

 УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

К.С. Фризюк, Д.И. Маркина
ОБЩАЯ ФИЗИКА. ОПТИКА



Санкт-Петербург
2020

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

К.С. Фризюк, Д.И. Маркина
ОБЩАЯ ФИЗИКА. ОПТИКА

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УНИВЕРСИТЕТЕ ИТМО
по направлениям подготовки 09.03.02, 01.03.02, 09.03.01, 09.03.02, 09.03.03,
09.03.04, 10.03.01, 11.03.02, 11.03.03, 12.03.01, 12.03.02, 12.03.03, 12.03.04,
12.03.05, 13.03.02, 14.03.01, 15.03.02, 15.03.04, 15.03.06, 16.03.01, 23.03.03,
24.03.02, 27.03.04 в качестве учебно-методического пособия для реализации
основных профессиональных образовательных программ высшего образования
бакалавриата

 УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург
2020

Фризюк К.С., Маркина Д.И., Общая физика. Оптика– СПб: Университет ИТМО, 2020. – 57 с.

Рецензент(ы):

Музыченко Яна Борисовна, кандидат технических наук, доцент физико-технического факультета, Университета ИТМО.

Учебное пособие включает в себя основные разделы курса оптики, изучаемого студентами в рамках дисциплины "Общая физика". Описание каждого раздела состоит из теоретического введения с кратким изложением основных понятий и закономерностей; пути их вывода и решения типовых задач. Основное содержание пособия – изучение законов оптики (на примере интерференции, дифракции и поляризации света), методов проведения измерений и решения задач. Цель пособия – знакомство с основными оптическими явлениями и отработка навыков решения задач и практического применения полученных знаний. Большое значение придается также возможности самостоятельного наблюдения и изучения физических явлений и закономерностей.



Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2020
© Фризюк К.С., Маркина Д.И., 2020

Содержание

1	Введение	4
2	Связь геометрической и волновой оптики	5
2.1	Принцип Ферма	5
2.2	Закон Снеллиуса (закон преломления света)	7
2.3	Кажущаяся глубина водоема	8
3	Интерференция	10
3.1	Интенсивность электромагнитного поля	12
3.2	Опыт Юнга	13
3.3	Интерференция от трех щелей	15
3.4	Зеркало Ллойда	16
4	Домашнее задание 1	18
5	Интерференция в тонких пленках	19
5.1	Интерференция в тонкой пленке постоянной толщины. Полосы равного наклона	19
5.2	Интерференция на клине. Полосы равной толщины	21
5.3	Кольца Ньютона	22
5.4	<i>Halotis glabra</i>	23
5.5	Когерентность	24
5.6	Интерферометр Майкельсона	26
5.7	Точное решение задачи интерференции в тонкой пленке	27
6	Домашнее задание 2	28
7	Дифракция	29
7.1	Диаграмма направленности вторичных источников Гюйгенса	29
7.2	Дифракция Френеля	29
7.3	Дифракция на полуплоскости, щели, и т.д. (самостоятельный разбор)	35
7.4	Дифракция Фраунгофера на щели	37
7.5	Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии. Дифракционный предел разрешения оптических инструментов	38
8	Дифракционная решетка	42
8.1	Разрешающая способность решетки	45
8.2	Дисперсионная область	46
9	Домашнее задание 3	47

10 Поляризация	48
10.1 Поле колеблющегося диполя	48
10.2 Угол Брюстера	49
10.3 Двухлучепреломление. Поляризатор	52
10.4 Циркулярный поляризатор и зеркало	57
11 Домашнее задание 4	59
11.1 Оптические эффекты, связанные с поляризацией	60
12 Лабораторная работа 'Интерференция от двух щелей'	62
13 Лабораторная работа 'Определение расстояния между пикселями на экране телефона с помощью наблюдения дифракции на его решетке при отражении'	63
14 Индивидуальные домашние задания	64
14.1 Задачи по выбору	71
15 Благодарности	73

1 Введение

Невозможно недооценить значение света для всех форм жизни на Земле: растения преобразуют свет в энергию химических реакций в процессе фотосинтеза, световой режим влияет на рост и развитие растений и животных, свет является основным инструментом, благодаря которому мы получаем информацию от окружающего мира. С развитием техники и технологий свет стал играть все большую роль в жизни человека, появились лазеры, которые нашли широкое применение в науке, промышленности, медицине и экологии. Представления людей о природе и свойствах света постоянно менялись с древнейших времен и продолжают меняться в наши дни. Древние греки считали, что свет состоит из маленьких частиц – корпускул. Естественно, так думали не все древние эллины. Аристотель, например, считал свет возмущением некоторой заряженной среды, заполняющей все пространство (аналогично теории эфира XIX века). Какими бы разными не были предположения о природе света в древности, одно точно – именно тогда были сформулированы законы геометрической оптики. А много позже, в XVII веке, Исаак Ньютон использовал корпускулярную теорию для объяснения отражения и преломления света на границе сред. Переломным моментом стало предположение голландского ученого Христиана Гюйгенса о том, что свет имеет волновую природу (1678 г.). В 1801 году Томас Юнг с помощью простого эксперимента показал, что два пучка света могут интерферировать друг с другом, что доказывало волновую теорию света. А уже в 1865 году Максвелл разработал блестящую теорию электромагнетизма. На основе этой теории была развита целая область науки – волновая оптика – которой будет посвящено настоящее пособие.

Конечно, стоит упомянуть, что в начале XX века Макс Планк снова обратился к корпускулярной теории для объяснения теплового излучения тел, а затем Альберт Эйнштейн с помощью неё же объяснил явление фотоэффекта (Нобелевская премия, 1922 г.). Благодаря этому свое развитие получила корпускулярно-волновая теория света или корпускулярно-волновой дуализм.

Данное пособие состоит из шести глав. Первая глава дает связь геометрической и волновой оптики. Все следующие главы рассматривают явления волновой оптики: интерференции, дифракции и поляризации. Пособие является сопровождением к практическим занятиям по разделу "Оптика" в курсе общей физики. Оно предназначено для студентов, которые уже прослушали лекцию по соответствующей теме и посещают практические занятия, а также может быть полезно преподавателям практических занятий. В каждой главе приведены основные формулы,

требующиеся для решения задач, условия задач, разбираемых на парах, а также условия домашних заданий. Кроме того, приводится та информация и иллюстрации, которые кажутся авторам важными для более глубокого понимания темы, а также множество ссылок на дополнительную литературу, если у студента есть желание разобраться в теме на более высоком уровне. В самом тексте электронной версии все ссылки активны. Пособие не является заменой практическим, а тем более лекционным занятиям, поскольку информация, приводимая в нем, лишь частично пересекается с информацией, получаемой на занятиях. В конце пособия приведен список индивидуальных задач, их решение подразумевает проведение небольшого исследования: изучение дополнительных источников, в некоторых случаях даже осуществление эксперимента или моделирования. Также в конце приведены описания двух лабораторных работ, которые можно проводить, пользуясь подручными средствами, которые есть почти у каждого студента. Их выполнение позволяет пронаблюдать оптические эффекты в реальной жизни, и понять, что они окружают нас повсюду. Пособие постоянно обновляется и текущую электронную версию можно найти по ссылке <https://clck.ru/PJUxS>, либо запросить по электронной почте у авторов.

2 Связь геометрической и волновой оптики

Геометрическая оптика изучает распространение света в случае, когда его длина волны значительно меньше характерных размеров системы ($\lambda \rightarrow 0$)

Экспериментально установленные законы геометрической оптики:

1. Закон прямолинейного распространения света
2. Закон отражения света
3. Закон преломления света

2.1 Принцип Ферма

Хотя геометрическая оптика и "не учитывает" волновую природу света, законы геометрической оптики могут быть выведены из принципа Ферма (предельный случай принципа Гюйгенса при $\lambda \rightarrow 0$), который говорит о том, что свет распространяется таким образом, чтобы время его распространения (или **оптический путь**) было экстремальным (минимальным или **максимальным**).

Оптический путь S от A до B в общем случае (когда показатель преломления среды n не однородный и зависит от координаты) выражается

формулой

$$S = \int_A^B n dl. \quad (1)$$

В случае неоднородной среды, свет не обязательно распространяется по прямой, чтобы удовлетворить требованию экстремальности. Из-за этого, например, становится возможным наблюдение миражей. Показатель преломления воздуха, хоть и очень слабо, зависит от температуры. Поэтому, если у земли воздух теплее, чем на большей высоте, показатель преломления тоже неоднороден, и поэтому свет от какого-то объекта может распространяться по дуге, показанной на рисунке 1. При этом наблюдатель не знает, по какому именно пути свет пришел в глаз, а видит только под каким углом в итоге пришли лучи, и поэтому ему кажется, что он видит отражение объекта.

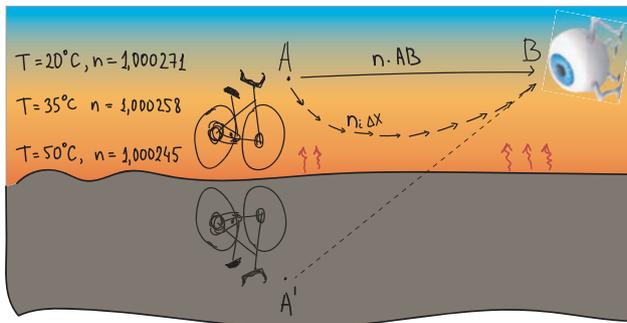


Рис. 1: Схема наблюдения миража. Фотография миража, кажущееся отражение от асфальта. Источник фото: Wiki, Roadway mirage, 1Matvey CC BY-SA (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0>). Показатель преломления воздуха с сайта <https://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Ciddor.asp>

Но откуда свет, который из какого-то источника, казалось бы, вылетает во все стороны узнает, какой именно пусть экстремальный?

На самом деле он распространяется сразу по всем путям. Но вклад большинства из них взаимоуничтожается в большинстве ситуаций. Не сокращается только вклад минимального или максимального пути (подробнее см. Д. А. Паршин, Г. Г. Зегря. Физика. Электромагнитные волны. Лекция 19 [1] и Р. Фейнман, КЭД странная теория света и вещества, Библиотечка Квант, Выпуск 66., Лекция 2 [2])

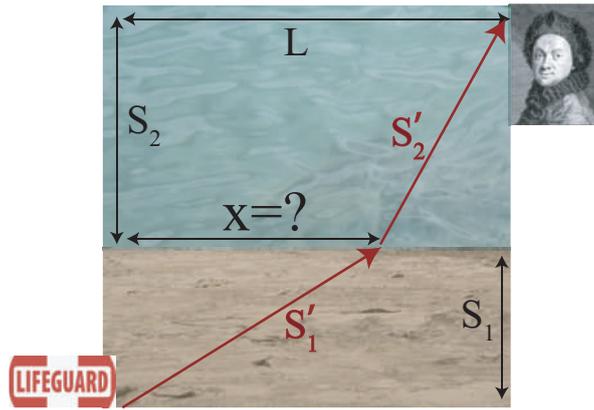


Рис. 2: Спасение Мопертюи

2.2 Закон Снеллиуса (закон преломления света)

Попробуем вывести закон Снеллиуса из принципа Ферма, для этого решим следующую задачу:

Задача 1:

Вы подрабатываете спасателем на пляже в далеком прошлом. Вышка находится на расстоянии S_1 от воды. Вдруг вы замечаете, что Пьер Луи Моро де Мопертюи тонет в воде на расстоянии S_2 от берега. Расстояние вдоль берега между вами L . Скорость вашего перемещения по земле v/n_1 , скорость в воде v/n_2 . На каком расстоянии x вам нужно зайти в воду, чтобы добраться до Мопертюи максимально быстро (или максимально медленно) ?

Подсказка: получите функцию времени пути в зависимости от x и напишите условие на x , при котором функция обращается в максимум. После того, как получите ответ, замените соответствующие дроби на синусы каких-то углов. Обозначьте эти углы на рисунке. Получите закон Снеллиуса:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2, \quad (2)$$

где θ - углы между лучом и нормалью к границе раздела двух сред, т.е. углы падения и преломления. Обозначьте их на рисунке.

Решение:

1. Полное время, которое потребуется спасателю для преодоления всей дистанции:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{S_1'}{v_1} + \frac{S_2'}{v_2} = \frac{\sqrt{X^2 + S_1^2}}{\frac{v}{n_1}} + \frac{\sqrt{(L - X)^2 + S_2^2}}{\frac{v}{n_2}} \Rightarrow$$

$$t = \frac{n_1 \sqrt{X^2 + S_1^2}}{v} + \frac{n_2 \sqrt{(L - X)^2 + S_2^2}}{v}. \quad (3)$$

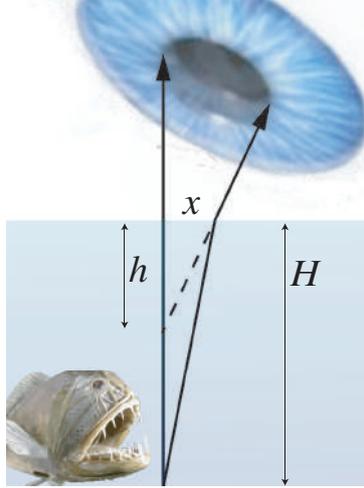


Рис. 3: Ход лучей от объекта на дне с учетом преломления. Глаз "дистраивает" пунктирную линию

2. Возьмем производную, чтобы найти экстремум:

$$0 = n_1 \frac{v \cdot 2X}{2v^2 \sqrt{S_1^2 + X^2}} - n_2 \frac{v \cdot 2(L - X)}{2v^2 \sqrt{(L - X)^2 + S_2^2}} \Rightarrow$$

$$n_1 \frac{X}{\sqrt{S_1^2 + X^2}} = n_2 \frac{L - X}{\sqrt{(L - X)^2 + S_2^2}}. \quad (4)$$

3. Заметим, что для угла падения справедливо:

$$\sin \theta_1 = \frac{X}{\sqrt{S_1^2 + X^2}}, \quad (5)$$

а для угла преломления:

$$\sin \theta_2 = \frac{L - X}{\sqrt{S_2^2 + (L - X)^2}}. \quad (6)$$

4. Подставим синусы в формулы из (2) пункта:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2. \quad (7)$$

2.3 Кажущаяся глубина водоема

Полученный закон преломления можно применять для решения различных задач, например, для определения, насколько сильно кажущаяся глубина бассейна или водоема отличается от настоящей. Определение расстояния глазом происходит за счет того, что на него попадает

несколько лучей от объекта, идущих под разными углами, которые затем фокусируются на сетчатку хрусталиком, способным изменять свое фокусное расстояние. А зная, на какое фокусное расстояние настроен хрусталик, можно выяснить и расстояние до рассматриваемого объекта.

Однако нельзя заранее сказать, сколько раз был переотражен, преломлен и т.д. луч, который в итоге дошел до глаза. Мы видим только последний этап этого пути, и пытаемся на основе этого восстановить, где находился объект, выявляя точку пересечения лучей, пришедших в глаз.

Задача 2:

Определите кажущуюся глубину бассейна при взгляде вертикально вниз.

Решение:

1. Запишем закон Снеллиуса:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (8)$$

2. Запишем тангенсы для углов α и β :

$$\tan \theta_1 = \frac{x}{h}, \quad (9)$$

$$\tan \theta_2 = \frac{x}{H}. \quad (10)$$

3. Из-за того, что рассматриваемые углы малы:

$$\tan \theta_1 = \sin \theta_1, \quad (11)$$

$$\tan \theta_2 = \sin \theta_2. \quad (12)$$

4. На основании этих равенств, подставим (2) \rightarrow (1):

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{x}{h} \cdot \frac{H}{x} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow$$

$$\frac{H}{h} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (13)$$

5. Кажущаяся глубина бассейна:

$$h = \frac{H \cdot n_1}{n_2} \Rightarrow h = \frac{H \cdot 1}{1.33} = 0.75H. \quad (14)$$

Ответ: $h = 0.75H$.

А что будет при взгляде не вертикально вниз?

В задаче мы рассматривали ситуацию, когда человек смотрит в воду вертикально, и один из двух лучей, приходящих в глаз, перпендикулярен земле. Что происходит, если смотреть под углом? В общем случае, точка пересечения лучей не обязана находиться прямо над рассматриваемым на дне предметом. То есть, казалось бы, водоем может казаться не только мельче, но и длиннее (или короче). Но этого не происходит. Как это понять? Нарисуем два луча, идущих в два глаза (рис. 4), либо в один глаз, приходящих в самую правую и самую левую точку хрусталика. Можно легко понять, что для кратчайших траекторий лучей вид сверху - просто треугольник, и точка пересечения продолжений лучей, идущих в глаз, находится над настоящим предметом. К размышлению: что будет, если повернуть голову на 90 градусов?

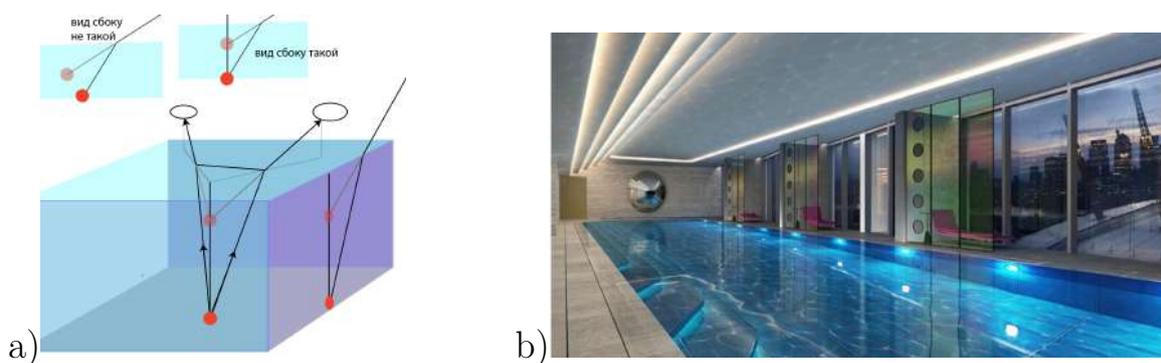


Рис. 4: а) Иллюстрация к наблюдению водоема двумя глазами. б) Кажущаяся глубина бассейна. Фото с сайта <https://www.cokee.org/london-sky-pool/>.

3 Интерференция

В настоящем курсе большое внимание уделяется именно волновой природе света и явлениям, связанным с ней. Действительно, даже принцип Ферма можно вывести, рассматривая интерференцию вторичных волн в принципе Гюйгенса. Что такое световая волна? Движение волн описывается волновым уравнением. Покажем, что волновое уравнение можно получить из уравнений Максвелла в однородной среде, где нет зарядов

и токов. Уравнения Максвелла в системе СИ:

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}, \\
 \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \\
 \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\
 \nabla \times \mathbf{B} &= \mu\mu_0 \mathbf{j} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}.
 \end{aligned} \tag{15}$$

Каждое из уравнений имеет физический смысл. Первое уравнение, закон Гаусса, говорит о том, что электрическое поле не возникает из ниоткуда, его источник — электрический заряд. Второе постулирует, что для магнитного поля, наоборот, магнитных зарядов (монополей) не существует, источником вихревого магнитного поля служат электрический ток и изменяющееся во времени электрическое поле, что отражено в последнем уравнении. Третье уравнение — не что иное, как закон электромагнитной индукции Фарадея, говорящий, что изменяющееся во времени магнитное поле создает вихревое электрическое поле. Четвертое уравнение говорит о том, что электрический ток и изменение электрической индукции порождают вихревое магнитное поле.

В среде, где отсутствуют токи и заряды:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \tag{16}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \tag{17}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{18}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \tag{19}$$

Возьмем ротор от обеих частей уравнения (18):

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial(\nabla \times \mathbf{B})}{\partial t}. \tag{20}$$

Раскроем ротор по формуле $\nabla \times \nabla \times \mathbf{F} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \Delta \mathbf{F}$ и воспользуемся тем, что $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ согласно уравнению(16), а затем подставим (19) в (20):

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \tag{21}$$

Это и есть волновое уравнение. Аналогично можно получить волновое уравнение для магнитного поля. Его решение может быть записано в виде плоской монохроматической волны

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t + \varphi), \quad (22)$$

где $\mathbf{k} = n\frac{\omega}{c}\mathbf{e}_k = \frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{e}_k$ - волновой вектор, $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ - показатель преломления среды, \mathbf{e}_k - единичный вектор в направлении распространения волны.

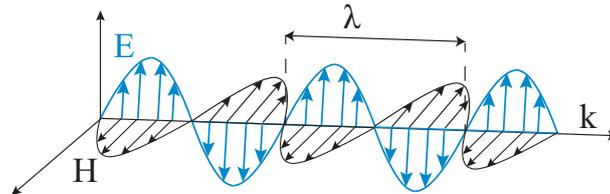


Рис. 5: Плоская волна. Заметьте, что вектора \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{k} образуют правую тройку.

3.1 Интенсивность электромагнитного поля

К размышлению: найдите диапазон частот видимого света (сколько раз в секунду меняется электрическое поле?). Можно ли измерить электрическое поле световой волны?

В реальных измерениях обычно измеряют количество поглощенных фотонов в детекторе, которое пропорционально интенсивности света, которая в свою очередь связана с вектором **Умова-Пойнтинга**, имеющем смысл плотность потока энергии. Лучше понять его смысл можно с помощью **теоремы Пойнтинга**. Она выводится с помощью нескольких манипуляций с уравнениями Максвелла и представляет собой закон сохранения энергии: утечка энергии из какого-то замкнутого объема выражается интегралом от потока по поверхности, и поэтому вектор Пойнтинга $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ и есть вектор плотности потока энергии.

Из уравнений Максвелла можно получить, что для плоской волны в вакууме $\sqrt{\varepsilon_0}E_0 = \sqrt{\mu_0}H_0$. Тогда среднее по периоду от модуля вектора Пойнтинга — это интенсивность электромагнитной волны.

$$I(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} |\mathbf{S}(t')| dt' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \frac{\mathbf{k}}{k}. \quad (23)$$

Проверьте это (среднее от квадрата синуса или косинуса = $\frac{1}{2}$, а поля поперечны).

3.2 Опыт Юнга

Опыт Юнга являлся доказательством волновой природы света [3]. Пусть монохроматическая волна проходит через две узкие щели. Каждая точка волнового фронта, достигшая щели, является источником вторичных волн, которые затем формируют на экране интерференционную картину. Как она будет выглядеть? Если предположить, что свет - это поток частиц, то мы бы ожидали увидеть на экране две полосы, соответствующие двум щелям, однако, мы увидим некое распределение интенсивности света в каждой точке экрана - множество светлых полос. Интенсивность пропорциональна не амплитуде поля \mathbf{E}_0 , а квадрату модуля амплитуды $|\mathbf{E}_0|^2$ (среднему по времени от квадрата модуля электрического поля). Другими словами, мы увидим некоторое чередование темных и светлых полос, согласно закону: $I \propto |\mathbf{E}_0|^2$, это и есть интерференция волн. Рассмотрим, чему будет равна интенсивность в произвольной точке экрана Р, если расстояние между щелями равно d , расстояние от щелей до экрана $L \gg x > d$. Проверьте, что в таком случае за разность оптических путей от двух щелей до точки Р можно считать расстояние $\delta = \Delta S = d \sin \alpha$, где α - угол между направлением в точку Р и в центр экрана.

Напишем выражение для интенсивности в точке Р. Амплитуда поля в точке Р складывается из двух волн пришедших от двух щелей, при этом разность фаз равна $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta S}{\lambda}$:

$$\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_{01} \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t) + \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t + \Delta\varphi), \quad (24)$$

тогда интенсивность:

$$\begin{aligned} I_p &\propto \langle |\mathbf{E}_p|^2 \rangle_t = \\ &= \langle |\mathbf{E}_{01} \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)|^2 \rangle_t + \langle |\mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t + \Delta\varphi)|^2 \rangle_t + \\ &\quad + 2 \langle |\mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t) \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t + \Delta\varphi)| \rangle_t. \end{aligned} \quad (25)$$

Воспользуемся тригонометрической формулой

$$\cos \gamma \cos \beta = \frac{\cos(\gamma + \beta) + \cos(\gamma - \beta)}{2}, \quad (26)$$

и если $\mathbf{E}_{01} = \mathbf{E}_{02} = \mathbf{E}_0$, то

$$I \propto |\mathbf{E}_0|^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \cos \left(\frac{2\pi d \sin \alpha}{\lambda} \right) \right) = I_{\max} \cos^2 \left[\frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda} \right]. \quad (27)$$

где $I_{\max} = 4I_0$. Отсюда условие максимума интенсивности на экране :

$$d \sin \alpha = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (28)$$

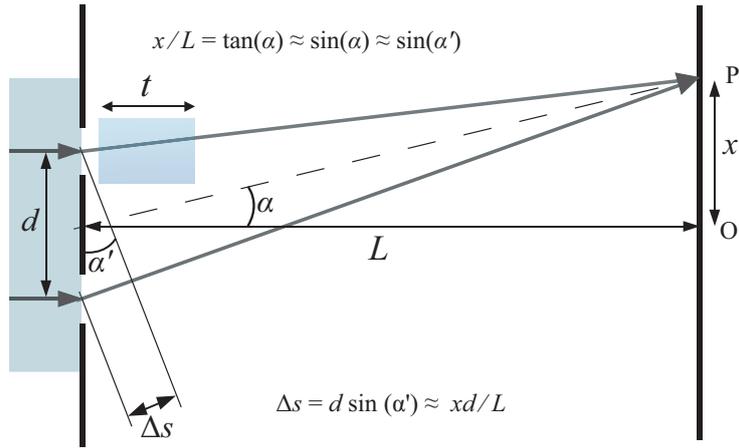


Рис. 6: Прохождение света через две щели

условие минимумов:

$$d \sin \alpha = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad \text{минимум при } m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (29)$$

расстояние между максимумами:

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}. \quad (30)$$

Теперь рассмотрим интерференцию двух волн различных частот

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 \cos(\omega_1 t - kr) + \mathbf{E}_2 \cos(\omega_2 t - kr). \quad (31)$$

Интенсивность пропорциональна $\langle |E|^2 \rangle_t$:

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \langle (E_1 \cos(\omega_1 t - kr))^2 + (E_2 \cos(\omega_2 t - kr))^2 + 2E_1 \cos(\omega_1 t - kr)E_2 \cos(\omega_2 t - kr) \rangle_t. \quad (32)$$

Последнее слагаемое с использованием тригонометрических формул раскладывается в сумму косинусов, которая при усреднении по времени равна нулю. Получается, что

$$I = I_1 + I_2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{2} E_1^2 + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{2} E_2^2. \quad (33)$$

То есть это просто сумма интенсивностей двух волн по отдельности, и интерференция не наблюдается. Подробнее смотрите курс общей физики

Physics for Scientists and Engineers by Raymond A. Serway and John W. Jewett [4], а также лекции[5] и[6]

Задача 3:

На экране наблюдается интерференционная картина от двух щелей. На сколько изменится разность хода и разность фаз колебаний в точке О, если на пути луча от одной из щелей поместить мыльную пленку толщиной $t = 1$ мкм? (Рис. 6). Длина волны $\lambda = 660$ нм, показатель преломления пленки $n = 4/3$.

Решение:

1. Найдем оптический путь, который проходит свет от источника S_2 , когда свет от первого источника прошел $S_1 = 1000$ нм:

$$S_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot S_1 = \frac{4}{3} \cdot 1000 \text{ нм} = 1333 \text{ нм}. \quad (34)$$

2. Найдем разность путей, пройденных светом от первого и второго источников, что и будет являться разностью хода:

$$\delta = \Delta S = S_2 - S_1 = 1333 \text{ нм} - 1000 \text{ нм} = 333 \text{ нм}. \quad (35)$$

3. Найдем разность фаз:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{660 \text{ нм}} \cdot 333 \text{ нм} = \pi. \quad (36)$$

Ответ: $\delta = 333$ нм, $\Delta\phi = \pi$. Таким образом, в точке О будет уже не максимум, а минимум.

3.3 Интерференция от трех щелей

Представим косинусы как вещественные части от комплексных экспонент и сложим три волны так же, как складывали две:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &\propto \Re e^{ikr-i\omega t}(1 + e^{i\varphi} + e^{i2\varphi}) = \\ &= \Re e^{ikr-i\omega t} e^{i\varphi} (e^{-i\varphi} + 1 + e^{i\varphi}) = \\ &= \Re e^{ikr-i\omega t+i\varphi} (1 + 2 \cos \varphi) = \cos(kr - \omega t + \varphi)(1 + 2 \cos \varphi), \end{aligned} \quad (37)$$

где $\varphi = d \sin \alpha \frac{2\pi}{\lambda}$. Найдем интенсивность как усредненный по времени квадрат поля

$$I = I_0 \left(1 + 2 \cos \left(d \sin \alpha \frac{2\pi}{\lambda} \right) \right)^2. \quad (38)$$

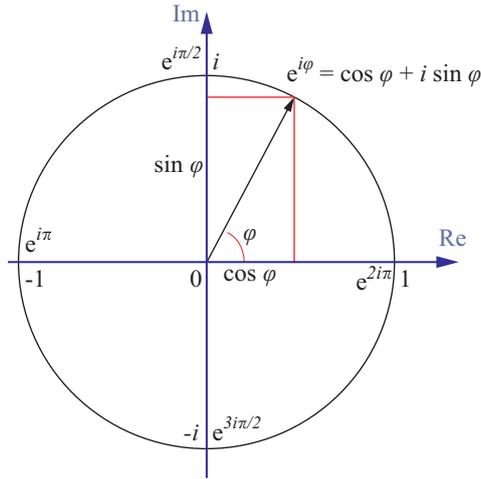


Рис. 7: Комплексная экспонента

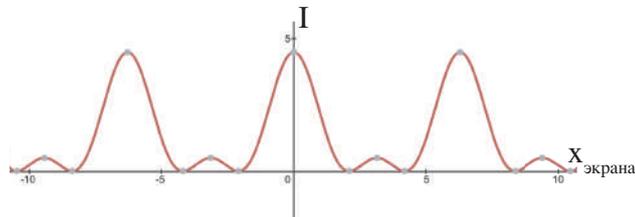


Рис. 8: График интенсивности на экране при интерференции от трех щелей

3.4 Зеркало Ллойда

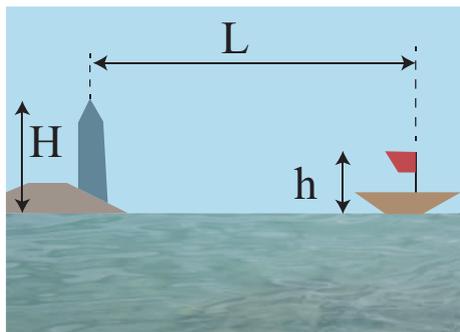


Рис. 9: Иллюстрация к задаче 4.

Необходимым условием интерференции является наличие двух источников когерентных электромагнитных волн (света). Опыт Юнга, где тонкие щели делят фронт волны на два источника, является только одним из примеров. Интерференцию также можно наблюдать, используя отражение от зеркала, поверхности воды и т.п.. В данном случае источ-

никами являются сам источник и его изображение в зеркале. Однако, в такой геометрии есть важное отличие от обычного опыта Юнга - при отражении от поверхности с большим показателем преломления, чем исходная среда, фаза световой волны меняется на π . Это можно вывести, посмотрев на знак или фазу коэффициента отражения в формулах Френеля. Следовательно, формулы для максимумов и минимумов поменяются местами. Примеры реальных оптических схем - зеркало Ллойда, билинза Бийе, бипризма Френеля, зеркала Френеля и т.п.

Задача 4:

Корабль, несущий мачту высотой $h = 20$ м, приближается со скоростью $v = 3$ м/с к радиомаяку высотой $H = 200$ м над уровнем моря. Расстояние, на котором регистрируется сигнал $L = 2$ км. Длина волны радиоизлучения $0,5$ м. С каким периодом сигнал от радиомаяка регистрируется на корабле? Зависит ли период от расстояния регистрации сигнала?

Решение:

1. Найдем расстояние между соседними максимумами на мачте корабля:

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot L}{2H} \Rightarrow \Delta x = \frac{0.5 \text{ м} \cdot 2000 \text{ м}}{2 \cdot 200 \text{ м}} = 2.5 \text{ м}. \quad (39)$$

2. Найдем количество интерференционных полос на мачте (в данном случае, не важно, максимумов или минимумов, но стоит помнить, что из-за сдвига фаз при отражении на нулевой высоте от поверхности воды будет минимум):

$$N = \frac{h}{\Delta x} \Rightarrow N = \frac{20 \text{ м}}{2.5 \text{ м}} = 8. \quad (40)$$

3. Так как корабль приближается, то через некоторое время увеличится число интерференционных полос $N = 9$:

$$\Delta x' = \frac{h}{N} \Rightarrow \Delta x' = \frac{20 \text{ м}}{9} = 2.22 \text{ м}. \quad (41)$$

4. Выразим расстояние на котором $k = 9$:

$$l = \frac{\Delta x' \cdot 2H}{\lambda}. \quad (42)$$

5. Найдем период регистрации радиосигнала:

$$T = \frac{L - l}{v} = \frac{L - \frac{\Delta x' \cdot 2H}{\lambda}}{v} \Rightarrow T = \frac{2000 \text{ м} - \frac{2.22 \text{ м} \cdot 2 \cdot 200 \text{ м}}{0.5 \text{ м}}}{3 \text{ м/с}} = 74.13 \text{ с.} \quad (43)$$

6. Узнаем меняется ли период регистрации сигнала с расстоянием:

$$N = 7 \Rightarrow \Delta x'' = \frac{20 \text{ м}}{7} = 2.86. \quad (44)$$

$$l = \frac{\Delta x'' \cdot 2H}{\lambda} \quad (45)$$

$$T = \frac{l - L}{v} = \frac{\frac{\Delta x'' \cdot 2H}{\lambda} - L}{v} \Rightarrow T = \frac{\frac{2.86 \text{ м} \cdot 2 \cdot 200 \text{ м}}{0.5 \text{ м}} - 2000 \text{ м}}{3 \text{ м/с}} = 96 \text{ с.} \quad (46)$$

Таким образом можно сделать вывод, что период регистрации сигналов меняется с расстоянием.

Ответ: $T = 74.13 \text{ с}$, период регистрации сигнала меняется с расстоянием.

4 Домашнее задание 1

Задача 1: Аквариум высотой 10 см заполнен жидкостью с показателем преломления $n = 2$. На него поставили еще один аквариум с водой с показателем преломления $n_2 = 1.33$. Какой покажется глубина первого аквариума обитателям второго?

Задача 2: Что будет, если в задаче про корабль поменять местами высоту маяка и мачты?

Задача 3: Для изучения радиоисточников в созвездии Кассиопея на берегу океана был поставлен телескоп на высоте h . Однако, при восходе Солнца обнаружили интерференционные помехи, радиоизлучение модулировалось с периодом 2.5 мин. Зная, что Солнце встает со скоростью 14 град/час, найти высоту радиотелескопа. Длина волны равна 1,5 м.

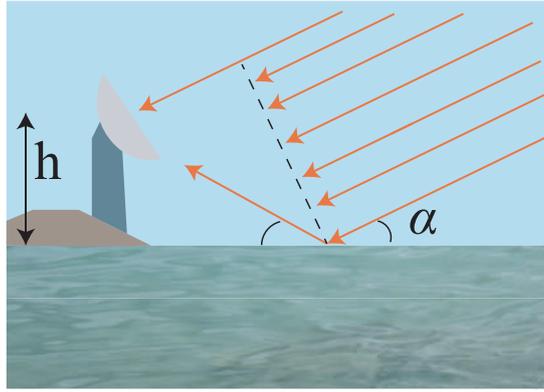


Рис. 10: Иллюстрация к задаче 3

5 Интерференция в тонких пленках

В тонких пленках, чья толщина не во много раз превышает длину волны видимого света, возможно наблюдать интерференцию при отражении света от верхней и нижней поверхности пленки. В зависимости от длины волны и толщины пленки, два отраженных луча могут складываться с различными фазами, окрашивая пленку в какой-то определенный цвет. Изучим этот эффект более подробно. На сайте [Atmospheric Optics \[7\]](#) можно найти множество примеров наблюдения интерференции и других оптических эффектов в природе. Кроме того, под многими фотографиями также есть объяснения того, почему так происходит.

5.1 Интерференция в тонкой пленке постоянной толщины. Полосы равного наклона

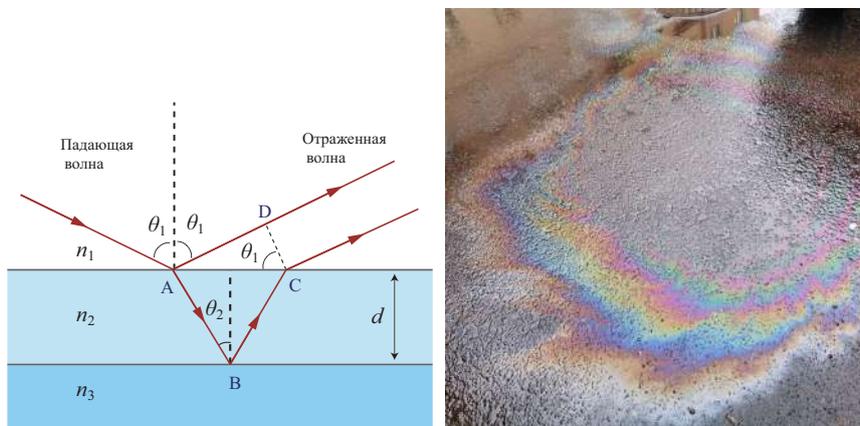


Рис. 11: Интерференция в тонкой пленке

Разность фаз отраженных лучей для тонкой пленки:

$$\Delta\varphi = [n_2(AB + BC) - n_1AD] \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (47)$$

где λ - длина волны в вакууме. Из простой геометрии и закона Снеллиуса находим

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{2dn_2(1 - \sin^2 \theta_2)}{\cos \theta_2} \frac{2\pi}{\lambda} \pm \pi = \\ &= 2n_2d \cos \theta_2 \frac{2\pi}{\lambda} \pm \pi = 2d\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_1} n_1^2 \frac{2\pi}{\lambda} \pm \pi. \end{aligned} \quad (48)$$

Дополнительный сдвиг фаз при отражении π появляется, если $n_1 < n_2$ и $n_3 < n_2$, или $n_1 > n_2$ и $n_3 > n_2$. Если $n_1 < n_2 < n_3$ или $n_1 > n_2 > n_3$, то дополнительный сдвиг фаз отсутствует.

При нормальном падении формулы значительно упрощаются:

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi dn_2}{\lambda} \pm \pi. \quad (49)$$

При взгляде сверху на пленку будет видно, что интерференционная картина представляет собой чередование концентрических темных и светлых колец (интерференционных полос). Каждая полоса, соответствующая определенному порядку, обусловлена интерференцией лучей, падающих на пленку под одним определенным углом. Отсюда название - **полосы равного наклона**[8] Подумайте, в каком случае будут наблюдаться кольца.

Задача 5:

Какой толщины мыльная пленка $n = 1.33$, максимум отражения которой приходится на длину волны 500 нм, если свет падает по нормали? А максимум пропускания? На какой длине волны будет максимум для отражения под углом 35° ? 60° ?

Подсказка: В случае пропускания интерференцию дадут луч, прошедший сквозь плёнку без отражений, и луч, претерпевший два внутренних отражения. Обратите внимание на дополнительный сдвиг фаз при отражении, появится ли он в этом случае?

Сравнение зависимости коэффициента отражения от толщины пленки, когда коэффициент отражения от обеих поверхностей 0.1 и 0.9 можно посмотреть с помощью www.wolframalpha.com :

```
plot abs((0.1+0.1*exp(i*x))/(1+0.01*exp(i*x)))^2,
plot abs((0.9+0.9*exp(i*x))/(1+0.81*exp(i*x)))^2.
```

То же самое для двух различных длин волн:

```
plot abs((0.1+0.1*exp(i*x))/(1+0.01*exp(i*x)))^2,
abs((0.1+0.1*exp(i*0.8x))/(1+0.01*exp(i*0.8x)))^2.
```

5.2 Интерференция на клине. Полосы равной толщины

Как правило, угол клина очень мал, и расстояние между стеклами меняется очень медленно, в связи с чем применимы формулы для интерференции в тонких пленках с учетом меняющейся толщины d . С изменением толщины максимумы будут сменяться минимумами, и мы можем наблюдать систему полос для каждого из цветов. Клин может образо-



Рис. 12: Образование клина между двумя стеклами

вывать также и мыльная пленка, стекающая вниз под воздействием бессердечной гравитации.

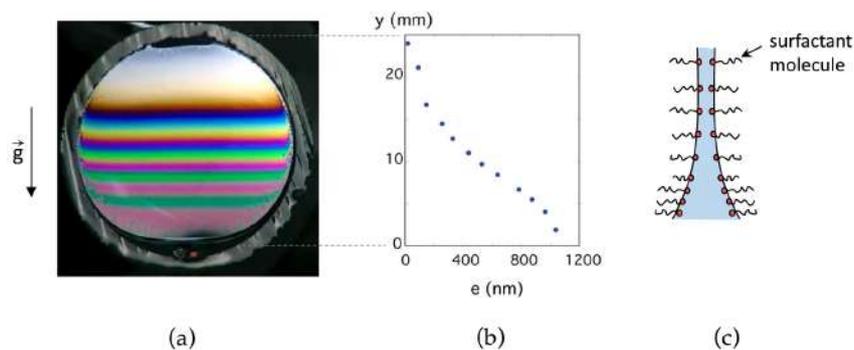


Рис. 13: Интерференция в мыльной пленке. (а) Фотография мыльной пленки, стекающей под воздействием гравитации. (б) По оси x отложена толщина пленки в зависимости от ее высоты. (с) Вид сбоку. Утолщение также сопровождается увеличением концентрации молекул ПАВ. Изображение взято из [9]

В случае переменной толщины плёнки, каждая полоса формируется в результате интерференции лучей, отраженных от участков клина с

условно одинаковой толщиной. Поэтому название - полосы равной толщины.

Задача 6:

Две стеклянных пластинки разделены тонким проводом с одной стороны, как показано на рисунке 12. При облучении светом 600 нм наблюдается 30 темных полос в отражении. Найдите толщину провода.

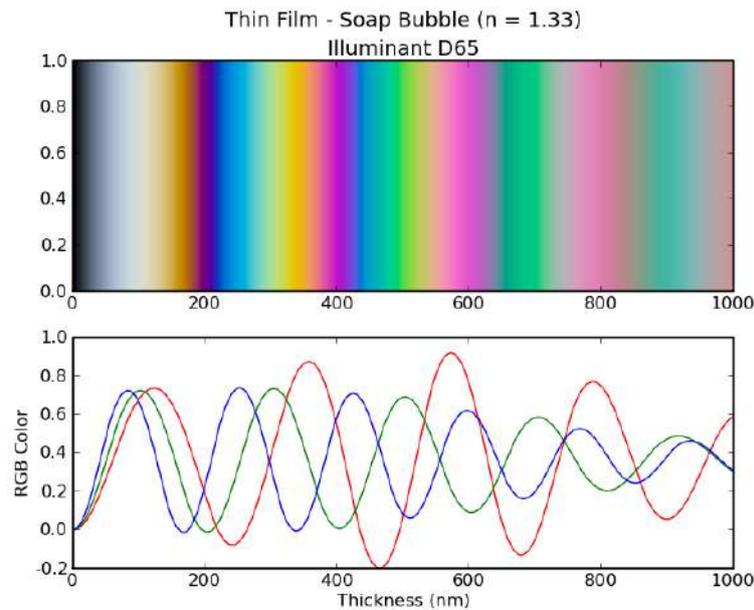


Рис. 14: Из примера ColorPy(<http://markkness.net/colorpy/ColorPy.html>). Расчетная картина, наблюдающаяся при интерференции белого света на клине, сравните с фото мыльной пленки

5.3 Кольца Ньютона

Кольца Ньютона представляют собой разновидность интерференции на клине, однако в этом случае одно из стекол плоское, а второе является частью шара с определенным радиусом кривизны (это, например, может быть линза). Соответственно, полосы равной толщины превращаются уже в кольца равной толщины, а их радиус можно определить из простой геометрии, считая, что радиус кривизны линзы очень большой. Также как и в предыдущих схемах интерференцию можно наблюдать как в отраженном, так и в проходящем свете, где интерференционная картина будет иметь инверсный вид и слабый контраст.

Установка для наблюдения колец Ньютона схематично изображена на рис. 15. Радиус m -го максимума в отраженном свете для колец Ньютона:

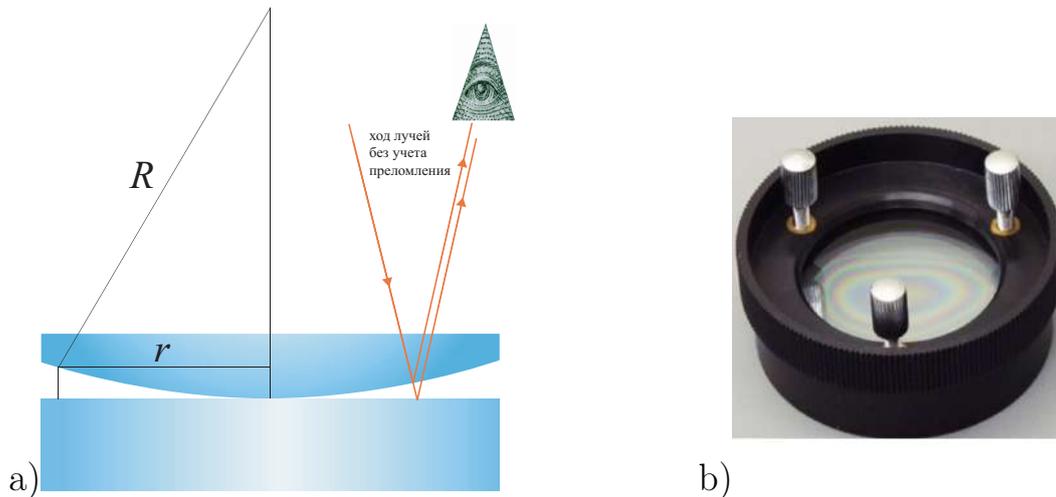


Рис. 15: а) Схема для наблюдения колец Ньютона. б) Кольца Ньютона, фото с сайта <https://www.labconusa.com/Newton-s-Ring-Apparatus.html>

$$r_N \approx \sqrt{\frac{\lambda R}{n} \left(m - \frac{1}{2} \right)}, \quad (50)$$

где n - коэффициент преломления среды в зазоре.

Задача 7:

Пространство между стеклами для наблюдения колец Ньютона заполнили жидкостью, и диаметр 10го кольца изменился от 1.5 см до 1.3 см. Какой показатель преломления жидкости?

5.4 Haliotis glabra

Интерференцию в тонких пленках можно часто наблюдать в природе. Чаще всего это не одна тонкая пленка, а какая-то многослойная структура. Яркая переливающаяся окраска некоторых насекомых и птиц чаще всего является именно структурной, а не пигментной. Одним из примеров являются ракушки моллюсков *Haliotis Glabra*, окраска которых была исследована в работе [10].

Задача 8:

Объясните переливающуюся окраску ракушек. Толщина арагонитовых пластинок на фото по центру $d_1 = 500 \text{ nm}$, показатель преломления $n_1 = 1.6$. Они разделены конхиолином толщиной $d_2 = 25 \text{ nm}$ с показателем преломления $n_2 = 1.3$.

Такие ракушки чем-то напоминают брэгговские зеркала[11]. Обычно такие зеркала делают так, чтобы оптический путь в каждом слое был

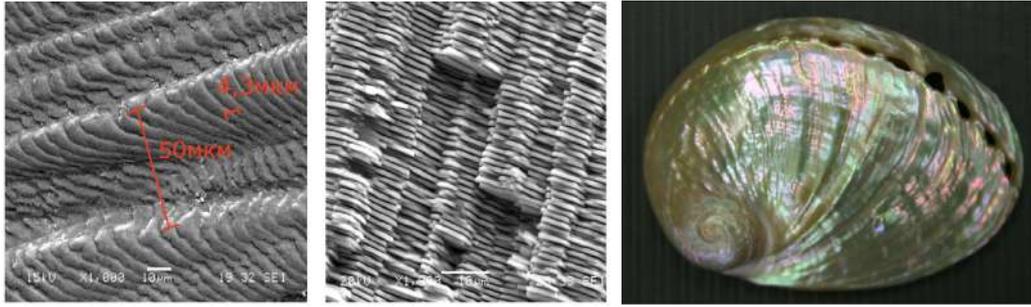


Рис. 16: Слоистая структура ракушек *Nautilus glabra*. Слева - вид сверху, по центру - сечение. Картинка из [10]

равен четверти длины волны. Проверьте, что в таком случае отражения вообще от всех слоев будут конструктивно интерферировать (то есть между всеми будет разница 2π). Также можете проверить, что следующий максимум будет наблюдаться тогда, когда длина волны будет в 3, 5, 7 и тд. раз меньше исходной. А вот с минимумами не все так просто. Для природных структур, типа ракушек, бабочек, и проч, это условие (все слои - четверть волны) обычно не выполнено, тем не менее, такие структуры все еще обладают выраженными максимумами в отражении, а в случае идеальной периодичности, картина качественно очень похожа зеркало брэгга, правда со сдвигами. Можно попробовать приблизительно оценить положение максимумов в отражении, записав условие

$$2(n_1d_1 + n_2d_2) = m\lambda, \quad (51)$$

которое означает, что волны отраженные от каждого периода, конструктивно интерферируют. На обратном эффекте деструктивной интерференции при отражении основан принцип просветления оптики (см. пункт 4.7).

Также на эту тему см. учебное пособие [12], где про многослойные покрытия в районе стр. 160, также моделирование брэгговских отражателей в COMSOL [13, 14] и калькулятор отражения от многослойных покрытий:

<https://www.filmetrics.com/reflectance-calculator> [15].

5.5 Когерентность

До этого мы предполагали, что свет представляет собой монохроматическую плоскую волну. Однако в реальности это обычно не так, и свет представляет собой пакеты волн, имеющие конечную протяженность в пространстве и не являющиеся строго монохроматическими. При этом

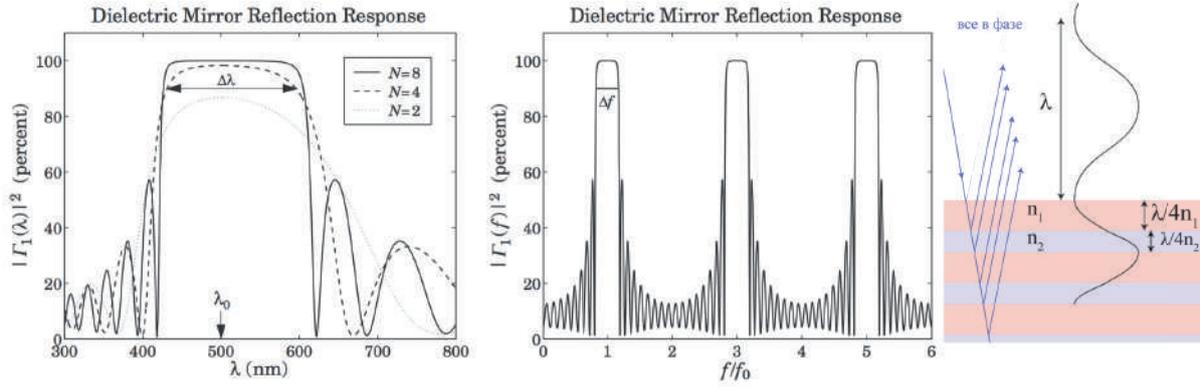


Рис. 17: Спектр отражения от брэгговского зеркала. График из Sophocles J. Orfanidis "Electromagnetic Waves and Antennas" [11].

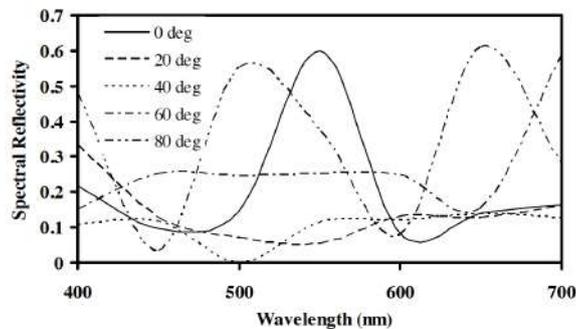


Fig. 5. Spectral reflectivity of 1024 composite macroscopic layers at various angles of incidence.

Рис. 18: Спектр отражения ракушек при различных углах падения. Результаты численного моделирования 1024 слоев с разбросом в периодах. График из [10]

два пакета могут интерферировать только если они хотя бы частично совпадут в пространстве, а не придут один за другим. Совпадение в пространстве должно произойти как вдоль оси распространения пакета (временная когерентность — показывает степень монохроматичности источника), так и в перпендикулярной плоскости (пространственная когерентность — показывает насколько одинакова фаза колебаний вдоль волнового фронта). Например, чем "короче" пакеты - тем из большего числа различных частот состоит свет, а различные частоты друг с другом не интерferируют, но при интерференции сами с собой дают различные положения максимумов и интерференционные картины накладываются. Итоговая картина получается менее контрастной.

Пусть есть протяженный источник, например, солнце или лампа накаливания. Будем считать, что свет от различных точек источника не интерferирует, и попробуем наблюдать интерференционную картину,

поставив между таким источником и экраном пластинку с двумя щелями. Такая картина будет менее контрастной, чем от идеальной плоской волны [16]



В данном курсе мы не будем касаться подробно обширной темы когерентности [17, 18], а только разберем как на интерференционную картину влияет наличие двух спектральных составляющих.

5.6 Интерферометр Майкельсона

Одной из типичных установок для наблюдения интерференции является интерферометр Майкельсона [19]. В нем луч от источника S (рис. 19) разделяется на два с помощью полупрозрачного зеркала (beam splitter), повернутого под углом 45 градусов, и затем смешивается сам с собой с помощью двух непрозрачных зеркал M_1 и M_2 . После прохождения всей системы можно считать, что интерферирует свет от изображений источника S'_1 и S'_2 , и поэтому можно пользоваться полученными выше формулами.

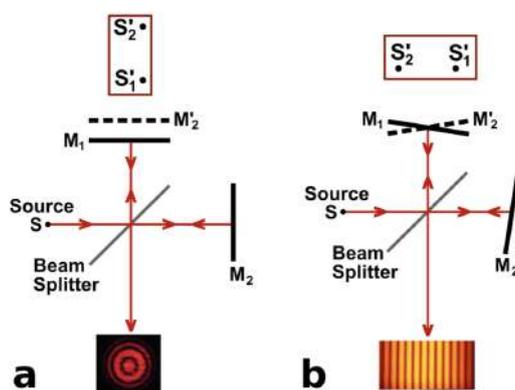


Рис. 19: Интерферометр Майкельсона. Источник: Stigmatella aurantiaca at English Wikipedia [CC BY-SA 3.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)],

Задача 9:

В интерферометре Майкельсона использовалась желтая линия натрия [20], состоящая из двух компонент с длинами волн $\lambda_1 = 589,0$ нм и

$\lambda_2 = 589,6$ нм. При поступательном перемещении одного из зеркал интерференционная картина периодически исчезала (почему?). Найти перемещение зеркала между двумя последовательными появлениями наиболее четкой интерференционной картины.

Подсказки:

Условие совпадения максимумов для двух длин волн

$$2d_1 \cos \theta = m_1 \lambda_1 = m_2 \lambda_2. \quad (52)$$

Условие следующего совпадения (будем считать, что оно может быть выполнено):

$$2d_2 \cos \theta = (m_1 + m) \lambda_1 = (m_2 + m + 1) \lambda_2. \quad (53)$$

Вычтем уравнения друг из друга и из них получим условие на перемещение зеркала.

$$2d_2 \cos \theta - 2d_1 \cos \theta = m \lambda_1 = (m + 1) \lambda_2. \quad (54)$$

5.7 Точное решение задачи интерференции в тонкой пленке

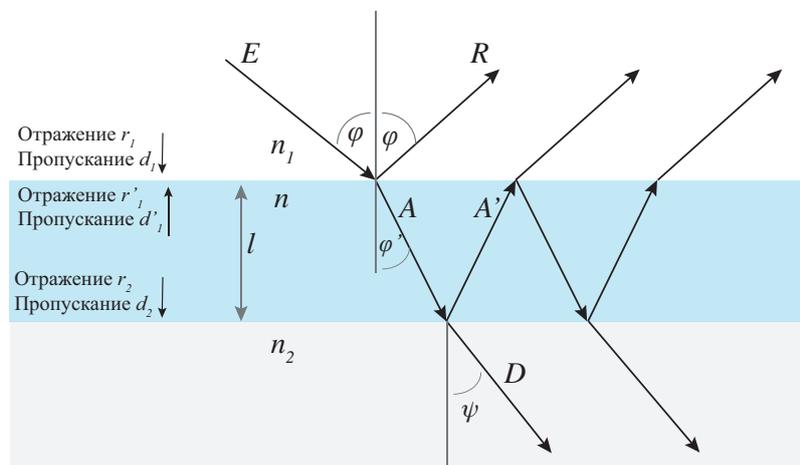


Рис. 20: Рисунок к задаче.

Обычно любые волны записывают в виде комплексных экспонент, крайне редко возвращаясь обратно к косинусам в силу значительного удобства любых вычислений. Запись плоской волны выглядит как $e^{i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}}$, где жирным шрифтом обозначаются векторы, а $\mathbf{k}\mathbf{r}$ это их скалярное произведение. Как выглядит скалярное произведение для разных

направлений вектора \mathbf{r} ? Убедитесь, что его косинус действительно является плоской волной в направлении волнового вектора.

Рассмотрите задачу (рассмотрена в Сивухине, т.4 стр 418-421 [21]):

Задача 10:

На поверхность с показателем преломления n_2 нанесена очень тонкая пленка толщины l с показателем преломления n . На нее из среды с показателем преломления n_1 падает волна с амплитудой E под углом φ . Считайте, что все показатели преломления и пропускания известны. (Они получаются из формул Френеля, которые получаются из граничных условий уравнений Максвелла.) Сдвиг фазы на π или его отсутствие тоже уже учтен в коэффициенте отражения. При каких условиях отражение будет нулевым? А при каких максимальным? У вас должна получиться система уравнений

$$\begin{cases} R = r_1 E + d'_1 A' \\ A = d_1 E + r'_1 A' \\ A' e^{ik_0 n l \cos(\varphi')} = r_2 A e^{-ik_0 n l \cos(\varphi')} \end{cases} \quad (55)$$

В Сивухине есть опечатки! Так что ответ там немного другой.

Решите ее, затем учтите что $r_1 = -r'_1$ и $d_1 d'_1 = 1 - r_1^2$. Получив выражение для коэффициента отражения, найдите условие когда он будет нулевым при нормальном падении (как мнимая, так и вещественная его части).

6 Домашнее задание 2

Задача 1: Установку для наблюдения колец Ньютона (рис. 15) залили маслом $n = 1,5$ и осветили натриевой лампой ($\lambda = 589$ нм). Найдите диаметр первого темного кольца в проходящем свете, зная, что показатели преломления линзы и пластины 1,47 и 1,52 соответственно, а радиус кривизны линзы - 1 м.

Задача 2: Скорость роста пленки диоксида кремния ($n_1 = 1,48$) на поверхности кристаллического кремния ($n_2 = 3,8$) контролировали при помощи интерференционных картин, получающихся при отражении зеленого лазерного луча с длиной волны $\lambda = 0,532$ мкм от поверхности пленки при угле падения луча 45° . Какова была скорость роста оксидной пленки кремния, если сигнал на фотодетекторе модулировался с периодом 15 минут?

Задача 3: Для наблюдения интерференции в опыте Юнга используется оранжевая линия ртутной лампы, состоящая из двух компонент (577

нм и 579 нм). При каком порядке интерференции максимумы перестанут быть различимы? А для синей линии (404.7 нм и 407.8 нм)?

7 Дифракция

7.1 Диаграмма направленности вторичных источников Гюйгенса

Принцип Гюйгенса-Френеля говорит о том, что каждая точка фронта является источником вторичных сферических волн. Сферические они потому, что если нарисовать поверхности постоянной фазы, то они будут сферами. Однако амплитуда и поляризация по всей поверхности не являются константами (попробуйте причесать ежа [22]). Если нарисовать модуль амплитуды поля, то для вторичной волны Гюйгенса он будет представлять собой кардиоиду (Рис. 21). Фактически, она иллюстрирует основные направления распространения энергии от вторичной волны.

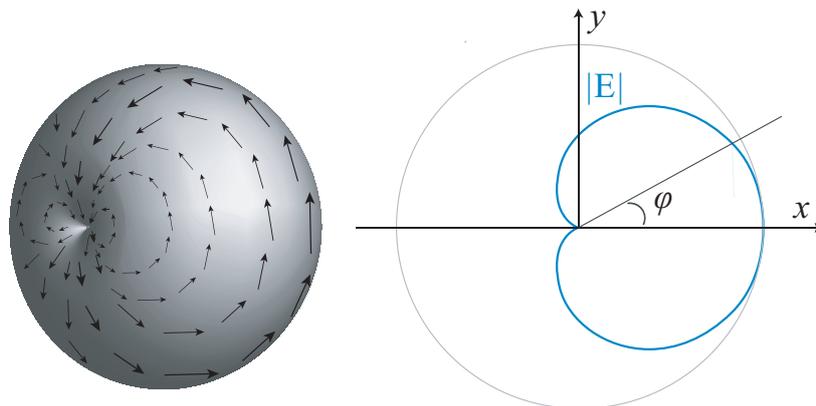


Рис. 21: Это кардиоида! $F(\phi) = 0.5(1 + \cos(\phi))$ - см. принцип Гюйгенса в формулировке Кирхгофа [21].

7.2 Дифракция Френеля

Исходя из принципа Гюйгенса, каждая точка пространства является источником вторичных волн, которые затем интерферируют друг с другом. Предположим, плоская волна проходит через небольшое круглое отверстие в экране, и мы хотим определить интенсивность в точке P (Рис. 22). Для этого надо сложить (проинтегрировать) все вторичные волны [23, 24]. Однако взять такие интегралы совсем непросто, и Френелем был предложен принцип, благодаря которому можно приблизительно оценить интенсивность в точке P . Поскольку отверстие достаточно

большое, нельзя пренебрегать тем фактом, что световая волна проходит разный путь от разных точек отверстия до точки P . Разделим все отверстие на зоны, для которых путь отличается на $\lambda/2$. Они будут называться зоны Френеля. Найдем радиусы и площади этих зон:

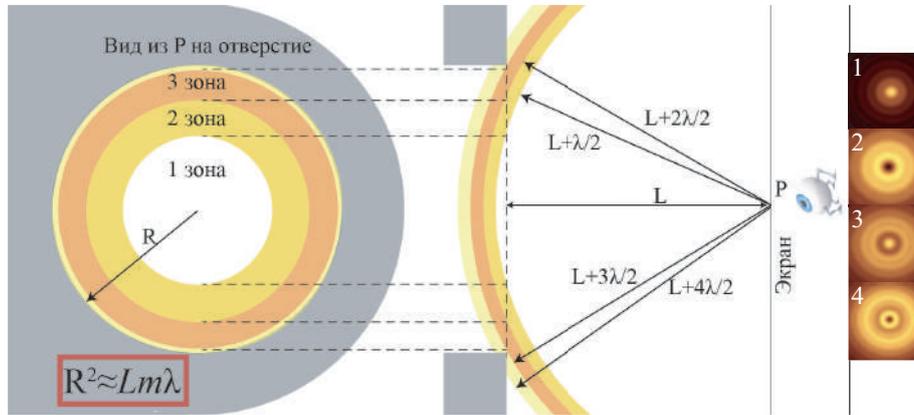


Рис. 22: Наблюдение дифракции Френеля в центре экрана. Плоский фронт. Здесь чуть больше трех открытых зон. Справа показано распределение интенсивности на экране для различного числа открытых зон Френеля. Картинки из [25]

$$R_m = \sqrt{(L + m\lambda/2)^2 - L^2} \sim \sqrt{Lm\lambda}, \quad (56)$$

$$S_m = \pi R_m^2 - \pi R_{m-1}^2 \sim \pi L\lambda. \quad (57)$$

Заметим, что площади всех зон Френеля приблизительно равны (а значит, равны площади и более маленьких "подзон на протяжении которых фазу можно считать постоянной, и тогда примерно равны и амплитуды поля, приходящего от каждой подзоны).

Разделим мысленно одну зону на множество подзон, считая постоянной фазу в каждой из них. Электромагнитные волны можно представлять в комплексной форме $\mathbf{E} \sim \mathbf{E}_0 e^{i\varphi}$, фаза которых меняется от 0 до π в пределах одной зоны Френеля. Далее будем складывать экспоненты векторно, считая, что площади всех подзон, а значит и модули вектора \mathbf{E} тоже равны. На рисунке 23 иллюстрируется такое сложение, если зона делится на 6 подзон. Амплитуде поля соответствует длина вектора, а фазе - угол с горизонталью. Начнем построение с самой нижней точки, пусть фаза волны, пришедшей из центра экрана, равна нулю. Она будет плавно меняться в пределах первой зоны, и изменится на π в тот момент, когда мы достигнем края первой зоны (наверху стрелочка будет смотреть в противоположную сторону). Результирующая амплитуда

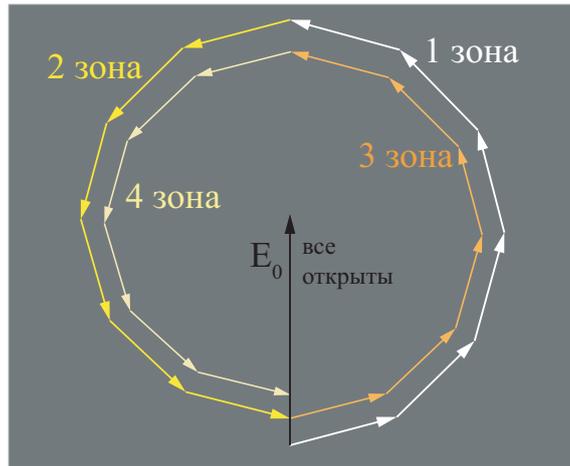


Рис. 23: Построение спирали Френеля (vibration curve)

будет равна сумме амплитуд от всех открытых подзон по правилам векторного сложения. Повторяя ту же процедуру для всех остальных зон, мы получим спираль. Для бесконечно большого отверстия спираль при-

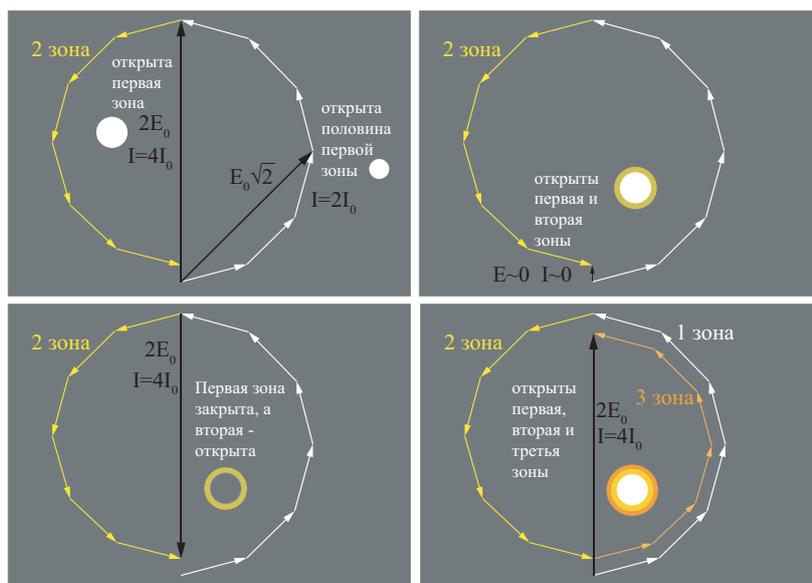


Рис. 24: Результирующая амплитуда для различных случаев

дет в центр, и результирующая амплитуда будет просто равна исходной амплитуде плоской волны. К сожалению, такое рассмотрение подходит только для центральной точки экрана. Для других точек с помощью этого метода интенсивность оценить можно лишь приблизительно (см. Рис. 25). Подробнее см. учебник Савельева [26].

Идеально плоских волн в природе не существует, поэтому целесообразным является рассмотреть еще один случай, когда на отверстие па-

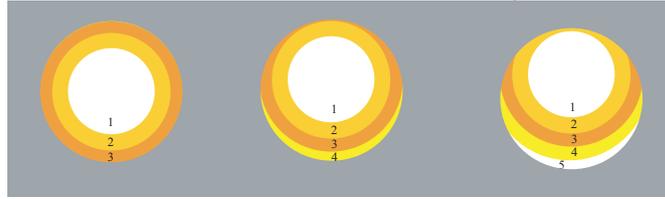


Рис. 25: Вид из разных точек, а не только той, что прямо напротив отверстия.

дает не плоская волна, а волна, обладающая сферическим фронтом, испускаемая каким-то точечным источником, расположенным на конечном расстоянии от отверстия. Рассмотрение такого случая и иллюстрация метода нахождения радиуса зон Френеля представлено на Рис. 26.

Также как и на круглом отверстии, можно наблюдать дифракцию на диске, шаре и т.п. Метод рассмотрения полностью аналогичен, просто стрелку нужно проводить от края последней закрытой зоны к центру спирали, поскольку открыты все зоны, кроме нескольких первых. Заметим, что в центре экрана всегда будет наблюдаться светлое пятно (пятно Пуассона, см. задачу 14). Иллюстрация представлена на Рис. 27.

Заметим также, что в случае дифракции Френеля, отверстие большое (либо экран близко, либо длина волны маленькая, дифракцию Френеля также называют дифракцией в сходящихся лучах.) $\frac{R^2}{L\lambda} \geq 1$, L – расстояние от отверстия до экрана, R – радиус отверстия. Если это условие не выполнено, то будет открыта лишь часть первой зоны, и в таком случае можно пользоваться другим приближенным методом для расчета распределения интенсивности на экране. (Дифракция Фраунгофера. см. п.6.3, 6.4).

Интенсивность света, приходящего в точку P , можно значительно увеличить при помощи зонных пластинок. Существует два вида пластинок: амплитудные и фазовые. Принцип работы первых заключается в том, чтобы закрыть все четные (или нечетные) зоны непрозрачной маской, тогда оставшиеся будут давать синфазные колебания (Рис. 28). В случае фазовых пластинок вместо банального закрытия неудобных зон вводится дополнительный фазовый сдвиг $\Delta\phi = \pi$ для нечетных (или четных) зон, т.е. используется свет от всех зон и интенсивность в центре картины увеличится в 4 раза. В жизни это выглядит как стеклянная пластинка с кольцевыми ступеньками равной высоты, но разной ширины, соответствующей ширине конкретной зоны. Фактически, усиление света зонными пластинками эквивалентно фокусирующему эффекту линзы. Подробнее смотрите [ссылку \[30\]](#).

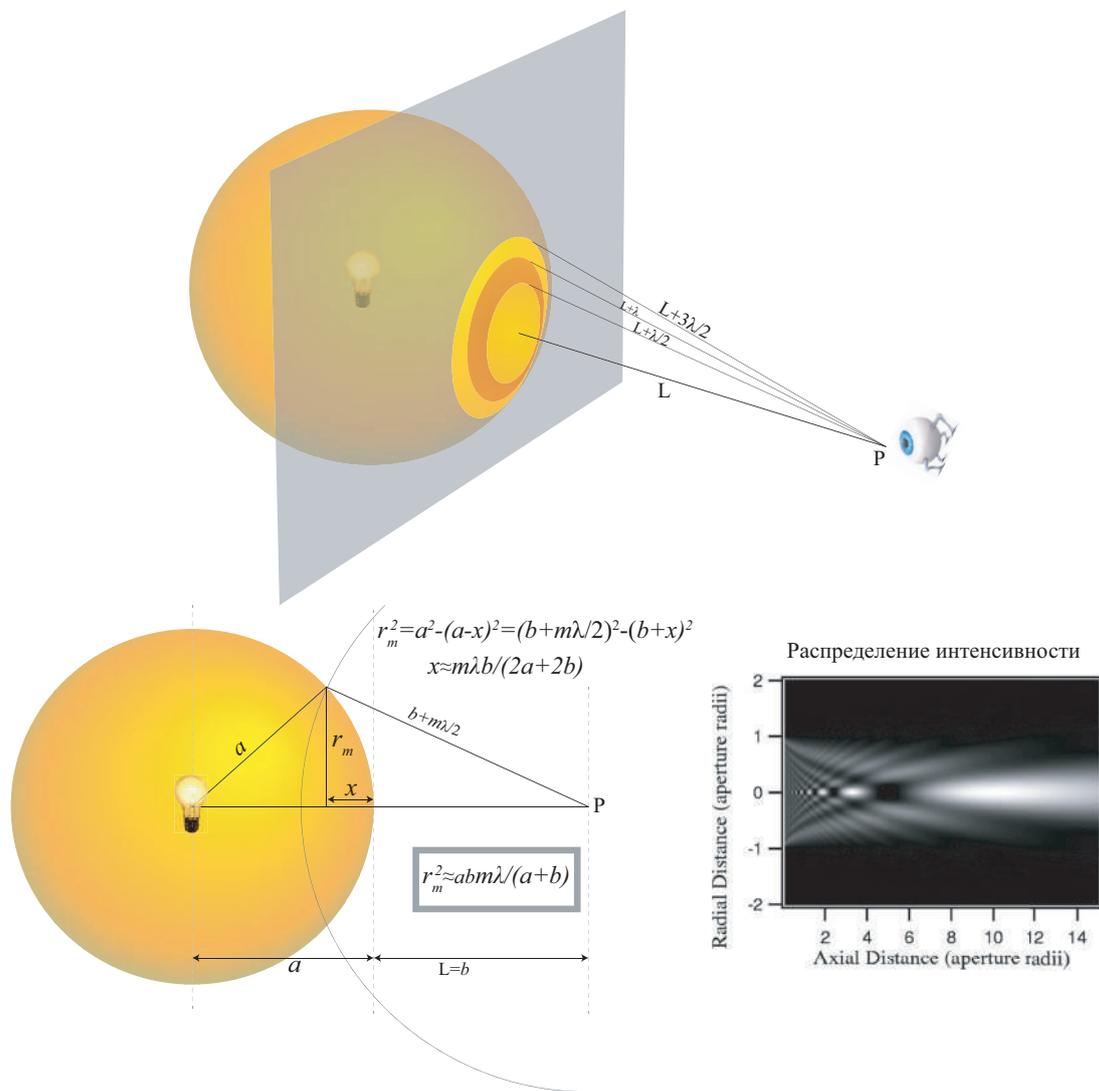


Рис. 26: Сферический фронт падающей волны. Картинка на вставке из [27]

Задача 11:

На диафрагму радиусом $b = 1.5$ мм с расстояния, на котором фронт падающей волны можно считать плоским, светят лазерной указкой с длиной волны $\lambda = 600$ нм, при этом интенсивность волны на отверстии равна I_0 . Определите интенсивность в центре дифракционной картины, если экран находится на расстоянии $L = 1.5$ м. Волна падает перпендикулярно отверстию.

Задача 12:

Как и в предыдущей задаче, плоская волна от лазерной указки с длиной волны $\lambda = 600$ нм падает на круглое отверстие диаметром $D = 2$ мм. Определите максимальное расстояние между отверстием и экраном, при котором в центре дифракционной картины ещё будет наблюдаться

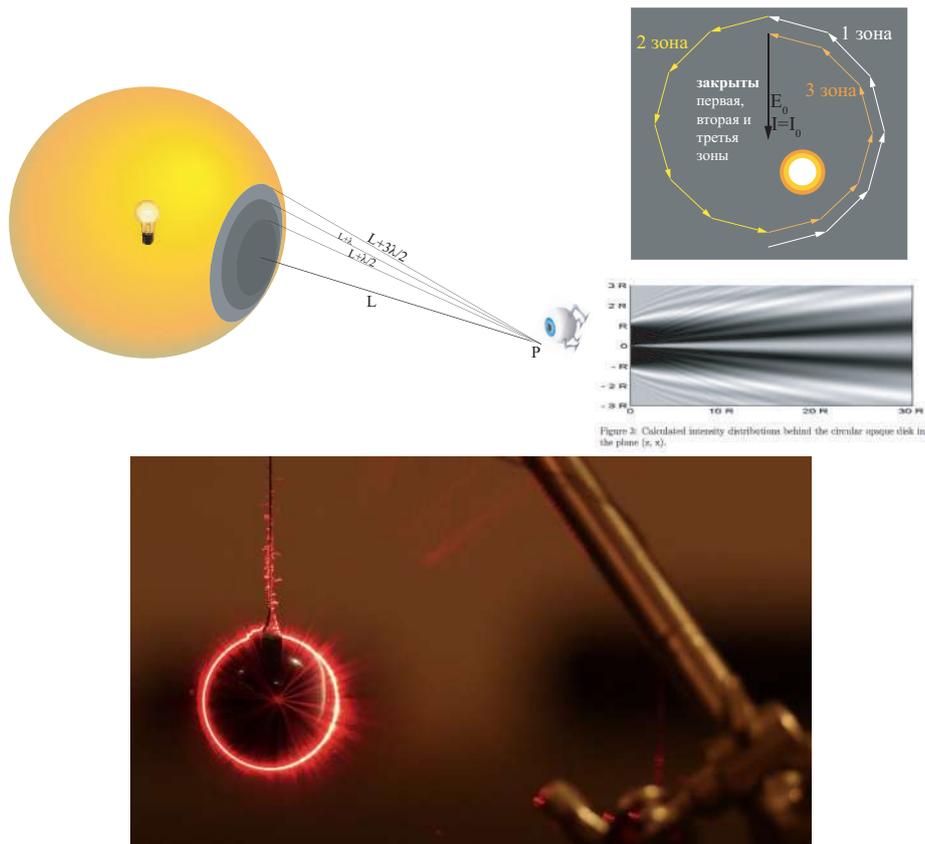


Рис. 27: а) Наблюдение дифракции Френеля на диске. Пятно Пуассона, вид сзади [28]. Изображение на вставке из [29]

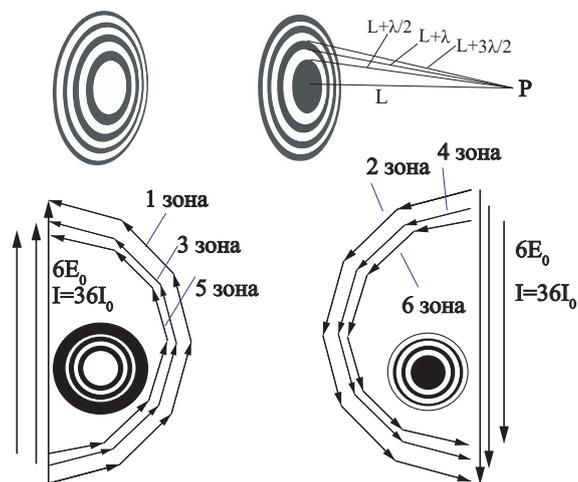


Рис. 28: Примеры зонных пластинок, закрывающих четные и нечетные зоны. В приближении, интенсивность от бесконечных зонных пластинок в центре будет равна бесконечности, однако в реальности этого никогда не происходит (почему?)

темное пятно.

Задача 13:

Точечный источник излучения и экран находятся на одинаковом расстоянии $a = b = 6.75$ м от кусочка фольги с круглым отверстием $D_1 = 4.5$ мм. При увеличении диаметра отверстия освещенность в точке экрана, лежащей на оси пучка, изменилась дважды (например, максимум сменился минимумом, а потом снова стал максимумом, или наоборот). Длина волны падающего света $\lambda = 520$ нм. Каким стал диаметр отверстия D_2 ?

Решение: Точечным источником можно считать тот, размерами которого по сравнению с расстоянием, на котором оценивается его действие, можно пренебречь. Иными словами это источник сферических волн. В этом случае необходимо пользоваться формулами из рис. 26.

1. Выразим число зон Френеля m_1 и m_2 , укладывающихся в отверстии разных диаметров D_1 и D_2 :

$$m_1 = \frac{D_1^2(a+b)}{4ab\lambda}, \quad (58)$$

$$m_2 = \frac{D_2^2(a+b)}{4ab\lambda}. \quad (59)$$

2. То, что освещенность изменилась 2 раза, фактически означает, что $m_2 - m_1 = 2$. Тогда вычитая выражения из первого пункта получаем:

$$m_2 - m_1 = \frac{a+b}{4ab\lambda}(D_2^2 - D_1^2), \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow D_2^2 &= \sqrt{\frac{(m_2 - m_1)(4ab\lambda)}{a+b}} + D_1^2 \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 6.75^2 \text{ м}^2 \cdot 520 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{2 \cdot 6.75 \text{ м}}} + 4.5^2 \cdot 10^{-6} \cdot \text{ м}^2 = 5.85 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (61)$$

Задача 14: Показать, что в случае падения сферической волны на непрозрачный круглый диск малого размера, на экране в центре дифракционной картины будет наблюдаться светлое пятно.

7.3 Дифракция на полуплоскости, щели, и т.д. (самостоятельный разбор)

Если попробовать построить аналогичную спираль для дифракции на бесконечной щели, ее вид изменится, поскольку площади подзон уже не

будут приблизительно равны, а значит длина векторов будет меняться, образуя спираль Корню. Подробный разбор можно найти в лекции 10 в [31]

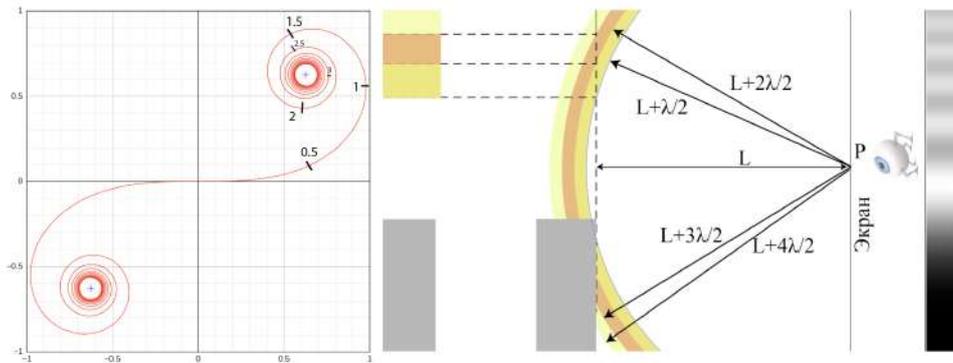


Рис. 29: Спираль Корню, клотоида, позволяет рассматривать дифракцию на полуплоскости и считать интенсивность в любой точке. Также это может быть щель, бесконечная полоса, и т.д. Очень хорошая демонстрация по ссылке [32]. В целом, все то же самое, что и на круглом отверстии, но вид спирали другой. См. также gif из вики [33]

Смоделированное распределение интенсивности при дифракции на щели см. в [34].

7.4 Дифракция Фраунгофера на щели

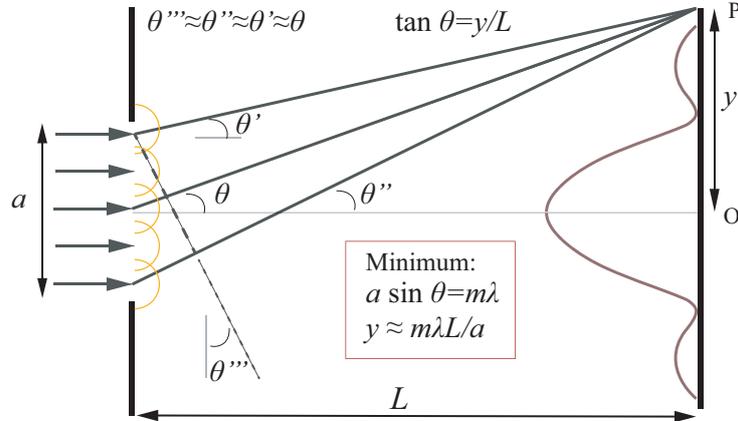


Рис. 30: Дифракция на щели [35]

Дифракцию Фраунгофера на одной щели можно рассматривать так же, как и опыт Юнга, просто вместо двух волн с разностью фаз $a \sin \theta'$ складывать все волны, приходящие на экран от всех открытых точек щели. Это приближение возможно только тогда, когда открыта только часть первой зоны Френеля, то есть $\frac{R^2}{L\lambda} \ll 1$. Такое сложение можно записать интегралом [26]

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos(kx - \omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta') dx = \\
 &= \frac{\sin(kx - \omega t + \frac{a}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta')}{\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta'} - \frac{\sin(kx - \omega t - \frac{a}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta')}{\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta'} = \quad (62) \\
 &= 2 \cos(kx - \omega t) \frac{\sin(\frac{a}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta')}{\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta'} \Rightarrow I \propto I_0 \frac{\sin^2(\frac{1}{2} ka \sin \theta)}{(\frac{1}{2} ka \sin \theta)^2}.
 \end{aligned}$$

Отсюда условие минимума

$$\boxed{a \sin \theta = m\lambda.} \quad (63)$$

Заметим, что в центре не минимум, так как $m = 0$ не подходит! Потому что тогда в знаменателе тоже ноль, и необходимо взять предел. А с максимумами [36] все еще сложнее, они просто где-то между минимумами (но можно взять производную, приравнять ее к нулю, и найти положение максимумов).

Задача 15:

На щель шириной $a = 0.1$ мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света длиной $\lambda = 532$ нм. Найдите ширину изображения щели на экране, удаленном от щели на расстояние $L = 2$ м.

Решение:

Ширина изображения - это расстояние между первыми дифракционными минимумами.

$$A = 2L \tan \theta, \quad (64)$$

где θ - угол на первый минимум. По условию минимумов

$$\sin \theta \approx \theta \approx \tan \theta \approx \frac{\lambda}{a}, \quad (65)$$

$$A = \frac{2L\lambda}{a} \approx 0.02 \text{ м} = 2 \text{ см}. \quad (66)$$

7.5 Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии. Дифракционный предел разрешения оптических инструментов

Интенсивность на экране при дифракции на круглом отверстии, можно посчитать аналогичным образом, только несколько сложнее в плане расчетов [36]. В результате, значение интеграла для интенсивности на экране будет следующим:

$$I \propto I_0 \left(\frac{2J_1(kR \sin \theta)}{kR \sin \theta} \right)^2. \quad (67)$$

Здесь $J_1(x)$ - функция Бесселя первого порядка [37], $R = D/2$ - радиус отверстия, k - волновой вектор. Условие первого минимума:

$$\frac{2\pi}{\lambda} R \sin \theta = 1.22\pi, \quad (68)$$

что можно проверить с помощью

<https://www.wolframalpha.com>:

`(2*besselj(1,x*pi)/(x*pi))^2 = 0 .`

Сравнение с дифракцией на щели:

`plot (2*besselj(1,x*pi)/(x*pi))^2 and (sin(x*pi)/(x*pi))^2.`

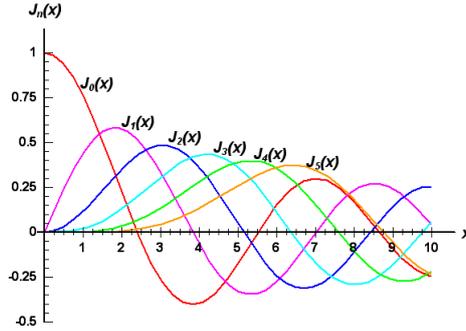


Рис. 31: Первые пять функций Бесселя (с сайта https://www.dplot.com/fct_besselj.htm). Такие функции часто возникают при решении задач с цилиндрической симметрией и в чем-то аналогичны синусам и косинусам, которые могут возникнуть, например, при решении задач с кубической симметрией (см. [38] Главу V, пар. 3)

Из-за дифракции оптические приборы, как телескопы и микроскопы, имеют предел разрешения. Попробуем понять что это и откуда берется. Рассмотрим для начала следующую ситуацию (рис. 32). Свет проходит через щель диаметром D . Из-за принципа Гюйгенса-Френеля мы наблюдаем интерференцию всех вторичных сферических волн. Рассмотрим что будет происходить с волной, идущей под углом θ . Если бы экран был бесконечно далеко, интенсивность в направлении θ можно было бы найти по простой формуле (67). Но если поставить на пути лучей линзу, она будет собирать свет в фокальной плоскости, которая может быть совсем не в бесконечности, хотя интенсивность в соответствующей точке будет все равно пропорциональна интенсивности в этом же направлении. Напомним, что направление определяется лучом, проходящим через центр линзы.

Условия дифракции Фраунгофера выполнены даже для больших D , так как в случае наличия линзы, точки в фокальной плоскости эквивалентны точкам на бесконечно удаленном экране.

Найдем размер изображения отверстия D на экране. Будем считать что он определяется шириной первого максимума. Половина углового размера максимума $\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$, тогда радиус изображения на экране: $r = F \sin \theta = 1.22 \frac{\lambda F}{D}$. Заметьте, что размер зависит от длины волны. Представим ситуацию, что отверстия перед линзой нет, тогда роль отверстия D выполняет сама линза диаметром D . Изображение на экране будет тем меньше, чем меньше длина волны и чем больше диаметр линзы.

Таким образом, мы выяснили размер пятна на экране в случае, когда

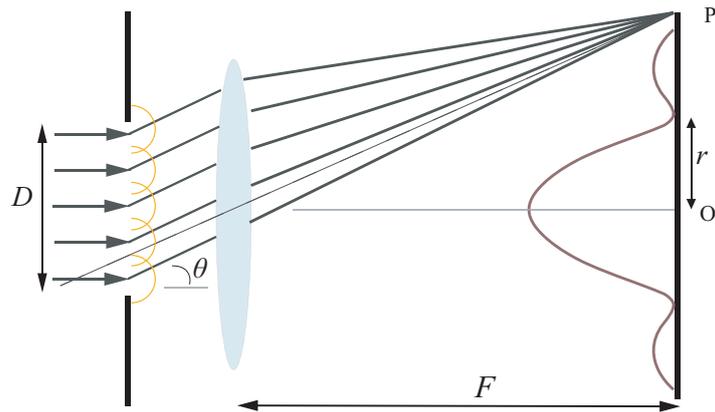


Рис. 32: Дифракционная картина Фраунгофера в фокальной плоскости собирающей линзы.

на линзу падает параллельный пучок лучей. Предположим, что таких пучков два, и созданы они например светом двух далеких звезд, которые мы наблюдаем в телескоп.

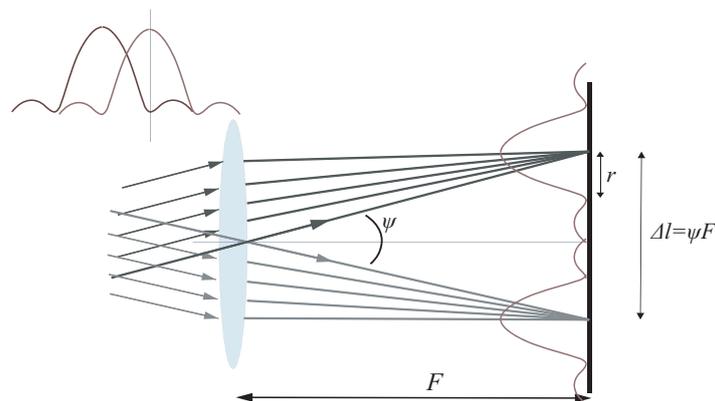


Рис. 33: Разрешение двух звезд телескопом.

Глаз начинает различать пятна примерно тогда, когда центр одного совпадает с первым минимумом другого. То есть, $\psi = \frac{\Delta l}{F} = \frac{r}{F} \Rightarrow \psi = \frac{1.22\lambda}{D}$. Как видим, минимальное угловое расстояние, которое способен разрешить телескоп зависит только от длины волны и диаметра линзы.

Задача 16:

Почему глаз в темноте видит хуже? А при ярком свете? Какие буквы лучше использовать для вывесок?

Задача 17:

Определить предел разрешения оптического микроскопа, если $\sin \alpha \sim 1$, а показатель преломления иммерсионной жидкости $n = 1.5$.

Цвета и спектры благородных газов					
Форма	Гелий	Неон	Аргон	Криптон	Ксенон
В колбе под действием электричества					
В прямой трубке					
В трубках-литерах Периодической таблицы					
Спектр поглощения газа					

Рис. 34: Спектры благородных газов из вики [39]

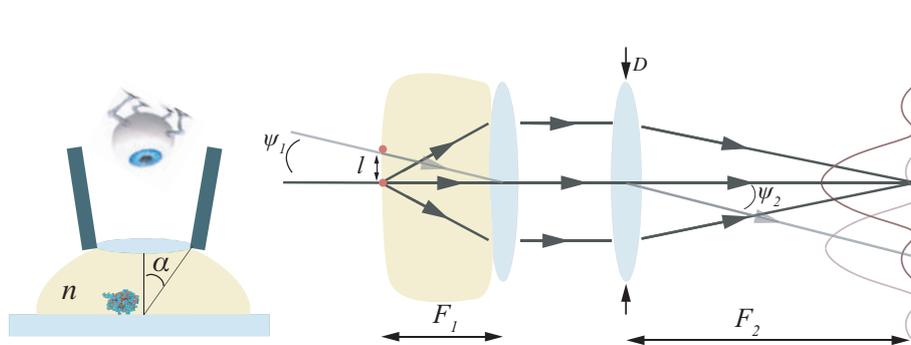


Рис. 35: Дифракция Фраунгофера в оптическом микроскопе. Размытие точечного объекта.

Для того, чтобы пояснить, почему и в этом случае выполняется условие наблюдения дифракции Фраунгофера, заменим одиночную линзу с фокусом F двумя вплотную расположенными линзами с фокусными расстояниями F_1 и F_2 , при этом $\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}$. Тогда точки, которые надо разрешить, будут расположены в передней фокальной плоскости первой линзы, а изображения - в задней фокальной плоскости второй линзы. В промежутке между линзами лучи идут параллельным пучком. Дифракция Фраунгофера происходит на общей оправе линз диаметром D и наблюдается в задней фокальной плоскости второй линзы.

Для начала рассмотрим простой случай когда $n = 1$, то есть система находится в воздухе. Предел разрешения линзы:

$$\psi = \frac{1.22\lambda}{D}, \quad (69)$$

при этом углы $\psi_1 = \psi_2 = \psi = \frac{l}{F_1}$, тогда $l = \frac{1.22\lambda F_1}{D}$. Заметим, что

$\sin \alpha = \frac{D}{2F_1}$, тогда

$$l = \frac{0.61\lambda}{\sin \alpha}. \quad (70)$$

При наличии иммерсионной жидкости с показателем преломления n имеем $\psi_2 = \psi = n\psi_1 = \frac{nl}{F_1}$ и тогда получаем формулу Гельмгольца:

$$\boxed{l = \frac{0.61\lambda}{n \sin \alpha}}. \quad (71)$$

Таким образом, уменьшением длины волны света и увеличением показателя преломления иммерсионной жидкости можно достигнуть увеличения предела разрешения оптического микроскопа.

В природе дифракцию можно наблюдать в таком явлении, как [солнечная корона](#) [40]

8 Дифракционная решетка

С точки зрения расчетов, [дифракционная решетка](#), состоящая из нескольких щелей, ничем не отличается от интерференции от двух или трех щелей, рассмотренных в главе 3.2. Необходимо точно так же сложить волны, пришедшие от каждой из щелей со своей фазой, а затем найти интенсивность на экране как усредненный по времени квадрат модуля электрического поля.

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &\propto \Re e^{ikr-i\omega t} (1 + e^{i\varphi} + e^{i2\varphi} + \dots + e^{i(N-1)\varphi}) = / \varphi = d \sin \theta \frac{2\pi}{\lambda} / = \\ &= \Re e^{ikr-i\omega t} \frac{1 - e^{iN\varphi}}{1 - e^{i\varphi}} = \Re e^{ikr-i\omega t + i\frac{N-1}{2}\varphi} \frac{\sin \frac{N}{2}\varphi}{\sin \frac{1}{2}\varphi}. \end{aligned} \quad (72)$$

Заметим, что возникает формула для суммы N слагаемых [геометрической прогрессии](#). На рисунке 36 показан пример сложения прошедших лучей через дифракционную решетку на примере 7 щелей (на самом деле, надо бы еще учесть конечную ширину щели, и выражение для интенсивности умножится на $\left(\frac{\sin \frac{\psi}{2}}{\frac{\psi}{2}}\right)^2$ (соответствует дифракции Фраунгофера от одной щели), где $\psi \ll \varphi$, если ширина щели много меньше периода, $\psi = a \sin \theta \frac{2\pi}{\lambda}$, где a — ширина щели).

Получаемую [картину](#) распределения интенсивности можно понять, беря во внимание, что сначала происходит дифракция падающей волны на

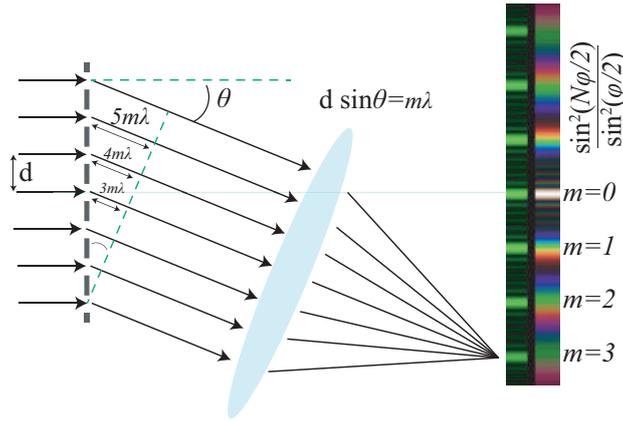


Рис. 36: Дифракция на решетке из семи щелей. Смоделированное распределение монохроматического и белого света взято из [41]. Здесь нарисована линза, но дифракцию можно наблюдать на большом расстоянии и без линзы.

каждой щели, а затем вторичные волны, создаваемые на каждой щели интерферируют между собой. Не будем принимать пока во внимание конечную ширину щели, и рассмотрим следствия из формулы (72). Вспомните замечательные пределы и убедитесь, что положения главных максимумов определяется условием

$$\boxed{d \sin \theta = \pm m \lambda}, \quad \text{где } m = 0, 1, 2 \dots \text{ — главные максимумы} \quad (73)$$

Кроме того, можно проверить, что условие минимумов

$$\boxed{d \sin \theta = \pm \frac{m \lambda}{N}}, \quad \text{где } m = 1, 2 \dots \text{ — кроме } kN, \text{ где } k \text{ - целое число} \quad (74)$$

где d — постоянная решетки. Количество минимумов между главными максимумами зависит от числа щелей решетки. В случае N щелей их число будет равняться $(N - 1)$ и $(N - 2)$, соответственно. Посмотреть, как это выглядит, можно здесь:

<https://demonstrations.wolfram.com/MultipleSlitDiffractionPattern/>

Дифракция может наблюдаться как в прошедшем, так и в отраженном свете. При этом наблюдение возможно не только при нормальном падении, но и при наклонном, тогда формула меняется в соответствии с Рис. 37

Есть способ очень наглядно найти направления на дифракционные максимумы. Этот же способ можно использовать для света, прошедшего в среду с показателем преломления n сквозь периодическую решетку.

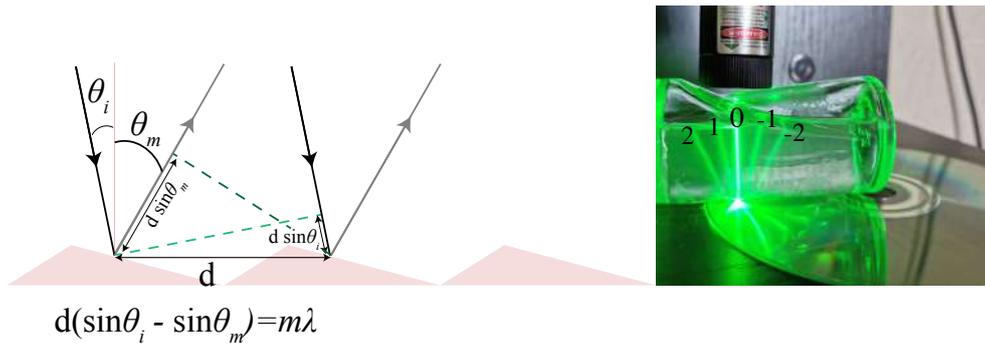


Рис. 37: Дифракция в отраженном свете

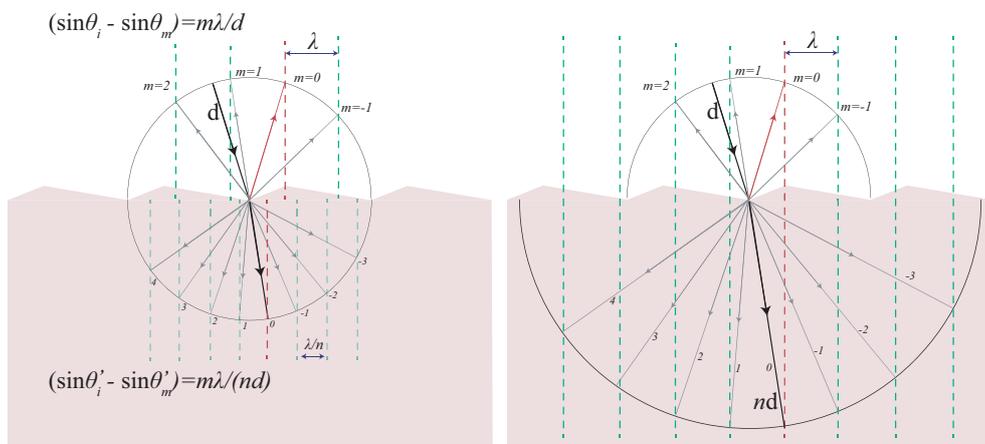


Рис. 38: Иллюстрация формулы для поиска дифракционных порядков

Необходимо нарисовать окружность с радиусом, равным периоду решетки d - это будет гипотенузой всех треугольников, где ищется синус. Противлежащие катеты должны быть равны $m\lambda$. Для одномерной решетки нулевому порядку ($m = 0$) соответствуют преломленный и отраженный лучи. Для того, чтобы найти остальные дифракционные порядки, нужно провести вертикальные линии на расстоянии $m\lambda$, при этом первая должна проходить через конец вектора, отвечающего нулевому порядку. В среде длина волны короче в n раз, поэтому линии проводятся на меньшем расстоянии. Или, как вариант, можно в среде рисовать окружность большего радиуса, а линии оставлять на том же расстоянии. Эти методы эквивалентны.

Задача 18:

Найти примерное расстояние между дорожками на диске, если углы приведены такими, какими они будут в воздухе. А какие углы в масле? почему? См. рис. 39

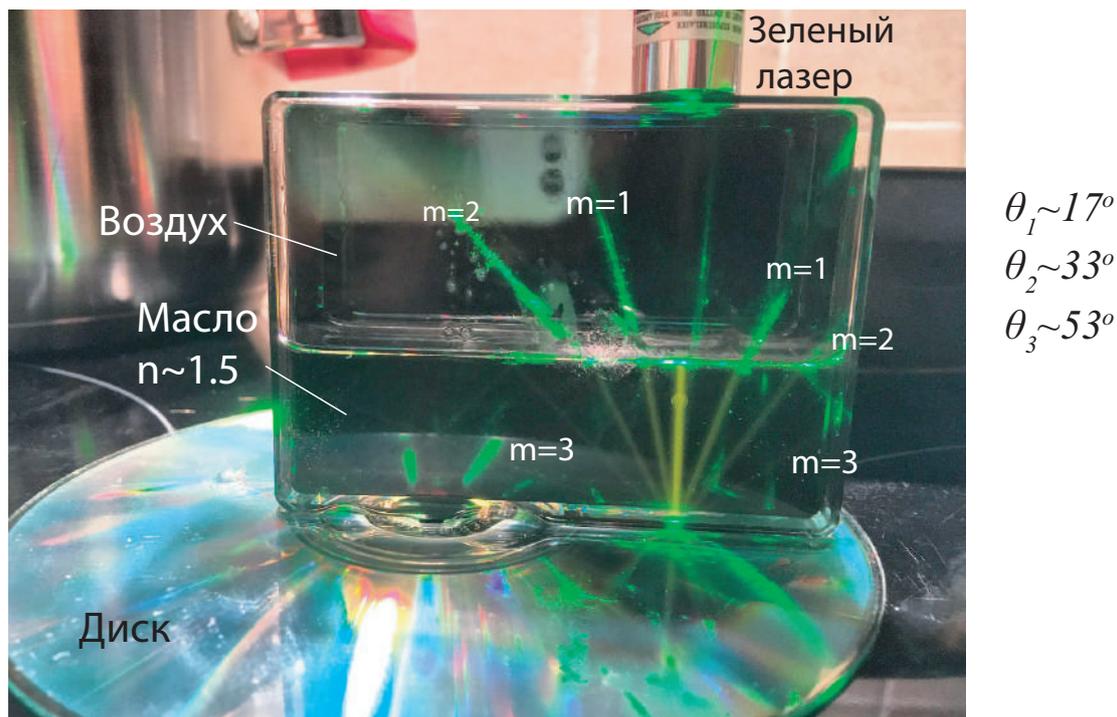


Рис. 39: Для наблюдения порядков удобно использовать какую-то неоднородную жидкость, типа масла. В обычной воде или в воздухе ход лучей не будет хорошо видно.

8.1 Разрешающая способность решетки

Разрешающая способность R – способность отделить в спектре длину волны λ от $\lambda + \Delta\lambda$.

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (75)$$

Чтобы найти угловую ширину главного максимума $\delta\theta$, найдем расстояние между соседними минимумами.

Из условия минимумов следует условие на угол θ :

$$\frac{\sin^2 \frac{N}{2}\varphi}{\sin^2 \frac{1}{2}\varphi} = 0 \Rightarrow \frac{N}{2}\varphi = \frac{N}{2}d \sin \theta \frac{2\pi}{\lambda} = \pm\pi \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\lambda}{Nd}, \quad (76)$$

и тогда угловая ширина:

$$\delta\theta = \frac{2\lambda}{Nd}. \quad (77)$$

Линии разрешены, когда главный максимум одной длины волны совпадает с минимумом другой, то есть главные максимумы двух длин волн находятся на расстоянии полуширины главного максимума.

Условие максимума для λ :

$$d \sin \theta_1 = m\lambda. \quad (78)$$

Условие максимума для $\lambda + \Delta\lambda$:

$$d \sin \theta_2 = m(\lambda + \Delta\lambda). \quad (79)$$

Разность углов между максимумами с условием малости углов:

$$\sin \theta_2 - \sin \theta_1 = \theta_2 - \theta_1 = \frac{m\Delta\lambda}{d}. \quad (80)$$

Чтобы порядки разрешились, должно выполняться $\sin \theta_2 - \sin \theta_1 \geq \frac{\delta\theta}{2} = \frac{\lambda}{Nd}$

$$\frac{m\Delta\lambda}{d} = \frac{\lambda}{Nd}. \quad (81)$$

Отсюда

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN. \quad (82)$$

В итоге, разрешающая способность зависит только от порядка дифракции и общего числа щелей.

8.2 Дисперсионная область

Но что если для больших m они будут разрешены настолько, что перекрытие m -го максимума $\lambda + \Delta\lambda$ будет уже со следующим максимумом для λ ?

$$d \sin \theta_1 = m\lambda, \quad (83)$$

$$d \sin \theta_2 = m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda, \quad (84)$$

$$m\Delta\lambda = \lambda. \quad (85)$$

Область, где этого пока не произошло $m < \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ – дисперсионная область.

Задача 19:

Дифракционная решетка шириной $l = 2,5$ см разрешает дублет натрия $\lambda_1 = 589.0$ нм и $\lambda_2 = 589.6$ нм в первом порядке. Найдите постоянную решетки.

Решение:

Разрешающая способность решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN = m\frac{l}{d}. \quad (86)$$

Отсюда следует:

$$d = \frac{l \Delta\lambda}{m \lambda} = \frac{2.5 \cdot 10^{-2} \cdot (589.6 - 589) \cdot 10^{-9}}{589 \cdot 10^{-9}} = 2.55 \cdot 10^{-5}. \quad (87)$$

Задача 20:

Полосовой светофильтр способен пропускать узкий диапазон длин волн от $\lambda_1 = 500$ нм до $\lambda_2 = 600$ нм. Такой фильтр поставили перед дифракционной решеткой с периодом $d = 2$ мкм. Будут ли в этом случае перекрываться спектры разных порядков? Если да, то начиная с какого порядка?

Задача 21:

Свет от газоразрядной трубки, наполненной криптоном (Рис. 34), падает на дифракционную решетку перпендикулярно ей. Желтая линия $\lambda_1 = 560$ нм шестого порядка накладывается на одну из линий λ_2 седьмого порядка. Определить длину волны λ_2 этой линии. Постоянная решетки $d = 1.5$ мкм.

Кристаллы тоже могут работать как дифракционная решетка в силу упорядоченности своего строения. В частности, для изучения строения кристаллических веществ пользуются методом рентгеновской дифракции. Суть явления заключается в том, что рентгеновские лучи отражаются от системы параллельных плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки (рис.) и как вторичные волны интерферируют между собой. Почему используется именно рентгеновский диапазон?

9 Домашнее задание 3

Задача 1: В бесконечной непрозрачной пластинке прорезаны кольцевые отверстия, которые открывают части зон Френеля, показанные на спирали красным. Как будет выглядеть такая пластинка, если расстояние до экрана 1 метр, а облучение происходит плоской волной 500 нм? (Указать приблизительные размеры). Какой примерно будет интенсивность в центре экрана?

Задача 2: Импрессионист Жорж-Пьер Сёра создавал свои картины **точечными мазками** диаметром порядка 3х мм (Рис. 41). На каком расстоянии от картины наблюдатель перестанет различать отдельные точки?

Задача 3: На вставке справа (Рис. 42) показан вид сверху на фактуру ракушек *Naliothis glabra* [10]. Она состоит из пересекающихся линий, по одному направлению расстояние между ними около 50мкм, а по другому - около 4.3 мкм. На фото а. и б. показаны дифракционные картины

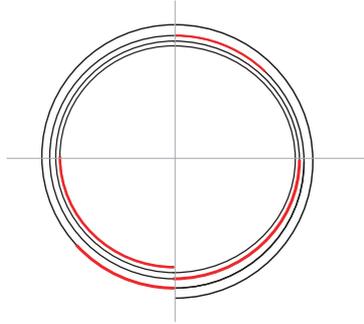


Рис. 40: Спираль Френеля.

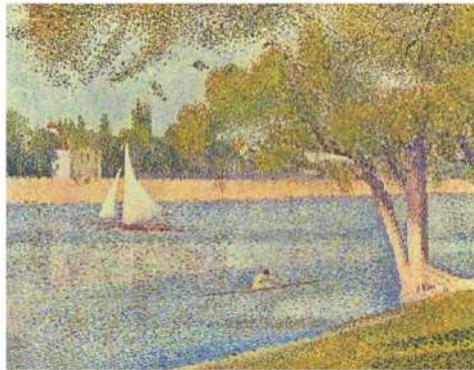


Рис. 41: "Сена в Гранд-Жатт, весна" (The Seine and la Grande Jatte - Springtime) 1888, Королевские музеи изящных искусств

($\lambda = 633$ нм) от таких ракушек - они из себя представляют набор больших пятен на расстоянии 2-4 см (созданные близкими канавками - паггов grooves), которые подразделяются на череду близких максимумов, расположенных на расстоянии 0.2-0.5 см (созданы большими канавками). Расстояние до экрана - около 20 см. Все результаты измерений приведены в таблице. Подтвердите расчетами, что расстояние между канавками в ракушке именно такое (как указано в третьей колонке таблиц). Как дифракция влияет на внешний вид ракушки?

10 Поляризация

10.1 Поле колеблющегося диполя

Для того, чтобы в дальнейшем лучше понимать откуда что берется, имеет смысл знать как выглядит поле колеблющегося диполя. Это нужно, например, потому, что свет, проходя через вещество, поляризует молекулы и атомы, из которых оно состоит. Поскольку свет – это волна с

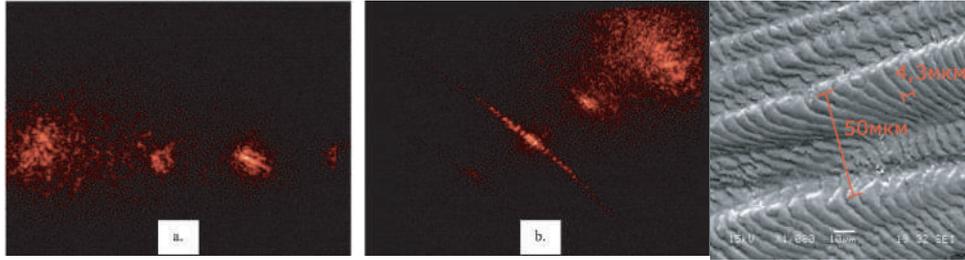


Table 2. Diffraction measurements of large grooves on shell surface using He-Ne laser

Shell-screen distance, D/cm	Fringe separation, y/cm	Groove spacing, $d/\mu m$
19.7	0.2	62
20.2	0.3	43
20.0	0.3	42
19.9	0.2	63
40.0	0.5	51

Table 1. Diffraction measurements of narrow grooves on shell surface using He-Ne laser

Shell-screen distance, D/cm	Fringe separation, y/cm	Groove spacing, $d/\mu m$
20.0	4.3	2.9
20.0	2.8	4.5
20.1	2.4	5.3
20.2	2.6	4.9
20.0	3.1	4.1



Рис. 42: Дифракционная картина от ракушек

определенной частотой, с той же частотой меняется и поляризация молекул, поэтому их можно приближенно представлять как колеблющиеся с этой частотой диполи.

Диаграмма направленности (зависимость интенсивности излучения от направления) света, излучаемого колеблющимся диполем представляет собой бублик. То есть вверх и вниз диполь не излучает ничего, а максимум излучения приходится в направлениях, перпендикулярных оси диполя. При этом поляризация электрического поля примерно сонаправлена самому диполю (см. Рис. 44)

10.2 Угол Брюстера

В прикладных применениях волновой оптики особое значение имеет угол Брюстера – угол падения, при котором отражённый луч полностью поляризован. Отраженный свет - это, по сути, волна, генерируемая колебаниями диполей молекул среды диэлектрика. Такая волна может иметь компоненты, поляризованные перпендикулярно (s-поляризация) и параллельно (p-поляризация) плоскости падения (что такое плоскость падения?). Коэффициенты отражения для двух поляризаций от поверхности можно получить точно для произвольных углов с помощью формул Френеля [44], где α - угол падения, β - угол преломления. Формулы Фре-

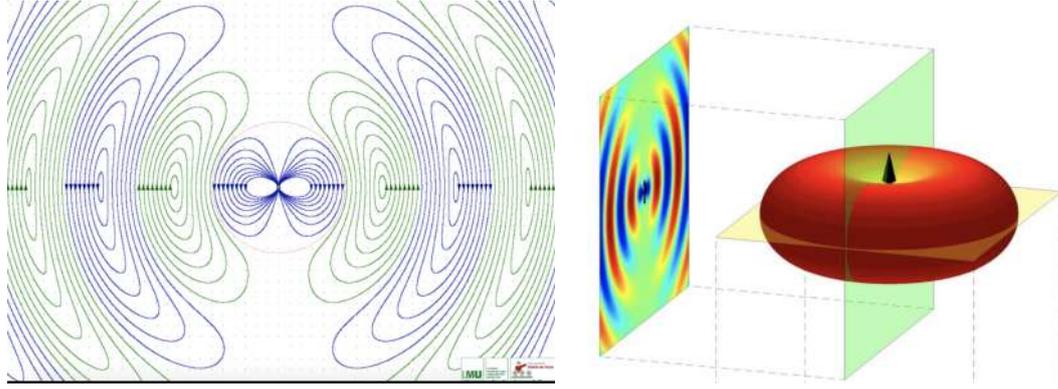


Рис. 43: Гифка здесь [42]. Диаграмма направленности диполя - это бублик[43].

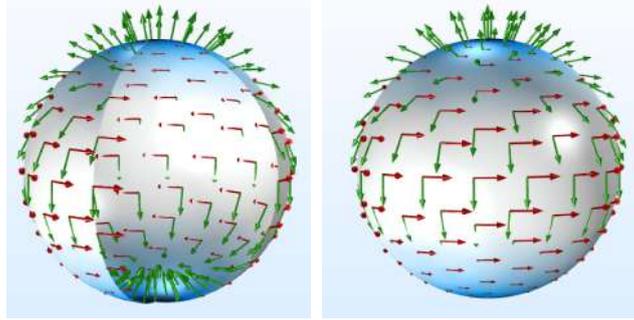


Рис. 44: Электрическое (зеленым) и магнитное (красным) поля дипольной антенны на небольшом расстоянии от нее Сравните с попыткой причесать ежа.

неля выводятся из уравнений Максвелла и граничных условий.

$$R_s = R_{\perp} = \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} \quad R_p = R_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)}. \quad (88)$$

Угол Брюстера достигается в тот момент, когда коэффициент отражения для р-поляризации равен нулю. Тогда отраженный свет полностью поляризован перпендикулярно плоскости падения. Тангенс угла Брюстера:

$$\operatorname{tg} \theta_{Br} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (89)$$

Можно легко понять, что $\alpha + \beta = 90^\circ$. Действительно, колебания вектора \mathbf{E} электромагнитной волны всегда перпендикулярны волновому вектору \mathbf{k} (направлению движения). Поэтому при угле 90° между преломленным и отражённым лучом направление колебаний диполя среды становится сонаправленным вектору \mathbf{k} отраженной волны. А диполи вдоль направления своего колебания не излучают. Заметьте, что эти рассуждения верны только для р-поляризованной волны.

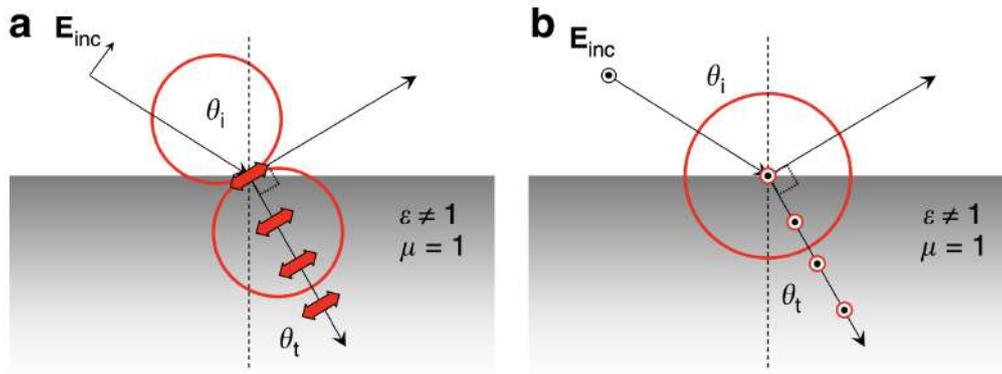


Рис. 45: Угол Брюстера. Отраженный свет как результат коллективного излучения диполей, R. Paniagua-Dominguez, Ye Feng Yu, Andrey E. Miroshnichenko, et.al. "Generalized Brewster effect in dielectric metasurfaces" Nature Communications volume 7, Article number: 10362 (2016) [45]

Задача 22:

На гладкую поверхность озера под углом Брюстера падает естественный свет от Луны. Найти коэффициент отражения лунного света. (Естественный свет - смесь всех возможных поляризаций) Подсказка: При падении света под углом Брюстера параллельная (р) компонента поляризации отраженного света равна 0. Сумма углов между преломленным и отраженным лучами в плоскости падения равна 90° . Из простых тригонометрических соображений выразите синусы и косинусы соответствующих углов.

Задача 23:

Зная, что для некоторого вещества предельный угол полного внутреннего отражения равен 67° , найти при каком угле падения на поверхность этого вещества отраженный луч будет полностью поляризован.

Решение:

Угол падения θ_i из более плотной среды в менее плотную, при котором свет не преломляется в другую среду, а скользит вдоль раздела двух сред, называется предельным углом полного внутреннего отражения. В этом случае закон преломления выглядит следующим образом:

$$\sin \theta_i = \frac{n_1}{n_2}. \quad (90)$$

Отраженный луч полностью поляризован, т.е. падающий луч был направлен на поверхность под углом Брюстера:

$$\tan \theta_{Br} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (91)$$

$$\theta_{Br} = \arctan \frac{n_2}{n_1} = \arctan (1 / \sin \theta_i) = \arctan (1 / \sin 67^\circ) = 47.3^\circ. \quad (92)$$

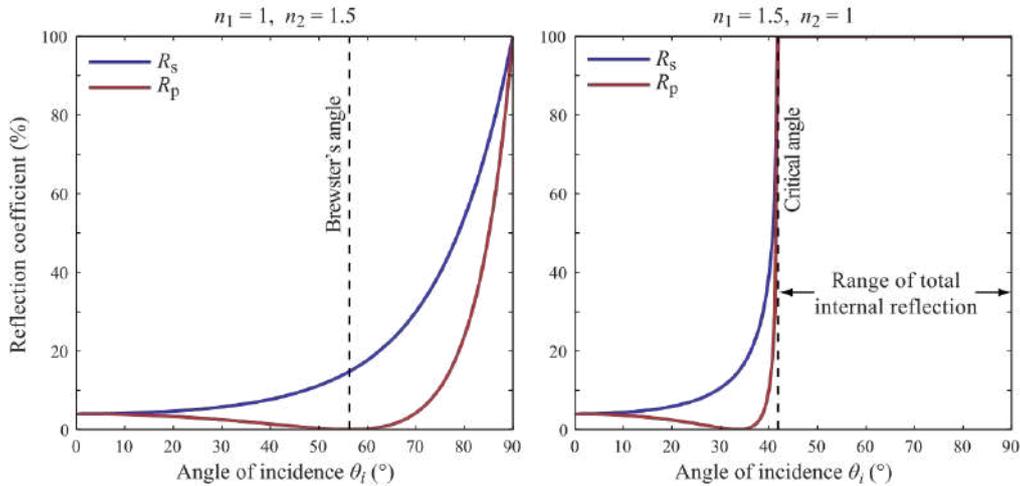


Рис. 46: Коэффициенты отражения для двух поляризаций. [46]

Графики отражения как на Рис. 46 легко построить исходя из формул Френеля с помощью <https://www.wolframalpha.com>: Первый - падение из воздуха:

```
plot sin^2(x-arcsin(sin(x)/1.5))/sin^2(x+arcsin(sin(x)/1.5))
and tg^2(x-arcsin(sin(x)/1.5))/tg^2(x+arcsin(sin(x)/1.5))
from 0 to 1.6
```

Второй - падение из среды:

```
plot sin^2(x-arcsin(sin(x)*1.5))/sin^2(x+arcsin(sin(x)*1.5))
and tg^2(x-arcsin(sin(x)*1.5))/tg^2(x+arcsin(sin(x)*1.5))
from 0 to 1
```

10.3 Двулучепреломление. Поляризатор

В кристаллических средах, элементарная решетка которых определенным образом несимметрична, например, вытянута в каком-то направлении возможно явление двулучепреломления. Оно заключается в том, что свет различных поляризаций проходит через такую среду по-разному. Мы здесь будем рассматривать только одноосные среды. Диэлектрическая проницаемость таких сред выражается уже не каким-то числом, а

тензором (матрица 3 на 3), и ее можно свести к виду, когда на диагонали стоят три числа, два из которых одинаковые, а все остальные нули, например:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{bmatrix} \quad (93)$$

В таком виде ее можно подставить в уравнения Максвелла и найти решение. Рассмотрим свет, проходящий через кристалл с симметрией решетки такой же, как симметрия четырехугольной пирамиды (см. Рис. 47). Это может быть, например, титанат бария BaTiO_3 . Оптическая ось такого кристалла направлена от основания к вершине "пирамиды". Представим себе волну, которая распространяется вдоль оптической оси (оптическая ось параллельна волновому вектору \mathbf{k} , Рис. 47).

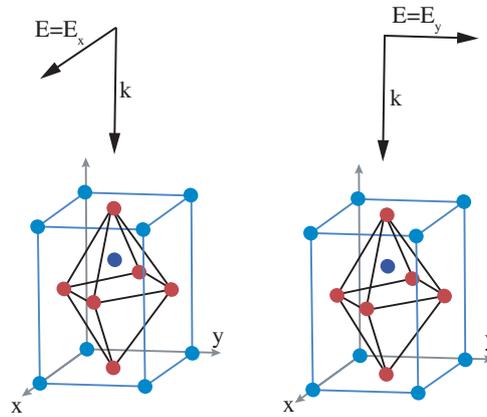


Рис. 47: Падение света двух разных поляризаций вдоль оптической оси

Из рисунка видно, что никакой разницы между двумя поляризациями нет, одна система - это повернутая другая, и вести себя они должны одинаково.

Однако ситуация несколько меняется, когда волновой вектор направлен под каким-то углом к оптической оси. Тогда картина будет не одинакова для двух поляризаций (проверьте для случая перпендикулярного падения). Это будет выражаться в том, что показатель преломления вещества разный для двух разных поляризаций. Для того, чтобы определять, каким он будет, есть наглядный способ. Доказательство можно посмотреть в лекциях[47] или в книге Л. Ландау и Е. Лифшица "Электродинамика сплошных сред", параграфы 96-99.

Для начала, необходимо нарисовать окружность с радиусом $n_o = \sqrt{\varepsilon_{\perp}}$, проходящую через оптическую ось кристалла (Рис. 48). Ее центр должен находиться на границе раздела двух сред (воздуха и кристалла).

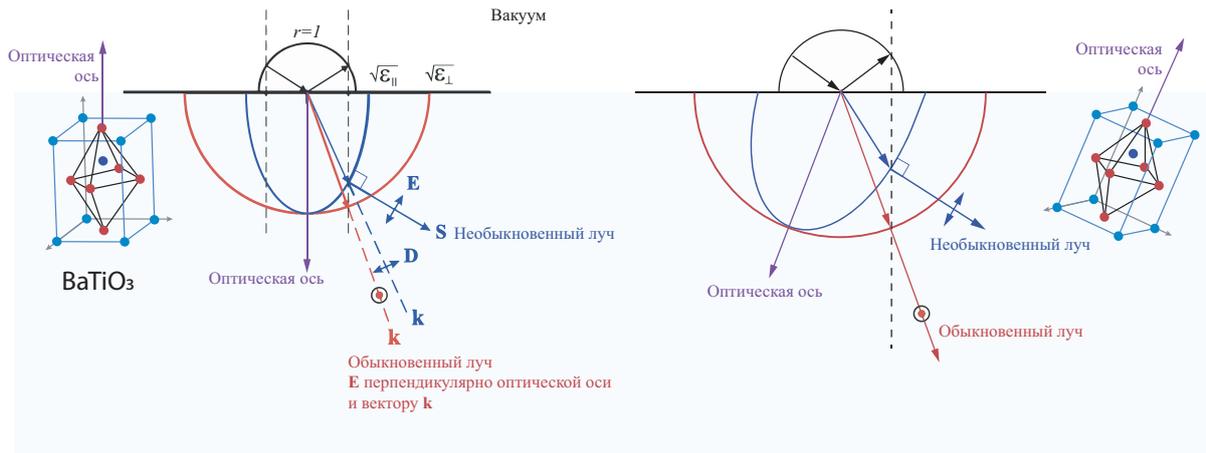


Рис. 48: Двулучепреломление. Прохождение света двух разных поляризаций. Изображение частично из [47]

Далее необходимо нарисовать эллипс с полуосями $n_o = \sqrt{\epsilon_{\perp}}$ и $n_e = \sqrt{\epsilon_{\parallel}}$, также с центром на границе раздела и проходящим через пересечение окружности и оптической оси как показано на рисунке. Также надо нарисовать полуокружность с радиусом $n = 1$ в вакууме.

Нарисуем внутри окружности вектор падающей и отраженной волны в вакууме, затем проведем вертикальную прямую через конец вектора, соответствующего отраженной волне. После этого необходимо мысленно обозначить плоскость, проходящую через волновой вектор и оптическую ось. Обыкновенная волна - та, чья поляризация перпендикулярна плоскости, а поляризация необыкновенной лежит в этой плоскости.

С необыкновенной волной вообще не все просто, как можно видеть из картинки, векторы \mathbf{E} и \mathbf{D} не сонаправлены. Однако здесь нам важно то, что показатель преломления обыкновенной будет равен n_o , а необыкновенной - длине вектора из центра до точки пересечения вертикальной линии с эллипсом.

Наиболее важным рассматриваемым примером будет случай, когда оптическая ось перпендикулярна волновому вектору (Рис.50), а падение нормальное. Тогда для поляризации, перпендикулярной оптической оси показатель преломления будет равен n_o , а для параллельной - ровно n_e . Поэтому в случае, если мы рассматриваем прохождение через пластинку конечной толщины, на выходе у волн будет разный сдвиг фаз, соответствующий разнице показателей преломления для обыкновенной и необыкновенной волн. Исходя из этого, рассмотрите задачу:

Задача 24:

Какой толщины должна быть четвертьволновая пластинка для света 532 нм, если разница в показателе преломления обыкновенной и необык-

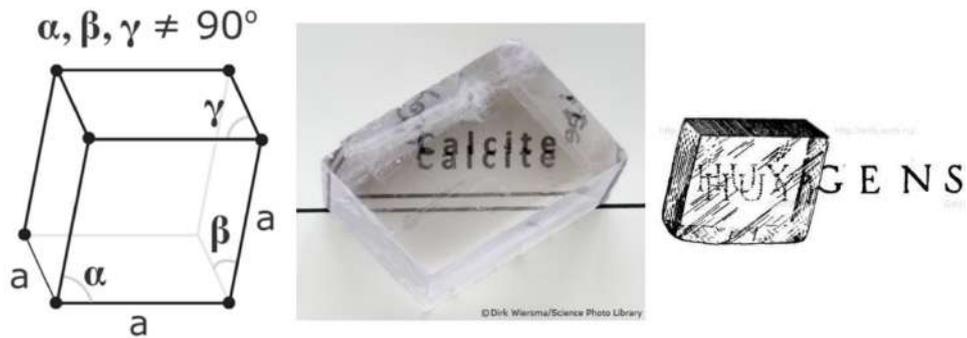


Рис. 49: Примеры того, как выглядят двулучепреломляющие кристаллы в реальной жизни. (Rights: Diagram © University of Waikato) [48]

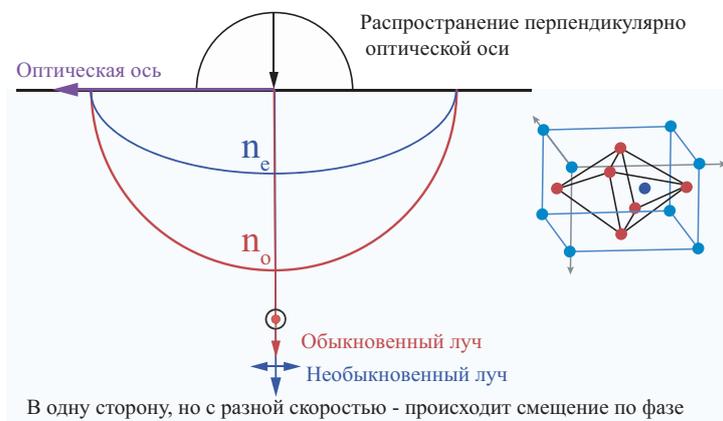


Рис. 50: Двулучепреломление в случае, когда оптическая ось перпендикулярна волновому вектору, а падение на кристалл - нормальное.

новенной волн - 0.04? Что происходит с линейным светом после прохождения полуволновой пластинки?

Решение:

Четвертьволновая пластинка означает, что разница фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами должна быть $\pi/2 + 2\pi n$, а разность путей - четверть длины волны. В пластинке толщиной L с показателем преломления n происходит набег фаз $\varphi = \frac{2\pi n L}{\lambda}$. Тогда разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волной можно выразить как

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(n_o - n_e)L}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad (94)$$

отсюда

$$L = \frac{\lambda(1/4 + n)}{(n_o - n_e)} = \frac{0.532(1/4 + n)}{(0.04)} = 3.325 + 13.3n \text{ мкм.} \quad (95)$$

Заметьте, что четверть волновая пластинка по размеру не равна чет-

верти длины волны. Более того, она может быть сколь угодно толстой.

То, что происходит со светом при прохождении четвертьволновой пластинки зависит от того, как исходно взаимно ориентированы оптическая ось и поляризация падающего света (Рис. 51). В случаях 1 и 2, когда свет исходно параллелен или перпендикулярен оптической оси существует только одна волна - необыкновенная или обыкновенная, и она проходит через пластинку со своим показателем преломления никак не меняясь.

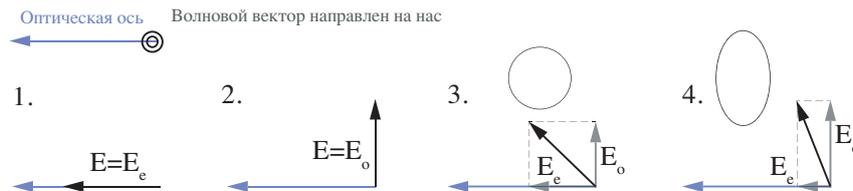


Рис. 51: Прохождение света различной поляризации через четвертьволновую пластинку. Оптическая ось всегда направлена горизонтально, а волновой вектор на нас. Показано 4 случая поляризации, параллельно оси, перпендикулярно, под 45 градусов и произвольно.

Рассмотрим случай, когда пластинка повернута к поляризации на угол 45° . Тогда поляризацию можно представить как сумму двух - параллельной и перпендикулярной оптической оси, сдвиг фаз между которыми после прохождения пластинки будет равен $\pi/2$, а это значит, что свет становится циркулярно поляризованным. Чтобы понять, почему так происходит, необходимо просто аккуратно сложить две волны и посмотреть как ведет себя их сумма. Это наглядно проделано на [сайте \[49\]](#). В общем случае произвольной исходной поляризации после прохождения пластинки свет будет поляризован эллиптически.

При прохождении полуволновой пластинки фаза одной из поляризаций меняется на π , то есть соответствующий вектор просто меняет знак (Рис. 52). Поэтому поляризация остается линейной, но поворачивается на какой-то угол, который зависит от исходной взаимной ориентации поляризации и оптической оси.

Задача 25:

Каков угол между направлениями пропускания двух Николей [50], если при их прохождении интенсивность уменьшилась в 5 раз. Поляризатор пропускает 92%, а анализатор поглощает 10% падающего на них света.

$$\text{Закон Малюса: } I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (96)$$

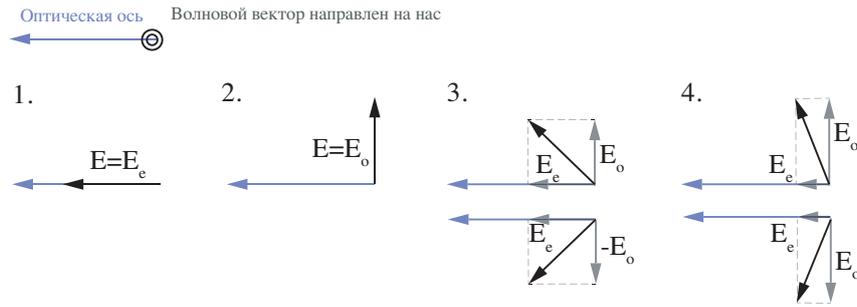


Рис. 52: Прохождение света различной поляризации через полуволновую пластинку

10.4 Циркулярный поляризатор и зеркало

Линейные поляризаторы бывают разных типов, один из распространенных - такой, в котором поглощается волна одной поляризации, а проходит волна другой поляризации [51]. При прохождении через такой поляризатор свет на выходе оказывается линейно поляризованным.

Бывают также и циркулярные поляризаторы. Они обычно состоят из линейного поляризатора и четвертьволновой пластинки, которая повернута на 45° к выходной поляризации линейного. Таким образом, если светить естественным светом со стороны линейного поляризатора, то свет на выходе оказывается поляризованным по кругу, а если со стороны пластинки - то линейно.

Задача 26:

Что происходит, если смотреть в зеркало через циркулярный поляризатор?

Решение:

Прислоним циркулярный поляризатор к зеркалу таким образом, чтобы линейный поляризатор был ближе к зеркалу, а пластинка - дальше. Тогда свет пройдет через пластинку, изменив или не изменив свою поляризацию, затем линейный поляризатор выделит из него конкретную компоненту, которая затем, отразившись от зеркала, вернется обратно через поляризатор и пластинку. Интенсивность при этом несколько уменьшится, но отражение все равно будет видно. В случае же, когда к зеркалу ближе четвертьволновая пластинка, ситуация меняется. Из пластинки на зеркало падает свет, поляризованный по кругу, а поскольку при отражении меняется фаза, то от зеркала отразится также круговая поляризация, но в другую сторону (Рис. 53). Пройдя через пластинку, свет будет снова поляризован линейно, но уже перпендикулярно исходной поляризации. В итоге от зеркала ничего не отразится. Этот простой эффект использован в технологии Nokia's ClearBlack display [52].

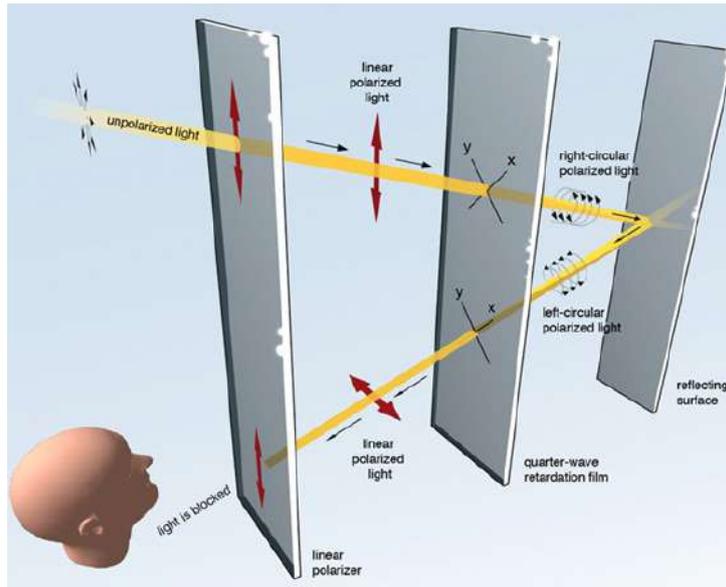


Рис. 53: Nokia's ClearBlack display. Объяснение эффекта отсутствия отражения [52]



Рис. 54: Циркулярный поляризатор двумя сторонами к монитору. Поляризатор не идеальный, поэтому не происходит полного затемнения. Кроме того, он состоит из линейного поляризатора и четвертьволновой пластинки, ось повернута на 45° . Слева поляризатор ближе к экрану, справа- пластинка (в этом случае прошедшая интенсивность слабо зависит от поворота).

Задача 27:

При угле преломления 38° отраженный от льда луч полностью поляризован. Чему равен показатель преломления льда? Как изменится интенсивность отраженного света при прохождении его через анализатор, главная плоскость которого расположена под углом 30° к плоскости колебаний отраженного света? Анализатор поглощает 5% падающего света.

11 Домашнее задание 4

Задача 1 : Исходя из законов Снеллиуса и Брюстера, покажите, что угол между преломленным и отраженным лучом равен 90° . Зачем частному детективу может понадобиться поляризатор?

Задача 2 : На поверхность полиметилметакрилатного стекла (оргстекло) $n = 1.49$ под углом Брюстера падает естественный свет. Определить степень поляризации $P = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}$ преломленного света. (Подсказка: та интенсивность, которая не отразилась - прошла)

Задача 3 (по выбору) : Пластика из одноосного кристалла помещена между двумя скрещенными поляризаторами. Ее оптическая ось образует угол $\pi/4$ с плоскостями пропускания поляризаторов. Найдите минимальную толщину пластинки, при которой свет с $\lambda_1 = 667$ нм будет проходить через всю систему с максимальной интенсивностью, а с $\lambda_2 = 500$ нм будет сильно ослабляться? Разность показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн $n_e - n_o = 0.005$



Рис. 55: Что происходит при повороте второго(круглого) поляризатора? почему? (Наблюдение в свете монитора)

Задача 3 (по выбору) : Объясните ситуацию (Рис. 55), происходящую при наблюдении линейно-поляризованного света экрана через два поляризатора - очки и круглый поляризатор. Все не так просто, как кажется на первый взгляд, просто закона Малюса тут мало. Почему, например, поляризованный свет монитора всегда виден через круглый поляризатор?

11.1 Оптические эффекты, связанные с поляризацией

Полезная литература:

Polarized light in Nature. G. P. Konnen. [53]

Clouds in a Glass of Beer. Simple Experiments in Atmospheric Physics. Craig F. Bohren. [54] - название говорит само за себя.

<https://apps.apple.com/us/app/birefringence/id1354688131> - Приложение о двулучепреломлении для айфонов

В дополнении Д 8 Берклеевского курса физики [55] можно найти хорошее и достаточно полное объяснение того, почему небо голубое. Этот же эффект можно воспроизвести не только в воздухе, но и в жидкостях, например, в коллоидных растворах. При боковом освещении прозрачная жидкость будет слегка голубоватой, а проходящий белый свет будет желтеть. Этот эффект называется Рассеяние Тиндаля [56]. Почти идеально он виден на примере дезодоранта Nivea (Рис. 56).



Рис. 56: Рассеяние Тиндаля на дезодоранте. Проходящий белый свет желтеет, так как синяя компонента рассеивается сильнее, а в боковом свете жидкость синяя.

Более того, если смотреть на небо через поляризационные очки и наклонять их, можно заметить, что оно слегка поляризовано. Это происходит из-за особенности перерассеяния света молекулами. Некоторые люди даже обладают сверхспособностями видеть поляризацию невооруженным глазом [57]. Эффект воспроизводится и в рассеянии Тиндаля если смотреть на него через линейный поляризатор (Рис. 57).

Еще один интересный эффект, связанный с поляризацией - это наблюдение прозрачных пластиковых предметов в поляризованном свете через поляризатор (Рис. 59). Молекулы пластика являются вытянутыми, и обычно они вытянуты неоднородно. Пластиковый предмет какой-то толщины создает сдвиг фаз между обыкновенной и необыкновенной волной (какой-то случайный, он может оказаться и четверть-волновой,



Рис. 57: Рассеяние Тиндаля от белого фонаря на мицеллярной воде. Луч внутри слегка синий и поляризован (то же самое происходит при рассеянии солнечного света в атмосфере, небо тоже поляризовано.[7])

и полуволновой пластинкой, и чем-то средним в зависимости от длины волны света.). Если такой предмет освещать белым поляризованным светом, то свет различных длин волн меняет поляризацию по-разному. Если для какой-то длины волны пластик является полуволновой пластинкой, то поляризация повернется, если четверть - то станет эллиптической и т.д. А если мы посмотрим на выходящий свет снова через линейный поляризатор, то не все компоненты белого света через него смогут пройти, а только те, чья поляризация оказалась ориентирована нужным образом. Из-за этого можно наблюдать очень интересные картины. Кроме того такой метод используется для обнаружения скрытых дефектов в пластике.



Рис. 58: Кусок пластмассы в свете монитора. Наблюдение в свете монитора без поляризатора и через поляризатор.



Рис. 59: Аналогично с куском льда

12 Лабораторная работа 'Интерференция от двух щелей'

Получите интерференцию от двух щелей с помощью фольги и лазера. Что еще вы наблюдаете помимо интерференции? Почему распределение интенсивности на экране не соответствует квадрату косинуса? Какова огибающая этой линии?

13 Лабораторная работа 'Определение расстояния между пикселями на экране телефона с помощью наблюдения дифракции на его решетке при отражении'

Экран телефона (на фото OnePlus 5T) представляет собой дифракционную решетку. Угол отклонения порядков можно измерить, зная расстояние между источником света (лампочкой) и экраном, а также расстояние между какими-нибудь максимумами мнимого изображения (достаточно поместить туда же мнимую линейку :). Проведите измерения для двух углов наблюдения - наиболее близкого к нормальному (как на рис сверху), и ~ 45 градусов (снизу), по 5 раз для каждого угла. Рассчитайте расстояние между пикселями на экране. Сравните его с реальным. Определите разрешающую способность в 3 порядке для синего (444 нм) и красного (666 нм) цветов, найдите дисперсионную область.

-

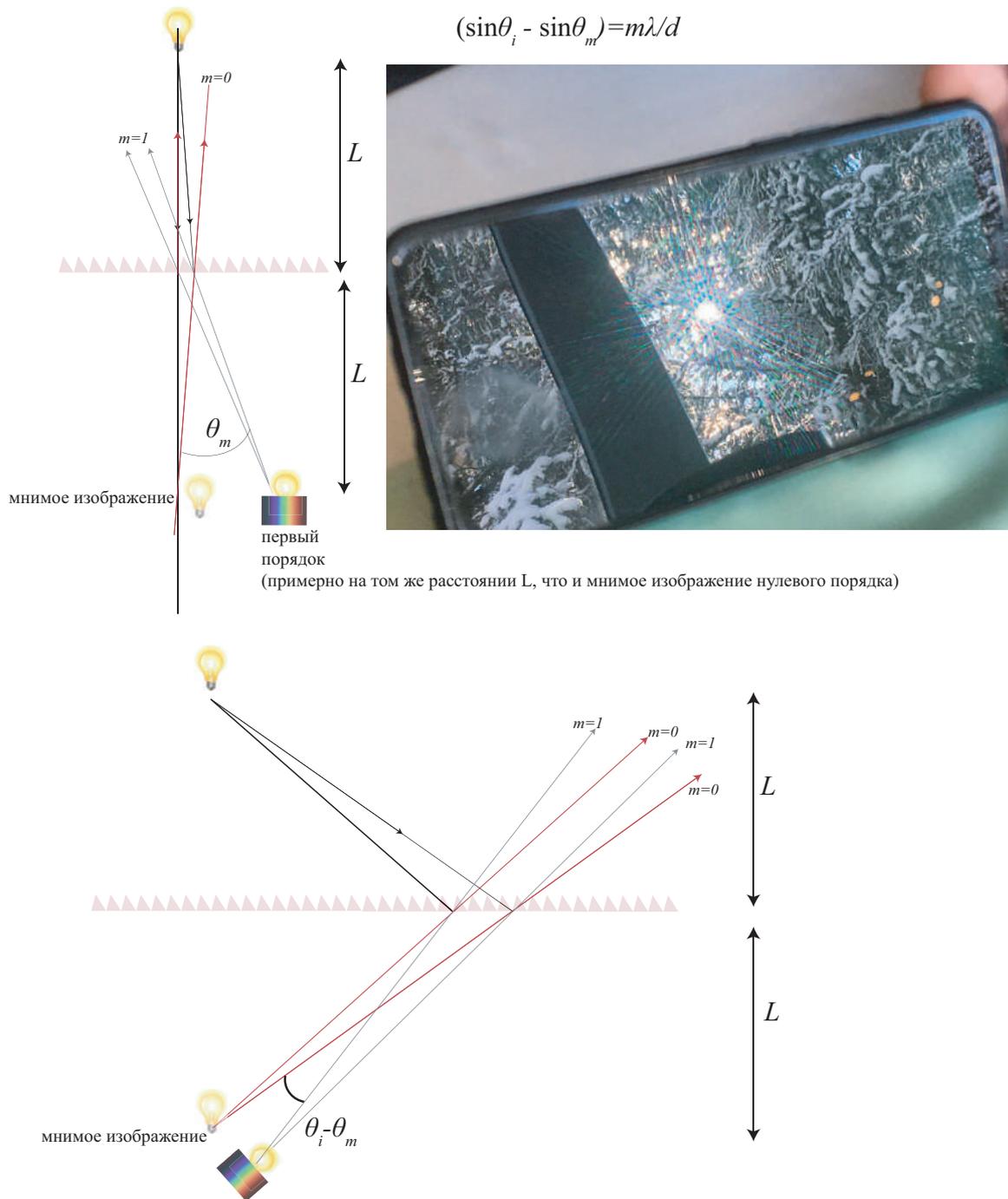


Рис. 60: Геометрическая оптика+ дифракция. Изображение порядков будет там, где пересекаются продолжения лучей соответствующих порядков.

14 Индивидуальные домашние задания

1. Представьте, что Вам поручено изготовить линзу Френеля на 3D принтере. Каковы должны быть параметры линзы Френеля с фокусным расстоянием 1 см? Размер, толщина и прочие. Тип линзы выберите само-

стоятельно.

2. Как можно подробнее опишите цвета мыльных пузырей. Постарайтесь учесть как можно больше факторов, например, гравитацию, угол обзора, и т.д. Возможные источники информации:

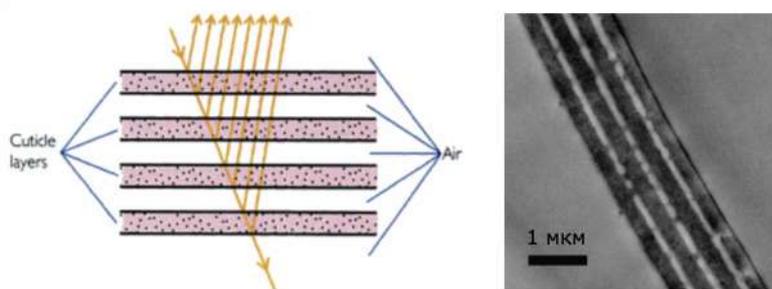
Leslie J. Atkinsa, Richard C. Elliott, Investigating thin film interference with a digital camera, American Journal of Physics 78, 1248 (2010); [58]

Color and Film Thickness [59]

Jaszkowski, D. & Rzeszut, J. Vis Comput (2003) 19: 252. [60]

3. Существует известная притча о том, как Нильс Бор предложил множество способов измерить высоту здания с помощью барометра. Последуйте его примеру и предложите по крайней мере 7 способов получения радуги (выделения отдельных спектральных компонент из белого света). Дайте краткое пояснение, почему эти способы работают.

4. Бабочки *Urania ripheus* используют интерференцию в своих целях. Их чешуйки состоят из нескольких слоев кутикулы, между слоями воздух (показано на фото). Показатель преломления кутикулы 1.55, воздуха - 1. У рассматриваемой разновидности 4 слоя кутикулы толщиной 270 нм, разделенные воздухом толщиной 130 нм. Какого цвета будет такая бабочка? Рассматривается нормальное падение света.



Yoshioka, S et al. "Coloration using higher order optical interference in the wing pattern of the Madagascan sunset moth." Journal of the Royal Society, Interface vol. 5,21 (2007): 457-64. doi:10.1098/rsif.2007.1268 [61]

5. Электрическое поле плоской волны с заданной λ можно представить синусоидой. Однако в природе не существует идеальных бесконечно протяженных плоских волн. Заметим, что сумма синусов с различной частотой может давать сигналы различных форм.

Что представляет из себя волновой пакет? Может ли он обладать только одной определенной частотой? Как в частотном представлении отличается более узкий импульс от более широкого? (подсказка: см. Фурье-разложение). Как это все сказывается на каких-либо экспериментальных измерениях интерференции?



6. Взлетая над городом, самолет разгоняется до скорости в 2 Маха. Что при этом наблюдают и слышат прохожие? А пилот? Почему? Возможны ли схожие эффекты для световых волн?[62, 63] 6.2 Вы попали в Зазеркалье, где у всех живых существ светящиеся красные глаза. Вы подружились с эльфами, которые ведут войну с циклопами, а циклопы вас невзлюбили. Единственное внешнее отличие одних от других - у Эльфов 2 глаза на расстоянии примерно 8 см, а у циклопов - 1. На каком расстоянии вы не сможете быть уверены, друг перед вами или враг?



7. В 1892 году Габриэль Липшман изобрел принцип записи цветных фотографий с использованием явления интерференции. Особенность его фотографий в том, что они не выцветают со временем. Подробно опишите метод получения того или иного цвета в фоторафиях Липшмана.



Рис. 61: Название: Nature morte (Still Life), Material: Interference method, Owner: Musee de l'Elysee, Lausanne, Год: 1891-1899

8. Как явление интерференции используется при настройке музыкальных инструментов? Выведите формулу, описывающую биения. Что

Вы можете сказать о том же явлении для электромагнитных волн?

Beats with Einstein. Обратите внимание на [ссылку](#) под видео [64].

9. В опыте Юнга рассматривается двухщелевая интерференция. Что произойдет, если щелей будет 5? Как будет меняться картина на экране при дальнейшем увеличении? А если расположить щели не регулярно, а например, по множеству Кантора?

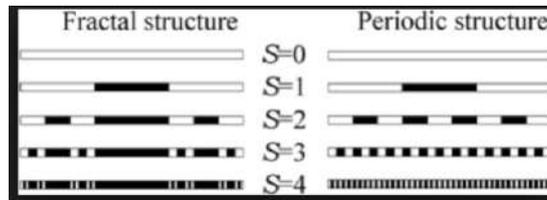


Рис. 62: Фрактальная решетка из [65]

10. Почему просветленный объектив красноватый? Приведите расчеты, подтверждающие это. Зачем на окна самолетов наносят Indium tin oxide (ITO)? Объясните эффект, создаваемый им.



Рис. 63: Источник фото самолета: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/09/LHcockpitWindow.jpg>, Etan J. Tal [CC BY-SA 3.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)]

11. Как работают шумоподавляющие наушники? Музыкальные колонки можно также рассматривать как интерферирующие источники. Насколько заметна такая интерференция? Попробуйте оценить разницу громкости звука в максимумах и минимумах.

12. Опыт Юнга лежит в основе системы, контролирующей безопасную посадку самолетов при низкой видимости. Две антенны A_1 и A_2 расположены в конце взлетно-посадочной полосы как показано на рисунке. Они распространяют сигнал с частотой 30 МГц. Пилот старается придерживаться центральной линии, где сигнал максимален. Однако возможна ситуация, когда он исходно находится в одном из побочных максимумов. Насколько сильно он ошибется (как отклонение от полосы зависит от расстояния до антенн)? Как можно улучшить систему для предотвращения такой ситуации?

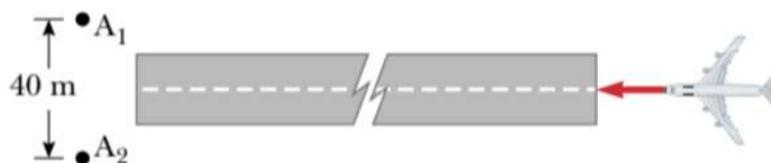


Рис. 64: Рисунок к задаче 12, скопирован из [4]

13. Можно попробовать сделать самолет невидимым для радара, покрыв его антиотражающим полимером с показателем преломления $n=1.5$. Достаточно ли одного только полимера, чтобы добиться эффекта? Какой

толщины должно быть покрытие? Какими еще способами можно сделать самолет "невидимым"?

14. В холодную погоду значительная часть тепла уходит через окна. Предложите способ сделать оконное стекло более энергосберегающим. Приведите необходимые расчеты. (Напыление тонких пленок позволяет увеличивать или уменьшать отражение волн какой-то части спектра, не только видимого. Какой материал можно было бы использовать?).



15. Как измерить скорость света с помощью микроволновки? Что представляет собой стоячая электромагнитная волна? 15.2 Почему небо голубое?

16. Выясните примерный показатель преломления нефти. Судно сбросило в океан 100 кубических метров нефти. Какую площадь покрывает такая пленка? Первый интерференционный максимум соответствует длине волны 500 нм. Что вы можете сказать о толщине пленки на фото?



Возможные источники информации:

Color and Film Thickness[59]

Leslie J. Atkinsa, Richard C. Elliott, Investigating thin film interference with a digital camera, American Journal of Physics 78, 1248 (2010); [58]

17. Бабочки Morpho butterflies обладают очень специфической структурой чешуек крыльев. Именно она придает им их цвет. Если показатель

преломления хитина - 1.56, то каким должно быть расстояние между горизонтальными "веточками" и их толщина, чтобы бабочка была такого цвета, как на картинке? Что делает их цвет иридисцентным?

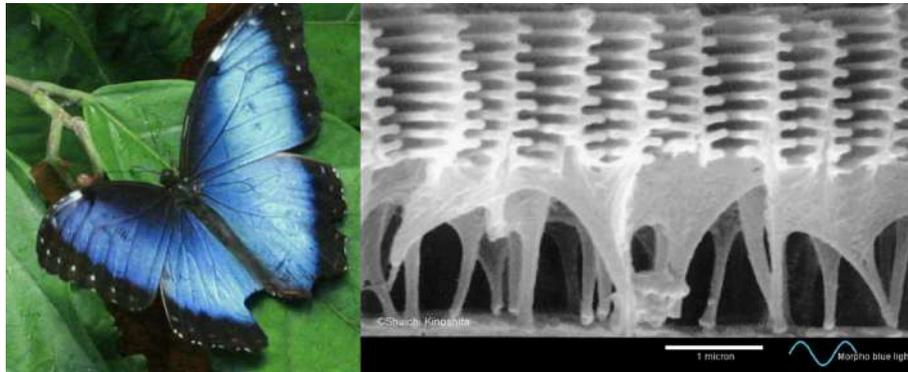


Рис. 65: Изображение бабочки с сайта [7], Morpho butterfly: by Rhet Butler - Mongabay.com, Morpho rhetenor ground scale electron micrograph: by Professor Shuichi Kinoshita Osaka University, Japan

18. На металлических предметах возможна цветная лазерная гравировка, не использующая ни капли краски. Объясните этот эффект. Что необходимо для получения конкретного цвета (annealing colors)?



Рис. 66: Цветная лазерная гравировка по металлу.

Возможные источники информации: Mikhail A. Kats, Romain Blanchard, Shriram Ramanathan, and Federico Capasso, "Thin-Film Interference in Lossy, Ultra-Thin Layers," Optics & Photonics News 25(1), 40-47 (2014) [66]

19. Издалека по трассе к Вам приближаются мотоцикл и машина, следующие на расстоянии 5 м друг от друга с одинаковой скоростью. На каком расстоянии вы их сможете различить? На каком расстоянии вы отличите машину от мотоцикла? Как изменятся результаты в зависимости от времени суток? Считать, что фары у обоих включены. 19.2 Как работает глушитель? 19.3 Объясните картинку, получаемые здесь. Почему порядок цветов такой? что за яркий круг в центре?

20. Иногда мясо тоже начинает переливаться как показано на фото [67]. Попробуйте предположить, каким может быть период d его волокон? Под каким углом примерно освещается кусок мяса на картинке (e)?



Рис. 67: Дифракция солнечного света на диске. Images ©Marcella Giulia Rase

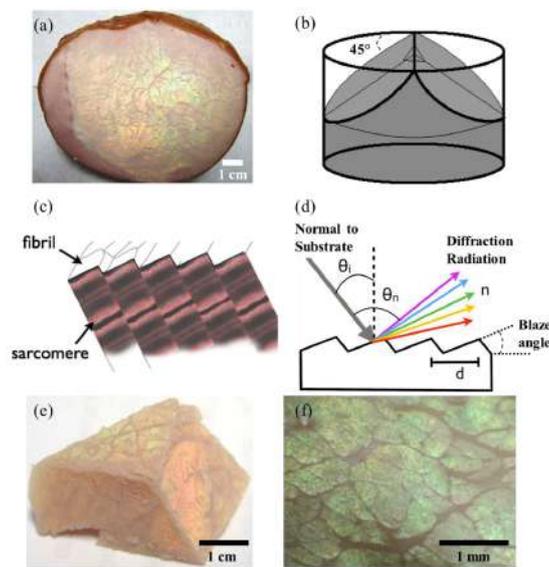


Рис. 68: Изображение из [67]

14.1 Задачи по выбору

1. Объясните принцип работы фазового дальномера. Какое максимальное расстояние можно измерить таким методом? От чего оно зависит? В чем отличие импульсного метода? Какому изменению расстояния до объекта соответствует сдвиг фаз на 5 градусов если частота модуляции равна 20 МГц?

2. Как определить концентрацию метана в воздухе с помощью интерферометра Релея? Какой сдвиг фаз будет наблюдаться, если концентрация метана - 3%. За счет чего достигается такая огромная точность измерений?

3. Что такое метаматериалы? За счет чего удастся добиться их свойств?

4. Рассмотрите интерференцию на клине, показатель преломления ко-

того меняется в зависимости от длины волны (можете, на ваше усмотрение, взять дисперсию какого-либо из существующих материалов на <https://refractiveindex.info/>). Или рассмотрите интерференцию на клине, угол которого меняется по гармоническому закону. Как будет меняться интерференционная картина?

5. Смоделируйте в Comsol Multiphysics рассеяние плоской волны на наночастице. Что такое Ми-резонансы? Какими формулами описываются рассеянные поля (литература: Борен, Хафмен "Поглощение и рассеяние малыми частицами

<https://www.comsol.ru/model/optical-scattering-off-of-a-gold-nanosphere-14697>

или <https://www.youtube.com/watch?v=8u4pNpf0N2o>)

6. Что такое каустика? Какой формулой она описывается? Попробуйте вывести форму каустики в цилиндрическом зеркале.

Арнольд В.И. Математическое понимание природы

7. Цвет чаши Ликурга зависит от того, внутри или снаружи находится источник света. В стекле содержатся наночастицы серебра и золота. Объясните этот эффект.

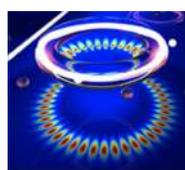


8. При отражении от оптически более плотной среды фаза меняется на π , а при отражении от оптически менее плотной - не меняется. Что происходит с фазой при отражении от металлической поверхности? А с поляризацией?

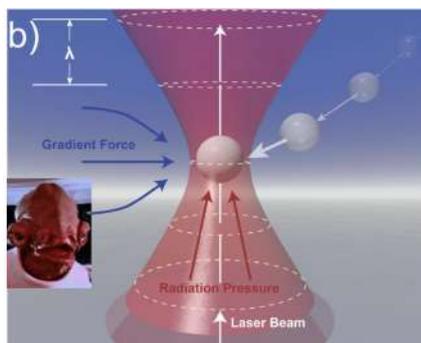
9. Что такое поверхностный плазмон-поляритон? Как его возбудить?

10. Как создать оптический солитон?

11. Что такое моды шепчущей галереи? Как они осуществляются в оптике?



12. Как работают оптические ловушки?



15 Благодарности

Авторы выражают благодарность Музыченко Я. Б., которая предоставила все возможности и для создания этого курса, студентам группы М3202 и М3203 (весенний семестр 2019 и 2020) за исправления и фидбэк во время практических занятий, Зинчику А.А., Кудлису А. Я. и Петрову М.И. за полезные комментарии.

Список литературы

- [1] Паршин, Д.А. Физика. Электромагнитные волны. Лекция 19 [Электр. ресурс] // Отделение физики и нанотехнологий. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. / Д.А. Паршин, Г.Г. Зегря. https://lms.physics.spbstu.ru/pluginfile.php/543/mod_resource/content/4/lect_19_m.pdf.
- [2] Фейнман, Р. КЭД странная теория света и вещества, Лекция 2 / Р. Фейнман. — Библиотечка Квант, Выпуск 66. <http://math.ru/lib/bmkvant/66>.
- [3] Thomas, Young. II. The Bakerian Lecture. On the theory of light and colours / Young Thomas // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. — 1802. — jan. — Vol. 92. — Pp. 12–48. <https://doi.org/10.1098/rstl.1802.0004>.
- [4] Serway, R.A. Physics for Scientists and Engineers / R.A. Serway, J. W. Jewett. — Thomson Brooks/Cole, 2004. http://sciold.ui.ac.ir/~sjalali/book/physics_serway.pdf.

- [5] Паршин, Д.А. Физика. Электромагнитные волны. Лекция 14 [Электр. ресурс] // Отделение физики и нанотехнологий. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. / Д.А. Паршин, Г.Г. Зегря. https://lms.physics.spbstu.ru/pluginfile.php/538/mod_resource/content/1/lect_14_m.pdf.
- [6] Паршин, Д.А. Физика. Электромагнитные волны. Лекция 15 [Электр. ресурс] // Отделение физики и нанотехнологий. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. / Д.А. Паршин, Г.Г. Зегря. https://lms.physics.spbstu.ru/pluginfile.php/539/mod_resource/content/1/lect_15_m.pdf.
- [7] Cowley, Les. Atmospheric Optics. <https://www.atoptics.co.uk/>.
- [8] К.А. Путилов, В.А. Фабрикант. Курс физики Том III. Оптика, атомная физика, ядерная физика. / В.А. Фабрикант К.А. Путилов. — Москва, 1963 г. - 634 с. http://scask.ru/e_book_p_phis3.php.
- [9] Sound and vision: visualization of music with a soap film / C. Gaulon, C. Derec, T. Combriat et al. // European Journal of Physics. — 2017. — jun. — Vol. 38, no. 4. — P. 045804. <https://doi.org/10.1088%2F1361-6404%2Faa7147>.
- [10] Tan, T. L. Iridescence of a shell of mollusk *Haliotis Glabra* / T. L. Tan, D. Wong, P. Lee // Opt. Express. — 2004. — Oct. — Vol. 12, no. 20. — Pp. 4847–4854. <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-12-20-4847>.
- [11] Orfanidis, Sophocles J. Electromagnetic Waves and Antennas / Sophocles J. Orfanidis. — ECE Department, Rutgers University, Piscataway, NJ 08854-8058, 2016. <https://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/ch06.pdf>.
- [12] Путилин, Э.С. Оптические покрытия. Учебное пособие. / Э.С. Путилин. — СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. <https://books.ifmo.ru/file/pdf/650.pdf>.
- [13] Distributed Bragg Reflector Filter, COMSOL Multiphysics. <https://www.comsol.ru/model/distributed-bragg-reflector-filter-22561>.
- [14] Boucher, Christopher. Моделирование тонких диэлектрических плёнок в оптических расчетах. https://www.comsol.ru/blogs/modeling-thin-dielectric-films-in-optics/?utm_source=4d&

utm_campaign=ru_2019_Blog_details&utm_medium=Demail&utm_content=22.

- [15] Reflectance Calculator. <https://www.filmetrics.com/reflectance-calculator>.
- [16] Митин, И.В. Лабораторный практикум по физике. Оптика. Изучение влияния размеров источника света на видность интерференционной картины / И.В. Митин. — М.: Физический факультет МГУ. <http://genphys.phys.msu.ru/rus/lab/opt/Lab412.pdf>.
- [17] Л. Мандель, Э. Вольф. Оптическая когерентность и квантовая оптика / Э. Вольф Л. Мандель. — Перевод М.: Физматлит, 2000. http://www.ph4s.ru/book_ph_opt_kv.html.
- [18] Сороко, Л.М. Основы голографии и когерентной оптики / Л.М. Сороко. — М.: Наука, 1971. <http://optic.cs.nstu.ru/files/Lit/Hologr/soroko2.pdf>.
- [19] Wikipedia. Michelson interferometer — Wikipedia, The Free Encyclopedia. — <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Michelson%20interferometer&oldid=895424504>. — 2019.
- [20] Nave, C. R. Sodium Energy Levels. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/sodium.html#c1>.
- [21] Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Оптика. т. IV / Д.В. Сивухин. — М.: Наука, 1980. http://bono-esse.ru/blizzard/A/PDF/Sivuhin_4.pdf.
- [22] Wikipedia. Теорема о причёсывании ежа — Wikipedia, The Free Encyclopedia. — <http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B0%20%D0%BE%20%D0%BF%D1%80%D0%B8%D1%87%D1%91%D1%81%D1%8B%D0%B2%D0%B0%BD%D0%B8%D0%B8%20%D0%B5%D0%B6%D0%B0&oldid=99013313>. — 2019.
- [23] Kraus, Hal G. Huygens–Fresnel–Kirchhoff wave-front diffraction formulation: spherical waves / Hal G. Kraus // J. Opt. Soc. Am. A. — 1989. — Aug. — Vol. 6, no. 8. — Pp. 1196–1205. <https://pdfs.semanticscholar.org/4920/daa108fe2caf5a9ee9f7ed868baf46696c6c.pdf>.

- [24] Alda, Javier. Polygonal Fresnel zone plates / Javier Alda, Francisco Javier González // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. — 2009. — jun. — Vol. 11, no. 8. — P. 085707. https://www.researchgate.net/publication/231129549_Polygonal_Fresnel_zone_plates.
- [25] Velasco, David. Circular aperture - Fresnel Diffraction. — 2016. <https://www.youtube.com/watch?v=d-MX3L70c7o>.
- [26] Савельев, И.В. Курс общей физики. Т.3. Оптика, атомная физика, физика атомного ядра и элементарных частиц. / И.В. Савельев. — М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. лит., 1970. <http://old.pskgu.ru/ebooks/sav3.html>.
- [27] Gillen, Glen D. Modeling and propagation of near-field diffraction patterns: A more complete approach / Glen D. Gillen, Shekhar Guha // American Journal of Physics. — 2004. — Vol. 72, no. 9. — Pp. 1195–1201. <https://doi.org/10.1119/1.1767102>.
- [28] Sunsets, Tele. Arago spot (Poisson spot, Fresnel bright spot). <https://youtu.be/K77g72G1pak>.
- [29] Gondran, Michel. Energy flow lines and the spot of Poisson-Arago / Michel Gondran, Alexandre Gondran. — working paper or preprint. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00416055>.
- [30] Moreno, Vicente. High efficiency diffractive lenses: Deduction of kinoform profile / Vicente Moreno, Juan Felix Roman, Jose Ramon Salgueiro // American Journal of Physics. — 1997. — Vol. 65, no. 6. — Pp. 556–562. <https://doi.org/10.1119/1.18587>.
- [31] Казаков, Константин Ю. Конспект лекций по волновой оптике для студентов 2 курса ИФИТ ДВГУ / Константин Ю. Казаков. — Дальневосточный государственный университет, г. Владивосток, 2008. https://mippp.ucoz.ru/_ld/0/45_lecture_Volnova.pdf.
- [32] Domke, Hans-Joachim. Single-Slit Diffraction Pattern. — <http://demonstrations.wolfram.com/SingleSlitDiffractionPattern/>. — 2011.
- [33] Wikipedia. Diffraction — Wikipedia, The Free Encyclopedia. — <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Diffraction&oldid=902133468>. — 2019.

- [34] Quantum-mathematical model of edge and peak point in Fresnel diffraction through a slit / Xiao-He Luo, Hui Mei, Qiu-Dong Zhu et al. // Chinese Physics B. — 2017. — may. — Vol. 26, no. 5. — P. 054202. <https://doi.org/10.1088%2F1674-1056%2F26%2F5%2F054202>.
- [35] Nave, C. R. HyperPhysics. — 2016. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/index.html>.
- [36] М., Борн. Основы оптики / Борн М., Вольф Э. — Перевод с английского. ? Главная редакция физико-математической литературы изд-ва ?Наука?, 1973. <http://old.ikfia.ysn.ru/images/doc/Optika/BornVolf1973ru.pdf>.
- [37] Wikipedia. Bessel function — Wikipedia, The Free Encyclopedia. — <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Bessel%20function&oldid=904156224>. — 2019.
- [38] Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики. Учебное пособие для вузов. / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. — М.: Наука, 1977. <http://old.pskgu.ru/ebooks/tihonov.html>.
- [39] Wikipedia. Благородные газы — Wikipedia, The Free Encyclopedia. — <http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%91%D0%BB%D0%B0%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D1%8B%D0%B5%20%D0%B3%D0%B0%D0%B7%D1%8B&oldid=100565659>. — 2019.
- [40] Cowley, Les. Corona - Effects of droplet sizes. <https://www.atoptics.co.uk/droplets/cordrsz.htm>.
- [41] Slits - diffraction effects. — 2019. https://www.cyberphysics.co.uk/topics/light/A_level/slits.htm.
- [42] Girwidz, Raimund V. Visualizing dipole radiation / Raimund V Girwidz // European Journal of Physics. — 2016. — oct. — Vol. 37, no. 6. — P. 065206. <https://doi.org/10.1088%2F0143-0807%2F37%2F6%2F065206>.
- [43] meyavuz. Electric Dipole Propagation Pattern [Dipole Antenna]. — 2016. <https://www.youtube.com/watch?v=U0VwjKi4B6Y>.
- [44] Wikipedia. Fresnel equations — Wikipedia, The Free Encyclopedia. — <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Fresnel%20equations&oldid=901417324>. — 2019.

- [45] Generalized Brewster effect in dielectric metasurfaces / Ramón Paniagua-Domínguez, Ye Feng Yu, Andrey E Miroshnichenko et al. // Nature Communications. — 2016. — jan. — Vol. 7. — P. 10362. <https://doi.org/10.1038/ncomms10362><http://10.0.4.14/ncomms10362><https://www.nature.com/articles/ncomms10362#supplementary-information>.
- [46] (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>), Ulflund [CC BY-SA 3.0. Fresnel reflection. — 2011. https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a4/Fresnel_reflection.svg.
- [47] Паршин, Д.А. Физика. Электромагнитные волны. Лекция 18 [Электр. ресурс] // Отделение физики и нанотехнологий. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. / Д.А. Паршин, Г.Г. Зегря. https://lms.physics.spbstu.ru/pluginfile.php/542/mod_resource/content/1/lect_18_m.pdf.
- [48] Татарский, В.Б. Кристаллооптика и иммерсионный метод исследования минералов / В.Б. Татарский. — Москва, Недра, 1965. <http://geo.web.ru/db/msg.html?mid=1174743>.
- [49] Optics, Edmund. Introduction to Polarization. <https://www.edmundoptics.com/resources/application-notes/optics/introduction-to-polarization/>.
- [50] Wikipedia. Призма Николя — Wikipedia, The Free Encyclopedia. — <http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D1%80%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B0%20%D0%9D%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D1%8F&oldid=99570701>. — 2019.
- [51] Borrelli, N. F. PolarcorTM Polarizing Glasses / N. F. Borrelli, T.P. Seward // New glass. — 2012. — Vol. 27(1). — Pp. 27–35. <https://www.newglass.jp/mag/TITL/maghtml/104-pdf/+104-p027.pdf>.
- [52] Nokia's ClearBlack Display (CBD): technology explained. <https://www.oled-info.com/nokia-clearblack-display-cbd>.
- [53] Konnen, G.P. Polarised Light in Nature / G.P. Konnen. — Cambridge: Cambridge University Press) (first published 1980 in Dutch by Thieme and Cie-Zutphen, The Netherlands, 1985. <http://genphys.phys.msu.ru/rus/lab/opt/Lab412.pdf>.
- [54] Bohren, C.F. Clouds in a Glass of Beer: Simple Experiments in Atmospheric Physics / C.F. Bohren. (Wiley science editions). — Dover Publications, 2001. <https://books.google.ru/books?id=DNMIFlzVbk0C>.

- [55] Крауфорд, Ф. Волны (Берклевский курс физики, том 3) / Ф. Крауфорд. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, Учебное руководство: Пер. с англ./Под ред. А.И. Шальникова и А.О. Вайсенберга. 3-е изд., испр., 1984. https://mipt.ru/dasr/upload/759/f_3kf7go-arphh81ii9w.pdf.
- [56] Wikipedia. Tyndall effect — Wikipedia, The Free Encyclopedia. — <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Tyndall%20effect&oldid=903449656>.
- [57] Wikipedia. Haidinger's brush — Wikipedia, The Free Encyclopedia. — <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Haidinger's%20brush&oldid=891789373>.
- [58] Atkins, Leslie J. Investigating thin film interference with a digital camera / Leslie J. Atkins, Richard C. Elliott // American Journal of Physics. — 2010. — Vol. 78, no. 12. — Pp. 1248–1253. <https://doi.org/10.1119/1.3490011>.
- [59] Color and Film Thickness. https://soapbubble.fandom.com/wiki/Color_and_Film_Thickness.
- [60] Jaszkowski, Dariusz. Interference colours of soap bubbles / Dariusz Jaszkowski, Janusz Rzeszut // The Visual Computer. — 2003. — Jul. — Vol. 19, no. 4. — Pp. 252–270. <https://doi.org/10.1007/s00371-002-0195-6>.
- [61] Coloration using higher order optical interference in the wing pattern of the Madagascan sunset moth / S Yoshioka, T Nakano, Y Nozue, S Kinoshita // Journal of the Royal Society, Interface. — 2008. — apr. — Vol. 5, no. 21. — Pp. 457–464. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/17999945><https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2607392/>.
- [62] Шартогашева, Анастасия. Физики впервые сняли на видео "ударную волну" света. — 2017. <https://www.popmech.ru/science/320412-fiziki-vpervye-snyali-na-video-udarnuyu-volnu-sveta/>.
- [63] Болотовский, Б. М. Теория эффекта Вавилова? Черенкова / Б. М. Болотовский // Усп. физ. наук. — 1957. — Vol. 62, no. 7. — Pp. 201–246. <https://ufn.ru/ru/articles/1957/7/a/>.
- [64] Visible optical beats at the hertz level / Mickey McDonald, Jiyoun Ha, Bart H. McGuyer, Tanya Zelevinsky // American Journal of Physics.

— 2014. — Vol. 82, no. 10. — Pp. 1003–1005. <https://doi.org/10.1119/1.4890502>.

- [65] Undergraduate experiment with fractal diffraction gratings / Juan A Monsoriu, Walter D Furlan, Amparo Pons et al. // European Journal of Physics. — 2011. — mar. — Vol. 32, no. 3. — Pp. 687–694. <https://doi.org/10.1088%2F0143-0807%2F32%2F3%2F005>.
- [66] Thin-Film Interference in Lossy, Ultra-Thin Layers / Mikhail A. Kats, Romain Blanchard, Shriram Ramanathan, Federico Capasso // Opt. Photon. News. — 2014. — Jan. — Vol. 25, no. 1. — Pp. 40–47. <http://www.osa-opn.org/abstract.cfm?URI=opn-25-1-40>.
- [67] Martinez-Hurtado, J.L. Iridescence in Meat Caused by Surface Gratings / J.L. Martinez-Hurtado, A.K. Yetisen M.S. Akram // Foods. — 2013. — Vol. 2(4). — Pp. 499–506. <https://doi.org/10.3390/foods2040499>.



Миссия университета – открывать возможности для гармоничного развития конкурентоспособной личности и вдохновлять на решение глобальных задач.

Фризюк Кристина Сергеевна
Маркина Дарья Игоревна

Общая физика. Оптика

Учебно-методическое пособие

В авторской редакции

Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Подписано к печати

Заказ №

Тираж

Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Университета ИТМО
197101, Санкт-Петербург, Кронверский пр., 49