента, проходящего через единичную площадь изоконцентрационной поверхности в единицу времени при единичном градиенте концентрации этого компонента. Значение коэффициента молекулярной диффузии зависит от физических свойств, как рассматриваемого компонента, так и других компонентов, входящих в изучаемую систему, от режимных параметров: температуры, давления (для газов), а также от концентрации компонентов. Для бинарных систем (состоящих из двух компонентов) в большинстве случаев принимают одинаковыми коэффициенты диффузии обоих компонентов, составляющих систему. В этом случае коэффициент молекулярной диффузии рассматривается как коэффициент взаимной диффузии и при его написании индекс опускается. Численные значения коэффициентов молекулярной диффузии для газов колеблются от $9 \cdot 10^{-6}$ до $70 \cdot 10^{-6}$ $\text{м}^2/\text{с}$, а для жидкостных систем (растворов) они в $10^4 \dots 10^5$ раз меньше [4].

Таблица 3.1.

Значения молярных объемов некоторых газов

Вещество	Молярный объем, м ³ /кмоль	Вещество	Молярный объем, м ³ /кмоль
Водород	14,3	Водяной пар	18,8
Кислород	25,6	Воздух	29,9
Аммиак	25,8	Диоксид углерода	34,0
Сернистый газ	44,8	Хлор	48,4

Для малых давлений в [4] предложено уравнение

$$D = 1,12 \cdot 10^{-8} \frac{\sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}} \cdot T^{\frac{5}{2}}}{\left(V_A^{\frac{1}{3}} + V_B^{\frac{1}{3}}\right)^2 \cdot p(T + C_{A-B})}, \quad (3.6)$$

где M_A, M_B — молекулярные массы газов; V_A, V_B — молярные объемы газов (табл. 3.1); T — температура, К; p — давление, Па; C_{A-B} — коэффициент для бинарных систем:

$$C_{A-B} = 1,47 F' (T_A - T_B)^{0,5}.$$

Здесь

$$F' = 8 \frac{(V_A + V_B)^{0,5}}{V_A + V_B}.$$

При расчете по уравнению (3.6) получается удовлетворительное совпадение с опытными данными.

Значения коэффициентов молекулярной диффузии некоторых газов в воздухе при 0°С и абсолютном давлении $p=0,1$ МПа приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2.

Значения коэффициентов молекулярной диффузии некоторых газов

Газ	D-10 ⁴ , м ² /с	Газ	D-10 ⁴ , м ² /с
Кислород	17,8	Аммиак	17,0
Азот	13,2	Водяной пар	21,9
Водород	61,1	Метиловый спирт	13,3
Диоксид углерода	13,8	Этиловый спирт	10,2
Диоксид серы	10,3	Серный ангидрид	9,4

Если известно значение коэффициента молекулярной диффузии D_1 заданной пары газов при одних режимных параметрах (T_1, p_1), определить коэффициент молекулярной диффузии D_2 для тех же газов при других параметрах (T_2, p_2) можно по приближенной формуле, предложенной в работе [4]:

$$D_2 = D_1 \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (3.7)$$

По данным той же работы формулу для определения коэффициента молекулярной диффузии жидкостей можно представить в таком виде:

$$D = \frac{kT}{6\pi r\mu}, \quad (3.8)$$

где k — константа Больцмана; T — абсолютная температура; r — радиус молекул растворенного вещества; μ — динамический коэффициент вязкости растворителя.

Для слаборазбавленных растворов рекомендуется зависимость для определения значения коэффициента молекулярной диффузии D_2 при любой температуре T_2 , если известно его значение при температуре $T_1(D_1)$:

$$D_2 = D_1 \frac{T_2 \mu_1}{T_1 \mu_2}, \quad (3.9)$$

где μ_1, μ_2 - динамические коэффициенты вязкости раствора при температуре T_1 и T_2 .

Для определения коэффициента молекулярной диффузий газа, растворенного в жидкости при $t=20$ °С, в [4] рекомендуется следующая формула:

$$D_{20} = \frac{10^{-6}}{AB\sqrt{\mu} \left(V_{\Gamma}^{\frac{1}{3}} + V_{\text{ж}}^{\frac{1}{3}} \right)} \sqrt{\frac{1}{M_{\Gamma}} + \frac{1}{M_{\text{ж}}}}, \quad (3.10)$$

где A — поправочный коэффициент для растворенного вещества (табл. 3.3); B — поправочный коэффициент для растворителя (табл. 3.4); μ - динамический коэффициент вязкости жидкости, Па·с; $V_{\Gamma}, V_{\text{ж}}$ - молярные объемы газа и жидкости; $M_{\Gamma}, M_{\text{ж}}$ — молекулярные массы газа и жидкости

Таблица 3.3.
Значения коэффициента A в формуле (3.10)

Растворенное вещество	Растворитель		
	Вода	Метанол	Этанол
Амиловый спирт	1,16	1,29	1,81
Метанол	1,19	—	—
Пропанол	1,16	—	—
Этанол	1,24	—	—

Таблица 3.4.
Значения коэффициента B в формуле (3.10)

Растворитель	B	Растворитель	B
Амиловый спирт	1,14	Вода	4,7
Метанол	2,0	Пропанол	1,36
Этанол	2,0		

Для определения коэффициента молекулярной диффузии газа, растворенного в жидкости, при температуре, отличной от $t=20\text{ }^\circ\text{C}$, в работе [4] рекомендуется следующая зависимость

$$D = D_{20} (1 + b(t - 20)), \quad (3.11)$$

где $b = \frac{0,2\sqrt{\mu}}{3\sqrt{\rho}}$.

Здесь μ — динамический коэффициент вязкости жидкости (при $t=20\text{ }^\circ\text{C}$), Па·с; ρ — плотность жидкости, кг/м³.

По данным работы [4] в табл. 3.5 приведены значения коэффициента молекулярной диффузии для некоторых веществ в слабозабавленных растворах при температуре $t=20\text{ }^\circ\text{C}$

Таблица 3.5.

Значение коэффициента молекулярной диффузии для некоторых веществ

Вещество	$D \cdot 10^9, \text{ м}^2/\text{с}$	Вещество	$D \cdot 10^9, \text{ м}^2/\text{с}$
Азот	1,64	Уксусная кислота	0,88
Аммиак	1,76	Хлор	1,22
Водород	5,15	Хлористый водород	2,64
Глюкоза	0,60	Хлористый натрий	1,35
Диоксид углерода	1,77	Кислород	1,80
Сахароза	0,45		

Для вычисления коэффициента молекулярной диффузии воды в воздух в работе [5,13] рекомендуется формула

$$D = 0,0231 \cdot 10^{-3} \frac{p_0}{p} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1,81}, \quad (3.12)$$

где p_0, T_0 — давление и температура при нормальных технических условиях ($p_0 = 9,8 \cdot 10^4$ Па; $T_0 = 273$ К); p, T — то же, при данных условиях.

Второй закон Фика. Второй закон Фика устанавливает зависимость между концентрацией, координатами и временем для про-

цесса распространения массы путем молекулярной диффузии. Так как в дальнейших выкладках мы будем рассматривать изменение концентрации только одного компонента, то индексы у соответствующих символов (c, D) будут опущены.

Из системы, в которой изменяется концентрация рассматриваемого компонента, выделим элементарный параллелепипед со сторонами dx, dy, dz (рис. 3.1). В элементарное тело путем молекулярной диффузии поступает масса dM , которую можно представить как сумму потоков массы по трем осям координат. Через грань 1-2-3-4 в соответствии с первым законом Фика поступит масса за время $d\tau$

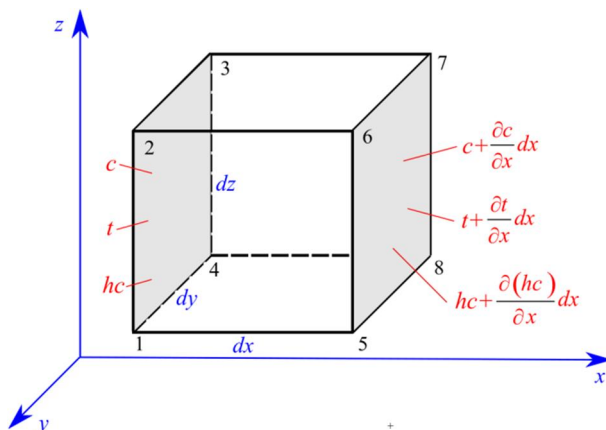


Рис. 3.1. К выводу второго закона Фика и дифференциальных уравнений

$$\delta M_x = -D \frac{\partial c}{\partial x} dy dz d\tau . \quad (3.13)$$

Через грань 5-6-7-8 из рассматриваемого параллелепипеда выйдет масса

$$\delta M_{x+dx} = -D \frac{\partial \left(c + \frac{\partial c}{\partial x} dx \right)}{\partial x} dx dz d\tau . \quad (3.14)$$

При написании уравнения (3.14) предполагалось, что физические свойства в рассматриваемом элементарном теле постоянны. Вычтя из уравнения (3.13) уравнение (3.14), получим поток массы, поступившей в элементарный параллелепипед по направлению оси x .

$$dM_x = \delta M_x - \delta M_{x+dx} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} dx dy dz d\tau$$

Аналогично рассуждая, получим выражения для потока массы, поступившей в элементарный параллелепипед по направлению осей y и z .

$$dM_y = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} dx dy dz d\tau;$$

$$dM_z = D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} dx dy dz d\tau.$$

Полное приращение массы компонента во всем элементарном объеме

$$dM = dM_x + dM_y + dM_z = D \nabla^2 c dx dy dz d\tau, \quad (3.15)$$

где $\nabla^2 c = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа.

Поступившая путем молекулярной диффузии масса рассматриваемого компонента вызовет изменение концентрации его в элементарном теле, которое можно представить следующей зависимостью:

$$dM = dx dy dz \frac{\partial c}{\partial \tau} d\tau. \quad (3.16)$$

Из уравнений (3.15) и (3.16) получаем аналитическое выражение второго закона Фика:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \nabla^2 c. \quad (3.17)$$

Первый и второй законы Фика, строго говоря, справедливы только для бинарных систем.

Примеры

На дне вертикальной трубки диаметром 25,3 мм налита вода. Расстояние от поверхности воды до открытого конца трубки 63,7 мм. Над открытым концом трубки движется воздух с температурой 30 °C и $\varphi=0,75$. Температурой трубки постоянна и равна температуре воздуха. Взвешиванием определено, что вода испаряется со скоростью $2,542 \cdot 10^{-2}$ г/час. Определить коэффициент диффузии водяных паров при условии, что $B=735,6$ мм рт.ст.

ДАНО:

атмосферное давление	$B := 735,6$ мм рт.ст.
температура воздуха	$t := 30$ °C
относительная влажность воздуха	$\varphi := 0,75$
поток массы	$J := 2,542 \cdot 10^{-2} \frac{\text{г}}{\text{ч}}$
диаметр трубки	$d := 25,3$ мм
высота трубки	$h := 63,7$ мм

РЕШЕНИЕ:

плотность потока массы

$$j := \frac{J \cdot 4}{\pi \cdot d^2} = 1,4046 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$$

давление и температура при нормальных технических условиях

$$p_0 := 9,8 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$T_0 := 273 \text{ К}$$

давление и температура при данных условиях

$$p := B = 9,807 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$T := t = 303,15 \text{ К}$$

коэффициент диффузии водяных паров

$$D := 0,0231 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{p_0}{p} \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1,81} = 2,79 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

4. ТЕРМОДИФФУЗИЯ И БАРОДИФФУЗИЯ

Термодиффузия. Рассмотрим систему, в которой в какой-то начальный момент времени концентрация всех компонентов во всех точках ее одинакова, но температура различна. В такой системе возникнет перемещение компонентов. Компоненты, молекулы которых имеют большую массу, будут увеличивать свою концентрацию в местах, где наиболее низкая температура. В эти же области будут стремиться также компоненты, состоящие из более крупных (по объему) молекул. В ионизированном газе молекулы (или ионы), обладающие большой массой, будут стремиться перейти в области с более высокой температурой. Таким образом, направление движения молекул в неравновесном температурном поле определяется природой компонентов.

Явление изменения концентрации, обусловленное наличием неодинаковости температур в различных точках системы, называется термодиффузией или термической диффузией (эффект Соре).

Количественно рассматриваемое явление обычно оценивают следующей зависимостью:

$$j_i = -\rho \frac{D_{iT}}{T} \frac{\partial t}{\partial n}, \quad (4.1)$$

где ρ — плотность i -го компонента; D_{iT} — коэффициент его термодиффузии; $D_{iT} = K_{iT} D_i$. Здесь K_{iT} — термодиффузионное отношение для i -го компонента.

Явление термодиффузии учитывают только при больших градиентах температур, так как K_{iT} для смесей газов, как правило, меньше 0,1.

Перемещение компонентов, обусловленное неодинаковостью температуры в различных точках системы, вызывает неодинаковость концентрации компонентов в этих точках. Последнее, следовательно, создает появление в рассматриваемой системе градиентов концентрации компонентов. Как уже было сказано выше, при наличии в системе градиента концентрации возникает концентрационная диффузия. Поток массы, обусловленный концентрационной диффузией, противоположен потоку массы, обусловленному термодиффузией.

Бародиффузия. В системах, в разных точках которых общее давление неодинаково, наблюдается перемещение компонентов. При этом компоненты, молекулы которых обладают большей массой, пе-

ремещаются в область повышенного давления, а компоненты, молекулы которых меньше, — в область пониженного давления.

Выражение для плотности потока массы, обусловленного бародиффузией, можно записать в виде

$$j_i = -\rho \frac{D_{ip}}{p} \frac{\partial p}{\partial n}, \quad (4.2)$$

где ρ — плотность i -го компонента; p — общее давление смеси; D_{ip} — коэффициент бародиффузии, определяемый из бародиффузионного соотношения $\frac{D_{ip}}{D_i} = K_{ip}$; $\frac{\partial p}{\partial n}$ — градиент давления.

Для системы, состоящей из двух компонентов, для определения K_{ip} в работе [16] рекомендуется зависимость

$$K_{ip} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho^2} \frac{M_2 - M_1}{M}, \quad (4.3)$$

где ρ_1, ρ_2, ρ — плотности компонентов и смеси; M_1, M_2, M — молекулярные массы соответственно компонентов и смеси.

В уравнении (4.3) индекс i опущен, так как считается, что коэффициента диффузии и, следовательно, бародиффузионные отношения будут одинаковыми для обоих компонентов (в случае бинарной смеси).

Перемещение компонентов, обусловленное градиентом давления, вызывает появление градиента концентрации. Последнее обуславливает концентрационную диффузию. При равенстве молекулярных масс компонентов, составляющих системы, бародиффузия отсутствует.

5. КОНВЕКТИВНАЯ ДИФФУЗИЯ. МАССООТДАЧА

Конвективной диффузией называется массоперенос, обусловленный перемещением мольных объемов компонентов, составляющих смесь. Конвективная диффузия всегда сопровождается молекулярной диффузией. Совместный перенос массы молекулярной и конвективной диффузией называют конвективным массообменом или массоотдачей. Массоотдачу мы наблюдаем в системах, состоящих из газовых и жидких сред.

Процесс массоотдачи описывается уравнением

$$M = \beta (c^I - c^{II}) F \tau, \quad (5.1)$$

где β - коэффициент массоотдачи; c^I, c^{II} - концентрации рассматриваемого компонента на двух изоконцентрационных поверхностях.

Из формулы (5.1) видно, что количество массы, передаваемой от одной изоконцентрационной поверхности к другой, прямо пропорционально разности концентраций между ними, площади изоконцентрационной поверхности и длительности процесса.

Коэффициент массоотдачи. Коэффициент массоотдачи численно равен количеству массы, передаваемой в единицу времени от единицы площади одной изоконцентрационной поверхности к другой при единичной разности концентраций между ними. Измеряется коэффициент массоотдачи в метрах в секунду. Его значение в большой мере зависит от гидродинамических условий течения среды. Для жидких сред коэффициент массоотдачи пропорционален коэффициенту молекулярной диффузии $\beta = D/n$, где n - расстояние по нормали между изоконцентрационными поверхностями, соответствующими концентрациям c^I, c^{II} .

Дифференциальные уравнения конвективной диффузии. Расчет процесса массоотдачи предполагает установление зависимостей между концентрацией рассматриваемого компонента, координатами, временем, скоростью движения среды, температурой ее, давлением и физическими свойствами. Все эти величины в общем случае могут меняться в пространстве и во времени. Как известно, при исследовании подобных явлений в большинстве случаев используют общие законы физики и, рассматривая течение процесса на бесконечно малом отрезке времени в элементарном объеме, получают дифференциальные уравнения процесса. Интегрирование уравнений позволяет получить аналитические зависимо-

сти между переменными для конечных отрезков времени и всего объема, в котором осуществляется массоотдача. Ниже рассмотрена система дифференциальных уравнений, описывающих этот процесс.

Уравнение массоотдачи. Рассмотрим массообмен между жидкой или газовой средой и поверхностью твердого тела. У самой поверхности перенос массы будет происходить благодаря молекулярной диффузии. В соответствии с первым законом Фика для элементарного количества массы, которым обмениваются тело со средой, можно записать следующее соотношение:

$$d^2M = -D \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x=0} dF d\tau, \quad (5.2)$$

где x — координата в направлении, перпендикулярном поверхности.

С другой стороны, элементарная поверхность dF обменивается со средой той же массой, но определяемой по уравнению массоотдачи, т. е.

$$\frac{d^2}{M} = \beta (c_c - c_{ж}) dF d\tau, \quad (5.3)$$

где c_c , $c_{ж}$ — концентрации рассматриваемого компонента у поверхности твердого тела и в объеме среды

Сопоставляя уравнения (5.2) и (5.3), получим следующее:

$$\beta (c_c - c_{ж}) = D \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (5.4)$$

Уравнение (5.4) называют дифференциальным уравнением массоотдачи.

Уравнение конвективной диффузии. Рассматривается процесс массопереноса в движущейся среде. Выделим из потока элементарный параллелепипед со сторонами dx , dy , dz . За элементарный отрезок времени $d\tau$ в рассматриваемое тело путем молекулярной диффузии поступит масса компонента

$$dM = D \nabla^2 c dx dy dz d\tau \quad (5.5)$$

При конвективной диффузии изменение концентрации компонентов в элементарном объеме за время $d\tau$ описывается следующей зависимостью:

$$dM = dx dy dz \frac{dc}{d\tau} d\tau \quad (5.6)$$

где $\frac{Dc}{d\tau} = \frac{\partial c}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} + w_z \frac{\partial c}{\partial z}$ – субстанциальная производная.

Из соотношений (5.5) и (5.6) с учетом выражения для субстанциальной производной получаем дифференциальное уравнение конвективной диффузии

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} + w_z \frac{\partial c}{\partial z} = D \nabla^2 c \quad (5.7)$$

или в сокращенной записи

$$\frac{dc}{d\tau} = D \nabla^2 c$$

Для стационарных процессов в уравнении (5.7) не будет члена, содержащего локальную составляющую - полной производной, т. е.

$$w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} + w_z \frac{\partial c}{\partial z} = D \nabla^2 c$$

Это соотношение и уравнение (5.7) описывают массоперенос в движущейся жидкости при постоянной температуре и давлении во всех точках рассматриваемой системы

Уравнение массообмена, осложненного термодиффузией. Рассматривается движущаяся система, в которой концентрация и температура компонента изменяются и в пространстве, и во времени, но давление в системе постоянно. Здесь будут наблюдаться и концентрационная, и термическая диффузии; бародиффузия отсутствует.

На рис. 3.2 представлено элементарное тело, через грани которого будет происходить перенос массы, обусловленный концентрационной диффузией и термодиффузией. Через грань 1-2-3-4 в параллелепипед поступит количество массы

$$\delta M_x = -D \frac{\partial c}{\partial x} dydzd\tau - \rho \frac{D_T}{T} \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau \quad (5.8)$$

В правой части уравнения (5.8) первый член определяет элементарное количество массы, поступившей в элементарное тело путем концентрационной диффузии, а второй – путем термодиффузии. Через грань 5-6-7-8 из параллелепипеда будет унесено количество массы

$$\delta M_{x+dx} = -D \frac{\partial \left(c + \frac{\partial c}{\partial x} dx \right)}{\partial x} dydzd\tau - \rho \frac{D_T}{T} \frac{\partial \left(t + \frac{\partial t}{\partial x} dx \right)}{\partial x} dydzd\tau \quad (5.9)$$

При написании уравнения (5.9) предполагалось, что физические свойства системы не изменяются. Вычитая из уравнения (5.8) уравнение (5.9), получим выражение для количества массы, поступившей в рассматриваемое тело по направлению оси x ,

$$dM_x = \delta M_x - \delta M_{x+dx} = \left(D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \rho \frac{D_T}{T} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right) dx dy dz d\tau$$

Рассуждая аналогично, получим выражения для элементарных количеств массы, поступившей по направлениям осей y и z :

$$dM_y = \left(D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \rho \frac{D_T}{T} \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) dx dy dz d\tau ;$$

$$dM_z = \left(D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + \rho \frac{D_T}{T} \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dx dy dz d\tau .$$

Общее количество массы рассматриваемого компонента, поступившей в элементарный параллелепипед путем концентрационной диффузии и термодиффузии, определится следующим выражением:

$$dM = dM_x + dM_y + dM_z = \left(D \nabla^2 c + \rho \frac{D_T}{T} \nabla^2 t \right) dx dy dz , \quad (5.10)$$

где $\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} .$

Поступление массы вызовет увеличение концентрации данного компонента в параллелепипеде:

$$dM = dx dy dz \frac{dc}{d\tau} d\tau \quad (5.11)$$

Сопоставление уравнений (5.10) и (5.11) позволяет получить искомую зависимость

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} + w_z \frac{\partial c}{\partial z} = D \nabla^2 c + \rho \frac{D_T}{T} \nabla^2 t, \quad (5.12)$$

описывающую нестационарные процессы переноса массы, обусловленные концентрационной диффузией и термодиффузией.

Уравнение массопереноса при наличии концентрационной диффузии и бародиффузии. Рассматривается движущаяся система, в которой масса переносится и концентрационной диффузией, и бародиффузией. Температура во всех точках системы постоянна. Следовательно, термодиффузия отсутствует.

Рассуждая аналогично предыдущему и приняв, что физические свойства системы постоянны, будем иметь (см. 5.12)

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} + w_z \frac{\partial c}{\partial z} = D \nabla^2 c + \rho \frac{D_p}{p} \nabla^2 p,$$

где $\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}$.

Если в системе наблюдается также и термодиффузия, то уравнение массопереноса запишется так:

$$\frac{dc}{d\tau} = D \nabla^2 c + \rho \left(\frac{D_T}{T} \nabla^2 t + \frac{D_p}{p} \nabla^2 p \right).$$

Полученное уравнение описывает процессы переноса в наиболее общем виде.

6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОМАССОБМЕНА

Задача решается для движущейся двухкомпонентной среды при наличии в ней градиентов температур и концентраций, но при постоянстве коэффициентов теплопроводности и молекулярной диффузии. Влиянием термо- и бародиффузии пренебрегаем. Выделим в рассматриваемом потоке элементарный параллелепипед (см. рис. 3.2) со сторонами dx , dy , dz . Через левую грань (1-2-3-4) поступит количество теплоты, которое определится зависимостью

$$\delta Q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzdt - D \frac{\partial(hc)}{\partial x} dydzdt \quad (6.1)$$

В данном уравнении h – удельная энтальпия. Первый член правой части равенства учитывает теплоту, переданную теплопроводностью, а второй – теплоту, поступившую с массой компонента.

Через правую грань (5-6-7-8) выводится из рассматриваемого параллелепипеда теплота

$$\delta Q_{x+dx} = -\lambda \frac{\partial \left(t + \frac{\partial t}{\partial x} dx \right)}{\partial x} dydzd\tau - D \frac{\partial \left(hc + \frac{\partial(hc)}{\partial x} dx \right)}{\partial x} dydzd\tau \quad (6.2)$$

Вычитая из уравнения (6.1) уравнение (6.2), будем иметь

$$dQ_x = \delta Q_x - \delta Q_{x+dx} = \left(\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2(hc)}{\partial x^2} \right) dx dy dz d\tau.$$

Аналогично рассуждая, получим выражения для количеств теплоты, поступивших в рассматриваемое тело по направлениям осей y и z .

$$dQ_y = \left(\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + D \frac{\partial^2(hc)}{\partial y^2} \right) dx dy dz d\tau;$$

$$dQ_z = \left(\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + D \frac{\partial^2 (hc)}{\partial z^2} \right) dx dy dz d\tau.$$

Общее количество теплоты, воспринятой параллелепипедом,

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \left(\lambda \nabla^2 t + D \nabla^2 (hc) \right) dx dy dz d\tau \quad (6.3)$$

Эта теплота пойдет на увеличение энтальпии

$$dQ = \rho c_p \frac{Dt}{d\tau} dx dy dz d\tau \quad (6.4)$$

Сопоставив уравнения (6.3) и (6.4), получим

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \nabla^2 t + \frac{D}{\rho c_p} \nabla^2 (hc) \quad (6.5)$$

Зависимость (6.5) является дифференциальным уравнением тепломассообмена, т.е. уравнением энергии, осложненной массопереносом.

Для того чтобы система уравнений была замкнутой, ее необходимо дополнить уравнениями движения и сплошности.

Для решения конкретных задач к системе дифференциальных уравнений необходимо присоединить математическое описание всех частных особенностей, которые входят в условия однозначности.

7. ДИФФУЗИОННЫЕ КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

Критерии подобия можно получить или анализом дифференциальных уравнений, описывающих изучаемое явление, или методом теории размерностей. Как правило, первым методом пользуются в тех случаях, когда имеется аналитическое описание изучаемого явления, а вторым – когда такое описание не представляется возможным выполнить. Так как дифференциальные уравнения уже имеются (см. предыдущие разделы), то для получения критериев подобия естественно выбрать первый метод.

Рассмотрим два подобных явления массопереноса, для которых справедливы уравнения:

$$\beta'(c'_c - c'_{ж}) = -D' \left(\frac{\partial c'}{\partial x'} \right)_{x'=0} \quad (7.1)$$

$$\beta(c_c - c_{ж}) = -D \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (7.2)$$

Уравнение (7.1) описывает первое явление, а уравнение (7.2) – второе. Из определения подобия имеем

$$i_\beta = \frac{\beta}{\beta'};$$

$$i_D = \frac{D}{D'};$$

$$i_l = \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'} = \frac{l}{l'};$$

$$i_c = \frac{c_c}{c'_c} = \frac{c_{ж}}{c'_{ж}} = \frac{c}{c'} \quad (7.3)$$

где i_β, i_D, i_l, i_c — множители подобного преобразования.

С учетом уравнения (7.3) перепишем уравнение (7.2)

$$i_{\beta} \beta' i_c (c'_c - c'_{ж}) = i_D \frac{i_c}{i_l} D' \left(\frac{\partial c'}{\partial x'} \right)_{x'=0} \quad (7.4)$$

Поделив уравнение (7.4) на уравнение (7.1), получим

$$i_{\beta} = \frac{i_D}{i_l}, \text{ или } \frac{i_{\beta} i_l}{i_D} = 1 \quad (7.5)$$

Подставив в уравнение (7.5) вместо множителей подобного преобразования величины, из которых они составлены, будем иметь

$$\frac{\beta l D'}{\beta' l' D} = 1, \text{ или } \frac{\beta' l'}{D'} = \frac{\beta l}{D} = \text{idem}.$$

Полученный комплекс называют **диффузионным критерием Нуссельта** $Nu_D = \frac{\beta l}{D}$, учитывающим соотношение между массоотдачей и молекулярной диффузией.

Анализируя уравнение конвективной диффузии, можно получить два диффузионных критерия:

диффузионный критерий Фурье

$$Fo_D = \frac{D\tau}{l^2} \quad (7.6)$$

и **диффузионный критерий Пекле**

$$Pe_D = \frac{wl}{D} \quad (7.7)$$

Диффузионный критерий Фурье характеризует связь между скоростью изменения поля концентраций, физическими характеристиками и размерами тела.

Диффузионный критерий Пекле является мерой отношения молекулярного и конвективного переносов массы в потоке. Как известно из теории подобия, комбинация критериев образует новые

критерии. Так, например, поделив диффузионный критерий Пекле на критерий Рейнольдса, получим критерий - **диффузионный критерий Прандтля**:

$$\frac{Pe_D}{Re} = \frac{v}{D} = Pr_D. \quad (7.8)$$

Диффузионный критерий Прандтля является мерой подобия концентрационных и скоростных полей в потоке движущейся среды.

Из конвективных и диффузионных критериев Прандтля, имеем критерий – **критерий Льюиса–Семенова**:

$$\frac{Pr}{Pr_D} = \frac{D}{a} = Le. \quad (7.9)$$

Критерий Льюиса–Семенова является мерой подобия концентрационного и температурного полей.

Диффузионные критерий Нуссельта и Пекле, дают – **диффузионный критерий Стантона**:

$$St_D = \frac{Nu_D}{Pe_D} = \frac{\beta}{w}. \quad (7.10)$$

Приведенные критерии диффузионного подобия являются наиболее востребованными в теории тепломассопереноса.

8. ПОНЯТИЕ О ДИФФУЗИОННОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ. ТРОЙНАЯ АНАЛОГИЯ

При конденсации пара из парогазовой среды, при кипении растворов, при движении ненасыщенного влажного воздуха у поверхности воды наблюдается неодинаковость концентраций компонентов, составляющих рассматриваемую среду. С подобными процессами мы встречаемся в аппаратах холодильных машин, в системах кондиционирования воздуха, в разделительных вымораживающих установках, в ректификационных колоннах и в ряде других тепло- и массообменных устройств.

Распределение концентрации водяного пара в паровой среде у поверхности воды показано на рис. 8.1. Аналогичную картину мы будем наблюдать у поверхности нагрева генератора абсорбционной холодильной машины, в конденсаторе паровой холодильной машины при наличии воздуха в конденсирующемся холодильном агенте. При этом переменность концентраций компонентов в рекуперативных аппаратах будет наблюдаться у стенки аппарата, а в контактных аппаратах – на границе раздела фаз, которую в дальнейшем мы будем называть стенкой.

Тонкий пристенный слой жидкости, в котором концентрация рассматриваемого компонента изменяется от c_c до $c_{ж}$, называется **диффузионным пограничным слоем**. Здесь c_c – концентрация возле поверхности нагрева (для случая кипения раствора в рекуперативном испарителе) или возле поверхности раздела фаз (при движении воздуха вдоль поверхности воды) и т. д.; $c_{ж}$ – концентрация за пределами диффузионного пограничного слоя

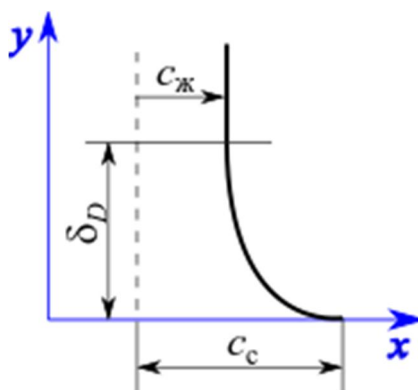


Рис. 8.1. Распределение концентрации компонента у поверхности раздела фаз, $c_{ж}$, c_c – концентрации компонента соответственно в ядре потока и у поверхности стенки

Изменение концентрации рассматриваемого компонента в диффузионном пограничном слое можно представить следующим соотношением: $\frac{\partial c}{\partial y} \neq 0$. Поле концентраций в диффузионном пограничном слое с определенными допущениями описывается следующим уравнением:

$$w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}. \quad (8.1)$$

При написании уравнения (8.1) предполагалось, что: а) процесс стационарный; б) изменения концентрации по осям z не происходит; в) вторая производная от концентрации по координате x несопоставимо мала по сравнению со второй производной от концентрации по координате y ; г) внутренних источников массы нет.

Диффузионный пограничный слой может быть и ламинарным, и турбулентным. При наличии турбулентного диффузионного пограничного слоя у самой границы раздела фаз будет наблюдаться ламинарный подслой.

Распределение концентраций рассматриваемого компонента в ламинарном диффузионном пограничном слое характеризуется уравнением молекулярной диффузии. Если поле концентраций одномерно, то в соответствии с первым законом Фика уравнение для плотности потока массы запишется следующим образом:

$$j = -D \frac{\partial c}{\partial y}. \quad (8.2)$$

При постоянстве коэффициента молекулярной диффузии решение уравнения (8.2) будет иметь вид

$$c = -\frac{j}{D} y + A \quad (8.3)$$

где A – постоянная интегрирования, которая определяется из граничных условий.

При $y = 0$

$$c = c_c; \quad A = c_c. \quad (8.4)$$

Совместное рассмотрение зависимостей (8.3) и (8.4) позволяет получить уравнение поля концентраций рассматриваемого компонента в ламинарном диффузионном пограничном слое

$$c = c_c - \frac{j}{D} y \quad (8.5)$$

Таким образом, концентрация в рассматриваемом пограничном слое изменяется по линейному закону, если процесс стационарен и физические свойства рассматриваемого компонента постоянны.

Распределение концентраций исследуемого компонента в турбулентном пограничном слое характеризуется уравнением конвективной диффузии. Для установления явного вида уравнения поля концентраций зависимость для плотности потока массы записывают в виде

$$j = -D_{\text{тур}} \frac{\partial c}{\partial y}, \quad (8.6)$$

где $D_{\text{тур}}$ – коэффициент турбулентной диффузии, который характеризует перенос массы, обусловленный неупорядоченным турбулентным движением; $D_{\text{тур}}$ в много раз больше D .

Для вычисления коэффициента турбулентной диффузии рекомендуется следующая формула [2]:

$$D_{\text{тур}} = y^2 \frac{\partial w_x}{\partial y}, \quad (8.7)$$

$$\text{где } \frac{\partial w_x}{\partial y} = A_1 \frac{w_{\text{тур}}}{y}. \quad (8.8)$$

Здесь A_1 – коэффициент пропорциональности; $w_{\text{тур}}$ – скорость турбулентных пульсаций (см.[1]).

Рассмотрев совместно уравнения (8.6), (8.7), (8.8), получим

$$c = -\frac{j}{A_1 w_{\text{тур}}} \ln y + A_2, \quad (8.9)$$

где A_2 – постоянная интегрирования, которую можно найти, используя граничные условия.

$$\text{При } y = \delta_{\text{д.т}}; c = c_{\text{ж}}; A_2 = c_{\text{ж}} + \frac{j}{A_1 w_{\text{тур}}} \quad (8.10)$$

С учетом уравнения (8.10) зависимость (8.9) примет вид

$$c = c_{\text{ж}} + \frac{j}{A_1 w_{\text{тур}}} \ln \frac{\delta_{\text{д.т}}}{y} \quad (8.11)$$

Следовательно, при сделанных допущениях изменение поля концентраций в турбулентном диффузионном пограничном слое подчиняется логарифмическому закону.

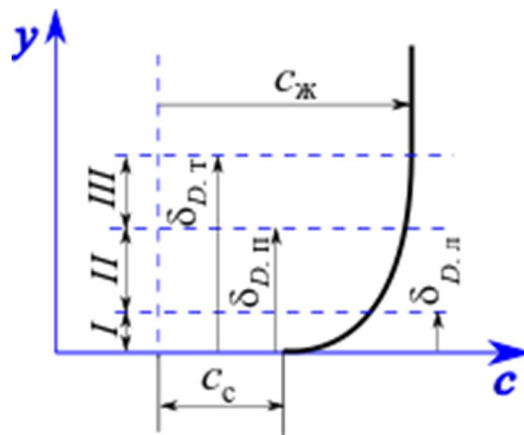


Рис. 8.2. Изменение концентрации в турбулентном диффузионном пограничном слое

При наличии турбулентного диффузионного пограничного слоя, как уже говорилось выше, у самой границы раздела фаз (газ – твердое тело, жидкость – твердое тело, газ – жидкость) наблюдается ламинарный диффузионный подслой. В ламинарном подслое турбулентные пульсации не исчезают внезапно. Они постепенно затухают по мере приближения к стенке. На рис. 8.2 представлены три области

турбулентного пограничного слоя: *I* – область только ламинарного диффузионного слоя (толщина его $\delta_{д.л}$); *II* – область переходного диффузионного пограничного слоя (толщина его $\delta_{д.п} - \delta_{д.л}$); *III* – область только турбулентного диффузионного пограничного слоя (толщина его $\delta_{д.т} - \delta_{д.п}$).

Поле концентраций в области *I* определяется уравнением (8.5), в области *II* – (8.11). Для вычисления коэффициента турбулентной диффузии в *III* области в работе [2] рекомендуется следующая зависимость:

$$D_{тур} = \frac{A_3 w_{тур} y^4}{\delta_{д.п}^3} \quad (8.12)$$

В результате совместного решения уравнений (8.5) и (8.12) для поля концентраций переходной области получаем:

$$c = c_ж - \frac{j\delta_{д.л}}{D} - \frac{j\delta_{д.п}^3}{3A_3 w_{тур}} \left(\frac{1}{y^3} - \frac{1}{\delta_{д.л}^3} \right),$$

где A_3 – коэффициент пропорциональности, который выбирается таким образом, чтобы удовлетворялось уравнение (8.11), т.е. при условии

$$A_3 = \frac{j\delta_{д.п} \left(\frac{1}{\delta_{д.п}^3} - \frac{1}{\delta_{д.л}^3} \right)}{3w_0 \left(c_ж - c_c + \frac{j}{A_1 w_0} \ln \left(\frac{\delta_{д.т}}{\delta_{д.п}} \right) + \frac{j}{D} \delta_{д.л} \right)}$$

При наличии переноса массы в среде, движущейся у неподвижной границы раздела фаз, возникает гидродинамический пограничный слой, уравнение движения в котором можно записать как:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \quad (8.13)$$

В уравнении (8.13) сделаны следующие допущения:

- из-за малости толщины пограничного слоя изменение давления не учитывалось;
- силы гравитации малы в сравнении с силами инерции и вязкости;
- изменения скорости поперек потока (по направлению оси z) не происходит;
- вторая производная от составляющей скорости по оси x (w_x) несопоставимо мала по сравнению со второй производной от составляющей скорости по оси y (w_y);
- процесс стационарен.

В ряде случаев массоперенос осуществляется в системах, где происходит распространение теплоты, обусловленное наличием градиента температур в движущейся среде. Возникает пограничный слой. Уравнение теплопроводности в пограничном слое:

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (8.14)$$

При написании уравнения (8.14) предполагалось, что:

- изменения температуры по оси z не происходит;
- внутренних источников теплоты нет;
- физические свойства среды постоянны;
- процесс стационарен;
- $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$ так как толщина теплового пограничного слоя несопоставимо мала в сравнении с расстоянием, измеренным по ходу движения системы (по направлению оси x на рис. 8.1).

Уравнения (8.1), (8.13), (8.14) одинаковы по форме. В случае, когда

$$D = v = a$$

имеет место **тройная аналогия** – аналогия между процессами переноса количества массы, движения и теплоты, т.е. наблюдается аналогия полей концентраций, скоростей и температур. При этом обязательно следующее соотношение:

$$\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_D} = \text{Le} = 1$$

В ряде случаев, особенно в жидкостных системах, $\text{Pr} \neq \text{Le}$; $\text{Pr} \neq 1$; $\text{Pr}_D \neq 1$; $\text{Le} \neq 1$. Для подобных ситуаций аналогия между полями скоростей, температур и концентраций нарушается.

Количественная связь между толщиной гидродинамического и диффузионного пограничных слоев может быть найдена анализом уравнений (8.4) и (8.13). Для наиболее простого случая – обтекания полубесконечной пластины при ламинарном режиме течения в работе [2] рекомендуется соотношение

$$\delta_D = \left(\frac{D}{\nu} \right)^{\frac{1}{3}} \delta,$$

где δ — толщина гидродинамического пограничного слоя.

Для жидкостных систем $\left(\frac{D}{\nu} \right)^{\frac{1}{3}} \approx 0,1$. В газовых потоках δ_D и δ соизмеримы, так как D и ν соизмеримы.

9. МАССООБМЕН В СИСТЕМАХ С ТВЕРДОЙ ФАЗОЙ И В СИСТЕМАХ БЕЗ ТВЕРДОЙ ФАЗЫ

Рассмотрим перенос массы в системе, включающей в себя твердые и жидкие фазы, в каждой из которых наблюдается неодинаковость концентрации изучаемого компонента. В этом случае кроме массообмена между поверхностью твердого тела и средой наблюдается перемещение компонента внутри твердого тела. Перенос вещества в твердом теле называется массопроводностью (или внутренней диффузией). В качестве зависимости, характеризующей массопроводность, обычно принимают уравнение, напоминающее первый закон Фика [1]:

$$d^2M = -D_{\text{вн}} \frac{\partial c}{\partial n} dF d\tau \quad (9.1)$$

где $D_{\text{вн}}$ – коэффициент внутренней диффузии, или коэффициент массопроводности.

При $D_{\text{вн}} = \text{const}$ выражение (9.1) можно записать в виде:

$$M = -D_{\text{вн}} \frac{\partial c}{\partial n} F \tau \quad (9.2)$$

Из формулы (9.2) следует, что количество массы рассматриваемого компонента, переместившейся в твердой фазе, пропорционально градиенту его концентрации, площади изоконцентрационной поверхности и времени.

Дифференциальное уравнение массопроводности. Вывод дифференциального уравнения массопроводности аналогичен выводу второго закона Фика. Предполагается постоянство физических свойств рассматриваемого компонента и отсутствие внутренних источников массы:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D_{\text{вн}} \nabla^2 c$$

На границе раздела твердой и жидкой фаз процесс описывается дифференциальным уравнением массоотдачи, т. е.

$$D_{\text{вн}} \frac{\partial c}{\partial x} = \beta (c_c - c_{\text{ж}}) \quad (9.3)$$

Уравнение (9.3) получено при совместном рассмотрении уравнений (5.1) и (9.2) с учетом того, что одной изоконцентрационной поверхностью является граница твердой и жидкой фаз, второй – поверхность, находящаяся на достаточном удалении от первой (в том месте, где концентрация рассматриваемого компонента постоянна, т. е. за пределами диффузионного пограничного слоя).

Из формулы (9.3) следует, что интенсивность процесса переноса массы в рассматриваемой системе (твердое тело – среда) определяется как массопроводностью, так и массоотдачей. При соизмеримости их, рассчитывая подобные процессы, следует учитывать и массоотдачу и массообмен. Если скорость массообмена значительно превосходит скорость массопроводности, то интенсивность переноса массы лимитируется массопроводностью и наоборот.

Массообменные процессы в системах с твердой фазой могут быть стационарными и нестационарными. К нестационарным процессам массопередачи относятся, например, процессы сушки. Стационарные процессы массопередачи происходят, например, в разделительных установках, в которых движутся потоки сред, разделенных между собой полупроницаемой перегородкой.

Массообменные процессы могут протекать и в системах, состоящих только из твердых тел (диффузионное соединение материалов). В подобных случаях интенсивность массопереноса определяется массопроводностью компонентов, составляющих систему.

Математическое описание и расчет процессов массопереноса в системах, состоящих из жидких и газообразных (парообразных) фаз, характеризуются значительно большей сложностью в сравнении с распространением массы в твердом теле.

При рассмотрении движения подобных систем следует иметь в виду, что в общем случае величина и направление скоростей каждой из фаз могут быть различными. Из-за разнонаправленности векторов скоростей движения фаз образуются пары сил, вращающие слои фаз у поверхности их раздела. Как уже было показано выше, в пределах каждой из фаз перенос массы обусловлен наличием градиента концентрации, а следовательно, вблизи поверхности раздела фаз образуется диффузионный пограничный слой. Так как у ряда растворов

концентрации паровой и жидкой фаз, находящихся в равновесии, не одинаковы, а массоперенос через границу раздела фаз наблюдается только при отсутствии равновесия между паровой и жидкой фазами, то в этих ситуациях на границе раздела фаз наблюдается скачок концентрации.

Для построения приближенных расчетных зависимостей привлекается ряд гипотез и теорий: двухпленочная теория; теория пропитания теория обновления поверхности и др.

Двухпленочная теория. Г.Н. Льюисом и В.Г. Уитманом предложена двухпленочная теория массопередачи. Суть данной теории состоит в том, что на границе раздела фаз возникают неподвижные пограничные пленки, оказывающие основное сопротивление при переходе вещества из одной фазы в другую или из одной среды в другую. Последнее наблюдается в случае нахождения в соприкосновении двух жидких сред, не смешивающихся друг с другом. На границе раздела фаз создается условие равновесия. При этом плотность потока массы, подходящего к поверхности раздела фаз, будет равна плотности потока массы, уходящего от него.

$$j = \beta_I (c_I^I - c_I^{II}) = \beta_{II} (c_{II}^I - c_{II}^{II}), \quad (9.4)$$

где β_I, β_{II} – коэффициенты массоотдачи в первой и второй средах; $c_I^I, c_I^{II}, c_{II}^I, c_{II}^{II}$ – концентрации на изоконцентрационных поверхностях первой и второй сред.

Плотность потока массы рассматриваемого компонента можно определить не только по уравнению (9.4), но и по другой зависимости, используя понятие массопроводности

$$j = \frac{D_I}{\delta_I} (c_I^I - c_I^{II}) = \frac{D_{II}}{\delta_{II}} (c_{II}^I - c_{II}^{II}), \quad (9.5)$$

где D_I, D_{II} – коэффициенты молекулярной диффузии первой и второй среды; δ_I, δ_{II} – толщины пленки первой и второй среды.

Сопоставление экспериментальных и теоретических данных [4] не дает удовлетворительных результатов.

Теория пенетрации (проницания). Согласно теории Хигби пленки периодически пронизываются турбулентными вихрями, которые достигают границы раздела сред. В период нахождения вихря у поверхности раздела сред происходит выравнивание концентраций соседних слоев молекулярным переносом массы. Этот процесс описывается уравнением

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 c}{\partial n^2}, \quad (9.6)$$

где n – расстояние, измеренное по нормали к изоконцентрационной поверхности рассматриваемого уравнения.

Решение уравнения (9.6) с учетом уравнения массоотдачи известно [4]:

$$\beta = 2\sqrt{\frac{D}{\pi\tau}}, \quad (9.7)$$

где τ – средняя продолжительность нахождения вихря у границы раздела.

Значение τ практически невозможно установить, поэтому ценность теории для практического использования невелика.

Основной вывод, который можно сделать из уравнения (9.7), заключается в том, что согласно теории проницания коэффициент массоотдачи пропорционален коэффициенту молекулярной диффузии в степени 0,5. Экспериментальные исследования подтвердили данный вывод [4]. Вместе с тем при теоретической проработке рассматриваемого вопроса предполагалось, что границей раздела является плоскость, и, кроме того, не учитывались гидродинамические условия переноса, что не соответствует действительным условиям.

Теория обновления поверхности Данкверста-Кишеневского. Дальнейшее развитие теории массопереноса привело к созданию теории обновления поверхности. Было высказано предположение о том, что решающую роль в процессе массопереноса играет не общая, а вновь образующаяся поверхность контакта между фазами; вихри, проникшие к поверхности раздела фаз, периодически сменяются другими вихрями.

Вероятность смены вихря не зависят от его возраста. Время пребывания того или иного вихря у поверхности раздела сред переменна, а частота сменяемости вихрей подчиняется нормальному закону распределения. Зависимость для определения коэффициента массоотдачи имеет вид [4]

$$\beta = \sqrt{D \cdot \bar{S}}, \quad (9.8)$$

где \bar{S} – средняя частота смены вихрей.

Уравнение (9.8) подтверждает ранее сделанный вывод о пропорциональности значения коэффициента массоотдачи квадратному корню из значения коэффициента молекулярной диффузии. Вместе с тем следует отметить, что по уравнению (9.8) невозможно теоретически рассчитать коэффициент массоотдачи, так как \bar{S} нужно определять экспериментально.

Рекомендуется и другое выражение для определения коэффициента массоотдачи [4]:

$$\beta = \sqrt{\frac{4D}{\pi \cdot \Delta\tau}}, \quad (9.9)$$

где $\Delta\tau$ – среднее время пребывания элементов жидкости на поверхности раздела, которое трудно определить.

С учетом сказанного уравнение (9.9) не позволяет аналитически определить коэффициент массоотдачи.

Теория межфазной турбулентности Кафарова. В основе теории представление в том, что турбулентные вихри создаются на поверхности раздела фаз в результате межфазного трения. При движении двух фаз, составляющих двухфазный поток, скорость каждой из фаз будет различной и за счет межфазных сил могут возникнуть вихри. В случае движения фаз в различных направлениях образование вихрей более вероятно, так как векторы скоростей у поверхности раздела разнонаправлены. Образующиеся пары сил обуславливают вращение слоев потока у поверхности раздела с последующим вымыванием этих слоев в вихри. Вихри образуются и при перекрестном токе фаз потока. Явления, происходящие на свободной поверхности

(т.е. между двумя средами), принципиально отличаются от явлений, происходящих у границы твердого тела. В двухфазных потоках развитие вихревого движения приводит к взаимному проникновению вихрей в обе фазы, которое сопровождается как бы «эмульгированием» жидкости. За счет вихреобразования поверхность фазового контакта в единице объема резко возрастает. Движущиеся потоки имеют разные, постоянно меняющиеся плотности. На границе раздела двухфазного потока будет наблюдаться пересечение изобарных и изотермических поверхностей, приводящее к интенсивному образованию вихрей. Изменение поверхностного натяжения из-за изменения концентраций и температур ведет к интенсивному вихреобразованию на границе раздела фаз. Мерой межфазной турбулентности может служить гидродинамическое сопротивление двухфазного потока. Изменяется межфазная турбулентность безразмерной величиной – фактором динамического состояния двухфазной системы

$$f = \frac{\Delta p_{г-ж} - \Delta p_{г}}{\Delta p_{г}}, \quad (9.10)$$

где $\Delta p_{г-ж}$, $\Delta p_{г}$ – разность сопротивлений двухфазного и однофазного потоков.

Величина f позволяет количественно оценить гидродинамическое сопротивление поверхности раздела.

10. ПОНЯТИЕ О СТЕФАНОВОМ ПОТОКЕ МАССЫ

Рассмотрим процесс испарения, или сублимации, в парогазовую среду. При этом будем полагать, что температура и общее давление по всему объему парогазовой смеси остаются постоянными, следовательно, термо- и бародиффузию можно не учитывать. На рис. 10.1, 10.2, 10.3 представлены эпюры парциальных давлений, объемных массовых концентраций и массовых долей пара и газа. Приняты следующие обозначения: $p_{\text{п}}$, $p_{\text{г}}$, $p_{\text{п.с}}$, $p_{\text{г.с}}$, $c_{\text{п}}$, $c_{\text{г}}$, $c_{\text{п.с}}$, $c_{\text{г.с}}$, $g_{\text{п}}$, $g_{\text{п.с}}$, $g_{\text{г.с}}$ – соответственно парциальные давления, концентрации и массовые доли пара и газа в ядре потока и на границе раздела фаз.

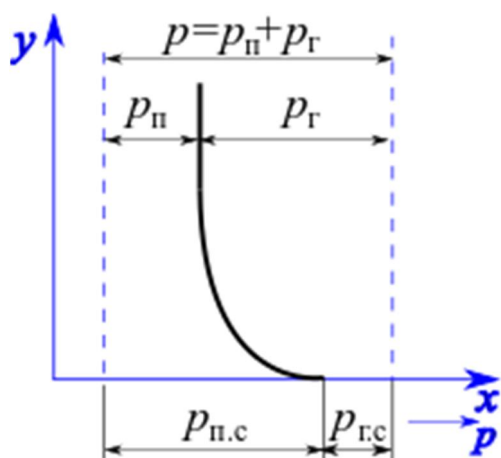


Рис.10.1. Изменение парциальных давлений пара и газа

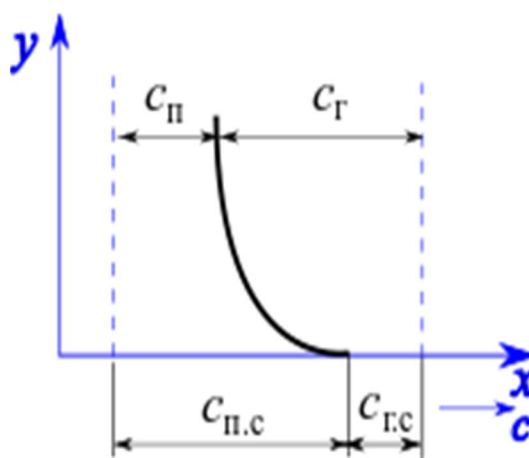


Рис.10.2. Изменение объемной и массовой концентрации пара и газа

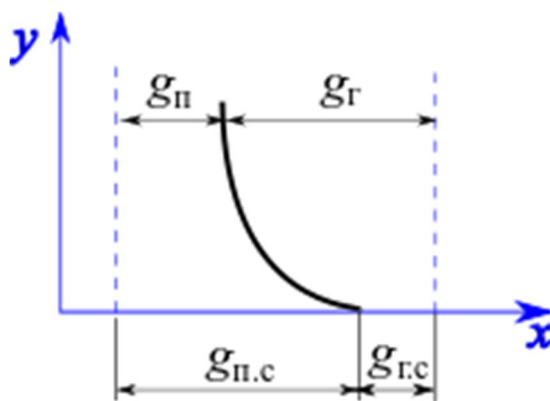


Рис.10.3. Изменение массовых долей пара и газа

Считаем, что пар свободно диффундирует от поверхности в парогазовую среду. В любом сечении

$$g_{\text{г}} + g_{\text{п}} = 1, \quad (10.1)$$

$$p_{\text{п}} + p_{\text{г}} = p \quad (10.2)$$

Для соблюдения соотношений (10.1) и (10.2) газ должен диффундировать в обратном направлении, т. е. к поверхности раздела фаз (к поверхности жидкости в случае испарения или к поверхности твердого тела в случае сублимации). Но эта поверхность для газа непроницаема, вследствие, чего количество газа у рассматриваемой поверхности непрерывно увеличивается. При стационарном режиме поля концентраций пара и газа не изменяются во времени. Поэтому перемещение газа к поверхности должно компенсироваться потоком парогазовой смеси от нее. Этот поток называют **стефановым потоком**.

Скорость движения стефанова потока. Продифференцировав уравнение (10.1), получим

$$\frac{\partial g_{\text{г}}}{\partial y} + \frac{\partial g_{\text{п}}}{\partial y} = 0 \quad (10.3)$$

Для суммарного потока газа у самой поверхности раздела фаз ($y=0$) можно записать следующее соотношение

$$j_{\text{г.с}} = -D \left(\frac{\partial c_{\text{г}}}{\partial y} \right)_{y=0} + c_{\text{г.с}} w_{\text{с.п.с}} = 0 \quad (10.4)$$

где $w_{\text{с.п.с}}$ – скорость стефанова потока.

Как известно, между объемной концентрацией и массовой долей существуют следующие соотношения:

$$c_{\text{п}} = g_{\text{п}} \rho \quad (10.5)$$

$$c_{\text{г}} = g_{\text{г}} \rho \quad (10.6)$$

где ρ — плотность парогазовой смеси.

С учетом уравнений (10.5) и (10.6) перепишем уравнение (10.4):

$$D\rho\left(\frac{\partial g_{\Gamma}}{\partial y}\right)_{y=0} = \rho g_{\Gamma,c} w_{c.п.с} \quad (10.7)$$

Решив уравнение (10.7) относительно $w_{c.п.с}$, получим

$$w_{c.п.с} = \frac{D}{g_{\Gamma,c}} \left(\frac{\partial g_{\Gamma}}{\partial y}\right)_{y=0} \quad (10.8)$$

С учетом уравнения (10.3) выражение (10.8) можно представить как:

$$w_{c.п.с} = -\frac{D}{g_{\Gamma,c}} \left(\frac{\partial g_{\Pi}}{\partial y}\right)_{y=0}$$

Таким образом, скорость стефанова потока определяется концентрациями пара и газа у поверхности раздела фаз.

Плотность потока пара. Суммарная плотность потока пара у поверхности раздела фаз определится следующим соотношением:

$$j_{п.с} = -D \left(\frac{\partial c_{\Pi}}{\partial y}\right)_{y=0} + c_{п.с} w_{c.п.с} \quad (10.9)$$

С учетом выражения (10.6) уравнение (10.9) примет вид:

$$j_{п.с} = \rho D \left(\frac{\partial g_{\Pi}}{\partial y}\right)_{y=0} + \rho g_{п.с} w_{c.п.с} \quad (10.10)$$

Подставив в формулу (10.10) выражение для скорости стефанова потока, получим

$$j_{п.с} = -\rho D \left(\left(\frac{\partial g_{\Pi}}{\partial y}\right)_{y=0} + \frac{1}{g_{\Gamma,c}} \left(\frac{\partial g_{\Pi}}{\partial y}\right)_{y=0} g_{п.с} \right), \text{ или } j_{п.с} = -\rho D \left(\frac{\partial g_{\Pi}}{\partial y}\right)_{y=0} \frac{1}{g_{\Gamma,c}}$$

или

$$j_{\text{п.с.}} = -D \left(\frac{\partial c_{\text{п}}}{\partial y} \right)_{y=0} \frac{1}{g_{\text{г.с.}}} \quad (10.11)$$

Таким образом, плотность потока массы пара определяется градиентом его концентрации, а также концентрацией газа у поверхности раздела фаз.

Коэффициент массоотдачи. Плотность потока пара можно определить и по уравнению массоотдачи, т. е.

$$j_{\text{п.с.}} = \beta (c_{\text{п.с.}} - c_{\text{п}}) \quad (10.12)$$

Сопоставляя уравнения (10.12) и (10.11), будем иметь

$$\beta = -D \left(\frac{\partial c_{\text{п}}}{\partial y} \right)_{y=0} \frac{1}{g_{\text{г.с.}}} \frac{1}{(c_{\text{п.с.}} - c_{\text{п}})} .$$

Плотность теплового потока

$$q_{\text{с}} = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0} + j_{\text{п.с.}} h_{\text{п.с.}} \quad (10.13)$$

где $h_{\text{п.с.}}$ — удельная энтальпия пара у поверхности раздела фаз.

Уравнение (10.13) написано при допущении, что энтальпия жидкости при 0°C равна нулю.

С учетом уравнения (10.11) выражение (10.13) имеет вид:

$$q_{\text{с}} = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0} - D \left(\frac{\partial c_{\text{п}}}{\partial y} \right)_{y=0} \frac{1}{g_{\text{г.с.}}} .$$

Отметим, что в уравнении (10.13) не учитывается лучеиспускание.

Примеры

Для определения коэффициента диффузии используется специальный прибор – трубка Стефана, представляющий собой сосуд типа пробирки или мензурки, на дно которого наливают жидкость диффундирующего вещества. Трубку Стефана помещают в камеру с газом, в котором должна происходить диффузия. При малом диаметре трубки в ней исключена конвекция, а температура самого прибора и жидкости в нем близка к температуре газа в камере. Трубка диаметром 10 мм, высотой 120 мм помещена в вытяжную камеру, в которой поддерживается температура -38 оС, давление 758 мм рт.ст. В камеру подается воздух, не содержащий паров аммиака. Первоначальный уровень жидкого аммиака в трубке 20 мм, а по истечении 10 часов уровень понижается до 10 мм. Определить коэффициент диффузии аммиака в воздухе с помощью трубки Стефана.

ДАНО:

$$p := 758 \text{ мм рт.ст.}$$

$$T := (-38) \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$HA := \text{"R717"}$$

$$d := 10 \text{ мм}$$

$$h := 120 \text{ мм}$$

$$h_0 := 20 \text{ мм}$$

$$h_2 := 10 \text{ мм}$$

$$\tau := 10 \text{ ч}$$

□

$$\mu R := 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{К кмоль}}$$

"R732-Oxygen"

"R728-Nitrogen"

"R729-Air"

$$R(A) := \begin{cases} \mu := \text{CoolProp_Props1}(A; \text{"molemass"}) \\ R := \frac{\mu R}{\mu} \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ:

Парциальное давление и плотность паров аммиака при температуре насыщения t :

$$p' := \text{CoolProp_Props}(\text{"P"; "T"; } T; \text{"Q"; } 1; HA) = 0,7971 \text{ бар}$$

$$\rho' := \text{CoolProp_Props}(\text{"D"; "T"; } T; \text{"Q"; } 0; HA) = 687,7 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Площадь поперечного сечения мензурки

$$f := \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 7,854 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$$

Разность уровней аммиака до и после опыта:

$$\Delta h := h_0 - h_2 = 0,01 \text{ м}$$

Масса испарившегося аммиака

$$M := \rho' \cdot f \cdot \Delta h = 0,00054 \text{ кг}$$

Плотность потока массы аммиака

$$j := \frac{M}{f \cdot \tau} = 0,000191 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$$

Газовая постоянная аммиака

$$R := R(\text{НА}) = 488,1898 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Средняя толщина слоя пара в сосуде, через который протекает диффузия:

$$l := 0,5 \cdot \left((h - h_0) + (h - h_2) \right) = 0,105 \text{ м}$$

Парциальное давление аммиака в камере

$$p_0 := 0 \text{ Па}$$

Коэффициент диффузии аммиака

$$D := \frac{j \cdot R \cdot T \cdot l}{p \cdot \ln \left(\frac{p - p_0}{p - p''} \right)} = 1,466 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

Решить предыдущую задачу для случая, когда не учитывается стефанов поток. Оценить погрешность указанного допущения.

Коэффициент диффузии аммиака

$$D_2 := \frac{j \cdot R \cdot T \cdot l}{(p'' - p_0)} = 2,889 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

Погрешность допущения, обусловленная отсутствием стефанова потока:

$$\Delta := \frac{D_2 - D}{D} = 97,1 \%$$

В грунтовом массиве пробурена вертикальная скважина, в которую установлена закрытая снизу труба с внутренним диаметром 50 мм и длиной 6 м. Труба заполнена водой. Высота слоя жидкости 20 мм. Средняя температура грунта 6 оС, среднегодовая температура воздуха 4,3 оС, а средняя относительная влажность 70%. Среднее атмосферное давление 750 мм рт ст. Перенос массы воды осуществляется только молекулярной диффузией. Определить время, в течение которого вся вода испарится. Расчет выполнить с учетом и без учета стефанова потока. Определить погрешность допущения, обусловленную отсутствием стефанова потока.

ДАНО:

$$p := 750 \text{ мм рт.ст.}$$

$$t_r := 6 \text{ } ^\circ\text{C} \quad T_r := t_r$$

$$t_b := 4,3 \text{ } ^\circ\text{C} \quad T_b := t_b$$

$$\varphi := 70 \%$$

$$HA := \text{"Water"}$$

$$d := 50 \text{ мм}$$

$$h := 6 \text{ м}$$

$$h_0 := 20 \text{ мм}$$

□

Решение:**Газовая постоянная воды**

$$R_{\pi} := R(HA) = 461,5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$$

Давление и плотность сухого насыщенного водяного пара при $t_{гр}=6$ оС

$$p''_{\pi} := 934,6 \text{ Па}$$

$$\rho''_{\pi} := \frac{p''_{\pi}}{R_{\pi} \cdot T_r} = 0,0073 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Давление сухого насыщенного водяного пара при $t_{гр}=4,3$ оС

$$p''_{\pi 2} := 880 \text{ Па}$$

Парциальное давление и плотность водяного пара при $t_b=4,3$ оС и $\varphi=70\%$

$$p_{\pi} := \varphi \cdot p''_{\pi 2} = 616 \text{ Па}$$

$$\rho_{\pi} := \frac{p_{\pi}}{R_{\pi} \cdot T_b} = 0,0048 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Газовая постоянная воздуха

$$R_{св} := R(\text{"Air"}) = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$$

Плотность сухого воздуха при $t=6$ оС

$$\rho_{св} := \frac{p - p''_{\pi}}{R_{св} \cdot T_r} = 1,2363 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Плотность ненасыщенного влажного воздуха при $t=6$ оС

$$\rho_{см} := \rho_{св} + \rho''_{\pi} = 1,2435 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$D_0 := 2,28 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

$$p_0 := p$$

$$T_0 := 273 \text{ К}$$

Средняя толщина слоя пара в сосуде, через который протекает диффузия:

$$l := 0,5 \cdot (h + (h - h_0)) = 5,99 \text{ м}$$

Коэффициент молекулярной диффузии

$$D := D_0 \cdot \left(\frac{p_0}{P}\right) \cdot \left(\frac{T_0}{T}\right)^{1,81} = 2,37 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

Плотность потока массы

$$j := \frac{D}{l} \cdot \left(1 - \frac{R_{\text{II}}}{R_{\text{СВ}}}\right) \cdot (\rho''_{\text{II}} - \rho_{\text{II}}) + \frac{R_{\text{II}}}{R_{\text{СВ}}} \cdot \rho_{\text{СМ}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_{\text{СМ}} - \rho_{\text{II}}}{\rho_{\text{СМ}} - \rho''_{\text{II}}}\right) = 9,7605 \cdot 10^{-9} \frac{\text{с Па}}{\text{м}}$$

Площадь поверхности испарения

$$f := \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 0,002 \text{ м}^2$$

$$\rho_{\text{в}} := \text{CoolProp_Props}("D"; "T"; T_{\text{в}}; "Q"; 0; "Water") = 999,9 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Масса воды

$$M := f \cdot h_0 \cdot \rho_{\text{в}} = 0,0393 \text{ кг}$$

Время испарения воды

$$\tau := \frac{M}{j \cdot f} = 2,0489 \cdot 10^9 \text{ с} \quad \tau = 64,93 \text{ год}$$

Определение продолжительности испарения без учета стефанова потока

$$j_1 := \frac{D}{l} \cdot (\rho''_{\text{II}} - \rho_{\text{II}}) = 9,6846 \cdot 10^{-9} \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$$

Время испарения воды

$$\tau_1 := \frac{M}{j_1 \cdot f} = 2,065 \cdot 10^9 \text{ с} \quad \tau_1 = 65,44 \text{ год}$$

Погрешность расчета:

$$\Delta := \frac{\tau_1 - \tau}{\tau} = 0,784 \%$$

11. ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ ПАРА ИЗ ПАРОГАЗОВОЙ СМЕСИ

С подобными процессами мы встречаемся в холодильных, криогенных и энергетических установках, в системах кондиционирования воздуха и в ряде других технических устройств.

Физическая картина процесса. Рабочая среда состоит из пара и газов. Температура насыщения пара выше температуры поверхности стенки, а температура насыщения газов значительно ниже ее. Вследствие этого пар будет конденсироваться, газы конденсироваться не будут.

Неконденсирующиеся газы накапливаются около стенки аппарата. Частицам пара приходится диффундировать через слой парогазовой среды. Таким образом, в рассматриваемой ситуации возникает дополнительное термическое сопротивление, которое значительно снижает интенсивность теплообмена. Так, при наличии в конденсирующемся водяном паре 2 % воздуха значение коэффициента теплоотдачи уменьшается 3 раза по сравнению со значением коэффициента теплоотдачи при конденсации чистого пара.

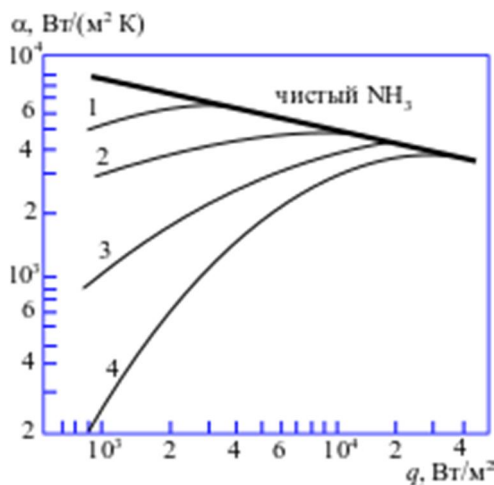


Рис.11.1. Влияние неконденсирующихся газов на коэффициент теплоотдачи при конденсации NH₃ с концентрацией неконденсатов в смеси: 0,33 % (1); 0,80 % (2); 2,28 % (3); 4,33 % (4)

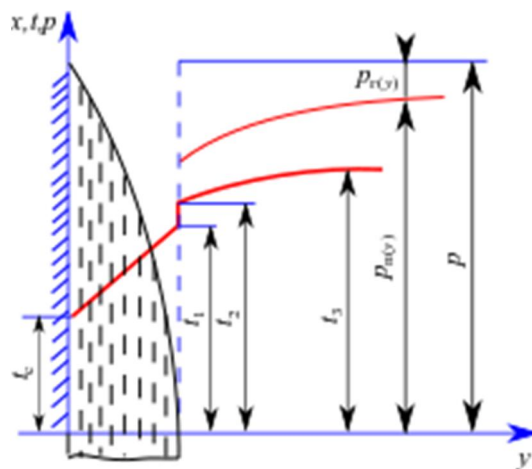


Рис. 11.2. Распределение температур и парциальных давлений при пленочной конденсации из парогазовой смеси p , $p_{п(y)}$, $p_{г(y)}$ – давления соответственно общее, пара и газа; t_c , t_1 , t_2 – температуры соответственно стенки, поверхности конденсатной пленки, парогазовой смеси у поверхности раздела фаз, в паровой зоне за пределами диффузионного слоя

Особо сильное влияние неконденсирующихся компонентов смеси на интенсивность теплообмена наблюдается при малых плотностях тепловых потоков (рис. 11.1). При больших плотностях тепловых потоков слой газа оттесняется в конец конденсатора, и большая часть поверхности теплообмена освобождается от него. Вместе с тем в конце аппарата образуется зона, в которой процесса конденсации не происходит.

Плотность теплового потока. Коэффициенты теплоотдачи. Термические сопротивления. Рассматривается случай пленочной конденсации пара из парогазовой смеси на вертикальной поверхности (рис. 11.2). Стенка для пара, газа и жидкости непроницаема. Температура ее ниже температуры насыщения и температуры парогазовой смеси. Парогазовая смесь, находясь в контакте со стенкой, отдает ей тепло. При этом пар конденсируется, и конденсат в виде пленки стекает вниз. Поверхность пленки жидкости непроницаема для газа. Газ, накапливаясь у поверхности пленки конденсата, образует диффузионный пограничный слой.

Плотность теплового потока, как известно, равна:

$$q = \alpha(t_3 - t_c), \quad (11.1)$$

где α – общий коэффициент теплоотдачи; t_3 – температура парогазовой смеси, находящейся за пределами диффузионного пограничного слоя; t_c – температура стенки.

Температурный напор $t_3 - t_c$ соответствует общему термическому сопротивлению R , которое в общем случае оно состоит из трех термических сопротивлений:

$$R = R_1 + R_2 + R_3,$$

где R_1 – термическое сопротивление пленки конденсата; R_2 – термическое сопротивление фазового перехода; R_3 – термическое сопротивление теплоотдаче от парогазовой смеси к пленке конденсата, которое называют диффузионным термическим сопротивлением.

Тогда имеем:

$$q = \frac{t_3 - t_c}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{t_3 - t_c}{\sum_{i=1}^3 R_i} \quad (11.2)$$

Сопоставление уравнений (11.1) и (11.2) позволяет получить выражение для коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha = \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 R_i}$$

Во многих задачах $R_2 \ll R_1$ и $R_2 \ll R_3$, и R_2 не учитывается. При этом можно считать, что температура на поверхности пленки конденсата, соприкасающейся с паром, соответствует температуре насыщения. R_1 можно определить в соответствии с решением Нуссельта, как сопротивление

$$R_1 = \frac{\delta_{\text{ж}}}{\lambda_{\text{ж}}} = \frac{1}{\alpha_1},$$

где $\alpha_1 = 0,943 \sqrt[4]{\frac{g\rho^2 r \lambda^3}{\mu \Delta t H}}$.

Диффузионное термическое сопротивление находят, используя следующую зависимость:

$$R_3 = \frac{t_3 - t_2}{q}$$

Плотность теплового потока находим из соотношения

$$q = \alpha_3 (t_3 - t_2) + r j_{\text{п}} \quad (11.3)$$

где α_3 – коэффициент теплоотдачи между парогазовой смесью и поверхностью пленки конденсата; r – теплота парообразования; $j_{\text{п}}$ – плотность потока массы пара у поверхности конденсата.

Плотность потока массы пара определяется уравнением

$$j_{\text{п}} = \beta (c_{\text{п3}} - c_{\text{п2}}), \quad (11.4)$$

где $c_{п3}$ – концентрация пара за пределами диффузионного пограничного слоя; $c_{п2}$ – концентрация пара у поверхности пленки конденсата.

Коэффициент теплоотдачи α_3 определяется по уравнениям подобия для конвективного теплообмена между паром и поверхностью пленки с учетом режима движения пара с внесением поправки, учитывающей влияние массообмена. Поправочный коэффициент имеет вид [6]:

$$\psi = \frac{St}{St_0} = f\left(\frac{j_{п}}{\rho w_0} \frac{1}{St_0}\right),$$

где St – критерий Стантона для процессов теплообмена, осложненных массообменом; St_0 – критерий Стантона для процессов конвективного теплообмена, не осложненных массообменом; w_0 – скорость движения потока.

При $\frac{j_{п}}{\rho w_0} \frac{1}{St_0} \leq 0,1$; $\psi = 1$. При $\frac{j_{п}}{\rho w_0} \frac{1}{St_0} > 1$; $\psi > 1$.

В общем случае, по данным [6], ψ имеет следующие значения:

$\frac{j_{п}}{\rho w_0} \frac{1}{St_0}$	0,2	0,4	0,6	0,8	1	2	4	6
ψ	1,113	1,292	1,46	1,60	1,76	2,40	4,00	6,00

Таким образом, для определения диффузионного термического сопротивления R_3 необходимо знать коэффициент массоотдачи, который получают, как правило, по эмпирическим уравнениям подобия.

Уравнения подобия, характеризующие процесс массоотдачи, при конденсации пара из парогазовой среды. Коэффициент массоотдачи при конденсации пара из практически неподвижной смеси водяного пара и воздуха может быть рассчитан согласно [6]:

$$\overline{Nu}_D = \frac{f}{1 - \Gamma^{-f}} \varphi \quad (11.5)$$

$$\text{где } \overline{\text{Nu}}_D = \frac{\beta R_T}{D}; f = \frac{\ln \frac{g_{г.с.}}{g_{г.ж.}}}{\ln \Gamma}; \Gamma = \frac{R_0}{R_T};$$

Здесь $g_{г.с.}$ – массовая доля газа у поверхности пленки конденсата; ϕ – коэффициент; R_T – радиус трубы (поверхности, на которой происходит конденсация); R_0 – радиус, на котором массовая доля газа равна $g_{г.ж.}$.

Для определения коэффициента ϕ рекомендуется формула

$$\phi = 0,66 \cdot \text{Gr}^{0,2}, \quad (11.6)$$

$$\text{где } \text{Gr} = \frac{g\beta(2R_T)^3}{\nu^2}(t_3 - t_2).$$

Зависимость (11.6) справедлива при $\text{Gr} \geq 8$. При $\text{Gr} \leq 8$; $\phi = 1$.

В уравнения (11.5) и (11.6) входят физические параметры парогазовой смеси, взятые при температуре t_3 .

Для движущейся смеси водяного пара с воздухом рекомендовано следующее уравнение подобия [6]:

$$\overline{\text{Nu}}_D = c \text{Re}^{0,5} \varepsilon_{г.ж.}^{-0,6} \pi_D^{-1,3} \quad (11.7)$$

где c – коэффициент; $\varepsilon_{г.ж.} = \frac{p_{г.ж.}}{p}$; $\pi_D = \frac{p_{п.ж.} - p_{п.с.}}{p}$; p – общее давление смеси; $p_{п.ж.}$ – парциальное давление водяного пара за пределами диффузионного пограничного слоя; $p_{п.с.}$ – парциальное давление водяного пара у поверхности пленки конденсата.

Множитель c имеет численные значения: для одиночной трубы $c = 0,47$; для первого ряда пучка труб $c = 0,53$; для третьего и последующих рядов $c = 0,82$.

Формула (11.7) применима при $\text{Re} = 350 \dots 4800$. Критерий Рейнольдса подсчитывают по скорости парогазовой смеси, омывающей трубу (или ряд труб). Определяющим размером является наружный диаметр труб, определяющей температурой – температура смеси.

Динамический коэффициент вязкости, входящий в критерий Re , определяют по уравнению

$$\mu_{\text{см}} = \frac{(1 - \varepsilon_{\text{г.ж.}}) \mu_{\text{п}} + 1,6 \cdot \varepsilon_{\text{г.ж.}} \cdot \mu_{\text{г}}}{1 + 0,61 \cdot \varepsilon_{\text{г.ж.}}} \quad (11.8)$$

где $\mu_{\text{п}}$, – соответственно, динамические коэффициенты вязкости пара и воздуха.

При выполнении расчетов обычно известны температуры стенки и парогазовой среды, находящейся за пределами диффузионного пограничного слоя. В ряд расчетных зависимостей, характеризующих интенсивность теплообмена при конденсации из парогазовой среды, входят величины, которые определяются температурой поверхности пленки конденсата, последняя неизвестна. В подобных ситуациях можно ее определить, пользуясь методом последовательного приближения.

Контрольные вопросы в заданиях.

1. Назовите и объясните основные способы переноса массы.
2. Какой процесс называется молекулярной диффузией? Аналитическое выражение законов Фика. Что называется коэффициентом молекулярной диффузии?
3. Какой процесс называется конвективной диффузией, конвективным массопереносом? Уравнение массоотдачи. Что называется коэффициентом массоотдачи?
4. Что называется полем концентрации, градиентом концентрации, изоконцентрационной поверхностью? Напишите уравнение поля концентрации.
5. Какие процессы называются термодиффузией и бародиффузией?
6. Понятие о диффузионном пограничном слое. Тройная аналогия.
7. Выведите диффузионные критерии подобия.
8. Что называют стефановым потоком массы?
9. Особенности тепло- и массообмена при конденсации пара из парогазовой смеси

12. ТЕПЛО- И МАССООБМЕН МЕЖДУ ВОДОЙ И ВЛАЖНЫМ ВОЗДУХОМ

Если поверхность воды соприкасается с воздухом и при этом температуры их различны, а парциальные давления водяного пара у границы раздела фаз и в объеме воздуха также неодинаковы, то между водой и воздухом происходит и тепло-, и массообмен. Молекулы воды, двигаясь хаотично, могут попасть в зону вблизи поверхности раздела фаз. Те из них, которые обладают внутренней энергией, равной внутренней энергии молекул сухого насыщенного или перегретого пара, преодолевают силы поверхностного натяжения и поступают в парогазовую среду. Часть молекул пара, соприкасаясь с поверхностью раздела фаз, возвращается обратно в жидкую фазу. Если число вырвавшихся из жидкости молекул больше числа вновь попавших в нее, то идет процесс испарения. Если число возвратившихся в жидкость молекул больше, чем вырвавшихся из нее, то происходит процесс конденсации. Процесс испарения происходит в том случае, когда температура жидкости выше температуры насыщения, соответствующей парциальному давлению пара, находящегося на достаточном удалении от поверхности раздела (в той зоне, где это давление постоянно). У самой поверхности раздела фаз давление пара $p_{\text{п}}$ равно давлению насыщения $p_{\text{п}}''$, соответствующему температуре поверхности жидкости, а в слоях парогазовой смеси парциальное давление пара будет меньше $p_{\text{п}}''$.

Эпюры распределения парциальных давлений пара в области, прилегающей к поверхности раздела фаз, для случая испарения представлены на рис. 12.1, *а*, а для случая конденсации - на рис. 12.1, *б*. В случае конденсации парциальное давление пара в парогазовой смеси выше давления насыщения пара, соответствующего температуре поверхности жидкости.

Распределение температур в парогазовой смеси, прилегающей к поверхности раздела фаз, представлено на рис. 12.2, *а* для случая испарения и на рис. 12.2, *б* для случая конденсации.

Вследствие наличия градиентов температур и концентраций в парогазовой смеси, прилегающей к поверхности жидкости, здесь образуются тепловой и диффузионный пограничные слои. Если рассматривать движущуюся парогазовую смесь, то в этих же слоях будет наблюдаться и гидродинамический пограничный слой.

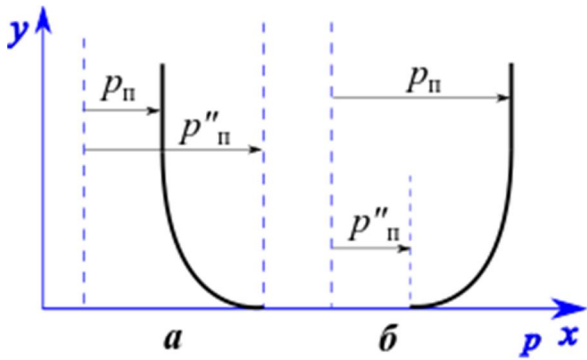


Рис. 12.1. Распределение парциальных давлений: *a* – испарение жидкости; *б* – конденсация пара

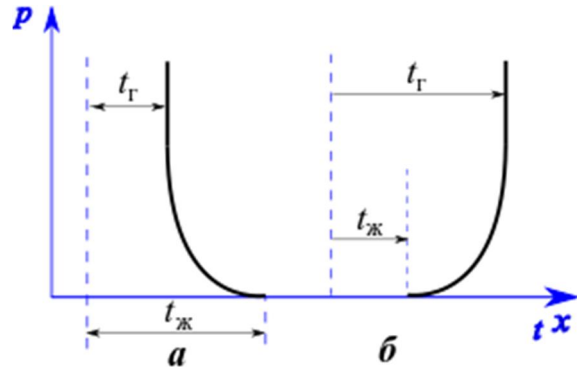


Рис. 12.2. Поле температур: *a* – испарение жидкости; *б* – конденсация пара; $t_{ж}$, $t_{г}$ – температуры жидкости соответственно на границе раздела фаз и в ядре потока

Пограничный слой может быть турбулентным, или ламинарным. В турбулентном пограничном слое теплота переносится в результате конвективного теплообмена, а масса – путем конвективного массообмена. В ламинарном пограничном слое теплота переносится теплопроводностью, а масса – молекулярной диффузией. Вместе с потоком массы передается внутренняя энергия частиц жидкости. Следовательно, общее количество теплоты определяется зависимостью

$$Q = Q_k + Q_m \quad (12.1)$$

где Q_k – теплота, передаваемая конвективным теплообменом; Q_m – теплота, передаваемая потоком испарившейся массы.

При написании уравнения (12.1) не учитывался лучистый теплообмен. Из предыдущего известно, что интенсивность теплообмена обычно характеризуется коэффициентом теплоотдачи, а интенсивность массоотдачи характеризуется коэффициентом массоотдачи. В следующем разделе приводится соотношение между ними. Это соотношение называется уравнением Льюиса.

В уравнении (12.1) Q_k и Q_m могут быть и положительными, и отрицательными. Так, если $t_{ж} > t_{г}$ и $p_{п}'' > p_{п}$, то и Q_k и Q_m будут положительными, а если $t_{ж} < t_{г}$ и $p_{п}'' < p_{п}$ (см. рис. 12.1, *б* и 12.2, *б*), то оба потока будут отрицательными (относительно парогазовой среды). Возможны и другие сочетания, например: $t_{ж} < t_{г}$; $Q_k < 0$, $p_{п}'' > p_{п}$, $Q_m < 0$. В подобных утопиях работает психрометр.

12.1 УРАВНЕНИЕ ЛЬЮИСА

Рассматривается случай тепло- и массообмена между водой и влажным воздухом, который в турбулентном режиме обдувает поверхность воды. При дальнейших рассуждениях будем считать, что соблюдается тройная аналогия.

Запишем уравнения подобия, характеризующие конвективный теплообмен (12.1.1) и массообмен (12.1.2):

$$\text{Nu} = b \text{Re}^n \text{Pr}^m; \quad (12.1.1)$$

$$\text{Nu}_D = b \text{Re}^n \text{Pr}_D^m. \quad (12.1.2)$$

Поделив уравнение (12.1.1) на уравнение (12.1.2), получим

$$\frac{\text{Nu}}{\text{Nu}_D} = \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_D} \right)^m, \text{ или } \frac{\alpha}{\beta\rho} = c'_3 \left(\frac{D}{a} \right)^{m-1}$$

где c'_p – изобарная теплоемкость влажного воздуха.

При соблюдении аналогии полей концентраций и температур $\frac{D}{a} = 1$. Следовательно,

$$\frac{\alpha}{\beta\rho} = c'_p \quad (12.1.3)$$

Из термодинамики влажного воздуха известно, что одним из параметров влажного воздуха является влагосодержание d . Этот параметр также характеризует концентрацию водяного пара в паровоздушной смеси. С учетом сказанного выражение для количества массы можно записать в форме:

$$M = \sigma(d'' - d) F\tau, \quad (12.1.4)$$

где d'' – влагосодержание насыщенного влажного воздуха, кг/кг; d – влагосодержание ненасыщенного влажного воздуха, кг/кг; σ – коэффициент испарения, кг/(м²·с); коэффициент испарения σ численно равен количеству массы, передаваемой (воспринимаемой) в единицу времени от единичной поверхности воды к парогазовой смеси при единичной разности влагосодержаний $d'' - d$.

Вместе с тем уравнение для количества массы можно записать, через коэффициент массоотдачи:

$$M = \beta(e'' - e)F\tau, \quad (12.1.5)$$

где e'' – абсолютная влажность насыщенного влажного воздуха возле поверхности жидкости ($e'' = \frac{M''_{\text{ж}}}{V}$); e – абсолютная влажность ненасыщенного влажного воздуха ($e = \frac{M_{\text{ж}}}{V}$); $M''_{\text{ж}}$ и $M_{\text{ж}}$ – массы соответственно, насыщенного и перегретого водяного пара.

Сопоставление уравнений (12.1.4) и (12.1.5) позволяет получить

$$\beta(e'' - e) = \sigma(d'' - d) \quad (12.1.6)$$

Так как водяной пар в воздухе содержится в небольших количествах (до 15%), то вполне допустимо считать оба компонента паровоздушной смеси находящимися в состоянии идеального газа. С учетом сказанного

$$d'' - d = \frac{p''_{\text{п}} - p_{\text{п}}}{p} \frac{R_{\text{г}}}{R_{\text{п}}} \quad (12.1.7)$$

$$e'' - e = \frac{p''_{\text{п}} - p_{\text{п}}}{R_{\text{п}}T}, \quad (12.1.8)$$

где $R_{\text{г}}$, $R_{\text{п}}$ – газовые постоянные воздуха и водяного пара; p – общее давление смеси; T – температура смеси.

При написании уравнения (12.1.7) предполагалось, что $p_{\text{п}} \ll p$, тогда $p_{\text{г}} \approx p$.

Из уравнений (12.1.6), (12.1.7) и (12.1.8) следует

$$\beta = \frac{1}{T} = \sigma \frac{R_{\Gamma}}{p}; \quad \beta \frac{p}{R_{\Gamma} T} = \sigma \quad \text{или} \quad \beta p = \sigma \quad (12.1.9)$$

Сопоставление уравнений (12.1.3) и (12.1.9) позволяет получить выражение

$$\frac{\alpha}{\sigma} = c'_p,$$

которое называют уравнением Льюиса.

Экспериментальная проверка правильности допущений об аналогии между переносом количества движения, энергии и массы показала, что эта аналогия точно соблюдается лишь в немногих частных случаях. Следовательно, и уравнение Льюиса не является универсальным. Вместе с тем следует подчеркнуть и то, что эти частные случаи имеют большое практическое значение. Так, при орошении жидкостью стенки трубы, с поверхности которой происходит испарение, аналогия подтверждается достаточно точно [5]. Правомерны представления тройной аналогии и при испарении с поверхности капли, движущейся в потоке воздуха. Более подробно этот процесс будет освещен в разделе 12.5.

12.2 УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОМАССОБМЕНА МЕЖДУ ПОВЕРХНОСТЬЮ ВОДЫ И ВОЗДУХОМ

Рассматривается задача, когда $t_{\text{ж}} > t_{\Gamma}$ и $p_{\text{п}}'' > p_{\text{п}}$ (см. рис. 12.1, *a* и 12.2, *a*). Выделим на поверхности раздела фаз элементарную площадку dF . Через эту площадку энергия в форме теплоты передается и конвективным переносом, и с испаряющейся влагой, т. е.

$$dQ = dQ_{\text{к}} + dQ_{\text{м}} \quad (12.2.1)$$

где $dQ_{\text{к}}$ - конвективный тепловой поток; $dQ_{\text{м}}$ — тепловой поток, обусловленный массообменом.

Их значения могут быть выражены следующими соотношениями:

$$dQ_k = \alpha(t_{\text{ж}} - t_{\text{г}})dF ; \quad (12.2.2)$$

$$dQ_m = r dM = r\sigma(d'' - d)dF . \quad (12.2.3)$$

В уравнении (12.2.3) r – теплота парообразования.

Сопоставление уравнений (12.2.1), (12.2.2), (12.2.3) позволяет получить:

$$dQ = \alpha(t_{\text{ж}} - t_{\text{г}})dF + r\sigma(d'' - d)dF ;$$

$$dQ = \sigma \left(\frac{\alpha}{\sigma} (t_{\text{ж}} - t_{\text{г}}) + r(d'' - d) \right) dF ,$$

$$dQ = \sigma \left(c'_p (t_{\text{ж}} - t_{\text{г}}) + r(d'' - d) \right) dF . \quad (12.2.3)$$

Из термодинамики влажного воздуха известно, что

$$c'_p = c_{p\text{п}} + c_{p\text{п}} d ; \quad (12.2.4)$$

$$r = r_0 - (c_{\text{ж}} - c_{p\text{п}}) t_{\text{ж}} ; \quad (12.2.5)$$

$$h = c_{p\text{в}} t_{\text{в}} + r_0 d + c_{p\text{п}} t_{\text{в}} d ; \quad (12.2.6)$$

$$h'' = c_{p\text{в}} t_{\text{ж}} + r_0 d'' + c_{p\text{п}} t_{\text{ж}} d'' . \quad (12.2.7)$$

При написании зависимостей (12.2.4)...(12.2.7) приняты следующие обозначения: $c_{p\text{в}}$ – изобарная теплоемкость сухого воздуха; $c_{p\text{п}}$ – изобарная теплоемкость пара; $c_{\text{ж}}$ – теплоемкость воды; h, h'' – удельные энтальпии соответственно ненасыщенного и насыщенного влажного воздуха; r_0 – теплота парообразования воды при $t_0 = 0$ °С.

При получении выражения (12.2.5) предполагалось, что в данной области температур изоэнтальпии совпадают с изотермами.

Совместное рассмотрение уравнений (12.2.3)...(12.2.7) позволяет получить

$$dQ = \sigma((h'' - h) + (d'' - d)c_{ж}t_{ж})dF,$$

или

$$dQ = \sigma(h'' - h)dF - c_{ж}t_{ж}dM \quad (12.2.8)$$

Уравнение (12.2.8) может быть преобразовано к виду

$$dQ = \sigma(h'' - h)AdF, \quad (12.2.9)$$

где $A = 1 - \frac{c_{ж}t_{ж}dM}{(h'' - h)dF}$.

Значение коэффициента A изменяется от 0,94 до 1,0. По данным [7], можно считать, что для воздухоохладителей $A = 1$, тогда уравнение (12.2.9) принимает вид

$$dQ = \sigma(h'' - h)dF$$

Ориентировочные значения A , рекомендуемые для расчета градиен и испарительных конденсаторов по данным [7], приведены ниже.

$t_{ж}, ^\circ\text{C}$	10	15	20	25	30	35
A	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94

При постоянстве σ , h'' и h формула для теплового потока запишется так: $Q = \sigma(h'' - h)F$.

Полученное выражение справедливо при $\frac{dM}{dF} = 0$, т. е. при равномерном влаговыделении со всей поверхности испарения.

12.3 АДИАБАТНОЕ ИСПАРЕНИЕ. КОЭФФИЦИЕНТ ВЛАГОВЫПАДЕНИЯ

Адиабатным испарением называют такой процесс, при котором теплота, передаваемая от парогазовой смеси путем конвективного теплообмена жидкости, затрачивается на ее испарение. Длительное протекание подобного процесса возможно в том случае, если энтальпия испаряющейся жидкости $H_{\text{п}}$ несопоставимо мала в сравнении с энтальпией парогазовой смеси $H_{\text{г}}$, т. е. $H_{\text{г}} \gg H_{\text{п}}$.

При адиабатном испарении $|Q_{\text{к}}| = |Q_{\text{м}}|$ (без учета лучеиспускания). Подставив в это равенство значения $Q_{\text{к}}$ и $Q_{\text{м}}$ (см. раздел 12.2) и имея в виду, что температура адиабатного испарения воды $t_{\text{ж}}$, называемая температурой мокрого термометра, обычно обозначается $t_{\text{м}}$, получим

$$t_{\text{ж}} = t_{\text{м}} = t_{\text{г}} - \frac{r\sigma(d'' - d)}{\alpha},$$

С учетом уравнения Льюиса

$$t_{\text{м}} = t_{\text{г}} - \frac{r(d'' - d)}{c'_p}$$

Отношение общего теплового потока, которым обмениваются поверхность жидкости и влажный насыщенный воздух, к его конвективной составляющей называют коэффициентом влаговываждения, т.е.

$$\xi = \frac{Q}{Q_{\text{к}}}. \quad (12.3.1)$$

При постоянстве σ , h'' , h , $c_{\text{ж}}$, $t_{\text{ж}}$, $t_{\text{г}}$ α интегралы уравнений (12.2.8) и $dQ_{\text{к}} = \alpha(t_{\text{ж}} - t_{\text{г}})dF$ можно записать в таком виде:

$$Q = \sigma(h'' - h)F - c_{\text{ж}}t_{\text{ж}}M; \quad (12.3.2)$$

$$Q_{\text{к}} = \alpha(t_{\text{ж}} - t_{\text{г}})F. \quad (12.3.3)$$

Совместное рассмотрение уравнений (12.3.1), (12.3.2), (12.3.3) позволяет получить

$$\xi = \frac{\sigma(h'' - h)F - h_{\text{ж}}M}{\alpha(t_{\text{ж}} - t_{\text{г}})F},$$

или

$$\xi = \frac{h'' - h - h_{\text{ж}}(d'' - d)}{c'_p(t_{\text{ж}} - t_{\text{г}})}, \quad (12.3.4)$$

где $h_{\text{ж}} = c_{\text{ж}}t_{\text{ж}}$.

С учетом выражений для энтальпии насыщенного и ненасыщенного влажного воздуха после некоторых преобразований уравнение (12.3.4) можно записать в виде

$$\xi = 1 + \frac{(r_0 + h_{\text{ж}})(d'' - d)}{c'_p(t_{\text{ж}} - t_{\text{г}})}. \quad (12.3.5)$$

При написании уравнения (12.3.5) предполагалось, что теплоемкости насыщенного и ненасыщенного влажного воздуха отличаются друг от друга на незначительную величину, т. е. их численное различие не учитывалось.

При определении общего теплового потока иногда используют выражение

$$Q = \alpha_{\text{об}}(t_{\text{ж}} - t_{\text{г}})F$$

тогда

$$\alpha_{\text{об}} = \alpha\xi. \quad (12.3.6)$$

Уравнение (12.3.6) используется при определении тепловых потоков, отдаваемых воздухом в воздухоохладителе.

В инженерных расчетах коэффициент влаговываждения можно рассчитать и по упрощенной формуле, рекомендованной в [8]:

$$\xi = \frac{h_1 - h_2}{c'_p(t_1 - t_2)}$$

где h_1, h_2 – энтальпии ненасыщенного влажного воздуха, поступающего в воздухоохладитель выходящего из него; t_1, t_2 – температуры воздуха на входе в воздухоохладитель и на выходе из него.

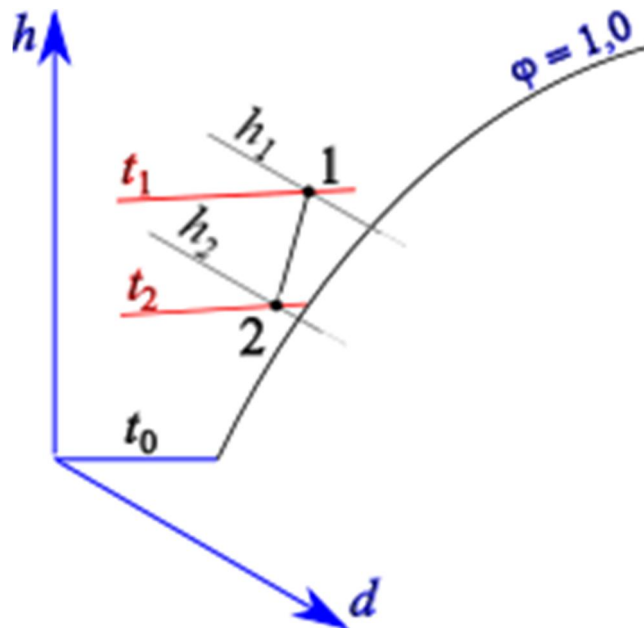


Рис. 12.3.1. Процесс 1—2 изменения состояния влажного воздуха в воздухоохладителе

Изменение состояния воздуха в этом процессе показано на рис. 12.3.1.

В процессе 1-2 ненасыщенный влажный воздух охлаждается, при этом уменьшается его влагосодержание.

Примеры

Горизонтальная поверхность воды обдувается потоком воздуха. Температура воды 20 °С, температура воздуха 10 °С. Относительная влажность 40%. Скорость движения воздуха 2,5 м/с. Общее давление воздуха 760 мм рт.ст. Длина поверхности воды в направлении движения воздуха 1,5 м. При решении принять, что тройная аналогия соблюдается. Определить коэффициент испарения.

ДАНО:

$t_w := 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293,15 \text{ K}$	температура воды
$t_r := 10 \text{ }^\circ\text{C} = 283,15 \text{ K}$	температура воздуха
$\varphi := 40 \%$	относительная влажность воздуха
$w := 2,5 \frac{\text{M}}{\text{C}}$	скорость движения воздуха
$p := 760 \text{ мм рт.ст.}$	давление
$l := 1,5 \text{ м}$	длина поверхности вдоль направления движения воздуха

РЕШЕНИЕ:

☐—свойства влажного воздуха

☐—Термодинамические и теплофизические свойства агентов

Теплофизические свойства сухого воздуха при t_r

$$v_{св} := v(t_r; p; 0) = 1,4203 \cdot 10^{-5} \frac{\text{M}^2}{\text{C}}$$

$$\lambda_{св} := \text{CoolProp_HAProps}(\text{"K"; "T"; } t_r; \text{"P"; } p; \text{"R"; } 0) = 0,0251 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}$$

$$c_{pсв} := \text{CoolProp_HAProps}(\text{"C"; "T"; } t_r; \text{"P"; } p; \text{"R"; } 0) = 1,006 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}}$$

$$a_{св} := a(t_r; p; 0) = 2,002 \cdot 10^{-5} \frac{\text{M}^2}{\text{C}}$$

Теплофизические свойства насыщенного водяного пара при t_r

$$v_{п} := v_{п}(t_r; p; 1) = 9,821 \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^2}{\text{C}}$$

$$\lambda_{п} := \text{CoolProp_Props}(\text{"L"; "T"; } t_r; \text{"Q"; } 1; \text{"Water"}) = 0,017 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}$$

$$c_{pп} := \text{CoolProp_Props}(\text{"C"; "T"; } t_r; \text{"Q"; } 1; \text{"Water"}) = 1,895 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}}$$

$$a_{п} := a_{п}(t_r; p; 1) = 9,769 \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^2}{\text{C}}$$

Влагосодержание и парциальное давление влажного насыщенного воздуха

$$d'' := \text{CoolProp_HAProps}(\text{"W"; "T"; } t_{\text{в}}; \text{"P"; } p; \text{"R"; } 1) = 14,76 \frac{\text{Г}}{\text{КГ}}$$

$$p''_{\text{п}} := \text{CoolProp_Props}(\text{"P"; "T"; } t_{\text{в}}; \text{"Q"; } 1; \text{"Water"}) = 2339,318 \text{ Па}$$

Влагосодержание ненасыщенного влажного воздуха

$$d := 0,622 \cdot \frac{p''_{\text{п}} \cdot \varphi}{p - p''_{\text{п}}} = 5,88 \frac{\text{Г}}{\text{КГ}}$$

$$d := \text{CoolProp_HAProps}(\text{"W"; "T"; } t_{\text{в}}; \text{"P"; } p; \text{"R"; } \varphi) = 5,82 \frac{\text{Г}}{\text{КГ}}$$

Массовая доля водяного пара

$$g_{\text{п}} := \frac{d}{1 + d} = 0,00579$$

Массовая доля сухого воздуха

$$g_{\text{св}} := 1 - g_{\text{п}} = 0,99421$$

Теплофизические свойства ненасыщенного влажного воздуха

$$\lambda := \lambda_{\text{св}} \cdot g_{\text{св}} + \lambda_{\text{п}} \cdot g_{\text{п}} = 0,025 \frac{\text{Вт}}{\text{М К}}$$

$$v := v_{\text{св}} \cdot g_{\text{св}} + v_{\text{п}} \cdot g_{\text{п}} = 1,981 \cdot 10^{-5} \frac{\text{М}}{\text{С}}$$

$$a := a_{\text{св}} \cdot g_{\text{св}} + a_{\text{п}} \cdot g_{\text{п}} = 2,556 \cdot 10^{-5} \frac{\text{М}}{\text{С}}$$

$$c_{\text{р}} := c_{\text{рсв}} \cdot g_{\text{св}} + c_{\text{рп}} \cdot g_{\text{п}} = 1,011 \frac{\text{кДж}}{\text{КГ К}}$$

Критерии подобия:

$$Pr := \frac{v}{a} = 0,775$$

$$Re := \frac{w \cdot l}{v} = 1,893 \cdot 10^5 \quad \text{режим турбулентный}$$

$$Nu := 0,037 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} = 552,5$$

Коэффициент теплотдачи

$$\alpha := \frac{Nu \cdot \lambda}{l} = 9,24 \frac{\text{Вт}}{\text{М К}}$$

Коэффициент испарения

$$\sigma := \frac{\alpha}{c_{\text{р}}} = 0,00914 \frac{\text{КГ}}{\text{М С}}$$

Определить массовый поток влаги, испарившейся с поверхности, длина и ширина которой одинаковы

Площадь поверхности

$$F := 1 \cdot 1 = 2,25 \text{ м}^2$$

Массовый поток влаги

$$M := \sigma \cdot (d'' - d) \cdot F = 1,838 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

Определить тепловой поток, отдаваемый поверхностью воды. Выполнить расчет по точной и приближенной формулам.

Энтальпия влажного воздуха

$$h'' := \text{CoolProp_HAProps}(\text{"H"; "T"; } t_{\text{в}}; \text{"P"; } p; \text{"R"; } 1) = 57,56 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

$$h := c_{\text{рсв}} \cdot (t_{\text{г}} - 273 \text{ К}) + c_{\text{рп}} \cdot (t_{\text{г}} - 273 \text{ К}) \cdot d = 10,32 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Тепловой поток:

$$c_{\text{ж}} := \text{CoolProp_Props}(\text{"C"; "T"; } t_{\text{г}}; \text{"Q"; } 0; \text{"Water"}) = 4,196 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}}$$

Точная формула:

$$Q_{\text{т}} := \sigma \cdot (h'' - h) \cdot F - c_{\text{ж}} \cdot (t_{\text{в}} - 273,15 \text{ К}) \cdot M = 955,7 \text{ Вт}$$

Приближенная формула:

$$Q_{\text{п}} := \sigma \cdot (h'' - h) \cdot F = 971,1 \text{ Вт}$$

Расхождение тепловых потоков, определяемых по точной и приближенной формулам:

$$\Delta := \frac{Q_{\text{п}} - Q_{\text{т}}}{Q_{\text{т}}} \cdot 100 = 1,61$$

Определить коэффициент влаговываждения

Конвективная составляющая теплового потока, которым обменивается поверхность воды с воздухом,

$$Q_{\text{к}} := \alpha \cdot (t_{\text{в}} - t_{\text{г}}) \cdot F = 207,8 \text{ Вт}$$

Коэффициент влаговываждения

$$\xi := \frac{Q_{\text{т}}}{Q_{\text{к}}} = 4,598$$

12.4 ТЕПЛОМАССОБМЕН ПРИ ИСПАРЕНИИ ВОДЫ ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОРИСТОЙ СИСТЕМЫ

При теплообмене поверхности твердого тела с газовой средой значение коэффициента теплоотдачи обычно не превышает 20...80 Вт/(м²·К). Одним из способов интенсификации такого процесса является покрытие поверхности слоем пористого металла, который смачивается водой.

В этом случае теплота передается не только теплопроводностью, конвекцией, радиацией, но и вместе с испаряющейся массой воды. Такие пористые покрытия (металлические, металлокерамические и др.) используются в аппаратах энергетических установок; применяются и в аппаратах холодильных машин для интенсификации процессов кипения холодильных агентов.

В рассматриваемой задаче возле поверхности твердого тела образуются и тепловой, и гидродинамический, и диффузионный пограничный слой. Вследствие этого наиболее интенсивный теплообмен наблюдается при относительно небольшом содержании водяного пара в смеси. С ростом содержания пара в смеси коэффициенты тепло- и массоотдачи уменьшаются.

Теоретического решения этой задачи пока нет, имеются лишь экспериментальные данные, обобщенные в виде критериальных уравнений. Для расчета коэффициентов теплоотдачи и массоотдачи при испарении воды из пористой системы с диаметром пор l можно использовать следующие уравнения, рекомендуемые в работе [6]:

$$\overline{Nu}_l = 4,55 \cdot 10^{-3} Re_l^{0,8} K^{0,4}; \quad (12.4.1)$$

$$\overline{Nu}_D = 2 \cdot 10^{-2} Re_l^{0,8} \pi_D \xi^{-0,5}, \quad (12.4.2)$$

где K – критерий фазового перехода; $K = \frac{r}{c_p \Delta T}$; $\pi_D = \frac{p''_{\text{п}} - p_{\text{п}}}{p}$; $\xi = \frac{p_{\text{п}}}{p}$.

Здесь $p''_{\text{п}}$ – парциальное давление водяных паров у поверхности испарения; $p_{\text{п}}$ – парциальное давление водяных паров вдали от поверхности испарения (за пределами диффузионного пограничного слоя); p – общее давление смеси.

Зависимости (12.4.1) и (12.4.2) получены при обобщении опытов по исследованию процесса тепломассообмена при испарении воды из металлической пористой пластины в продольный паровоздушный поток при условиях, близких к адиабатным. В критерии входят теплофизические параметры смеси. В качестве определяющего размера принята длина пластины вдоль потока, отсчитанная от начального участка испарения, определяющей температурой является температурой смеси за пределами диффузионного пограничного слоя.

В уравнения (12.4.1) и (12.4.2) входят разные критерии, следовательно, в рассматриваемой задаче аналогии между тепло- и массообменом нет.

Примеры

Пористая металлическая горизонтальная поверхность обдувается потоком воздуха. Скорость воздуха 10 м/с. Длина пластины в направлении движения воздуха 1,5 м. С поверхности пластины осуществляется испарение воды. Температура поверхности 30 °С. Температура воздуха 20 °С. Относительная влажность воздуха 50%. Общее давление воздуха 760 мм рт.ст. Ширина пластины 1,5 м.

Определить коэффициенты теплоотдачи, массоотдачи, часовое количество теплоты, отдаваемое поверхностью воздуху и часовое количество испарившейся жидкости.

ДАНО:

$w := 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	скорость воздуха
$l_1 := 1,5 \text{ м}$	длина пластины
$l_2 := 1,5 \text{ м}$	ширина пластины
$t_{\text{ст}} := 30 \text{ }^\circ\text{С}$	температура поверхности
$t_{\text{г}} := 20 \text{ }^\circ\text{С}$	температура воздуха
$\varphi := 50 \%$	относительная влажность воздуха
$p := 760 \text{ мм рт.ст.}$	общее давление воздуха

РЕШЕНИЕ:

☐ — свойства влажного воздуха

☐

Параметры влажного воздуха при $\varphi=50\%$ и $t_{\text{г}}=20$ оС:

$$p_{\text{п}} := \varphi \cdot p'_{\text{п}20} = 1168,4 \text{ Па}$$

$$p_{\text{п1}} := \varphi \cdot \text{CoolProp_Props}(\text{"P"; "T"; } t_{\text{г}}; \text{"Q"; } 1; \text{"R718"}) = 1169,7 \text{ Па}$$

$$d := 0,622 \cdot \frac{p_{\text{п}}}{p - p_{\text{п}}} = 7,26 \frac{\text{г}}{\text{кг}}$$

$$\text{CoolProp_HAProps}(\text{"W"; "P"; } p; \text{"T"; } t_{\text{г}}; \text{"R"; } \varphi) = 7,29 \frac{\text{г}}{\text{кг}}$$

$$p_{\text{св}} := p - p_{\text{п}} = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Массовые доли:

$$g_{\text{п}} := \frac{d}{1 + d} = 0,0073$$

$$g_{\text{г}} := 1 - g_{\text{п}} = 0,9927$$

Теплофизические свойства влажного воздуха:

$$\lambda := \lambda_n \cdot g_n + \lambda_r \cdot g_r = 0,0258 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}$$

$$a := a_r \cdot g_r + a_n \cdot g_n = 2,52 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

$$v := v_n \cdot g_n + v_r \cdot g_r = 1,9 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

$$c_p := c_{pn} \cdot g_n + c_{pr} \cdot g_r = 1,011 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}}$$

□

Критерии подобия:

$$Pr := \frac{v}{a} = 0,7511$$

$$Re := \frac{w \cdot l_1}{v} = 7,91 \cdot 10^5$$

$$r := 2453,7 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \quad r(t_r) = 2453,52 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

$$K := \frac{r}{c_p \cdot (t_{ст} - t_r)} = 242,64$$

$$\xi := \frac{p_n}{p} = 0,01153$$

$$\pi_D := \frac{p''_{п20} - p_n}{p} = 0,01153$$

$$Nu_1 := 4,55 \cdot 10^{-3} \cdot Re^{0,8} \cdot K^{0,4} = 2140,4$$

$$Nu_D := 2 \cdot 10^{-2} \cdot Re^{0,8} \cdot \pi_D \cdot \xi^{-0,5} = 112,3$$

коэффициент диффузии

$$p_o := 0,98 \text{ бар} \quad T := t_r$$

$$T_o := 273,15 \text{ К}$$

$$D := 2,31 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{p_o}{p} \cdot \left(\frac{T}{T_o} \right)^{1,81} \frac{\text{м}^2}{\text{с}} = 2,539 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

--

коэффициент теплоотдачи

$$\alpha := \frac{Nu_1 \cdot \lambda}{l_1} = 36,87 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$$

коэффициент массоотдачи

$$\beta := \frac{Nu_D \cdot D}{l_1} = 0,0019 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Кол-во теплоты, отдаваемое поверхностью

$$Q_\tau := \alpha \cdot (t_{cx} - t_r) \cdot l_1 \cdot l_2 = 829,6 \text{ Вт}$$

коэффициент испарения

$$\sigma := \frac{\alpha}{c_p} = 0,036 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$$

часовое количество испарившейся жидкости

$$M := \sigma \cdot (d''_{п30} - d) \cdot l_1 \cdot l_2 = 5,99 \frac{\text{кг}}{\text{ч}}$$

12.5 ТЕПЛОМАССОБМЕН МЕЖДУ ПАРОГАЗОВОЙ СМЕСЬЮ И ТЕЛАМИ, ИМЕЮЩИМИ ФОРМУ КАПЛИ ИЛИ ШАРА

В форсуночных камерах, в увлажнительных устройствах, имеющих широкое распространение в холодильной технике и в системах кондиционирования воздуха, происходит тепло- и массообмен между каплями воды и парогазовой смесью – влажным воздухом. Установлено, что в этих условиях аналогия между тепло- и массообменом соблюдается. Как показали непосредственные измерения, температура капель точно соответствует температуре мокрого термометра. Для расчета коэффициентов тепло- и массообмена между воздухом и поверхностью капель воды рекомендованы уравнения подобия:

$$Nu = 2,0 + 0,6 Re^{0,5} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (12.5.1)$$

$$Nu_D = 2,0 + 0,6 Re^{0,5} Pr_D^{\frac{1}{3}} \quad (12.5.2)$$

Эти уравнения применимы для интервала $0 < Re < 1000$. Определяющим размером является диаметр капли.

Для определения потока массы в той же работе рекомендуется уравнение

$$J = \frac{\lambda_B \Delta T}{r} \pi d \left(2 + 0,303 (Re Pr_D)^{0,6} \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_{II}} \right)^{0,5} \right), \quad (12.5.3)$$

где λ_B , λ_{II} – соответственно теплопроводность воздуха и пара; d – диаметр шара; r – теплота парообразования; ΔT – разность температур воздуха и поверхности шара.

Уравнение (12.5.3) применимое в интервале $1700 < Re < 6000$, получено при обобщении экспериментов, в которых исследовалось испарение на поверхности пробковых шаров, пропитанных водой. При исследовании рассматриваемого процесса установлено, что поверхность шара очень точно принимает температуру мокрого термо-

метра. Выражение $\left(\frac{\lambda_{\text{в}}}{\lambda_{\text{п}}}\right)^{0,5}$ в приближенной форме отражает влияние одновременности протекания процессов тепло- и массообмена.

Контрольные вопросы и задания.

1. Изобразите эпюры распределения парциальных давлений, массовых долей пара и газа, а также температур в диффузионном пограничном слое у поверхности жидкости.

2. Выведите уравнение Льюиса.

3. Выведите уравнение тепломассообмена между поверхностью воды и воздухом.

4. Какой процесс называется адиабатным испарением? Что называют температурой мокрого термометра?

5. Что называется коэффициентом влаговываждения?

6. Особенности тепломассообмена при испарении жидкости из пористой поверхности.

7. Особенности тепломассообмена между парогазовой смесью и каплей жидкости

13. ДВИЖУЩАЯ СИЛА МАССОПЕРЕДАЧИ И МАТЕРИАЛЬНЫЙ БАЛАНС МАСООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

До сих пор рассматривались процессы переноса массы через границу раздела фаз в предположении, что концентрации компонентов в основных потоках $\rho_{i,r0}$ и $\rho_{i,ж0}$ неизменны. В массообменных аппаратах концентрации фаз изменяются. Следовательно, все приведенные выше соотношения справедливы только для какого либо элементарного участка аппарата, с площадью поверхности dF .

Для расчета аппаратов необходимо установить, как будет изменяться движущая сила массопереноса по длине аппарата. Рассмотрим в качестве примера аппарат для абсорбции или десорбции, т.е. транспортируемым веществом в аппарате является примесь, переносимая из газообразного носителя в жидкий или наоборот.

В процессах абсорбции – десорбции концентрацию транспортируемого вещества удобно выражать в относительных массовых долях: x – в жидкой фазе, y – в газообразной. Особенностью таких аппаратов является еще и то, что в них расходы носителей остаются неизменными: $L=\text{const}$ и $G=\text{const}$, где L – массовый расход жидкости, G – то же для газа.

Будем считать, что движение сред в аппарате происходит в вертикальном направлении по схеме противотока: жидкость движется вниз, а газ вверх; это наиболее распространенная схема подобных аппаратов (рис.13.1)

Общий расход жидкой фазы в произвольном сечении аппарата

$$M_{\text{ж}} = L + Lx = L(1 + x) \quad (13.1)$$

то же для газовой фазы

$$M_{\text{г}} = G + Gy = G(1 + y) \quad (13.2)$$

В нижнем сечении аппарата при $F=0$, $x=x_{\text{ВЫХ}}$, $y=y_{\text{ВЫХ}}$, в верхнем сечении при $F=F_{\text{ап}}$, $x=x_{\text{ВХ}}$, $y=y_{\text{ВХ}}$.

На рис.13.1 приведена схема возможных изменений концентраций основных потоков фаз x и y (индекс «0» для сокращения записи опускают), а также расчётной концентрации жидкости по газу y_p . При

соблюдении закона Генри $y^p = \psi_{от} x$, где $\psi_{от}$ – коэффициент Генри, приведенный к относительной массовой концентрации. Очевидно, что при таком соотношении концентрации поток массы транспортируемого вещества направлен в газ, т.е. происходит процесс десорбции. Движущая сила процесса при этом может быть представлена как $\Delta y^p = y^p - y$. Из рисунка следует, что по длине аппарата Δy^p может изменяться.

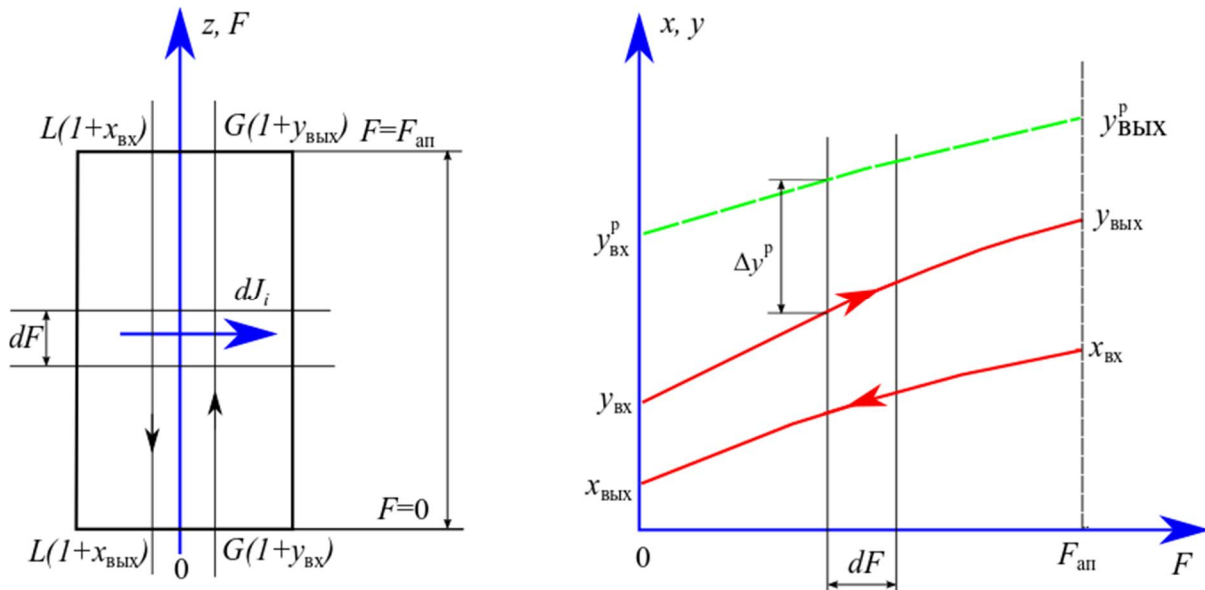


Рис. 13.1. Схема движения фаз и изменение концентраций в противоточном аппарате

Количество массы на участке dF по закону сохранения равно

$$dM_i = -d(L + Lx) = d(G + Gy) \quad (13.3)$$

ИЛИ

$$dM_i = -Ldx = Gdy$$

Знак минус означает, что в данном случае расход жидкой фазы убывает.

Интегрируя уравнение (13.3) в пределах аппарата, получаем уравнение материального баланса

$$M_i = L(x_{вх} - x_{вых}) = G(y_{вых} - y_{вх}), \quad (13.4)$$

где M_i – производительность массообменного аппарата.

Уравнение (13.4) справедливо для прямоточных аппаратов и, по существу, представляет собой систему двух уравнений:

$$\begin{cases} M_i = L(x_{\text{вх}} - x_{\text{вых}}) \\ M_i = G(y_{\text{вых}} - y_{\text{вх}}) \end{cases}$$

Поэтому при расчете аппаратов необходимо задавать любые пять из входящих сюда переменных, две оставшиеся, определяются из уравнения (13.4).

Если интегрировать уравнение (13.3) не по всему аппарату, а от нижнего сечения $F=0$ до произвольного сечения F , получаем выражение для концентрации газа в зависимости от концентрации жидкости в этом сечении

$$y = y_{\text{вх}} + \frac{L}{G}(x - x_{\text{вых}}) \quad \text{или} \quad y = c + Bx, \quad (13.5)$$

где $B = \frac{L}{G}$ – постоянный параметр данного аппарата – коэффициент орошения; $c = y_{\text{вх}} - Bx_{\text{вых}}$ – величина постоянная при заданном режиме работы аппарата.

Уравнение (13.5) носит название уравнения рабочих концентраций; и показывает, что концентрации в основных потоках обменивающихся сред находятся между собой в линейной зависимости (в координатах x – y уравнение (13.5) представляет собой прямую линию).

Уравнение, аналогичное (13.5), можно получить и для прямоточных аппаратов, но для них $B = -\frac{L}{G}$. Это означает, что наклон линий рабочих концентраций в диаграмме x – y для противоточных аппаратов положительный, а для прямоточных – отрицательный.

Если в диаграмме x – y нанести одновременно линии рабочих и равновесных концентраций, то можно наглядно представить, как изменяется движущая сила массопередачи в данном аппарате.

Построение таких графиков полезно для анализа работоспособности аппарата: аппарат может работать только в том случае, если линии равновесных и рабочих концентраций не пересекаются, так как пересечение этих линий означает, что движущая сила в точке пересечения

чения меняет знак, и в какой-то части объема аппарата вместо десорбции будет происходить абсорбция или наоборот. Из приведенных на рис.13.2 графиков следует, что при противотоке при прочих равных условиях наблюдаются большие значения и более равномерное распределение движущей силы, в связи, с чем эта схема движения предпочтительна.

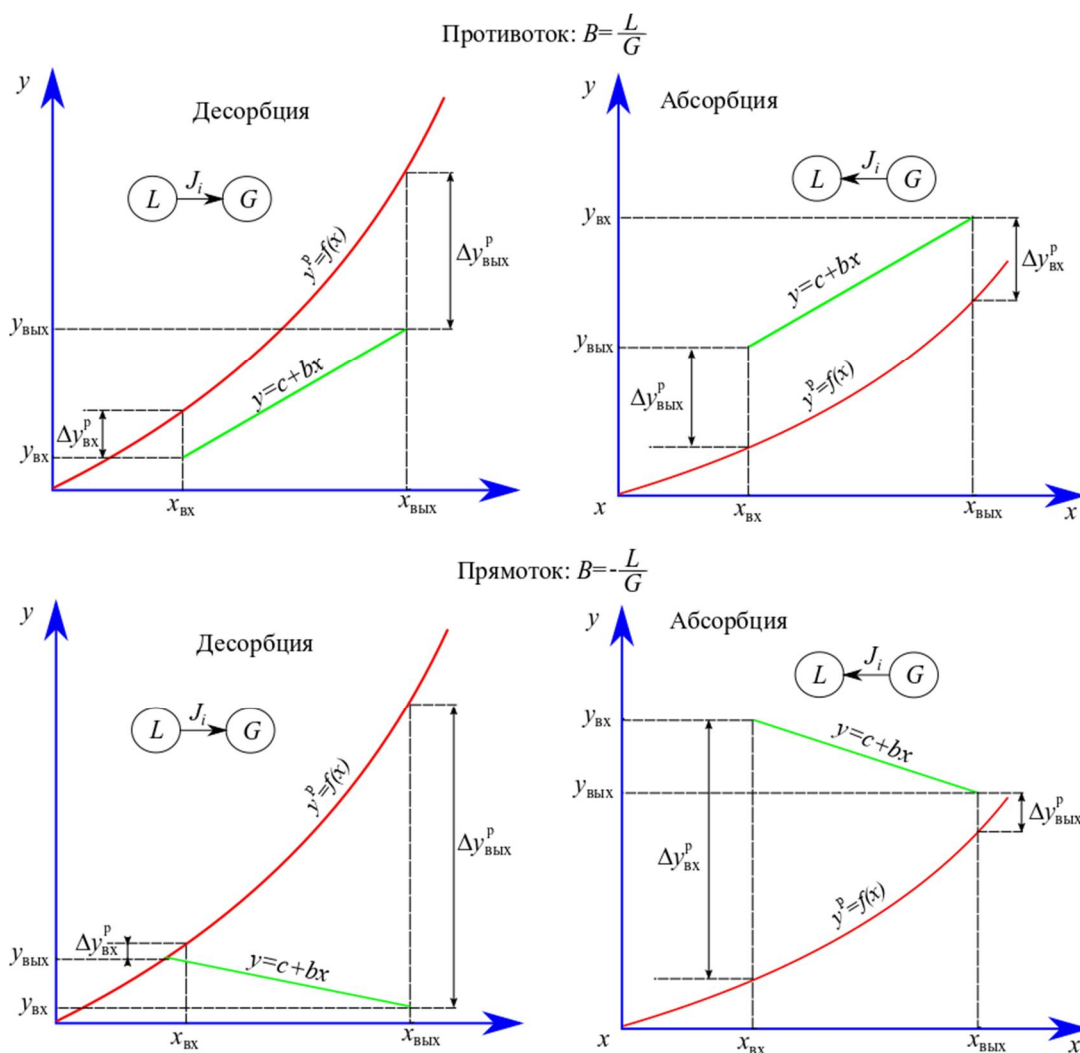


Рис. 13.2 Различные схемы движения фаз и изменение движущей силы массопередачи в аппаратах для абсорбции и десорбции.

Линия равновесных концентраций в большинстве случаев криволинейна: прямая линия равновесных концентраций имеет место для идеальных растворов; для них выполняется закон Генри.

14. МЕТОДЫ РАСЧЕТА МАСООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Прежде чем перейти к существующим методам расчета массообменных аппаратов, напомним основные положения расчета теплообменных аппаратов. Наиболее распространенный метод расчета рекуперативного аппарата сводится к определению площади поверхности теплообмена из уравнения теплопередачи

$$Q = k \Delta t_m F_{\text{ап}}, \quad (14.1)$$

где Δt_m – в общем случае среднеинтегральная разность температур между средами.

Площадь теплопередачи является основной исходной величиной для конструирования аппарата.

Аналогично уравнению (14.1) может быть записано уравнение массопередачи аппарата

$$M_i = k_r \overline{\Delta y}^p F_{\text{ап}}, \quad (14.2)$$

где $\overline{\Delta y}^p$ – средняя движущая сила массопередачи.

Однако входящая в уравнение (14.2) площадь массообмена может служить исходной величиной только при конструировании аппарата с фиксированной поверхностью раздела фаз.

Для конструирования аппаратов, в которых поверхность массопередачи формируется в процессе движения фаз, определение поверхности не имеет смысла. Такие аппараты обычно конструктивно оформляют в виде круглого или прямоугольного сечения, и их расчет сводится к определению объема аппарата, площади сечения и высоты или длины аппарата. Связь между перечисленными величинами представляется выражением

$$F_{\text{ап}} = a V_{\text{ап}} = a f H_{\text{ап}}, \quad (14.3)$$

где a – поверхность контакта фаз в единице объема; $V_{\text{ап}}$ – объем аппарата; f – сечение аппарата; $H_{\text{ап}}$ – высота аппарата.

С учетом (14.3) уравнение массопередачи (14.2) принимает вид:

$$M_i = k_r a \overline{\Delta y}^p V_{\text{ап}} = k_r a f \overline{\Delta y}^p H_{\text{ап}} \quad (14.4)$$

Заметим, что произведение $k_r a$ можно трактовать как коэффициент массопередачи, отнесенный к единице реактивного объема массообменного аппарата, его можно обозначить k_{rv} , кг/(м³·с). Этот коэффициент наиболее просто вычисляется по опытным данным и поэтому его определению посвящены многие экспериментальные исследования аппаратов, в которых затруднительно определить межфазную поверхность. Однако такие данные трудно поддаются обобщению и часто пригодны только для условий, полностью соответствующих эксперименту.

Сечение аппарата чаще всего выбирают из условий гидродинамики, например, недопустимости «захлебывания» и т.п. Площадь сечения связана с расходами и скоростями фаз уравнения сплошности, откуда

$$f = \frac{G(1+y)}{\rho_r w_{rпр}} = \frac{L(1+x)}{\rho_{гж} w_{жпр}} \quad (14.5)$$

Часто при небольших потоках транспортируемого вещества (примеси) по сравнению с потоками носителей при определении сечения аппарата приближенно можно считать $G(1+y) \approx G$ и $L(1+x) \approx L$.

Итак, если площадь сечения определена, то искомой величиной в уравнении массопередачи (14.4) является высота аппарата.

Существует несколько методов расчета массообменных аппаратов, в том числе: метод, основанный на вычислении средней движущей силы; метод, основанный на понятии о числе единиц переноса; метод определения числа ступеней изменения концентраций. Мы ознакомимся с первыми двумя.

Метод, основанный на вычислении средней движущей силы. Этот метод аналогичен методу расчета теплообменных аппаратов и сводится к расчету коэффициента массопередачи по известным коэффициентам массоотдачи и определению средней движущей силы в аппарате, после чего находится объем или высота аппарата из уравнения массопередачи (14.4)

Рассмотрим особенности определения средней движущей силы для этого случая. Как было отмечено выше, понятие о коэффициенте массопередачи применимо, если линия концентраций прямолинейна, т.е. $\rho_{i,\Gamma} = \Psi_{\rho} \rho_{i,ж0}$ или $y = \Psi_{от} x$, где Ψ_{ρ} и $\Psi_{от}$ – приведенные константы Генри. Отсюда $dy^p = \Psi_{от} dx$. Запишем, с учетом последнего соотношения, уравнение баланса массы для элементарного участка аппарата dF по уравнению (13.3) $dM_i = -\frac{L}{\Psi_{от}} dy^p = G dy$, откуда

$$dy^p - dy = -\left(\frac{\Psi_{от}}{L} + \frac{1}{G}\right) dM_i, \quad (14.6)$$

где $\frac{\Psi_{от}}{L} + \frac{1}{G} = m$ – постоянная величина.

Уравнение массопередачи для элементарного участка аппарата dF

$$dM_i = k_r \Delta y^p dF \quad (14.7)$$

Вынося за скобки знак дифференциала в левой части уравнения (14.6), получаем дифференциальное уравнение для движущей силы аппарата $\Delta y^p = y^p - y$

$$\frac{d(\Delta y^p)}{\Delta y^p} = -mk_r dF \quad (14.8)$$

Его интегрирование в пределах аппарата при $k_r m = \text{const}$ дает следующее выражение для движущей силы в произвольном сечении F

$$\Delta y^p (F) = \Delta y_{вх}^p \cdot \exp(-k_r m F), \quad (14.9)$$

а усреднение найденной величины по поверхности аппарата приводит к известной формуле среднелогарифмического напора, в данном случае – среднелогарифмической движущей силы

$$\overline{\Delta y}^p = \frac{\Delta y_{\text{ВХ}}^p - \Delta y_{\text{ВЫХ}}^p}{\ln \left(\frac{\Delta y_{\text{ВХ}}^p}{\Delta y_{\text{ВЫХ}}^p} \right)} \quad (14.20)$$

Зная величину $\overline{\Delta y}^p$, высоту или объем аппарата определяем из уравнения (14.4).

Недостатком этого метода является то, что он применим при линейной зависимости между x и y^p , что, как упоминалось, редко выполнимо на практике.

Метод, основанный на понятии о числе единиц переноса массы. Отличие данного метода от предыдущего состоит в том, что он позволяет рассчитать аппарата при любой форме зависимости между равновесными концентрациями газа и жидкости.

Введем понятие о числе единиц переноса, приравнивая правые части уравнений (14.6) и (14.7). Тогда

$$\frac{dy}{\Delta y^p} = \frac{k_r}{G} dF \quad (14.21)$$

Левой части этого выражения можно дать следующее физическое толкование: $\frac{dy}{\Delta y^p}$ показывает, чему равно приращение концентраций переносимого компонента в газовой фазе на каждую единицу движущей силы массопередачи на участке массообменной поверхности dF . Иначе величину $\frac{dy}{\Delta y^p}$ можно назвать числом единиц массы на элементарном участке аппарата.

Если проинтегрировать выражение (14.20) по всему аппарату, то в левой части получим число единиц переноса массы в аппарате N_r

$$N_r = \int_{y_{\text{ВХ}}^p}^{\Delta y_{\text{ВЫХ}}^p} \frac{dy}{\Delta y^p} = \frac{1}{G} \int_0^{F_{\text{ап}}} k_r dF \quad (14.22)$$

Если $k_r = \text{const}$

$$N_r = \frac{k_r F_{\text{ап}}}{G} = \frac{k_{\text{гв}} f H_{\text{ап}}}{G} \quad (14.23)$$

Если k_r переменна, то в выражение (14.23) следует подставить среднее значение.

Из уравнения (14.23) можно вычислить необходимую поверхность массообмена или высоту аппарата, если известно число единиц переноса массы.

В свою очередь, для определения числа единиц переноса необходимо вычислить $\int \frac{dy}{\Delta y^p}$. Рассмотрим общий метод вычисления этого интеграла при любом законе изменения движущей силы Δy^p по высоте.

В качестве примера возьмем аппарат, рассмотренный в главе 13. На рис.14.1. представлены линии рабочих и равновесных концентраций этого аппарата в диаграмме x - y .

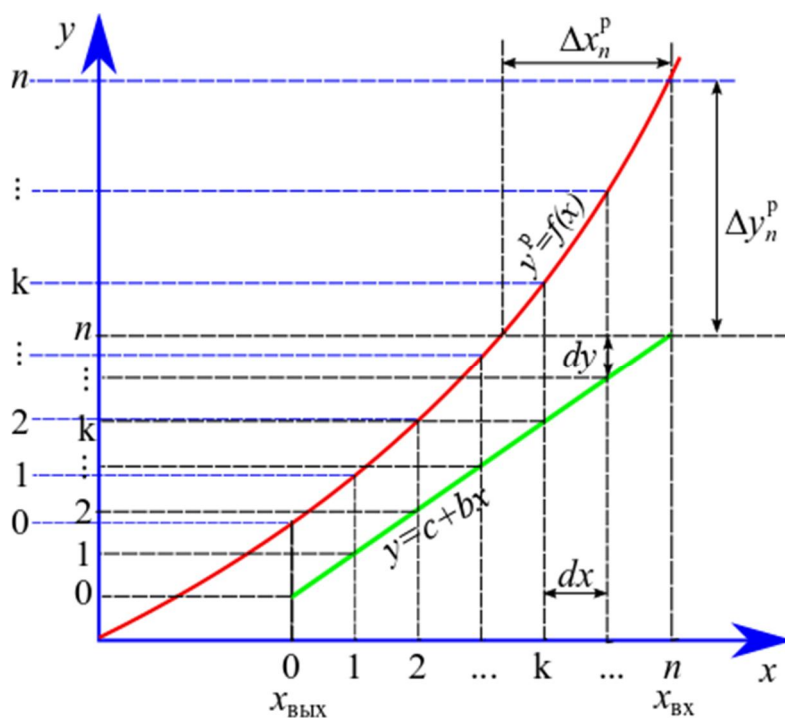


Рис.14.1 К вычислению единиц переноса массы

1. Разделим весь интервал изменения концентраций жидкой фазы на n равных частей величиной dx ; при изменении концентрации жидкости в аппарате x пробегает ряд значений: x_0, x_1, \dots, x_n , которые соответствуют ряду сечений аппарата.

2. Найдем значения концентрации в газе: y_0, y_1, \dots, y_n для тех же сечений по графику или более точно по уравнению линии рабочих концентраций $y=c+Bx$, а также значения равновесной концентрации $y_0^p, y_1^p, \dots, y_n^p$ по графику $y^p = f(x)$ или непосредственно из таблиц равновесных состояний данной смеси при заданных x_0, x_1, \dots, x_n .
3. Вычисляем значение движущей силы в рассматриваемых сечениях и обратную ей величину $\frac{1}{\Delta y^p}$.

Для удобства все перечисленные величины заносим в таблицу.

N точки	x	y	y^p	Δy^p	$1/\Delta y^p$
0	x_0	y_0	y_0^p	Δy_0^p	$\frac{1}{\Delta y_0^p}$
1	x_1	y_1	y_1^p	Δy_1^p	$\frac{1}{\Delta y_1^p}$
2	x_2	y_2	y_2^p	Δy_2^p	$\frac{1}{\Delta y_2^p}$
...
k	x_k	y_k	y_k^p	Δy_k^p	$\frac{1}{\Delta y_k^p}$
...
n	x_n	y_n	y_n^p	Δy_n^p	$\frac{1}{\Delta y_n^p}$

4. По данным таблицы строим график в координатах $y - \frac{1}{\Delta y^p}$ (рис.14.2). Нетрудно убедиться, что площадь под полученной кривой представляет искомый интеграл, т.е. равна числу единиц переноса массы. Интеграл можно определить планиметрированием соответствующего графика или численным интегрированием, например по формуле трапеций Симпсона.

$$N_{\Gamma} = \int_{\Delta y_{\text{вх}}^{\text{p}}}^{\Delta y_{\text{вых}}^{\text{p}}} \frac{dy}{\Delta y^{\text{p}}} \approx dy \left(0,5 \frac{1}{\Delta y_0^{\text{p}}} + \sum_{k=1}^{n-1} \Delta y_k^{\text{p}} + 0,5 \frac{1}{\Delta y_n^{\text{p}}} \right) \quad (14.24)$$

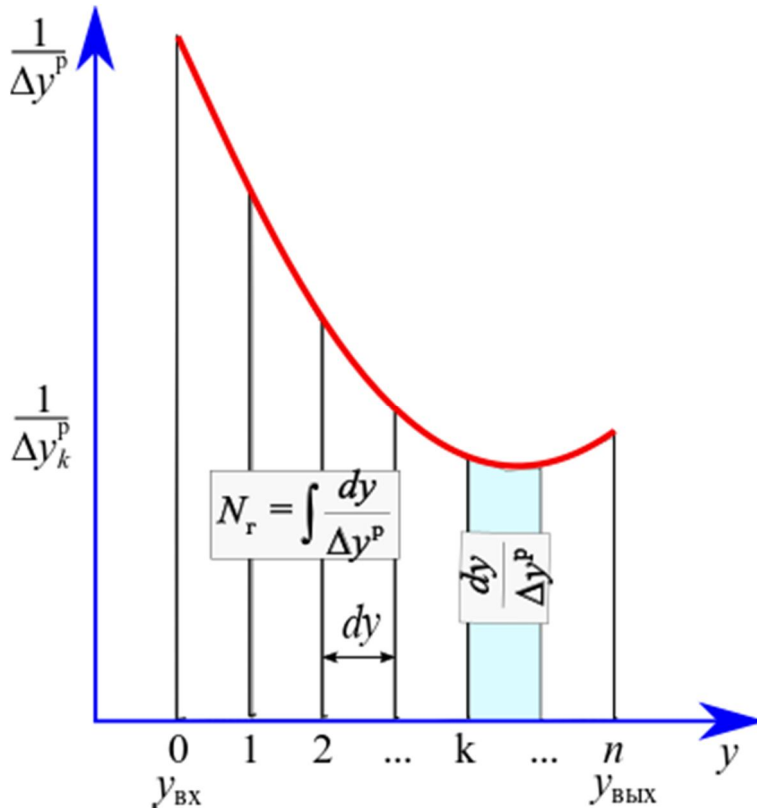


Рис.14.2 Графическая интерпретация числа единиц переноса массы

Мы рассмотрели число единиц переноса, характеризующее изменение концентрации в газовой среде. Однако из уравнений (14.6) и (14.7) можно получить аналогичные выражения для жидкой фазы

$$N_{\text{ж}} = \int_{\Delta x_{\text{вых}}^{\text{p}}}^{\Delta x_{\text{вх}}^{\text{p}}} \frac{dx}{\Delta x^{\text{p}}} \approx \frac{1}{L} \int_0^{F_{\text{ап}}} K_{\text{ж}} dF, \quad (14.25)$$

где $N_{\text{ж}}$ — число единиц переноса по жидкой фазе; $\Delta x^{\text{p}} = x^{\text{p}} - x$ — движущая сила массопереноса, приведенная к разности относительных массовых долей по жидкости (см.рис. 14.1); $K_{\text{ж}} = k_{\text{ж}} \cdot \rho_{\text{ж}}$ — коэффициент массопередачи по жидкости, отнесенный к разности относительных массовых долей i -го компонента жидкости.

Очевидно, что для расчета аппарата можно применять как N_Γ , так и $N_{\text{ж}}$. Обычно используют число единиц переноса для фазы, в которой сопротивление переносу массы является лимитирующим.

Если в аппарате контактного типа преобладает сопротивление переносу массы в одной из фаз и расход носителя несоизмеримо больше расхода транспортируемого вещества, то число единиц переноса удобно связать с критерием Стэнтона для данной фазы. Так, если лимитирующим является сопротивление газовой среды, т.е. $\frac{1}{\beta_\Gamma} \gg \frac{\Psi_\rho}{\beta_{\text{ж}}}$

и $G(1+y) \approx G$, то $k_\Gamma \approx \beta_\Gamma$ и $G \approx \rho_\Gamma f w_{\Gamma\text{пр}}$. Подставляя последнее выражение в уравнение (14.23), с учетом равенства $k_{\Gamma\nu} = k_\Gamma \rho_\Gamma a$, получаем

$$N_\Gamma = \frac{\beta_\Gamma \rho_\Gamma a f H_{\text{ап}}}{\rho_\Gamma f w_{\Gamma\text{пр}}} = \frac{\beta_\Gamma}{w_{\Gamma\text{пр}}} \cdot a H_{\text{ап}}$$

или

$$N_\Gamma = \text{St}_D \cdot a H_{\text{ап}} \quad (14.26)$$

Если для контактного аппарата известна или может быть найдена поверхность контакта фаз в единице объема, то уравнение (14.26) при определении $H_{\text{ап}}$ пользоваться удобней, чем уравнением (14.23), поскольку в литературе данные экспериментов по массоотдаче обычно представляют в виде уравнений подобия для критериев St_D или $\text{Nu}_D = \text{St}_D \text{Pr}_D$. При соблюдении условий тепло- и массообмена возможно также использовать данные о тепловых критериях St и Nu .

Если же определение удельной поверхности затруднительно, то, как упоминалось, в экспериментах определяют либо коэффициент массопередачи, отнесенный к объему аппарата, либо непосредственно число единиц переноса на единицу высоты аппарата

$$n_\Gamma = \frac{k_{\Gamma\nu}}{\rho_\Gamma w_{\Gamma\text{пр}}}, \left(\frac{1}{\text{м}} \right) \quad (14.27)$$

При известном n_r расчет аппарата сводится к определению его высоты по формуле

$$H_{\text{ап}} = \frac{N_r}{n_r} \quad (14.28)$$

Иногда экспериментаторы определяют не число единиц переноса на единицу высоты, а обратную величину – высоту единицы переноса для газа она равна $h_{l_{n_r}} = \frac{1}{n_r}$ и тогда $H_{\text{ап}} = N_r h_{l_{n_r}}$.

В любом из перечисленных вариантов необходимо определять общее число единиц переноса в аппарате по изложенной выше методике.

Расчетные уравнения подобия для определения коэффициента α и σ для некоторых конкретных конструкций аппаратов приведены в приложении 1 [11].

15. ЧИСЛО ЕДИНИЦ ПЕРЕНОСА И КПД ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Для расчета теплообменников понятие о числе единиц переноса по аналогии с массообменными аппаратами [10] впервые было введено В.М. Кейсом и А.Л. Лондоном. Такой подход в некоторых случаях имеет преимущество перед традиционным (через среднелогарифмическую разность температур), особенно при поверочном расчете, когда при известном $F_{\text{ап}}$ нужно найти Q и температуру сред на выходе.

Для вывода формулы числа тепловых единиц переноса запишем уравнения теплового баланса и теплопередачи на элементарном участке аппарата dF .

$$\begin{cases} dQ = -M_1 c_1 dt_1 = M_2 c_2 dt_2 \\ dQ = k \Delta t dF \end{cases}$$

Приравнивая правые части и интегрируя в пределах аппарата, получаем числа единиц переноса в теплообменном аппарате по греющей (индекс «1») и нагреваемой (индекс «2») средам

$$N_{t_1} = \int_0^{F_{\text{ап}}} \frac{dt_1}{\Delta t} = \frac{kF_{\text{ап}}}{c_1 M_1}, \quad N_{t_2} = \int_0^{F_{\text{ап}}} \frac{dt_2}{\Delta t} = \frac{kF_{\text{ап}}}{c_2 M_2} \quad (15.1)$$

Если теплопередача лимитируется термическим сопротивлением со стороны одной из сред (например, $\alpha_1 \gg \alpha_2$), то $k = \alpha_2$ и, с учетом уравнения сплошности потока, получаем

$$N_{t_2} = \frac{\alpha_2 F_{\text{ап}}}{c_2 M_2} = a St_2 H_{\text{ап}}, \quad (15.2)$$

где St_2 – тепловой критерий Стэнтона для нагреваемой среды.

Для случая соизмеримых коэффициентов теплоотдачи $\alpha_1 \approx \alpha_2$ в [10] приведена зависимость N_t от критериев St_1 и St_2 .

В работе [10] вводится также понятие о КПД теплообменника, под которым понимается

$$\eta_{\text{то}} = \frac{c_1 M_1 (t_{1\text{ВХ}} - t_{1\text{ВЫХ}})}{(cM)_{\min} (t_{1\text{ВХ}} - t_{2\text{ВХ}})} = \frac{c_2 M_2 (t_{2\text{ВЫХ}} - t_{2\text{ВХ}})}{(cM)_{\min} (t_{1\text{ВХ}} - t_{2\text{ВХ}})} \quad (15.3)$$

где $(cM)_{\min}$ – наименьшая из полных расходных теплоемкостей сред.

По физическому смыслу КПД теплообменника выражает соотношение между фактически переданной теплотой и максимально возможным количеством теплоты, которая может быть передана в идеальном противоточном теплообменнике с бесконечно большой поверхностью теплообмена.

Величина КПД теплообменника однозначно определяется числом единиц переноса, схемой движения сред и соотношением их полных расходных теплоемкостей, т.е

$$\eta_{\text{то}} = f \left(N_t; \frac{(cM)_{\min}}{(cM)_{\max}}; \text{схема движения} \right).$$

Зависимость $\eta_{\text{то}}$ от N_t и $\frac{(cM)_{\min}}{(cM)_{\max}}$ представлена в работе [10] в

виде графиков для различных схем движения в теплообменных аппаратах, что позволяет осуществлять как конструктивный, так и поверочный расчет по данному методу.

Примеры

Воздух в количестве 10 кг/с с начальной температурой 30 °С при относительной влажности 50% обрабатывается в аппарате с орошаемой насадкой с целью осушки и охлаждения. Необходимые конечные параметры температура 15 °С, относительная влажность 95%.

Охладитель - вода с начальной температурой 9 °С. Удельный расход воды на 1 кг сухого воздуха (иначе коэффициент орошения) $B=1,5$. В качестве насадки используются плоские параллельные пластины мипласта $\delta=0,8$ мм, $b=2$ мм, $d_э=3,6$ мм, $H=0,188$ м.

Вода форсунками набрызгивается на верхнюю часть пластины и стекает по обеим поверхностям пленкой, линейная плотность орошения 0,006 кг/(м с). Воздух движется в противоток со скоростью 2,2 м/с. Давление в аппарате постоянно и равно 0,1 МПа.

Определить конечную температуру воды, площадь теплообменной поверхности аппарата и площадь фронтального сечения.

Задачу решить методом, основанным на понятии числа единиц переноса.

ДАНО :

$G := 10 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$	массовый расход воздуха
$t_1 := 30 \text{ }^\circ\text{С}$	начальная температура воздуха
$\varphi_1 := 50 \%$	относительная влажность
$t_2 := 15 \text{ }^\circ\text{С}$	конечная температура воздуха
$\varphi_2 := 95 \%$	относительная влажность
$t_{\text{ввх}} := 9 \text{ }^\circ\text{С}$	начальная температура воды
$B := 1,5$	коэф. орошения
$\delta := 0,8 \text{ мм}$	толщина пластин
$b := 2 \text{ мм}$	расстояние между пластинами
$d_э := 3,6 \text{ мм}$	эквивалентный диаметр
$H := 0,3 \text{ м}$	высота пластин до
$G_v := 0,006 \frac{\text{кг}}{\text{м с}}$	линейная плотность орошения
$w := 2,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	скорость воздуха
$p := 0,1 \cdot 10^6 \text{ Па}$	давление в аппарате

РЕШЕНИЕ :

Общий расход воды

$$L := B \cdot G = 15 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

Конечная температура воды из уравнения теплового баланса

$$l \cdot c_w \cdot (t_{\text{ввых}} - t_{\text{ввх}}) = G \cdot (H_1 - H_2) \quad \text{уравнение теплового баланса}$$

$$c_v := 4,19 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}} \quad c_{pв} := 1,005 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}} \quad c_{pп} := 1,89 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}} \quad r_0 := 2500 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

$$p''_{п1} := \text{CoolProp_HAProps}("P_w"; "T"; t_1; "P"; p; "R"; 1) = 4265,4 \text{ Па}$$

$$p''_{п2} := \text{CoolProp_HAProps}("P_w"; "T"; t_2; "P"; p; "R"; 1) = 1712,7 \text{ Па}$$

$$d_1 := \text{CoolProp_HAProps}("W"; "T"; t_1; "P"; p; "R"; \varphi_1) = 13,55 \frac{\text{г}}{\text{кг}}$$

$$d_2 := \text{CoolProp_HAProps}("W"; "T"; t_2; "P"; p; "R"; \varphi_2) = 10,29 \frac{\text{г}}{\text{кг}}$$

$$h_1 := \text{CoolProp_HAProps}("H"; "T"; t_1; "P"; p; "R"; \varphi_1) = 64,82 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

$$h_2 := \text{CoolProp_HAProps}("H"; "T"; t_2; "P"; p; "R"; \varphi_2) = 41,09 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Температура воды на выходе из аппарата

$$t_{ввых} := t_{ввх} + \frac{1}{c_v \cdot B} \cdot (h_1 - h_2) = 12,78 \text{ }^\circ\text{C}$$

Средняя температура воды

$$t_{вср} := (t_{ввых} + t_{ввх}) \cdot 0,5 = 10,89 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$g := 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\mu_v := \text{CoolProp_Props}("V"; "T"; t_{вср}; "Q"; 0; "Water") = 1,273 \cdot 10^{-3} \text{ с Па}$$

$$\rho_v := \text{CoolProp_Props}("D"; "T"; t_{вср}; "Q"; 0; "Water") = 999,57 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Толщина пленки

$$\delta_{п} := \left(\frac{3 \cdot \mu_v \cdot G_v}{g \cdot \rho_v} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,133 \text{ мм}$$

Определяем плотность влажного воздуха.

Объемная доля водяного пара для состояний воздуха на входе и выходе из аппарата:

$$r_{п1} := \frac{1,61 \cdot d_1}{1 + d_1} = 0,0215$$

$$r_{п2} := \frac{1,61 \cdot d_2}{1 + d_2} = 0,0164$$

$$\rho_{\text{II}} := 0,03 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad \rho_{\text{B}} := 1,195 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$r_{\text{II}} := 0,02 \quad r_{\text{B}} := 1 - r_{\text{II}}$$

$$\rho_{\text{см}} := \rho_{\text{II}} \cdot r_{\text{II}} + \rho_{\text{B}} \cdot r_{\text{B}} = 1,172 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Энтальпийное число единиц переноса

$$N_{\text{э}} := 1,17$$

$$t_{\text{ср}} := \frac{t_1 + t_2}{2} = 22,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$w_{\text{B}} := \frac{G_{\text{в}}}{\rho_{\text{B}} \cdot B \cdot (b - 2 \cdot \delta_{\text{II}})} = 1,9298 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\mu_{\text{B}} := \text{CoolProp_Props}(\text{"V"; "T"; } t_{\text{ср}}; \text{"P"; } p; \text{"Air"}) = 1,83 \cdot 10^{-5} \text{ с Па}$$

$$\rho_{\text{B}} := \text{CoolProp_Props}(\text{"D"; "T"; } t_{\text{ср}}; \text{"P"; } p; \text{"Air"}) = 1,18 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$v_{\text{B}} := \frac{\mu_{\text{B}}}{\rho_{\text{B}}} = 1,5548 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

$$\lambda := \text{CoolProp_Props}(\text{"L"; "T"; } t_{\text{ср}}; \text{"P"; } p; \text{"Air"}) = 0,03 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}$$

Критерии

$$Re := \frac{w_{\text{B}} \cdot d_{\text{э}}}{v_{\text{B}}} = 446,8$$

$$Re_{\text{в}} := \frac{4 \cdot G_{\text{в}}}{\mu_{\text{в}}} = 18,8$$

$$Nu_{\text{D}} := 3,63 \cdot 10^{-3} \cdot Re^{1,02} \cdot Re_{\text{в}}^{0,08} = 2,32$$

$$Nu := 1,32 \cdot 10^{-3} \cdot Re^{1,1} \cdot Re_{\text{в}}^{0,1} = 1,4563$$

коэф. диффузии

$$T := t_{\text{ср}} = 295,65 \text{ К}$$

$$p_0 := 0,1 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$T_0 := 273 \text{ К}$$

$$D_0 := 2,28 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

$$D := D_0 \cdot \frac{p_0}{p} \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1,81} = 2,63 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

коэф. полного теплообмена

$$\sigma_{\text{эк}} := \frac{Nu_{\text{D}} \cdot D \cdot \rho_{\text{B}}}{d_{\text{э}}} = 0,02 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \text{ с}}$$

коэф. теплоотдачи

$$\alpha_{\text{ЭК}} := \frac{Nu \cdot \lambda}{d_{\text{э}}} = 10,54 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$$

Коэф. совершенства процесса тепломассообмена в данном аппарате

$$\xi := \frac{\alpha_{\text{ЭК}}}{\sigma_{\text{ЭК}} \cdot C_{\text{РВ}}} = 0,5248$$

коэф. массоотдачи с учетом ξ

$$\sigma := \xi \cdot \sigma_{\text{ЭК}} = 0,0105 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$$

Поверхность теплообменного аппарата

$$F_{\text{ап}} := \frac{N_{\text{э}} \cdot G}{\sigma} = 1115,4 \text{ м}^2$$

Компоновка аппарата

Общая длина поверхности орошения пластин

$$l := \frac{L}{G_{\text{в}}} = 2500 \text{ м}$$

с учетом орошения с двух сторон каждой пластины,

$$l_{\text{п}} := \frac{l}{2} = 1250 \text{ м}$$

Площадь "живого" сечения для воздуха (из уравнения сплошности)

$$f_{\text{ж}} := \frac{G}{w \cdot \rho_{\text{в}}} = 3,86 \text{ м}^2$$

Задаемся глубиной насадки или длиной одной пластины

$$L_{\text{п}} := 1 \text{ м}$$

Число пластин

$$n := \frac{l_{\text{п}}}{L_{\text{п}}} = 1250$$

Ширина насадки

$$B := \frac{f_{\text{ж}}}{n \cdot (b + \delta)} = 1,1 \text{ м}$$

Поверхность пластины

$$F_{\text{пл}} := \frac{F_{\text{ап}}}{2 \cdot n} = 0,4462 \text{ м}^2$$

Высота пластин

$$H := \frac{F_{\text{пл}}}{L_{\text{п}}} = 0,4462 \text{ м}$$

Площадь фронтального сечения

$$F_{\text{фр}} := B \cdot L_{\text{п}} = 1,1 \text{ м}^2$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теоретические основы хладотехники. Ч. 1. Термодинамика / Под ред. Э.И. Гуйго. – М.: Колос, 1994. – 288 с.
2. Теоретические основы хладотехники. Ч. 2. Теплообмен / Под ред. Э.И. Гуйго. – М.: Колос, 1994. – 288 с.
3. Кафаров В.В. Основы массоотдачи. – 3-у изд., перераб. И доп. – М.: Высшая школа, 1979. – 439 с.
4. Аношин И.М. Теоретические основы массообменных процессов пищевых производств. – М.: Пищевая промышленность, 1970. – 342 с.
5. Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М. Теория тепло- и массообмена/ Пер. с англ. Э.М. Фурмановой, Г.Р. Малявского, Л.Б. Шашковой; Под ред. А.В. Лыкова – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961, –680 с.
6. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1981. – 417 с.
7. Теплофизические основы получения искусственного холода: Справочник: Холодильная техника / Под ред. А.В. Быкова. – М.: Пищевая промышленность, 1980. – 232 с.
8. Ладыженский Р.М. Кондиционирование воздуха. – М.: Госторгиздат, 1962. – 386 с.
9. Григорьев В.А., Крохин Ю.И. Тепло- и массообменные аппараты криогенной техники . – М.: Энергоиздат, 1982. – 312 с.
10. Кейс В.М., Лондон А.Л. Компактные теплообменники. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1962. – 160 с.
11. Универсальные контактные аппараты для тепловлажностной обработки воздуха в системах кондиционирования воздуха // Строительство и Архитектура: Обзорная информация (Сер.9, Инженерное обеспечение объектов строительства). – М.: Стройиздат, 1984 – 66 с.
12. G.Nellis, S. Klein, Heat Transfer . – Cambridge University Press, 2009. – 1107 p
13. J.H. Lienhard IV, A Heat Transfer Textbook. – Cambridge, MA: Phlogiston Press, 2017, 755p

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Уравнения подобия для расчета процессов тепловлажностной обработки воздуха в пленочных универсальных контактных аппаратах с насадкой регулярной структуры

Таблица 1

Тип насадки: плоскопараллельная из сплошных пластин, пленок и т.п.

№ П/П	Схема движения воздуха и тепло- носителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения							
			Критерии и дру- гие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H , м	b , мм	δ , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки
1	прогибоек	$Nu = 1,32 \cdot 10^{-3} Re^{1,1} Re_w^{0,1}$ $Nu_D = 3,63 \cdot 10^{-3} Re^{1,02} Re_w^{0,08}$	$Re = 230 \div 580$ $Re_w = 19 \div 96$	1 ÷ 2,5	3,6	0,3	2	0,8	0,006 ÷ 0,03	Мипласт
2		$Nu = 0,149 Re^{0,72} Re_w^{0,35} \left(\frac{H}{d_3} \right)^{-0,72} \Theta_H^{0,26}$ $Nu_D = 0,138 Re^{0,72} Re_w^{0,35} \left(\frac{H}{d_3} \right)^{-0,72}$ $\Theta_H = \frac{t_{MH} - T_H}{t_{PH} - T_H}$	$Re = 350 \div 1250$ $Re_w = 10 \div 50$ $\Theta_H = 1,1 \div 2,25$	1,4 ÷ 6,0	3,65	0,188	2	0,8	0,003 ÷ 0,015	
3		$Nu = 10^{-3} Re^{1,33}$ $Nu_D = 0,85 \cdot 10^{-3} Re^{1,33}$	$Re = 6680 \div 12780$ $Re_w = 245$	3,8 ÷ 7,3	27	0,65	15	0,8	0,0556	

Продолжение таблицы 1

№ п/п	Схема движения воздуха и теплоносителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения							
			Критерии и другие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H , м	b , мм	δ , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки
4	противоток	$Nu_D = 14,1 \cdot 10^{-3} Re^{0,8} Re_w^{0,2} \left(\frac{H}{d_3}\right)^{-0,27} \left(\frac{d_3}{b}\right)$	$Re = 250 \div 1600$ $Re_w = 14 \div 130$ $\frac{H}{d_3} = 39 \div 84$ $\frac{d_3}{b} = 1,5 \div 1,8$	1÷3	3,6÷7,6	0,3	2÷5	0,75÷1,5		мипласт
5		$Nu_D = 14,5 \cdot 10^{-3} Re^{0,7} Re_w^{0,3}$	$Re = 3320 \div 6640$ $Re_w = 175 \div 520$	1÷2	50	3,1	25	0,4	0,0353÷0,105	пластмассовые перфорированные листы

№ п/п	Схема движения воздуха и теплоносителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения													
			Критерии и другие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H , м	b , мм	δ , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки						
6	противоток	$Nu_D = 17,2 \cdot 10^{-3} Re^{0,7} Re_w^{0,3}$	$Re = 4980 \div 9960$ $Re_w = 180 \div 740$	1 ÷ 2	75	1,22 ÷ 2,44	37,5	7	0,037 ÷ 0,148	плоские асбестоцементные листы						
		$Nu_D = 16,8 \cdot 10^{-3} Re^{0,72} Re_w^{0,28}$	$Re = 4130 \div 8260$ $Re_w = 160 \div 630$								62,2	31,1	0,032 ÷ 0,127			
		$Nu_D = 12,9 \cdot 10^{-3} Re^{0,76} Re_w^{0,24}$	$Re = 3290 \div 6580$ $Re_w = 130 \div 520$											49,6	24,8	0,0264 ÷ 0,106
		$Nu_D = 12,3 \cdot 10^{-3} Re^{0,73} Re_w^{0,27}$	$Re = 2440 \div 4890$ $Re_w = 105 \div 420$													

№ п/п	Схема движения воздуха и теплоносителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения							
			Критерии и другие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H , м	b , мм	δ , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки
7	противоток	$Nu = 0,222Ar^{0,333} \left(\frac{H}{d_3} \right)^{0,15}$ $Nu_D = 0,222Ar^{0,333} \left(\frac{H}{d_3} \right)^{0,15}$	$Ar = 4 \cdot 10^6 \div 3 \cdot 10^8$ $\frac{H}{d_3} = 10 \div 50$ <p>теплоноситель: вода, водные растворы хлористого кальция и хлористого лития</p>		10÷50	0,5	5÷30		0,001÷0,2	стеклянные пластины, листы из целлюлозы, пропитанные антикоррозийной смолой, сетки капроновые, хлопчатобумажные, из нержавеющей стали

Продолжение таблицы 1

№ п/п	Схема движения воздуха и теплоносителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения							
			Критерии и другие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	L , м	b , мм	δ , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки
8	перекрестный ток	$Nu = 0,6 \cdot 10^{-3} Re^{1,13}$ $Nu_D = 0,6 \cdot 10^{-3} Re^{1,13}$	$Re = 4650 \div 40000$ теплоноситель: водные растворы этиленгликоля, хлористого кальция и хлористого натрия	2,5÷19	13,7÷41,7	0,25÷0,45	2÷5	0,75÷1,5	0,0083	стеклоткань
9		$Nu = 0,236 Re^{0,48}$ $Nu_D = 0,18 Re^{0,48}$	$Re = 1700 \div 2300$ $B=0,5 \div 5$ кг/кг теплоноситель: 30-45% водный раствор хлористого лития	2,25÷3	12÷24	0,9÷1,1	6÷12		0,044÷0,11	мишаст, капроновое полотно
		$Nu = 0,012 Re^{0,86}$ $Nu_D = 0,009 Re^{0,86}$	$Re = 2300 \div 10000$ $B=0,5 \div 5$ кг/кг теплоноситель: 30-45% водный раствор хлористого лития	3÷8						
		$Nu = 0,08 Re^{0,65}$ $Nu_D = 0,061 Re^{0,65}$	$Re = 10000 \div 13000$ $B=0,5 \div 5$ кг/кг теплоноситель: 30-45% водный раствор хлористого лития	8÷10						

№ п/п	Схема движения воздуха и теплоносителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения							
			Критерии и другие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H , м	b , мм	δ , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки
10	прямоток	$Nu = 26 \cdot 10^{-3} Re^{0,65} \left(\frac{d_3}{d_{эм}} \right)^{0,92}$ $Nu_D = 26 \cdot 10^{-3} Re^{0,65} \left(\frac{d_3}{d_{эм}} \right)^{0,92}$	$Re = 7000 \div 80000$ $d_{эм} = 15$ мм теплоноситель: водные растворы этиленгликоля, хлористого кальция и хлористого натрия	2÷40	15÷82	0,67÷1,0	7,75÷41,25		0,0365	стеклогкань, капроновая сетка

Таблица 2

Тип насадки: плоско-параллельная с поперечными сплошными ребрами

№ п/п	Схема движения воздуха и теплоносителя	Расчетные формулы		Пределы применимости и другие дополнения							
				Критерии и другие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H , м	b , мм	h , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки
1	перекрестный ток	$\left(\frac{l_1}{l_2}\right)=0;$	$Nu_D = 0,17 Re^{0,8} \left(\frac{h}{d_3}\right)^{0,4}$ $Nu = 0,17 Re^{0,8} \left(\frac{h}{d_3}\right)^{0,4}$	$Re = 2000 \div 14000$ $Re_w = 80$ $l_2 = 25$ мм $L = 0,31$ м коэффициенты тепло- и массообмена отнесены к поверхности гладких пластин	2,5 ÷ 10 (без учета сужения «живого сечения» ребрами)	14 ÷ 28	0,4	7 ÷ 14	2,2	0,02	мишаст
		$\left(\frac{l_1}{l_2}\right)=0,25;$	$Nu_D = 0,19 Re^{0,76} \left(\frac{h}{d_3}\right)^{0,35}$ $Nu = 0,19 Re^{0,76} \left(\frac{h}{d_3}\right)^{0,35}$								
		$\left(\frac{l_1}{l_2}\right)=0,5;$	$Nu_D = 0,15 Re^{0,77} \left(\frac{h}{d_3}\right)^{0,27}$ $Nu = 0,15 Re^{0,77} \left(\frac{h}{d_3}\right)^{0,27}$								

Таблица 3

Тип насадки: плоско-параллельная с шипами

№ П/П	Схема движения воздуха и теплоносителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения							
			Критерии и другие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H (или L), м	b , мм	δ , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки
1	протополок, перекрестный ток, прямоголок	$Nu = 0,628 Re^{0,65} \left(\frac{S_w}{d_3} \right)^{-0,22}$ $Nu_D = 0,28 Re^{0,65} \left(\frac{S_w}{d_3} \right)^{-0,22}$	$Re = 130 \div 1750$ $Re_w = 16 \div 20$ $d_{ш} = 1,3 \div 1,8$ мм $S_{ш} = 6,7 \div 13,4$ мм <i>коэффициенты тепло- и массообмена отнесены к поверхности пластин без оребрения</i>	0,3÷4 (без учета сужения «живого сечения» шипами)	7	0,2÷0,8	3,5	0,2÷0,4	0,004÷0,005	поливинилхлорид

Таблица 4

Тип насадки: плоскопараллельная с гофрированной вставкой

№ П/П	Схема движения воздуха и теплоносителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения					Материал насадки		
			Критерии и другие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H (или L), м	b , мм		δ , мм	G_w , кг/(м·с)
1	противоток, перекрестный ток, прямоток	$Nu = 0,226 Re^{0,9}$ $Nu_D = 0,095 Re^{0,9}$	$Re = 130 \div 1750$ $Re_w = 16 \div 20$ коэффициенты тепло- и массообмена отнесены к поверхности пластин без вставки	0,3÷4 (без учета сужения «живого сечения» вставкой)	7	0,2÷0,8	3,5		0,004÷0,005	поливинилхлорид

Таблица 5

Тип насадки: волнисто-параллельная

№ п/п	Схема движения воздуха и теп- лоносителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения					Материал насадки	
			Критерии и дру- гие дополнения	w , м/с	$d_э$, мм	H (или L), м	b , мм		G_w , кг/(м·с)
1	перекрестный ток (воздух движется по- перек волн)	$Nu_D = 0,035 Re^{0,8}$	$Re = 9540 \div 12250$ Re_w (нет данных)	5,8÷6,42 (без учета сужения «живого сечения» вставкой)	24÷28		12÷14		Лист асбестоцементный (шифер), ГОСТ 378-76 (шаг волн 114 мм, толщина ли- стов 5,5 мм)

№ п/п	Схема движения воздуха и теплоносителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения						
			Критерии и другие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H (или L), м	b , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки
2	Противоток (воздух движется вдоль волн)	$Nu_D = 24,4 \cdot 10^{-3} Re^{0,66} Re_w^{0,34}$	$Re = 4980 \div 9960$ $Re_w = 180 \div 740$	1÷2	75	1,22÷2,44	37,5	0,037÷0,15	волнистые асбестоцементные листы, (шаг волны 146 мм, толщина листов 7 мм, расстояние между вершинами противоположных волн по внешним сторонам листа 54 мм)

Продолжение таблицы 5

№ П/П	Схема движения воздуха и теплоносителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения					Материал насадки						
			Критерии и другие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H (или L), м	b , мм		G_w , кг/(м·с)					
3	противоток (воздух движется вдоль волн)	$Nu_D = 12,8 \cdot 10^{-3} Re^{0,657} Re_w^{0,343}$	Re = 1990 ÷ 3980 Re _w = 160 ÷ 470	1 ÷ 2	30	2,8	15	0,032 ÷ 0,095						
		$Nu_D = 19,7 \cdot 10^{-3} Re^{0,663} Re_w^{0,337}$	Re = 3320 ÷ 6640 Re _w = 230 ÷ 680						50	25	0,046 ÷ 0,136			
		$Nu_D = 36,1 \cdot 10^{-3} Re^{0,518} Re_w^{0,482}$	Re = 4650 ÷ 9300 Re _w = 300 ÷ 880									70	35	0,06 ÷ 0,18
		$Nu_D = 42,3 \cdot 10^{-3} Re^{0,527} Re_w^{0,473}$	Re = 6000 ÷ 12000 Re _w = 370 ÷ 1000											
волнистые асбестоцементные листы, (шаг волны 167 мм, толщина листов 8 мм)														

Продолжение таблицы 5

№ П/П	Схема движения воздуха и тепло- носителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения					Материал насадки			
			Критерии и дру- гие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H (или L), м	b , мм		G_w , кг/(м·с)		
4	ПРОТИВОТОК (воздух движется вдоль волн)	$Nu_D = 37,7 \cdot 10^{-3} Re^{0,61} Re_w^{0,39}$	Re = 3290 ÷ 6600 Re _w = 130 ÷ 530	1 ÷ 2	49,6	1,22 ÷ 2,44	24,8	0,026 ÷ 0,106			
		$Nu_D = 42,6 \cdot 10^{-3} Re^{0,69} Re_w^{0,31}$	Re = 5000 ÷ 10000 Re _w = 180 ÷ 740						75	37,5	0,037 ÷ 0,148
		$Nu_D = 50,2 \cdot 10^{-3} Re^{0,68} Re_w^{0,32}$	Re = 6650 ÷ 13300 Re _w = 240 ÷ 950								
волнистые асбестоцементные листы, (шаг волны 146 мм, толщина листов 7 мм, рас- стояние между вершинами противоположных волн по внешним сторонам листа 54 мм)											

Таблица 6

Тип насадки: сотоблочная

№ П/П	Схема движения воздуха и тепло- носителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения									
			Критерии и дру- гие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H , м	l_1 , мм	l_2 , мм	b , мм	δ , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки
1	противоток	$Nu_D = 34,9 \cdot 10^{-3} Re^{0,184} Re_w^{0,814}$	Re = 1380 ÷ 2760 Re _w = 37 ÷ 110	1 ÷ 2	20,8	0,96	24	12	20,8	0,24	0,0074 ÷ 0,022	пластмасса
		$Nu_D = 7,15 \cdot 10^{-3} Re^{0,496} Re_w^{0,504}$				1,84						
		$Nu_D = 4,7 \cdot 10^{-3} Re^{0,603} Re_w^{0,397}$				2,79						
		$Nu_D = 5 \cdot 10^{-3} Re^{0,599} Re_w^{0,401}$				3,27						

Продолжение таблицы 6

№ п/п	Схема движения воздуха и тепло- носителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения									
			Критерии и дру- гие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H , м	l_1 , мм	l_2 , мм	b , мм	δ , мм	V кг/кг	Материал насадки
2	противоток	$Nu = 1,31 \cdot 10^{-3} Re^{0,72} Re_w^{0,97} \left(\frac{H}{d_3} \right)^{-0,74} \left(\frac{\mu_w}{\mu} \right)^{0,97}$ $Nu_D = 0,855 Re^{-0,05} Re_w^{1,22} \left(\frac{H}{d_3} \right)^{-0,87} \left(\frac{\mu_w}{\mu} \right)^{1,22}$	$Re = 800 \div 3000$ $Re_w = 90 \div 160$ $\frac{H}{d_3} = 14 \div 43$ теплоноситель: ДИЭТИЛЕНГЛИКОЛЬ	0,96÷3,67	12,6	0,18÷0,54	14,5	7,3	12,6		1,35÷8,9	
3	прямоток	$Nu = 1,51 Re^{0,52} Re_w^{0,19} \left(\frac{H}{d_3} \right)^{-1,05} \left(\frac{\mu_w}{\mu} \right)^{0,19}$ $Nu_D = 3,07 Re^{0,1} Re_w^{0,92} \left(\frac{H}{d_3} \right)^{-0,95} \left(\frac{\mu_w}{\mu} \right)^{0,92}$	$Re = 700 \div 5000$ $Re_w = 60 \div 160$ теплоноситель: ДИЭТИЛЕНГЛИКОЛЬ	1,3÷6,0	8÷12,6 ($d_3=b$)	0,18÷0,54	$\frac{2b}{\sqrt{3}}$	$\frac{b}{\sqrt{3}}$	($d_3=b$)		0,9÷5,9	

Таблица 7

Тип насадки: с треугольными каналами

№ П/П	Схема движения воздуха и тепло- носителя	Расчетные формулы	Пределы применимости и другие дополнения								
			Критерии и дру- гие дополнения	w , м/с	d_3 , мм	H , м	l , мм	b , мм	δ , мм	G_w , кг/(м·с)	Материал насадки
1	противоток	$Nu_D = 0,0173 Re^{0,838} Re_w^{-0,131}$	Re = 200 ÷ 800 Re _w = 6 ÷ 40	1 ÷ 4	3,2	0,15	7,07	4,17	0,16	0,001 ÷ 0,0066	алюминиевые листы
		$Nu_D = 0,0304 Re^{0,838} Re_w^{-0,397}$				0,25					
		$Nu_D = 0,0387 Re^{0,838} Re_w^{-0,527}$				0,35					
		$Nu_D = 0,0428 Re^{0,838} Re_w^{-0,397}$	0,21		9,66						
		$Nu_D = 0,0553 Re^{0,838} Re_w^{-0,527}$	0,35			5,96					
2		$Nu = 0,149 Re^{0,72} Re_w^{0,35} \left(\frac{H}{d_3}\right)^{-0,72} O_H^{0,26}$	Re = 570 ÷ 1250 Re _w = 15 ÷ 30	1,6 ÷ 3,5	5,35	0,385	14	7,35	0,25	0,007 ÷ 0,016	бумага, про- питанная син- тетическими смолами
		$Nu_D = 0,138 Re^{0,72} Re_w^{0,35} \left(\frac{H}{d_3}\right)^{-0,72}$	$\frac{H}{d_3} = 72$ $O_H = 1,1 \div 2,25$								

Приложение 2

Пример использования библиотеки CoolProp в пакете математических вычислений Smath Studio

□

Версия библиотеки CoolProp

`CoolProp_get_global_param_string("version")="6.1.0"`

Получение общей информации о веществе

$$\begin{aligned}
 & \text{HA} := \text{CoolProp_get_fluid_param_string} \left(\text{"Ethane"}; \begin{array}{l} \text{"aliases"} \\ \text{"CAS"} \\ \text{"ASHRAE34"} \\ \text{"REFPROPName"} \end{array} \right) \\
 & \text{HA} = \begin{array}{l} \text{"ethane, ETHANE, R170"} \\ \text{"74-84-0"} \\ \text{"A3"} \\ \text{"ETHANE"} \end{array}
 \end{aligned}$$

Перечень всех поддерживаемых чистых и псевдо-чистых веществ

`Name1 := strsplit(CoolProp_get_global_param_string("fluids_list"); ",")`

$$\text{Name}_1 = \begin{array}{l} \text{"1-Butene"} \\ \text{"Acetone"} \\ \text{"Air"} \\ \text{"Ammonia"} \\ \text{"Argon"} \\ \text{"Benzene"} \\ \text{"CarbonDioxide"} \\ \text{"CarbonMonoxide"} \\ \text{"CarbonylSulfide"} \\ \text{"cis-2-Butene"} \\ \text{"CycloHexane"} \\ \text{"Cyclopentane"} \\ \text{"CycloPropane"} \\ \text{"D4"} \\ \text{"D5"} \\ \text{"D6"} \\ \text{"Deuterium"} \\ \vdots \end{array}$$

Перечень всех predefined смесей

`Name2 := strsplit(CoolProp_get_global_param_string("predefined_mixtures"); ",")`

$$\text{Name}_2 = \begin{array}{l} \text{"Air.mix"} \\ \text{"Amarillo.mix"} \\ \text{"Ekofisk.mix"} \\ \text{"GulfCoast.mix"} \\ \text{"GulfCoastGas (NIST1).mix"} \\ \text{"HighCO2.mix"} \\ \text{"HighN2.mix"} \\ \text{"NaturalGasSample.mix"} \\ \text{"R401A.mix"} \\ \text{"R401B.mix"} \\ \text{"R401C.mix"} \\ \text{"R402A.mix"} \\ \text{"R402B.mix"} \\ \text{"R403A.mix"} \\ \text{"R403B.mix"} \\ \text{"R404A.mix"} \\ \text{"R405A.mix"} \\ \vdots \end{array}$$

Свойства определенной смеси

```
mix := "HEOS:Nitrogen[0.7812]&Oxygen[0.2096]&Argon[0.0092]" = 6,826  $\frac{\text{кДж}}{\text{кг К}}$   
CoolProp_Props("S"; "P"; 1 атм; "T"; 15 °C; mix)
```

Константы вещества

```
CoolProp_Props1("Oxygen"; "Tcrit")=154,581 K
```

Определение фазы вещества

```
CoolProp_Phase("T"; 20 °C; "P"; 1 атм; "Benzene")="liquid"  
CoolProp_Phase("T"; 20 °C; "P"; 1 атм; "Ammonia")="gas"  
CoolProp_Phase("T"; (-5) °C; "P"; 1 атм; "Water")="" Just FYI :) Filed upstream as #1098
```

Определение параметра вещества

```
CoolProp_Props("H"; "T"; 20 °C; "P"; 1 атм; "Water")=84,0073  $\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ 
```

Попытка использовать недопустимый параметр

```
CoolProp_Props("Invalid"; "T"; 20 °C; "P"; 1 атм; "Water")=■
```

Получение последней строки ошибки

```
CoolProp_get_global_param_string("errstring")=""
```

Выполнение вычисления, которое задает предупреждение

```
CoolProp_Props("V"; "T"; 0 °C; "P"; 1 атм; "Air.mix")=1,7164·10-5 с Па
```

Получение последней строки предупреждения

```
CoolProp_get_global_param_string("warnstring")="Mixture model for viscosity is highly approximate"
```

Перечень параметров влажного воздуха

```
HAProps := stack ( ( "Omega" | "Y" | "DewPoint" | "H" | "C" | "Vda" ) ;  
                  ( "HumRat" | "Z" | "D" | "Hda" | "cp" | "Vha" ) ;  
                  ( "W" | "Tdb" | "Twb" | "Hha" | "Cha" | "mu" ) ;  
                  ( "RH" | "T_db" | "T_wb" | "Entropy" | "cp_ha" | "Visc" ) ;  
                  ( "RelHum" | "T" | "WetBulb" | "S" | "P" | "M" ) ;  
                  ( "R" | "Tdp" | "B" | "Sda" | "P_w" | "k" ) ;  
                  ( "psi_w" | "T_dp" | "Enthalpy" | "Sha" | "V" | "Conductivity" ) ;  
                  ( "K" ) )
```

Параметры влажного воздуха при

t=20 °C, p=1 атм, отн влажности 50%

```
valsHA := CoolProp_HAProps(HAProps; "T"; 20 °C; "P"; 1 атм; "R"; 0,5)
```

"Omega"	0,0073
"HumRat"	0,0073
"W"	0,0073
"RH"	0,5
"RelHum"	0,5
"R"	0,5
"psi_w"	0,0116
"Y"	0,0116
"Z"	0,9996
"Tdb"	293,15 K
"T_db"	293,15 K
"T"	293,15 K
"Tdp"	282,4244 K
"T_dp"	282,4244 K
"DewPoint"	282,4244 K
"D"	282,4244 K
"Twb"	286,9265 K
"T_wb"	286,9265 K
"WetBulb"	286,9265 K
"B"	286,9265 K

augment(HAProps; vals_{HA})=

"Enthalpy"	38622,8389	$\frac{\text{M}}{\text{C}} \frac{2}{2}$
"H"	38622,8389	$\frac{\text{M}}{\text{C}} \frac{2}{2}$
"Hda"	38622,8389	$\frac{\text{M}}{\text{C}} \frac{2}{2}$
"Hha"	38343,1754	$\frac{\text{M}}{\text{C}} \frac{2}{2}$
"Entropy"	139,9702	$\frac{\text{M}}{\text{K C}} \frac{2}{2}$
"S"	139,9702	$\frac{\text{M}}{\text{K C}} \frac{2}{2}$
"Sda"	139,9702	$\frac{\text{M}}{\text{K C}} \frac{2}{2}$
"Sha"	138,9567	$\frac{\text{M}}{\text{K C}} \frac{2}{2}$
"C"	1012,4678	$\frac{\text{M}}{\text{K C}} \frac{2}{2}$
"cp"	1012,4678	$\frac{\text{M}}{\text{K C}} \frac{2}{2}$
"Cha"	1019,8524	$\frac{\text{M}}{\text{K C}} \frac{2}{2}$
"cp_ha"	1019,8524	$\frac{\text{M}}{\text{K C}} \frac{2}{2}$
"P"	1,0132 · 10 ⁵	$\frac{\text{K}\Gamma}{\text{M C}} \frac{2}{2}$
"P_w"	1174,489	$\frac{\text{K}\Gamma}{\text{M C}} \frac{2}{2}$
"V"	0,8399	$\frac{\text{M}}{\text{K}\Gamma} \frac{3}{3}$
"Vda"	0,8399	$\frac{\text{M}}{\text{K}\Gamma} \frac{3}{3}$
"Vha"	0,8338	$\frac{\text{M}}{\text{K}\Gamma} \frac{3}{3}$
"mu"	1,8143 · 10 ⁻⁵	$\frac{\text{K}\Gamma}{\text{M C}} \frac{2}{2}$
"Visc"	1,8143 · 10 ⁻⁵	$\frac{\text{K}\Gamma}{\text{M C}} \frac{2}{2}$
"M"	1,8143 · 10 ⁻⁵	$\frac{\text{K}\Gamma}{\text{M C}} \frac{2}{2}$
"k"	0,0259	$\frac{\text{K}\Gamma \text{M}}{\text{K C}} \frac{3}{3}$
"Conductivity"	0,0259	$\frac{\text{K}\Gamma \text{M}}{\text{K C}} \frac{3}{3}$
"K"	0,0259	$\frac{\text{K}\Gamma \text{M}}{\text{K C}} \frac{3}{3}$

Митропов Владимир Викторович
Цветков Олег Борисович

Основы теории массообмена
учебно-методическое пособие

В авторской редакции
Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО
Зав. РИО Н. Ф. Гусарова
Подписано к печати
Заказ №
Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Университета ИТМО
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49