

### 3. ГИБРИДНЫЕ ДВОИЧНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ДИСКРЕТНОЙ АВТОМАТИКИ

Положения разделов 1 и 2 содержат инструментарий, позволяющий решать требуемую задачу кодопреобразования как в классе линейных двоичных динамических систем, модельное представление которых опирается на аппарат передаточных функций или векторно-матричных описаний, так и в классе нелинейных ДДС, модельное представление которых формируется с использованием возможностей автоматной логики в двух ее версиях.

В настоящем разделе рассматривается класс ДДС, построенных на композиции двух указанных выше математических модельных представлений. Класс таких систем назван классом гибридных двоичных динамических систем (ГДДС). Класс гибридных ДДС достаточно нов и теоретически мало разработан, он имеет пока скромное библиографическое обеспечение. Ниже приводятся избранные результаты по исследованию класса гибридных ДДС, известные на настоящий момент.

#### 3.1. Проблема заполнения кодового пространства классом гибридных двоичных динамических систем

Процедуры конструирования ДДС в классе линейных представлений приводит к размерности  $\dim x$  вектора  $x$  ее состояния равной  $n_l$ . Решение той же задачи кодопреобразования в классе нелинейных представлений приводит к вектору состояния размерности  $n_n$ , причем в общем случае размерности  $n_l$  и  $n_n$  связаны отношением порядка в виде неравенства

$$n_l \geq n_n = E \{ \log_2 n_s \}, \quad (3.1)$$

где  $n_s$  – мощность алфавита состояний абстрактного автомата, погружаемого в двоичную динамическую среду,  $E \{ (\bullet) \}$  – оператор округления величины  $(\bullet)$  до ближайшего большего целого.

Возникают естественные системные вопросы: какими свойствами обладает ДДС, размерность  $n_2$  вектора состояния которой удовлетворяет отношениям порядка в виде неравенств

$$n_l > n_2 > n_n, \quad (3.2)$$

и как ее сконструировать, если при этом она решает ту же задачу кодопреобразования? Следует ожидать, что реализация ДДС с размерностью  $n_2$  вида (3.2) вектора ее состояния строится в классе гибридных

двоичных динамических систем (ГДДС), обладающих свойствами как линейных, так и нелинейных двоичных динамических систем. Этому классу двоичных динамических систем посвящен данный параграф, который начнем с формулировки следующих определений.

**Определение 3.1 (ОЗ.1).** *Мощность множества реализаций ДДС, размерность  $n_2$  вектора состояния которых удовлетворяет неравенствам (3.2), образует кодовое пространство (КПР).* □

**Определение 3.2 (ОЗ.2).** *Гибридными двоичными динамическими системами устройств дискретной автоматики будем называть ДДС, размерности векторов состояний которых принадлежат кодовому пространству, сформированному в смысле определения 3.1.* □

**Определение 3.3 (ОЗ.3).** *Кодовое пространство называется невырожденным, если размерности  $n_n$  и  $n_d$  удовлетворяют условию  $n_n - n_d \geq 1$ .* □

**Определение 3.4 (ОЗ.4).** *Кодовое пространство называется вырожденным, если размерности  $n_n$  и  $n_d$  удовлетворяют условию  $n_n - n_d = 0$ .* □

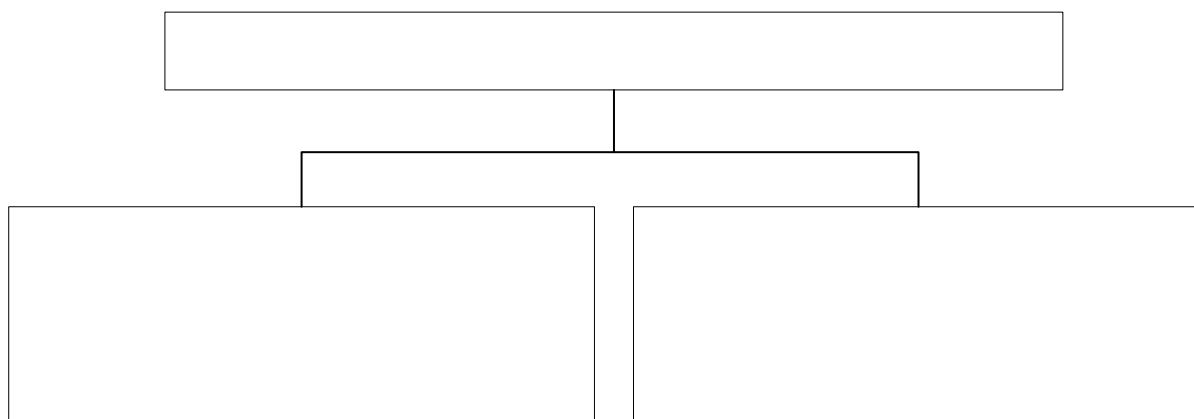


Рисунок 3.1

Понятие «кодовое пространство» позволяет рассматривать гибридные ДДС как некоторую динамическую среду, осуществляющую двоичное кодопреобразование и заполняющую невырожденное КПР. С этой точки зрения линейные ДДС, построенные с использованием аппарата передаточных функций или векторно-матричного описания, а также нелинейные ДДС, где в качестве кодов состояния используются двоичные коды на все сочетания, образуют «полярные» реализации решения задачи конструирования ДДС, формируя тем самым проблему заполнения возникающего между ними кодового пространства классом гибридных ДДС. Решение проблемы заполнения КПР классом ГДДС можно осуществить двумя путями. Первый путь решения проблемы

состоит в редуцировании размерности вектора состояния линейных ДДС. Механизмы редуцирования размерности вектора состояния линейных ДДС, опирающиеся на результаты первого раздела, представлены в форме диаграммы, приведенной на рисунке 3.1.

Второй путь заполнения КПР гибридными ДДС формируется в классе нелинейных версий двоичных динамических систем и направлен на увеличение размерности вектора их состояния. С этой целью выбор двоичного кода при кодировании состояний абстрактного автоматного представления синтезируемой НДДС осуществляется с нарушением условия (2.6), то есть

$$n_s > n_n : \quad \dim X = n_n \neq \arg \min \{ p^{n_n} \geq n_s \}, \quad (3.3)$$

что исключает использование для этой цели двоичных кодов на все сочетания. Указанная проблема удовлетворения условию (3.3) при выборе способа кодирования элементов алфавита  $S$ , мощности  $n_s$ , состояния АА приводит к использованию таких кодов как, например, кодов Джонсона, кодов Грея, *соседних* кодов или, например, кодов с минимальным кодовым расстоянием не меньшим двух, то есть помехозащищенных кодов.

Следует заметить, что использование кодов Джонсона, кодов Грея или *соседних* кодов приводит к ситуации, при которой на соседних кодовых переходах  $x(k), x(k+1)$  происходит изменение значения лишь одного элемента вектора  $x$  состояния НДДС, своего для каждого перехода. Это может быть использовано как для решения проблемы борьбы с «гонками» в среде НДДС, так и для обеспечения простоты комбинационной схемы (КСХ) и быстродействия НДДС, жертвуя при этом размерностью вектора состояния.

Особый интерес представляет использование помехозащищенных кодов для кодирования алфавита  $S$  состояния АА при его погружении в среду КА с целью обеспечения помехозащищенности процесса кодопреобразования, осуществляемого средствами НДДС. Решение этой задачи приводит к непосредственному назначению помехозащищенных кодов в качестве кодов состояния ДДС. Однако такой подход влечет за собой модификацию **A2.1** и решение вопросов согласования в (2.6) мощностей соответствующих алфавитов и формирования модифицированных правил  $\lambda, \delta$ , что без учета специфики формирования проверочной части ПЗК неоправданно увеличивает сложность комбинационной схемы НДДС.

Решение вопроса заполнения КПР с использованием ПЗК получим конструированием в силу (1.159) агрегированного вектора  $\hat{x}_{ГДДС}$  состояния ГДДС в форме

$$\hat{x}_{ГДДС}^T = \left[ x_{НДДС}^T \mid x_{НДДС}^T \tilde{\mathbf{G}} \right] = \left[ x_{НДДС}^T \mid \tilde{x}_{НДДС}^T \right],$$

$$\tilde{\mathbf{G}}^i = \kappa \left\{ r_i(x) = \text{rest} \frac{x^{n-i}}{g(x)}; \quad i = \overline{1, k} \right\} \quad (3.4)$$

что позволяет на стадии конструирования НДДС использовать алгоритм **2.1** без каких-либо изменений, после чего вектор состояния  $x$  НДДС агрегируется в указанной в (3.4) форме.

Использование такого подхода разбивает КСХ на две сепаратные части, одна из которых формирует на кодовых переходах значение  $x_{НДДС}(k+1)$ , а другая – значение  $\tilde{x}_{НДДС}(k+1)$ . Из выражения (3.4) видно, что для формирования значений  $x_{НДДС}(k+1)$  и  $\tilde{x}_{НДДС}(k+1)$  достаточно<sup>1</sup> значения  $x_{НДДС}(k)$ , что и обеспечивает простоту КСХ в отличие от конструирования последней с использованием значения  $\hat{x}_{ГДДС}(k)$  большей размерности.

Выдвинутые соображения показывают, что заполнение невырожденного КПР гибридными ДДС осуществимо «движением» по нему слева направо или справа налево в неравенствах (3.2). Следует заметить, что при заполнении КПР возможно и возвратно-поступательное движение в неравенствах (3.2). Так, например, с целью обеспечения быстродействия НДДС и ее помехозащищенности движением по КПР справа налево производится кодирование двоичными кодами элементов алфавита  $S$  состояния АА, задающего логику функционирования НДДС, после чего в силу (3.4) конструируется вектор  $\hat{x}_{ГДДС}$  состояния ГДДС, обладающий свойством помехозащищенности. Затем с целью снижения сложности технической реализации ГДДС движением по КПР слева направо осуществляется редуцирование размерности вектора  $\hat{x}_{ГДДС}$  (см. параграф 3.3). Аналогично решается задача заполнения КПР, если те же требования предъявляются и к линейной ДДС.

Результаты исследований настоящего параграфа, а также разделов 1 и 2 показывают, что заполнение КПР при движении по нему в неравенствах (3.2) слева направо удобно осуществлять выполнением алгоритмов **1.3** и **1.4**. Заполнение КПР при движении по нему в неравенствах (3.2) справа налево при решении задач повышения быстродействия НДДС, обеспечение простоты ее комбинационной схемы, борьбы с «гонками» в ее среде, осуществимо с использованием положений следующего алгоритма.

---

<sup>1</sup> Без учета переменных входа  $u_i$ ,  $i = \overline{1, r}$ .

*Алгоритм 3.1 (А3.1)*  
*заполнения кодового пространства ГДДС, конструируемых*  
*с использованием возможностей автоматных представлений*

1. Выполнить п.п.1, 2 алгоритма **2.1** и получить описание функционирования ДДС в форме абстрактного автомата (2.1).
2. Выполнить первый этап перехода от абстрактного автомата к конечному автомату путем кодирования алфавитов высокого уровня  $Z$  входа и  $W$  выхода АА, полученного в п.1 алгоритма, элементами простого поля Галуа  $GF(2)$  так, чтобы размерности кодов конечного автомата (2.5) и мощности алфавитов  $Z$  и  $W$  были связаны неравенствами (2.6).
3. Завершить переход от АА к КА, закодирав с учетом (3.3) элементы алфавита высокого уровня  $S$  состояния АА:
  - двоичными кодами Грея, если число  $n_s$  элементов алфавита состояний АА удовлетворяет равенству
$$n_s = 2^q, q \in I^+;$$
  - двоичными кодами Джонсона или соседними кодами с обеспечением минимальной избыточности кодовых реализаций элементов алфавита  $S$  АА.

4. Выполнить п.п.4–7 алгоритма **2.1**. ■

Заполнение КПР при движении по нему справа налево при решении задач наделения свойством помехозащищенности процедуры кодпреобразования в среде НДДС достижимо выполнением следующего алгоритма.

*Алгоритм 3.2 (А3.2)*  
*заполнения кодового пространства*  
*помехозащищенными гибридными ДДС*

1. Выполнить п.п.1, 2 алгоритма **2.1** и получить описание функционирования ДДС в форме АА (2.1).
2. Выполнить кодирование элементов алфавитов высокого уровня  $Z$  входа и  $W$  выхода АА, полученного в п.1 алгоритма, элементами простого поля Галуа  $GF(2)$  так, чтобы размерности кодов получаемого при этом конечного автомата (2.5) и мощности алфавитов  $Z$  и  $W$  были связаны неравенствами (2.6).
3. Выполнить в силу (3.4) кодирование элементов алфавита высокого уровня  $S$  состояния АА, для чего воспользоваться п.1 алгоритма **1.11** при выборе образующего многочлена  $g(x)$  помехо-

защищенного кода, и получить кодовые вектора  $\hat{x}_{ГДДС}$  состояния ГДДС.

4. Модифицировать правила  $\lambda$ ,  $\delta$  (2.7) – (2.9) с учетом (3.4) в форме

$$\hat{\lambda}: \hat{x}_{ГДДС}(k+1) = \hat{\lambda}[\hat{x}_{ГДДС}(k), u(k)] \quad (3.5)$$

и

$$\hat{\delta}: y(k) = \hat{\delta}[\hat{x}_{ГДДС}(k)] \quad (3.6)$$

при использовании автоматной логики Мура и

$$\hat{\delta}: y(k) = \hat{\delta}[\hat{x}_{ГДДС}(k), u(k)] \quad (3.7)$$

при использовании автоматной логики Мили.

5. Выбрать тип триггера, реализующий компоненты вектора  $\hat{x}_{ГДДС}$  состояния ГДДС, и сконструировать функции  $\hat{\mu}_i$ ,  $i = \overline{1, \dim \hat{x}_{ГДДС}}$  возбуждения информационного входа  $v_i$  триггеров в форме

$$v_i(k) = \hat{\mu}_i[\hat{x}_{ГДДС_i}(k), \hat{\lambda}[\hat{x}_{ГДДС_i}(k), u(k)]] = \tilde{\mu}_i[\hat{x}_{ГДДС_i}(k), u(k)] \quad (3.8)$$

6. Проверить правильность функционирования полученной ГДДС в соответствии с ее аналитическим описанием на множестве полной мощности ее кодовых переходов. ■

### Пример 3.1 (Пр3.1)

Рассматривается задача заполнения КПР конструированием гибридной версии устройства, функционирование которого описывается диаграммой рисунок 3.2 переходов и выхода. При этом требуется обеспечить выявление однократных сбоев в кодах вектора состояния ГДДС в форме их обнаружения.

Для решения поставленной задачи в силу **A3.2** осуществляем:

1. Кодирование в силу (3.4) элементов алфавита  $S$  состояния АА при образующем многочлене  $g(x) = x + 1$ , полученным в соответствии с п.1 алгоритма **1.11**, дает кодовые вектора  $\hat{x}_{ГДДС}$  состояния ГДДС – представленные в таблице 3.1.

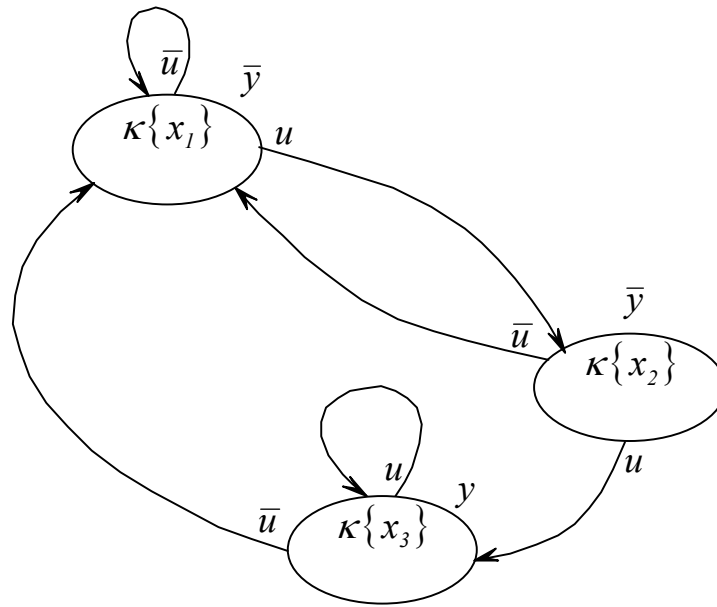


Рисунок 3.2. Диаграмма переходов и выхода исходного устройства

Таблица 3.1

$\{S\}$	$\{X\}$	$x_i, i = \overline{1, n}$	$\tilde{x}_{\text{НДДС}i}, i = \overline{1, n}$	$\hat{x}_{\text{ГДДС}} = [x_{\text{НДДС}} \mid \tilde{x}_{\text{НДДС}}]$
$s_1$	$x_1$	00	0	$[00 \mid 0]$
$s_2$	$x_2$	01	1	$[01 \mid 1]$
$s_3$	$x_3$	10	1	$[10 \mid 1]$

2. Осуществление модификации правил  $\lambda, \delta$  в форме (3.5) – (3.7), приводит к представлению правила  $\hat{\lambda}$  в форме таблица 3.2

Таблица 3.2

Вход $u$	Вектор $\hat{x}^T(k)$ состояния		
	000	011	101
0	000	000	000
1	011	101	101

$$\hat{x}^T(k+1) = \hat{\lambda}([\hat{x}(k), u(k)])^T$$

Таблица 3.3

Выход КА	Вход $u$	Вектор $\hat{x}^T(k)$ состояния		
		000	011	101
$y$	–	0	0	1

$$\hat{y}(k) = \hat{\delta}[\hat{x}(k), u(k)]$$

и правила  $\hat{\delta}$  – в форме таблица 3.3. Указанные действия приводят к графу рисунок 3.3 переходов и выхода ГДДС.

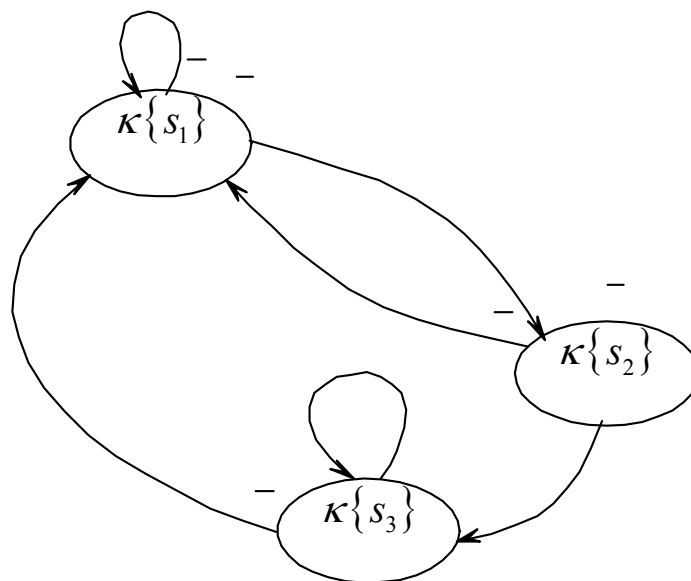


Рисунок 3.3. Диаграмма переходов и выхода ГДДС

3. Выбор типа триггера, приводящий к использованию **D-триггеров**, дает в силу таблиц 3.2, 3.3 булевы функции  $\hat{\mu}_i, i = 1, \dim \hat{x}_{ГДДС}$  возбуждения их информационного входа  $v_i$  вида

$$\hat{\mu}_1 = u(\bar{x}_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2) = u(x_1 \oplus x_2),$$

$$\hat{\mu}_2 = u \bar{x}_1 \bar{x}_2,$$

$$\hat{\mu}_3 = u(\bar{x}_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2) = u(x_1 \oplus x_2) = v_1.$$

5. Конструирование булевой функции формирования выхода ГДДС, которое дает аналитическое представление

$$y = \bar{x}_1 x_2.$$



Полученное булево описание ГДДС является аналитической базой для построения схемотехнической реализации устройства. ■

**Примечание 3.1 (ПМ3.1).** Следует заметить, что реализация корректирующей способности в рассмотренном примере 3.1 для случая использования автоматной Мили осуществляется посредством формирования синдрома  $E$  сбоя в кодах вектора состояния ГДДС с помощью БФ  $E = y \oplus x_1$ , в свою очередь для ГДДС, использующей автоматную логику Мура, синдром формируется в силу БФ  $E = x_3 \oplus x_2 \oplus x_1$ . □

**Примечание 3.2 (ПМ3.2).** С использованием аппарата селлерсовского дифференцирования нетрудно убедиться, что в рамках примера 3.1 при составлении соответствующих БФ возбуждения информационных входов  $D$ -триггеров  $\hat{\mu}_i$ ,  $i = 1, \dim \hat{x}_{\text{ГДДС}}$  как функций четырех аргументов  $\{u, x_1, x_2, x_3\}$  происходит их минимизация склеиванием термов по переменной  $x_3$ , что приводит БФ к функции трех аргументов  $\{u, x_1, x_2\}$ . □

В заключение рассмотрим ситуацию, когда кодовое пространство оказывается вырожденным, что имеет место в силу определения 3.4 при выполнении условия  $n_n = n_l$ . Охарактеризуем ситуацию следующими постулатами.

**Постулат 3.1 (ПС.3.1).** Задача кодопреобразования, решаемая средствами ЛДДС, векторно-матричное описание которой имеет  $(n \times n)$ -матрицу  $A$  состояния с характеристическим неприводимым полиномом  $D(\lambda) = \det(\lambda I + A)$ , принадлежащим показателю  $\mu = 2^n - 1$ , характеризуется минимальной размерностью вектора состояния на множестве линейных ДДС, формирующих на своем выходе периодическую последовательность периода  $T = \mu$ . □

**Постулат 3.2 (ПС.3.2).** Задача кодопреобразования, формализуемая на уровне абстрактного автомата в виде графа переходов, образующего замкнутый цикл с числом состояний  $n_s$ , равным  $2^n - 1$ , и решаемая средствами НДДС-КА, характеризуется размерностью  $n_2 = n_n = E\{\log_2 n_s\} = n$  вектора состояния этой ДДС.

Следует заметить, что ПС3.1 и ПС3.2 обнаруживают ситуацию, характеризующуюся вырождением кодового пространства. Этот факт делает справедливыми положения следующего утверждения.

**Утверждение 3.1 (У.3.1).** Для того чтобы сконструировать НДДС с минимальной размерностью  $n$  вектора состояния и сложностью КСХ, генерирующую произвольную кодовую последовательность максимального периода  $T = 2^n - 1$  достаточно на этапе перехода от формализованной в форме АА версии устройства к его версии в форме

КА осуществить кодирование алфавита состояния АА так, чтобы в качестве кодов были использованы коды, получаемые в силу соотношения (1.209) вида  $x(k+1) = A^q x(0)$ ,  $x(0) \neq \mathbf{0}$ ,  $q \in [1, 2^n - 1]$ , в котором матрица  $A$  имеет характеристический неприводимый полиномом  $D(\lambda) = \det(\lambda I + A)$ , принадлежащий показателю  $\mu = 2^n - 1$  так, что  $A^\mu = I$ , а также в качестве ячеек памяти НДДС были использованы  $D$ -триггеры, при этом степень  $q$  и номер кодируемого состояния АА должны быть согласованы. ■

Проиллюстрируем на примере положения утверждения 3.1.

*Пример 3.2 (Пр3.2)*

Требуется сконструировать автономную ( $u(k) \equiv 0$ ) НДДС при условии минимальной сложности ее технической реализации, которая генерирует скремблирующую [28, 33] периодическую последовательность с периодом  $T = 15$ , имеющую вид

$$y(k) = y(k+T) = 1000111101011000|1000K$$

В соответствии с утверждением 3.1 выбираем в качестве характеристического полинома  $D(\lambda) = \det(\lambda I + A)$  матрицы  $A$  неприводимый многочлен степени  $n = 4$   $D(\lambda) = \lambda^4 + \lambda^3 + 1$ , который принадлежит показателю  $\mu = 15$ .

Матрицу  $A$  зададим в сопровождающей выбранный характеристический полином форме:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Зададим матрицу выхода ЛДДС в форме  $C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ , матрицу входа  $B$  не задается так, как задача решается в классе автономных представлений.

Дальнейшее конструирование НДДС осуществим в три этапа. На первом этапе воспользуемся моделью  $x(k+1) = Ax(k); y(k) = Cx(k)$  и сформируем таблицу 3.4 переходов и выхода устройства.

Таблица 3.4

Вход $u$	Выход $y(k)$ устройства							
	0	0	0	0	0	0	0	0
	Вектор $x^T(k)$ состояния							
	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
0	0000	0011	0100	0111	1000	1011	1100	1111
$x^T(k+1) = (Ax(k))^T$								

Таблица 3.4 (продолжение)

Вход $u$	Выход $y(k)$ устройства							
	1	1	1	1	1	1	1	1
	Вектор $x^T(k)$ состояния							
	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
0	0001	0010	0101	0110	1001	1010	1101	1110
$x^T(k+1) = (Ax(k))^T$								

На втором этапе положим, что устройство запускается с исходным состоянием  $x(0) = [1000]^T$ .

На третьем этапе с использованием полученных результатов формируем таблицу 3.5 переходов и выхода НДДС для условия  $u(k) = 0$  и исходного состояния  $x(0) = [1000]^T$ , в которое НДДС можно перевести из нулевого начального состояния  $x(0) = [0000]^T$  с помощью сигнала начальной установки  $u = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$ , подаваемый на вход первого триггера.

Таблица 3.5

Вход $u$	Выход $y(k)$ устройства							
	1	0	0	0	1	1	1	1
	Вектор $x^T(k)$ состояния							
	1000	0001	0011	0111	1111	1110	1101	1010
0	0001	0011	0111	1111	1110	1101	1010	0101

$$x^T(k+1) = (\lambda[x(k), u(k)])^T$$

Таблица 3.5(продолжение)

Вход $u$	Выход $y(k)$ устройства							
	0	1	0	1	1	0	0	
	Вектор $x^T(k)$ состояния							
	0101	1011	0110	1100	1001	0010	0100	
–	1011	0110	1100	1001	0010	0100	1000	

$$x^T(k+1) = (\lambda[x(k), u(k)])^T$$

Восстанавливаем граф переходов и выхода НДДС, который с учетом таблицы 3.5 принимает вид рисунок 3.4. В силу **У3.1** для реализации ячеек памяти устройства будем использовать **D**-триггеры. Тогда булевы функции возбуждения информационных входов  $v_i$ ,  $i = \overline{1,4}$  этих триггеров и формирования выхода  $y$  устройства при движении по заданному в постановочной части примера циклу примут вид:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \\ &\quad \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 ; \\ \mu_2 &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \\ &\quad \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 ; \\ \mu_3 &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee \\ &\quad \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 ; \\ \mu_4 &= x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee \\ &\quad \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 ; \\ y &= x_1. \end{aligned}$$

С учетом сигнала  $u$  и начальной установки НДДС функция возбуждения первого триггера принимает вид

$$\tilde{\mu}_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee (\bar{x}_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4).$$

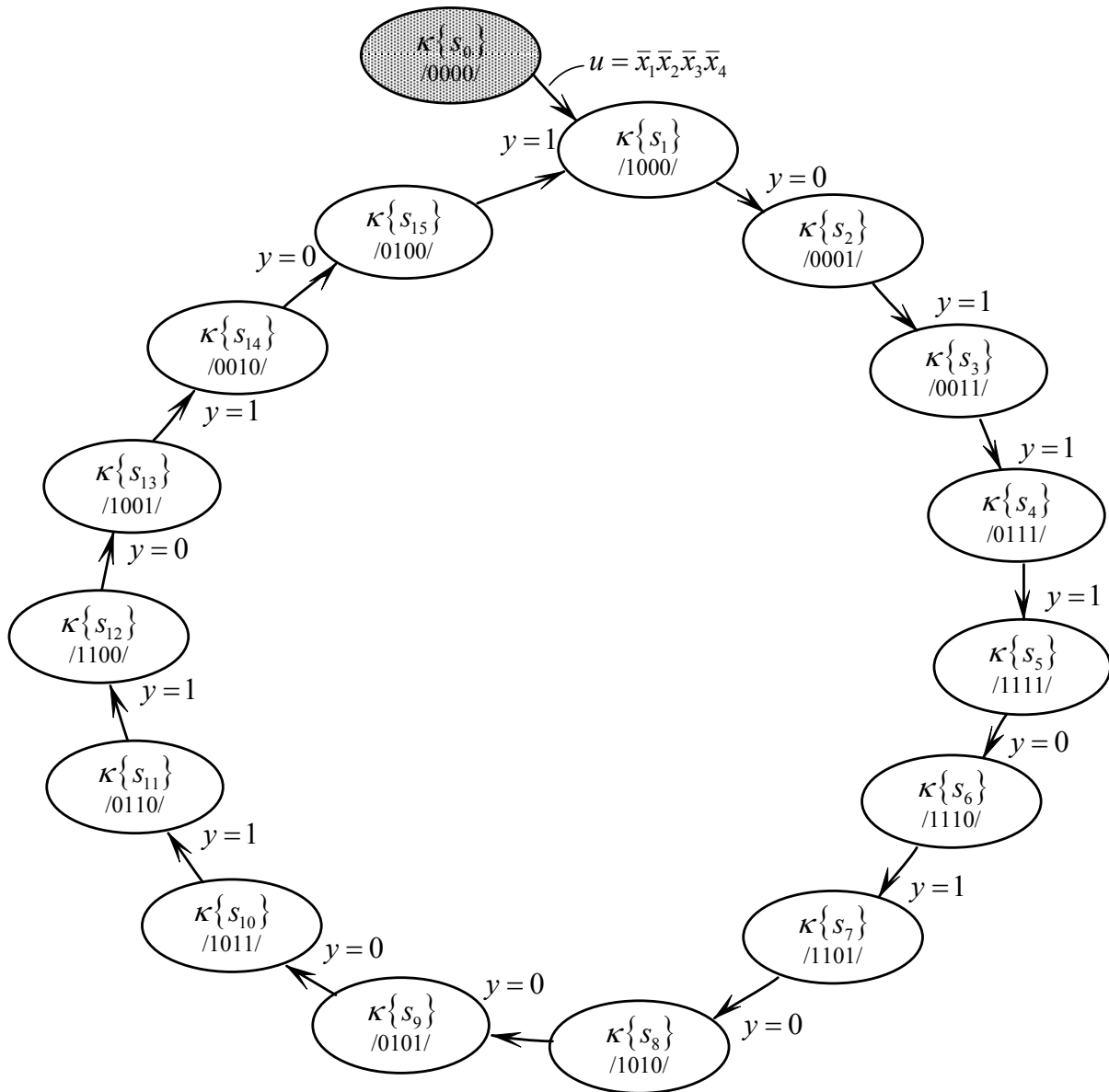


Рисунок 3.4. Диаграмма переходов и выхода ГДДС

Приведем теперь с использованием положений теоремы 2.1 представления полученных БФ аналитического описания НДДС к форме полиномов (2.94) Жегалкина, в результате чего получим:

$$\mu_1 \equiv \mu_1^* = x_2; \mu_2 \equiv \mu_2^* = x_3; \mu_3 \equiv \mu_3^* = x_4; \mu_4 \equiv \mu_4^* = x_1 + x_4; \\ y = x_1.$$

Если теперь составить БФ  $\mu'_i, i = \overline{1,4}$  возбуждения информационных входов  $v_i, i = \overline{1,4}$  **D**-триггеров для модели  $x(k+1) = Ax(k)$  с полученной матрицей **A** вида

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

то получим тождества

$\mu_1 \equiv \mu_1^* \equiv \mu'_1; \mu_2 \equiv \mu_2^* \equiv \mu'_2; \mu_3 \equiv \mu_3^* \equiv \mu'_3; \mu_4 \equiv \mu_4^* \equiv \mu'_4$ . Так как матрица выхода имеет вид  $C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ , то для БФ  $y^*$ , формирующей в силу матрицы **C** выход устройства, можно записать, что  $y \equiv y^* = x_1$ .

Построим теперь реализацию конструируемой ГДДС в структурной форме рисунок 3.5.

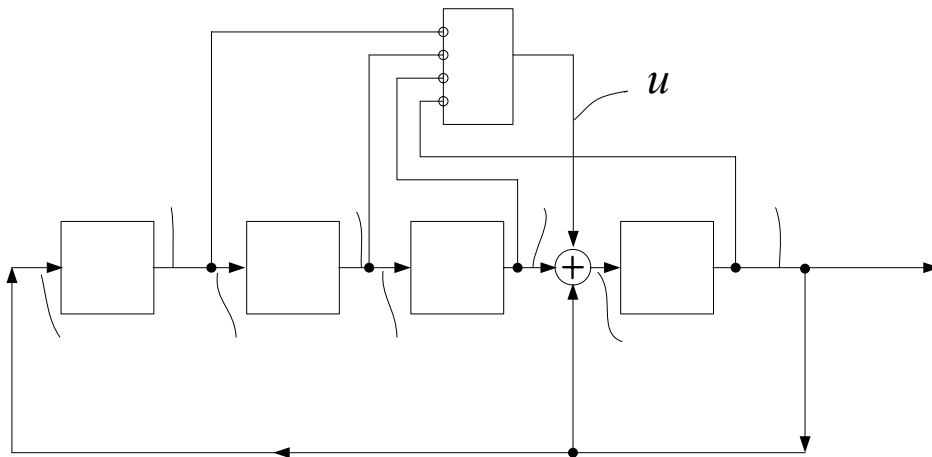


Рисунок 3.5. Структурное представление ГДДС

В силу вырожденности кодового пространства, а также однотипности выбранных элементов памяти в форме **D**-триггеров, с учетом использования правила кодирования состояний синтез ЛДДС и НДДС дал одно и то же решение в форме структурной схемы, приведенной на рисунке 3.5. ■

### 3.2. фактор востребованности переменных булевых описаний двоичных динамических систем

В разделе 2 показано, что аппарат селлерсовского дифференцирования булевых функций (СДБФ) является достаточно удачным инструментом для исследования булевого описания ДДС, позволяющим уже на стадии аналитического конструирования ДДС контролировать ее булево описание на предмет наличия в нем избыточных компонентов. Целью настоящего параграфа является распространение возможностей аппарата СДБФ на решение задачи оценки степени востребованности переменных булевых описаний комбинационной схемы ДДС.

Решение указанной задачи будем осуществлять памятуя о том, что среда ДДС состоит (см. §1.2) из двух компонентов: комбинационной схемы и блока памяти, каждый из которых характеризуется своей коммутационной способностью, что и обнаруживает аппарат СДБФ. Следует заметить, что реализация блока памяти ДДС предполагает использование того или иного типа триггера, правило  $\lambda$  перехода которых для выбранного типа является фиксированным и не зависит от задачи кодопреобразования, решаемой ДДС. В этой связи задача состоит в исследовании компонента ДДС – комбинационной схемы и формировании оценок ее коммутационной способности, понятие которой введем с помощью следующего определения.

**Определение 3.5 (ОЗ.5).** *Под коммутационной способностью комбинационной схемы ДДС будем понимать способность булевых функций  $\mu(x,u)$  вида (2.12) возбуждения информационных входов триггеров, составляющих блок памяти ДДС, изменять (коммутировать) свое значение на кодовых переходах. □*

С учетом введенного понятия решение поставленной задачи будем осуществлять в предположении справедливости следующей гипотезы.

**Гипотеза 3.1 (ГЗ.1).** *Коммутационная способность комбинационной схемы ДДС, представленной булевыми функциями  $\mu_i(x,u)$ ,  $i = \overline{1,n}$  возбуждения, количественно оценивается показателем*

$$m = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{2^n} \left[ \frac{\partial \mu_i}{\partial x_k} \right]_j \stackrel{(2.86)}{=} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n P \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \mu_i \right\}, \quad (3.9)$$

выраженным в числе кодовых переходов, на которых ДДС осуществляет требуемое кодопреобразование, где  $n$  – число переменных  $x_k$  со-

стояния  $x = \text{col}\{x_k, k = \overline{1,n}\}$  ДДС,  $\left[ \frac{\partial \mu_i}{\partial x_k} \right]_j$  – значение первой частной

селлерсовской производной БФ  $\mu_i(x,u)$ ,  $i = \overline{1,n}$  возбуждения информа-

ционного входа  $i$ -го триггера по переменной  $x_k$  на  $j$ -м кодовом наборе, составляющим алфавит состояния  $X$  представления НДДС в форме КА в виде кортежа (2.5).  $\square$

Величина (3.9), как нетрудно заметить, характеризует совокупную величину коммутационной способности КСХ произвольной ДДС. В силу **ОЗ.5** и положений **ГЗ.1** можно сказать, что коммутационная способность КСХ, представленной БФ  $\mu_i(x, u)$ ,  $i = \overline{1, n}$  возбуждения, обнаруживает, что аргументы указанных БФ оказываются «разновостребованными» на кодовых переходах, на которых эти БФ изменяют свое значение. В связи с тем, что БФ  $\mu_i(x, u)$ ,  $i = \overline{1, n}$  имеют своими аргументами переменные  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  состояния и переменные  $u_\lambda$ ,  $\lambda = \overline{1, r}$  входа, то решение задачи будем проводить в два этапа: при рассмотрении ДДС как автономной системы, в которой  $u_\lambda = 0$ ,  $\lambda = \overline{1, r}$ , и при рассмотрении общего случая, при котором  $u_\lambda \neq 0$ ,  $\lambda = \overline{1, r}$ .

Рассмотрим первый этап решения задачи (случай автономной ДДС, для которой  $u_j = 0$ ,  $j = \overline{1, r}$ ), для чего введем следующие понятия.

**Определение 3.6 (ОЗ.6).** Под абсолютной оценкой востребованности  $\Gamma$  булевой переменной  $x_i$  произвольной автономной ДДС, то есть такой ДДС, функционирование которой определяется только переменными  $x_k$ ,  $k = \overline{1, n}$  ее состояния, будем понимать величину

$$\Gamma = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{2^n} \left[ \frac{\partial \mu_i}{\partial x_k} \right]_j \stackrel{(2.86)}{=} \sum_{k=1}^n P \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \mu_i \right\} : n < \Gamma < n 2^n, \quad (3.10)$$

определяющую число кодовых переходов, на которых соответствующая частная производная  $\frac{\partial \mu_i}{\partial x_k}$  меняет свое значение.  $\square$

**Определение 3.7 (ОЗ.7).** Под относительной оценкой приведенной востребованности  $[\Gamma]$  (ОПВ) булевой переменной  $x_i$  произвольной автономной ДДС будем понимать величину

$$[\Gamma] = \frac{1}{n 2^n} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{2^n} \left[ \frac{\partial \mu_i}{\partial x_k} \right]_j \stackrel{(2.86)}{=} \frac{1}{n 2^n} \sum_{k=1}^n P \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \mu_i \right\} : 2^{-n} < \Gamma < 1. \quad \square \quad (3.11)$$

Рассмотрим теперь случай, когда функционирование ДДС определяется кроме переменных состояния  $x_k$ ,  $k = \overline{1, n}$  также и набором входных переменных  $u_\lambda$ ,  $\lambda = \overline{1, r}$ . В этом случае выражения (3.9) – (3.11) необходимо уточнить. С этой целью опираясь на **ОЗ.6**, **ОЗ.7** сформулируем понятие обобщенной относительной оценки приведенной востребованности некоторой выбранной булевой переменной произвольной ДДС.



**Определение 3.8 (ОЗ.8).** *Обобщенной относительной оценкой приведенной востребованности  $[\mathbf{n}]^*$  булевой переменной  $x_i$  произвольной ДДС будем называть величину, имеющую два эквивалентных представления:*

$$[\mathbf{n}]^* = \frac{1}{m 2^m} \left[ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{2^m} \left[ \frac{\partial \mu_i}{\partial x_k} \right]_j + \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^{2^m} \left[ \frac{\partial \mu_i}{\partial u_k} \right]_j \right], \quad m = n + r, \quad (3.12a)$$

$$[\mathbf{n}]^* = \frac{1}{m 2^m} \left[ \sum_{k=1}^n P \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \mu_i \right\} + \sum_{k=1}^r P \left\{ \frac{\partial}{\partial u_k} \mu_i \right\} \right], \quad m = n + r \quad (3.12б)$$

где  $u_k$ ,  $k = \overline{1, r}$  – булевы переменные входа ДДС.  $\square$

Нетрудно видеть, что введенные **ОЗ.7** и **ОЗ.8** дают количественную оценку востребованности соответствующих булевых переменных в процедуру динамического кодопреобразования, при этом оценка вычисляется с приведением ее к мощности полного множества кодовых переходов ДДС так, что для выражения (3.10) она определяется нормирующим коэффициентом

$$\hat{K}_{aem} = \frac{1}{n 2^n}, \quad (3.13)$$

а для выражений (3.12a), (3.12б) – нормирующим коэффициентом

$$\hat{K}_{np} = \frac{1}{m 2^m}. \quad (3.14)$$

Разница в коэффициентах обуславливается тем, что значения переменных  $u_k$ ,  $k = \overline{1, r}$  входа ДДС на кодовых переходах не формируются непосредственно средой ДДС так, как формируются значения переменных состояния посредством БФ  $\mu_i(x, u)$ ,  $i = \overline{1, n}$  возбуждения (2.12), а лишь принимают участие в процедуре кодопреобразования.

Приведенные соображения уже являются достаточными для решения поставленной задачи, однако процедура решения становится много удобнее, если воспользоваться следующими понятиями.

**Определение 3.9 (ОЗ.9).** *Матрицей  $S_f$  чувствительности Селлера векторной булевой функции  $f(x_i, i = \overline{1, n}) = \text{col}\{f_j(x_i), j = \overline{1, m}\}$  к вариациям булевых переменных  $x_i$  называется такая матрица  $S_f$ , строки  $s_f^j$  которой образованы частными производными  $s(f_{ji}) = \frac{\partial f_j}{\partial x_i}$*



зывается весьма эффективным при выборе рационального ресурса помехозащиты процесса динамического кодопреобразования в среде ДДС.

**Определение 3.12 (О3.12).** Степенью  $R_{xi}$  востребованности некоторой булевой переменной  $x_i$  кода состояния ДДС будем называть величину

$$R_{xi} = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{2^m} [s_{ij}]_k = \sum_{j=1}^m p_{S_{ji}}, \quad s_{ij} \in S_{\text{ДДС}}; p_{S_{ji}} \in P_S. \quad \square \quad (3.19)$$

**Определение 3.13 (О3.13).** Обобщенной (совокупной) степенью  $R_{\Sigma}$  востребованности переменных  $x_i, i = \overline{1, n}$  булевого описания ДДС будем называть норму вектор-столбца

$$R_{\Sigma} = \text{col} \left\{ \left( \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{2^m} [s_{ij}]_k \right)_i; i = \overline{1, n} \right\} = \text{col} \left\{ \left( \sum_{j=1}^m p_{S_{ji}} \right)_i; i = \overline{1, n} \right\}, \quad (3.20)$$

вычисляемую на множестве полной мощности кодовых переходов ДДС, имеющую вид

$$\|R_{\Sigma}\| = n^{-1} \hat{\kappa}^* \sum_{i=1}^n r_i; \quad r_i \in R_{\Sigma}. \quad \square \quad (3.21)$$

Смысл величины степени востребованности, вычисляемой в силу (3.21), состоит в том, что эта величина уточняет величину обобщенной ОПВ для каждой переменной в силу специфики конкретной структуры ДДС, выраженной числом ее переменных состояния  $x_i, i = \overline{1, n}$ , а также числом экзогенных переменных  $u_k, k = \overline{1, r}$ . Процедура вычисления степени востребованности переменных булевого описания ДДС может быть осуществлена выполнением следующего алгоритма.

### Алгоритм 3.3 (А.3.3)

вычисления обобщенной степени востребованности переменных булевого описания ДДС (ГДДС)

1. В силу (3.16) и положений определения **3.10** сконструировать матрицу  $S_{\text{ДДС}}$  чувствительности Селлера булевого описания произвольной ДДС ее переменных  $x_i, i = \overline{1, n}$  состояния и переменных  $u_k, k = \overline{1, r}$  входа к их вариациям на кодовых переходах.
2. Вычислить в силу (3.20) и положений определения **3.11** матрицу весов  $P_S$  матрицы чувствительности  $S_{\text{ДДС}}$ , сконструированную выполнением п.1 алгоритма.

3. Вычислить с использованием (3.21) величину обобщенной степени востребованности переменных  $x_i, i = \overline{1, n}$  булевого описания ДДС в форме нормы  $\|R_z\|$ . ■

*Пример 3.3 (Пр.3.3)*

Требуется оценить степень востребованности в процессе функционирования ДДС булевых переменных ее описания, полученного при конструировании устройства, формирующего из унитарной экзогенной последовательности  $u(k) = I(k)$  выходную периодическую последовательность  $y(k) = y(k + 12) = 101001011100 \dots$  при обеспечении простоты ее технической реализации.

Конструирование устройства в силу положений алгоритма 2.1 с учетом требования минимальной сложности его технической реализации приводит к выбору соседних кодов для осуществления кодирования в форме  $X = \kappa\{S\}$  алфавита  $S$  состояния ДДС и дает граф переходов (рисунок 3.6). При этом совмещенное представление правил перехода и выхода принимает вид таблицы 3.6, в соответствии с которой и назначением  $D$ -триггеров для технической реализации ячеек памяти конструируются булевы функции, аналитически реализующие правило перехода  $\lambda(x, u)$  и выхода  $\delta(x)$  устройства.

Таблица 3.6

Вход $u$	Выход $y(k)$ выхода устройства					
	1	0	1	0	0	1
	Вектор $x^T(k)$ состояния устройства					
	1111	1101	0101	0111	0110	0100
0	1111	1101	0101	0111	0110	0100
1	1101	0101	0111	0110	0100	1100

$$\underline{x^T(k+1) = (\lambda[x(k), u(k)])^T}$$

Таблица 3.6 (продолжение)

Вход $u$	Выход $y(k)$ выхода устройства					
	0	1	1	1	0	0
	Вектор $x^T(k)$ состояния устройства					
	1100	1000	1001	1011	1010	1110
0	1100	1000	1001	1011	1010	1110
1	1000	1001	1011	1010	1110	1111

$x^T(k+1) = (\lambda[x(k), u(k)])^T$

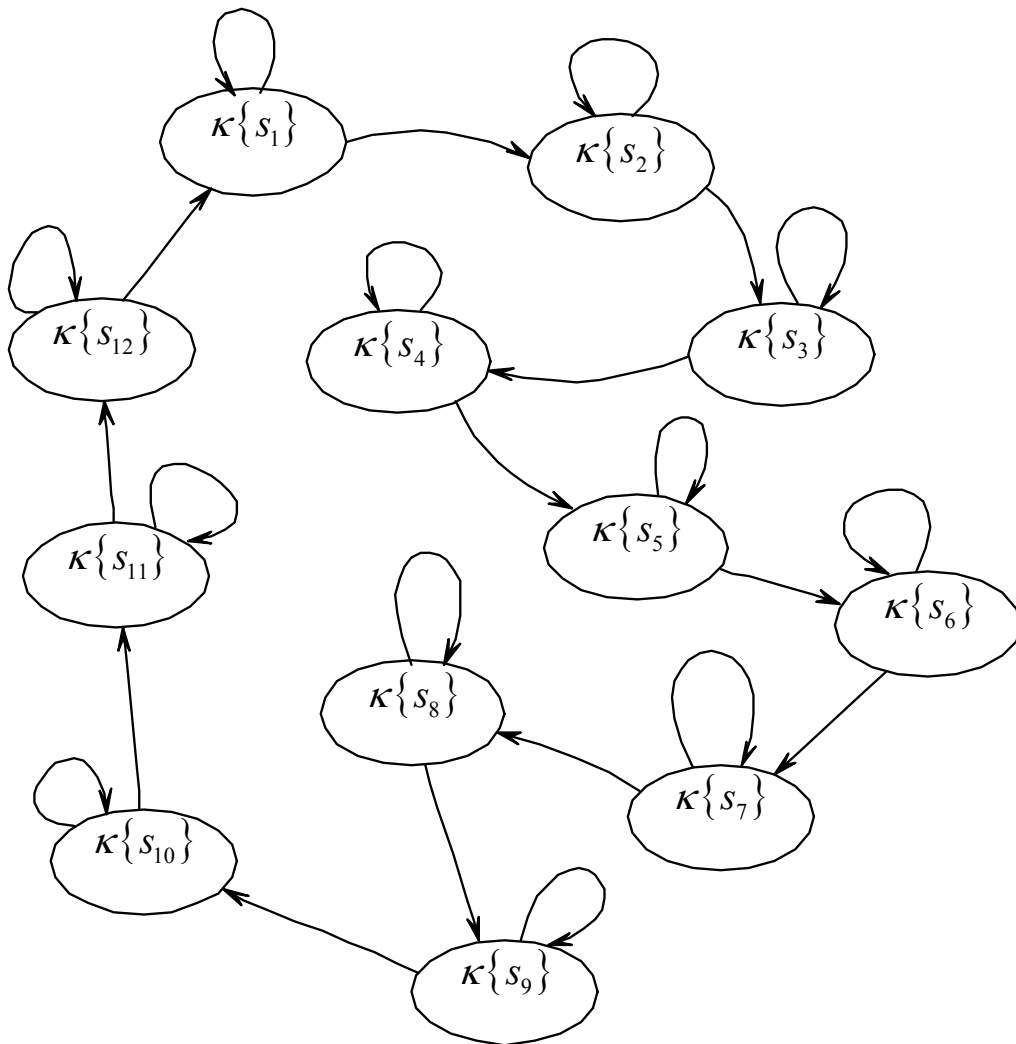


Рисунок 3.6. Граф переходов ДДС

Таким образом, получим булево описание ДДС:

$$\mu_1 = u \left( x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \right) \vee \\ \vee \bar{u} \left( \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \right);$$

$$\mu_2 = u \left( \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \right) \vee \\ \vee \bar{u} \left( \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \right);$$

$$\mu_3 = u \left( \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \right) \vee \\ \vee \bar{u} \left( \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \right);$$

$$\mu_4 = u \left( \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \right) \vee \\ \vee \bar{u} \left( x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \right);$$

$$y = x_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4.$$

Вычислим далее с использованием алгоритма **3.3** оценку степени востребованности булевых переменных полученного аналитического описания ДДС, в соответствии с которым:

1. конструирование матрицы  $S$  (3.16) чувствительности булевого описания ДДС к вариациям переменных  $x_i$ ,  $i = \overline{1,4}$  ее состояния и ее экзогенной булевой переменной  $u$  дает матрицу  $S$  в форме (поэлементно):

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mu_1}{\partial u} & \frac{\partial \mu_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \mu_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \mu_1}{\partial x_3} & \frac{\partial \mu_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \mu_2}{\partial u} & \frac{\partial \mu_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \mu_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \mu_2}{\partial x_3} & \frac{\partial \mu_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \mu_3}{\partial u} & \frac{\partial \mu_3}{\partial x_1} & \frac{\partial \mu_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \mu_3}{\partial x_3} & \frac{\partial \mu_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \mu_4}{\partial u} & \frac{\partial \mu_4}{\partial x_1} & \frac{\partial \mu_4}{\partial x_2} & \frac{\partial \mu_4}{\partial x_3} & \frac{\partial \mu_4}{\partial x_4} \end{bmatrix},$$

где  $s_{ji}$ ,  $j = \overline{1,4}$ ,  $i = \overline{1,5}$ :







$$s_{42} = \left( u(\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4) \vee \right. \\ \left. \vee \bar{u}(x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) \right) \oplus \\ \oplus \left( u(x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4) \vee \right. \\ \left. \vee \bar{u}(\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) \right),$$

$$s_{43} = \left( u(\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4) \vee \right. \\ \left. \vee \bar{u}(x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) \right) \oplus \\ \oplus \left( u(\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4) \vee \right. \\ \left. \vee \bar{u}(x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4) \right),$$

$$s_{44} = \left( u(\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4) \vee \right. \\ \left. \vee \bar{u}(x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) \right) \oplus \\ \oplus \left( \bar{u}(\bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) \vee \right. \\ \left. \vee u(x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4) \right),$$

$$s_{45} = \left( u(\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4) \vee \right. \\ \left. \vee \bar{u}(x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4) \right) \oplus \\ \oplus \left( u(\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4) \vee \right. \\ \left. \vee \bar{u}(x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4) \right).$$

2. выполнение п.2 алгоритма с использованием вычислительных средств дает матрицу весов  $\mathbf{P}_S$  матрицы  $\mathbf{S}$  (3.16) чувствительности Селлера

$$\mathbf{P}_S = \begin{bmatrix} 8 & 12 & 12 & 8 & 16 \\ 8 & 16 & 12 & 16 & 8 \\ 8 & 8 & 24 & 8 & 8 \\ 8 & 24 & 8 & 8 & 8 \end{bmatrix}.$$

3. вычисление в силу (3.21) величины обобщенной степени востребованности переменных  $x_i$ ,  $i = \overline{1,4}$  булевого описания ДДС в виде нормы  $\|\mathbf{R}_\Sigma\|$  вектор-столбца (3.21)

$$\mathbf{R}_\Sigma = col \left\{ \left( \sum_{j=1}^m \{ p_{Sji}; p_{Sji} \in \mathbf{P}_S \} \right); i = \overline{1, n} \right\} = [56 \mid 60 \mid 56 \mid 56]^T;$$

при выборе нормирующего коэффициента  $\hat{\kappa}^* = (m 2^m)^{-1}$  дает

$$\|\mathbf{R}_\Sigma\| = \hat{\kappa}^* \sum_{i=1}^n r_i = (n m 2^m)^{-1} \sum_{i=1}^n r_i \cong 0,0016 \cdot (56 + 60 + 56 + 56) \cong 0,36. \blacksquare$$

### 3.3. Использование фактора востребованности булевых переменных кодов состояний НДСС для рационального использования ресурса помехозащиты

Ставится и решается задача обеспечения гарантированной информационной надежности [11] функционирования УДА, порождаемая общей проблемой [56, 57] обеспечения надежности функционирования УДА, средствами использования при кодировании состояний их автоматного представления помехозащищенных кодов. Концептуальной особенностью параграфа является его направленность на рациональное использование ресурса помехозащиты, выражающейся в использовании фактора востребованности булевых переменных кодов состояния НДСС УДА в соответствии с правилом: *более востребованной булевой переменной  $x_p$  состояния НДСС УДА – больший ресурс  $\lambda$  помехозащиты.*

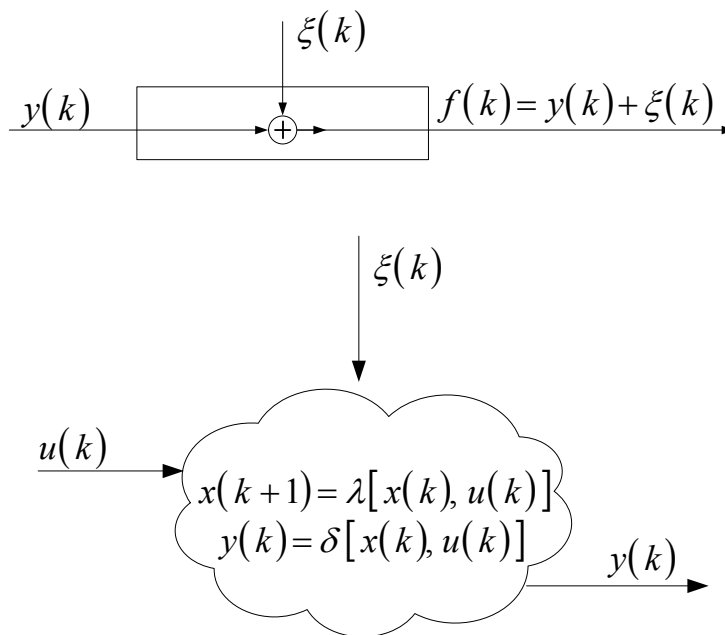


Рисунок 3.7. Структурное представление среды КС и НДСС

Решение поставленной задачи предварим тем, что отметим основную ее особенность, состоящую в том, что среда НДСС представляет собой динамический канал передачи и хранения информации, в котором формирование сигналов переменных состояния  $x(k)$  и  $x(k+1)$ , участвующих в процессе кодопреобразования, также подвержены искажению, как и в двоичных каналах связи кодовая последовательность  $y(k)$

при ее передаче или хранении. На рисунке 3.7 структурно показана среда двоичного канала КС передачи информации, и среда ДДС, имеющая описание в форме (1.21), (1.22), из которого становится очевидным, что решение задачи обеспечения информационной надежности ДДС должно учитывать особенности ее среды кодопреобразования. Кроме этого при использовании методов помехоустойчивого кодирования для формирования ресурса помехозащиты УДА следует выделить следующую их специфику. Она состоит в том, что помехоустойчивое кодирование производится не в фазе эксплуатации УДА, а камерально в фазе его разработки, в то время как процесс декодирования с целью формирования синдрома сбоя в функционировании УДА происходит как во времени, так и в пространстве, что должно быть соответствующим образом технически реализовано в аппаратурной среде устройства.

Рассмотрим далее процедуру построения ДДС гарантированной информационной надежности с использованием процедуры помехоустойчивого кодирования, применяемой для обеспечения помехозащищенности кодовых посылок, передаваемых по двоичным КС. Эта процедура опирается на гипотезу равноостребованности булевых переменных кодов состояния устройств в процессе их функционирования, а также на информацию о значении вероятности  $p$  элементарного сбоя в функционировании ДДС, представляющего собой искажение произвольного двоичного элемента кода вектора  $x$  ее состояния, определяемой путем симметрирования с помощью выражения

$$p = \max(p_{01}, p_{10}), \quad (3.22)$$

где  $p_{01}, p_{10}$  – соответственно вероятность трансформации (искажения) значения произвольного элемента кода вектора  $x$  ее состояния из нуля в единицу и наоборот. Задача обеспечения информационной надежности при этом состоит в обеспечении в среде ДДС выполнения неравенства

$$P_{сб} \leq P_{доп}, \quad (3.23)$$

где  $P_{сб}$  – вероятность сбоя в формировании кода вектора состояния ДДС на кодовых переходах, которая не должна превосходить заданной допустимой [22 – 24] вероятности  $P_{доп}$  сбоя, средствами сформированного ресурса помехозащиты. Концептуально ресурс помехозащиты в среде ДДС зададим в следующей форме.

**Концепция 3.1 (К3.1).** Ресурс  $\lambda$  помехозащиты ДДС выражается числом вводимых в ее среду – в вектор ее состояния, избыточных разрядов (переменных), что наделяет его коды корректирующей способностью. □

Выбор  $\lambda$  ресурса помехозащиты и соответствующего ему  $(\tilde{n}, n)$  помехозащищенного кода осуществляется выбором избыточности  $\lambda_{изб} = \tilde{n} - n$  помехонезащищенных кодов в силу соотношения

$$\lambda \equiv \lambda_{изб} = \arg \left\{ P_{сб} = \sum_{i=s+1}^{n+\lambda_{изб}} C_{n+\lambda_{изб}}^i p^i (1-p)^{n+\lambda_{изб}-i} \leq P_{дон} \right\} \quad (3.24)$$

при реализации корректирующей способности в форме исправления сбоев кратности  $s$ , и решением

$$\lambda \equiv \lambda_{изб} = \arg \left\{ P_{сб} = \sum_{i=r+1}^{n+\lambda_{изб}} C_{n+\lambda_{изб}}^i p^i (1-p)^{n+\lambda_{изб}-i} \leq P_{дон} \right\} \quad (3.25)$$

при реализации корректирующей способности в форме обнаружения сбоев кратности  $r$ . С учетом того, что процесс декодирования помехозащищенных кодов состояния ДДС обладает минимальной аппаратурной сложностью, когда коды помехозащищенного УДА обладают полной блоковой систематикой [11], то образующую матрицу  $\mathbf{G}$  помехозащищенного кода выберем [42, 51] в форме

$$\mathbf{G} = [\mathbf{I} \mid \tilde{\mathbf{G}}], \quad (3.26)$$

где  $\mathbf{I}$  –  $n \times n$ -единичная матрица,  $\tilde{\mathbf{G}}$  –  $n \times (\tilde{n} - n)$ -матрица проверочных частей кодов, с учетом чего вектор  $\hat{x}$  состояния ДДС будет иметь вид

$$\hat{x} = [x \mid x\tilde{\mathbf{G}}]. \quad (3.27)$$

Таким образом, в форме выполнения условия (3.23) помехозащищенную ДДС на этапе своего конструирования будем называть помехозащищенным КА (ПЗКА), задаваемым в силу автоматного представления (2.7)–(2.12), а также представлений (3.26), (3.27) в форме макро-вектора

$$ПЗКА: \{U, \hat{X}, Y, \hat{\lambda}, \hat{\delta}, \mathbf{G}\} \quad (3.28)$$

с элементами

$$\mathbf{G}: \hat{x}(k) = [x(k) \mid x(k)\tilde{\mathbf{G}}], \quad (3.29)$$

$$\hat{\lambda}: \hat{x}(k+1) = \hat{\lambda}[\hat{x}(k), u(k)], \quad (3.30)$$

$$\hat{\delta}: y(k) = \hat{\delta}[x(k), u(k)], \quad (3.31)$$

$$\hat{\mu}: v(k) = \hat{\mu}[\hat{x}(k), \hat{\lambda}[\hat{x}(k), u(k)]] = \tilde{\mu}[\hat{x}(k), u(k)], \quad (3.32)$$

при этом с учетом представлений (3.24), (3.25), используемых для выбора ресурса помехозащиты, саму помехозащищенную ДДС будем называть *двоичной динамической системой гарантированной информационной надежности с номинальным ресурсом помехозащиты*.

Для рационального использования ресурса помехозащиты, что проявляется в минимальной избыточности кодовых реализаций вектора состояния ДДС, введем определение, опирающееся на **О3.12** степени  $\mathbf{R}_{x_i}$  востребованности булевой переменной  $x_i$  кода состояния ДДС, вычисляемой в силу (3.19).

**Определение 3.14 (О3.14).** *Оценкой степени востребованности (ОСВ) булевой переменной  $x_i$  ДДС в силу (3.24) будем называть величину*

$$p_{rqi} = \hat{k}^* \sum_{j=1}^m p_{Sji} = \hat{k}^* \mathbf{R}_{x_i} \stackrel{(3.22)}{=} \hat{k}^* r_i; \quad p_{Sji} \in \mathbf{P}_S, \quad r_i \in \mathbf{R}_\Sigma, \quad (3.33)$$

где  $\hat{k}^*$  – нормирующий коэффициент, определяемый спецификой решаемой задачи конструирования ДДС.  $\square$

Вычисленную с помощью (3.33) величину ОСВ для булевых переменных  $x_i, i = \overline{1, n}$ , образующих вектор состояния ДДС, необходимо учесть в (3.22) при выборе ресурса помехозащиты с использованием (3.24), (3.25). Из выражения (3.33), нетрудно видеть, что значение оценки  $p_{rqi}$  удовлетворяет неравенству

$$0 < p_{rqi} < 1, \quad (3.34)$$

в силу чего эта оценка справедливо может быть использована для уточнения величины (3.22) вероятности  $p$  элементарного сбоя в форме

$$\tilde{p}_i = p p_{rqi}. \quad (3.35)$$

Введем в рассмотрение следующие определения.

**Определение 3.15 (О3.15).** *Под глобально-мажорантным ресурсом помехозащиты  $\lambda_{z1 \max}$  будем понимать число  $\lambda_{изб} = \tilde{n} - n$  избыточных разрядов кода  $(\tilde{n}, n)$ , параметры  $\tilde{n}, n$  которого связаны соотношением (3.24) или (3.25) так, что  $\lambda_{z1 \max} = \lambda_{изб}$ .  $\square$*

**Определение 3.16 (О3.16).** *Под локально-мажорантным ресурсом помехозащиты  $\lambda_{L \max}$  будем понимать число  $\lambda_{изб} = \tilde{n}_L - n$  избыточных разрядов кода  $(\tilde{n}_L, n)$ , параметры  $\tilde{n}_L, n$  которого связаны соотношением (3.24) или (3.25), где вероятность  $p$  является решением уравнения*

$$p = \arg \left\{ \max_i p_{rqi}, \quad i = \overline{1, n} \right\}. \quad \square$$

Понятие минорантного ресурса помехозащиты введем с помощью следующего определения.

**Определение 3.17 (О3.17).** *Пусть  $p_{\epsilon \min} = \arg \left\{ \min_i p_{rqi}, \quad i = \overline{1, n} \right\}$  представляет собой минимальное значение оценки востребованности булевых переменных кода состояния, тогда  $\lambda_{\min} = \lambda_{\min}(\tilde{n}, n)$ , где  $\tilde{n}, n$*

удовлетворяют неравенствам (3.24) или (3.25), при подстановке в них вместо  $p$  вероятности  $\tilde{p}_{min} = p p_{e min}$  будем называть минорантным ресурсом помехозащиты.  $\square$

**Определение 3.18 (ОЗ.18).** Под двоичной динамической системой гарантированной информационной надежности с эффективным использованием ресурса помехозащиты понимается такая ДДС, булевы переменные  $x_i$  которой разбиты на подмножества  $G_k$ ,  $k = \overline{1, \nu}$  такие, что их мощности удовлетворяют условию

$$\sum_{k=1}^{\nu} [G_k] = n, \quad (3.36)$$

при этом локальные ресурсы помехозащиты  $\lambda_k$ , выделенные каждому из подмножеств  $G_k$ , удовлетворяют оценочным неравенствам

$$\lambda_{min} \leq \lambda_k \leq \lambda_{zлmax}. \quad \square \quad (3.37)$$

**Определение 3.19 (ОЗ.19).** Помехозащищенную ДДС, в которой  $\lambda$  положено равным  $\lambda_{zлmax}$  для всех  $k = \overline{1, \nu}$ , будем называть двоичной динамической системой гарантированной информационной надежности с рациональным использованием ресурса помехозащиты.  $\square$

**Примечание 3.3 (ПМЗ.3).** Заметим, что в случае если ОСВ  $p_{rqi} = 1, i = \overline{1, n}$ , то выражения (3.22), (3.24) и (3.25) для выбора ресурса помехозащиты ДДС имеют тот же смысл и вид, что и для обеспечения помехозащищенности кодовых комбинаций, передаваемых по КС. Различная востребованность переменных булевого описания ДДС приводит к тому, что ресурс помехозащиты, требуемый для обеспечения выполнения неравенства (3.23) для ДДС, оказывается меньшим, чем для обеспечения той же помехозащищенности кодовых комбинаций, передаваемых по КС.  $\square$

Вышеизложенные положения позволяют сформировать алгоритм, которому присвоим номер 3.3.

*Алгоритм 3.4 (АЗ.4)  
конструирования ГДДС  
гарантированной информационной надежности  
с рациональным использованием ресурса помехозащиты*

4. Выполнить алгоритм 3.3.
5. В силу положений определения 3.16, заданной в виде (3.22) вероятности  $p$  элементарного сбоя в функционировании ДДС, допустимой вероятности  $P_{дон}$  сбоя в функционировании ДДС и в зависимости от требуемого способа реализации корректирующей способности помехозащищенного кода, вычислить в силу

соотношений (3.24) (3.25) величину локально-мажорантного ресурса помехозащиты  $\lambda_{Lmax}$  и образующую матрицу (3.26) помехозащищенного кода.

6. Построить формализованное описание конструируемой ГДДС в форме (3.28) – (3.31).
7. Получить с использованием полученного в результате выполнения п.3 алгоритма правила  $\hat{\lambda}(\hat{x}, u)$  перехода и правила  $\hat{\delta}(\hat{x}, u)$  выхода ГДДС аналитическое представление булевых функций, описывающих выход ГДДС в форме  $y = \hat{\delta}(\hat{x}, u)$  и правило (3.32) возбуждения информационных входов триггеров в векторной форме  $v = \hat{\mu}(\hat{x}, u)$ ,  $i = \overline{1, n}$ .
8. Построить с использованием полученных в результате выполнения п.4 алгоритма схемотехническую реализацию ГДДС. ■

#### Пример 3.4 (Пр3.4)

Требуется на базе ДДС, сконструированной в примере 3.3, построить ГДДС гарантированной информационной надежности при рациональном использовании ресурса помехозащиты при вероятности  $P_{сб} < 1 \times 10^{-7}$  и вероятности элементарных сбоев  $p = 1 \times 10^{-4}$ , а также при реализации корректирующей способности в форме исправления сбоев.

В соответствии с постановкой задачи конструирования ГДДС:

1. выполнение алгоритма 3.3 дает

$$1.1 \mathbf{R}_{\Sigma} = col \left\{ \left( \sum_{j=1}^m \{ p_{Sji} ; p_{Sji} \in \mathbf{P}_S \} \right)_i ; i = \overline{1, n} \right\} = [56 \mid 60 \mid 56 \mid 56]^T ;$$

- 1.2 оценки степени востребованности для переменных  $x_i$ ,  $i = \overline{1, 4}$ , вычисленные в силу (3.33)

$$p_{rqi} = \hat{\kappa}^* \left( \sum_{j=1}^m \{ p_{Sji} ; p_{Sji} \in \mathbf{P}_S \} \right)_i = \hat{\kappa}^* r_i, \quad r_i \in \mathbf{R}_{\Sigma}, \text{ где}$$

$$\hat{\kappa}^* = (m 2^m)^{-1} = ((dim\{X\} + dim\{U\}) 2^{(dim\{X\} + dim\{U\})})^{-1} =$$

$$= ((4 + 1) 2^{(4+1)})^{-1} = \frac{1}{160};$$

в форме вектор-столбца  $[p_{rqi}]_{i=\overline{1, n}}^T$ :

$$\begin{aligned} [p_{rqi}]_{i=\overline{1,n}}^T &= \hat{\kappa}^* \left[ \sum_{j=1}^m \{ p_{Sji}; p_{Sji} \in \mathbf{P}_S \} \right]_{i=\overline{1,n}}^T = \hat{\kappa}^* [r_i]_{i=\overline{1,n}}^T = \\ &= \frac{1}{160} [56 \mid 60 \mid 56 \mid 56]^T = [0,35 \mid 0,38 \mid 0,35 \mid 0,35]^T \approx \\ &\approx [0,4 \mid 0,4 \mid 0,4 \mid 0,4]^T. \end{aligned}$$

2. Вычисление в силу (3.24) оценки локально-мажорантного ресурса помехозащиты  $\lambda_{Lmax}$  для исправления сбоев первой кратности дает

$$\tilde{p} = p \arg \left\{ \max_i p_{rqi}, i = \overline{1,4} \right\} = 0,4 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 0,4 \cdot 10^{-4}.$$

$$\lambda_{Lmax} = \arg \left\{ \begin{array}{l} N_{\text{синдромов}} \geq N_{\text{сбоев}} : 2^{\tilde{n}-n} - 1 \geq C_{n+\lambda_{\text{узб}}}^l \\ \lambda \equiv \lambda_{\text{узб}} = \arg \left\{ P_{\text{сб}} = \sum_{i=s+1}^{n+\lambda_{\text{узб}}} C_{n+\lambda_{\text{узб}}}^i p^i (1-p)^{n+\lambda_{\text{узб}}-i} \leq P_{\text{дон}} \right\} \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda_{Lmax} = 3$$

что приводит к выбору образующей матрицы

$$\mathbf{G}_{7,4} = \left[ \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & \end{array} \right]$$

помехозащищенного (7,4) кода.

3. Построение формализованного описания конструируемой ГДДС в форме (3.28) – (3.31) приводит с учетом проверочных частей кодов состояния ГДДС и представления для соответствующих разрядов помехозащищенного кода вида

$$\kappa\{\hat{x}\} = \{x_4 \mid x_3 \mid x_2 \mid x_1 \mid m_3 \mid m_2 \mid m_1\};$$

$$\begin{array}{l} x_1 \mid 111 \quad x_2 \mid 001 \quad x_3 \mid 100 \quad x_4 \mid 010 \quad x_5 \mid 001 \quad x_6 \mid 111 \\ x_7 \mid 010 \quad x_8 \mid 101 \quad x_9 \mid 110 \quad x_{10} \mid 000 \quad x_{11} \mid 011 \quad x_{12} \mid 100 \end{array}$$

для сепаратной информационной части  $x$  вектора состояния  $\hat{x}$  ГДДС агрегированное табличное (таблица 3.7) представление правила  $\hat{\lambda}[\hat{x}(k), u(k)]$  и правила  $\hat{\delta}[x(k), u(k)]$ . Справедливость таких действий основывается на том, что сепаратная проверочная часть  $x\tilde{\mathbf{G}}$  вектора  $\hat{x}$  состояния ГДДС образуется в силу проверочных равенств, аргументы которых представляют собой исключительно компоненты сепаратной информационной части  $x$  вектора  $\hat{x}$  состояния ГДДС.



Таблица 3.7

Вход $u$	Выход $y(k)$ выхода устройства					
	1	0	1	0	0	1
	Вектор $x^T(k)$ состояния устройства					
	1111	1101	0101	0111	0110	0100
0	1111	1101	0101	0111	0110	0100
1	1101	0101	0111	0110	0100	1100

$$\underline{x^T(k+1) = (\lambda[x(k), u(k)])^T}$$

Таблица 3.7 (продолжение)

Вход $u$	Выход $y(k)$ выхода устройства					
	0	1	1	1	0	0
	Вектор $x^T(k)$ состояния устройства					
	1100	1000	1001	1011	1010	1110
0	1100	1000	1001	1011	1010	1110
1	1000	1001	1011	1010	1110	1111

$$\underline{x^T(k+1) = (\lambda[x(k), u(k)])^T}$$

4. Формирование булевых функций возбуждения информационных входов триггеров, реализующих сепаратную информационную часть  $x$  вектора  $\hat{x}$  состояния ГДДС, дает

$$\hat{\mu}_1 = u(x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4) \vee \bar{u}(\bar{x}_1x_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4);$$

$$\hat{\mu}_2 = u(\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4) \vee \bar{u}(\bar{x}_1x_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3x_4);$$

$$\hat{\mu}_3 = u(\bar{x}_1x_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4) \vee \bar{u}(\bar{x}_1x_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4);$$

$$\hat{\mu}_4 = u(\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3x_4) \vee \bar{u}(x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4);$$

а булевы функции возбуждения информационных входов триггеров, реализующих сепаратную (избыточную) часть  $x\tilde{G}$  вектора  $\hat{x}$  состояния ГДДС, с учетом проверочных равенств

$$m_3 = x_4 \oplus x_3 \oplus x_2, \quad m_2 = x_3 \oplus x_2 \oplus x_1, \quad m_1 = x_4 \oplus x_3 \oplus x_1,$$

получаемых из выбранной образующей матрицы  $G_{7,4}$ , дает

$$\hat{\mu}_{m3} = \mu_4 \oplus \mu_3 \oplus \mu_2,$$

$$\hat{\mu}_{m2} = \mu_3 \oplus \mu_2 \oplus \mu_1,$$

$$\hat{\mu}_{m1} = \mu_4 \oplus \mu_3 \oplus \mu_1;$$

и булева функция выхода

$$y = x_1x_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4.$$

Полученное аналитическое описание ГДДС является достаточным для построения схмотехнической реализации ГДДС.

Следует заметить, что процедура конструирования ГДДС гарантированной информационной надежности с рациональным использованием ресурса помехозащиты в форме **A3.4** обнаружила сокращение использованного ресурса помехозащиты. Без учета степени востребованности условию  $P_{сб} < 1 \times 10^{-7}$  удовлетворяет код (11,4). Этот эффект будет проявляться особенно заметно с ростом числа состояний ГДДС, обнаруживая преимущества в схмотехнической реализации перед широко используемыми методами, такими, как «двойная память» [8]. ■

а булевы функции возбуждения информационных входов триггеров, реализующих сепаратную (избыточную) часть  $x\tilde{G}$  вектора  $\hat{x}$  состояния ГДДС, с учетом проверочных равенств

$$m_3 = x_4 \oplus x_3 \oplus x_2, \quad m_2 = x_3 \oplus x_2 \oplus x_1, \quad m_1 = x_4 \oplus x_3 \oplus x_1,$$

получаемых из выбранной образующей матрицы  $G_{7,4}$ , дает

$$\hat{\mu}_{m3} = \mu_4 \oplus \mu_3 \oplus \mu_2,$$

$$\hat{\mu}_{m2} = \mu_3 \oplus \mu_2 \oplus \mu_1,$$

$$\hat{\mu}_{m1} = \mu_4 \oplus \mu_3 \oplus \mu_1;$$

и булева функция выхода

$$y = x_1x_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4.$$

Полученное аналитическое описание ГДДС является достаточным для построения схмотехнической реализации ГДДС.

Следует заметить, что процедура конструирования ГДДС гарантированной информационной надежности с рациональным использованием ресурса помехозащиты в форме А3.4 обнаружила сокращение использованного ресурса помехозащиты. Без учета степени востребованности условию  $P_{сб} < 1 \times 10^{-7}$  удовлетворяет код (11,4). Этот эффект будет проявляться особенно заметно с ростом числа состояний ГДДС, обнаруживая преимущества в схмотехнической реализации перед широко используемыми методами, такими, как «двойная память» [8]. ■

### 3.4. Построение эквивалентного линейного векторно-матричного представления НДДС на основе принципа агрегирования переменных булевых описаний

Цель настоящего параграфа – решить задачу расширения модельного ряда гибридных ДДС построением эквивалентного линейного векторно-матричного представления НДДС. Решение этой задачи позволит конструировать ГДДС не как гибридную версию соответствующей НДДС в рамках тех же нелинейных представлений, а уже как гибридную версию этой ДДС в классе линейных моделей. В свою очередь это даст возможность использовать большой потенциал линейных векторно-матричных описаний для исследования ГДДС, который с позиции отношения «вход–состояние–выход» соответствующего модельного представления ДДС позволит, например, исследовать вопросы

управляемости-наблюдаемости, структуры неподвижных состояний и замкнутых циклов.

Решение поставленной задачи в концептуальной постановке использует принцип агрегирования переменных булевых описаний НДДС. Рассмотрение предложенного подхода предварим формулировкой следующей гипотезы.

**Гипотеза 3.2 (Г3.2).** *(О возможности построения эквивалентного линейного векторно-матричного представления НДДС). Возможность построения эквивалентного векторно-матричного представления НДДС обуславливается представимостью произвольной булевой функции над простым полем Галуа  $GF(2)$  композицией линейных операций, определяющих базис [17]  $(\oplus, \odot, 1)$  Жегалкина, при этом следует заметить, что функция « $\odot$ » умножения двух переменных по модулю два совпадает с логической функцией « $\&$ » конъюнкции этих переменных. В общесистемной постановке такой переход возможен в силу свойств модулярной арифметики над простым полем Галуа  $GF(2)$ .  $\square$*

Справедливость положений гипотезы нетрудно обнаружить, если рассмотреть в общем виде представление полиномов Жегалкина, которые строятся на композиции линейных операций умножения (или операции конъюнкции « $\&$ ») и суммирования по модулю два. Вопрос лишь в способе представления в таких полиномах булевых термов, представляющих собой конъюнкцию набора булевых переменных.  $\blacksquare$

Задача приведения нелинейного (автоматного) представления ДДС (2.7) – (2.12) к линейному векторно-матричному виду состоит в получении описания функционирования исходной нелинейной ДДС в векторно-матричной форме

$$\hat{x}(k+1) = \hat{A}\hat{x}(k) + \hat{B}u(k); \quad (3.38)$$

$$y(k) = \hat{C}\hat{x}(k) + \hat{H}u(k), \quad (3.39)$$

где  $\hat{x}(k)$  – вектор состояния,  $\dim \hat{x} = n'$ ;  $u(k)$  – вектор входной последовательности,  $\dim u = r$ ;  $y(k)$  – вектор выходной последовательности,  $\dim y = m$ ;  $\hat{A}$  – матрица состояния,  $\dim \hat{A} = n' \times n'$ ;  $\hat{B}$  – матрица входов,  $\dim \hat{B} = n' \times r$ ;  $\hat{C}$  – матрица выходов,  $\dim \hat{C} = m \times n'$ ;  $\hat{H}$  – матрица вход-выход УДА, при этом действия в описаниях (3.38), (3.39) осуществляются линейными операциями умножения матрицы на вектор и сложения по модулю  $p = 2$ .

Для очевидности предлагаемой методологии приведения автоматного представления ДДС (2.7) – (2.12) к линейному векторно-матричному виду сформулируем следующее утверждение.

**Утверждение 3.2 (У3.2).** Пара матриц  $(\hat{A}, \hat{B})$  линейного векторно-матричного описания (3.38), (3.39) ДДС размерности  $n$  задает булевы функции  $\mu_i, i = \overline{1, n}$  возбуждения информационного входа соответствующих  $D$ -триггеров в форме (2.12).  $\square$

**Доказательство.** Для доказательства утверждения выделим переменные состояния  $x_i$  из выражения (3.38) векторно-матричного описания ДДС и сопоставим их с аналитическим представлением функции возбуждения информационного входа  $v_i$  триггера, которое для  $D$ -триггера имеет общий вид:

$$v_{di}(k) = x_i(k+1), \quad (3.40)$$

где  $x_i$  – переменная состояния  $D$ -триггера.

Выделим в общем виде переменную  $x_i$  состояния ДДС в параметризованной дискретным временем форме

$$x_i(k+1) = \sum_{i=1}^n a_{n,i} x_i(k) \oplus b_i u(k), \quad (3.41)$$

где  $a_{n,i}, b_i$  – элементы матриц  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$ , соответствующие переменной  $x_i$  векторно-матричного описания (3.38), (3.39). Здесь и далее по тексту  $\sum_i(\bullet)_i$  – суммирование по модулю два элементов  $(\bullet)_i$ .

Подставим в выражение для функции (3.40) возбуждения информационного входа  $v_i$  триггера значение переменной  $x_i(k+1)$  состояния из соотношения (3.41):

$$v_{di}(k) = x_i(k+1) = \sum_{i=1}^n a_{n,i} x_i(k) \oplus b_i u(k). \quad (3.42)$$

Сопоставление выражения (3.42) с выражением (2.12) показывает справедливость положений, постулируемых утверждением.  $\blacksquare$

Зафиксируем значения входных переменных, соответствующие условию переходов в ДДС. Очевидно, что для решения задачи необходимо свести аналитическое описание БФ возбуждения информационного входа  $v_i$  триггера, имеющее вид

$$\mu(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{i=1}^{i < 2^n} \big\& (x_j^{\rho_j}), \quad (3.43)$$

где  $\bigvee_i(\bullet)_i$  – дизъюнкция элементов  $(\bullet)_i$ ,  $\big\&(\bullet)_j$  – конъюнкция элементов  $(\bullet)_j$ , а переменная  $x_j^{\rho_j}$  (здесь и далее по тексту) определяется следующим образом:

$$x_j^{\rho_j} = \begin{cases} x_j, & \rho_j = 1 \\ \bar{x}_j, & \rho_j = 0 \end{cases}, \quad (3.44)$$

к линейному виду:

$$\mu(x_1, x_2, \dots, x_n) = \alpha_0 \oplus \sum_i \alpha_i x_i, \quad (3.45)$$

где  $\alpha_i$  – логическая константа, принимающая значение 0 или 1.

Свести представление (3.43) булевых функций возбуждения к виду (3.45) позволяют положения теоремы **T2.1** в силу представления (2.95) (см. §2.5):

$$\begin{aligned} f(x) = & f(0) \oplus \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{x=0} \cdot x_i \oplus \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{x=0} \cdot x_i x_j \oplus \mathbf{K} \\ & \oplus \sum_{i_1, i_2, \mathbf{K}, i_m=1}^n \frac{\partial^m f}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \mathbf{K} \partial x_{i_m}} \Big|_{x=0} \cdot x_{i_1} x_{i_2} \mathbf{K} x_{i_m} \oplus \mathbf{K} \\ & \oplus \frac{\partial^n f}{\partial x_1 \partial x_2 \mathbf{K} \partial x_n} \Big|_{x=0} \cdot x_1 x_2 \mathbf{K} x_n, \end{aligned}$$

откуда видно, что в результате преобразования выражения (3.43) будем иметь линеаризованную булеву функцию, аргументы которой представляют собой сочетания переменных состояния в форме их произведения. Однако последнее обстоятельство не позволяет напрямую получить линейное векторно-матричное описание из системы полученных булевых функций. Решить эту проблему позволяют положения следующего утверждения.

**Утверждение 3.3 (У3.3).** Произвольная НДДС представима линейной версией с векторно-матричным описанием в форме (3.38), (3.39) агрегированием конъюнкций булевых переменных булевого описания НДДС в форме полиномов Жегалкина в переменные  $\tilde{x}$  состояния, расширяющие исходный вектор  $x$ ,  $\dim x = n$ , состояния НДДС в форме

$$\hat{x}^T = [x^T \mid \tilde{x}^T], \quad (3.46)$$

при этом матрица  $\hat{A}$  размерности  $\dim \hat{A} = n' \times n'$  состояния имеет вид

$$\hat{A} = \text{row} \left\{ \text{col} \left[ \begin{array}{l} a_{ij} : a_{ij} \oplus \sum_{\chi=1}^{2^\chi-1} \beta_\chi \overset{\chi}{C}_{\eta=1} p_\eta, \\ j = \overline{1, n'}, \beta_\chi = \{0, 1\}, p_\eta \in \mathbf{P}, \chi = [\mathbf{P}] \end{array} \right]; j = \overline{1, n'} \right\}, \quad (3.47)$$

где  $\overset{\chi}{C}_{\eta=1} p_\eta$  – «композиционное» произведение параметров  $p_\eta$  множества  $\mathbf{P} \{p_1, p_2, \mathbf{K}, p_\chi\}$ :  $p_i \in \{0, 1\}, i = \overline{1, \chi}$ , образующее по классическому

сочетательному закону  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$  множество  $\mathbf{P}'$  «композиционных» параметров в форме произведения параметров из множества  $\mathbf{P}$  мощности  $\chi = [\mathbf{P}]$ ;  $\beta_\chi$  – коэффициент, значение которого принадлежит множеству  $\{0, 1\}$ , а агрегирование переменных  $x$  осуществляется с использованием следующей рекуррентной процедуры (3.48) – (3.53):

$$\begin{aligned}
 x_i(k+1) &= f_i(x_i(k+1)) = a_0 \oplus a_{i_j} x_j(k) \oplus \mathbf{K} \oplus a_{i_{n-j}} x_{n-j}(k) \oplus \mathbf{K} \\
 &\quad \mathbf{K} \oplus a_{i_n} x_n(k) \oplus \mathbf{K} \oplus \sum_{\lambda=1}^{v \leq 2^n - n - 1} \alpha_\lambda \overset{n}{C}_{\alpha=1} x_\alpha(k) \\
 i, j &= \overline{1, n}; \quad a_0, a_{i_j}, \alpha_\lambda : f(p_1, p_2, \mathbf{K}, p_n) = \gamma_\eta \overset{\theta}{C}_{\eta=1} p_\eta; \\
 \alpha, \gamma &= \{0, 1\}, \eta = \overline{1, \theta}
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

$$\tilde{x}_\lambda(k) = \arg \left\{ \alpha_\lambda \overset{n}{C}_{\alpha=1} x_\alpha(k) \neq 0 \right\}, \quad \lambda = \overline{1, v}; \quad \kappa = \{\tilde{x}_\lambda \neq 0\} \tag{3.49}$$

$$\tilde{x}_\lambda(k+1) = \prod_{\alpha=1}^n x_\alpha(k+1) = \prod_{\alpha=1}^n f_\alpha(x_\alpha(k+1)) \tag{3.50}$$

$$\begin{aligned}
 x_i(k+1) &= f_i(x_i(k+1)) = a_0 \oplus a_{i_j} x_j(k) \oplus \mathbf{K} \oplus a_{i_{n-j}} x_{n-j}(k) \oplus \mathbf{K} \\
 &\quad \mathbf{K} \oplus a_{i_n} x_n(k) \oplus \mathbf{K} \oplus \sum_{\lambda=1}^{\kappa} \alpha_\lambda \tilde{x}_\lambda(k), \quad i, j = \overline{1, n}
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{x}_\lambda(k+1) &= f_\lambda(\tilde{x}_\lambda(k+1)) = a_0 \oplus a_{i_j} x_j(k) \oplus \mathbf{K} \oplus a_{i_{n-j}} x_{n-j}(k) \oplus \mathbf{K} \\
 &\quad \mathbf{K} \oplus a_{i_n} x_n(k) \oplus \mathbf{K} \oplus \sum_{\lambda=1}^{v \leq 2^n - n - 1} \alpha'_\lambda \overset{n}{C}_{\alpha=1} x_\alpha(k), \quad i, j = \overline{1, n}
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

$$\tilde{x}_{\lambda'}(k) = \arg \left\{ \alpha'_{\lambda'} \overset{n}{C}_{\alpha=1} x_\alpha(k) \neq 0 \right\}, \quad \lambda' = \overline{1, v - \kappa}; \quad \kappa' = \{\tilde{x}_{\lambda'} \neq 0\} \tag{3.53}$$

М

□

**Доказательство.** Из выражения (3.48) видно, что на каждом шаге выполнения рекуррентной процедуры формируются агрегированные переменные  $\tilde{x}_\lambda$ , представленные сочетаниями булевых переменных  $x_i$  состояния ДДС в форме соответствующих конъюнкций. Начальный шаг рекурсии характеризуется мощностью алфавита

$$v = [\tilde{x}] = 2^n - n - 1 \quad (3.54)$$

всех возможных сочетаний булевых переменных  $x_i$  без повторений, кроме случая, когда элемент сочетания представлен одной переменной. Из выражения (3.53) видно, что на очередном шаге выполнения рекуррентной процедуры алфавит агрегированных переменных пополнится новыми сочетаниями из числа  $v - \kappa$  оставшихся. В этой связи предельный переход при  $\kappa \rightarrow 2^n - n - 1$  дает

$$v = \lim_{\kappa \rightarrow 2^n - n - 1} v - \kappa = \lim_{\kappa \rightarrow 2^n - n - 1} [(2^n - n - 1) - \kappa] = 0. \quad (3.55)$$

пустое множество (3.54) всех оставшихся возможных сочетаний булевых переменных  $x_i$  без повторений. Таким образом, рекуррентная процедура (3.48) – (3.53) всегда будет завершаться за конечное число шагов, число которых не превысит значения, определяемого выражением (3.54), а полученные агрегированные переменные образуют вектор (3.46) состояния, что в итоге позволяет по результатам рекурсии получить матрицу состояния линейной версии ДДС в форме (3.47). ■

**Примечание 3.4 (ПМ3.4).** Получаемое с использованием рекуррентной процедуры (3.48) – (3.53) векторно-матричное представление (3.38), (3.39) линейной версии НДДС размерности  $n$  по сути представляет собой векторно-матричное представление ГДДС с вектором состояния (3.46), при этом агрегированные переменные  $\tilde{x}_i, i = \overline{0, n' - n}$  состояния синтезированной линейной ДДС являются так называемыми линейными эквивалентами переменных состояния исходной НДДС. □

**Примечание 3.5 (ПМ3.5).** Появление агрегированных переменных  $\tilde{x}_i, i = \overline{0, n' - n}$  состояния эквивалентной гибридной линейной ДДС при выполнении рекуррентной процедуры (3.48) – (3.53) опирается на то, что аналитическое представление в форме полиномов Жегалкина БФ возбуждения информационных входов триггеров НДДС в общем случае включает в себя компоненты, представляющие конъюнкцию нескольких переменных  $x_\lambda$  ее состояния, так, что для таких БФ можно записать

$$R = \left\{ \frac{\partial^2 \mu_i}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\substack{i, j = \overline{1, n} \\ i \neq j \\ x=0}}, \frac{\partial^m \mu_i}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_m}} \Big|_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_m = \overline{1, n} \\ x=0}}, \mathbf{K}, \frac{\partial^n \mu_i}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} \Big|_{x=0} \right\} \neq \emptyset. \quad (3.56)$$



Запись (3.56) означает, что для указанного случая множество  $R$  не является пустым, что, в свою очередь, с использованием аппарата селлерсовского дифференцирования может быть использовано при проверке соответствующих булевых описаний ГДДС на корректность их составления. □

**Примечание 3.6 (ПМЗ.6).** Следует заметить, что при конструировании эквивалентной гибридной ДДС нелинейной ДДС, построенной как ЦКУ или ЦДУ (см. §2.2), множество (3.56) будет пустым, то есть  $R = \emptyset$ , что приведет при выполнении рекуррентной процедуры (3.48) – (3.53) и к пустому множеству  $\{\tilde{x}\}$  агрегированных переменных булевого описания эквивалентной гибридной ДДС. Очевидность приведенных положений проистекает из того, что булевы функции возбуждения информационных входов триггеров ЛДДС имеют вид полиномов Жегалкина, в которых отсутствуют термы, представляющие собой конъюнкцию переменных ее состояния. □

**Примечание 3.7 (ПМЗ.7).** В силу нелинейности среды кодопреобразования исходной НДДС, ее линейная версия в форме (3.38), (3.39) не всегда характеризуется свойствами полной управляемости и наблюдаемости. □

Выдвинутые положения параграфа позволяют сформировать

#### Алгоритм 3.5 (А3.5)

конструирования эквивалентного линейного  
векторно-матричного представления НДДС

на основе принципа агрегирования переменных булевых описаний

9. В соответствии с задачей кодопреобразования средствами НДДС получить путем выполнения п.п.1–6 алгоритма **2.1** или алгоритма **2.2** ее описание в форме системы булевых функций  $\mu$  (2.12) возбуждения информационных входов триггеров и выхода, которые представить в базисе Жегалкина.
10. Выполнить рекуррентную процедуру (3.48) – (3.53) с целью формирования составного вектора  $\hat{x}$  (3.46) состояния эквивалентной ЛДДС.
11. Построить по координатное представление переменных вектора  $\hat{x}(k+1)$  состояния перехода эквивалентной ЛДДС.
12. Опираясь на результаты п.3 алгоритма сформировать матричные  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{H}$  компоненты описания эквивалентной линейной ДДС.

■

*Пример 3.5 (Пр3.5)*

Проиллюстрируем процесс построения линейной ДДС эквивалентной в смысле отношения «вход–выход» в некоторой задаче кодопреобразования, реализуемой заданной нелинейной ДДС, при помощи алгоритма **3.5**.

Тогда следуя алгоритму **3.5**:

1. Получим булево описание процесса кодопреобразования средствами НДДС в виде системы булевых функций  $\mu$  (2.12) возбуждения информационных входов **D**-триггеров и выхода, имеющих представление

$$\mu_1 = \bar{u} \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee u x_1 x_2; \mu_2 = u \bar{x}_1 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee u x_1 x_2; y = x_1 x_2,$$

которые в базисе Жегалкина записываются в форме

$$\mu_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus u x_2; \mu_2 = u \oplus x_1 \oplus u x_1 \oplus x_1 x_2 \oplus u x_1 x_2, y = x_1 x_2.$$

2. Выполним рекуррентную процедуру (3.48) – (3.53), в результате чего образуем агрегированную переменную  $\tilde{x}_3$ :

$$\tilde{x}_3 = x_1 x_2,$$

которая совместно с переменными  $x_1, x_2$  задает составной вектор  $\hat{x} = [x_1 \ x_2 \ \tilde{x}_3]^T$  состояния конструируемой эквивалентной линейной ДДС.

3. Составим выражения для переменных  $x_1(k+1)$ ,  $x_2(k+1)$ ,  $\tilde{x}_3(k+1)$  состояния перехода эквивалентной ЛДДС в покоординатной форме:

$$x_1(k+1) = x_1 \oplus x_2 \oplus u x_2(k);$$

$$x_2(k+1) = u \oplus x_1(k) \oplus u x_1(k) \oplus \tilde{x}_3(k) \oplus u \tilde{x}_3(k);$$

$$\tilde{x}_3(k+1) = x_1(k) \oplus \tilde{x}_3(k) \oplus u \tilde{x}_3(k).$$

4. Опираясь на результаты п.3 алгоритма формируем матричные  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{H}$  компоненты описания эквивалентной линейной ДДС, которые получают представления:

в виде четверки матриц  $\{ \hat{A}(u), \hat{B}, \hat{C}, \hat{H} \}$ , где

$$\hat{A}(u) = \begin{bmatrix} 1 & | & 1 \oplus u & | & 0 \\ \hline 1 \oplus u & | & 0 & | & 1 \oplus u \\ \hline 1 & | & 0 & | & 1 \oplus u \end{bmatrix}, \hat{B}(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{C} = [0 \ 0 \ 1], \hat{H} = [0];$$

а так же в виде четверки матриц  $\{\hat{A}, \hat{B}(x), \hat{C}, \hat{H}\}$ , где

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \hat{B}(x) = \begin{bmatrix} x_2(k) \\ 1 + x_2(k) + \tilde{x}_3(k) \\ \tilde{x}_3(k) \end{bmatrix}, \hat{C} = [0 \ 0 \ 1], \hat{H} = [0].$$

Проанализируем полученные результаты решения примера. Нелинейная природа исходной НДДС при построении эквивалентной линейной ДДС проявилась в параметризации матричных компонентов линейного представления правил перехода  $\lambda(x, u)$  и выхода  $\delta(x, u)$  несмотря на расширение размерности вектора состояния эквивалентной ЛДДС. Тем не менее, отмеченная параметризация не лишает разработчика возможности анализировать с использованием линейного аналога НДДС ее структурные свойства: управляемость, наблюдаемость, а так же структуру неподвижных состояний и замкнутых циклов с привлечением возможностей матричного формализма. Заметим, что пара матриц  $(\hat{A}, \hat{B}(x))$  несмотря на то что матрица  $\hat{A}$  обладает рангом равным двум – меньшим размерности пространства эквивалентной ЛДДС, пара матриц является управляемой. Так, в случае нулевого начального состояния  $\hat{x}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$  матрица управляемости этой пары матриц в указанной точке пространства состояния принимает вид

$$\hat{W}_y = [\hat{B}(0); \hat{A}\hat{B}(0); \hat{A}^2\hat{B}(0)] = \text{row}\{[0 \ 1 \ 0]^T, [1 \ 0 \ 0]^T, [1 \ 1 \ 1]^T\}$$

и обладает рангом равным трем, то есть размерности пространства состояния эквивалентной ЛДДС. Таким образом, эквивалентная ЛДДС с помощью входного сигнала равного единице выводится из нулевого начального состояния. Аналогичным образом может быть исследована любая точка пространства эквивалентной ЛДДС на всех наборах переменных ее вектора состояния. ■

**Примечание 3.8 (ПМ3.8).** При исследовании исходной НДДС средствами векторно-матричного инструментария линейных ДДС встает задача достаточно «тонкой» природы переноса результатов анализа структурных свойств (управляемости и наблюдаемости) эквивалентной ЛДДС на структуру пространства исходной НДДС. Эта же проблема возникает при межсистемном переносе результатов анализа неподвижных состояний и замкнутых циклов. Принципиально алгебраическими методами эта проблема решается, для чего вектор состояния эквивалентной ЛДДС и вектор состояния исходной НДДС необходимо связать матрицей преобразования подобия в общем случае – вырожденного, которое от исследователя требует элементарной «матричной аккуратности», причем матричные процедуры при переносе результатов с эквивалентной ЛДДС на НДДС могут потребовать использование псевдообращения матриц над конечным полем.

*Дополнительной проблемой является фактор «параметризованности» матричных компонентов эквивалентного линейного модельного описания. Представляется, что более удобной с целью исследования структуры пространств управляемости и наблюдаемости является версия линейной модели с непараметризованной матрицей состояния и параметризованной матрицей входа эквивалентной ЛДДС. В этом случае пространство наблюдаемости ЛДДС оказывается стационарным и не зависящим от текущих значений переменных состояния и входа. Фактор «параметризованности» матрицы входа требует по-новому взглянуть на проблему анализа пространства управляемости. Очевидно возникает необходимость во введении понятия пространства гарантированной управляемости, которое представляет собой пересечение подпространств управляемости, полученных на всех наборах переменных состояния эквивалентной ЛДДС, параметризующих матрицу входа.*

*И последнее что хотелось бы отметить в заключение. В силу использования в составе эквивалентной ЛДДС агрегированных переменных вектора состояния, которые в своей основе представляют собой конъюнкции переменных вектора состояния исходной НДДС, эквивалентная ЛДДС оказывается линейной в основном по форме записи. По- существу она является гибридной ДДС. Таким образом алгоритм 3.5 представляет собой эффективный способ конструирования гибридных ДДС на основе исходной нелинейной ДДС. Причем в алгоритме заложена возможность управления размерностью вектора состояния эквивалентной ЛДДС. Следует ожидать интересных результатов при построении агрегированных переменных использованием дизъюнкций конъюнкций. □*

### **3.5. Проблема обмена на паре «аппаратурное пространство – временные затраты» в задачах помехозащитного кодопреобразования**

Проблема обмена аппаратурного пространства на временные затраты и наоборот в теории и практике двоичных динамических систем устройств дискретной автоматики имеет более широкий постановочный характер, чем тот, что вынесен в заголовок параграфа. Эта проблема возникает всякий раз, когда в составе аппаратуры УДА есть функциональные компоненты, в которых процесс кодопреобразования носит векторный характер, не параметризованный дискретным време-

нем. При этом с указанными компонентами соседствуют другие, в которых процессы кодопреобразования имеют скалярный характер, параметризованный дискретным временем.

Тем не менее наиболее наглядно проблема обмена аппаратурного пространства на временные затраты обнаруживается в задачах именно помехозащитного кодопреобразования. Таким образом, поставленная задача будет решаться на четырехфазном процессе помехозащитного кодопреобразования: «помехозащитное кодирование – передача ПЗК по каналу связи, сопровождающаяся искажением помехозащищенного кода, – декодирование принятого из КС ПЗК с искажениями с целью формирования синдрома ошибки – исправление ошибки в принятом из КС коде».

При решении поставленной проблемы постулируем следующие положения.

**Постулат 3.3 (ПС3.3).** *Помехонезащищенный код (ПНЗК) может поступать на узел помехозащиты в скалярной параметризованной дискретным временем форме, то есть в виде последовательного кода старшим разрядом вперед.* □

**Постулат 3.4 (ПС3.4).** *ПНЗК может подаваться на узел помехозащиты в векторной не параметризованной дискретным временем форме, то есть в виде параллельного кода (старшим разрядом вниз).* □

**Постулат 3.5 (ПС3.5).** *Двоичный КС передачи ПЗК от узла помехозащиты к узлу декодирования и коррекции кода при всех реализациях процесса помехозащитного кодирования и декодирования является скалярный параметризованный дискретным временем так, что по нему передается последовательный двоичный код.* □

**Постулат 3.6 (ПС3.6).** *Процесс кодопреобразования характеризуется «канальным» временем (ВК), если он происходит в форме ввода двоичной кодовой последовательности в канальную среду при передаче или вывода из канальной среды при приеме.* □

**Постулат 3.7 (ПС3.7).** *Процесс кодопреобразования характеризуется «аппаратурным» временем (ВА), если его осуществление непосредственно не связано с каналом связи.* □

Примерами процессов кодопреобразования, осуществляемых в темпе канального времени являются: дивидендное помехозащитное кодирование; преобразование вектора ПЗК, сформированного матричным не параметризованным дискретным временем методом, в последовательный код; дивидендное помехозащитное декодирование с целью формирования синдрома ошибок; размещение искаженного ПЗК, принятого из КС, в сдвиговом регистре хранения и т.д.

Примерами процессов кодопреобразования, осуществляемых в темпе аппаратурного времени являются: преобразование последовательного ПЗК в параллельный при матричном методе формирования ПЗК; процесс деления в дивидендном декодирующем устройстве при повторных циклах деления и т.д.

Следует заметить, что канальное время, определяемое длительностью элементарного сигнала кода и числом разрядов этого кода, не модифицируемо в силу требований используемого протокола канального уровня. Аппаратурное время, напротив, является модифицируемым, при этом выбором делителей частоты генераторов тактовых импульсов можно осуществить такое соотношение между канальным и аппаратурным временем, при котором процессы преобразования последовательного кода в параллельный при матричном методе помехозащитного кодирования можно осуществить за один такт канального времени; за один такт канального времени можно также осуществить каждый повторный цикл деления при дивидендном декодировании.

Модифицируемость аппаратурного времени является основным резервом сокращения временных затрат при помехозащитном кодировании и декодировании.

**Определение 3.20 (ОЗ.20).** *Мера аппаратурного пространства, занимаемого функциональным компонентом, задействованном в процессе помехозащитного линейного кодопреобразования, осуществляемого векторно-матричным способом, не параметризованным дискретным временем, определяется размерностью матрицы линейного кодового преобразования.* □

**Определение 3.21 (ОЗ.21).** *Мера аппаратурного пространства, занимаемого функциональным компонентом, задействованном в процессе помехозащитного нелинейного кодопреобразования, осуществляемого в силу булева описания процесса, определяется размерностью нелинейного кодового преобразователя, задаваемой мультипликативным образом на числе булевых переменных на входе и числе булевых функций на выходе.* □

**Примечание 3.9 (ПМ3.9).** Нетрудно видеть, что введенные меры обладают заметной достаточностью так, как они в линейном случае не учитывают число нулевых элементов матриц, а в нелинейном – число основных конъюнкций в дизъюнкции конъюнкций. □

**Определение 3.22 (ОЗ.22).** Функционалом размещения в аппаратурном пространстве и времени функционального компонента, задействованного в процессе помехозащитного преобразования, называется мультипликативная скалярная характеристика, элементами которой является мера аппаратурного пространства и временные затраты, выраженные в числе тактов канального времени. □

**Определение 3.23 (ОЗ.23).** Будем считать размещение функционального компонента, задействованного в процессе помехозащитного преобразования, в аппаратурном пространстве и времени оптимальным, если это размещение характеризуется минимальным значением функционала размещения. □

**Утверждение 3.4 (УЗ.4).** Пусть процесс кодопреобразования характеризуется числом фаз этого процесса, равным  $q$ , тогда совокупный функционал размещения  $J_\Sigma$  многофазного процесса в аппаратурном пространстве и времени обладает аддитивным свойством так, что выполняется соотношение

$$J_\Sigma = \sum_{j=1}^q J_j. \quad (3.57)$$

**Доказательство** утверждения использует тот факт, что естественным аддитивным свойством обладают время и аппаратурное пространство. ■

Теперь может быть сформулирован принцип проектирования устройств помехозащитного кодопреобразования, использующего возможности обмена аппаратурного пространства на временные затраты и наоборот – с целью достижения оптимального размещения устройства в аппаратурном пространстве и времени. Этот принцип формально может быть записан в виде

$$УПЗКП = \arg \min \left\{ J_\Sigma = \sum_{j=1}^q J_j; \quad J_j = T_j N_j M_j \right\}, \quad (3.58)$$

где УПЗКП – устройство помехозащитного кодопреобразования;  $T_j$  – длительность осуществления  $j$ -ой фазы помехозащитного кодопреобразования;  $N_j, M_j$  – компоненты меры аппаратурного пространства, в котором размещено устройство, реализующее  $j$ -ю фазу кодопреобразования, и характеризующееся мерой  $S_j = N_j M_j$ .