

Глава 2 ОСНОВЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

2.1. Основное уравнение геометрической оптики

Рассмотрим гармоническое электромагнитное поле общего вида

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t), \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t), \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

где вектора $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ и $\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ определяются комплексными векторными функциями положения, при этом вещественные части стоящих справа выражений описывают физические поля. Подставив выражения (2.1) в уравнения Максвелла (1.14)–(1.17), в среде, свободной от зарядов и токов, получаем

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_0 - ik_0 \mu \mathbf{H}_0 = 0, \quad (2.2)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_0 + ik_0 \varepsilon \mathbf{E}_0 = 0, \quad (2.3)$$

$$\operatorname{div} \varepsilon \mathbf{E}_0 = 0, \quad (2.4)$$

$$\operatorname{div} \mu \mathbf{H}_0 = 0. \quad (2.5)$$

При выводе этих уравнений были использованы материальные уравнения $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ и соотношения $k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, где λ_0 –

длина волны в вакууме. Однородную плоскую волну, распространяющуюся в среде с показателем преломления $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ в направлении, определяемом единичным вектором \mathbf{s} , можно представить следующими векторными функциями:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) &= \mathbf{e} \exp(ik_0 n \mathbf{s} \cdot \mathbf{r}), \\ \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) &= \mathbf{h} \exp(ik_0 n \mathbf{s} \cdot \mathbf{r}), \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

где \mathbf{e} и \mathbf{h} – постоянные векторы, в общем случае комплексные. На достаточно больших расстояниях от малого источника поля $\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} \approx r$. Поэтому разумно предположить, что в этих случаях поле общего типа можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) &= \mathbf{e}(\mathbf{r}) \exp[ik_0 L(\mathbf{r})], \\ \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) &= \mathbf{h}(\mathbf{r}) \exp[ik_0 L(\mathbf{r})], \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

где $L(\mathbf{r})$ – "оптический путь" – вещественная скалярная функция положения; $\mathbf{e}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ – векторные функции положения, обязательно комплексные, если необходимо учесть все возможные состояния поляризации излучения.

Применив к выражениям (2.7) хорошо известные векторные тождества, получаем

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_0 = (\operatorname{rot} \mathbf{e} + ik_0 \operatorname{grad} L \times \mathbf{e}) \exp(ik_0 L), \quad (2.8)$$

$$\operatorname{div} \varepsilon \mathbf{E}_0 = (\varepsilon \operatorname{div} \mathbf{e} + \mathbf{e} \operatorname{grad} \varepsilon + ik_0 \varepsilon \mathbf{e} \operatorname{grad} L) \exp(ik_0 L). \quad (2.9)$$

Аналогичные выражения получаем для $\operatorname{rot} \mathbf{H}_0$ и для $\operatorname{div} \mu \mathbf{H}_0$. Полученные выражения позволяют преобразовать уравнения (2.2)–(2.5) к виду:

$$\operatorname{grad} L \times \mathbf{e} - \mu \mathbf{h} = -\frac{1}{ik_0} \operatorname{rot} \mathbf{e}, \quad (2.10)$$

$$\operatorname{grad} L \times \mathbf{h} + \varepsilon \mathbf{e} = -\frac{1}{ik_0} \operatorname{rot} \mathbf{h}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{e} \operatorname{grad} L = -\frac{1}{ik_0} (\mathbf{e} \operatorname{grad} \ln \varepsilon + \operatorname{div} \mathbf{e}), \quad (2.12)$$

$$\mathbf{h} \operatorname{grad} L = -\frac{1}{ik_0} (\mathbf{h} \operatorname{grad} \ln \mu + \operatorname{div} \mathbf{h}). \quad (2.13)$$

Пусть $\lambda_0 \rightarrow 0$. При этом $k_0 \rightarrow \infty$. Если в этом случае выражения, которые умножаются на $\frac{1}{ik_0}$, не будут чрезвычайно большими, то правыми частями уравнений (2.10)–(2.13) можно пренебречь и записать их в виде:

$$\operatorname{grad} L \times \mathbf{e} - \mu \mathbf{h} = 0, \quad (2.14)$$

$$\operatorname{grad} L \times \mathbf{h} + \varepsilon \mathbf{e} = 0, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{e} \operatorname{grad} L = 0, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{h} \operatorname{grad} L = 0. \quad (2.17)$$

Легко видеть, что уравнения (2.16) и (2.17) получаются из уравнений (2.14) и (2.15), если умножить их скалярно на $\operatorname{grad} L$.

Из уравнения (2.14) следует, что $\mathbf{h} = \frac{1}{\mu} \operatorname{grad} L \times \mathbf{e}$. При этом уравнение (2.15) можно представить в виде:

$$\frac{1}{\mu} [(\mathbf{e} \operatorname{grad} L) \operatorname{grad} L - \mathbf{e} (\operatorname{grad} L)^2] + \varepsilon \mathbf{e} = 0. \quad (2.18)$$

В соответствии с уравнением (2.16) первый член полученного уравнения обращается в нуль. При этом, поскольку вектор \mathbf{e} не равен нулю во всём рассматриваемом пространстве, получаем:

$$(\operatorname{grad} L)^2 = n^2, \quad (2.19)$$

где $n = \sqrt{\varepsilon \mu}$ – показатель преломления среды.

Функцию $L(\mathbf{r})$ называют эйконалом, а уравнение (2.19) – уравнением эйконала.

Важно обратить внимание на то, что уравнение (2.19) получено в предположении, что $\lambda_0 \rightarrow 0$. Раздел оптики, в котором пренебрегают конечностью длин волн, что соответствует предельному переходу при $\lambda_0 \rightarrow 0$, называется геометрической оптикой, поскольку в этом приближении оптические законы можно сформулировать на языке геометрии. Уравнение (2.19) называют основным уравнением геометрической оптики.

Поверхности $L(\mathbf{r}) = const$ называют геометрическими волновыми поверхностями или геометрическими волновыми фронтами.

Заметим, что в однородной среде в областях, свободных от зарядов и токов любой из декартовых компонентов $A(r, t)$ векторов поля \mathbf{E} и \mathbf{H} удовлетворяет однородному волновому уравнению (1.25), например, в форме

$$\nabla^2 A(\mathbf{r}, t) = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 A(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2},$$

решение которого можно записать в виде:

$$A(x, y, z; t) = A(\mathbf{r}, t) = A_0(\mathbf{r}) \exp\{ik_0[L(\mathbf{r}) - ct]\},$$

где $A_0(\mathbf{r})$ и $L(\mathbf{r})$ – действительные величины.

Величину $A_0(\mathbf{r})$ удобно заменить величиной $\exp a(\mathbf{r})$. При этом

$$\nabla^2 A = \operatorname{div} \operatorname{grad} A = \operatorname{div} [A \operatorname{grad} (a + ik_0 L)].$$

Используя тождество $\nabla(f\mathbf{A}) = f\nabla\mathbf{A} + \mathbf{A}\nabla f'$, получаем

$$\begin{aligned} \nabla^2 A &= A \operatorname{div} \operatorname{grad} (a + ik_0 L) + \operatorname{grad} (a + ik_0 L) \operatorname{grad} A = \\ &= A \nabla^2 (a + ik_0 L) + A [\operatorname{grad} (a + ik_0 L)]^2 \end{aligned}$$

или

$$\nabla^2 A = A \left\{ \nabla^2 (a + ik_0 L) + [\operatorname{grad} (a + ik_0 L)]^2 \right\}.$$

Кроме того, $\frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -n^2 k_0^2 A$.

В результате имеем

$$\begin{aligned} A \left[\nabla^2 a + ik_0 \nabla^2 L + (\operatorname{grad} a)^2 + 2ik_0 (\operatorname{grad} a)(\operatorname{grad} L) - \right. \\ \left. - k_0^2 (\operatorname{grad} L)^2 + n^2 k_0^2 \right] = 0 \end{aligned}$$

или

$$\left\{ \nabla^2 a + (\text{grad } a)^2 - k_0^2 \left[(\text{grad } L)^2 - n^2 \right] \right\} + \\ + ik_0 \left\{ 2(\text{grad } a)(\text{grad } L) + \nabla^2 L \right\} = 0.$$

Разделив это уравнение на k_0^2 , получаем:

$$(\text{grad } L)^2 - n^2 - \frac{\lambda_0^2}{4\pi^2} \left[\nabla^2 a + (\text{grad } a)^2 \right] - \\ - i \frac{\lambda_0}{2\pi} \left\{ 2(\text{grad } a)(\text{grad } L) + \nabla^2 L \right\} = 0.$$

В пределе при $\lambda \rightarrow 0$ из равенства нулю действительной части получаем основное уравнение геометрической оптики в форме (2.19).

Формулу (2.19) можно представить в виде:

$$\left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial z} \right)^2 = n^2. \quad (2.20)$$

Формулы (2.19) и (2.20) справедливы лишь тогда, когда изменения $a(\mathbf{r})$ на расстояниях, сравнимых с длиной волны, малы по сравнению с самой величиной $a(\mathbf{r})$. Поэтому нельзя ожидать, что геометрическая оптика даст правильное описание поля, например, на границе тени, так как там интенсивность света резко меняется, или вблизи точек, где происходит резкая концентрация света (например, вблизи резкого изображения точки). Ответ на вопрос о распространении интенсивности поля в таких областях даёт теория дифракции.

2.2. Световые лучи

Энергия, протекающая за время t через основание цилиндра, ось которого параллельна орту \mathbf{s} , а площадь поперечного сечения равна единице, равна энергии, содержащейся в цилиндре длиной Vt , где V – скорость распространения электромагнитного поля в пространстве. Следовательно, поток энергии, равный энергии, протекающей через основание цилиндра в единицу времени, равен Vw , где w – плотность энергии электромагнитного поля. Плотности электрической и магнитной энергии соответственно равны

$$w_e = \frac{1}{8\pi} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}, \quad w_m = \frac{1}{8\pi} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B},$$

при этом плотность энергии электромагнитного поля равна $w = w_e + w_m$. Учитывая соотношение (1.45), получаем

$$w = \frac{\varepsilon}{4\pi} E^2 = \frac{\mu}{4\pi} H^2. \quad (2.21)$$

С другой стороны, вектор Умова-Пойнтинга в соответствии с выражением (1.107) равен

$$\mathbf{G} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{c}{4\pi} EH\mathbf{s} = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E^2 \mathbf{s} = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H^2 \mathbf{s}. \quad (2.22)$$

Сравнивая выражения (2.21) и (2.22), получаем

$$\mathbf{G} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} w\mathbf{s} = Vw\mathbf{s}. \quad (2.23)$$

Отсюда следует, что вектор Умова-Пойнтинга определяет поток энергии и по величине, и по направлению распространения.

Векторы электрической и магнитной напряжённости гармонического электромагнитного поля можно представить выражениями вида:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \operatorname{Re}\{\mathbf{E}_0(\mathbf{r})\exp(-i\omega t)\} = \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{E}_0(\mathbf{r})\exp(-i\omega t) + \mathbf{E}_0^*(\mathbf{r})\exp(i\omega t)], \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \operatorname{Re}\{\mathbf{H}_0(\mathbf{r})\exp(-i\omega t)\} = \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{H}_0(\mathbf{r})\exp(-i\omega t) + \mathbf{H}_0^*(\mathbf{r})\exp(i\omega t)], \end{aligned} \quad (2.25)$$

где \mathbf{E}_0 и \mathbf{H}_0 – комплексные векторные функции координат.

Так как частоты колебаний в оптическом диапазоне излучения очень велики (ω достигает величины порядка 10^{15} c^{-1}), непосредственно наблюдать мгновенные значения ни одной из таких быстро осциллирующих величин невозможно. Можно говорить лишь об их значениях, усреднённых за некоторый интервал времени $-\tau \leq t \leq \tau$, который велик по сравнению с периодом колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega}$. В частности, средняя по времени плотность энергии

электрического поля равна

$$\begin{aligned} \langle w_e \rangle &= \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} \frac{\varepsilon}{8\pi} \mathbf{E}^2 dt = \frac{\varepsilon}{16\pi\tau} \int_{-\tau}^{\tau} \frac{1}{4} [\mathbf{E}^2 \exp(-2i\omega t) + 2\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_0^* + \\ &+ \mathbf{E}_0^{*2} \exp(2i\omega t)] dt. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} \exp(-2i\omega t) dt &= -\frac{1}{4i\omega\tau} \exp(-2i\omega t) \Big|_{-\tau}^{\tau} = \\ &= -\frac{1}{4i\omega\tau} [\exp(-2i\omega\tau) - \exp(2i\omega\tau)] = \frac{1}{4\pi} \frac{T}{\tau} \sin 2\omega\tau. \end{aligned}$$

Поскольку время τ велико по сравнению с периодом T , величина $\frac{T}{\tau}$ мала по сравнению с единицей, а поэтому интегралом, содержащим $\exp(-2i\omega t)$, можно пренебречь. Подобным же образом можно показать, что $\frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} \exp(2i\omega t) dt = \frac{1}{4\pi} \frac{T}{\tau} \sin 2\omega\tau$, а, следовательно, и интегралом, содержащим $\exp(2i\omega t)$ можно пренебречь. В результате окончательно получаем

$$\langle w_e \rangle \approx \frac{\varepsilon}{16\pi} \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_0^*. \quad (2.26)$$

Аналогично находим, что средняя по времени плотность энергии магнитного поля равна

$$\langle w_m \rangle \approx \frac{h}{16\pi} \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{H}_0^*. \quad (2.27)$$

Среднее по времени значение вектора Умова-Пойнтинга равно

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{G} \rangle &= \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dt = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} \frac{1}{4} [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{H}_0 \exp(-2i\omega t) + \\ &+ \mathbf{E}_0 \times \mathbf{H}_0^* + \mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}_0 + \mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}_0^* \exp(2i\omega t)] dt \approx \\ &\approx \frac{c}{16\pi} (\mathbf{E}_0 \times \mathbf{H}_0^* + \mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}_0) = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \{ \mathbf{E}_0 \times \mathbf{H}_0^* \}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Подставив выражения (2.7) в выражения (2.26) и (2.27), получаем

$$\langle w_e \rangle = \frac{\varepsilon}{16\pi} \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^*, \quad \langle w_m \rangle = \frac{\mu}{16\pi} \mathbf{h} \cdot \mathbf{h}^*. \quad (2.29)$$

Из выражений (2.14) и (2.15) следует, что

$$\mathbf{h} = \frac{1}{\mu} \operatorname{grad} L \times \mathbf{e} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{e}^* = -\frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad} L \times \mathbf{h}^*. \quad (2.31)$$

При этом выражения (2.29) принимают вид

$$\langle w_e \rangle = -\frac{1}{16\pi} \mathbf{e} (\operatorname{grad} L \times \mathbf{h}^*) = \frac{1}{16\pi} (\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*) \operatorname{grad} L,$$

$$\langle w_m \rangle = \frac{1}{16\pi} (\text{grad}L \times \mathbf{e}) \mathbf{h}^* = \frac{1}{16\pi} (\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*) \text{grad}L.$$

В результате имеем

$$\langle w_e \rangle = \langle w_m \rangle = \frac{1}{16\pi} (\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*) \text{grad}L.$$

Следовательно, в приближении геометрической оптики усреднённые по времени плотности электрического и магнитного полей равны друг другу.

Подставив выражения (2.7) в выражение (2.28), получаем

$$\langle \mathbf{G} \rangle = \frac{c}{8\pi} \text{Re} \{ \mathbf{e} \times \mathbf{h}^* \}.$$

Используя соотношение (2.30), полученное выражение можно представить в виде:

$$\langle \mathbf{G} \rangle = \frac{c}{8\pi\mu} \text{Re} \{ \mathbf{e} \times (\text{grad}L \times \mathbf{e}^*) \} = \frac{c}{8\pi\mu} \text{Re} \{ (\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^*) \text{grad}L - (\mathbf{e} \text{grad}L) \mathbf{e}^* \}.$$

В соответствии с уравнением (2.16): $\mathbf{e} \text{grad}L = 0$.

При этом

$$\langle \mathbf{G} \rangle = \frac{c}{8\pi\mu} \text{Re} \{ (\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^*) \text{grad}L \} = \frac{c}{8\pi\mu} (\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^*) \text{grad}L.$$

Первое из выражений (2.29) позволяет представить полученное выражение в виде

$$\langle \mathbf{G} \rangle = 2 \frac{c}{\varepsilon\mu} \langle w_e \rangle \text{grad}L. \quad (2.32)$$

Средняя по времени плотность полной энергии $\langle w \rangle = \langle w_e \rangle + \langle w_m \rangle = 2\langle w_e \rangle$. При $\varepsilon\mu = n^2$ отношение $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = V$, а

отношение $\frac{\text{grad}L}{n}$ в соответствии с уравнением (2.19) эйконала определяет некоторый единичный вектор $\bar{\mathbf{s}}$, равный

$$\mathbf{s} = \frac{\text{grad}L}{n} = \frac{\text{grad}L}{|\text{grad}L|}. \quad (2.33)$$

В результате получаем, что

$$\langle \mathbf{G} \rangle = V \langle w \rangle \mathbf{s}. \quad (2.34)$$

Отсюда следует, что направление усреднённого по времени вектора Умова-Пойнтинга совпадает с нормалью к геометрическому волновому фронту, а абсолютная его величина равна произведению

средней плотности энергии на скорость $V = \frac{c}{n}$. Выражение (2.34) свидетельствует о том, что в приближении геометрической оптики средняя плотность полной энергии электромагнитного поля распространяется со скоростью $V = \frac{c}{n}$. Полученные результаты позволяют ввести понятие геометрических световых лучей.

Геометрические световые лучи можно определить как траектории перемещения плотности световой энергии, ортогональные геометрическим волновым фронтам $L = const$, при этом направление перемещения в каждой точке траектории совпадает с направлением усреднённого вектора Умова-Пойнтинга.

Если радиус-вектор $\mathbf{r}(s)$ точки P , расположенной на луче, рассматривать как функцию длины s дуги луча, то в соответствии с рис.2.1 отношение $\frac{d\mathbf{r}}{ds} = \mathbf{s}$, при этом уравнении луча в соответствии с выражением (2.33) можно представить в виде:

$$n \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \text{grad}L(\mathbf{r}). \quad (2.35)$$

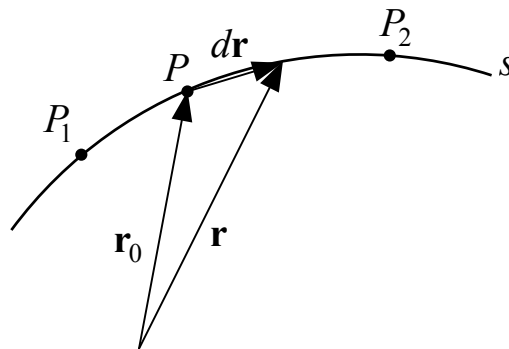


Рис.2.1. Радиус-вектор произвольной точки траектории луча

Умножив уравнение (2.35) скалярно на орт \mathbf{s} , получаем

$$n = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \text{grad}L(\mathbf{r}).$$

Но

$$d\mathbf{r} \text{grad}L(\mathbf{r}) = \frac{\partial L(x, y, x)}{\partial x} dx + \frac{\partial L(x, y, x)}{\partial y} dy + \frac{\partial L(x, y, x)}{\partial z} dz = dL(\mathbf{r}).$$

При этом

$$n = \frac{dL(\mathbf{r})}{ds}. \quad (2.36)$$

Дифференцируя выражение (2.35) по s , получаем

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \frac{d}{ds} \text{grad}L = \frac{d}{d\mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{ds} \text{grad}L = \frac{d}{d\mathbf{r}} \frac{dL}{ds} = \frac{dn}{d\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{d\mathbf{r}} \text{grad}n,$$

то есть

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \text{grad}n. \quad (2.37)$$

В однородной среде $n = \text{const}$, при этом уравнение (2.37) принимает вид: $\frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2} = 0$. Очевидное решение этого уравнения можно представить в виде:

$$\mathbf{r} = s\mathbf{a} + \mathbf{b},$$

где \mathbf{a} и \mathbf{b} – постоянные векторы. Это решение представляет собой уравнение прямой линии, направленной вдоль вектора \mathbf{a} и проходящей через точку $\mathbf{r} = \mathbf{b}$. Следовательно, в однородной среде световые лучи есть прямые линии.

Рассмотрим два волновых фронта: $L_1 = L = \text{const}$ и $L_2 = L + dL = \text{const}$, как показано на рис.2.2. Из выражения (2.36) следует, что приращение эйконала $dL(\mathbf{r})$ определяется произведением расстояния между волновыми фронтами на показатель преломления среды. Интеграл $\int n ds$ вдоль кривой, определяющей траекторию луча, называется оптической длиной этой кривой.

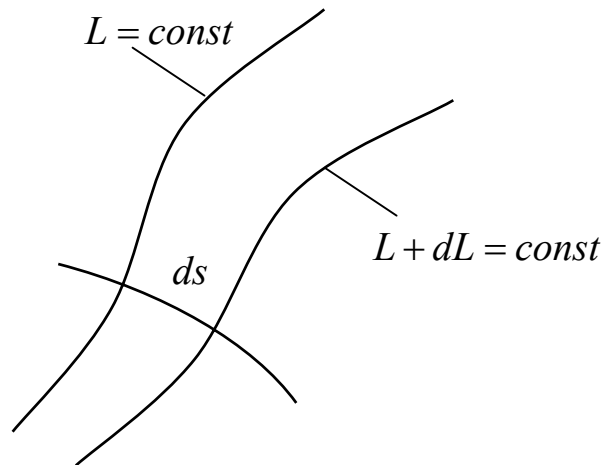


Рис.2.2. Смещение волнового фронта на расстояние ds

Представим себе, что два фиксированных положения волнового фронта связаны между собой множеством световых лучей, проходящих на своём пути оптические среды, разделяющие рассматриваемые волновые фронты. Обозначая квадратными скобками оптическую длину произвольного луча, проходящего через

соответствующие точки P_1 и P_2 волнового фронта в первом и во втором положениях (смотри, например, рис.2.1), получаем:

$$[P_1P_2] = \int_{P_1}^{P_2} n ds = L(P_2) - L(P_1). \quad (2.38)$$

Так как значение эйконала L при каждом положении волнового фронта постоянно, то постоянна и разность эйконалов при двух фиксированных положениях волнового фронта. При этом из выражения (2.38) следует, что

$$\int_{P_1}^{P_2} n ds = \text{const}. \quad (2.39)$$

С другой стороны, $n ds = \frac{c}{V} ds = c dt$, где dt – время прохождения световой волной расстояния ds вдоль луча (время распространения поля или переноса световой энергии на расстояние ds вдоль луча). Следовательно, время распространения световой волны от точки P_1 до точки P_2 равно

$$T = \int_{T_1}^{T_2} dt = \frac{1}{c} \int_{P_1}^{P_2} n ds = \text{const}.$$

Основываясь на этой физической интерпретации выражения (2.39), его называют законом таухронизма (законом одновременности), однако, формулируют так: оптическая длина световых лучей между двумя фиксированными положениями волнового фронта постоянна.

2.3. Закон преломления

Учитывая тождество $\text{rot grad} = 0$, находим, что в соответствии с уравнением (2.35) вектор $n\mathbf{s} = n \frac{d\mathbf{r}}{ds}$, называемый лучевым вектором, удовлетворяет соотношению:

$$\text{rot } n\mathbf{s} = 0. \quad (2.40)$$

Рассмотрим прохождение луча через поверхность раздела двух сред. Заменяем поверхность раздела сред S тонким переходным слоем, внутри которого величины ε и μ быстро, но непрерывно меняются от значений, характеризующих среду с одной стороны поверхности, до значений – с другой её стороны. Построим элементарную прямоугольную площадку, стороны которой P_1Q_1 и

P_2Q_2 параллельны, а стороны P_1P_2 и Q_1Q_2 перпендикулярны к поверхности S , как показано на рис.2.3.

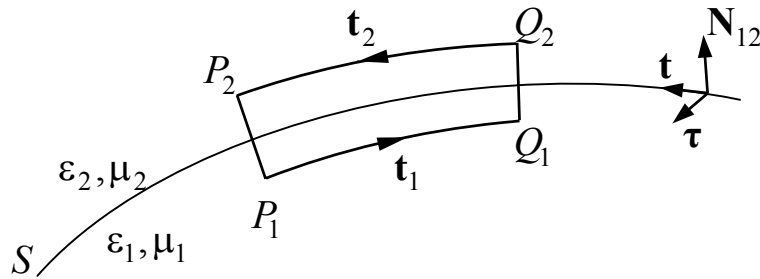


Рис.2.3. К выводу закона преломления

Пусть \mathbf{t} – единичный вектор касательной к поверхности, а \mathbf{N}_{12} – единичный вектор нормали, направленный из первой среды во вторую. Если обозначить через $\boldsymbol{\tau}$ единичный вектор нормали к элементарной площадке, то, интегрируя выражение (2.40) по площади элемента и используя теорему Стокса, получаем:

$$\int_{\Sigma} (\text{rot } n\mathbf{s}) \boldsymbol{\tau} d\Sigma = \oint_{\tilde{N}} n\mathbf{s} \cdot d\mathbf{r}, \quad (2.41)$$

где второй интеграл берётся по ограничивающему элементарную площадку $d\Sigma$ контуру $P_1Q_1Q_2P_2P_1$. Если длина отрезков $P_1Q_1 = \delta l_1$, $P_2Q_2 = \delta l_2$ и $P_1P_2 = Q_1Q_2 = \delta h$ мала, то на каждой из этих сторон вектор $n\mathbf{s}$ можно заменить постоянными векторами $n_1\mathbf{s}_1$ и $n_2\mathbf{s}_2$. Тогда этот интеграл можно представить в виде суммы:

$$n_1\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{t}_1 \delta l_1 + n_2\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{t}_2 \delta l_2 + \frac{1}{2}(n_1\mathbf{s}_1 + n_2\mathbf{s}_2) \cdot (\mathbf{N}_{12} + \mathbf{N}_{21}) \delta h = 0. \quad (2.42)$$

При $\delta h \rightarrow 0$ справедливо равенство $\delta l_1 = \delta l_2 = \delta l$. При этом выражение (2.42) принимает вид:

$$(n_1\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{t}_1 + n_2\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{t}_2) \delta l = 0. \quad (2.43)$$

В соответствии с принятым на рис.2.3 направлением векторов имеем:

$$\mathbf{t}_1 = -\mathbf{t} = -\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{N}_{12}; \quad \mathbf{t}_2 = \mathbf{t} = \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{N}_{12}.$$

Подставив эти соотношения в выражение (2.43), получаем:

$$(n_2\mathbf{s}_2 - n_1\mathbf{s}_1) \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{N}_{12}) = \boldsymbol{\tau} \cdot [\mathbf{N}_{12} \times (n_2\mathbf{s}_2 - n_1\mathbf{s}_1)] = 0,$$

или

$$\mathbf{N}_{12} \times (n_2\mathbf{s}_2 - n_1\mathbf{s}_1) = 0. \quad (2.44)$$

Отсюда следует, что тангенциальная составляющая лучевого вектора $n\mathbf{s}$ непрерывна при переходе через поверхность раздела двух сред или, что то же самое, вектор $\tilde{\mathbf{N}}_{12} = n_2\mathbf{s}_2 - n_1\mathbf{s}_1$ перпендикулярен к

этой поверхности в точке падения луча, при этом $\tilde{\mathbf{N}}_{12} = \mu \mathbf{N}_{12}$, где μ – скалярный множитель, называемый астигматической постоянной или постоянной отклонения.

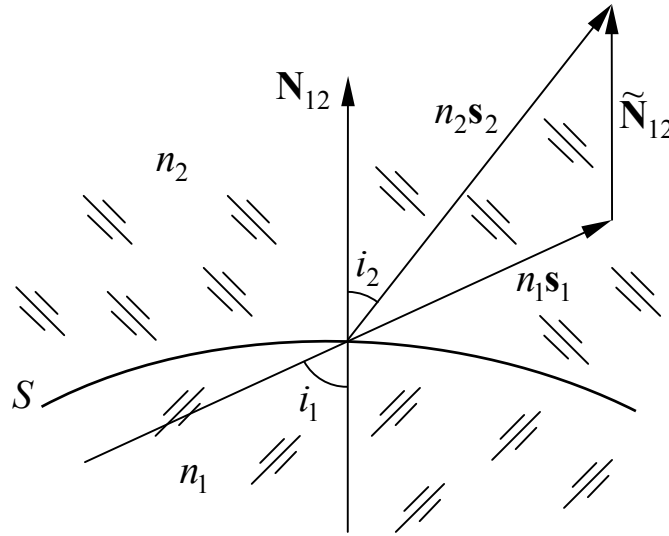


Рис.2.4. К выводу закона преломления

Пусть i_1 и i_2 – углы, образованные падающим и преломлённым лучами с нормалью к поверхности раздела двух сред в точке падения, т.е. с нормалью \mathbf{N}_{12} , как показано на рис.2.4. Тогда в соответствии с выражением (2.44) имеем:

$$n_2(\mathbf{N}_{12} \times \mathbf{s}_2) = n_1(\mathbf{N}_{12} \times \mathbf{s}_1), \quad (2.45)$$

при этом:

$$n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1. \quad (2.46)$$

Итак, в соответствии с выражением (2.45) луч падающий, нормаль к поверхности раздела сред в точке падения луча и луч преломлённый лежат в одной плоскости. При этом в соответствии с выражением (2.46) отношение синуса угла падения луча к синусу угла преломления равно отношению показателей преломления сред $\frac{n_2}{n_1}$.

Эти два положения, выражаемые формулами (2.45) и (2.46), определяют закон преломления Снелиуса-Декарта.

Обратимся вновь к выражению (2.44) и покажем применение его для построения хода преломлённого луча. Умножив это выражение на некоторый масштабный множитель M , получаем

$$(Mn's' - Mns) \times \mathbf{N} = 0. \quad (2.47)$$

Пусть на преломляющую поверхность произвольной формы в точку Q падает луч, направление которого определяется ортом \mathbf{s} , как

показано на рис.2.5. Отложим от точки Q в направлении орта \mathbf{s} отрезок QA_1 , равный nM единиц линейной меры (например, $100n$ мм). Из точки A_1 в направлении орта \mathbf{N} проведём линию. На этой линии определим положение точки A_2 , удалённой от точки Q на расстояние $QA_2 = n'M$ тех же единиц линейной меры, например, с помощью циркуля. Через точки Q и A_2 проведём линию, направление которой определим ортом \mathbf{s}' . Поскольку построения на рис.2.5 выполнены в соответствии с формулой (2.47), орт \mathbf{s}' определяет направление хода преломлённого луча.

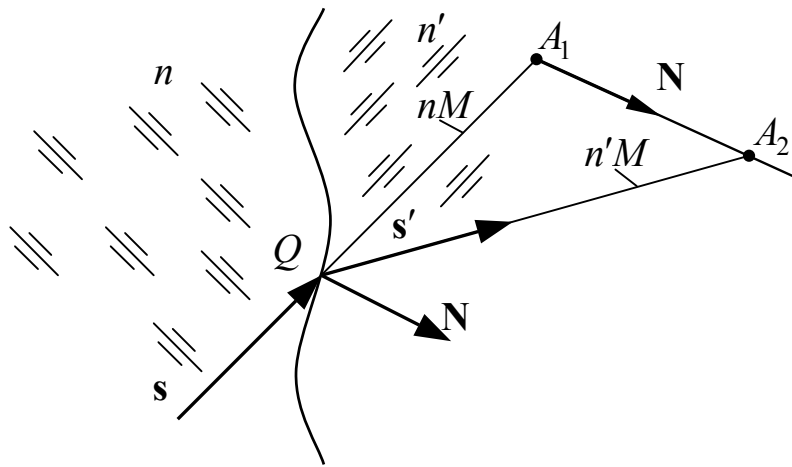


Рис.2.5. Преломление луча на поверхности раздела двух сред

С другой стороны, из выражения (2.44) следует, что

$$n'\mathbf{s}' = n\mathbf{s} + \mu\mathbf{N}. \quad (2.48)$$

Эта формула является основной в методе расчёта хода луча через систему сферических, а также несферических поверхностей, предложенном Иваном Васильевичем Лебедевым в 1938 году (журнал "Оптико-механическая промышленность", 1938, №7). Умножив скалярно обе части выражения (2.48) на вектор \mathbf{N} , получаем

$$\mu = n' \cos i' - n \cos i. \quad (2.49)$$

Используя закон преломления в форме (2.46), выражение (2.49) легко преобразовать к виду:

$$\mu = \sqrt{n'^2 - n^2 + (n\mathbf{N} \cdot \mathbf{s})^2} - n\mathbf{N} \cdot \mathbf{s}. \quad (2.50)$$

Для луча, отражённого поверхностью, имеем: $n' = n$, а $i' = \pi - i$. При этом

$$\mu = -2n \cos i = -2n\mathbf{N} \cdot \mathbf{s}.$$

Подставив это соотношение в выражение (2.48), при $n' = n$ получаем

$$\mathbf{s}' = \mathbf{s} - 2\mathbf{N}(\mathbf{N} \cdot \mathbf{s}). \quad (2.51)$$

Формула (2.51) является одной из основных, применяемых при решении задач юстировки зеркальных и зеркально-призмных систем.

Выразим орты \mathbf{s} , \mathbf{N} и \mathbf{s}' через их проекции на оси декартовых координат:

$$\mathbf{s} = s_x \mathbf{i} + s_y \mathbf{j} + s_z \mathbf{k},$$

$$\mathbf{N} = N_x \mathbf{i} + N_y \mathbf{j} + N_z \mathbf{k},$$

$$\mathbf{s}' = s'_x \mathbf{i} + s'_y \mathbf{j} + s'_z \mathbf{k}.$$

Подставив эти выражения в формулу (2.51), преобразуем её к виду:

$$\begin{pmatrix} s'_x \\ s'_y \\ s'_z \end{pmatrix} = m' \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix}, \quad (2.52)$$

где матрица m' имеет вид:

$$m' = \begin{pmatrix} 1 - 2N_x^2 & -2N_x N_y & -2N_x N_z \\ -2N_x N_y & 1 - 2N_y^2 & -2N_y N_z \\ -2N_x N_z & -2N_y N_z & 1 - 2N_z^2 \end{pmatrix}. \quad (2.53)$$

2.4. Принцип Ферма

Принцип Ферма, известный теперь как принцип наименьшего оптического пути, утверждает, что оптическая длина реального луча между любыми двумя оптически несопряжёнными точками P_1 и P_2 ,

равная $\int_{P_1}^{P_2} n ds$, короче оптической длины любой другой кривой,

соединяющей эти точки и лежащей в некоторой регулярной окрестности луча. Под регулярной окрестностью понимается область, которую можно заменить лучами таким образом, что через каждую её точку будет проходить один (и только один) луч. Покажем справедливость принципа Ферма в случае прохождения света через одну преломляющую поверхность произвольной формы, разделяющую две однородные среды с показателями преломления n и n' .

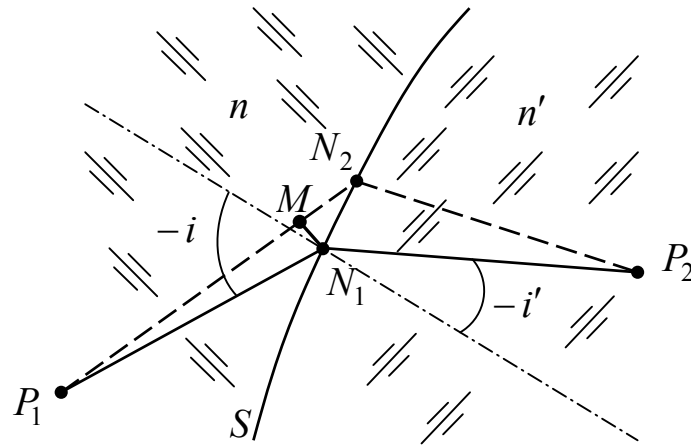


Рис.2.6. Принцип Ферма и закон преломления

Обратимся к рис.2.6, на котором показан путь луча, проходящего через оптически несопряжённые точки P_1 и P_2 и падающего в точку N_1 преломляющей поверхности S , который образует с нормалью к поверхности в точке падения луча углы i и i' . Выберем на преломляющей поверхности точку N_2 , бесконечно близкую к N_1 . При этом отрезок кривой N_1N_2 будем считать величиной первого порядка малости, что позволяет заменить его дифференциалом: $N_1N_2 = dS$. Соединив точку N_2 с точками P_1 и P_2 , получим путь $P_1N_2P_2$, соседний с путём $P_1N_1P_2$ луча. Оптическая длина хода луча $P_1N_1P_2$ может быть представлена в виде: $[P_1P_2] = ns + n's'$, где $s = P_1N_1$, а $s' = N_1P_2$. При переходе от траектории луча $P_1N_1P_2$ к соседней траектории $P_1N_2P_2$ оптическая длина хода луча получит приращение, равное:

$$d[P_1P_2] = nds + n'ds'. \quad (2.54)$$

Чтобы определить величину этого приращения, восстановим в точке N_1 перпендикуляр N_1M к лучу P_1N_2 . Из-за малости угла $N_1P_1N_2$ можно принять $P_1M \approx P_1N_1$. Поэтому отрезок MN_2 можно рассматривать как приращение ds отрезка $P_1N_1 = s$ при замене пути луча P_1N_1 путём P_1N_2 . Пренебрегая величинами выше первого порядка малости, из треугольника MN_1N_2 находим, что $ds = -dS \sin i$. При этом приращение отрезка $N_1P_2 = s'$ равно $ds' = dS \sin i'$. Полученные выражения позволяют равенство (2.54) представить в виде:

$$d[P_1P_2] = (n' \sin i' - n \sin i) dS. \quad (2.55)$$

Отсюда получаем

$$\frac{d[P_1 P_2]}{dS} = n' \sin i' - n \sin i.$$

При соблюдении закона преломления имеем:

$$\frac{d[P_1 P_2]}{dS} = 0, \quad (2.56)$$

т.е. при соблюдении закона преломления длина оптического пути $[P_1 P_2]$ имеет экстремальное значение, что свидетельствует о справедливости принципа Ферма. С другой стороны, можно считать, что при соблюдении принципа Ферма равенство $n' \sin i' = n \sin i$ определяет закон преломления.

Если каждому числу x из чисел некоторого класса сопоставлено другое число y , то, как известно, мы имеем дело с функцией $y = y(x)$. Если каждой функции $y(x)$ из некоторого класса функций сопоставлено некоторое число F , то говорят, что задан функционал $F[y(x)]$. Вариацию функционала обозначают символом $\delta F[y(x)]$. Вариация функционала является аналогом дифференциала функции. Для достижения функционалом $F[y(x)]$ экстремального значения необходимо, чтобы вариация (если она существует) при некоторой функции $y = \tilde{y}(x)$ обращалась в ноль. Учитывая изложенное, принцип Ферма в обозначениях аппарата вариационного исчисления можно записать в виде:

$$\delta \int_{P_1}^{P_2} n ds = 0. \quad (2.57)$$

Поскольку $n = \frac{c}{V}$, где $c = const$, выражение (2.57) можно представить эквивалентным выражением вида:

$$\delta \int_{P_1}^{P_2} \frac{ds}{V} = 0, \quad (2.58)$$

т.е. $\delta \int_{T_1}^{T_2} dt = 0.$

С другой стороны, $k = nk_0$, т.е. $\lambda_0 = n\lambda$, что позволяет выражение (2.57) представить в виде:

$$\delta \int_{P_1}^{P_2} \frac{ds}{\lambda} = 0. \quad (2.59)$$

Принцип Ферма содержит в себе и обобщает следующие положения лучевой оптики:

1. Закон преломления распространения света в однородной среде, т.е. в среде с постоянным показателем преломления.

2. Законы преломления и отражения лучей на поверхностях раздела сред, т.е. на тех поверхностях, где показатель преломления меняется скачком.

3. Позволяет рассчитать путь света в среде с показателем преломления, непрерывно изменяющимся вдоль пути, для которого справедливо уравнение (2.57).

4. Устанавливает закон обратимости светового пути, в соответствии с которым линия, представляющая собой возможный путь течения световой энергии, распространяющейся в одном направлении, есть также возможный путь её течения в обратном направлении.

Действительно, если вариация интеграла (2.57) равна нулю, когда он берётся в пределах от P_1 до P_2 , то она также равна нулю при перемене пределов интегрирования местами (т.е. в пределах от P_2 до P_1).

Следует помнить, что все приведённые выше положения применимы только в пределах тех условий, в которых справедливы законы геометрической (лучевой) оптики.

2.5. Интегральный инвариант Лагранжа-Пуанкаре

Предположим, что показатель преломления n является непрерывной функцией координат. Тогда, применив теорему Стокса к интегралу от нормального компонента $rot ns$, взятому по любой открытой поверхности, получаем:

$$\oint_C ns \cdot dr = 0. \quad (2.60)$$

Интегрирование выполняется по замкнутому контуру C , ограничивающему указанную поверхность. Полученное выражение называется интегральным инвариантом Лагранжа-Пуанкаре и

означает, что интеграл $\int_{P_1}^{P_2} ns \cdot dr$, взятый между любыми двумя точками поля P_1 и P_2 , не зависит от пути интегрирования.

Можно показать, что формула (2.60) остаётся справедливой и в том случае, когда контур C пересекает поверхность, разделяющую

две однородные среды с разными показателями преломления. Для доказательства этого будем считать, что контур C делится на части C_1 и C_2 , расположенными по разные стороны от преломляющей поверхности S , а точки пересечения контура C с поверхностью S соединены другой кривой K , лежащей на этой поверхности, как показано на рис.2.7.

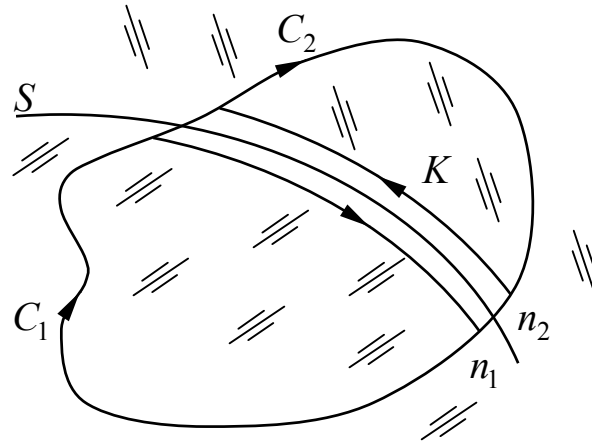


Рис.2.7. К выводу инварианта Лагранжа-Пуанкаре при наличии поверхности раздела двух однородных сред

Применяя формулу (2.60) к обоим контурам C_1K и C_2K и складывая полученные выражения, имеем:

$$\int_{C_1} n_1 \mathbf{s}_1 \cdot d\mathbf{r} + \int_{C_2} n_2 \mathbf{s}_2 \cdot d\mathbf{r} + \int_K (n_2 \mathbf{s}_2 - n_1 \mathbf{s}_1) d\mathbf{r} = 0. \quad (2.61)$$

Интеграл вдоль кривой K равен нулю, поскольку, как было показано при выводе закона преломления, вектор $\tilde{\mathbf{N}}_{12} = n_2 \mathbf{s}_2 - n_1 \mathbf{s}_1$, перпендикулярен к поверхности S в любой точке кривой K . При этом выражение (2.61) сводится к выражению (2.60), что и требовалось доказать.

2.6. Конгруэнции лучей

Уравнение произвольной прямой в пространстве можно определить уравнением вида:

$$x = a_{11} + a_{12}z, \quad y = a_{21} + a_{22}z. \quad (2.62)$$

Задавая независимым друг от друга величинам коэффициентов $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ всевозможные значения, получим уравнения всех прямых, заполняющих пространство. Связывая величины коэффициентов одной зависимости $F_1(a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}) = 0$, получаем комплекс прямых. Вполне очевидно, что в общем случае через каждую точку

пространства проходит конус лучей с вершиной в этой точке. Добавляя ещё одну зависимость $F_2(a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}) = 0$, мы выделяем из комплекса конгруэнцию (от лат. *congruens* (*congruentis*) – соразмерный, соответствующий, совпадающий) прямых.

Пусть через каждую точку некоторой поверхности $z = f(x, y)$ проходит прямая, определяемая коэффициентами $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$, которые являются функциями от x и y :

$$a_{11} = a_{11}(x, y),$$

$$a_{12} = a_{12}(x, y),$$

$$a_{21} = a_{21}(x, y),$$

$$a_{22} = a_{22}(x, y).$$

В результате получаем конгруэнцию прямых, так как из написанных четырёх равенств можно исключить x и y и получить два уравнения, связывающих величины $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$. Конгруэнцией прямых, например, является совокупность исходящих из светящейся точки лучей после выхода из оптической системы при условии, что последняя среда однородна.

Соотношение (2.40), а, именно, $rots = 0$, определяет все системы лучей, которые могут существовать в неоднородной среде, и выделяет их из более общих семейств кривых. В однородной среде, т.е. при $n = const$, это соотношение принимает вид:

$$rots = 0. \quad (2.63)$$

Левую часть соотношения (2.40) можно заменить тождеством $rots = nrots + (gradn) \times s$. (2.64)

Умножив при этом соотношение (2.64) скалярно на вектор s , получаем, что система лучей в любой среде должна удовлетворять соотношению:

$$s \cdot rots = 0. \quad (2.65)$$

Система кривых, заполняющих некоторую часть пространства так, что через каждую точку этой части пространства в общем случае проходит одна кривая, называется конгруэнцией. Если существует семейство поверхностей, пересекающих каждую кривую под прямым углом, то рассматриваемую систему кривых называют нормальной конгруэнцией. Если такого семейства поверхностей нет, то говорят о кривой конгруэнции. В обычной (световой) геометрической оптике рассматривают только нормальные конгруэнции лучей. Косые конгруэнции играют важную роль в электронной оптике.

Если все лучи, составляющие конгруэнцию, имеют вид прямых, то такая конгруэнция называется прямолинейной конгруэнцией лучей. Формулы (2.63) и (2.65) определяют необходимые и достаточные условия, соблюдение которых свидетельствует о том, что конгруэнция лучей является соответственно нормальной и нормальной прямоугольной.

2.7. Теорема Малюса

Если все лучи в однородной среде имеют общую точку, например, исходят из точечного источника, то говорят, что лучи образуют гомоцентрический пучок. Такой пучок образует нормальную конгруэнцию, поскольку каждый луч пучка пересекает под прямым углом сферические поверхности (волновые фронты), центр которых расположен в точке пересечения лучей.

В 1808 году французский физик Этьен Луи Малюс (1775–1812) показал, что если гомоцентрический пучок прямолинейных лучей преломляется или отражается какой-либо поверхностью, то получающийся после этого пучок лучей (в общем случае уже не гомоцентрический) тоже образует нормальную конгруэнцию. Позднее Дюпин (1816 г.), Кветеле (1825 г.) и Жергонн (1825 г.) обобщили результат Малюса. Работы этих учёных позволили сформулировать следующую теорему, называемую теоремой Малюса: нормальная прямолинейная конгруэнция остаётся нормальной после любого числа преломлений и отражений.

Рассмотрим нормальную прямолинейную конгруэнцию лучей в однородной среде с показателем преломления n_1 , которые преломляются на поверхность S , отделяющей эту среду от другой однородной среды с показателем преломления n_2 , как показано на рис.2.8.

Пусть L_1 – один из волновых фронтов в первой среде, A_1 и P – точки пересечения произвольного луча в первой среде с поверхностями L_1 и S соответственно, а A_2 – точка на преломлённом луче. Если точку A_1 сместить в другую точку B_1 на том же волновом фронте, то точка P на поверхности преломления сместится в точку Q . Теперь на преломлённом в точке Q луче выберем такую точку B_2 , чтобы оптический путь от B_1 до B_2 равнялся оптическому пути от A_1 до A_2 , т.е. чтобы соблюдалось равенство:

$$[A_1PA_2] = [B_1QB_2]. \quad (2.66)$$

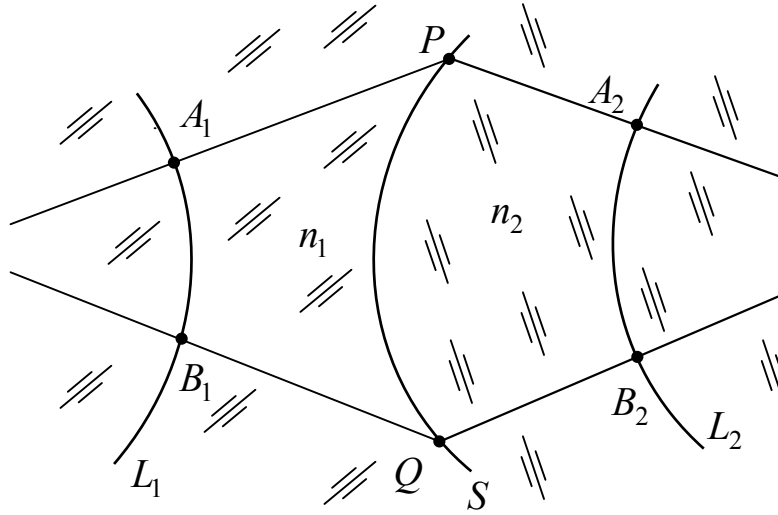


Рис.2.8. К доказательству теоремы Малюса

Если перемещать точку B_1 по всей поверхности L_1 , то точка B_2 при своём перемещении заполнит поверхность L_2 . Покажем, что преломлённый луч QB_2 перпендикулярен к этой поверхности.

Вычисляя интегральный инвариант Лагранжа-Пуанкаре по замкнутому пути $A_1PA_2B_2QB_1A_1$, получаем:

$$\int_{A_1PA_2} n ds + \int_{A_2B_2} ns \cdot dr + \int_{B_2QB_1} n ds + \int_{B_1A_1} ns \cdot dr = 0 \quad (2.67)$$

на основании равенства (2.66) имеем

$$\int_{A_1PA_2} n ds + \int_{B_2QB_1} n ds = 0.$$

Кроме того, поскольку на волновом фронте L_1 единичный вектор \mathbf{s} в каждой точке перпендикулярен к нему, интеграл $\int_{B_1A_1} ns \cdot dr = 0$. В

результате выражение (2.67) принимает вид:

$$\int_{A_2B_2} ns \cdot dr = 0. \quad (2.68)$$

Полученное соотношение должно выполняться на поверхности L_2 для любого отрезка кривой. Это возможно только в том случае, если $\mathbf{s} \cdot d\mathbf{r} = 0$ для каждого линейного элемента $d\mathbf{r}$ поверхности L_2 , т.е. если преломлённые лучи перпендикулярны к ней или, другими словами, если преломлённые лучи образуют нормальную конгруэнцию, что и требовалось доказать.

Поскольку точка B_1 на волновом фронте L_1 выбрана произвольно, то равенство $[A_1PA_2] = [B_1QB_2]$ позволяет утверждать, что оптическая длина пути между любыми двумя волновыми

фронтами одинакова для всех лучей. Вполне очевидно, что этот результат остаётся справедливым для случая последовательных преломлений (и отражений) на нескольких поверхностях, а так же, как это непосредственно следует из выражения (2.38), в случае распространения лучей в среде с непрерывно изменяющимся показателем преломления. Эта теорема, доказанная с помощью интегрального инварианта Лагранжа-Пуанкаре, называется принципом равного оптического пути. Из этой теоремы следует, что геометрические волновые фронты нормальной конгруэнции лучей или совокупности нормальных конгруэнций, образованных в результате последовательных преломлений (и отражений), "оптически параллельны" друг другу.

С последней теоремой невольно ассоциируется гипотетическая теорема, впервые выдвинутая в 1690 году Х.Гюйгенсом, согласно которой каждую точку волнового фронта можно считать центром вторичного светового возмущения, порождающего элементарные сферические волны, при этом волновым фронтом в любой последующий момент времени служит огибающая этих вторичных сферических волн. Принцип Гюйгенса может служить правилом для построения поверхностей, "оптически параллельных" друг другу.

Дополнив построение Гюйгенса утверждением, что вторичные волны интерферируют между собой, О.Френель в 1818 году впервые смог объяснить явление дифракции. Это сочетание построения Гюйгенса с принципом интерференции называется принципом Гюйгенса-Френеля. Позднее (в 1882 г.) Г.Кирхгоф придал исследованиям Френеля строго математическое обоснование, и с этого времени началось широкое изучение дифракции. Тем не менее, в большинстве практически важных случаев из-за математических трудностей приходится прибегать к приближённым методам и тут принцип Гюйгенса-Френеля служит мощным инструментом, позволяющим решать большинство вопросов, встречающихся в прикладной оптике.