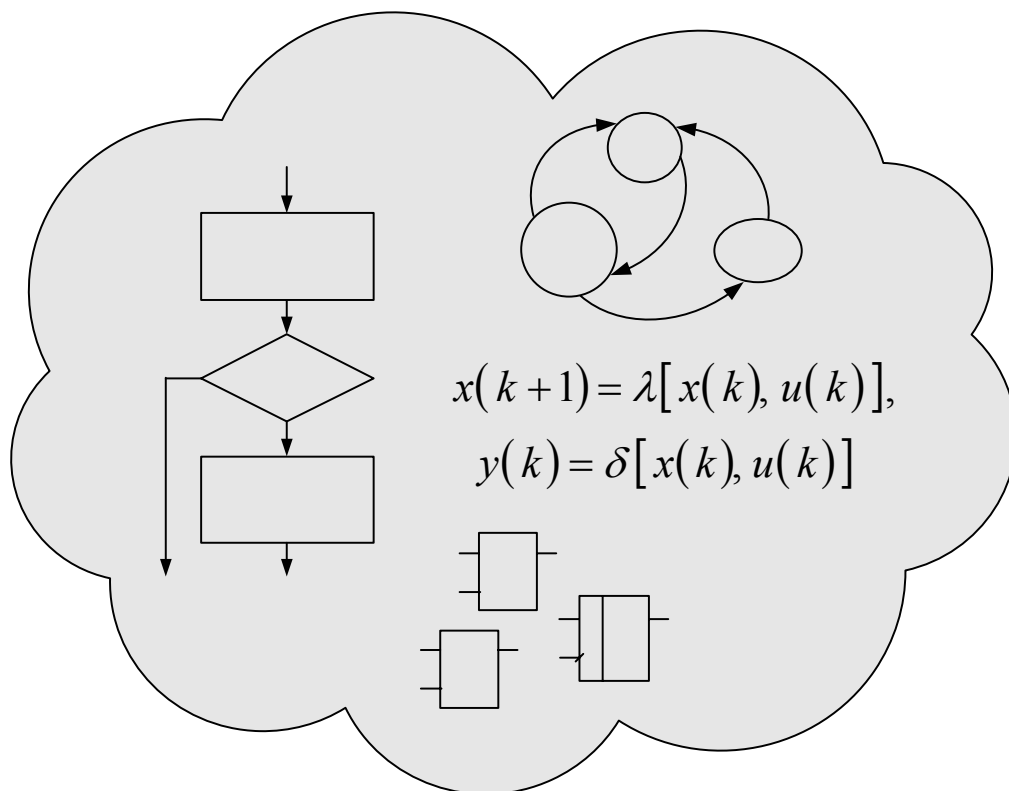


А.А. Мельников, А.В. Ушаков

## ДВОИЧНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ДИСКРЕТНОЙ АВТОМАТИКИ



Санкт - Петербург

2005

**Редакционно-издательский отдел**  
Санкт-Петербургского государственного  
университета информационных технологий,  
механики и оптики  
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

САНКТ - ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

**А.А. Мельников, А.В. Ушаков**

**ДВОИЧНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ  
ДИСКРЕТНОЙ АВТОМАТИКИ**



Санкт - Петербург

2005

## УДК [517.938 + 519.713 / .718]: 621.398

Мельников А.А., Ушаков А.В. Двоичные динамические системы дискретной автоматики / Под ред. А. В. Ушакова. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2005. 220с., ил. 40.

В монографии освещены вопросы анализа и синтеза двоичных динамических систем, используемых в современной дискретной автоматике «четкой логики». Монография отражает современные достижения в области теории двоичных динамических систем (ДДС) с использованием возможностей алгебраических методов, которые опираются на матричный формализм метода пространства состояния с учетом специфики свойств матриц над простым двоичным полем Галуа, образующих класс линейных ДДС (ЛДДС), а также формализм автоматной логики, разрабатываемый в рамках теории конечных автоматов (КА), именуемых в монографии в рамках общесистемных представлений нелинейными ДДС (НДДС). В этой связи авторами решается задача взаимной трансформируемости НДДС в ЛДДС и наоборот. Особняком в монографии стоят проблемы анализа и синтеза двоичных динамических систем, которые сочетают в себе элементы автоматной логики и линейных векторно-матричных представлений, в силу чего авторами выделенные в особый класс гибридных ДДС (ГДДС).

Монография рассчитана на широкий круг специалистов в области дискретной автоматики, отраслевой телемеханики, аспирантов специальности 05.13.05.- «элементы и устройства вычислительной техники и систем управления», а также студентов старших курсов, обучающихся по направлению 6519.00- «автоматизация и управление» бакалаврской и магистерской подготовки и специальности 2101.00- «управление и информатика в технических системах» подготовки специалиста-инженера.

ISBN

© Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, 2005.

© А. А. Мельников, А. В. Ушаков, 2005.

197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр. 49, Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики,  
e-mail: ushakov\_AV@mail.ru, amndrey@newmail.ru

## СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS.....	5
Принятые сокращения и обозначения.....	7
ВВЕДЕНИЕ.....	10
1. ЛИНЕЙНЫЕ ДВОИЧНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ (ЛДДС) ДИСКРЕТНОЙ АВТОМАТИКИ.....	13
1.1. Аппарат передаточных функций (матриц) в задаче модельного представления ЛДДС.....	13
1.2. Векторно-матричное модельное представление ЛДДС, параметризованное дискретным временем.....	23
1.3. Проблема редуцирования размерности модельных представлений ЛДДС.....	34
1.3.1. Редуцирование линейных двоичных динамических систем на основе делимости модулярных многочлена числителя и знаменателя передаточной функции.....	34
1.3.2. Редуцирование линейных двоичных динамических систем на основе анализа структуры пространств управляемости и наблюдаемости ЛДДС.....	38
1.4. Концепции подобия в теории линейных ДДС.....	43
1.4.1. Концепция подобия в задаче декодирования систематических помехозащищенных кодов.....	51
1.4.2. Концепция подобия в задаче синтеза двоичных динамических систем в логике произвольных линейных триггеров.....	55
1.5. Векторно-матричное представление линейного помехозащитного кодопреобразования, не параметризованное дискретным временем.....	59
1.5.1. Формирование матриц ПЗК с помощью проверочных равенств при декодировании и кодировании.....	64
1.5.2. Формирование матриц ПЗК с использованием матричного уравнения Сильвестра	66
1.5.3. Формирование матриц ПЗК с полной блочной систематикой.....	69
1.6. Анализ структуры неподвижных состояний и замкнутых циклов ЛДДС.....	74
1.6.1. Неподвижные состояния линейной двоичной динамической системы.....	75
1.6.2. Замкнутые циклы линейных ДДС.....	78
1.7. ЛДДС в задачах дивидендного помехозащитного кодопреобразования.....	93

2. НЕЛИНЕЙНЫЕ ДВОИЧНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ (НДДС) ДИСКРЕТНОЙ АВТОМАТИКИ.....	101
2.1. Построение модельного представления НДДС с использованием средств автоматной логики.....	101
2.2. Построение дивидендных устройств помехозащитного кодопреобразования с помощью НДДС в логике произвольных триггеров.....	117
2.3. НДДС в задачах коррекции искажений помехозащищенных кодов.....	126
2.4. Дивидендные кодирующие и декодирующие устройства укороченных циклических кодов с коммутируемой структурой.....	136
2.5. Аппарат селлерсовского дифференцирования в задачах анализа булевых описаний НДДС дискретной автоматики	142
3. ГИБРИДНЫЕ ДВОИЧНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ (ГДДС) ДИСКРЕТНОЙ АВТОМАТИКИ.....	155
3.1. Проблема заполнения кодового пространства классом гибридных ДДС.....	155
3.2. Фактор востребованности переменных булевых описаний двоичных динамических систем.....	169
3.3. Использование фактора востребованности булевых переменных кодов состояний НДДС для рационального использования ресурса помехозащиты	180
3.4. Построение эквивалентного линейного векторно-матричного представления НДДС на основе принципа агрегирования переменных булевых описаний.....	188
3.5. Проблема обмена на паре «аппаратурное пространство – временные затраты» в задачах помехозащитного кодопреобразования.....	198
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	201
ПРИЛОЖЕНИЕ D-преобразование и его свойства.....	202
ЛИТЕРАТУРА.....	208
Предметный указатель.....	212
Из истории лаборатории телемеханики.....	215

# BINARY DYNAMIC SYSTEMS OF DISCRET AUTOMATION

*Editor Doctor of Technical Sciences Professor A. V. Ushakov*

CONTENTS.....	5
Table of Abbreviations and Symbols.....	7
INTRODUCTION.....	10
1. LINEAR BINARY DYNAMIC SYSTEMS (LBDS) OF DISCRETE AUTOMATION.....	13
1.1. Transfer Function (Matrix) Approach in Problem of LBDS Model Representation.....	13
1.2. Vector-Matrix LBDS Model Representation Parameterized by Discrete Time.....	23
1.3. The Problem of Dimension Reduction of LBDS Model Repre- sentation.....	34
1.3.1. Reduction of Dimension of LBDS by Means of Numerator and Denominator Modular Polynomials of Transfer Function Divisibility.....	34
1.3.2. Reduction of Dimension of LBDS by Means of Analysis of Controllability and Observability Space of LBDS.....	38
1.4. The Similarity Conception in Theory of Linear Binary Dynamic Systems.....	43
1.4.1. The Similarity Conception in Systematic Noise-Immune Codes Decode Task.....	51
1.4.2. The Similarity Conception in Task of Binary Dynamic Systems Synthesis Within Arbitrary Flip-Flop Logic.....	55
1.5. Vector-Matrix Model Representation of Linear Noise- Immunity Encoding not parameterized by Discrete Time.....	59
1.5.1. Design of Noise-Immune Codes Matrices by Means of Check Equations Within Coding and Decoding Processes	64
1.5.2. Design of Noise-Immune Codes Matrices by Means of Sylvester Matrix Equation.....	66
1.5.3. Design of Noise-Immune Codes of Full-Block Systematization.....	69
1.6. The Analysis of Structure of LBDS Motionless States and Closed Loops.....	74
1.6.1. Motionless States of LBDS.....	75
1.6.2. Closed Loops of LBDS.....	78
1.7. LBDS in Tasks of Dividing Noise-Immunity Code Transfor- mation.....	93

2. NONLINEAR BINARY DYNAMIC SYSTEMS (NBDS) OF DISCRETE AUTOMATION.....	101
2.1. The Construction of NBDS Model Representation by Means of Finite-State Machine Logic.....	101
2.2. The Construction of Dividing Devices Noise-Immunity Code Transformation by Means of NBDS in the Arbitrary Flip-Flops Logic.....	117
2.3. NBDS in Tasks of Noise-Immunity Codes Errors Correction.....	126
2.4. The Dividing Encoding and Decoding Devices of Shortened Cyclical Codes with Switching Structure.....	136
2.5. Sellers' Differentiation Approach in Boolean Description Analysis Tasks of NBDS of Discrete Automation .....	142
3. THE HYBRID BINARY DYNAMIC SYSTEMS (HBDS) OF DISCRETE AUTOMATION.....	155
3.1. The Problem of Code Space infilling with a Hybrid Binary Dynamic Systems Set.....	155
3.2. The Request Factor of Boolean Variables of Binary Dynamic Systems Description.....	169
3.3. The Use of the Request Factor of State Codes' Boolean Vari- ables of NBDS for EFFICIENT Employment of Noise Immu- nity Resource.....	180
3.4. The Design of Equivalent Linear Vector-Matrix Model Repre- sentation of NBDS Based on Boolean Description Variables Aggregation Approach.....	188
3.5. The Problem of "Apparatus Space – Time Expense" Exchange in Tasks of Noise-Immunity Code Transformation.....	198
CONCLUSION.....	201
APPLICATION <b>D</b> – Transformation and its Properties.....	202
REFERENCES.....	208
Subject index.....	212
Remote Control Laboratory. Brief Historical Review.....	215



## ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

АА	–	абстрактный автомат
БП	–	блок памяти
БФ	–	булева функция
ВА	–	время «аппаратурное»
ВВ	–	модель «вход-выход»
ВК	–	время «канальное»
ВМП	–	векторно-матричное представление
ВНН	–	вектор невязки наблюдения
ВПС	–	векторный показатель сложности
ВС	–	модель «вход-состояние»
ВСВ	–	векторно-матричное линейное описание «вход-состояние-выход»
ГДДС	–	гибридная двоичная динамическая система
ГСА	–	граф-схема алгоритма
ДА	–	дискретная автоматика
ДДС	–	двоичная динамическая система
ДКП	–	двоичная кодовая последовательность
ДКУ	–	декодирующее устройство
ДНУ	–	двоичное динамическое наблюдающее устройство
ДПВ	–	диаграмма переходов и выхода
ДСНФ	–	дизъюнктивная совершенная нормальная форма
ДУПК	–	дивидендное устройство помехозащитного кодопреобразования
ИВП	–	источник входной последовательности
ИЧК	–	информационная часть кода
КА	–	конечный автомат
КПР	–	кодированное пространство
КС	–	канал связи
КУ	–	кодирующее устройство
ЛДДС	–	линейная двоичная динамическая система
ЛУ	–	линейное устройство
ММ	–	модулярный многочлен
МС	–	модельная среда
НДДС	–	нелинейная двоичная динамическая система
ОПВ	–	относительная оценка приведенной востребованности
ОСВ	–	оценка степени востребованности
ПЗК	–	помехозащищенный код
ПЗКА	–	помехозащищенный конечный автомат
ПНЗК	–	помехонезащищенный код

РКС	–	регистр канала связи
СД	–	«синдромный» дешифратор
СДБФ	–	аппарат селлерсовского дифференцирования булевых функций
УДА	–	устройство дискретной автоматики
УДММ	–	устройство деления модулярных многочленов
УК	–	устройство коммутации
УКК	–	устройство коррекции кода
УПЗК	–	укороченный помехозащищенный код
УС	–	уравнение Сильвестра
УФСК	–	устройство формирования сигнала коррекции
ХММ	–	характеристический модулярный многочлен
ХП	–	характеристический полином
ЦДУ	–	циклическое декодирующее устройство
ЦКУ	–	циклическое кодирующее устройство
ЦПЗК	–	циклический помехозащищенный код
ЧПС	–	частная производная Селлера
ЭЗ	–	элемент задержки
ЭП	–	элемент памяти

**Г** – гипотеза;

**К** – концепция;

**ПМ** – примечание;

**Пр.** – пример;

**ПС** – постулат;

**С** – следствие;

**СВ** – свойство;

**Т** – теорема;

**У** – утверждение;

■ – знак завершения доказательства утверждения, решения примера, завершения алгоритма;

□ – знак завершения формулировки утверждения, определения, примечания, следствия, свойства, постулата, гипотезы;

$A, A^i, A_j$  – матрица,  $i$ -я строка,  $j$ -й столбец матрицы  $A$ ;

$col\{\alpha_i, i = \overline{1, n}\}$  – столбцовая матричная структура с элементами  $\alpha_i$  в столбце;

$D\{(\bullet)(k)\}$  – прямое  $D$ -преобразование кодовой последовательности  $(\bullet)$  над простым полем Галуа;

$E\{\bullet\}$  – оператор округления величины  $(\bullet)$  до ближайшего большего целого;

$F(d) = \mathbf{D}\{f(k)\}$  –  $\mathbf{D}$ -образ последовательности  $f(k)$ ;

$f(k) = \mathbf{D}^{-1}\{f(d)\}$  – оригинал  $\mathbf{D}$ -образа последовательности  $f(k)$ ;

$GF(p) = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$ ,  $p \in \mathbf{N}$  – простое поле Галуа;

$GF(p^n)$ ,  $p, n \in \mathbf{N}$  – расширенное поле Галуа;

$k$  – дискретное время ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ), выраженное в числе тактов длительностью  $\Delta t$  процессов кодопреобразования;

$row\{\alpha_i, i = \overline{1, n}\}$  – строчная матричная структура с элементами  $\alpha_i$  в строке;

$u(k)$  – входная кодовая последовательность ДДС;

$x(k)$  – вектор исходного состояния ДДС;

$x(k+1)$  – вектор состояния перехода ДДС;

$y(k)$  – выходная кодовая последовательность ДДС;

$\&$  – союз «И» предикатов;

$\vee$  – союз «ИЛИ» предикатов.

## ВВЕДЕНИЕ

Вниманию проблемно ориентированного читателя предлагается монография «Двоичные динамические системы дискретной автоматике», которая содержит три тематически замкнутых раздела.

Первый раздел, посвященный проблемам анализа и синтеза линейных двоичных динамических систем (ЛДДС) дискретной автоматике (ДА), инструментально строится на результатах процесса алгебраизации общей теории систем. Алгебраизация методов исследования устройств дискретной автоматике (УДА), которые составляют обширный класс динамических систем над конечными простым и расширенным полями Галуа, стала проникать в практику разработчиков этих устройств в последней трети XX в. На первом этапе она проявилась в использовании векторно-матричных модельных представлений линейных УДА над конечными полями с основанием (характеристикой) два. Процесс алгебраизации, опираясь на возможности матричного формализма, позволил решить проблемы анализа свойств линейных УДА на основе исследования структуры пространств матриц состояния, управляемости и наблюдаемости и их пересечения, что особенно эффективно проявилось при анализе структуры неподвижных состояний ЛДДС, их замкнутых циклов, а также при редуцировании размерности УДА. В задачах синтеза ЛДДС устройств ДА применение принципа векторного и матричного подобия позволило конструктивно использовать возможности формализма матричного уравнения Сильвестра (УС) над конечным полем для расширения банка реализаций линейных УДА. Более того, алгебраизация обнаружила свои возможности в переносе идей динамического наблюдения, разработанных в недрах теории систем над бесконечными полями, на УДА и двоичные каналы связи с целью оценки их состояния. Причем в случае постановки задачи оценки начального состояния «регистра помехи» в двоичном канале связи удастся по-новому сформулировать задачу помехоустойчивости передачи кодированных сигналов в фазе декодирования, которая также решается с помощью матричного уравнения Сильвестра. Последнее обстоятельство позволило разработать алгоритмическое обеспечение конструирования проверочных и образующих матриц помехозащищенных кодов, также опирающееся на возможности матричного уравнения Сильвестра. В случае неконтролируемой кодовой систематики эта задача может быть решена с помощью SVD-процедуры сингулярного разложения матриц с использованием программной оболочки MATLAB, адаптированной к модулярной арифметике.

Второй раздел, посвященный проблемам анализа и синтеза нелинейных двоичных систем (НДДС) дискретной автоматике, инструментально опирается на результаты в области теории и практики конечных

автоматов, которые с точки зрения общей теории систем образуют класс НДДС. В разделе проблемы синтеза и анализа устройств дискретной автоматики в рамках существующих версий автоматной логики рассматриваются как в канонической «автоматной» постановке, так и с использованием граф-схем алгоритмов (ГСА) описания функционирования УДА, при этом разработка методов погружения ГСА в автоматную среду позволила построить алгоритмы синтеза УДА в различных типах автоматной и триггерной логики.

Возможности автоматных представлений УДА распространяются на реализацию циклических дивидендных кодирующих и декодирующих устройств в произвольной триггерной логике, а также устройств коррекции искаженных при передаче по двоичным каналам связи кодовых комбинаций с использованием синдромов и квазисиндромов искажений. Автоматные представления ДДС обнаруживают свои возможности и при построении циклических кодирующих и декодирующих дивидендных устройств укороченных кодов с управляемым циклом деления путем коммутации структуры устройств оптимальных кодов. Богатые возможности в теории и практике автоматных описаний обнаруживает аппарат Селлера дифференцирования булевых функций. Эти возможности в монографии используются для контроля корректности выбора булевых переменных, оценки их востребованности в процессе функционирования УДА, а также сравнительной оценки «степени нелинейности» и сложности альтернативных реализаций комбинационных схем по числу членов разложения булевых функций в ряд по селлерсовским производным.

Третий раздел монографии посвящен проблемам анализа и синтеза гибридных двоичных динамических систем (ГДДС) дискретной автоматики, сочетающей в себе элементы линейных и нелинейных модельных представлений. Первым признаком гибридности ДДС является размерность ее блока памяти, которая занимает промежуточное положение между размерностью автоматной реализации и линейной при решении одной и той же задачи кодопреобразования. В этой связи важной концептуальной задачей синтеза ГДДС являются проблема «кодowego пространства» и формирование способов его заполнения. В монографии указанные проблемы решаются путем редуцирования линейных ДДС и введением избыточности при кодировании состояний ДДС, синтезируемых в автоматной логике, с целью приданию им помехозащищенности. Причем последняя задача решается в постановке рационального использования ресурсов помехозащиты, в качестве критерия которого используется фактор востребованности булевых переменных кодов состояний на всех наборах переменных. Еще одним эффективным способом решения проблемы «кодowego пространства» на паре НДДС-ЛДДС является обмен аппаратного пространства на вре-

менные затраты. Гибридные ДДС образуют достаточно новый класс двоичных динамических систем, разработка теории которых является весьма актуальной.

Авторы отдают себе отчет в том, что предлагаемая вниманию читателей монография является скромным вкладом в теорию двоичных динамических систем устройств дискретной автоматики, основы которой заложены фундаментальными работами Буля Дж. (Boole G.), К. Шеннона (C.Shannon), Э. Мура (E. Moore), А. Гилла (A. Gill), М. Арбиба (M. Arbib), У. Питерсона (W. Peterson), Ф. Селлерса (F. Sellers), Д. Бохманна (D. Bochmann), Х. Постхофа (C. Posthoff), Р. Хэмминга (R.Hamming), В. М. Глушкова, Ю. Т. Медведева, Р. Г. Фараджева, С. И. Баранова, В. В. Сапожникова, Вл. В. Сапожникова, В. А. Горбатова, Ю. Л. Сагаловича, А. А. Шалыто, Н. С. Щербакова и многих других зарубежных и отечественных ученых.

Основу монографии составили результаты научных исследований в лаборатории телемеханики кафедры систем управления и информатики (бывшей кафедры автоматики и телемеханики) университета, проводившихся под руководством доктора технических наук, профессора А. В. Ушакова. Результаты последних лет авторами получены при разработке теоретических проблем, к решению которых во исполнение региональной комплексной целевой программы «ТЕЛЕМЕХАНИКА – 2000» в инициативном порядке подключилась лаборатория телемеханики. Монография в предложенном виде содержит в основном результаты последних лет, имеющие как научный, так и методико-познавательный характер. Последнее позволяет рекомендовать ее специалистам в области дискретной автоматики, а также аспирантам специальности 05.13.05.- «элементы и устройства вычислительной техники и систем управления», студентам старших курсов направления 6519.00- «автоматизация и управление» и специальности 2101.00- «управление и информатика в технических системах».

Замысел монографии возник у авторов в результате постоянных научных контактов и обмена научными идеями, в результате чего основной текст монографии авторы написали совместно. В написании параграфов 1.6, 1.7 и 2.4 приняла участие Е.В. Рукуйжа.

Конструктивную критику по существу структуры и содержания монографии просим направлять авторам:

*почтовый адрес* – 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49,  
Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механика и оптики (СПбГУ ИТМО);

*телефон* 595-41-28;

*электронная почта* – amndrey@newmail.ru и ushakov\_AV@mail.ru.