ИТМО

В.А. Никитина, А.А. Никитин,
С.С. Муравейников

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕПЛОУТИЛИЗАТОРОВ НА БАЗЕ ТЕПЛОВОГО НАСОСА

Санкт-Петербург
2025

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

В.А. Никитина, А.А. Никитин,
С.С. Муравейников

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕПЛОУТИЛИЗАТОРОВ НА БАЗЕ ТЕПЛОВОГО НАСОСА

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УНИВЕРСИТЕТЕ ИТМО
по направлению подготовки 13.04.02, 16.04.03
в качестве Учебно-методическое пособие для реализации основных профессиональных образовательных программ высшего образования магистратуры

Санкт-Петербург
2025

Никитина В.А., Никитин А.А., Муравейников С.С., Многокритериальная оптимизация теплоутилизаторов на базе теплового насоса– СПб: Университет ИТМО, 2025. – 90 с.

Рецензент(ы):

Митропов Владимир Викторович, кандидат технических наук, доцент (квалификационная категория "ординарный доцент") образовательного центра "Энергоэффективные инженерные системы", Университета ИТМО.

Пособие содержит теоретические и практические основы задач многокритериальной оптимизации. Представлены общие сведения о термодинамических циклах и их оптимизация для выбора наилучшего решения. Рассматривается применение Excel для создания универсального расчёта и визуализации результатов.

ИТМО (Санкт-Петербург) — национальный исследовательский университет, научно-образовательная корпорация. Альма-матер победителей международных соревнований по программированию. Приоритетные направления: IT и искусственный интеллект, фотоника, робототехника, квантовые коммуникации, трансляционная медицина, Life Sciences, Art&Science, Science Communication.
Лидер федеральной программы «Приоритет-2030», в рамках которой реализовывается программа «Университет открытого кода». С 2022 ИТМО работает в рамках новой модели развития — научно-образовательной корпорации. В ее основе академическая свобода, поддержка начинаний студентов и сотрудников, распределенная система управления, приверженность открытому коду, бизнес-подходы к организации работы. Образование в университете основано на выборе индивидуальной траектории для каждого студента.
ИТМО пять лет подряд — в сотне лучших в области Automation & Control (кибернетика) Шанхайского рейтинга. По версии SuperJob занимает первое место в Петербурге и второе в России по уровню зарплат выпускников в сфере IT. Университет в топе международных рейтингов среди российских вузов. Входит в топ-5 российских университетов по качеству приема на бюджетные места. Рекордсмен по поступлению олимпиадников в Петербурге. С 2019 года ИТМО самостоятельно присуждает ученые степени кандидата и доктора наук.

© Университет ИТМО, 2025
© Никитина В.А., Никитин А.А., Муравейников С.С., 2025

Содержание

Введение **4**
1. Термодинамические циклы в системах ОВКВ **5**
1.1 Типы тепловых насосов 5
1.2 Свойства хладагентов 8
2. Определение оптимизации **10**
2.1 Методы оптимизации 10
2.2 Парето-оптимизация 13
2.3 Определение критериев 15
2.4 Методы назначения весовых коэффициентов 18
3. Теоретический расчёт в основе оптимизации **33**
3.1 Многокритериальная оптимизация 33
3.2 Расчёт весовых коэффициентов 36
4. Способ расчёта в среде электронных таблиц Excel **41**
4.1 Пример составления расчёта весовых коэффициентов 41
4.2 Пример составления многокритериальной оптимизации TOPSIS 48
4.3 Результаты оптимизации с учетом климатического фактора 56
5. Практические задания для самостоятельной работы **60**
5.1 Задание №1 – Оптимизация хладагентов 60
5.2 Задание №2 – Расчёт весовых коэффициентов 62
6. Требования к оформлению отчётных материалов **63**
7. Контрольные вопросы **64**
Список сокращений **65**
Список литературы **66**
Приложение А – Схемы типовых тепловых насосов **70**
Приложение Б – Схемы применения теплового насоса в качестве утилизатора теплоты **71**
Приложение В – Термодинамические диаграммы lgP-h для хладагентов **73**
Приложение Г – Характеристики хладагентов **76**

Введение

Модернизация зданий является комплексной задачей, наделённой множеством взаимосвязанных критериев. Для решения используются методы принятия решений по нескольким критериям. Такие методы могут помочь сформулировать проблему и облегчить оценку и ранжирование мер по модернизации при совместном рассмотрении множества критериев. Комбинация программных обеспечений для проведения многофункциональных расчётов и анализа данных позволяет изучить работу любой системы и выявить максимальные нагрузки, сокращение выбросов CO2, сравнить летний и зимний режим работы для различных городов, а также определить показатели энергетической и эксергетической эффективности. Снижение энергопотребления, повышение экономических и экологических характеристик инженерных систем зданий является актуальной задачей.

Учебно-методическое пособие предназначено для направлений подготовки 13.04.02 Электроэнергетика и электротехника, 16.04.03 Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения, в которые включены дисциплины: Моделирование процессов в климатических системах, Энергомоделирование зданий, Энергомоделирование зданий и сооружений, Энергомоделирование инженерных систем зданий на объектах газовой инфраструктуры, Энергосберегающие технологии и альтернативные источники энергии.

В результате изучения учебно-методического пособия и выполнения расчетов студенты приобретают следующие знания, навыки и умения:

- знание устройства, принципа действия, классификации и особенностей конструкции тепловых насосов;
- умение работать с технической документацией (проектная документация, нормативная документация, диаграммы, схемы);
- умение принимать обоснованные технические решения;
- умение проводить расчёты для оптимизации;
- навыки применения полученных знаний на практике.

1. Термодинамические циклы в системах ОВКВ

1.1 Типы тепловых насосов

Внутренние инженерные системы зданий, такие как отопление, вентиляция и кондиционирование воздуха (ОВКВ), потребляют до 40% всех мировых энергетических ресурсов и ответственны за 39% всех выбросов CO_2. Тепловой насос (ТН) является экологичным дополнением в области получения тепловой энергии. На стадии эксплуатации такая установка снижает затраты на энергопотребление, а также снижает выбросы CO_2. Тепловой насос переносит теплоту от менее нагретой среды к более нагретой.

По типу передачи энергии ТН разделяются на компрессионные и сорбционные (Рисунок 1).

Окружающий воздух, водоёмы, реки, озёра, моря, грунт, грунтовые артезианские и термальные воды являются естественными источниками низкопотенциальной тепловой энергии.

Удаляемый вентиляционный воздух, сточные воды, промышленные выбросы, тепло от технологических процессов и бытовые тепловыделения являются искусственными источниками низкопотенциальной тепловой энергии.

Система может быть с открытым контуром, где низкопотенциальный теплоноситель забирается и отдаётся обратно во внешнюю среду, или с замкнутым, где теплоноситель циркулирует по замкнутому контуру и взаимодействует с источником и потребителем теплоты только при помощи теплообмена в аппаратах поверхностного типа.

Коллектор теплового насоса возможно расположить горизонтально в грунте или водоёме, в скважине или использовать внешний теплообменник для забора теплоты из воздушной среды (Рисунок 2).

Процесс работы парокомпрессионного ТН построен с использованием цикла Карно. Тепловой насос состоит из испарителя, конденсатора, дроссельного вентиля и компрессора. В испарителе рабочее вещество начинает кипеть за счёт подвода теплоты от низкопотенциального источника. Получив теплоту, рабочее вещество попадает в компрессор, сжимается под действием высокого давления, а его температура при этом повышается. После сжатия рабочее вещество охлаждается в конденсаторе и конденсируется за счёт отвода теплоты к окружающей среде. Охлаждённое рабочее вещество попадает в дроссельный вентиль, где, расширяясь, возвращается в исходное состояние.

В сорбционных ТН рабочим веществом является смесь хладагента с его раствором в жидкости, имеющей более высокую температуру кипения. Такие растворы обладают способностью абсорбировать пар раствора одного состава жидким раствором другого состава даже при условии, что температура жидкости выше температуры пара.

Рисунок 1 – Типы тепловых насосов

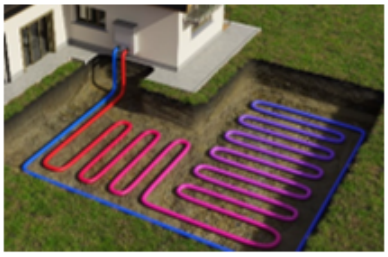
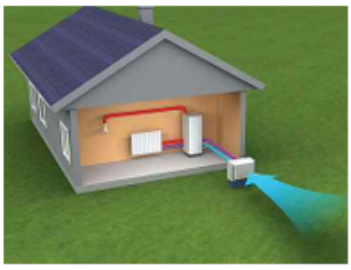
Грунт		
Тепловой насос забирает теплоту из грунта при помощи коллектора, установленного на глубину около метра.	Не требует бурение; Почва имеет стабильную температуру; Низкие затраты на установку.	
Скважина		
В скважину встраивается U-образный коллектор. Можно использовать несколько неглубоких скважин, главное суммарно получить расчётную глубину.	Не требуется большая площадь участка; Скважина имеет стабильную температуру весь год.	
Водоём		
На дно водоёма прокладывается коллектор для сбора солнечного тепла.	Не требуется большая площадь; Водоём имеет стабильную температуру.	
Воздух		
Такой тепловой насос освобождает от необходимости бурения или реконструкции участка. Тепло забирается внешним блоком из окружающего воздуха. Все основные компоненты системы находятся внутри здания.	Низкие затраты на установку; Не повреждается участок.	

Рисунок 2 – Способ забора теплоты

Принципиальные схемы типовых тепловых насосов представлены в Приложении А.

Тепловые насосы возможно применять в качестве теплоутилизаторов в системах вентиляции. Примеры представлены в приложении Б.

1.2 Свойства хладагентов

Рабочими веществами теплового насоса являются: фреоны, аммиак, углекислота, водород, гелий, прочие газы и смеси.

В данном пособие хладагенты рассматриваются в качестве рабочих тел для использования в тепловых насосах теплоутилизаторах. Хладагенты (фреоны) — химические вещества, используемые в системах охлаждения, кондиционирования воздуха, тепловых насосах. Они способны изменять агрегатное состояние при относительно низких температурах и давлении. Свойства хладагентов включают физические, химические и экологические характеристики.

Физические характеристики:

- Температура кипения — важна для работы в низкотемпературных системах;
- Критическая температура и давление — высокие критические значения позволяют хладагенту работать в широком диапазоне температур;
- Теплота парообразования — высокая теплота парообразования означает, что хладагент может переносить больше теплоты;
- Плотность — масса вещества в единице объёма, влияет на размеры компонентов системы и эффективность теплообмена.

Химические характеристики:

- Химическая стабильность — способность хладагента не разлагаться и не вступать в реакции с другими веществами при рабочих температурах и давлениях;
- Горючесть и взрывоопасность — важнейшие требования для безопасности эксплуатации;
- Токсичность — степень вредного воздействия хладагента на организм человека;
- Коррозионная активность — способность хладагента вызывать коррозию материалов, из которых изготовлен тепловой насос.

Экологические:

- Потенциал разрушения озонового слоя (ODP) — относительная величина, характеризующая способность хладагента разрушать озоновый слой Земли. Хладагенты с высоким ODP постепенно выводятся из использования;
- Потенциал глобального потепления (GWP) — относительная величина, характеризующая вклад хладагента в парниковый эффект. Хладагенты с высоким GWP способствуют глобальному потеплению.

При выборе хладагента для холодильной системы и теплового насоса учитывают следующие факторы:

- Температурные требования — определяют диапазон рабочих температур оборудования и убеждаются, что выбранный хладагент подходит для этих условий;
- Экологические аспекты — предпочтение следует отдавать хладагентам с низким GWP и нулевым воздействием на озоновый слой;
- Безопасность — учитывают токсичность и воспламеняемость хладагента;
- Совместимость с оборудованием — нужно убедиться, что выбранный хладагент совместим с материалами системы (уплотнения, компрессор, масло);
- Регуляторные требования — учитывают местные и международные нормы и стандарты, касающиеся использования хладагентов.

Для тепловых насосов диаграмма lgP-h, является наиболее распространённым графическим инструментом для представления процессов, связанных с хладагентами. Её используют, чтобы оценить состояние системы.

Некоторые термодинамические диаграммы lgP-h для хладагентов представлены в приложении В.

2. Определение оптимизации

Оптимизация существует для улучшения различных процессов путём нахождения наилучшего решения задачи среди множества возможных вариантов. Теоретически оптимизация относится к прикладной математике, и используется для эффективного управления различными системами через теоретическое обоснование и алгоритмические реализации. Методы оптимизации можно применять в экономике, инженерии, менеджменте и различных научных исследованиях (Рисунок 3). В области экономики критично важно найти оптимальный вариант для инвестиций и найти компромиссные решения, учитывая изменчивую рыночную ситуацию, а также проанализировать все процессы. В инженерии неоптимизированное решение может привести повышенным затратам и нарушениям процессов. Успешный менеджмент определяется скоростью и качеством. А в научных исследованиях применение методов оптимизации является неотъемлемой задачей для достижения поставленных целей.

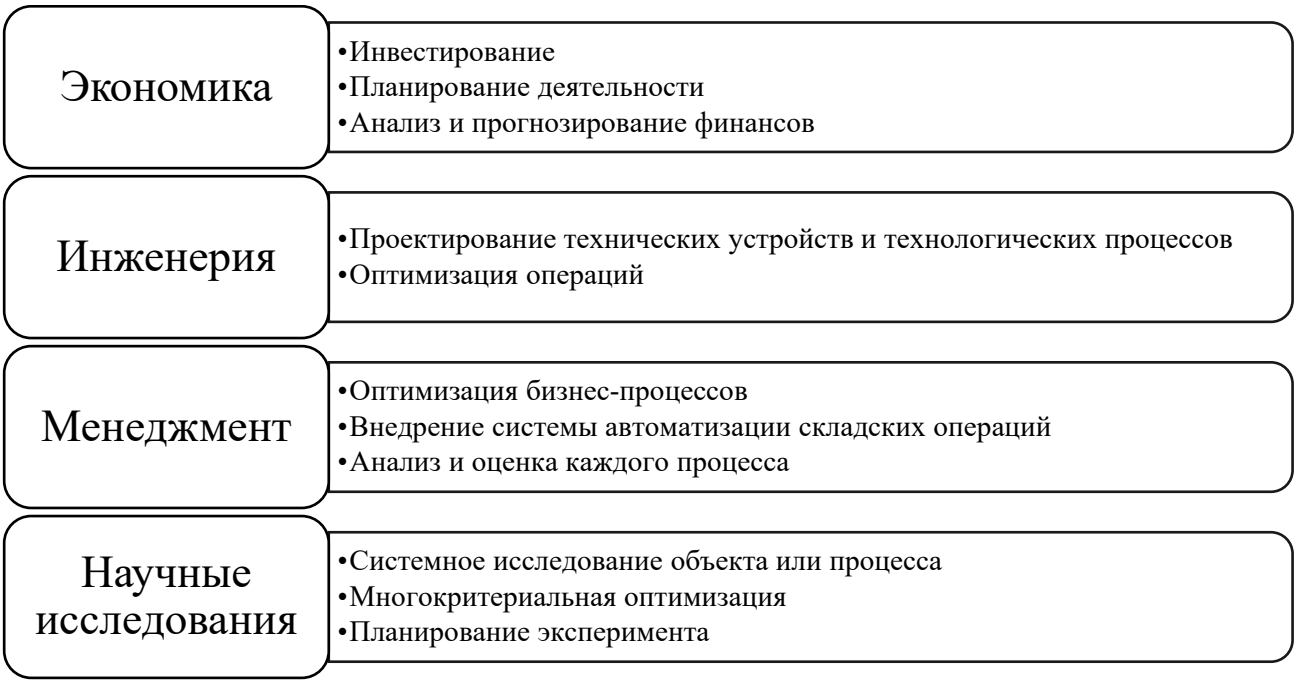


Рисунок 3 – Области применения методов оптимизации

2.1 Методы оптимизации

Методы оптимизация подразделяются на классические и количественные (Рисунок 4). К классическому типу относятся задачи безусловной оптимизации, где на переменные не накладываются ограничения. В их основе лежит теория дифференциального исчисления, в частности, теория экстремумов. А к

количественному типу - аналитически неразрешимые задачи. В данном случае применяется численный аппарат.

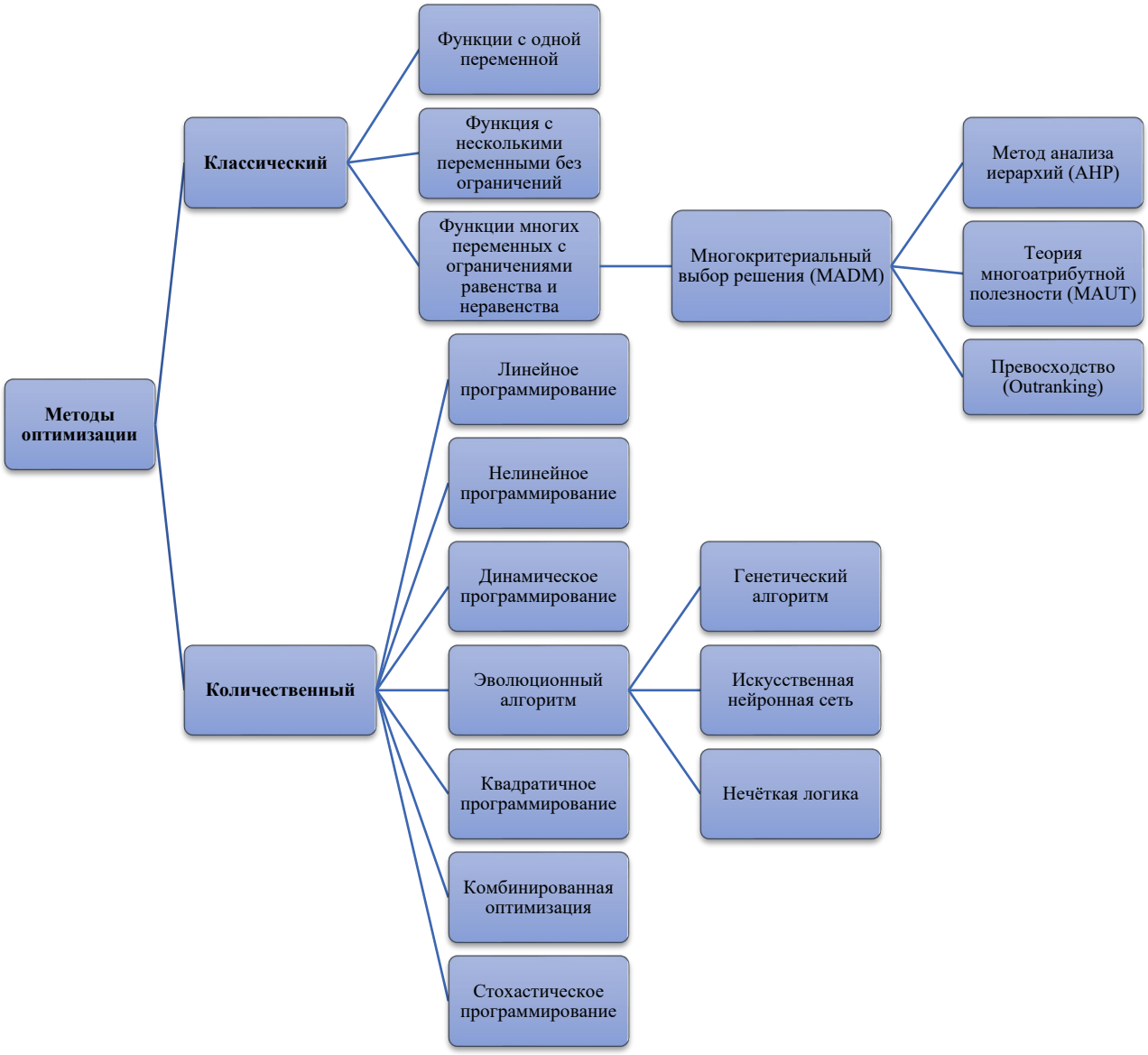


Рисунок 4 – Классификация методов оптимизации

На рисунке 5 представлено сравнение теории многоатрибутной полезности (MAUT), AHP и Превосходства (Outranking).

Методы MAUT включают модель взвешенной суммы (WSM) и модель взвешенного продукта (WPM). Разница между этими двумя моделями заключается в том, что WSM использует сложение при расчете, а WPM — умножение [1].

TOPSIS (методика предпочтения порядка по сходству с идеальным решением) — один из численных методов принятия многокритериальных решений. Это широко применимый метод с простой математической моделью. TOPSIS используют уже больше тридцати лет [2, 3]. Методика рассмотрена во многих работах [4, 5, 6].

Метод		Основные характеристики
Многоатрибутная теория полезности или теория многоатрибутной ценности Multi-Attribute Utility Theory or Multi-Attribute Value Theory (MAUT)	Модель взвешенной суммы Weighted sum model (WSM)	Хорошо подходит для одномерных задач, но не всегда подходит для многомерных задач MCDM.
	Модель взвешенного продукта Weighted product model (WPM)	Может применяться к одномерным и многомерным проблемам, но не подходит для оценки качественных критериев.
Процесс аналитической иерархии Analytical Hierarchy Process (AHP)		Разбивает проблему MCDM на иерархию критериев и подкритериев, которые систематически перекомпоновываются для генерации рейтингов альтернатив решений. Определение весов критериев является сложной задачей и в основном зависит от суждений и предпочтений лиц, принимающих решения.
Превосходство Outranking	PROMETHEE	Применимо к задачам принятия решений, включающим несколько критериев с большим количеством альтернатив.
	ELECTRE	
	TOPSIS	
	VIKOR	

Рисунок 5 – Методы MADM

На схеме (Рисунок 6) рассмотрена процедура применения метода MADM. Исходными данными являются параметры нескольких вариантов системы, из них формируется матрица, которую необходимо нормализовать для приведения всех значений к одному виду. Также предварительно расставляются весовые оценки (коэффициенты) одним или несколькими экспертами в рассматриваемой области. Таким образом определяется относительная значимость каждого критерия. Следующим этапом применяется выбранный метод оптимизации. В результате получаем рейтинг, состоящий из альтернативных решений.

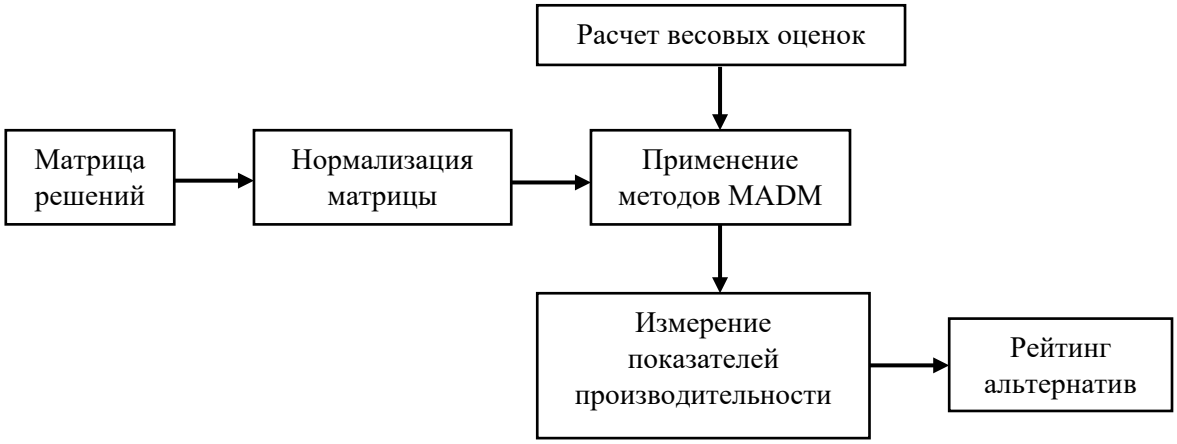


Рисунок 6 – Процедура метода MADM

2.2 Парето-оптимизация

Методология Парето применяется, когда рассматриваются множество вариантов для дальнейшего подбора наиболее подходящего. П-аппроксимация – это предварительное построение аппроксимации фронта Парето [7], то есть набора всех эффективных решений в многоцелевой оптимизации. Метод Парето представляет собой выбор оптимального решения, когда значение любого из критериев можно улучшить лишь за счет ухудшения значений остальных критериев [8].

Для выбора принимаются множество альтернативных решений X, по ним производится осуществление выбора оптимального решения с учётом предпочтений от того, кто производит выбор. Числовые функции f_1, f_2, …, f_m, заданные для X, позволяют сравнить решения по оценкам критериев, то есть они и являются критериями, показателями качества целевыми функциями. Выбор оптимального решения на основании множества оценок на критериях [9] определяется на критериальном множестве E^m:

$$Y = f(X) = \{y \in E^m | y = f(X), x \in X\}, \quad (1)$$

где $Y = Y_1 * Y_2 * \dots, * Y_m$ – вектор полученных оценок.

Если получена векторная оценка y^0, то x^0 – произвольное решение, так что $f(x^0) = y^0$.

Критерии разделяют на количественные и качественные. К количественным относят те, которые можно численно сравнить. К качественным относят шкалу отношений, для которой допустимо множество преобразований Φ_Π состоящих их монотонно возрастающих функций:

$$\Phi_\Pi = \{\varphi | z^1 > z^2 \rightarrow \varphi(z^1) > \varphi(z^2)\}. \quad (2)$$

Основываясь на важности каждого свойства, f_i определяется экспертами и составляется степень предпочтения $\mu_{f_1}(x), i = 1, n$.

Однако применение экспертных оценок не даёт максимальной достоверности полученного Парето-оптимального решения.

Метод пороговой оптимизации [10] применяется при проектировании технических систем, отличием выступает учёт ограничений d_i на допустимые значения локальных критериев $f_i, i = \overline{1, m}$:

$$f_i(x_i) \geq d_i(x_i), i = \overline{1, m}. \quad (3)$$

В методе оптимизации на основе принципа сложности [10] используется концепция получения решений при расширенных множествах и оценке сложности. К такому принципу относятся следующие утверждения:

1) Результат основан на области Парето;

2) Парето-оптимальное решение задачи является единственным:

$$f^{(1)}(x_1) \to max,\ f^{(i)}(x_i) \geq d^{(i)}(x_i), i = \overline{2, m}; \quad (4)$$

3) Множество критериев $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ на этапе постановки задачи может быть дополнено любым критерием f_{m+1}, что определяет полноту системы критериев и эвристический характер их формирования;

4) Ограничения, выраженные в условии (84), приводят к m сопряжённых задач пороговой оптимизации с такими же ограничениями. Таким образом упрощается поиск Парето-оптимизированного решения благодаря поиску решений при минимальной сложности.

Минимальная сложность состоит в том, что определяется сложность алгоритма, которая оценивается для каждой связанной задачи через показатель W_t^k, $k = \overline{1, m}$, где t – время решения, k – номер связанной задачи. Основываясь на времени решения каждой связанной задачи k, можно отметить одну из них, обозначив её как r, которая будет иметь наименьшее значение $W_{t_{min}}^r$.

На рисунке 7 представлен алгоритм метода оценки Парето-оптимального решения с учётом значимости.

Для визуализации результатов аппроксимации многомерного фронта Парето существуют следующие методы [11]:

- Метод HSDC (Hyperspace diagonal counting) [10, 12] – основой является теорема Кантора;
- Интерактивные карты решений (Interactive Decision Maps, IDM) [13] – это наборы двухкритериальных сечений фронта Парето;
- Гипер-радиальная визуализация (Hyper-Radial Visualization, HRV) [14] – аналогичен методу HSDC;
- Самоорганизующиеся карты для МКО-оптимизации (Self-Organizing Map for Multi-Objective optimization, SOMMOS) [15] – основаны на нейронных сетях, картах Кохонена.

Также визуализировать аппроксимацию возможно через матрицу диаграмм разброса, гипер-сечение, кривые Эндрюса, звёздные и радиальные координаты, пиктографики, табличные линзы, параллельные координаты [16].

Рисунок 7 – Алгоритм метода оценки Парето-оптимального решения

2.3 Определение критериев

В оптимизационных задачах важную роль играют критерии, на основании которых определяется итоговое решение. Они могут быть технического, экономического, экологического и социального характера. Чтобы определить конкретные критерии, необходимо сперва назначить цели и альтернативы решений. Критерии организуют в иерархию от общего к детальному. Если не создать структурную форму для их определения, то при подборе могут появиться критерии, не отличающиеся друг от друга по смыслу, и вся идея их использования в задаче нарушится. Критерии собирают при помощи литературного обзора, опросников, семинаров или комбинации различных методов. Для сокращения количества критериев применяют метод Дельфи, метод наименьших средних квадратов (LMS – least mean square), метод минимального максимального отклонения и метод коэффициента корреляции. Такой метод используется для исключения аналогичных критериев среди альтернатив [17]. Метод минимального

максимального отклонения заключается в исключении критериев с меньшим отклонением значений эффективности [18]. Метод коэффициента корреляции заключается в анализе взаимосвязи между критериями [19].

Успех любого проекта зависит от корректного выбора, мониторинга и управления. Обоснованный выбор критериев снижает степень неопределённости и расширяет область понимания конкретной сферы деятельности. Применение одного критерия, например в виде стоимости, не может быть решающим, так как такое оценивание не объективно.

Для удобного составления критериев стоит создавать древовидные схемы начиная с выбора категорий. Для примера можно рассмотреть схему на рисунке 8. Такое дерево критериев было разработано авторами [20] для рассмотрения экономической, социальной и экологической сторон поставленной задачи. К экономике относится конструирование объекта и его дальнейшее использование. Для создания объекта требуются капитальные затраты, опыт и время. К социальным факторам можно отнести итоговое благополучие, которое можно оценить по возможным исследованиям, получению образования, по фактору отдыха, эстетическим потребностям и внедрению инноваций. С экологической точки зрения рассматривается использование ресурсов и влияние на экологию.

Таким образом, сначала необходимо подобрать категории, охватывающие широкие области. Следующим этапом разбить их на более конкретные и обозначить что за ними стоит. Такой метод позволит избежать повторяющихся критериев.

В дальнейшем всем критериям назначаются весовые коэффициенты, которые обозначают их отдельную значимость.

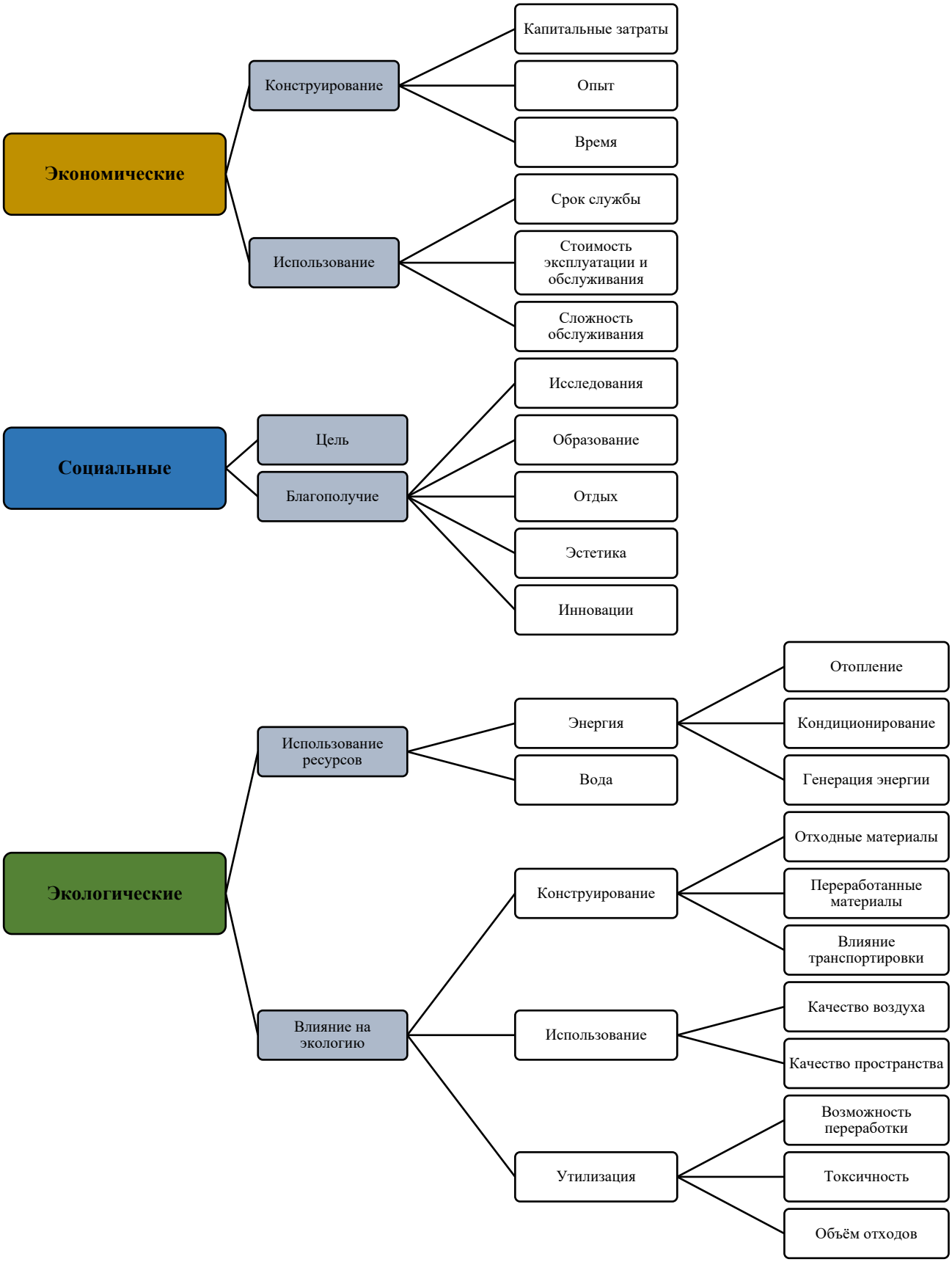


Рисунок 8 – Определение критериев

2.4 Методы назначения весовых коэффициентов

Существуют различные методы расставления весовых коэффициентов. Они делятся на субъективные, где решения принимают назначенные эксперты, и расчётные. Назначенные эксперты должны иметь опыт в конкретных областях. Например, специалисты из промышленности будут подчёркивать экономические выгоды. Экологи сделают упор на сохранение природных ресурсов и влияние на окружающую среду. Специалисты из социальной сферы будут оценивать в основном выгоду для своей области. Пример процентного соотношения выбора представлен на рисунке 9. Соответственно, необходимо выставлять весовые коэффициенты в зависимости от области интереса и проводить несколько многокритериальных оптимизаций, например одну, направленную на экологию, а другую на экономичность.

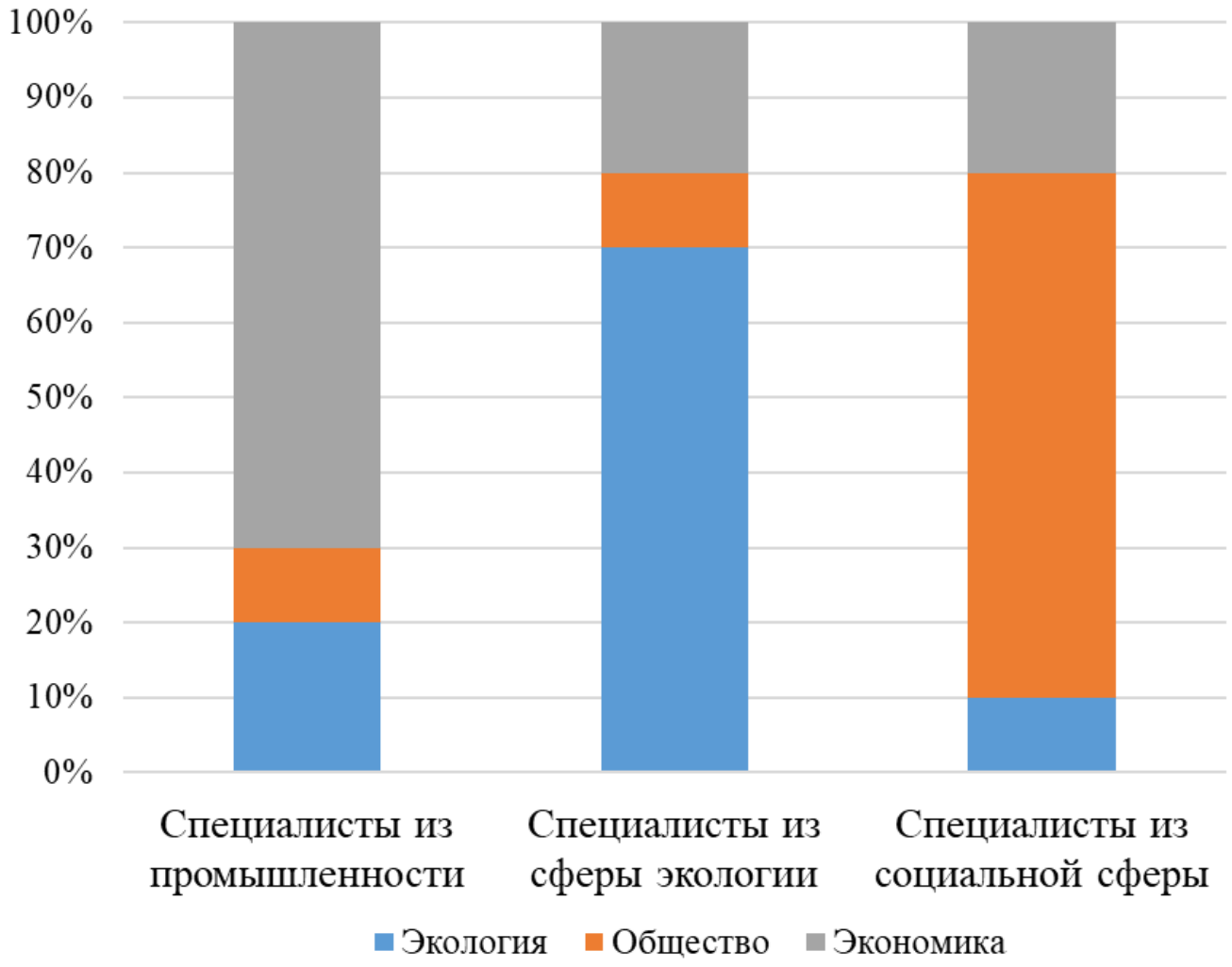


Рисунок 9 – Вариант расставления предпочтений

Также существуют методы, основанные на рангах [21] и методы колебательных весов [22]. Но, независимо от метода, весовые коэффициенты выставляются от 0 до 100, и чем больше значение, тем важнее является критерий. В сумме все оценки критериев должны равняться 100.

Уровни важности критериев можно обозначить, как указано на рисунке 10.

Важность	Оценка/рейтинг
0	Не важен
1	Самая низкая важность
2	Очень низкая важность
3	Низкая важность
4	Умеренно низкая важность
5	Умеренная важность
6	Умеренно высокая важность
7	Очень высокая важность
8	Самая высокая важность
9	Особенно важен

Рисунок 10 – Обозначение степени важности

Методы можно классифицировать на основании используемой информации при принятии решения. Порядковые методы подразделяются на чисто порядковые методы с ранжированием по приоритету и на методы, где требуется дополнительная информация (Рисунок 11) [23, 24, 25, 26, 27, 28]. Итоговый коэффициент будет сильно зависеть от выбранного метода, и при этом нельзя точно сказать, что какой-то метод лучше.

Важность критериев в чисто порядковых методах зависит от выбранного метода и количества критериев в задаче. Чем больше критериев, тем меньше значимость самого главного критерия. Методы с использованием дополнительной информации частично избавляются от этой проблемы, но точность результата всё равно напрямую зависит от достоверности исходной информации.

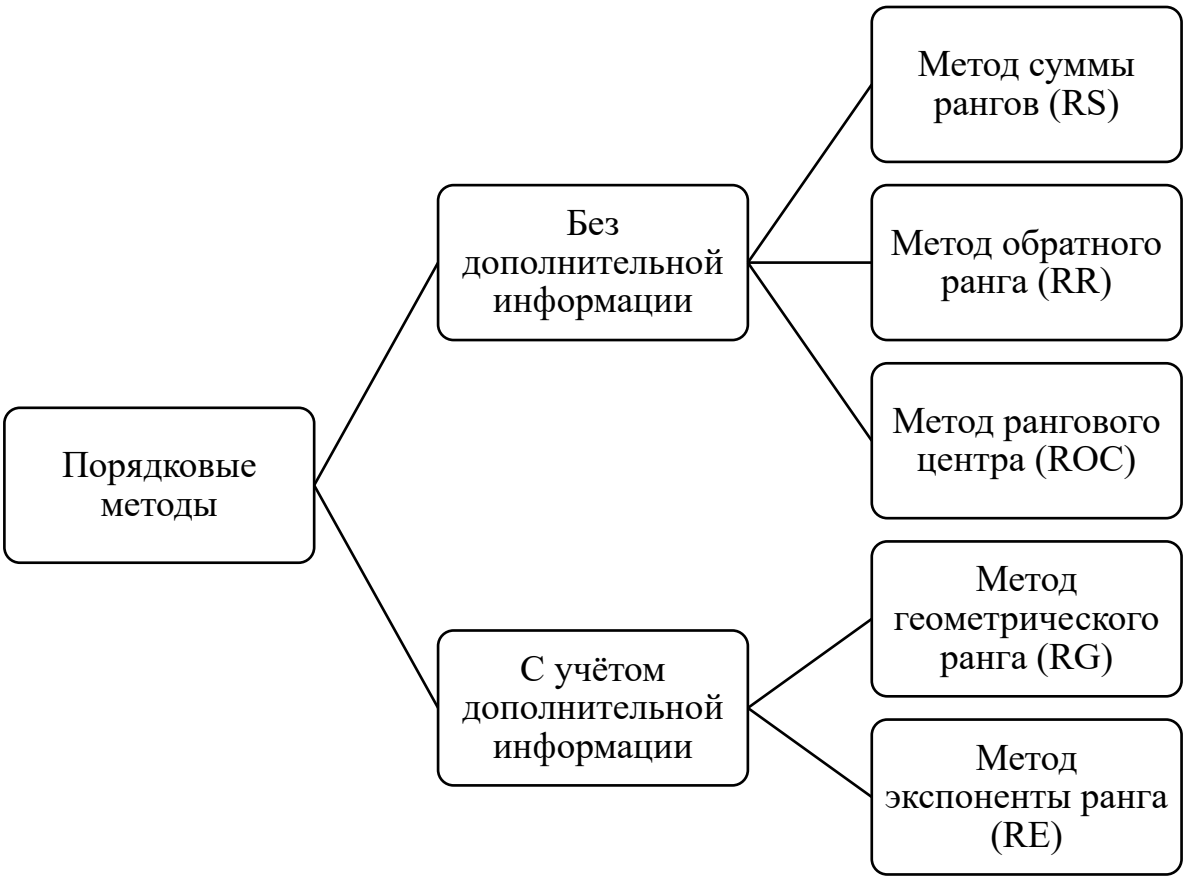


Рисунок 11 – Классификация методов ранжирования

В чисто порядковых методах критерии ранжируются в порядке предпочтений, где наиболее значимый критерий равен 1, следующий за ним равен 2, или в обратном порядке от наибольшего к меньшему.

В методе суммы рангов (RS) веса w_i ранжируются от наименее к наиболее важному при нормализации при помощи деления на сумму рангов. Для расчёта весового значения используется формула (5).

$$w_i(RS) = \frac{n+1-i}{\sum_{j=1}^{n} j} = \frac{2(n+1-i)}{n(n+1)} \quad i = 1, \dots, n \tag{5}$$

Относительная важность между критерием $i + 1$ и критерием i, k_i, изменяется в зависимости от i (6).

$$k_i(RS) = \frac{w_{i+1}}{w_i} = \frac{\frac{2\big(n+1-(i+1)\big)}{n(n+1)}}{\frac{2(n+1-i)}{n(n+1)}} = \frac{n-i}{n-i+1} \quad i = 1, \dots, n \tag{6}$$

В методе обратного ранга (RR) веса нормализуются при помощи деления на обратную сумму. Рассчитываются по формуле (7).

$$w_i(RR) = \frac{\frac{1}{i}}{\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{j}} \quad i = 1, \dots, n \tag{7}$$

Относительная важность между критерием $i + 1$ и критерием i является отношением обратной величины их ранга, как выражено в уравнении (8).

$$k_i(RR) = \frac{w_{i+1}}{w_i} = \frac{\frac{\frac{1}{i+1}}{\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{j}}}{\frac{\frac{1}{i}}{\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{j}}} = \frac{\frac{1}{i+1}}{\frac{1}{i}} = \frac{i}{i+1} \quad i = 1, \dots, n \tag{8}$$

В методе рангового центра (ROC) w_i представляет собой сумму обратных рангов от i-го критерия до n-го критерия, нормализованную путем деления на общее количество критериев n. Веса определяются по формуле (9).

$$w_i(ROC) = \frac{1}{n}\sum_{j=i}^{n}\frac{1}{j} \quad i = 1, \dots, n \tag{9}$$

Относительная важность между критерием $i + 1$ и критерием i изменяется в зависимости от i и может быть записана, как выражено в уравнении (10).

$$k_i(ROC) = \frac{w_{i+1}}{w_i} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{j=i+1}^{n}\frac{1}{j}}{\frac{1}{n}\sum_{j=i}^{n}\frac{1}{j}} = \frac{\sum_{j=i+1}^{n}\frac{1}{j}}{\sum_{j=i}^{n}\frac{1}{j}} \quad i = 1, \dots, n \tag{10}$$

В чисто порядковых методах относительная важность критерия по отношению к следующему критерию определяется используемым методом в связи с тем, что исходными данными являются только ранжирование критериев по важности.

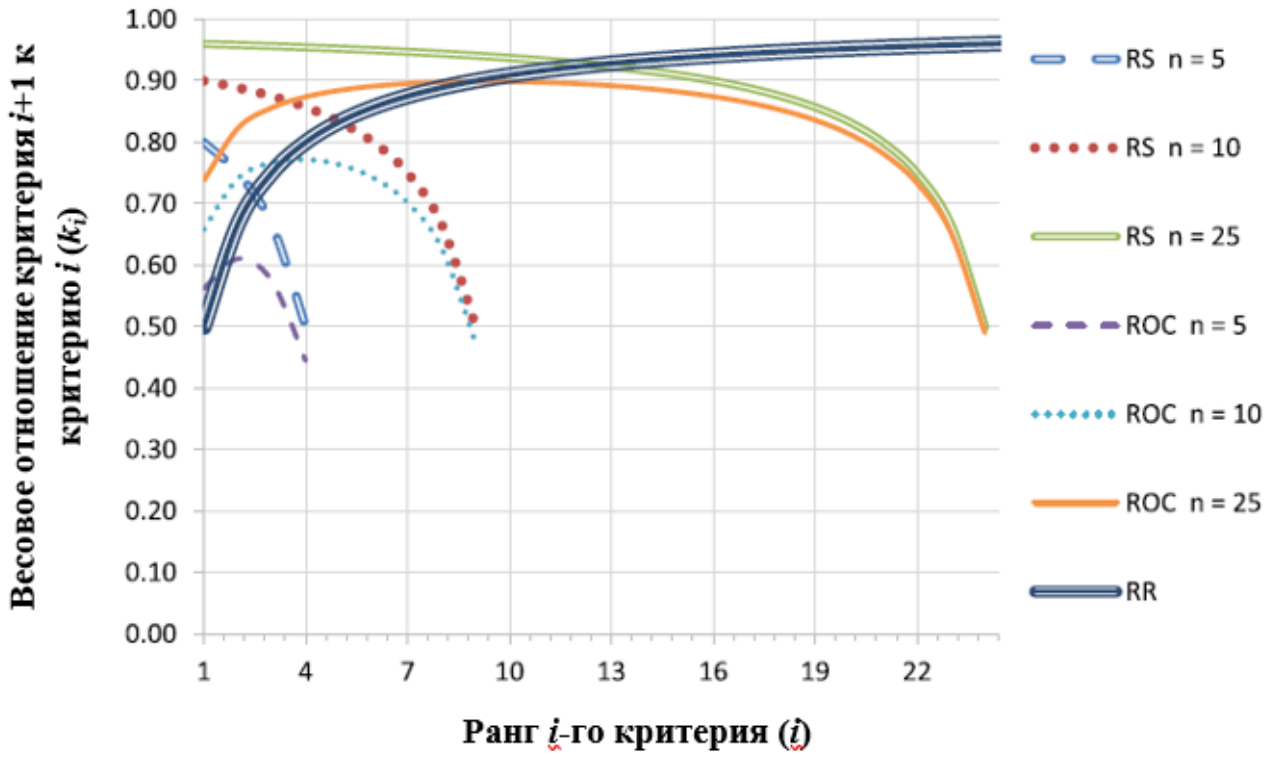


Рисунок 12 – Коэффициент важности k_i в зависимости от ранга i-го критерия и числа критериев n

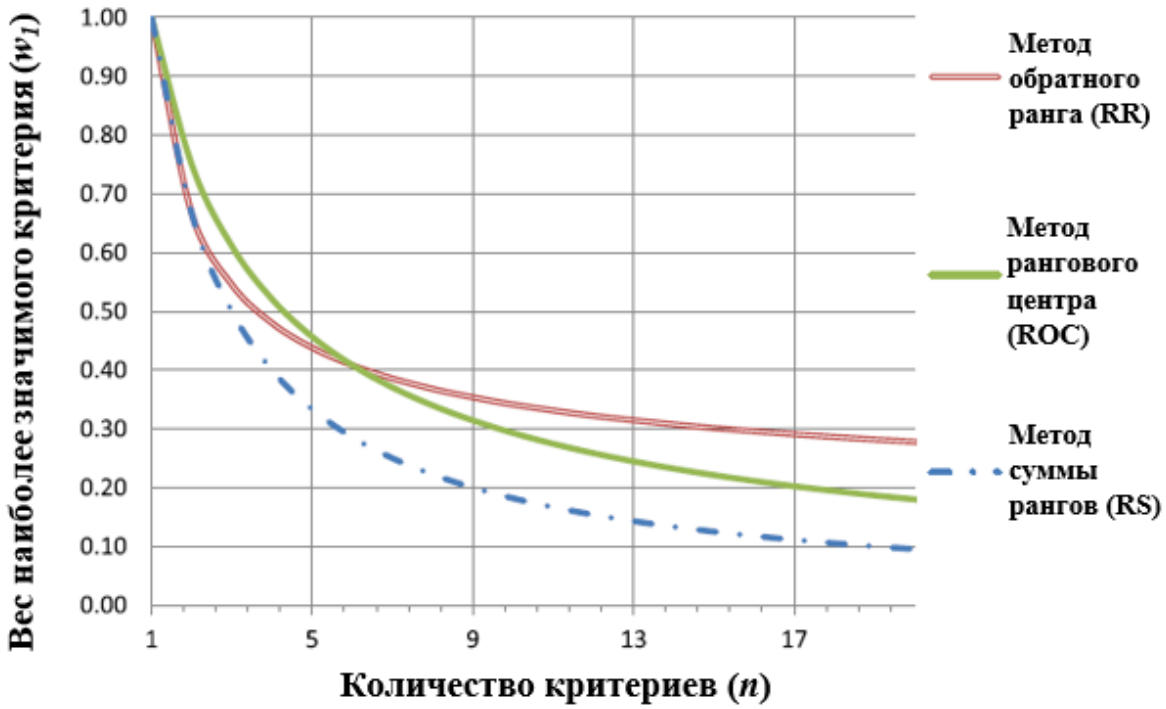


Рисунок 13 – Зависимость веса наиболее важного критерия w_1 от количества критериев n

На графике (Рисунок 12) отображается отклонение важности в зависимости от ранга критерия. В уравнениях 6, 8 и 10 значение k_i (отношение веса критерия i + 1 к весу критерия i, $k_i = \frac{w_{i+1}}{w_i}$) зависит только от используемого метода и общего числа критериев.

График на рисунке 13 иллюстрирует зависимость веса наиболее важного критерия от количества критериев. Во всех трёх методах вес наиболее важного критерия резко уменьшается с ростом n. При увеличении количества критериев с 1 до 5 весовое значение падает с 1 до 0,4 при примерном усреднении трёх методов. Дальнейшее увеличение значения n не оказывает такого сильного влияния на коэффициент w_1. Наилучшую ситуацию показывает метод RR, при большом количестве критериев значение w_1 остаётся равным 0,3.

В таблице 1 отображено сравнение изменения значения k_i в чисто порядковых методах. Для более чёткого понимания динамики изменения значений стоит параллельно рассматривать таблицу 1 и графики на рисунках 12 и 13.

Таблица 1 - Изменение значения k_i в чисто порядковых методах

Метод	Уточнение	Формула (при замене $i = 1$ и $i = n - 1$.)
Метод суммы рангов (RS)	При изменении n увеличиваются и значения i, k_i. Для разных значений n, когда i увеличивается, k_i уменьшается до значения 0,5 для $i = n - 1$.	$k_1 = \frac{n-1}{n}$ (11)
		$k_{n-1} = \frac{1}{2}$ (12)
Метод обратного ранга (RR)	Для $i = 1$ значение k равно 0,5. Для больших значений i (до n - 1) значение k_n-1 приближается к 1 по мере увеличения n. k_i не зависит от n.	$k_1 = \frac{1}{2}$ (13)
		$k_{n-1} = \frac{n-1}{n}$ (14)
Метод рангового центра (ROC)	i, ki увеличивается с ростом n.	$k_1 = \frac{\sum_{j=2}^{j=n} \frac{1}{j}}{\sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{j}}$ (15)
		$k_{n-1} = \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1}}$ (16)

В порядковых методах с учётом дополнительной информации проводятся более комплексные вычисления, что позволяет расставить весовые коэффициенты объективнее.

В методе геометрического ранга (RG) дополнительная информация уточняется с помощью коэффициента $b = \frac{w_n}{w_1}$. Это отношение веса наименее важного критерия к весу наиболее важного.

Таким образом, весовой коэффициент получают из формулы (17).

$$w_i = \frac{b^{\frac{i-1}{n-1}}}{\sum_{j=1}^{n} b^{\frac{j-1}{n-1}}}; \quad i = 1, \dots, n \tag{17}$$

k может быть получено непосредственно из данных b по формулам (18) или (19).

$$\left. b = \frac{w_n}{w_1} = \frac{w_n}{w_1} * \frac{w_{n-1}}{w_{n-1}} * \frac{w_{n-2}}{w_{n-2}} * \dots * \frac{w_2}{w_2} * \frac{w_1}{w_1} = \frac{w_n}{w_{n-1}} * \frac{w_{n-1}}{w_{n-2}} * \dots * \frac{w_2}{w_1} = \prod_{i=1}^{i=n-1} \frac{w_{i+1}}{w_i} \right\}$$

$$\rightarrow b = k^{n-1} \rightarrow k = \sqrt[n-1]{b} \quad k_i = \frac{w_{i+1}}{w_i} = k \tag{18}$$

$$k_i(RG) = \frac{w_{i+1}}{w_i} = \frac{\dfrac{b^{\frac{(i+1)-1}{n-1}}}{\sum_{j=1}^{n} b^{\frac{j-1}{n-1}}}}{\dfrac{b^{\frac{i-1}{n-1}}}{\sum_{j=1}^{n} b^{\frac{j-1}{n-1}}}} = \frac{b^{\frac{i}{n-1}}}{b^{\frac{i-1}{n-1}}} = b^{\frac{1}{n-1}} = \sqrt[n-1]{b}; \quad i = 1, \dots, n \tag{19}$$

В методе экспоненты ранга (RE) требуется знание точного веса наиболее важного критерия, который используется для решения формулы (20) при $i = 1$.

$$w_i(RE) = \frac{(n-i+1)^z}{\sum_{j=1}^{n} (n-j+1)^z}; \quad i = 1, \dots, n \tag{20}$$

Эта формула может быть решена для z с помощью итерационного процесса. При определении значения z можно высчитать оставшиеся весовые коэффициенты. Отношение важности критерия $i + 1$ к критерию i зависит от i и показано в уравнении (21).

$$k_i(RE) = \frac{w_{i+1}}{w_i} = \frac{\dfrac{(n-(i+1)+1)^z}{\sum_{j=1}^{n} (n-j+1)^z}}{\dfrac{(n-i+1)^z}{\sum_{j=1}^{n} (n-j+1)^z}} = \frac{(n-i)^z}{(n-i+1)^z}; \quad i = 1, \dots, n \tag{21}$$

В методе экспоненты ранга (RE) $z = 0$ определяет случай равных весов, а $z = 1$ определяет метод ранговой суммы.

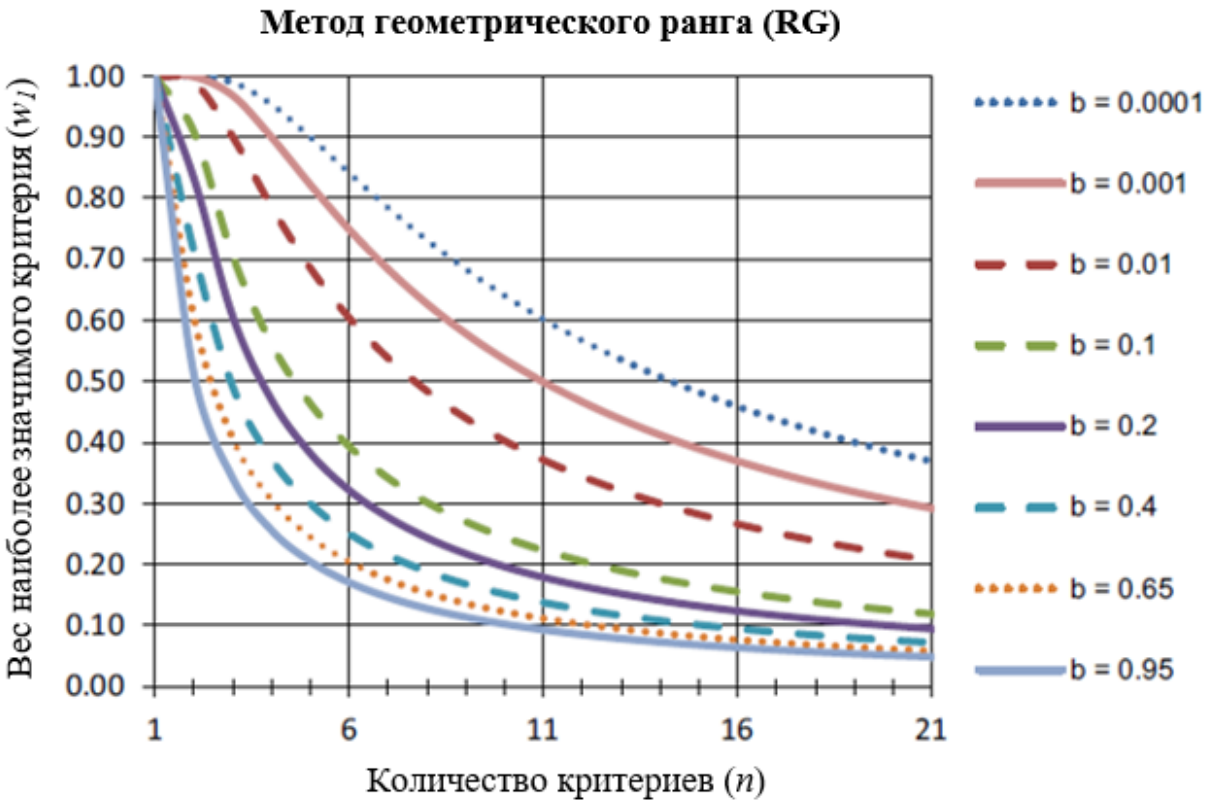


Рисунок 14 – Зависимость веса наиболее важного критерия w_1 от количества критериев n при различных значениях b

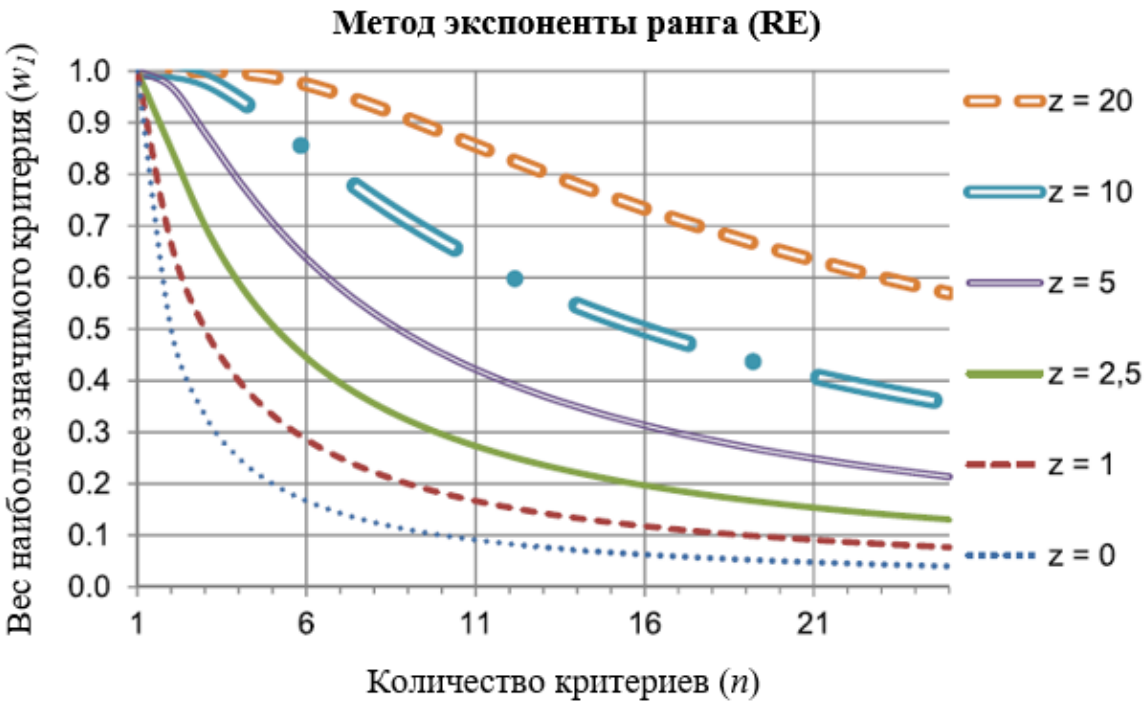


Рисунок 15 – Зависимость веса наиболее важного критерия w_1 от количества критериев n при различных значениях z

На графиках (Рисунок 14 и 15) изображена зависимость значения, присвоенного переменной b в методе геометрического ранга, и значения z, полученного в методе экспоненты ранга. Это позволяет учитывать множество ситуаций.

Имея 16 критериев, весовой коэффициент самого важного критерия может варьироваться от 6 % до 40 % в методе RG и более 70 % в методе RE.

В методе RG определение значения b может оказаться затруднительным в случае, когда b меньше 1/9. Поэтому шкала включает только значения от 1/9 до 9. Например, если имеется 15 критериев и предполагается, что $k_i = 0{,}8$, для $i = 1,\ldots,$ 14, то $w_1 = 20{,}7$ % и $w_{15} = 0{,}9$ %. Отношение веса наименее важного критерия к весу наиболее важного критерия составляет $b = 0{,}044 < 1/9$.

Также существуют методы ранжирования, рейтинга, попарного сравнения, метод компромисса. Их сравнение представлено на рисунке 16. Для быстрого принятия решения стоит использовать методы ранжирования или рейтинга. Для более точного определения с теоретическим обоснованием весовых коэффициентов стоит рассматривать попарное сравнение или метод компромиссов. Для таких методов существуют специально разработанные программы EXPERT CHOICE и LOGICAL DECISIONS, они также используются в оптимизации MCDM для генерации весовых коэффициентов. Все расчёты также могут быть реализованы в электронных таблицах. Эмпирические приложения показывают, что метод парного сравнения является эффективным методом для принятия пространственных решений [22, 29]. На основе эксперимента Лай и Хопкинс [30] продемонстрировали, что метод парного сравнения незначительно отличается от метода компромисса по эффективности. Они также обнаружили, что первый метод был лучше компромисса с точки зрения времени.

В методе рейтинга весовые коэффициенты расставляются от 0 до 100. Чем выше значение, тем выше значимость критерия. Коэффициент наименее важного критерия делится на коэффициент для каждого критерия, т. е. ω_j / ω^*, где ω^* — это самый низкий балл, а ω_j — это балл для j-го критерия. Такое отношение отображает относительную значимость изменения с наихудшего до наилучшего значения критерия.

Метод попарного сравнения был разработан Саати [33] в контексте AHP, включающего парные сравнения для создания матрицы пропорций. При таком методе получаем относительные весовые коэффициенты. Они определяются путем нормализации собственного вектора, связанного с максимальным собственным значением (обратной) матрицы отношений.

Функции	Методы			
	Ранжирование	Рейтинг	Попарное сравнение	Компромисс
Количество критериев	n	n	$n(n-1)/2$	$<n$
Шкала оценивания	Порядковый	Интервал	Соотношение	Интервал
Основная теория	Предположение	Предположение	Есть	Есть
Подход	-	-	Статистический/ эвристический	Аксиоматический /дедуктивный
Сложность использования	Очень простая	Очень простая	Простая	Сложная
Точность	Аппроксимация	Не точно	Довольно точно	Довольно точно
Программное обеспечение	Электронные таблицы	Электронные таблицы	EXPERT CHOICE	LOGICAL DECISIONS

Рисунок 16 – Сводка методов [31, 32, 33]

Интенсивность важности	Описание
1	Одинаковая важность
2	Слабая важность
3	Слабо умеренная важность
4	Умеренная важность
5	Умеренно сильная важность
6	Сильная важность
7	Очень сильная важность
8	Чрезвычайно сильная важность
9	Максимальная важность

Рисунок 17 – Шкала оценивания критериев

На основании распределения важности критериев по шкале на рисунке 17 создаётся матрица для вычисления весовых коэффициентов. Процесс вычисления весовых коэффициентов для критериев изображён в виде схемы процесса на рисунке 18.

Рисунок 18 – Процесс вычисления весовых коэффициентов для критериев

В описанном методе используется коэффициент согласованности (CR) для корреляции весовых коэффициентов. Учитывается индекс согласованности (CI) и значение вектора. В данном случае λ всегда больше или равно количеству рассматриваемых критериев (n) для положительных и обратных матриц. Если

матрица согласованная, то λ = n. И соответственно случай λ – n является мерой степени несогласованности. Нормализация происходит через формулу (22):

$$\mathrm{C}I = \frac{\lambda - n}{n - 1} \tag{22}$$

CI обеспечивает метрику отклонения. Для определения коэффициента согласованности (*CR*), индекс *CI* сравнивают со случайным индексом (*RI*) через формулу (23).

$$\mathrm{C}R = \frac{CI}{RI} \tag{23}$$

RI — это *CI* случайно сгенерированной матрицы попарных сравнений порядка от 1 до 10, полученной путем аппроксимации случайных индексов с использованием размера выборки 500 [34]. В таблице 2 показано значение *RI*, отсортированное по порядку матрицы.

Таблица 2 - Индекс *RI*

Матрица порядка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0,00	0,00	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

В случае если коэффициент *CR* меньше 0,1, уровень согласованности приемлемый. Если больше 0,1, то уровень согласованности выходит за рамки, и необходимо скорректировать исходные данные.

В методе компромисса учитываются прямые оценки [35, 36]. Компромисс позволяет всем альтернативам получить одинаковую общую ценность. В таком методе необходимо сравнить две альтернативы по критериям и определить, какая из них имеет большую ценность. Также производится оценка точки безразличия между двумя альтернативами относительно критериев. Компромисс безразличия (24) [37] используется в интерактивных компенсационных методах [21] для оценки весов критериев $w_1 \ldots\ldots w_n$.

$$1C_i = \left(\frac{\omega_i}{\omega_j}\right) C_j \tag{24}$$

Соотношение ω_i/ω_j отвечает за компенсацию потери единицы в C_j.

Поскольку все методы определения весовых коэффициентов являются относительными, появляется возможность создания новых. Так, в исследовании [38], изучен новый метод постоянного весового соотношения (CWR). Он позволяет лучше учитывать экспертное мнение, в отличие от других существующих порядковых методов ранжирования, путём снижения влияния на чрезмерное уменьшения веса наиболее важного критерия, когда общее количество критериев велико, а вес наиболее важного критерия (или критериев) должен быть высоким. В этом методе задействуется дополнительная входная информация в виде относительной важности критериев, общего веса наиболее важного набора критериев или веса наиболее важного критерия.

Основная характеристика метода постоянного весового соотношения (CWR) заключается в отношении важности критерия $i + 1$ к критерию i (значение k_i), которое является постоянным для любого значения i. Условие для удовлетворения этого свойства показано в уравнении (25):

$$w_{i+1} = k * w_i \quad \forall i = 1, \dots, n. \tag{25}$$

Таким образом, весовой коэффициент критерия определяется через (26):

$$w_i = k^{i-1} * w_1. \tag{26}$$

Поскольку сумма всех w_i должна быть равна 1 (27), значение k напрямую связано с w_1 (28).

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_n = 1 \tag{27}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = w_1 + kw_1 + k^2 w_1 + \cdots + k^{n-1} w_1 = w_1 \sum_{i=0}^{n-1} k^i = 1 \tag{28}$$

Учитывая, что значение суммы известно (29), связь значения k с w_1 можно определить через (30) и (31).

$$\sum_{i=0}^{n-1} k^i = \frac{1 - k^n}{1 - k} \tag{29}$$

$$w_1 \frac{1 - k^n}{1 - k} = 1 \tag{30}$$

$$w_1 \frac{1-k}{1-k^n} \tag{31}$$

Значение k можно определить двумя способами:

1) Значение k обозначается вручную экспертом, принимающим решения;
2) Необходимо решить, какой набор критериев является наиболее важным, и обозначить его общий вес (P). Такой набор критериев будет состоять из m критериев, где m — любое значение от 1 до n - 1.

При втором варианте для нахождения значения k при общем весе первых m критериев (P) решается уравнение (33), образованное из (32).

$$\sum_{i=1}^{m} w_i = w_1 + w_2 + \cdots + w_m = P \tag{32}$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_i = w_1 + k * w_1 + \cdots + k^{m-1} * w_1 = P \tag{33}$$

Значения P, k и w_1 связываются путём замены значения суммы в (34) и (35).

$$\sum_{i=1}^{m} w_i = \sum_{i=0}^{m-1} w_1 k^i = w_1 \sum_{i=0}^{m-1} k^i = w_1 \frac{1-k^m}{1-k} = P \tag{34}$$

$$P \frac{1-k}{1-k^m} = w_1 \tag{35}$$

Из формулы (31) заменяем значение w_1 в уравнении (35), которое зависит от k и n, и получаем уравнение (36).

$$P \frac{1-k}{1-k^m} = \frac{1-k}{1-k^n} \tag{36}$$

В итоге получаем значение P (сумма весов m наиболее важных критериев) через m, n и k (37).

$$P \frac{1-k^m}{1-k^n} \tag{37}$$

В случае если число критериев стремится к бесконечности, то вес самого важного критерия равен указанному в уравнении (38).

$$\lim_{n\to\infty} w_1 = \lim_{n\to\infty} \frac{1-K}{1-K^n} = 1-k \qquad (38)$$

И таким образом при увеличении количества критериев, можно определить значение k, при котором вес самого важного критерия не будет сильно уменьшаться.

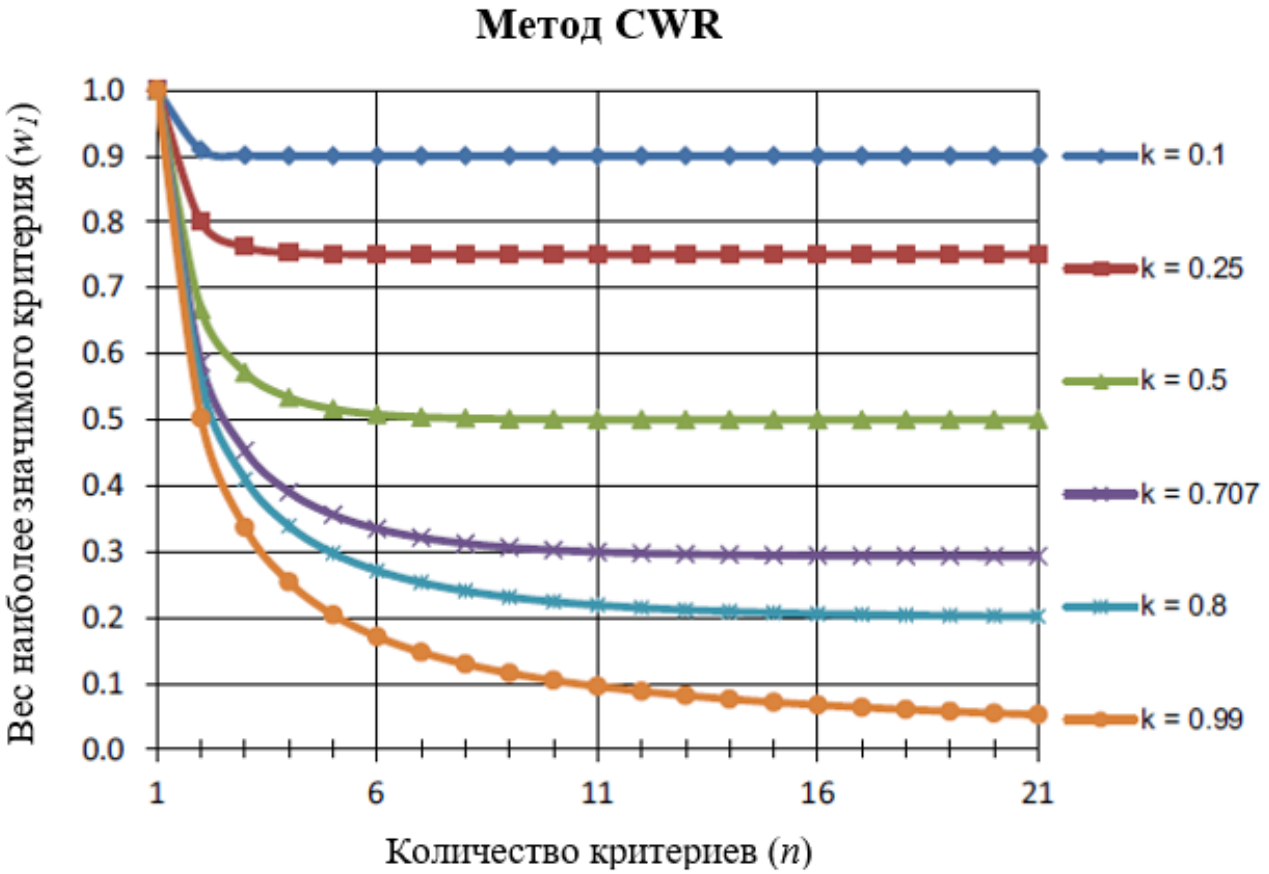


Рисунок 19 – Зависимость веса наиболее важного критерия w_1 от количества критериев n при различных значениях k

На рисунке 19 показана зависимость веса наиболее важного критерия w_1 от количества критериев n при различных значениях k. При значениях $k = 0{,}1$; $k = 0{,}25$ и $k = 0{,}5$ значимость самого главного критерия не опускается ниже 0,5 даже при большом количестве критериев.

3. Теоретический расчёт в основе оптимизации

3.1 Многокритериальная оптимизация

В данном методическом пособии рассматривается метод определения порядка предпочтения по близости к идеальному решению TOPSIS (Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution), это один из методов многокритериального выбора решения MADM (Multi-Attribute Decision-Making).

Метод TOPSIS определяет значение, которое наиболее близко расположено к идеально положительному решению и наиболее далеко от идеально негативного решения в многоцелевой среде. После расчета весовых оценок и нормализации данных определяют положительные значения. Затем оценивается относительная близость и производится ранжирование [39].

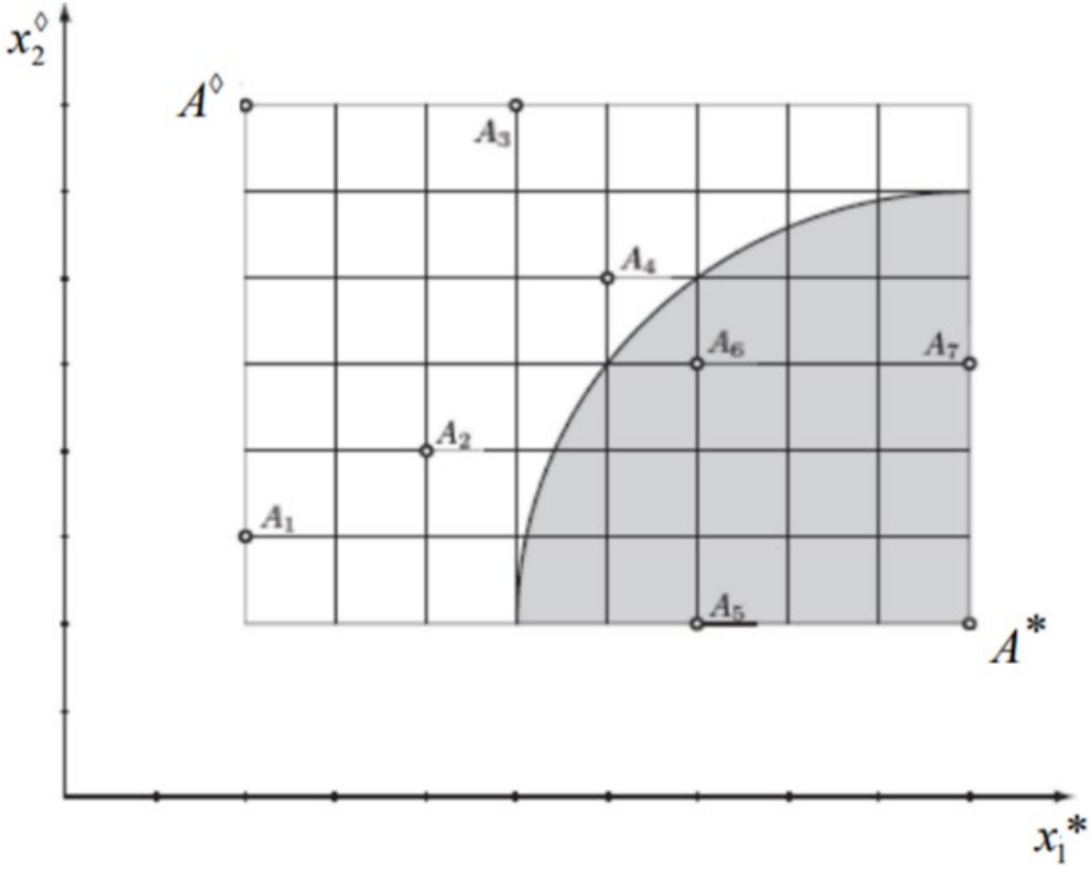


Рисунок 20 – Графическое расположение альтернативных решений в методике TOPSIS

График на рисунке 20 отображает расположение альтернативных решений в методике TOPSIS. Ось x_1 обозначает возрастающее значение, а x_2 убывающее. В серой области располагаются положительные решения, и чем ближе они к A^*, тем

идеальнее. Все альтернативные решения, которые попадают противоположную область и стремятся к $A^{\Diamond}$, являются негативными решениями. Исходя из графика, альтернативные решения A_6, A_7 и A_5, можно рассматривать как подходящие.

Благодаря такому подходу можно найти обоснованное компромиссное решение для системы.

Первостепенно для подготовки к многокритериальной оптимизации важно корректно составить таблицу с исходными данными (Рисунок 21). Под *A* подразумеваются альтернативы, под $x_1, x_2, \ldots, x_n$ определения критериев, на основании которых сравниваются альтернативы. Весовые коэффициенты обозначаются *w*. Ячейка пересечения *A* и *x* – это значение критерия для определённой альтернативы, например x_{11}.

Критерии	x_1	x_2	…	x_n
Весовые коэффициенты	w_1	w_2	…	w_n
A_1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1n}
A_2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2n}
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
A_m	x_{m1}	x_{m2}	…	x_{mn}

Рисунок 21 – Пример таблицы с исходными данными

На основании исходной таблицы создаётся матрица решений (Рисунок 22).

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

Рисунок 22 – Матрица из альтернативных решений

Чтобы значения можно было сравнивать, их необходимо привести к одному виду, то есть нормировать, а также ввести весовые коэффициенты для каждого параметра. Весовые коэффициенты задаются экспертами на основании своего научного опыта и знаний либо определяются при помощи расчётных методов. Нормализация матрицы с учётом весовых оценок производится через формулу (39):

$$a_{ij} = w_j * r_{ij} = w_j * \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^2}}, \tag{39}$$

где w_j – это весовая оценка;

r_{ij} – нормированное значение;

x_{ij} – исходное значение параметра.

После нормализации значений по методике определяется идеально-позитивное (40) и идеально-негативное решение (41).

$$A^* = (a_1^* a_2^* \dots a_n^*) \qquad a_j^* = \begin{cases} \max\limits_i a_{ij} \ for\ j = 1, \dots, k \\ \min\limits_i a_{ij} \ for\ j = k+1, \dots, n \end{cases} \tag{40}$$

$$A^\lozenge = \left(a_1^\lozenge a_2^\lozenge \dots a_n^\lozenge\right) \qquad a_j^\lozenge = \begin{cases} \min\limits_i a_{ij} \ for\ j = 1, \dots, k \\ \max\limits_i a_{ij} \ for\ j = k+1, \dots, n \end{cases} \tag{41}$$

Расстояние от идеально-позитивного A^* (42) и идеально-негативного $A^\lozenge$ (43) рассчитывается до каждой альтернативы.

$$d^* = (d_1^* d_2^* \dots d_m^*)^T \qquad d_i^* = d(A_i, A^*) = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(a_{ij} - a_j^*\right)^2} \tag{42}$$

$$d^\lozenge = \left(d_1^\lozenge d_2^\lozenge \dots d_m^\lozenge\right)^T \qquad d_i^\lozenge = d(A_i, A^\lozenge) = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(a_{ij} - a_j^\lozenge\right)^2} \tag{43}$$

Через формулу (44) производится расчет показателей подобия частных альтернатив идеальному решению.

$$D^* = (D_1^* D_2^* \dots D_m^*)^T \qquad D_i^* = \frac{d_i^\lozenge}{d_i^* + d_i^\lozenge} = \frac{d(A_i, A^\lozenge)}{d(A_i, A^*) + d(A_i, A^\lozenge)} \qquad (44)$$

По итогу создаётся окончательный порядок ранжирования альтернатив показателя значения сходства:

Если $max\{D_1^*, D_2^*, \dots, D_m^*\} = D_{i1}^* \rightarrow A_{i1} \rightarrow$, то это наилучшее решение;

Если $min\{D_1^*, D_2^*, \dots, D_m^*\} = D_{i2}^* \rightarrow A_{i2} \rightarrow$, то это наихудшее решение.

3.2 Расчёт весовых коэффициентов

Для расчёта весовых коэффициентов в данном пособие рассматриваются Метод прямой экспертной оценки (ПЭО), Метод рангового центра (ROC) и Метод геометрического ранга (RG).

В качестве примера будут рассматриваться расчётно-справочные характеристики системы рекуперации теплоты:

COP – Коэффициент преобразования;
$\eta_{экс}$ – Эксергетический КПД теплового насоса;
CO_2 – Сокращение выбросов углекислого газа, т;
GWP – Потенциал глобального потепления;
Горючесть – Класс горючести;
ПЭ – Удельные затраты первичной энергии на производство теплоты;
NPV – Срок окупаемости.

В методе прямой экспертной оценки необходимо только учесть, что при распределении весовых коэффициентов их сумма должна быть равна 1. Пример этого условия можно увидеть на рисунке 23. Например, если сложить все коэффициенты по строке энергетическая эффективность, то в сумме получится 1.

В данном примере учитываются три области: энергетическая эффективность, экология, экономичность. И также рассматривается вариант при равной значимости.

Коэффициенты выставляются по мнению одного или нескольких экспертов, которые выставляют оценки на основании интересов и требований каждой области.

Варианты направлений	COP	$\eta_{экс}$	CO2	GWP	Горючесть	ПЭ	NPV
Энергетическая эффективность	0,30	0,30	0,01	0,01	0,08	0,20	0,10
Экологичность	0,07	0,05	0,30	0,30	0,08	0,10	0,10
Экономичность	0,15	0,13	0,13	0,05	0,05	0,20	0,30
Равная значимость (Округлена для представления)	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14

Рисунок 23 – Распределение весовых коэффициентов по методу прямой экспертной оценки (ПЭО)

Для расчётных методов рангового центра ROC и геометрического ранга RG распределяется важность критериев в зависимости от направления каждой области (Рисунок 24). В энергетике наибольшее значение имеют коэффициент преобразования, эксергетический КПД и удельные затраты первичной энергии на производство теплоты. В экологии внимание заостряется на выбросах углекислого газа, потенциале глобального потепления и затратах первичной энергии. В экономике важнее срок окупаемости, затраты первичной энергии и коэффициент преобразования. Критерии рассматриваются от наиболее к наименее значимому.

Критерии (i)	1	2	3	4	5	6	7
Энергетика	COP	$\eta_{экс}$	ПЭ	GWP	NPV	CO2	Горючесть
Экология	CO2	GWP	ПЭ	NPV	Горючесть	COP	$\eta_{экс}$
Экономика	NPV	ПЭ	COP	$\eta_{экс}$	CO2	GWP	Горючесть

Рисунок 24 – Распределение важности критериев в зависимости от приоритета

В методике ROC рассчитанные весовые коэффициенты (45) прикрепляются к позиции критериев (Рисунок 25).

$$w_i(ROC) = \frac{1}{n}\sum_{j=i}^{n}\frac{1}{j} \quad i = 1, \dots, n \tag{45}$$

w_i	1	2	3	4	5	6	7
Энергетика							
Экология	0,370	0,228	0,156	0,109	0,073	0,044	0,020
Экономика							

Рисунок 25 – Весовые коэффициенты по методу ROC

Используя распределённую важность критериев в зависимости от заданного приоритета (Рисунок 24) и рассчитанные весовые коэффициенты (Рисунок 25), можно распределить весовые коэффициенты по исследуемым критериям (Рисунок 26).

	COP	$\eta_{экс}$	CO2	GWP	Горючесть	ПЭ	NPV
Энергетика	0,370	0,228	0,044	0,109	0,020	0,156	0,073
Экология	0,044	0,020	0,370	0,228	0,073	0,156	0,109
Экономика	0,156	0,109	0,073	0,044	0,020	0,228	0,370

Рисунок 26 – Весовые коэффициенты критериев по методу ROC

В методике RG перед основными расчётами определяется поправочный коэффициент (46), который обозначает отношение веса наименее важного критерия w_n к весу наиболее важного критерия w_1.

$$b = \frac{w_n}{w_1} \tag{46}$$

Значения b в данном случае рассчитаны на основании расставленных ранее весовых коэффициентах методом прямой экспертной оценки (ПЭО) и графика зависимости веса наиболее важного критерия w_1 для рангового геометрического метода от общего числа критериев n для различных значений параметра b (Рисунок 14). Принимаем два значения $b = 0{,}03$ и $b = 0{,}2$.

Для расчёта весовых коэффициентов применяется формула (47) и получаем весовые коэффициенты в зависимости от b (Рисунок 27).

$$w_i = \frac{b^{\frac{i-1}{n-1}}}{\sum_{j=1}^{n} b^{\frac{j-1}{n-1}}}; \quad i = 1, \dots, n \tag{60}$$

При b = 0,03	1	2	3	4	5	6	7
w_i	0,450	0,251	0,140	0,078	0,043	0,024	0,014
При b = 0,2	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
w_i	0,278	0,212	0,162	0,124	0,095	0,073	0,056

Рисунок 27 – Весовые коэффициенты по методу RG

Используя распределённую важность критериев в зависимости от заданного приоритета (Рисунок 24) и рассчитанные весовые коэффициенты (Рисунок 27), распределяем весовые коэффициенты по исследуемым критериям (Рисунок 28).

При b=0,03	COP	$\eta_{экс}$	CO2	GWP	Горючесть	ПЭ	NPV
Энергетика	0,450	0,251	0,024	0,078	0,014	0,140	0,043
Экология	0,024	0,014	0,450	0,251	0,043	0,140	0,078
Экономика	0,140	0,078	0,043	0,024	0,014	0,251	0,450
При b=0,2	**COP**	**$\eta_{экс}$**	**CO2**	**GWP**	**Горючесть**	**ПЭ**	**NPV**
Энергетика	0,278	0,212	0,073	0,124	0,056	0,162	0,095
Экология	0,073	0,056	0,278	0,212	0,095	0,162	0,124
Экономика	0,162	0,124	0,095	0,073	0,056	0,212	0,278

Рисунок 28 – Весовые коэффициенты критериев по методу RG

Для определения наиболее подходящего метода было проведено сравнение зависимости уменьшения значения весового коэффициента наиболее значимого критерия от применяемого метода расчёта. График (Рисунок 29) составлен на основании расчёта весов для семи критериев. Метод RG при значении b = 0,03 позволяет поддерживать значимость главного критерия от 40 % до 50 %.

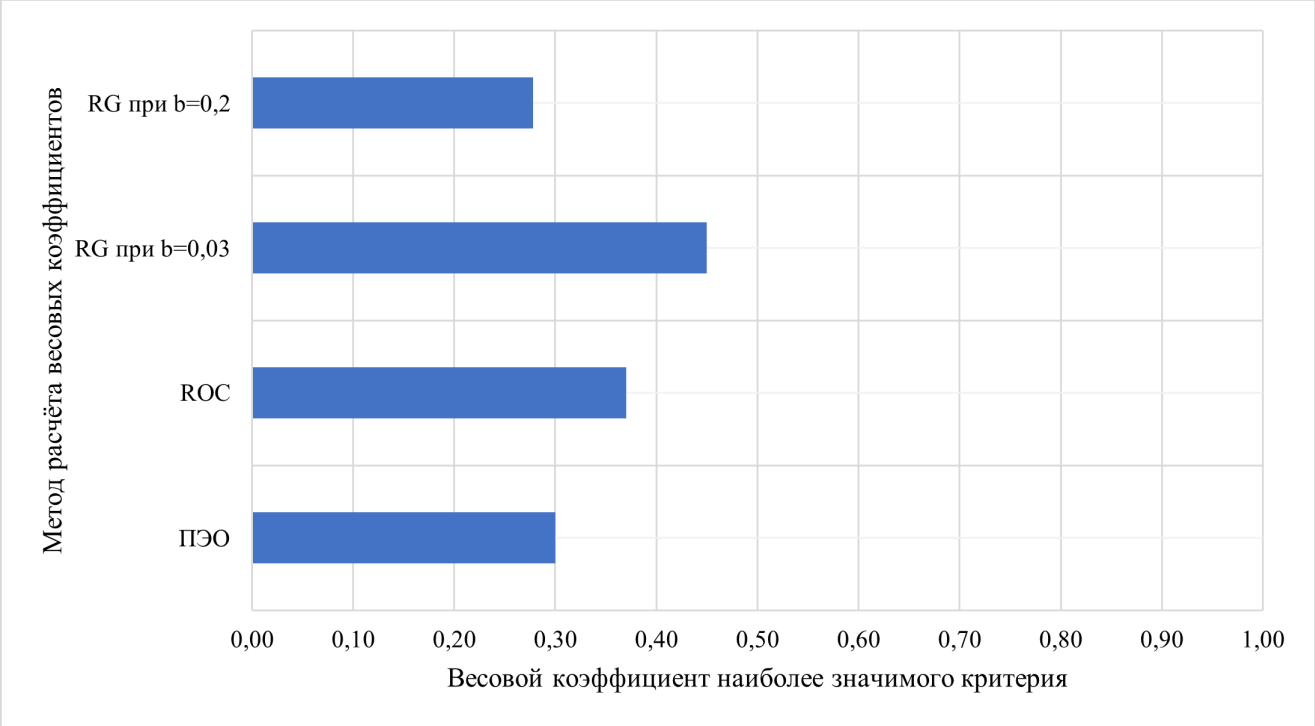


Рисунок 29 – График зависимости уменьшения значения весового коэффициента наиболее значимого критерия от применяемого метода расчёта

4. Способ расчёта в среде электронных таблиц Excel

4.1 Пример составления расчёта весовых коэффициентов

Используя формулы из раздела 2, можно создать универсальный калькулятор в среде Excel.

Для начала рассмотрим создание расчёта весовых коэффициентов по методу ROC. Для этого создаём первую таблицу (Рисунок 30). И распределяем важность критериев в зависимости от заданной области.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Критерии (i) \ Области**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2	**Энергетика**	COP	η_экс	ПЭ	GWP	NPV	CO2	Горючесть
3	**Экология**	CO2	GWP	ПЭ	NPV	Горючесть	COP	η_экс
4	**Экономика**	NPV	ПЭ	COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть

Рисунок 30 – Распределение важности критериев в зависимости от заданной области

Во второй таблице производится расчёт по формуле (45) (Рисунок 31).

B8 =(1/$E$6)*(1/1+1/2+1/3+1/4+1/5+1/6+1/7)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Критерии (i) \ Области**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	
2	**Энергетика**	COP	η_экс	ПЭ	GWP	NPV	CO2	Горючесть	
3	**Экология**	CO2	GWP	ПЭ	NPV	Горючесть	COP	η_экс	
4	**Экономика**	NPV	ПЭ	COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть	
5	$w_i(ROC) = \frac{1}{n}\sum_{j=i}^{n}\frac{1}{j}$								
6				**n =**	7				
7		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**сумма**
8	**Энергетика**								
9	**Экология**	0,370	0,228	0,156	0,109	0,073	0,044	0,020	1,000
10	**Экономика**								

Рисунок 31 – Расчёт весового коэффициента для первого критерия

В следующей ячейке для критерия номер два используется та же формула, но суммирование значений начинается уже с второго критерия (Рисунок 32).

C8 | =(1/$E$6)*(1/2+1/3+1/4+1/5+1/6+1/7)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Критерии (i) \ Области	1	2	3	4	5	6	7	
2	Энергетика	COP	η_экс	ПЭ	GWP	NPV	CO2	Горючесть	
3	Экология	CO2	GWP	ПЭ	NPV	Горючесть	COP	η_экс	
4	Экономика	NPV	ПЭ	COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть	
5	$w_i(ROC) = \frac{1}{n}\sum_{j=i}^{n}\frac{1}{j}$								
6				n =	7				
7		1	2	3	4	5	6	7	сумма
8	Энергетика								
9	Экология	0,370	0,228	0,156	0,109	0,073	0,044	0,020	1,000
10	Экономика								

Рисунок 32 – Расчёт весового коэффициента для второго критерия

Остальные весовые коэффициенты для последующих критериев рассчитываются по такому же принципу. Для проверки корректности расчёта выставляется формула суммирования в конце строки. Сумма должна быть всегда равна 1.

Финальным шагом расчётного метода является распределение весовых коэффициентов по исследуемым критериям, используя полученные данные. Этот шаг можно сделать вручную, но удобнее создать многоуровневое условие через функцию ЕСЛИМН (Рисунок 33). Для удобства можно использовать не строчное введение функции, а отдельное окно аргументов функции (Рисунок 34), которое открывается через кнопку «Вставить функцию» слева от строки ручного ввода.

В данном примере используется логика проверки совпадений названий критериев (Рисунок 35), поэтому крайне важно использовать одинаковую формулировку названий. Первая логическая проверка сравнивает название критерия, значение которого нужно определить, с введёнными названиями в первой таблице распределения важности критериев. Если в первой проверке функция не находит нужное значение, то проверка начинается в следующем столбце. При обнаружении совпадения в названии присваивается номер критерия. Например, нужно определить весовой коэффициент для критерия COP в области энергетики. Функция по логической проверке сравнивает название столбца с

значениями в исходной таблице в первом столбце и находит соответствие, которое в Excel обозначается как ИСТИНА. Получая оценку «ИСТИНА» в логической проверке, функция переходит к условию «Если значение истина» и отображает значение для первого критерия из таблицы с расчётными весовыми коэффициентами.

ЕСЛИМН

=ЕСЛИМН($B2=B$12;$B$8;$C2=B$12;$C$8;$D2=B$12;$D$8;$E2=B$12;$E$8;$F2=B$12;$F$8;$G2=B$12;$G$8;$H2=B$12;$H$8)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Критерии (i) \ Области	1	2	3	4	5	6	7	
2	Энергетика	COP	η_экс	ПЭ	GWP	NPV	CO2	Горючесть	
3	Экология	CO2	GWP	ПЭ	NPV	Горючесть	COP	η_экс	
4	Экономика	NPV	ПЭ	COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть	
5	$w_i(ROC) = \frac{1}{n}\sum_{j=i}^{n}\frac{1}{j}$								
6				n =	7				
7		1	2	3	4	5	6	7	сумма
8	Энергетика								
9	Экология	0,370	0,228	0,156	0,109	0,073	0,044	0,020	1,000
10	Экономика								
11									
12		COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть	ПЭ	NPV	
13	Энергетика	$H$8)	0,228	0,044	0,109	0,020	0,156	0,073	1,000
14	Экология	0,044	0,020	0,370	0,228	0,073	0,156	0,109	1,000
15	Экономика	0,156	0,109	0,073	0,044	0,020	0,228	0,370	1,000

Рисунок 33 – Распределение весовых коэффициентов по исследуемым критериям при помощи функции ЕСЛИМН

Аргументы функции

ЕСЛИМН

Логическая_проверка1	$B2=B$12	=	ИСТИНА
Если_значение_истина1	$B$8	=	0,370408163
Логическая_проверка2	$C2=B$12	=	ЛОЖЬ
Если_значение_истина2	$C$8	=	0,22755102
Логическая_проверка3	$D2=B$12	=	ЛОЖЬ
		=	0,370408163

Проверяет соответствие одному или нескольким условиям и возвращает значение для первого условия со значением ИСТИНА.

Логическая_проверка1: Должно быть значением или выражением, которое можно оценить как ИСТИНА или ЛОЖЬ.

Значение: 0,370

Справка по этой функции

ОК Отмена

Рисунок 34 – Окно аргументы функции ЕСЛИМН

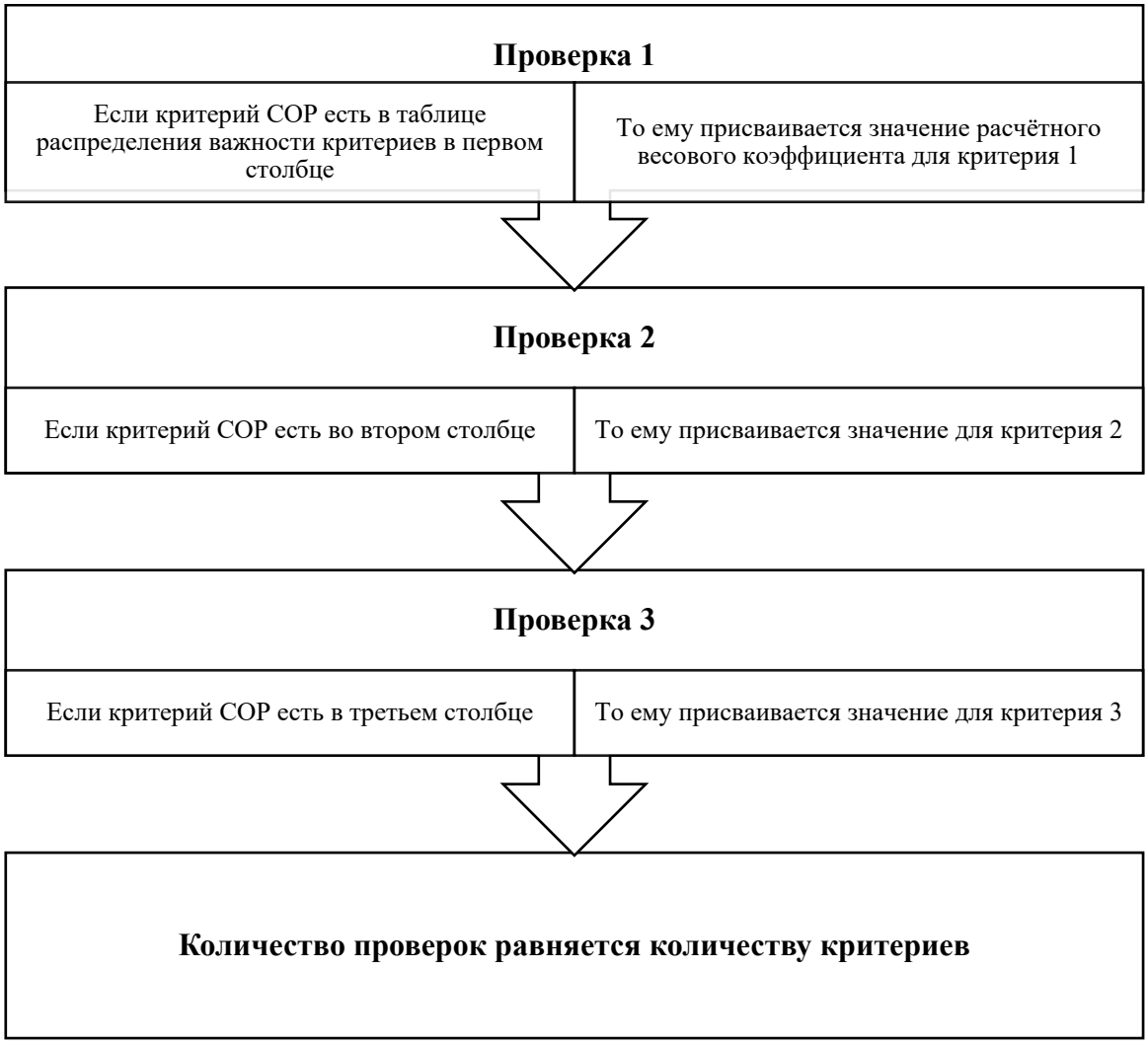


Рисунок 35 – Этапы проверки условий для составления функции ЕСЛИМН

Калькулятор для метода RG создаётся по такому же принципу, только сначала необходимо составить таблицу по методу прямой экспертной оценки ПЭО (Рисунок 36). На основании полученной таблицы рассчитывается *b*, путём деления наименее значимого критерия на наиболее значимый, и округляется до ближайшего справочного.

ЕСЛИМН =O2/L2

Расчётный b

Справочный b

	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1		COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть	ПЭ	NPV	сумма		$b = \frac{w_n}{w_1}$	b
2	Энергетика	0,300	0,300	0,010	0,010	0,083	0,200	0,100	1,00		=O2/L2	0,03
3	Экология	0,070	0,050	0,300	0,300	0,080	0,100	0,100	1,00		0,166667	0,2
4	Экономика	0,150	0,125	0,125	0,050	0,050	0,200	0,300	1,00		0,166667	0,2
5	Одинаковое весовое значение	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	1,00			

ЕСЛИМН =M3/N3

	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1		COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть	ПЭ	NPV	сумма		$b = \frac{w_n}{w_1}$	b
2	Энергетика	0,300	0,300	0,010	0,010	0,083	0,200	0,100	1,00		0,033333	0,03
3	Экология	0,070	0,050	0,300	0,300	0,080	0,100	0,100	1,00		=M3/N3	0,2
4	Экономика	0,150	0,125	0,125	0,050	0,050	0,200	0,300	1,00		0,166667	0,2
5	Одинаковое весовое значение	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	1,00			

ЕСЛИМН =P4/R4

	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1		COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть	ПЭ	NPV	сумма		$b = \frac{w_n}{w_1}$	b
2	Энергетика	0,300	0,300	0,010	0,010	0,083	0,200	0,100	1,00		0,033333	0,03
3	Экология	0,070	0,050	0,300	0,300	0,080	0,100	0,100	1,00		0,166667	0,2
4	Экономика	0,150	0,125	0,125	0,050	0,050	0,200	0,300	1,00		=P4/R4	0,2
5	Одинаковое весовое значение	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	1,00			

Рисунок 36 – Расставление весовых коэффициентов по методу ПЭО и нахождение коэффициента b

Как и в методе ROC значимость критериев расставляется по областям (Рисунок 38).

Критерии (i) \ Области	1	2	3	4	5	6	7
Энергетика	COP	η_экс	ПЭ	GWP	NPV	CO2	Горючесть
Экология	CO2	GWP	ПЭ	NPV	Горючесть	COP	η_экс
Экономика	NPV	ПЭ	COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть

Рисунок 37 – Распределение важности критериев в зависимости от заданной области

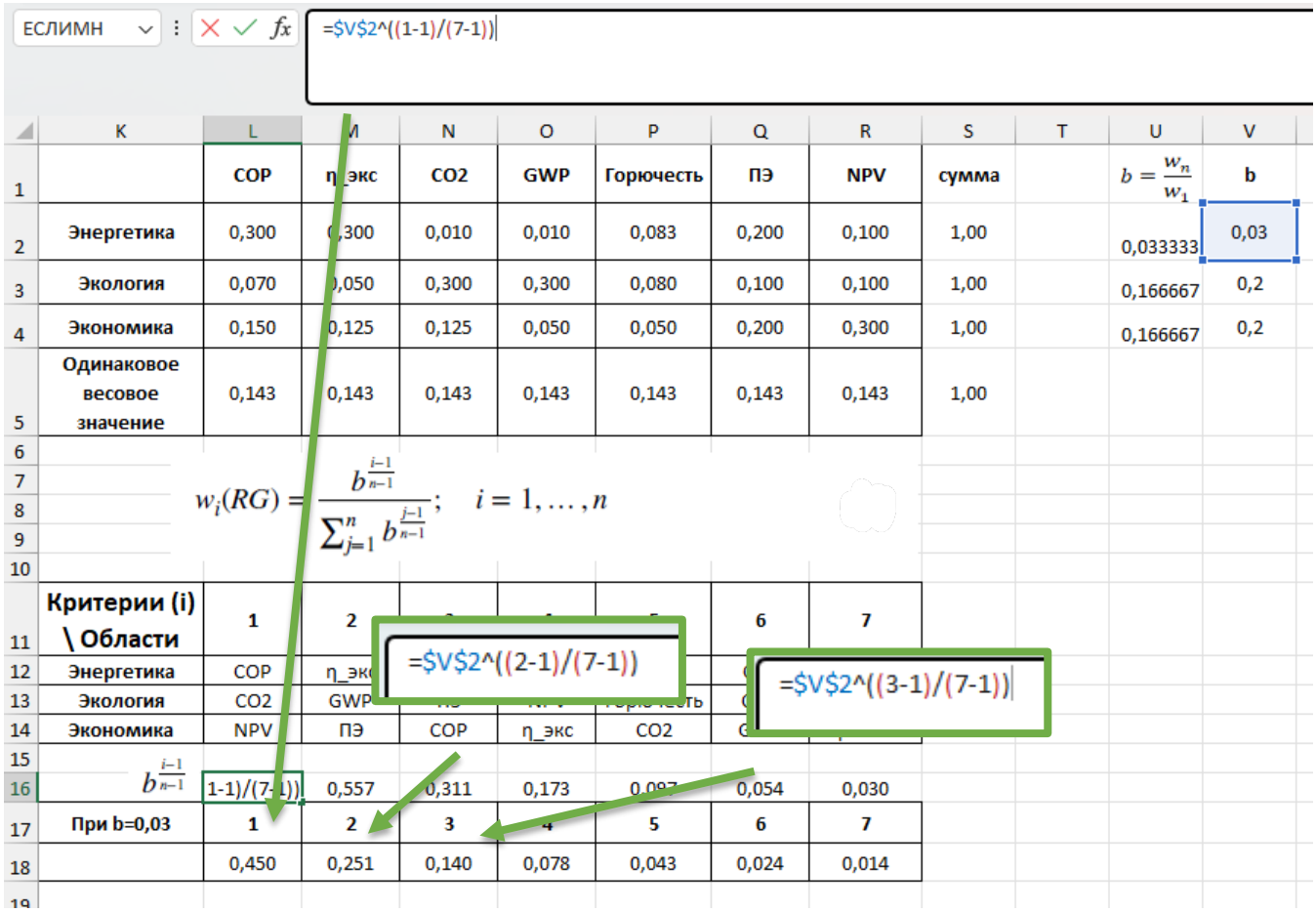


Рисунок 38 – Первый этап расчёта весового коэффициента

Первостепенно решается часть формулы (Рисунок 38). Для этого используется выбранное значение b и для каждого номера критерия заменяется соответствующее значение.

Во втором этапе решается оставшееся часть уравнения (Рисунок 39), используя полученные значения в первом этапе.

ЕСЛИМН =L16/СУММ($L$16:$R$16)

	K	L	M	N	O	P	Q	R
15								
16	$b^{\frac{i-1}{n-1}}$	1,000	0,557	0,311	0,173	0,097	0,054	0,030
17	При b=0,03	1	2	3	4	5	6	7
18		$R$16)	0,251	0,140	0,078	0,043	0,024	0,014

ЕСЛИМН =M16/СУММ($L$16:$R$16)

	K	L	M	N	O	P	Q	R
15								
16	$b^{\frac{i-1}{n-1}}$	1,000	0,557	0,311	0,173	0,097	0,054	0,030
17	При b=0,03	1	2	3	4	5	6	7
18		0,450	$R$16)	0,140	0,078	0,043	0,024	0,014

Рисунок 39 – Второй этап расчёта весового коэффициента

Как и в методе ROC используется логическая функция ЕСЛИМН для распределения критериев (Рисунок 40).

ЕСЛИМН =ЕСЛИМН($L12=L$20;$L$18;$M12=L$20;$M$18;$N12=L$20;$N$18;$O12=L$20;$O$18;$P12=L$20;$P$18;$Q12=L$20;$Q$18;$R12=L$20;$R$18)

	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
11	Критерии (i) \ Области	1	2	3	4	5	6	7	
12	Энергетика	COP	η_экс	ПЭ	GWP	NPV	CO2	Горючесть	
13	Экология	CO2	GWP	ПЭ	NPV	Горючесть	COP	η_экс	
14	Экономика	NPV	ПЭ	COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть	
15									
16	$b^{\frac{i-1}{n-1}}$	1,000	0,557	0,311	0,173	0,097	0,054	0,030	
17	При b=0,03	1	2	3	4	5	6	7	
18		0,450	0,251	0,140	0,078	0,043	0,024	0,014	
19									
20	При b=0,03	COP	η_экс	CO2	GWP	Горючесть	ПЭ	NPV	
21	Энергетика	$R$18)	0,251	0,024	0,078	0,014	0,140	0,043	1,000
22	Экология	0,024	0,014	0,450	0,251	0,043	0,140	0,078	1,000
23	Экономика	0,140	0,078	0,043	0,024	0,014	0,251	0,450	1,000

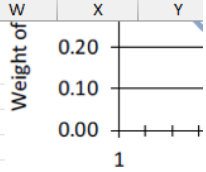


Рисунок 40 – Распределение весовых коэффициентов по исследуемым критериям при помощи функции ЕСЛИМН

4.2 Пример составления многокритериальной оптимизации TOPSIS

Для примера оптимизации рассмотрим вариант с пятью тепловыми насосами с разными хладагентами для применения в городе Санкт-Петербург.

Для оптимизации в качестве критериев будут взяты в учёт расчётно-справочные характеристики системы рекуперации теплоты:

COP – Коэффициент преобразования;

$\eta_{экс}$ – Эксергетический КПД теплового насоса;

CO_2 – Сокращение выбросов углекислого газа, т;

GWP – Потенциал глобального потепления;

Горючесть – Класс горючести;

ПЭ – Удельные затраты первичной энергии на производство теплоты;

NPV – Срок окупаемости.

В качестве исходных данных, используются альтернативные решения с хладоагентами R410A, R407C, R290, R134a, R1234yf, которые подходят для теплового насоса. Для каждой альтернативы добавляем значения критериев (Рисунок 41).

	COP	$\eta_{экс}$	CO2	GWP	Горючесть	ПЭ	NPV
R410A	5,861	0,286	83,874	2088	1	0,491	0,950
R407C	4,631	0,228	78,651	1774	1	0,625	1,000
R290	6,012	0,292	84,516	3	3	0,474	0,900
R134a	6,063	0,293	84,722	1430	1	0,469	0,800
R1234yf	6,024	0,292	84,542	4	2	0,474	0,950

Рисунок 41 – Исходные данные

После сбора исходных данных, создаём таблицу в Excel, где также добавляем весовые коэффициенты по трём областям, а также дополнительно средние значения и равнозначные (Рисунок 42). По каждой строке проверяем, чтобы сумма коэффициентов равнялась 1. В многокритериальной оптимизации TOPSIS важно указать, какие критерии являются положительными, а какие отрицательными. Критерии COP, $\eta_{экс}$ и CO_2 являются положительными, так как чем выше их значение, тем лучше система. А GWP, Горючесть, ПЭ и NPV - отрицательные, так как чем выше их значение, тем хуже для системы. Поэтому в таблице отмечаем их зелёным и оранжевым цветом для визуального разграничения.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1										Сумма	
2	Эн. эфф.	1	0,300	0,300	0,010	0,010	0,083	0,200	0,100	1,00	
3	Экология	2	0,070	0,050	0,300	0,300	0,080	0,100	0,100	1,00	
4	Эконом	3	0,150	0,125	0,125	0,050	0,050	0,200	0,300	1,00	w_j
5		среднее	0,173	0,158	0,145	0,120	0,071	0,167	0,167	1,00	
6		равнознач.	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	1,00	
7			COP	ηэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год		
8		R410A	5,861	0,286	83,874	2088,000	1,000	0,491	0,950		
9	x_{ij}	R407C	4,631	0,228	78,651	1774,000	1,000	0,625	1,000		
10		R290	6,012	0,292	84,516	3,000	3,000	0,474	0,900		
11		R134a	6,063	0,293	84,722	1430,000	1,000	0,469	0,800		
12		R1234yf	6,024	0,292	84,542	4,000	2,000	0,474	0,950		

Рисунок 42 – Добавление исходных данных и весовых коэффициентов

Следующим этапом начинаем решать по частям уравнение (39) для получения взвешенной нормализованной матрицы a_{ij}. Создаём отдельную таблицу для нахождения x_{ij}^2 (Рисунок 43) и возводим каждое значение исходной таблицы в квадрат.

ЕСЛИМН | =C8^2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1										Сумма								
2	Эн. эфф.	1	0,300	0,300	0,010	0,010	0,083	0,200	0,100	1,00								
3	Экология	2	0,070	0,050	0,300	0,300	0,080	0,100	0,100	1,00								
4	Эконом	3	0,150	0,125	0,125	0,050	0,050	0,200	0,300	1,00	w_j							
5		среднее	0,173	0,158	0,145	0,120	0,071	0,167	0,167	1,00		x_{ij}^2						
6		равнознач.	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	1,00								
7			COP	ηэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год			COP	ηэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
8		R410A	5,861	0,286	83,874	2088,000	1,000	0,491	0,950		A1/A1	=C8^2	0,082	7034,799	4359744,000	1,000	0,241	0,903
9	x_{ij}	R407C	4,631	0,228	78,651	1774,000	1,000	0,625	1,000		A1/A1	21,449	0,052	6186,024	3147076,000	1,000	0,391	1,000
10		R290	6,012	0,292	84,516	3,000	3,000	0,474	0,900		A3	36,149	0,085	7142,890	9,000	9,000	0,225	0,810
11		R134a	6,063	0,293	84,722	1430,000	1,000	0,469	0,800		A1	36,759	0,086	7177,778	2044900,000	1,000	0,220	0,640
12		R1234yf	6,024	0,292	84,542	4,000	2,000	0,474	0,950		A2L	36,292	0,085	7147,287	16,000	4,000	0,224	0,903

Рисунок 43 – Нахождение x_{ij}^2

Следом определяем корень суммы всех полученных значений x_{ij}^2 (Рисунок 44).

=КОРЕНЬ(СУММ(L8:L12))

D	E	F	G	H	I	J	K
						Сумма	
0,300	0,010	0,010	0,083	0,200	0,100	1,00	
0,050	0,300	0,300	0,080	0,100	0,100	1,00	
0,125	0,125	0,050	0,050	0,200	0,300	1,00	w_j
0,158	0,145	0,120	0,071	0,167	0,167	1,00	
0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	1,00	

пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
0,286	83,874	2088,000	1,000	0,491	0,950
0,228	78,651	1774,000	1,000	0,625	1,000
0,292	84,516	3,000	3,000	0,474	0,900
0,293	84,722	1430,000	1,000	0,469	0,800
0,292	84,542	4,000	2,000	0,474	0,950

R410A	83873708,16
R407C	78651278,34
R290	84515618,92
R134a	84721767,91

x_{ij}^2

	COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
A1/A1	34,353	0,082	7034,799	4359744,000	1,000	0,241	0,903
A1/A1	21,449	0,052	6186,024	3147076,000	1,000	0,391	1,000
A3	36,149	0,085	7142,890	9,000	9,000	0,225	0,810
A1	36,759	0,086	7177,778	2044900,000	1,000	0,220	0,640
A2L	36,292	0,085	7147,287	16,000	4,000	0,224	0,903

COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
СУММ(L8:L12)	0,624911129	186,2492343	3090,58975	4	1,140345	2,0627651

Рисунок 44 – Нахождение $\sqrt{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^2}$

Определяем r_{ij} (Рисунок 45) путём деления найденных x_{ij}^2 и $\sqrt{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^2}$.

ЕСЛИМН =C8/$L$16

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
									Сумма
Эн. эфф.	1	0,300	0,300	0,010	0,010	0,083	0,200	0,100	1,00
Экология	2	0,070	0,050	0,300	0,300	0,080	0,100	0,100	1,00
Эконом	3	0,150	0,125	0,125	0,050	0,050	0,200	0,300	1,00
	среднее	0,173	0,158	0,145	0,120	0,071	0,167	0,167	1,00
	равнознач.	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	1,00

w_j

x_{ij}

	COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	5,861	0,286	83,874	2088,000	1,000	0,491	0,950
R407C	4,631	0,228	78,651	1774,000	1,000	0,625	1,000
R290	6,012	0,292	84,516	3,000	3,000	0,474	0,900
R134a	6,063	0,293	84,722	1430,000	1,000	0,469	0,800
R1234yf	6,024	0,292	84,542	4,000	2,000	0,474	0,950

	R410A	83873708,16
A1	R407C	78651278,34
A2	R290	84515618,92
A3	R134a	84721767,91
	R1234yf	84541628,58

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum^{m} x_{ij}^2}}$$

x_{ij}^2

	COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
A1/A1	34,353	0,082	7034,799	4359744,000	1,000	0,241	0,903
A1/A1	21,449	0,052	6186,024	3147076,000	1,000	0,391	1,000
A3	36,149	0,085	7142,890	9,000	9,000	0,225	0,810
A1	36,759	0,086	7177,778	2044900,000	1,000	0,220	0,640
A2L	36,292	0,085	7147,287	16,000	4,000	0,224	0,903

COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
12,8453051	0,624911129	186,2492343	3090,58975	4	1,140345	2,0627651

r_{ij}

Нормализованная матрица						
COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
=C8/$L$16	0,458	0,450	0,676	0,250	0,430	0,461
0,361	0,365	0,422	0,574	0,250	0,548	0,485
0,468	0,467	0,454	0,001	0,750	0,416	0,436
0,472	0,469	0,455	0,463	0,250	0,411	0,388
0,469	0,468	0,454	0,001	0,500	0,415	0,461

Рисунок 45 – Нахождение r_{ij}

По итогу из всех частей получаем решение уравнения (39) путём умножения полученного r_{ij} на соответствующий рассматриваемой области весовой коэффициент (Рисунок 46).

ЕСЛИМН =L20*$C$2

									Сумма
Эн. эфф.	1	0,300	0,300	0,010	0,010	0,083	0,200	0,100	1,00
Экология	2	0,070	0,050	0,300	0,300	0,080	0,100	0,100	1,00
Эконом	3	0,150	0,125	0,125	0,050	0,050	0,200	0,300	1,00
	среднее	0,173	0,158	0,145	0,120	0,071	0,167	0,167	1,00
	равнознач.	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	1,00

w_j

x_{ij}

	COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	5,861	0,286	83,874	2088,000	1,000	0,491	0,950
R407C	4,631	0,228	78,651	1774,000	1,000	0,625	1,000
R290	6,012	0,292	84,516	3,000	3,000	0,474	0,900
R134a	6,063	0,293	84,722	1430,000	1,000	0,469	0,800
R1234yf	6,024	0,292	84,542	4,000	2,000	0,474	0,950

x_{ij}^2

	COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
A1/A1	34,353	0,082	7034,799	4359744,000	1,000	0,241	0,903
A1/A1	21,449	0,052	6186,024	3147076,000	1,000	0,391	1,000
A3	36,149	0,085	7142,890	9,000	9,000	0,225	0,810
A1	36,759	0,086	7177,778	2044900,000	1,000	0,220	0,640
A2L	36,292	0,085	7147,287	16,000	4,000	0,224	0,903

COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
12,8453051	0,624911129	186,2492343	3090,58975	4	1,140345	2,0627651

r_{ij}

Нормализованная матрица

COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
0,456	0,458	0,450	0,676	0,250	0,430	0,461
0,361	0,365	0,422	0,574	0,250	0,548	0,485
0,468	0,467	0,454	0,001	0,750	0,416	0,436
0,472	0,469	0,455	0,463	0,250	0,411	0,388
0,469	0,468	0,454	0,001	0,500	0,415	0,461

$$a_{ij} = w_j r_{ij} = w_j \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^2}}$$

a_{ij}

Взвешенная нормализованная матрица (Одинаковое весовое значение)

	COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	0,065	0,065	0,064	0,097	0,036	0,061	0,066
R407C	0,052	0,052	0,060	0,082	0,036	0,078	0,069
R290	0,067	0,067	0,065	0,000	0,107	0,059	0,062
R134a	0,067	0,067	0,065	0,066	0,036	0,059	0,055
R1234yf	0,067	0,067	0,065	0,000	0,071	0,059	0,066

Взвешенная нормализованная матрица (Ср. знач. по экспертным оценкам)

	COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	0,079	0,073	0,065	0,081	0,018	0,072	0,077
R407C	0,062	0,058	0,061	0,069	0,018	0,091	0,081
R290	0,081	0,074	0,066	0,000	0,053	0,069	0,073
R134a	0,082	0,074	0,066	0,056	0,018	0,069	0,065
R1234yf	0,081	0,074	0,066	0,000	0,036	0,069	0,077

Взвешенная нормализованная матрица (Эксперт 1)

	COP	пэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	=L20*$C$2	0,137	0,005	0,007	0,021	0,086	0,046
R407C	0,108	0,110	0,004	0,006	0,021	0,110	0,048
R290	0,140	0,140	0,005	0,000	0,063	0,083	0,044
R134a	0,142	0,141	0,005	0,005	0,021	0,082	0,039
R1234yf	0,141	0,140	0,005	0,000	0,042	0,083	0,046

Рисунок 46 – Нахождение a_{ij}

После получения взвешенной нормализованной матрицы можно начать определение идеально-позитивного (40) и идеально-негативного решения (41).

Для определения идеально-позитивного решения для положительного критерия находим максимальное значение из всех относящихся к этому критерию в взвешенной нормализованной матрице (Рисунок 47).

Для определения идеально-негативного решения для положительного критерия находим минимальное значение из всех относящихся к этому критерию в взвешенной нормализованной матрице (Рисунок 47).

Чем выше значение положительного критерия, тем лучше работает система. Поэтому идеально-позитивное значение, то, которое максимальное из всех. А к негативному относится минимальное значение.

ЕСЛИМН =МАКС(T8:T12)

a_{ij}

Взвешенная нормализованная матрица (Одинаковое весовое значение)

	COP	ηэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	0,065	0,065	0,064	0,097	0,036	0,061	0,066
R407C	0,052	0,052	0,060	0,082	0,036	0,078	0,069
R290	0,067	0,067	0,065	0,000	0,107	0,059	0,062
R134a	0,067	0,067	0,065	0,066	0,036	0,059	0,055
R1234yf	0,067	0,067	0,065	0,000	0,071	0,059	0,066

a_j

	equal positive ideal	negative ideal
COP	=МАКС(T8:T12)	0,052
ηэкс	0,067	0,052
Сокращение CO2, т	0,065	0,060
GWP (ПГП)	0,000	0,097
Горючесть	0,036	0,107
ПЭ	0,059	0,078
NPV, год	0,055	0,069

ЕСЛИМН =МИН(T8:T12)

a_{ij}

Взвешенная нормализованная матрица (Одинаковое весовое значение)

	COP	ηэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	0,065	0,065	0,064	0,097	0,036	0,061	0,066
R407C	0,052	0,052	0,060	0,082	0,036	0,078	0,069
R290	0,067	0,067	0,065	0,000	0,107	0,059	0,062
R134a	0,067	0,067	0,065	0,066	0,036	0,059	0,055
R1234yf	0,067	0,067	0,065	0,000	0,071	0,059	0,066

a_j

	equal positive ideal	negative ideal
COP	0,067	=МИН(T8:T12)
ηэкс	0,067	0,052
Сокращение CO2, т	0,065	0,060
GWP (ПГП)	0,000	0,097
Горючесть	0,036	0,107
ПЭ	0,059	0,078
NPV, год	0,055	0,069

Рисунок 47 – Определение идеально-позитивного (40) и идеально-негативного решения (41) для положительного критерия

Для определения идеально-позитивного решения для отрицательного критерия находим минимальное значение из всех относящихся к этому критерию в взвешенной нормализованной матрице (Рисунок 48).

Для определения идеально-негативного решения для отрицательного критерия находим максимальное значение из всех относящихся к этому критерию в взвешенной нормализованной матрице (Рисунок 48).

Чем выше значение отрицательного критерия, тем хуже работает система. Поэтому идеально-позитивное значение, то, которое минимально из всех. А к негативному относится максимальное значение.

ЕСЛИМН =МИН(W8:W12)

a_{ij}

Взвешенная нормализованная матрица (Одинаковое весовое значение)

	COP	ηэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	0,065	0,065	0,064	0,097	0,036	0,061	0,066
R407C	0,052	0,052	0,060	0,082	0,036	0,078	0,069
R290	0,067	0,067	0,065	0,000	0,107	0,059	0,062
R134a	0,067	0,067	0,065	0,066	0,036	0,059	0,055
R1234yf	0,067	0,067	0,065	0,000	0,071	0,059	0,066

a_j

	equal positive ideal	negative ideal
COP	0,067	0,052
ηэкс	0,067	0,052
Сокращение CO2, т	0,065	0,060
GWP (ПГП)	=МИН(W8:W12)	0,097
Горючесть	0,036	0,107
ПЭ	0,059	0,078
NPV, год	0,055	0,069

ЕСЛИМН =МАКС(W8:W12)

a_{ij}

Взвешенная нормализованная матрица (Одинаковое весовое значение)

	COP	ηэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	0,065	0,065	0,064	0,097	0,036	0,061	0,066
R407C	0,052	0,052	0,060	0,082	0,036	0,078	0,069
R290	0,067	0,067	0,065	0,000	0,107	0,059	0,062
R134a	0,067	0,067	0,065	0,066	0,036	0,059	0,055
R1234yf	0,067	0,067	0,065	0,000	0,071	0,059	0,066

a_j

	equal positive ideal	negative ideal
COP	0,067	0,052
ηэкс	0,067	0,052
Сокращение CO2, т	0,065	0,060
GWP (ПГП)	0,000	=МАКС(W8:W12)
Горючесть	0,036	0,107
ПЭ	0,059	0,078
NPV, год	0,055	0,069

Рисунок 48 – Определение идеально-позитивного (40) и идеально-негативного решения (41) для отрицательного критерия

Следующим этапом определяется расстояние от идеально-позитивного A^* (42) и идеально-негативного $A^{\lozenge}$ (43) до каждой альтернативы.

Для каждого альтернативного решения определяется расстояние до A^* путём нахождения корня суммы всех разниц между взвешенным нормализованным значением и идеально-позитивным значением в квадрате (Рисунок 49). То есть нужна сумма квадратов разницы значений.

И по такому же принципу определяются расстояния до $A^{\lozenge}$.

ЕСЛИМН

=КОРЕНЬ((T8-$AC$4)^2+(U8-$AC$5)^2+(V8-$AC$6)^2+(W8-$AC$7)^2+(X8-$AC$8)^2+(Y8-$AC$9)^2+(Z8-$AC$10)^2)

a_{ij}

Взвешенная нормализованная матрица (Одинаковое весовое значение)

	COP	ηэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	0,065	0,065	0,064	0,097	0,036	0,061	0,066
R407C	0,052	0,052	0,060	0,082	0,036	0,078	0,069
R290	0,067	0,067	0,065	0,000	0,107	0,059	0,062
R134a	0,067	0,067	0,065	0,066	0,036	0,059	0,055
R1234yf	0,067	0,067	0,065	0,000	0,071	0,059	0,066

a_j

	equal positive ideal	negative ideal
COP	0,067	0,052
ηэкс	0,067	0,052
Сокращение CO2, т	0,065	0,060
GWP (ПГП)	0,000	0,097
Горючесть	0,036	0,107
ПЭ	0,059	0,078
NPV, год	0,055	0,069

	Расстояния от решений	
	От идеального	От негативного
	Одинаковое весовое значение	
R410A	$AC$10)^2)	0,076
R407C	0,088	0,073
R290	0,072	0,101
R134a	0,066	0,084
R1234yf	0,037	0,107

ЕСЛИМН

=КОРЕНЬ((T8-$AD$4)^2+(U8-$AD$5)^2+(V8-$AD$6)^2+(W8-$AD$7)^2+(X8-$AD$8)^2+(Y8-$AD$9)^2+(Z8-$AD$10)^2)

a_{ij}

Взвешенная нормализованная матрица (Одинаковое весовое значение)

	COP	ηэкс	Сокращение CO2, т	GWP (ПГП)	Горючесть	ПЭ	NPV, год
R410A	0,065	0,065	0,064	0,097	0,036	0,061	0,066
R407C	0,052	0,052	0,060	0,082	0,036	0,078	0,069
R290	0,067	0,067	0,065	0,000	0,107	0,059	0,062
R134a	0,067	0,067	0,065	0,066	0,036	0,059	0,055
R1234yf	0,067	0,067	0,065	0,000	0,071	0,059	0,066

a_j

	equal positive ideal	negative ideal
COP	0,067	0,052
ηэкс	0,067	0,052
Сокращение CO2, т	0,065	0,060
GWP (ПГП)	0,000	0,097
Горючесть	0,036	0,107
ПЭ	0,059	0,078
NPV, год	0,055	0,069

	Расстояния от решений	
	От идеального	От негативного
	Одинаковое весовое значение	
R410A	0,097	$AD$10)^2)
R407C	0,088	0,073
R290	0,072	0,101
R134a	0,066	0,084
R1234yf	0,037	0,107

Рисунок 49 – Определение расстояния от идеально-позитивного A^* (42) и идеально-негативного $A^{\lozenge}$ (43) до каждой альтернативы.

На основании формулы (44) производится расчет показателей подобия частных альтернатив идеальному решению путём использования полученных расстояний до идеального и негативного решения (Рисунок 50).

ЕСЛИМН

=AG8/(AF8+AG8)

		Расстояния от решений	
		От идеального	От негативного
		Одинаковое весовое значение	
8	R410A	0,097	0,076
9	R407C	0,088	0,073
10	R290	0,072	0,101
11	R134a	0,066	0,084
12	R1234yf	0,037	0,107

	Ci	
	Одинаковое весовое значение	BEST POINT
R410A	=AG8/(AF8+AG8)	0,74
R407C	0,45	
R290	0,58	
R134a	0,56	
R1234yf	0,74	

Рисунок 50 – Расчет показателей подобия частных альтернатив идеальному решению

Сразу можно рассчитать идеальное решение для системы путём определения наибольшего значения D_i^* (Рисунок 51). Итоговый рейтинг варьируется от 0 до 1, где 1 – это наилучшее решение.

ЕСЛИМН | =МАКС(AJ8:AJ12)

	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL
1								
2								
3								
4								
5		Расстояния от решений						
6		От идеального	От негативного			Ci		
7		Одинаковое весовое значение			Одинаковое весовое значение			BEST POINT
8	R410A	0,097	0,076		R410A	0,44		=МАКС(AJ8:AJ12)
9	R407C	0,088	0,073		R407C	0,45		
10	R290	0,072	0,101		R290	0,58		
11	R134a	0,066	0,084		R134a	0,56		
12	R1234yf	0,037	0,107		R1234yf	0,74		
13								

Рисунок 51 – Определение наилучшего решения

Для визуального представления результатов оптимизации наилучшим решением является создание графика на основании полученных значений оптимизации (Рисунок 52).

	Равная оценка значимости	Ср. знач.	Энергетическая эффективность	Экологичность	Экономичность	
R410A	0,44	0,36	0,84	0,18	0,50	0,46
R407C	0,45	0,32	0,43	0,22	0,32	0,35
R290	0,58	0,71	0,55	0,83	0,63	0,66
R134a	0,56	0,51	0,94	0,36	0,70	0,61
R1234yf	0,74	0,81	0,72	0,91	0,67	0,77

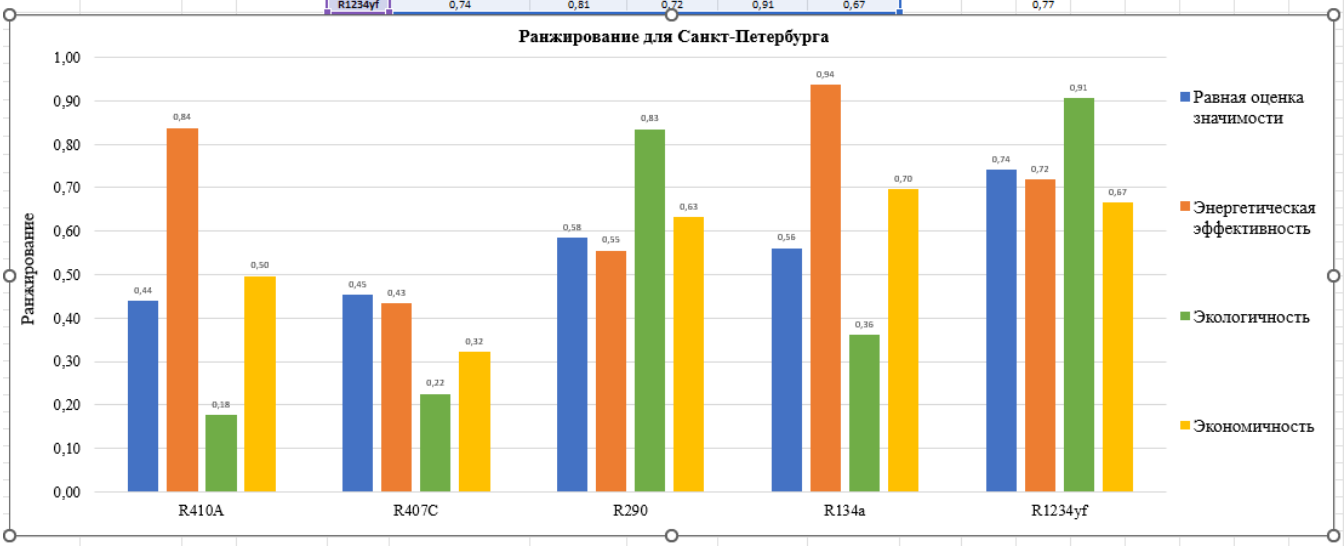


Рисунок 52 – Ранжирование альтернативных решений

4.3 Результаты оптимизации с учетом климатического фактора

Для оптимизации утилизаторов теплоты по городам можно использовать градусо-сутки отопительного периода (ГСОП). В качестве примера будут рассмотрены: Санкт-Петербург, Сочи, Омск, Петрозаводск, Краснодар, Анадырь. Выбор городов был основан на их географическом местоположении с учётом особенности климатических факторов, а также для составления широкого диапазона ГСОП от 1000 до 10000. Такой диапазон ГСОП можно использовать для множества городов, не входящих в расчёты.

ГСОП – это показатель, равный произведению разности температуры внутреннего воздуха и средней температуры наружного воздуха за отопительный период на продолжительность отопительного периода (61):

$$\text{ГСОП} = (t_{\text{в}} - t_{\text{от}}) * z_{\text{от}}, \tag{61}$$

где $t_{\text{в}}$ - расчетная температура внутреннего воздуха здания, °С, принимаемая по ГОСТ 30494 (в интервале 20-22 °С), и по ГОСТ 30494 (в интервале 16-21 °С); $t_{\text{от}}$ - средняя температура наружного воздуха, °С, принимаемая по СП 131.13330.2020; $z_{\text{от}}$ - продолжительность, сут/год, отопительного периода, принимаемая по СП 131.13330.2020.

Таким образом были рассчитаны значения ГСОП (Таблица 3), и получен диапазон значений от 1432,2 до 9830,7. При первом значении отопительный период занимает 93 дня в году, при втором значении 297 дней.

ГСОП используется как инструмент сравнения уровня энергоэффективности зданий в России и других странах. Они характеризуют, насколько экстремальны условия зимнего периода для различных городов. То есть чем выше значение ГСОП, тем холоднее температурные условия. ГСОП используется для нормирования сопротивления теплопередачи наружных ограждений зданий, сооружаемых в разных регионах страны, для расчёта потребности тепловой энергии на отопление и вентиляцию за отопительный период, для пересчёта фактически измеренного расхода тепловой энергии на отопление и вентиляцию за какой-то период к нормативному отопительному периоду, для сопоставления удельного годового расхода тепловой энергии на отопление и вентиляцию аналогичного по назначению и этажности здания, построенного в разных климатических условиях. [40]

Таблица 3 - Расчётные значения ГСОП [41]

	Санкт-Петербург	Сочи	Омск	Петрозаводск	Краснодар	Анадырь
Средняя температура наружного воздуха	-1,2	6,6	-8,1	-3,1	2,7	-11,1
Градусосутки отопительного периода ГСОП (при $T_{пом}$ = 22 °C)	4895,2	1432,2	6501,6	5873,4	2817,8	9830,7
Продолжительность сут/год отопительного периода, принимаемая по СП 131.13330.2020	211	93	216	234	146	297

Для ранжирования систем утилизации теплоты в зависимости от ГСОП необходимо использовать расчётные данные, полученные по итогам проведения многокритериальной оптимизации для всех городов. В Excel составляется таблица с исходными данными рейтинга установок и значений ГСОП. Для этой таблицы создаётся точечная диаграмма с линией тренда для определения динамики изменения рейтинга установки в зависимости от значения в диапазоне ГСОП (Рисунок 53).

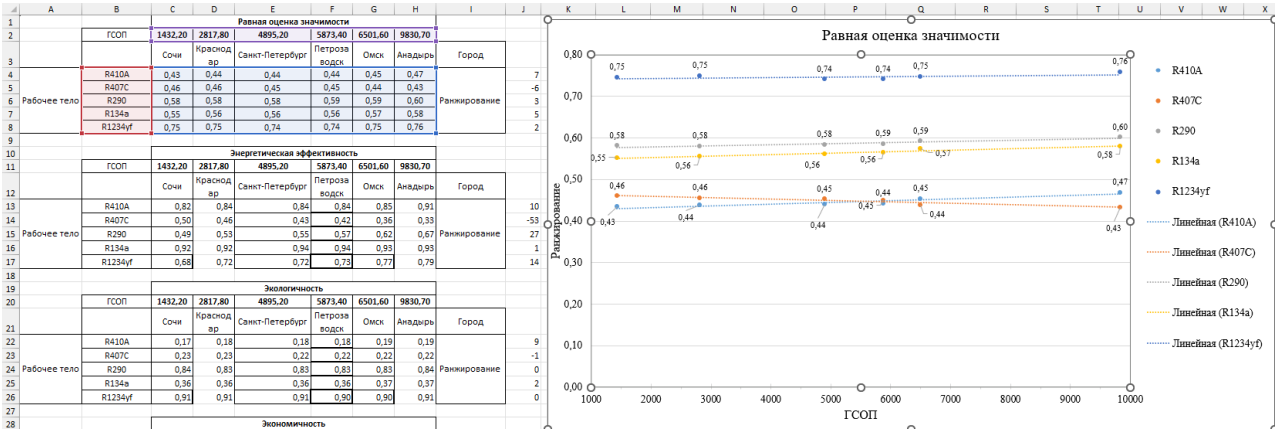


Рисунок 53 – Ранжирование систем утилизации теплоты в зависимости от ГСОП

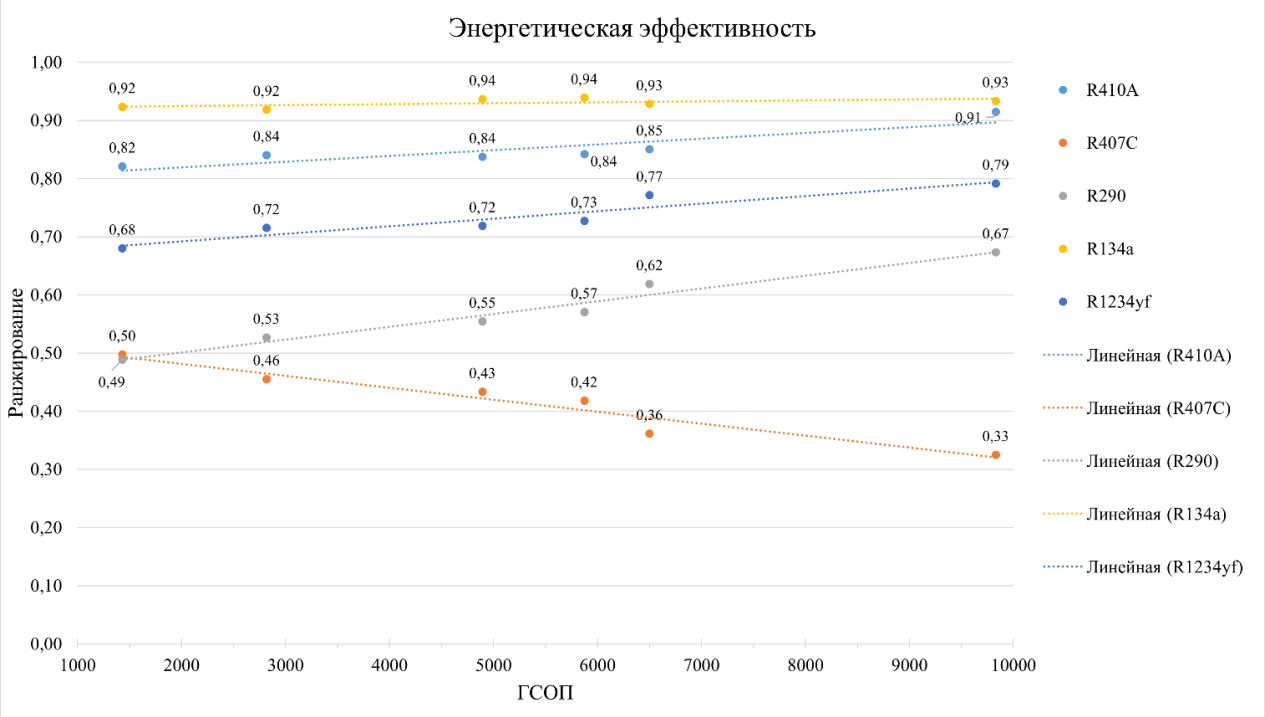


Рисунок 54 – Ранжирование систем утилизации теплоты при оценке энергоэффективности в зависимости от ГСОП

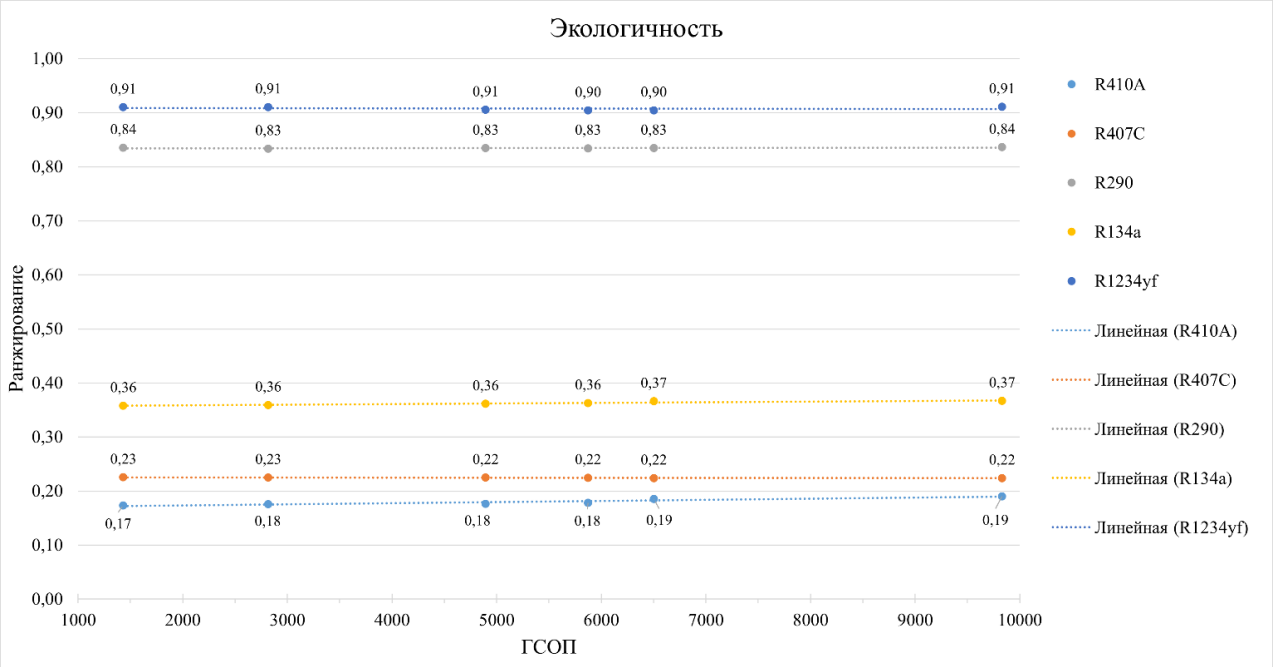


Рисунок 55 – Ранжирование систем утилизации теплоты при оценке экологичности в зависимости от ГСОП

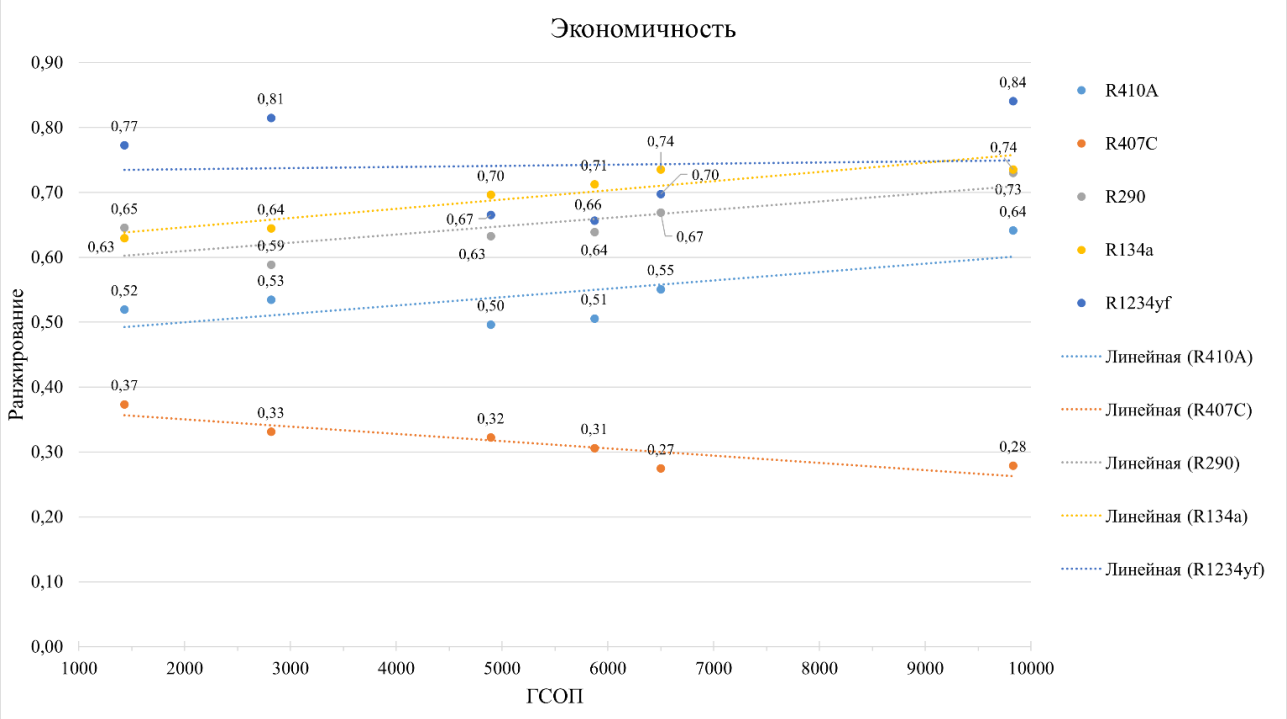


Рисунок 56 – Ранжирование систем утилизации теплоты при оценке экономичности в зависимости от ГСОП

Результаты оптимизации, представленные в функции от ГСОП (Рисунки 54 – 56), позволяют определить рейтинг установки для любого населенной пункта. Для примера, результаты оптимизации с приоритетом по фактору энергетической эффективности показывают, что наилучший рейтинг по данному фактору имеет установка на хладоне R134a. Наихудший рейтинг имеет установка на хладоне R407C. Расчеты по фактору экономичности показывают, что для теплого климата наилучший рейтинг имеет установка на хладоне R1234yf. Для холодного климата рейтинг данной установки сравним с установкой на хладоне R134a.

5. Практические задания для самостоятельной работы

5.1 Задание №1 – Оптимизация хладагентов

В качестве практического задания необходимо провести многокритериальную оптимизацию для пяти хладагентов, используя десять характеристик. Хладагенты – это альтернативные решения. Характеристики хладагентов – критерии.

В качестве сравнительных характеристик нужно использовать:

C_1=Плотность, кг/м^3;
C_2= Скрытая теплота испарения, кДж/кг;
C_3= Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С;
C_4= Критическая температура, °С;
C_5= Теплопроводность, Вт/(м*°С);
C_6= Вязкость, *10^{-6} Н*с/м^2;
C_7= Потенциал глобального потепления (ПГП);
C_8= Токсичность, «класс»;
C_9= Воспламеняемость, «класс»;
C_{10}= Цена, руб. за литр.

Характеристики 1 – 5 являются положительными, 6 – 10 негативными.

Для поиска характеристик можно воспользоваться таблицей Г.1 в Приложении Г.

На рисунке 57 изображены группы безопасности, по ним можно определить класс токсичности и воспламеняемости для хладагентов. Для этого нужно найти группу безопасности хладагента в таблице Г.1 в Приложении Г. Если хладагент относится к группе А, то он обладает низкой токсичностью, если В, то высокой. Соответственно, А = 1, В = 2. Горючесть можно разделить на 4 класса, где А1/В1 = 1, а А3/В3 = 4.

Рисунок 57 – Группы безопасности

Для оценивания используются такие области, как энергетическая эффективность, экология, экономичность. Весовые коэффициенты представлены в таблице 4.

Таблица 4 - Весовые коэффициенты, полученные по прямой экспертной оценке (ПЭО)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}
Энергетическая эффективность	0,05	0,20	0,20	0,20	0,20	0,06	0,02	0,01	0,01	0,05
Экологичность	0,04	0,01	0,10	0,01	0,06	0,01	0,25	0,25	0,25	0,02
Экономичность	0,20	0,15	0,02	0,06	0,03	0,20	0,02	0,01	0,01	0,30
Среднее значение	0,10	0,12	0,11	0,09	0,10	0,09	0,10	0,09	0,09	0,12
Равное значение	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10

Вариант №1

Хладагенты: R457C, R515B, R472B, R13|1, R456A

Вариант №2

Хладагенты: R448A, R452C, R450A, R471A, R417C

Вариант №3

Хладагенты: R472A, R451B, R407H, R469A, R452A

Вариант №4
Хладагенты: R457A, R461A, R515A, R1336mzz(Z), R441A

Вариант №5
Хладагенты: R447A, R459A, R455A, R462A, R454B

Вариант №6
Хладагенты: R454A, R458A, R470A, R475A, R457D

Вариант №7
Хладагенты: R407G, R1224yd(Z), R460C, R512A, R453A

Вариант №8
Хладагенты: R454C, R436C, R444B, R459B, R443A

Вариант №9
Хладагенты: R452B, R516A, R445A, R422E, R407F

Вариант №10
Хладагенты: R442A, R407I, R466A, R460B, R463A

5.2 Задание №2 – Расчёт весовых коэффициентов

Для второго задания необходимо произвести расчёт весовых коэффициентов по методам рангового центра (ROC) и геометрического ранга (RG), провести оптимизацию с использованием расчётных весовых коэффициентов и сравнить полученные данные путём прямой экспертной оценки (ПЭО), методом рангового центра (ROC) и метод геометрического ранга (RG).

6. Требования к оформлению отчётных материалов

Отчёт должен содержать:

- Титульный лист с указанием наименования учебного заведения, года, города, фамилий студента и преподавателя;
- Текст задания и исходные данные варианта;
- Поэтапный алгоритм проведения расчётов с пояснениями;
- Результирующие графики с пояснениями и выводами;
- Выводы по проделанной работе.

К отчёту в электронном варианте нужно прикрепить таблицы Excel со всеми расчётами.

7. Контрольные вопросы

1. Назовите виды тепловых насосов?
2. Приведите достоинства и недостатки компрессионных ТН?
3. Приведите достоинства и недостатки сорбционных ТН?
4. Какие существуют способы забора теплоты?
5. Назовите физические характеристики хладагентов?
6. Назовите химические характеристики хладагентов?
7. Назовите экологические характеристики хладагентов?
8. Какие факторы необходимо учитывать при выборе хладагента для холодильной системы?
9. Какие обозначения присутствуют на диаграмме P-h?
10. В каких областях можно применять методы оптимизации?
11. Какие методы относятся к многокритериальному выбору решения?
12. Что такое TOPSIS?
13. Назовите основные этапы проведения оптимизации?
14. Какое самое главное правило метода Парето?
15. Составьте пример дерева критериев?
16. Какие существуют порядковые методы назначения весовых коэффициентов?
17. Почему весовой коэффициент зависит от количества критериев?
18. Как графически можно изобразить задачу по методике TOPSIS?

Список сокращений

TH – Тепловой насос
ODP – Потенциал разрушения озонового слоя
GWP – Потенциал глобального потепления
MAUT – Теория многоатрибутной полезности
WSM – Модель взвешенной суммы
WPM – Модель взвешенного продукта
TOPSIS – Методика предпочтения порядка по сходству с идеальным решением
MADM – Многокритериальный выбор решения
RS – Метод суммы рангов
RR – Метод обратного ранга
ROC – Метод рангового центра
RG – Метод геометрического ранга
RE – Метод экспоненты ранга
CR – Коэффициент согласованности
CI – Индекс согласованности
CWR – Метод постоянного весового соотношения
ПЭО – Прямая экспертная оценка
ГСОП – Градусо-сутки отопительного периода
ПГП – Потенциал глобального потепления

Список литературы

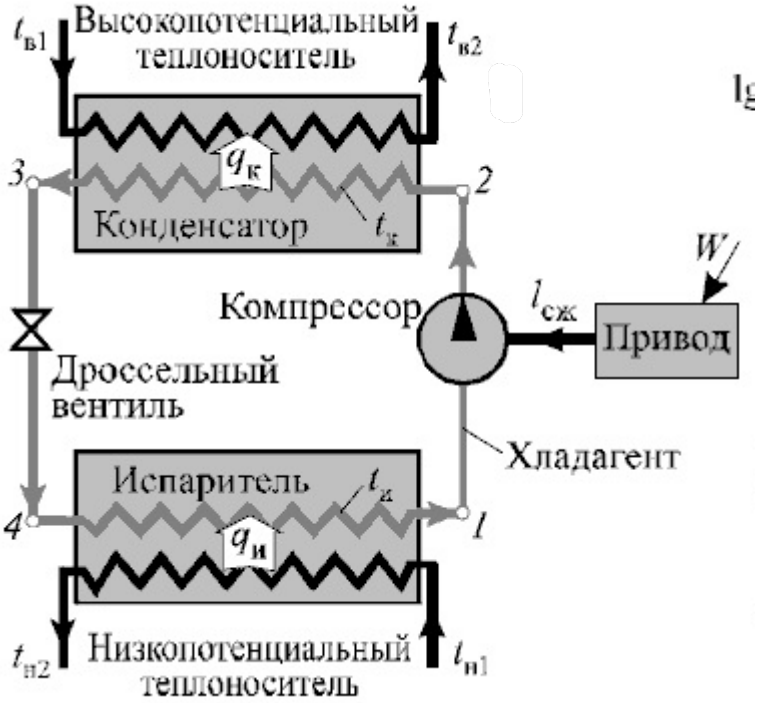
1. Pirlot, M. (1997). ‘A common Framework for Describing Some Outranking Methods.’ Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. 6, pp. 86-92.
2. Hwang C. L. et al. Methods for multiple attribute decision making //Multiple attribute decision making: methods and applications a state-of-the-art survey. – 1981. – С. 58-191.
3. Hwang C. L., Lai Y. J., Liu T. Y. A new approach for multiple objective decision making //Computers & operations research. – 1993. – Т. 20. – №. 8. – С. 889-899.
4. Yoon K. P., Hwang C. L. Multiple attribute decision making: an introduction. – Sage publications, 1995.
5. Tzeng G. H., Huang J. J. Multiple attribute decision making: methods and applications. – CRC press, 2011.
6. Xu J., Tao Z. Rough multiple objective decision making. – cRc Press, 2011.
7. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Физматлит. 2007. 256 с.
8. Подиновский, В.В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В.В. Подиновский, В.Д. Ногин. – М. : Наука, 1982. – 256 с.
9. Заргарян Ю. А. Метод оценки Парето-оптимального решения с учетом полезности //Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2012. – №. 2. – С. 75-79.
10. Agrawal G., Lewis K., Chugh K., Huang C.-H., Parashar S., Bloebaum C.L. Intuitive visualization of Pareto frontier for Multi-objective optimization in n-dimensional performance // Structural Dynamics & Materials Conference AIAA. 2005. DOI: 10.2514/6.2004-4434.
11. Грошев С. В., Карпенко А. П., Остроушко В. А. Комбинированный метод визуализации фронта Парето в задаче многокритериальной оптимизации, основанный на диагональном пересчете гиперпространства //Машиностроение и компьютерные технологии. – 2016. – №. 8. – С. 150-164.
12. Agrawal G., Parashar S., Bloebaum C.L. Estimation of Multi-Objective Pareto Frontier using Hyperspace Diagonal Counting // 11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference. 2006. DOI: 10.2514/6.2006-6959.
13. Nagar D., Ramu P., Deb K. Visualization and analysis of Pareto-optimal fronts using interpretable self-organizing map (iSOM) //Swarm and Evolutionary Computation. – 2023. – Т. 76. – С. 101202.
14. Vasilakou K. et al. A Pareto aggregation approach for environmental-economic multi-objective optimization applied on a second-generation

bioethanol production model //Energy Conversion and Management. – 2024. – Т. 303. – С. 118184.
15. Wang H. et al. Energy management strategy of hybrid energy storage based on Pareto optimality //Applied Energy. – 2022. – Т. 327. – С. 120095.
16. Белоус В.В., Грошев С.В., Карпенко А.П., Остроушко В.А. Методы визуализации фронта Парето в задаче многокритериальной оптимизации. Обзор // Труды XX Байкальской Всероссийской конференции «Информационные и математические технологии в науке и управлении», 1-7 июля 2015. Часть I. Иркутск: ИСЭМСОРАН. 2015. С. 22-29.
17. Guo Y.J. System synthetical evaluation theory, methods and application. Beijing: Science Press; 2007.
18. Ye Y.C., Ke L.H., Huang D.Y. (2006). 'System synthetical evaluation technology and its application'. Beijing: Metallurgical Industry Press.
19. Papadatos, N. and Xifara,T. (2013). 'A simple method for obtaining the maximal correlation coefficient and related characterizations'. Journal of Multivariate Analysis. 118, pp.102-114.
20. Collier, Z.A., Wang, D., Vogel, J.T., Tatham, E.K. and Linkov, I. (2013). 'Sustainable roofing technology under multiple constraints: a decision-analytical approach'. Environmental System Decision. 33(2), pp.261-271.
21. Stillwell WG, Seaver DA, Edwards W (1981) A comparison of weight approximation techniques in multi-attribute utility decision making. Organ Behav Hum Perform 28(1):62–77.
22. Belton V, Stewart T (2002) Multiple criteria decision analysis: an integrated approach, 1st edn. Springer, Boston.
23. Barron F. H., Barrett B. E. Decision quality using ranked attribute weights //Management science. – 1996. – Т. 42. – №. 11. – С. 1515-1523.
24. Roberts R., Goodwin P. Weight approximations in multi-attribute decision models //Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. – 2002. – Т. 11. – №. 6. – С. 291-303.
25. Ahn B. S., Park K. S. Comparing methods for multiattribute decision making with ordinal weights //Computers & Operations Research. – 2008. – Т. 35. – №. 5. – С. 1660-1670.
26. Alfares H. K., Duffuaa S. O. Assigning cardinal weights in multi-criteria decision making based on ordinal ranking //Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. – 2008. – Т. 15. – №. 5-6. – С. 125-133.
27. Eckenrode R. T. Weighting multiple criteria //Management science. – 1965. – Т. 12. – №. 3. – С. 180-192.
28. Lootsma F. A., Bots P. W. G. The assignment of scores for output-based research funding //Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. – 1999. – Т. 8. – №. 1. – С. 44-50.

29. Kumar M., Pravesh R., Tripathi D. K. Comparison of weighting assessment techniques and its integration with GIS-based multicriteria decision making //Proceedings of the National Academy of Sciences, India Section A: Physical Sciences. – 2015. – Т. 85. – С. 197-209.
30. Solymosi T., Dombi J. A method for determining the weights of criteria: the centralized weights //European journal of operational research. – 1986. – Т. 26. – №. 1. – С. 35-41.
31. Wang J.J., Jing, Y.Y. and Zhang, C.F. (2009). 'Weighting methodologies in multi-criteria evaluations of combined heat and power systems', International journal of energy research. 33, pp.1023-1039.
32. Darko A. et al. Review of application of analytic hierarchy process (AHP) in construction //International journal of construction management. – 2019. – Т. 19. – №. 5. – С. 436-452.
33. Saaty T. L. The analytic hierarchy process for decision in a complex world //Pittsburgh: RWS Publications. – 1980.
34. Linkov, I. and Ramadan, A.B.(2004). Comparative Risk Assessment and Environmental Decision making. Springer Science & Business Media.
35. Pohekar, S.D. and Ramachandran, M.(2004). 'Application of multi-criteria decision making to sustainable energy planning—A review'. Renewable and Sustainable Energy Reviews. 8(4), pp. 365–381.
36. Ibáñez-Forés, V., Bovea, M.D. & Pérez-Belis, V. (2014). 'A holistic review of applied methodologies for assessing and selecting the optimal technological alternative from a sustainability perspective'. Journal of Cleaner Production, 70, pp.259–281.
37. Si J. et al. Assessment of building-integrated green technologies: A review and case study on applications of Multi-Criteria Decision Making (MCDM) method //Sustainable cities and society. – 2016. – Т. 27. – С. 106-115.
38. Casanovas-Rubio M. M., Vinolas B. New method for assigning cardinal weights in multi-criteria decision-making: the constant weight ratio method //Operational Research. – 2024. – Т. 24. – №. 2. – С. 28.
39. Pavić Z., Novoselac V. Notes on TOPSIS method //International Journal of Research in Engineering and Science. – 2013. – Т. 1. – №. 2. – С. 5-12.
40. Ливчак В. И. Градусо-сутки отопительного периода как инструмент сравнения уровня энергоэффективности зданий в России и в других странах //Энергосбережение. – 2015. – №. 6. – С. 20-25.
41. Расчет ГСОП онлайн: официальный сайт –URL: https://lsk-lskos.ru/gsop (дата обращения 05.03.2025).
42. Sheng Y. et al. Experimental analysis on performance of high temperature heat pump and desiccant wheel system //Energy and buildings. – 2013. – Т. 66. – С. 505-513.

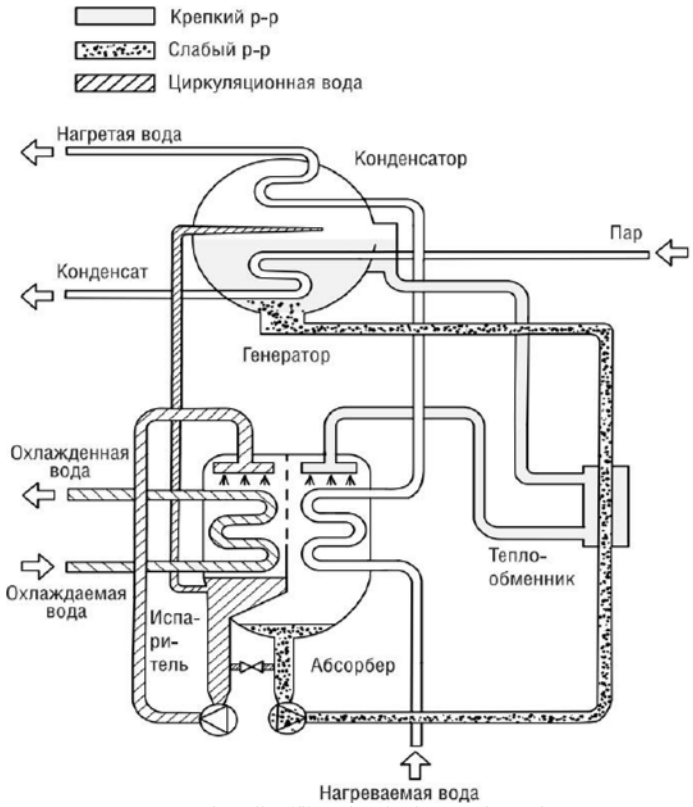
43. Wang L. et al. Experimental investigations on a heat pump system for ventilation heat recovery of a novel dual-cylinder rotary compressor //International Journal of Refrigeration. – 2019. – T. 108. – C. 26-36.
44. Siegele D., Ochs F., Feist W. Novel speed-controlled exhaust-air to supply-air heat pump combined with a ventilation system //Applied Thermal Engineering. – 2019. – T. 162. – C. 114230.
45. Korpela T. et al. Waste heat recovery potential in residential apartment buildings in Finland's Kymenlaakso region by using mechanical exhaust air ventilation and heat pumps //International Journal of Thermofluids. – 2022. – T. 13. – C. 100127.

Приложение А – Схемы типовых тепловых насосов



Ист.: https://studfile.net/preview/10345447/page:5/

Рисунок А.1 – Схема компрессионного ТН



Ист.: https://studfile.net/preview/7784634/page:2/

Рисунок А.2 – Схема сорбционного ТН

Приложение Б – Схемы применения теплового насоса в качестве утилизатора теплоты

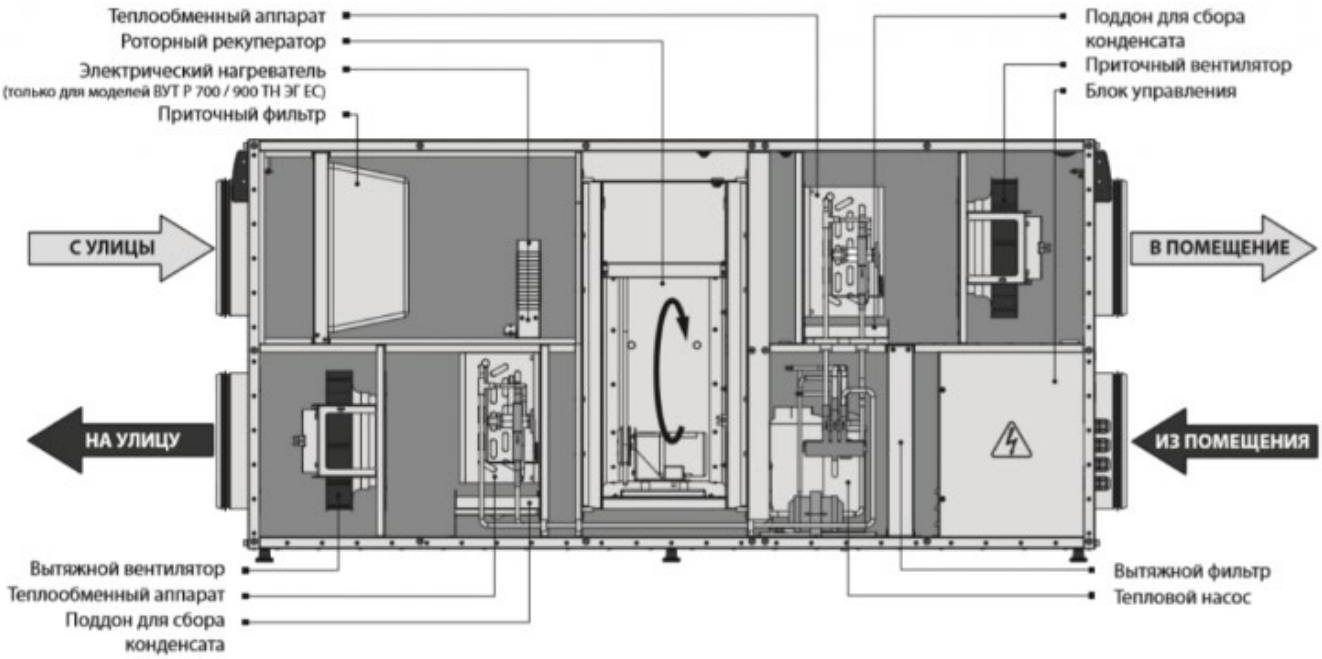


Рисунок Б.1 – Схема вентиляционной установки с комбинированной пассивно-активной системой теплоутилизации [42]

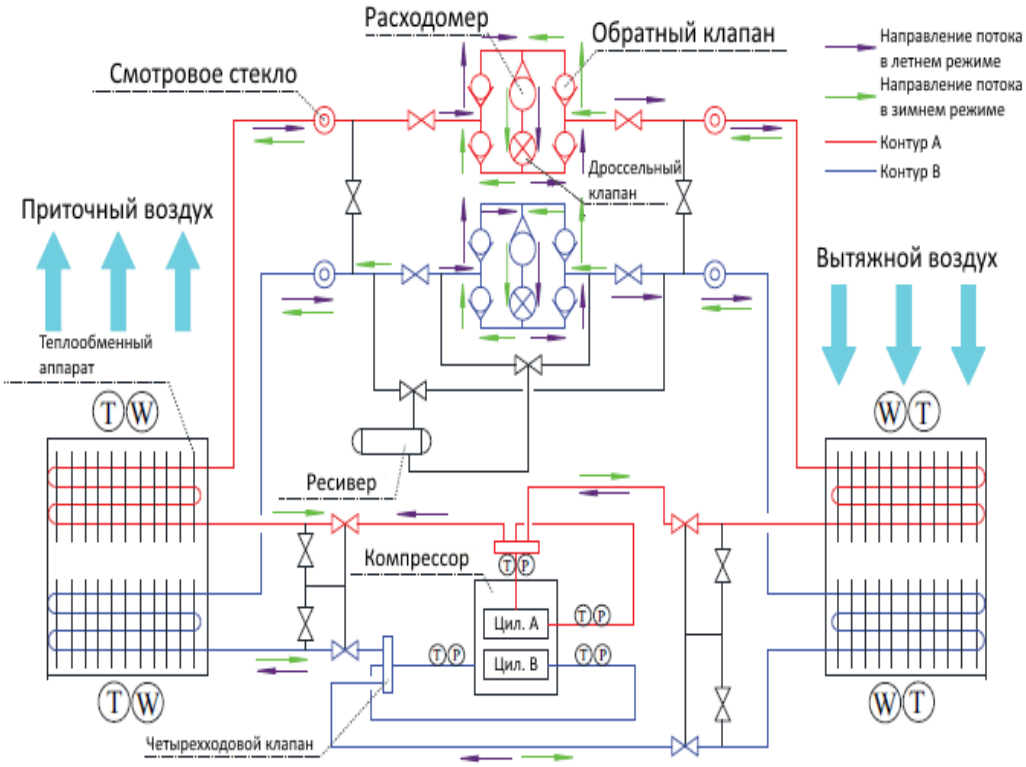


Рисунок Б.2 – Схема двойного контура активного утилизатора теплоты на базе двухцилиндрового компрессора [43]

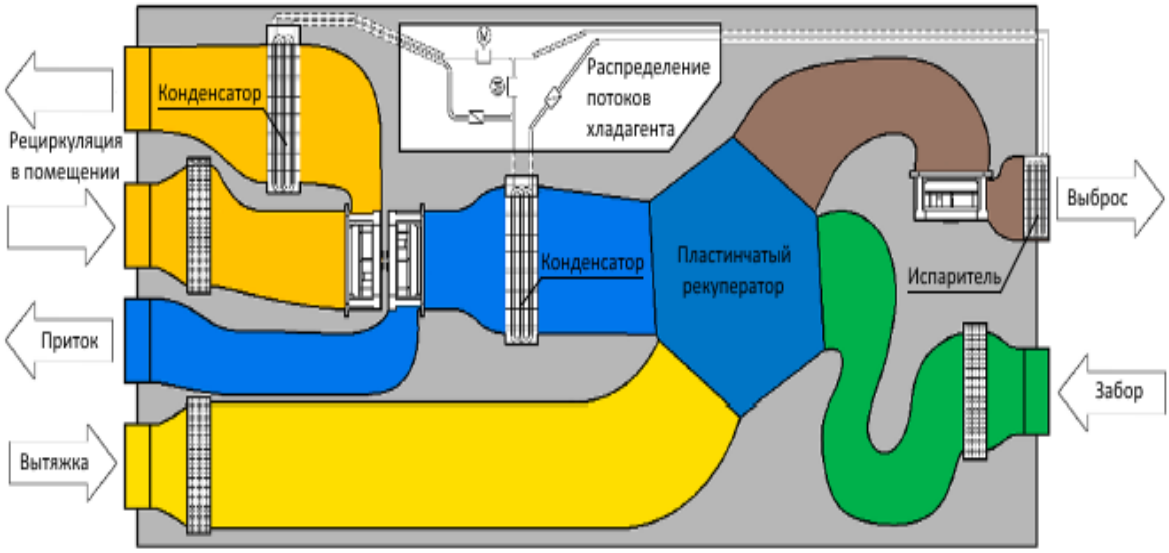


Рисунок Б.3 – Схема активного тепло утилизатора с дополнительной рециркуляцией [44]

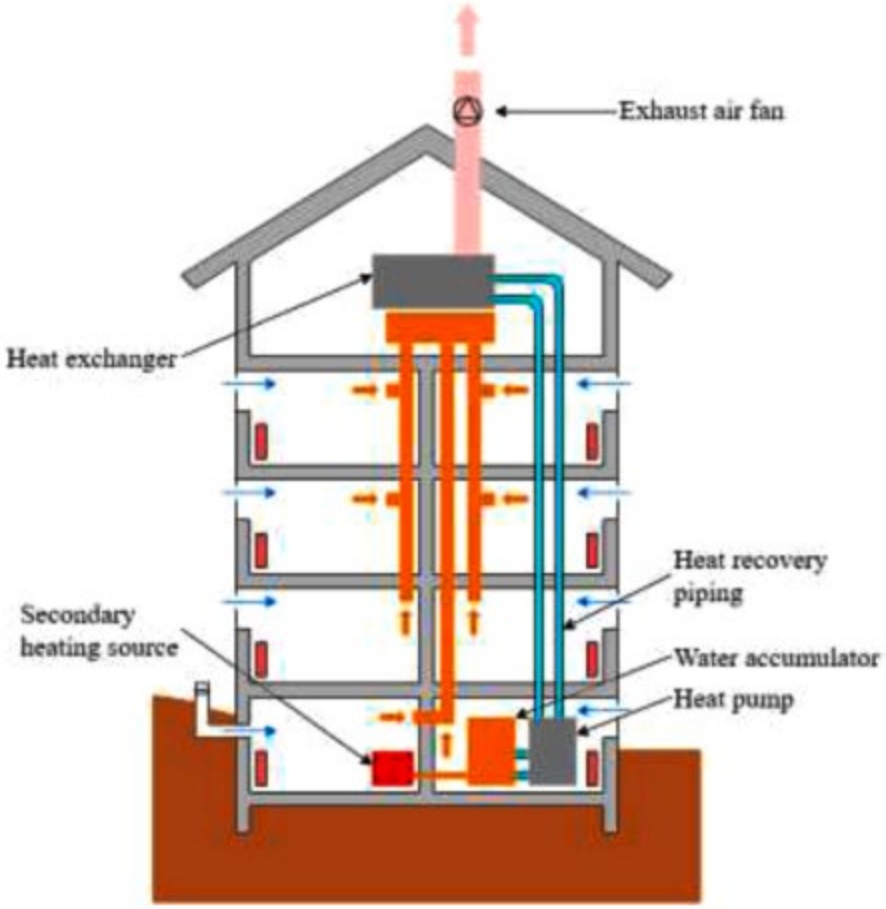


Рисунок Б.3 – Схема здания с принудительной системой вентиляции и тепловым насосом [45]

Приложение В – Термодинамические диаграммы lgP-h для хладагентов

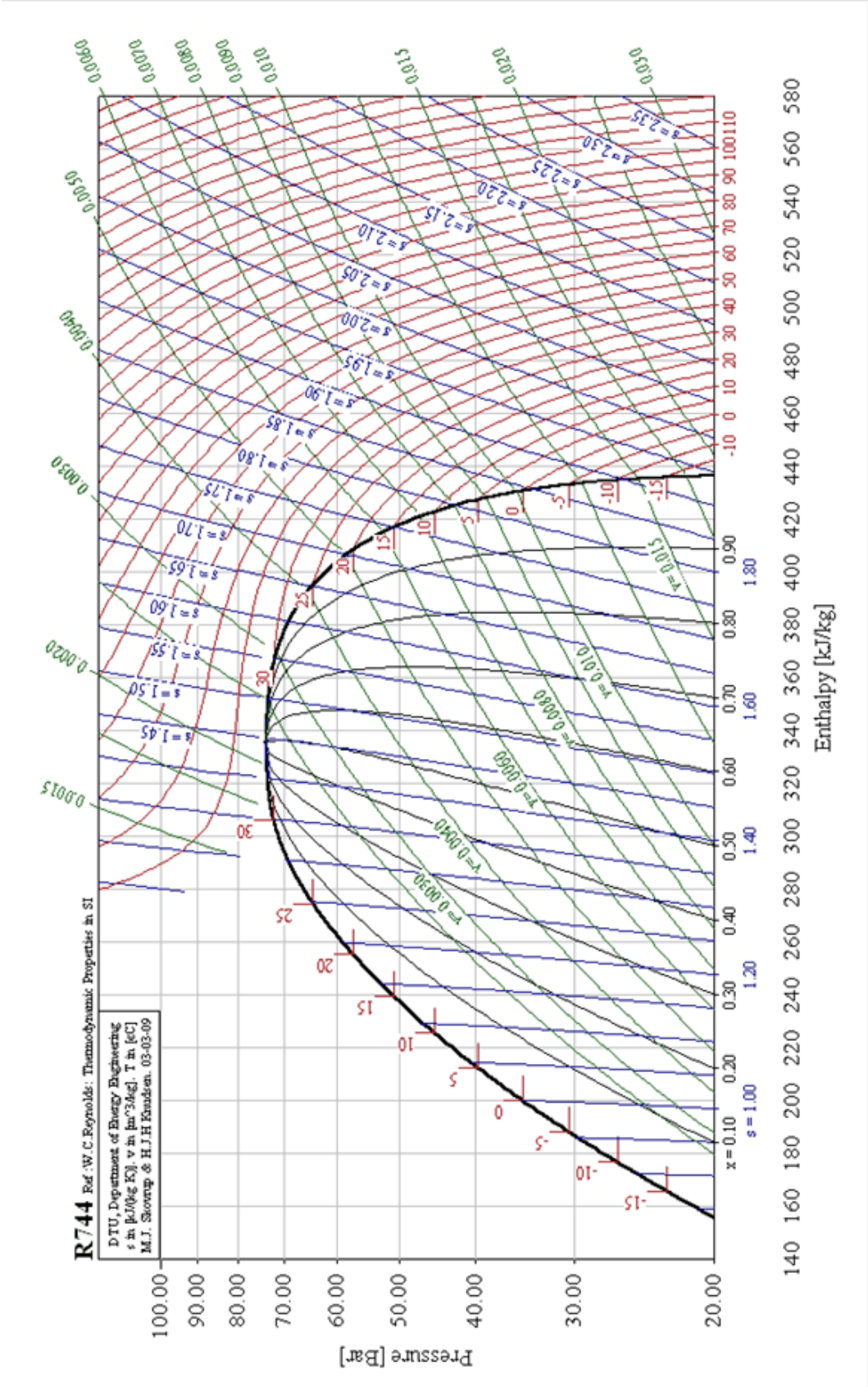


Рисунок В.1 – Диаграмма lgP-h для хладагента R744

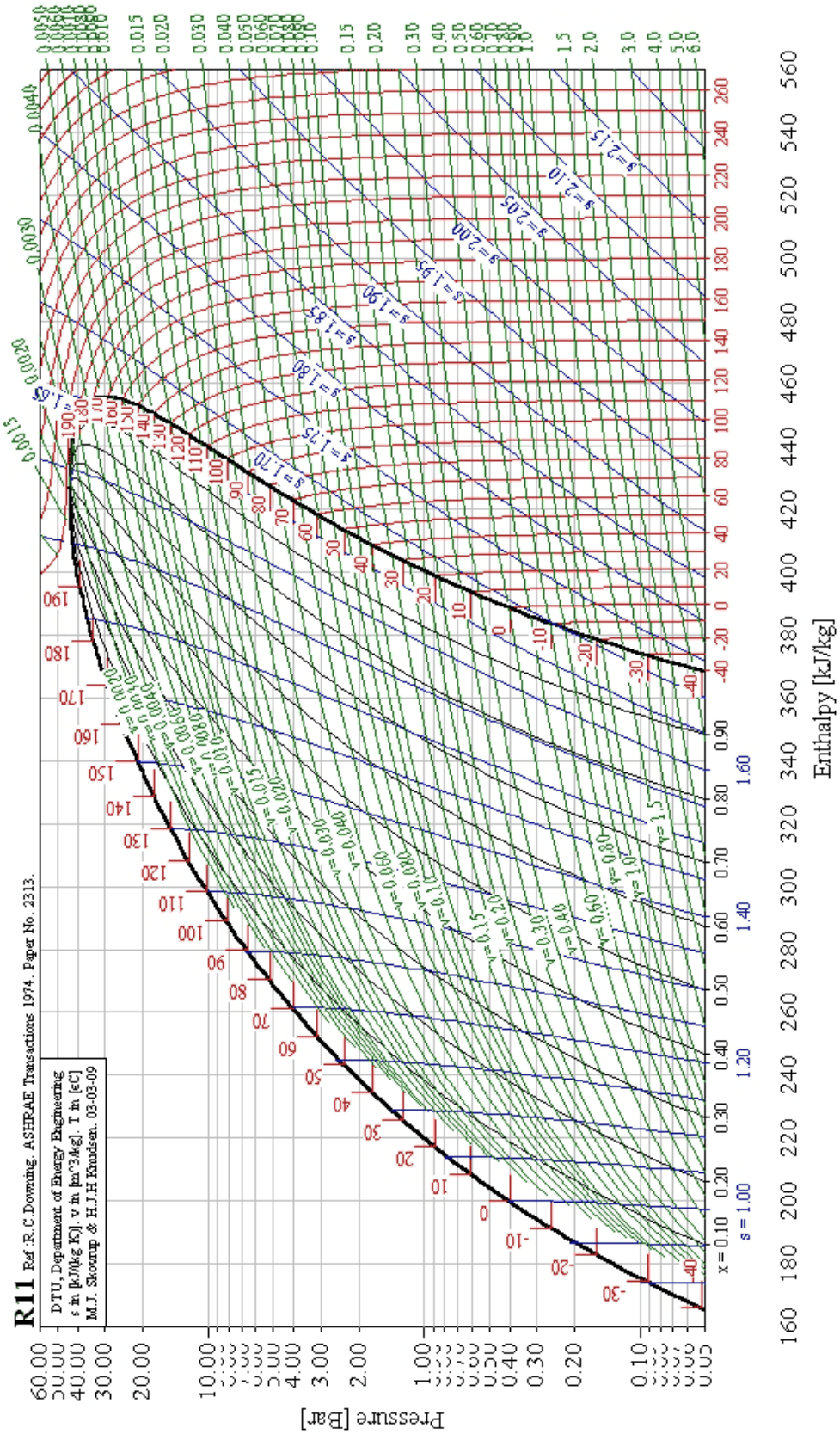


Рисунок В.2 – Диаграмма lgP-h для хладагента R11

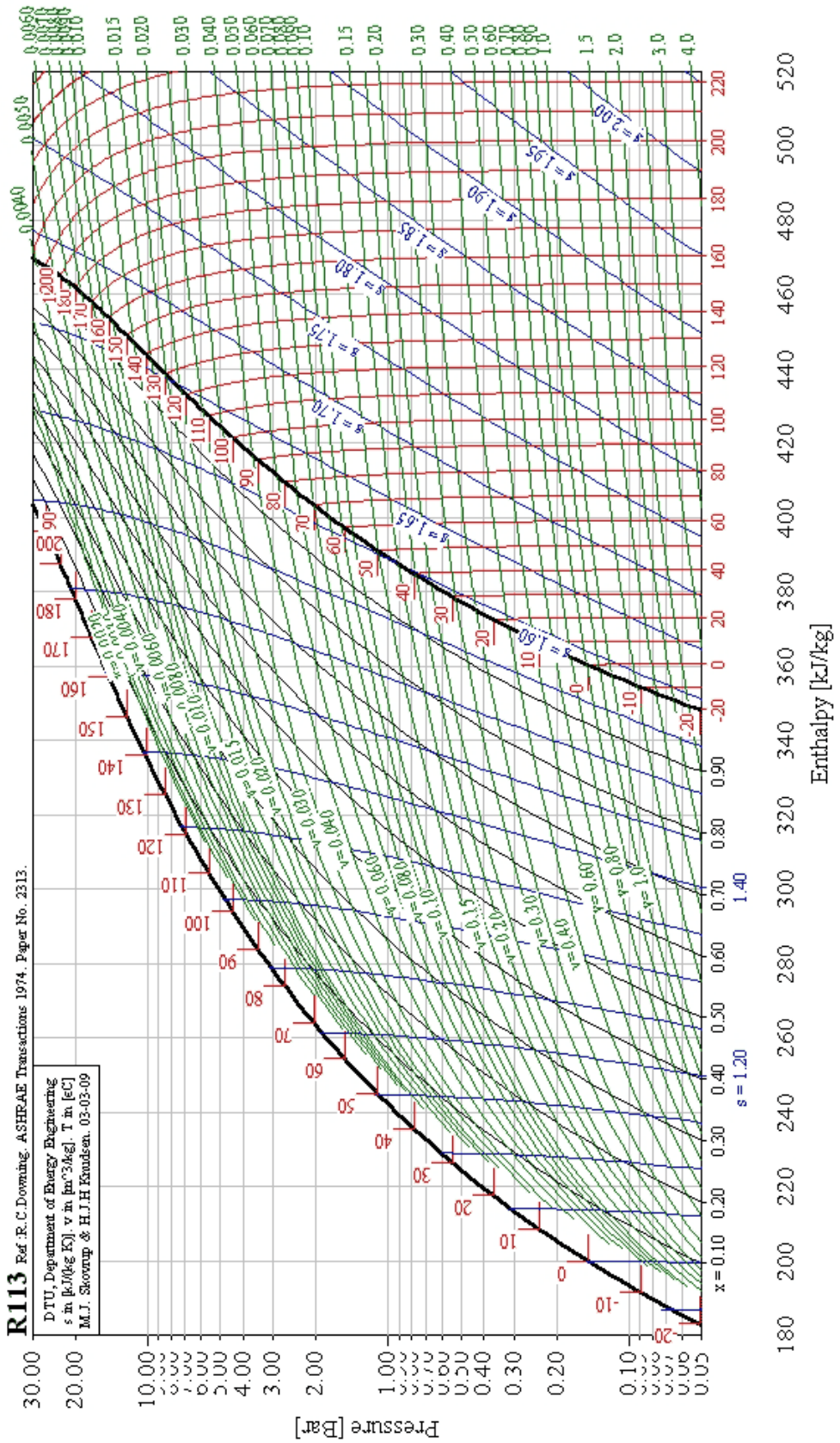


Рисунок В.3 – Диаграмма lgP-h для хладагента R113

Приложение Г – Характеристики хладагентов

Таблица Г.1 – Характеристики хладагентов

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
Неазеотропы								
R407F	R-32/125/134a (30.0/30.0/40.0)	A1	1218,2	214,14	1,4424	82,603	98,293	197,63
R407G	R-32/125/134a (2.5/2.5/95.0)	A1	1288,2	200	1,3491	99,467	92,467	259,72
R407H	R-32/125/134a (32.5/15.0/52.5)	A1	1207,5	227,09	1,4617	86,527	103,11	201,55
R407I	R-32/125/134a (19.5/8.5/72.0)	A1	1240,9	216,19	1,4131	92,189	98,428	223,97
R417B	R-125/134a/600 (79.0/18.3/2.7)	A1	1268,3	149,27	1,3003	74,054	75,104	210,87
R417C	R-125/134a/600 (19.5/78.8/1.7)	A1	1271,7	187,15	0,90536	94,58	87,911	250,68
R419B	R-125/134a/E170 (48.5/48.0/3.5)	A2	1281,5	178,48	1,3326	91,115	85,346	237,67
R422E	R-125/134a/600a (58.0/39.3/2.7)	A1	1262,2	162,35	1,3184	81,091	78,885	224,89

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
R427C	R-32/125/143a/134a (25.0/25.0/10.0/40.0)	A1	1199,6	210,05	1,4413	82,427	95,451	195,63
R436C	R-290/600a (95.0/5.0)	A3	531,15	374,68	2,4802	99,217	105,75	128,19
R439A	R-32/125/600a (50.0/47.0/3.0)	A2	1121,1	223,06	1,5539	70,335	102,48	156,68
R440A	R-290/134a/152a (0.6/1.6/97.8)	A2	957,47	305,22	1,6979	112,66	108,57	217,27
R441A	R-170/290/600a/600 (3.1/54.8/6.0/36.1)	A3	553,78	382,2	2,418	118,47	109,3	147,36
R442A	R-32/125/134a/152a/227ea (31.0/31.0/30.0/3.0/5.0)	A1	1209,7	213,88	1,4453	82,418	98,442	193,34
R443A	R-1270/290v/600a (55.0/40.0/5.0)	A3	540,67	376,12	2,4518	96,01	110,48	124,08

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
R444A	R-32/152a/1234ze(E) (12.0/5.0/83.0)	A2L	1199,8	202,61	1,3817	106,36	92,915	227,65
R444B	R-32/152a/1234ze(E) (41.5/10.0/48.5)	A2L	1129,9	246,27	1,5216	95,621	113,77	185,1
R445A	R-744/134a/1234ze(E) (6.0/9.0/85.0)	A2L	1232,3	191,38	1,3657	106,04	88,166	242,26
R446A	R-32/1234ze(E)/600 (68.0/29.0/3.0)	A2L	1093,6	272,34	1,6308	85,955	130,8	167,06
R447A	R-32/125/1234ze(E) (68.0/3.5/28.5)	A2L	1115,3	267,77	1,5989	85,302	127,11	164,38
R447B	R-32/125/1234ze(E) (68.0/8.0/24.0)	A2L	1117	265,76	1,5989	83,546	125,66	162,84

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
R448A	R-32/125/1234yf/134a/1234ze(E) (26.0/26.0/20.0/21.0/7.0)	A1	1197,7	200,72	1,4222	82,684	93,139	188,7
R448B	R-32/125/1234yf/134a/1234ze(E) (21.0/21.0/20.0/31.0/7.0)	A1	1213,1	202,33	1,3947	89,141	92,651	201,3
R449A	R-32 /125 /1234yf /134a (24.3/24.7/25.3/25.7)	A1	1197,6	198,69	1,4174	82,073	91,749	189,61
R449B	R-32/125/1234yf/134a (25.2/24.3/23.2/27.3)	A1	1197,8	200,92	1,422	82,23	92,686	189,98
R449C	R-32/125/1234yf/134a (20.0/20.0/31.0/29.0)	A1	1200,9	194,5	1,4	84,221	89,601	194,5

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
R450A	R-134a/1234ze(E) (42.0/58.0)	A1	1259,6	188,77	1,3279	104,47	86,236	260,27
R451A	R-1234yf/134a (89.8/10.2)	A2L	1185,8	165,78	1,2954	94,364	73,078	208,44
R451B	R-1234yf/134a (88.8/11.2)	A2L	1186,8	166,04	1,2959	94,343	73,242	208,83
R452A	R-32/125/1234yf (11.0/59.0/30.0)	A1	1237	160,89	1,3303	75,046	77,182	188,63
R452B	R-32/125/1234yf (67.0/7.0/26.0)	A2L	1092	256,61	1,6113	77,098	119,37	153,55
R452C	R-32/125/1234yf (12.5/61.0/26.5)	A1	1237,4	162,41	1,3378	74,054	78,022	187,08
R453A	R-32/125/134a/227ea/600/601a (20.0/20.0/53.8/5.0/0.6/0.6)	A1	1232,4	206,8	1,407	89,163	95,16	214,92
R454A	R-32/1234yf (35.0/65.0)	A2L	1117,3	207,91	1,4762	81,716	95,954	164,61

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
R454B	R-32/1234yf (68.9/31.1)	A2L	1081,5	260,92	1,6229	78,104	121,5	153,01
R454C	R-32/1234yf (21.5/78.5)	A2L	1136,3	189,16	1,4104	85,669	86,158	174,42
R455A	R-744/32/1234yf (3.0/21.5/75.5)	A2L	1128,8	192,72	1,4333	85,609	87,988	170,58
R456A	R-32/134a/1234ze(E) (6.0/45.0/49.0)	A1	1249,1	196,42	1,352	102,66	90,259	245,93
R457A	R-32/1234yf/152a (18.0/70.0/12.0)	A2L	1115,4	201,84	1,4355	90,046	88,889	181,09
R457B	R-32/1234yf/152a (35.0/55.0/10.0)	A2L	1096,8	223,55	1,5093	85,222	100,2	168,24
R457C	R-32/1234yf/152a (7.5/78.0/14.5)	A2L	1126,2	191,25	1,3906	94,136	82,681	193,21

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
R457D	R-32/1234yf/152a (4.0/82.0/14.0)	A2L	1133,3	186,12	1,3695	95,279	80,096	198
R458A	R-32/125/134a/227ea/236fa (20.5/4.0/61.4/13.5/0.6)	A1	1254,5	208,63	1,3888	92,071	97,123	223,38
R459A	R-32/1234yf/1234ze(E) (68.0/26.0/6.0)	A2L	1087,9	261,13	1,6154	79,625	122,12	155,29
R459B	R-32/1234yf/1234ze(E) (21.0/69.0/10.0)	A2L	1144	190,27	1,4067	87,468	87,071	178,36
R460A	R-32/125/134a/1234ze(E) (12.0/52.0/14.0/22.0)	A1	1266,1	175,8	1,34	83,592	84,171	210
R460B	R-32/125/134a/1234ze(E)	A1	1212,7	209,43	1,4256	88,063	98,075	197,27

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
	(28.0/25.0/20.0/27.0)							
R460C	R-32/125/134a/1234ze(E) (2.5/2.5/46.0/49.0)	A1	1259,3	191,26	1,3367	102,74	87,892	253,29
R461A	R-125/143a/134a/227ea/600a (55.0/5.0/32.0/5.0/3.0)	A1	1247,4	160,36	1,3208	80,218	77,223	218,69
R462A	R-32/125/143a/134a/600 (9.0/42.0/2.0/44.0/3.0)	A2	1228,7	183,82	1,379	83,459	86,686	214,92
R463A	R-744/32/125/1234yf/134a (6.0/36.0/30.0/14.0/14.0)	A1	1159,2	216,9	1,5196	75,625	101,03	167,61
R464A	R-32/125/1234ze(E)/227ea	A1	1219,3	199,97	1,4008	89,446	95,853	194,46

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
	(27.0/27.0/40.0/6.0)							
R465A	R-32/290/1234yf (21.0/7.9/71.1)	A2	1023,6	198,22	1,5087	81,761	87,013	155,67
R466A	R-32/125/13I1 (49.0/11.5/39.5)	A1	1417,2	194,49	1,2218	73,131	121,56	187,27
R467A	R-32/125/134a/600a (22.0/5.0/72.4/0.6)	A2L	1222	221,38	1,4317	91,962	100,1	219,08
R469A	R-744/R-32/R-125 (35.0/32.5/32.5)	A1	1074,6	230,82	1,8044	57,048	109,84	133,15
R470A	R-744/32/125/134a/1234ze(E)/227ea (10.0/17.0/19.0/7.0/44.0/3.0)	A1	1201,8	203,74	1,4547	88,697	97,481	191,55
R470B	R-744/32/125/13	A1	1216	197,83	1,4233	94,288	95,006	203,29

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
	4a/1234ze(E)/227ea (10.0/11.5/11.5/3.0/57.0/7.0)							
R471A	R-1234ze(E)/227ea/1336mzz(E) (78.7/4.3/17.0)	A1	1275,2	180,31	1,2807	118,7	81,65	285,37
R472A	R-744/32/134a (69.0/12.0/19.0)	A1	1006	253,13	2,0926	50,226	114,16	122,44
R472B	R-744/32/134a (58.0/10.0/32.0)	A1	1048,4	248,18	1,9417	57,934	112,52	134,78
R475A	R-1234yf/134a/1234ze(E) (45.0/43.0/12.0)	A1	1228	177,88	1,316	96,383	80,338	229,99
R478A	R-744/32/125/134a/152a/1234ze(E)/227ea (7.0/26.0/15.0/15.0/3.0/30.0/4.0)	A2L	1181,9	218,43	1,4829	87,952	102,64	187,94

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
Азеотропы								
R511A	R-290/E170 (HC-290)	A3	535,1	375,23	2,4857	96,977	107,05	126,55
R512A	R-134a/152a (5.0/95.0)	A2	971,13	302,08	1,6843	112,84	108,25	220,24
R513A	R-1234yf/134a (56.0/44.0)	A1	1221,9	175,88	1,3135	94,913	79,196	224,69
R513B	R-1234yf/134a (58.5/41.5)	A1	1219	175,04	1,3122	94,781	78,702	223,27
R515A	R-1234ze(E)/227ea (88.0/12.0)	A1	1266,3	177,03	1,2939	108,71	81,536	268,08
R515B	R-1234ze(E)/227ea (91.1/8.9)	A1	1259,4	178,88	1,3002	108,88	81,938	266,59
R516A	R-1234yf/134a/152a (77.5/8.5/14.0)	A2L	1147,9	183,84	1,3528	96,635	78,814	207,81
Ненасыщенные органические соединения								
R1224yd (Z)	(Z) -1-хлор-2,3,3,3-тетрафторпропен	A1	1427,6	175,42	1,0848	155,54	86,155	399,7
R1233zd (E)	транс-1-хлор-3,3,3-	A1	1321,3	203,6	1,1772	166,45	90,394	371,17

Номер	Состав (масса %)	Группа безопасности	Плотность, кг/м^3	Скрытая теплота испарения, кДж/кг	Теплоёмкость жидкости, кДж/кг·°С	Критическая температура, °С	Теплопроводность, мВт/(м*°С)	Вязкость, * 10^{-6} Н*с/м^2
	трифтор-1-пропен							
R1234ze (E)	транс-1,3,3,3-тетрафтор-1-пропен	A2L	1240,1	184,18	1,3185	109,36	83,061	262,6
R13|1	трифторйодметан	A1	2153,5	98,46	0,52478	123,29	60,541	363,66
R1336mzz(Z)	цис-1,1,1,4,4,4-гексафтор-2-бутен	A1	1427,8	179,46	1,1692	171,35	77,524	494,88

Никитина Вероника Александровна
Никитин Андрей Алексеевич
Муравейников Сергей Сергеевич

Многокритериальная оптимизация теплоутилизаторов на базе теплового насоса

Учебно-методическое пособие

В авторской редакции
Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО
Зав. РИО Н.Ф. Гусарова
Подписано к печати
Заказ №
Тираж
Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Университета ИТМО
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, литер А