

## Глава 4

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И СООТНОШЕНИЯ ФОТОМЕТРИИ

Слово "фотометрия" составлено из двух греческих слов: "фос" (φως) – свет и "метрео" (μετρεω) – измеряю, т.е. в переводе на русский язык, его следует понимать как "световые измерения". В бытовом понимании "свет" – это ощущение, которое возникает у человека под влиянием падающего в его глаз электромагнитного излучения с длинами волн, лежащими в пределах от 380 нм до 780 нм. В технике под словом "свет" понимают то излучение, которое вызывает зрительное ощущение. Измерение этого излучения и составляет задачу фотометрии.

Первой фотометрической работой в истории науки было разделение звёзд по их блеску (по освещённости от этих звёзд) на шесть классов – звёздных величин, выполненное Гиппархом во II веке до Р.Х. В звёздном каталоге Птолемея, приложенном к его "Альмагесту", содержатся оценки звёздных величин свыше 1000 звёзд. Сопоставляя их с современными объективными измерениями освещённости от этих же звёзд, установили, что когда одна звезда имеет звёздную величину на единицу больше, чем другая, то освещённость от первой в 2,5 раза меньше, чем от второй. Постепенное расширение общего интереса к измерениям света можно проследить по литературным памятникам и отметить его у Данте (XIII в.), у Леонардо да Винчи (XV в.) и у Галилея (XVII в.).

Начало практического применения некоторых видов световых измерений можно, по-видимому, отнести к концу XVI и началу XVII веков и особенно к XVIII веку, когда были опубликованы книги основоположников фотометрии французского учёного Пьера Бугера (1698–1758) (Bouguer P. Essai d'optique sur la gradation de la lumière. – Paris, 1729) и немецкого учёного Иоганна Генриха Ламберта (1728–1777) (Lambert J.H. Photometria, sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae – Augsburg, 1760). С тех пор методы световых измерений непрерывно совершенствуются, следуя за ускоряющимся темпом технического прогресса, предъявляющего всё более высокие требования к различным видам измерений лучистой энергии.

С древнейших времён и до XIX века единственная возможность замечать и оценивать излучение была связана со зрением человека. Естественно поэтому, что все фотометрические законы и соотношения развивались только в связи с воздействием излучения на глаз наблюдателя и что световые измерения могли осуществляться

только в пределах видимого спектра. С появлением приёмников, чувствительных к ультрафиолетовым и инфракрасным лучам, содержание фотометрии стало расширяться и в настоящее время её можно определить как совокупность методов и теории, охватывающих энергетику процессов излучения, распространения и превращения (в частности, поглощения) лучистой энергии в любой части электромагнитного спектра. Однако, чаще всего фотометрические соотношения применяются к ультрафиолетовому, видимому и инфракрасному излучениям, объединяемым в общем понятии оптического излучения.

#### **4.1. Интенсивность излучения некогерентного источника конечных размеров в геометрическом приближении**

Плотность потока энергии электромагнитного поля определяется вектором Умова-Пойнтинга

$$\mathbf{G} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{c}{4\pi} EH_s,$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  – векторы напряжённости электрического и магнитного полей соответственно.

Направление вектора Умова-Пойнтинга перпендикулярно векторам  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  и совпадает с направлением распространения электромагнитной волны, а его величина равна энергии, переносимой в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную вектору  $\mathbf{G}$ . Таким образом, вектор  $\mathbf{G} = Vws$ , где  $w$  – плотность энергии, а  $V$  – скорость распространения электромагнитных волн.

Строго монохроматическое поле, которое можно рассматривать как фурье-компоненту произвольного поля, создаёт гармонический осциллятор или набор подобных осцилляторов с одинаковой частотой излучения. В оптике обычно имеют дело с источниками, излучающими свет в узком, но конечном диапазоне частот. Такой источник можно рассматривать как набор большого числа гармонических осцилляторов, частоты которых попадают в указанный диапазон.

Для вычисления интенсивности света в какой-либо точке  $P$  пространства необходимо просуммировать все поля, созданные каждым осциллятором (элементом источника), т.е.

$$\mathbf{E} = \sum_n \mathbf{E}_n;$$

$$\mathbf{H} = \sum_n \mathbf{H}_n.$$

Так как частоты колебаний в оптическом диапазоне излучения очень велики, непосредственно наблюдать мгновенные значения ни одной из таких быстро осциллирующих величин невозможно. Можно говорить лишь об их значениях, усреднённых за некоторый интервал времени, который велик по сравнению с периодом колебаний. Величина среднего по времени вектора Умова-Пойнтинга служит мерой интенсивности света в некоторой точке  $P$ , т.е.

$$\begin{aligned}
 I(P) &= \langle \mathbf{G} \rangle = \frac{c}{4\pi} \langle \mathbf{E} \times \mathbf{H} \rangle = \frac{c}{4\pi} \left| \sum_{n,m} \langle \mathbf{E}_n \times \mathbf{H}_m \rangle \right| = \\
 &= \frac{c}{4\pi} \left| \sum_n \langle \mathbf{E}_n \times \mathbf{H}_n \rangle + \sum_{n \neq m} \langle \mathbf{E}_n \times \mathbf{H}_m \rangle \right|.
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Световые колебания, создаваемые различными элементами источника, можно считать независимыми (взаимно некогерентными), причём среднее значение поля равно нулю. Тогда

$$\sum_{n \neq m} \langle \mathbf{E}_n \times \mathbf{H}_m \rangle = 0.$$

Поэтому при решении многих оптических задач можно принять, что вторая сумма в выражении (4.1) равна нулю (в этих случаях говорят, что поля некогерентны).

Тогда

$$I(P) = \frac{c}{4\pi} \left| \sum_n \langle \mathbf{E}_n \times \mathbf{H}_n \rangle \right| = \left| \sum_n \langle \mathbf{G}_n \rangle \right|,
 \tag{4.2}$$

где  $\mathbf{G}_n$  – вектор Умова-Пойнтинга, соответствующий  $n$ -му элементу источника.

Направление усреднённого по времени вектора Умова-Пойнтинга совпадает с нормалью к геометрическому волновому фронту, а абсолютная его величина равна произведению средней плотности энергии  $\langle w \rangle$  на скорость распространения электромагнитных волн  $V$ . Волновой фронт излучения точечного источника в однородной среде имеет сферическую форму. Источники излучения конечного размера принято считать точечными, если их угловые размеры малы, при этом в геометрической оптике источник излучения считается точечным, если его угловой размер стремится к нулю.

Свет от источника распространяется, как правило, во все стороны, заполняя всё окружающее пространство. Для анализа пространственного распределения излучаемой источником энергии используют представление о телесном угле.

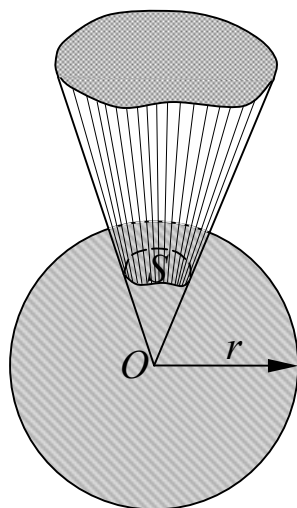


Рис.4.1. Телесный угол

Телесным углом называется часть пространства, заключённая внутри одной полости некоторой конической поверхности (с замкнутой направляющей), порождаемой движением прямой линии (образующей), проходящей через неподвижную точку (вершину конической поверхности), как показано на рис.4.1, при этом всякая (не проходящая через вершину) линия, которую образующая пересекает при своём движении, называется направляющей. Если вершина телесного угла расположена в центре сферы произвольного радиуса  $r$ , то коническая поверхность, ограничивающая телесный угол, вырезает на сфере часть её поверхности, площадь  $S$  которой пропорциональна квадрату радиуса  $r$ , т.е.  $S = \omega r^2$ . Коэффициент  $\omega$  является мерой телесного угла. Единицей телесного угла является стерadian (ср). Телесный угол, равный одному стерadianу, соответствует части поверхности сферы, площадь которой равна площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Коническая поверхность телесного угла может принимать различные формы. Если это поверхность прямого кругового конуса с плоским углом  $2\alpha$  при вершине, то телесный угол (в стерadianах)

$$\omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 4\pi \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad \text{Если конус телесного угла}$$

разворачивается в плоскость, то телесный угол, соответствующий полупространству, оказывается равным  $2\pi$  ср и, наконец, если площадь  $S$  охватывает всю поверхность сферы, то полный телесный угол в каждой точке пространства равен  $4\pi$  ср. Когда коническая поверхность сжимается около какого-то направления и площадь вырезаемой конусом поверхности сферы становится бесконечно

малой, телесный угол также становится бесконечно малым и равным

$$d\omega = \frac{dS}{r^2}.$$

Пусть  $\delta S$  – элемент поверхности волнового фронта, соответствующего определённой точке поверхности источника излучения. Через поверхность  $\delta S$  проходят конические пучки лучей, исходящих из каждой точки источника. Осевые лучи этих пучков заполняют конус с телесным углом  $d\omega$ , как показано на рис.4.2. Если угол раствора конуса достаточно мал, то можно пренебречь зависимостью проекции вектора  $\mathbf{G}_n$  от направления и записать выражение (4.2) в виде:

$$I(P) = \sum_n |\langle \mathbf{G}_n \rangle| = \sum_n I_n. \quad (4.3)$$

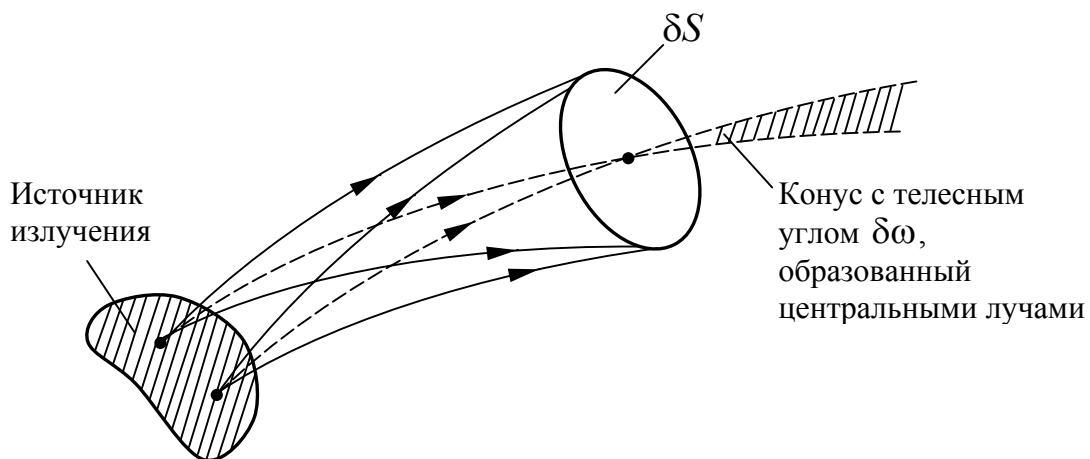


Рис.4.2. К выводу закона интенсивности в геометрической оптике для некогерентного источника излучения конечных размеров

Предположим, что число точечных источников (осцилляторов) настолько велико, что их распределение без существенной ошибки можно считать непрерывным. Вклад от каждого точечного источника бесконечно мал, однако, суммарный эффект конечен. В этом случае сумма (интеграл) пропорциональна телесному углу  $\delta\omega$ , т.е.

$$I(P) = L\delta\omega,$$

а полный (усреднённый по времени) поток энергии  $\delta\Phi_e$ , проходящий через элемент  $\delta S$  в единицу времени, равен

$$\delta\Phi_e = L\delta\omega\delta S. \quad (4.4)$$

Формула (4.4) играет важную роль в фотометрии.

## 4.2. Оптическое излучение. Световой поток. Энергетические и эффективные характеристики оптического излучения

Одним из видов энергии (греч. *energeia* – действие) является излучение, испускаемое телами естественного и искусственного происхождения. Такие тела называют источниками излучения. Известными каждому естественными источниками излучения являются Солнце, Луна, Земля, планеты и созвездия, небо, облака, полярные сияния. Искусственные источники оптического излучения могут быть тепловыми, люминесцентными и газоразрядными. Сюда же относятся светодиоды и лазеры.

Приёмниками излучения можно считать все тела живой и неживой природы, поглощающие излучение. По типу действия излучения различают приёмники тепловые (болометры, термоэлементы, терморезисторы и др.), фотоэлектрические (фотоэлементы, фотоумножители, фотосопротивления), фотографические (фотографические слои). Среди приёмников живой природы, прежде всего, можно назвать глаза (сетчатку глаз) и кожу человека и листья растений. Приёмники излучения обладают различным механизмом преобразования энергии излучения. Исследование этого механизма помогает наиболее эффективно использовать энергию излучения.

Как известно, любое материальное тело, имеющее температуру выше нуля абсолютной шкалы, излучает энергию в окружающее пространство. Следовательно, все тела, с которыми нам приходится иметь дело в жизни, непрерывно обмениваются энергией, так как любой поток излучения переносит энергию от излучающего тела к поглощающему. При тепловом излучении световое излучение обусловлено спонтанными переходами электронов с высоких уровней энергии на более низкие; инфракрасное излучение происходит за счёт изменения колебательного и вращательного движений атомов; при люминесцентном излучении атомы и электроны спонтанно переходят с высоких уровней энергии на более низкие, а возбуждаются электромагнитным полем. В газоразрядном источнике излучение возникает в результате электрического разряда в атмосфере инертных газов, паров металла или их смесей. Принцип действия излучающих полупроводниковых диодов (светодиодов) основан на явлении электролюминесценции при протекании тока в структурах с  $p-n$ -переходом. Устройство, генерирующее когерентные электромагнитные волны за счёт вынужденного испускания или вынужденного рассеяния света активной средой, находящейся в оптическом резонаторе, называется лазером. Слово "лазер" представляет собой

аббревиатуру слов английского выражения: "Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation" – усиление света вынужденным излучением.

Непрерывный спектр электромагнитного излучения распространяется от  $\gamma$ -лучей с минимальной длиной волны  $10^{-7}$  мкм, возникающих при распаде радиоактивных элементов, до длинноволновых радиоизлучений и излучений генераторов переменного тока промышленной частоты с длиной волны 6000 км. Средняя область спектра электромагнитного излучения, охватывающая инфракрасное излучение с длиной волн от 1мм до 0,78 мкм, видимое излучение – от 0,78 мкм до 0,38 мкм и ультрафиолетовое излучение с длинами волн от 0,38 мкм до 0,01 мкм, носит название оптической области спектра. Излучение этой области спектра называется оптическим излучением. Объединение излучений этих спектральных областей в одну группу объясняется как единством принципов возбуждения оптического излучения, так и общностью методов их преобразования и использования.

Полная энергия излучения любого спектрального состава, переносимая электромагнитными волнами за единицу времени, значительно превышающую периоды световых колебаний, через какую-либо поверхность, определяет мощность излучения, которую в оптике принято называть потоком излучения или лучистым потоком. Количественной характеристикой излучения является его мощность (поток излучения)  $\Phi_e$ , а качественной характеристикой – его спектральный состав, при этом  $\Phi_e = \Phi_e(\lambda)$ , где  $\lambda$  – длина волны монохроматического излучения. Спектральный состав излучения определяется спектральной плотностью потока излучения, равной

$$\varphi_{e\lambda} = \frac{d\Phi_{e\lambda}}{d\lambda}.$$

Спектральная плотность потока излучения  $\varphi_{e\lambda}$  характеризует распределение энергии в спектре. При заданной (или известной) зависимости  $\varphi_{e\lambda}$  от  $\lambda$  полный поток излучения в области спектра от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$  определяется очевидным выражением вида:

$$\Phi_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi_{e\lambda} d\lambda. \quad (4.5)$$

Спектр излучения называют сплошным, если спектральная плотность потока излучения  $\varphi_{e\lambda}$  – непрерывная функция  $\lambda$ , отличная от нуля в широком интервале длин волн. Сплошной спектр имеет,

например, свет, излучаемый раскалёнными твёрдыми телами и жидкостями.

Спектр излучения называют линейчатым, если  $\Phi_{e\lambda}$  практически отлична от нуля лишь в узких дискретных интервалах длин волн  $\lambda_i \pm \frac{1}{2}\Delta\lambda_i$  ( $\Delta\lambda_i \ll \lambda_i$ ), каждому из которых соответствует своя спектральная линия. Линейчатый спектр имеют, например, газоразрядные источники излучения. Полный поток сложного излучения, имеющего линейчатый спектр, определяется суммированием:

$$\Phi_e = \Phi_{e\lambda_1} + \Phi_{e\lambda_2} + \dots + \Phi_{e\lambda_n} = \sum_{k=1}^{k=n} \Phi_{e\lambda_k}.$$

Спектр излучения называют полосатым, если соответствующие ему спектральные линии образуют дискретные группы – полосы, которые состоят из множества тесно расположенных линий. Непрерывную полосу имеет, например, спектр излучения люминофора в люминесцентном источнике излучения.

Для обнаружения излучения и количественной оценки (измерения) потока излучения применяют приёмники излучения (приёмники лучистой энергии), которые, как правило, неодинаково реагируют на потоки излучения различного спектрального состава. Такие приёмники называют селективными приёмниками. Следовательно, реакция селективного приёмника при воздействии на него потока излучения будет зависеть не только от величины последнего, но и от спектрального состава излучения. В общем виде этой зависимости можно придать следующую математическую форму:

$$dX_\lambda = S_{\text{ааи}}(\lambda) d\Phi_{e\lambda}, \quad (4.6)$$

где  $d\Phi_{e\lambda}$  – поток излучения в пределах малого спектрального диапазона  $d\Phi_{e\lambda} = \Phi_{e\lambda} d\lambda$ ;  $dX_\lambda$  – некоторая величина, характеризующая изменение реакции приёмника;  $S_{\text{ааи}}(\lambda)$  – абсолютная спектральная характеристика чувствительности приёмника излучения.

Спектральная характеристика приёмника излучения определяет спектральный диапазон его работы.

Чувствительностью приёмника излучения называют отношение изменения измеряемой реакции приёмника (например, тока или напряжения), вызванного падающим на приёмник излучением, к количественной характеристике этого излучения в заданных



эксплуатационных условиях. Абсолютной спектральной характеристикой чувствительности приёмника излучения называют зависимость монохроматической чувствительности  $S_{\text{аан}}(\lambda)$ , измеренной в абсолютных единицах, от длины волны падающего на приёмник потока излучения.

Если приёмником излучения является глаз человека, то величиной  $dX_\lambda$  принято считать световой поток  $d\Phi_\lambda$ , пропорциональный потоку излучения  $d\Phi_{e\lambda}$  и соответствующий вызываемому им зрительному ощущению в глазу, при этом коэффициент пропорциональности принято называть коэффициентом видности  $K_\lambda$ . В этом случае формула (4.6) имеет вид:

$$d\Phi_\lambda = K_\lambda d\Phi_{e\lambda}. \quad (4.7)$$

В большинстве случаев спектральные характеристики приёмников излучения имеют вид плавных кривых с одним максимумом при  $\lambda = \lambda_{\text{max}}$ , при этом абсолютная спектральная характеристика однотипных приёмников изменяется от приёмника к приёмнику. Однако, относительная спектральная характеристика чувствительности приёмника излучения  $S(\lambda) = \frac{S_{\text{аан}}(\lambda)}{S_{\lambda_{\text{max}}}}$ , определяющая

зависимость его монохроматической чувствительности, отнесённой к значению максимальной чувствительности, от длины волны регистрируемого излучения, остаётся практически неизменной для приёмников излучения одного и того же типа, но зависит от материала чувствительного слоя приёмника и для известных применяемых материалов приводится в справочниках. Зная из справочника  $S(\lambda)$  и измерив  $S_{\lambda_{\text{max}}}$ , можно легко определить  $S_{\text{аан}}(\lambda)$ . Вполне очевидно, что относительная спектральная характеристика чувствительности приёмника излучения  $S(\lambda)$  может изменяться в пределах  $0 \leq S(\lambda) \leq 1$ . Учитывая изложенное, выражение (4.6) можно представить в виде:

$$dX_\lambda = S_{\text{аан}}(\lambda) \varphi_\lambda d\lambda = S_{\lambda_{\text{max}}} S(\lambda) \varphi_\lambda d\lambda. \quad (4.8)$$

Чтобы получить полную реакцию приёмника от всего потока излучения, необходимо проинтегрировать выражение (4.8):

$$X = S_{\lambda_{\text{max}}} \int_0^\infty S(\lambda) \varphi_\lambda d\lambda = S_{\lambda_{\text{max}}} \Phi_{e\gamma\delta}.$$

Таким образом, эффективным потоком излучения  $\Phi_{e\gamma\delta}$  источника для данного приёмника излучения называют поток, который при

чувствительности приёмника, постоянной по всему спектру и равной максимальному значению  $S_{\lambda_{\max}}$ , вызвал бы такую же реакцию приёмника, какую вызывает весь падающий реальный поток при реальной спектральной чувствительности. Интегральный поток от источника равен

$$\Phi_e = \int_0^{\infty} \varphi_{e\lambda} d\lambda.$$

Следовательно, можно определить интегральную чувствительность

$$S = \frac{X}{\Phi_e} = S_{\lambda_{\max}} \frac{\int_0^{\infty} S(\lambda) \varphi_{e\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} \varphi_{e\lambda} d\lambda} = S_{\lambda_{\max}} \chi. \quad (4.9)$$

Отношение интегралов в полученном выражении показывает, какую долю в сложном потоке, падающем на приёмник излучения, составляет эффективный поток  $\Phi_{e\gamma\delta}$  для данных приёмника излучения и источника. Это отношение обозначают буквой  $\chi$  и называют коэффициентом использования потока излучения данным приёмником излучения или спектральным коэффициентом полезного действия (КПД) приёмника.

Если приёмником излучения является глаз человека, то относительную спектральную характеристику глаза называют функцией (или коэффициентом) относительной спектральной видности (или чувствительности глаза)  $V_\lambda$ , определяемой отношением

$$V_\lambda = \frac{K_\lambda}{K_{\lambda_{\max}}}. \quad (4.10)$$

Как показали многочисленные экспериментальные исследования, коэффициент видности  $K_\lambda$  (при дневном зрении) достигает своего максимального значения  $K_{\lambda_{\max}}$  при длине волны излучения  $\lambda_{\max} = 0,555$  мкм, при этом при  $\lambda = \lambda_{\max}$  функция относительной видности  $V_\lambda$  достигает своего максимального значения, равного единице. Из выражения (4.10) следует, что  $0 \leq V_\lambda \leq 1$ .

Итак, как следует из формул (4.7) и (4.10), монохроматическому потоку излучения  $d\Phi_{e\lambda}$  длины волны  $\lambda$  соответствует световой поток, равный

$$d\Phi_{\lambda} = K_{\lambda} d\Phi_{e\lambda} = K_{\lambda \max} V_{\lambda} d\Phi_{e\lambda}. \quad (4.11)$$

При сплошном спектре излучения распределение светового потока определяется спектральной плотностью светового потока

$$f_{\lambda} = \frac{d\Phi_{\lambda}}{d\lambda} = K_{\lambda} \frac{d\Phi_{e\lambda}}{d\lambda} = K_{\lambda} \Phi_{e\lambda},$$

где  $\Phi_{e\lambda}$  – спектральная плотность потока излучения.

Для светового потока в пределах малого спектрального диапазона (для элементарного потока) имеем

$$d\Phi_{\lambda} = f_{\lambda} d\lambda = K_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda. \quad (4.12)$$

При этом световой поток сложного излучения со сплошным спектром равен

$$\Phi = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} K_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda = K_{\lambda \max} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda. \quad (4.13)$$

Здесь  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – длины волн, определяющие границы спектральной чувствительности глаза. За пределами видимой области спектра подинтегральная функция равна нулю.

### 4.3. Фотометрические величины и единицы их измерения

#### 4.3.1. Сила света

На некоторой ступени развития культуры и науки человек, получивший в своё распоряжение разнообразные источники искусственного света, начал интересоваться возможностью их сопоставительной количественной оценки. Одна из первых задач в области световых измерений состояла в том, чтобы определить какой из двух источников светит сильнее и во сколько раз.

В 1604 году Иоганн Кеплер сформулировал один из главных законов фотометрии, согласно которому освещение, производимое источником света, изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния до него. Если два источника освещают поверхность, расположенную на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$  от каждого из них, то при одинаковом освещении каждым из них в соответствии с законом, сформулированным И.Кеплером, имеем

$$\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2}, \quad (4.14)$$

где  $I_1$  и  $I_2$  – величины, характеризующие свечение сравниваемых источников в направлении на освещаемую поверхность. Эти величины получили название сил света источников. Выражение (4.14)

позволяет рассчитать во сколько раз сила света одного источника больше силы света другого.

Единица силы света, которая всегда была исходной для практики, воспроизводилась в разное время по-разному. Первыми эталонами силы света были свечи. Сохранились сведения об английской спермацетовой свече и о немецких парафиновых и стеариновых свечах, которые изготавливались особо тщательно.

Во Франции около 1800 года свеча была заменена лампой Карселя, к фитилю которой подводилось сурепное масло. В Англии в 1887 году была предложена пентановая лампа, в бесфитильной горелке которой сгорала смесь паров пентана и подогретого воздуха. Из эталонов, питаемых жидким топливом, наиболее практичной оказалась лампа Гефнера, в тщательно стандартизованный корпус которой наливался химически чистый амилацетат. Лампа Гефнера служила эталоном в Германии, Австрии, Швейцарии и некоторых других странах до 1948 года.

Значительно более удобными в работе были эталоны, использующие свечение твёрдых тел. В 1879 году француз Виоль предложил считать единицей ту силу света, которую даёт в направлении, перпендикулярном к поверхности, квадратный сантиметр чистой платины при температуре её затвердевания. Эта единица (единица Виоля) была примерно в 20 раз больше пентановой свечи. Однако, этот эталон оказался нестабильным и от него вскоре пришлось отказаться.

В 1909 году метрологические учреждения Англии, Франции и США согласились поддерживать некоторую новую единицу силы света, близкую к пентановой свече, с помощью группы тщательно изготовленных и постоянно контролируемых ламп накаливания. Первоначально групповой эталон состоял из угольных ламп, а в дальнейшем были созданы аналогичные группы из вольфрамовых ламп. Зафиксированной таким образом единице силы света было присвоено название "международная свеча". С 1924 года эта единица силы света была принята в СССР. Ею пользовались до 1948 года, когда она повсеместно была заменена канделой (кд) (от английского candle – свеча).

Ещё в 1947 году канделу (в то время её называли новой свечой) было принято воспроизводить с помощью эталона, использующего свечение абсолютно чёрного тела, яркость которого при температуре затвердевания чистой платины было решено считать равной  $60 \text{ кд} \cdot \text{см}^{-2}$ . С 1 января 1948 года эта единица была повсеместно принята за

основу измерения всех фотометрических величин. Важно отметить, что единица силы света является одной из семи основных единиц Международной системы – СИ.

Сила света источника в общем случае зависит от направления излучения и в разных направлениях бывает весьма различной. Если источник имеет форму цилиндра (например, прямая газосветная лампа), то его наибольшая сила света направлена перпендикулярно к оси цилиндра, а наименьшая – вдоль оси. Нередко можно встретить графическое изображение распределения силы света источника в виде кривой в полярной системе координат, радиусы-векторы которой пропорциональны силам света источника в соответствующих направлениях. Такая кривая даёт наглядное представление о распределении света, излучаемого источником или светильником, т.е. источником, помещённым в некоторую арматуру.

#### 4.3.2. Световой поток

Предположим, что источник  $dS_u$  излучает свет в окружающее пространство в пределах телесного угла  $d\omega_u$ , вершина которого совпадает с источником  $dS_u$ . Будем считать, что в некотором направлении сила света (в канделах) в пределах телесного угла  $d\omega_u$  равна  $dI$ . С центром в вершине телесного угла построим сферы радиусов  $r_1, r_2$  и  $r_3$ , как показано на рис.4.3, и обозначим через  $dS_1, dS_2$  и  $dS_3$  элементарные площадки, вырезанные конусом телесного угла  $d\omega_u$  на соответствующих сферах. Согласно закону обратной пропорциональности квадрату расстояния освещённость площадок пропорциональна отношениям  $\frac{dI}{r_1^2}, \frac{dI}{r_2^2}, \frac{dI}{r_3^2}$ . За единицу

времени на площадки  $dS_1, dS_2$  и  $dS_3$  упадёт одна и та же энергия, которая переносится рассматриваемым пучком лучей в пределах угла  $d\omega_u$ . Составив произведения  $\frac{dI}{r_1^2} dS_1, \frac{dI}{r_2^2} dS_2$  и  $\frac{dI}{r_3^2} dS_3$ , замечаем, что

каждое из них равно  $dI d\omega_u$ , так как

$$\frac{dS_1}{r_1^2} = \frac{dS_2}{r_2^2} = \frac{dS_3}{r_3^2} = d\omega_u.$$

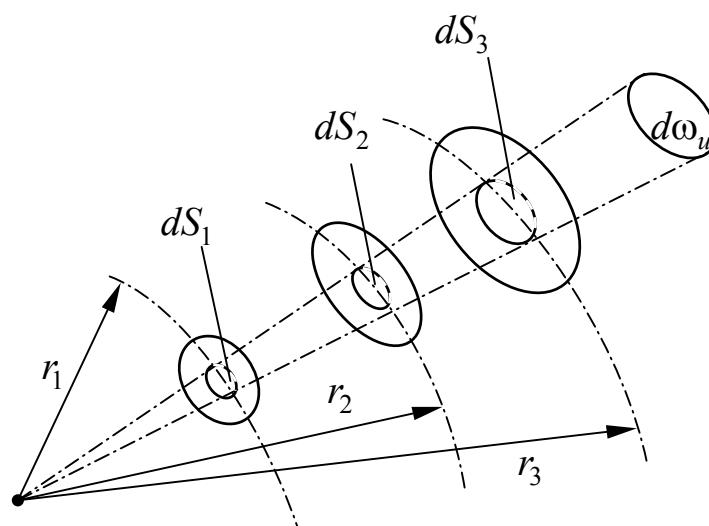


Рис.4.3. Световой поток источника  $dS_u$  внутри телесного угла  $d\omega_u$

Величина

$$d^2\Phi = dI d\omega_u \quad (4.15)$$

равная световой мощности, переносимой пучком лучей, распространяющимся внутри телесного угла  $d\omega_u$ , получила название светового потока.

Световой поток, определяемый соотношением (4.15), представляет собой ту часть полного светового потока, излучаемого источником  $dS_u$ , которая приходится на телесный угол  $d\omega_u$ . Если сила света источника зависит от направления распространения излучения, то полный световой поток  $d\Phi$ , излучаемый источником  $dS_u$  в окружающее пространство, равен

$$d\Phi = \int_{\omega_u} dI d\omega_u, \quad (4.16)$$

где  $\omega_u \leq 4\pi$ .

Единица светового потока – люмен (лм) (от латинского lumen – свет, лампа), при этом световой поток, распространяющийся внутри телесного угла в 1 ср при силе света источника, расположенного в его вершине, равной 1 кд, равен 1 лм, т.е. лм=кд·ср. В светотехнической практике часто пользуются представлением о средней сферической силе света  $I_\theta$  источника излучения как о силе света такого условного источника  $S_u$ , который, излучая одинаково во все стороны, излучает такой же световой поток, что и реальный источник. Вполне очевидно, что полный световой поток  $\Phi$  источника связан с его средней сферической силой света  $I_\theta$  простым соотношением:

$$\Phi = 4\pi I_0.$$

При определении понятий силы света и светового потока предполагалось, что источник света расположен в вершине телесного угла, т.е. в точке. Однако, источник излучения точкой физически быть не может. Следует обратить внимание на то обстоятельство, что понятие силы света источника непосредственно связано с направлением излучения, при этом лучи, исходящие из разных точек источника и падающие на освещаемый предмет, должны располагаться внутри малого телесного угла. В равной мере и расстояние от источника до освещаемой поверхности приобретает определённую только тогда, когда размер источника мал по сравнению с расстоянием, на котором определяется создаваемое им освещение. Прекрасным примером точечного источника могут служить звёзды, каждая из которых имеет огромные размеры. Однако, расстояние до звёзд столь велико, что их размеры не мешают точному определению направления на них. Таким образом, чем больше расстояние, на котором наблюдается световое действие источника, тем с большим основанием можно считать его точечным. Так, например, если источником излучения служит равномерно светящийся диск, то погрешность определения силы света не превышает 1 %, если расстояние до источника превосходит его диаметр всего лишь в пять раз.

#### 4.3.3. Освещённость. Светимость

Величина

$$dE_n = \frac{dI}{r^2}, \quad (4.17)$$

которая определяет величину освещения на поверхности, расположенной на расстоянии  $r$  от источника излучения  $dS_u$  с силой света  $dI$ , при нормальном падении лучей, как показано на рис.4.4, называется освещённостью поверхности. За единицу освещённости принимается такая освещённость, которую создаёт источник излучения силой света в 1 кд на поверхности, расположенной нормально к направлению излучения на расстоянии 1 м от источника. Единица освещённости – люкс (лк) (от латинского lux – свет солнца, освещение).

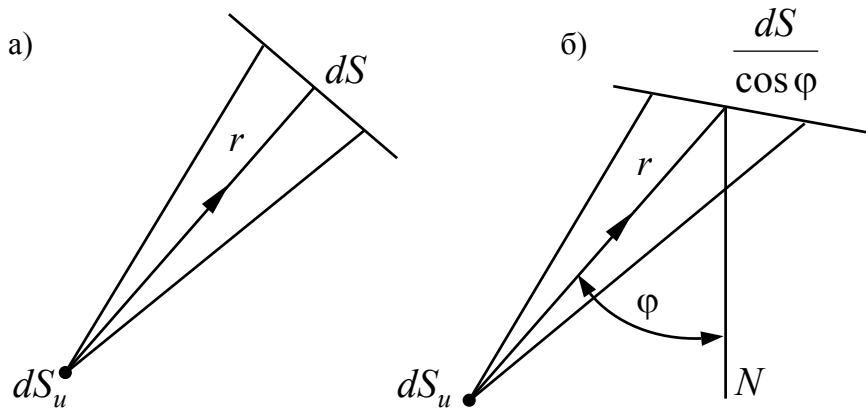


Рис.4.4. Лучи источника излучения  $dS_u$ , падающие на поверхность  $dS$  по нормали к ней (а) и под углом  $\varphi$  к нормали (б)

Умножим числитель и знаменатель отношения (4.17) на бесконечно малый телесный угол  $d\omega_u$ , в котором сила света источника  $dS_u$  равна  $dI$ . В результате получаем

$$dE_n = \frac{dI d\omega_u}{r^2 d\omega_u} = \frac{d^2\Phi}{dS_0},$$

где  $d^2\Phi = dI d\omega_u$  – световой поток, распространяющийся от источника  $dS_u$  в телесный угол  $d\omega_u$ , а  $dS_0 = r^2 d\omega_u$  – площадь элемента поверхности, нормальной к направлению излучения, на который падает этот поток. Отсюда следует, что освещённость поверхности представляет собой поверхностную плотность падающего на неё светового потока. Таким образом, единица освещённости люкс определяет такую поверхностную плотность светового потока, при которой световой поток в 1 лм покрывает поверхность площадью, равной  $1 \text{ м}^2$ . Если лучи от источника падают на поверхность под углом  $\varphi$  к нормали  $N$  к поверхности, как показано на рис.4.4, то тот же световой поток  $d^2\Phi$  падает на площадку  $dS = \frac{dS_0}{\cos \varphi}$ . В этом случае

$$dE_\varphi = \frac{dI}{r^2} \cos \varphi = dE_n \cos \varphi. \quad (4.18)$$

Каждый элемент  $dS_m$  излучающей или освещённой поверхности излучает или отражает в окружающее пространство (точнее, в полупространство, измеряемое телесным углом  $2\pi$ ) некоторый световой поток  $d^2\Phi_{\text{всё}}$ . Поверхностная плотность излучаемого или отражённого светового потока



$$dM = \frac{d^2\Phi_{\text{эцэ}}}{dS_m} \quad (4.19)$$

называется светимостью. Единица светимости – люмен на квадратный метр ( $\text{лм} \cdot \text{м}^{-2}$ ).

#### 4.3.4. Яркость

Предположим, что бесконечно малый элемент  $dS_u$  излучающей поверхности освещает бесконечно малый элемент  $dS$  некоторой поверхности, расположенной на расстоянии  $r$  от  $dS_u$ . Будем считать, что из каждой точки элемента  $dS_u$  лучи проходят через принятую в качестве осевой точку элемента  $dS$ , образуя телесный угол  $d\omega$ . При этом световой поток, падающий на поверхность элемента  $dS$ , в соответствии с выражением (4.4) равен

$$d^2\Phi = L d\omega dS_0 = L d\omega dS \cos \varphi,$$

где  $\varphi$  – угол между осью телесного угла  $d\omega$  и нормалью к элементу  $dS$ . Коэффициент пропорциональности  $L$  называется яркостью излучающего элемента  $dS_u$  в направлении к освещаемому элементу  $dS$ . Телесный угол в этом уравнении

$$d\omega = \frac{dS_u \cos \varphi_u}{r^2},$$

где  $\varphi_u$  – угол между осью телесного угла  $d\omega$  и нормалью к элементу  $dS_u$ . При этом

$$d^2\Phi = L \frac{dS_u \cos \varphi_u dS \cos \varphi}{r^2}. \quad (4.20)$$

Заметим, что отношение  $\frac{dS \cos \varphi}{r^2}$  определяет телесный угол  $d\omega_u$  с вершиной в любой точке элемента  $dS_u$ .

В соответствии с выражением (4.15) световой поток  $d^2\Phi = dId\omega_u$ . При этом из выражения (4.20) следует, что

$$L = \frac{d^2\Phi}{dS_u \cos \varphi_u d\omega_u} = \frac{dI}{dS_u \cos \varphi_u}. \quad (4.21)$$

Выражение (4.21) определяет яркость поверхности  $S_u$  в любой её точке и в любом направлении (при любом значении угла  $\varphi_u$ ) отношением силы света элемента поверхности в выбранном направлении к площади проекции этого элемента на плоскость, перпендикулярную направлению силы света. Отсюда следует, что за

единицу яркости следует принять яркость такой поверхности, для которой сила света, выраженная в канделах, равна выраженной в квадратных метрах площади её проекции на плоскость, перпендикулярную к направлению силы света. Таким образом, единица яркости – кандела на квадратный метр (кд·м<sup>-2</sup>).

Выражение (4.20) можно представить в виде:

$$d^2\Phi = LdS_0 \cos \varphi_u d\omega_u = LdS \cos \varphi d\omega. \quad (4.22)$$

В этом выражении в среднюю часть входят величины, относящиеся только к площадке излучателя  $dS_u$ , а в правую часть – те же величины, но относящиеся к площадке  $dS$ . Если площадку  $dS$  перемещать в направлении пучка лучей, сохраняя её величину и угол падения  $\varphi$ , то как телесный угол  $d\omega_u$ , так и телесный угол  $d\omega$ , а, соответственно и световой поток  $d^2\Phi$ , будут изменяться пропорционально изменению обратной величины квадрата расстояния между площадками. Следовательно, яркость  $L$  должна оставаться постоянной в направлении рассматриваемого пучка лучей и равной яркости элемента  $dS_u$  в этом направлении. Это справедливо только в тех случаях, когда среда, через которую распространяется пучок лучей, не поглощает и не рассеивает свет.

Изложенные соображения позволяют распространять понятие яркости поверхности на пучок световых лучей, при этом представление о яркости светового пучка следует считать более общим. Понятие яркости пучка лучей, введённое в трудах академика Владимира Александровича Фока, Андрея Александровича Гершуна, Сергея Осиповича Майзеля и др., оказалось весьма удобным при исследовании объёмных источников или рассеивающих излучение сред, например, безоблачного неба, где невозможно указать поверхность, с которой можно было бы связать определение яркости, т.е. в подобных случаях понятие яркости поверхности вообще теряет смысл. Единственным объектом, которому можно приписать, например, яркость безоблачного неба, является сам пучок световых лучей, пришедший к нам с того или иного направления.

Обратимся вновь к выражению (4.22), из которого находим, что

$$L = \frac{d^2\Phi}{dS \cos \varphi d\omega} = \frac{dE_\varphi}{\cos \varphi d\omega} = \frac{dE_n}{d\omega},$$

т.е. яркость элементарного пучка лучей пропорциональна освещённости, которую он создаёт на перпендикулярной к нему поверхности и обратно пропорциональна телесному углу, который он заполняет.

Из выражения (4.21) следует, что

$$dI = LdS_u \cos \varphi_u. \quad (4.23)$$

Для элемента источника, излучающего по закону Ламберта, яркость излучающей поверхности одинакова по всем направлениям. Если для всех направлений (т.е. для всех значений угла  $\varphi_u$ )  $L(\varphi_u) = L = const$ , то

$$dI = dI_0 \cos \varphi_u,$$

где  $dI_0 = LdS_u$  – сила света излучающего элемента  $dS_u$  в нормальном к нему направлении (т.е. при  $\varphi_u = 0$ ). Если для всех точек светящейся поверхности  $S_u$  справедлив закон Ламберта, то  $I = I_0 \cos \varphi_u$ .

Если поверхность  $dS_u$  излучает равномерно во всех направлениях, то полный световой поток, излучаемый элементом  $dS_u$  по одну сторону от себя, равен

$$d\Phi = LdS_u \int_0^{2\pi} \cos \varphi_u d\omega_u.$$

Телесный угол  $\omega_u = 2\pi(1 - \cos \varphi_u)$ , и, соответственно,  $d\omega_u = 2\pi \sin \varphi_u d\varphi_u$ . Тогда

$$d\Phi = \pi LdS_u \int_{\varphi_u=0}^{\varphi_u=\frac{\pi}{2}} 2 \sin \varphi_u \cos \varphi_u d\varphi_u = \pi LdS_u.$$

При этом светимость поверхности

$$M = \frac{d\Phi}{dS_u} = \pi L. \quad (4.24)$$

Пусть освещённость поверхности равна  $E$ . Светимость идеально рассеивающей поверхности  $M = E$ , а яркость её в соответствии с соотношением (4.24) равна  $L = \frac{E}{\pi}$ . Значение идеального рассеивателя

состоит в том, что с его предельными свойствами удобно сравнивать свойства всех реальных материалов.

#### 4.3.5. Световая энергия. Экспозиция

Классическая фотометрия, основы которой были заложены трудами П.Бугера и И.Ламберта в XVIII веке, предполагает применение непрерывно излучающих источников, отвечающих требованиям стабильности излучения в течение длительного времени, которое само по себе значения не имело. Однако, уже давно стали выявляться случаи, в которых длительность свечения играла

существенную роль. Примером такого случая может служить применение импульсных источников света, которые с некоторых пор начали приобретать всё более широкое распространение. Длительность свечения импульсных источников излучения измеряется иногда тысячными и даже миллионными долями секунды, что очень существенно, например, для фотографии. Излучение импульсного источника обладает переменной мощностью, которая, возрастая от нуля, достигает за малые доли секунды своего максимального значения, а затем падает до нуля. Поэтому излучение импульсного источника характеризуют или длительностью импульса и максимальной мощностью излучения или энергией импульса, которая определяется интегралом от мощности по времени излучения.

Одним из видов навигационного ограждения пути корабля в море, осуществляемому с помощью плавающих буёв или бакенов, являются проблесковые огни. В тёмное время суток эти огни, вспыхивающие периодически на десятые доли секунды, позволяют мореплавателю определять своё местоположение. Темновые паузы имеют значительно большую длительность. Инерционные свойства глаза заставляют принимать во внимание не только силу света проблескового огня, но и длительность свечения.

При фотометрических процессах (фотография, фотосинтез) результат также зависит не только от освещённости светочувствительного слоя, но и от времени освещения.

В связи с тем, что число таких случаев непрерывно растёт и они приобретают всё большее значение, оказалось необходимым пополнить фотометрическую систему рядом новых величин, из которых в первую очередь надо отметить следующие:

1. Световая энергия  $Q$  в соответствии с определением равна

$$Q = \int_0^{\tau} \Phi dt \quad (4.25)$$

и измеряется в люмен-секундах (лм·с).

2. Экспозиция (или количество освещения)  $H$  определяется интегралом

$$H = \int_0^{\tau} E dt \quad (4.26)$$

и измеряется в люкс-секундах (лк·с).

Но  $\Phi = \int_S E dS$ . Тогда  $dQ = \int_{\tau} E dS dt = H dS$ . При этом

$$H = \frac{dQ}{dS}. \quad (4.27)$$

Из последнего выражения следует, что экспозиция  $H$  представляет собой поверхностную плотность световой энергии.

#### 4.4. Энергетические величины

Итак, распределение светового потока по телесному углу определяется силой света, по поверхности – освещённостью или светимостью, а одновременно по телесному углу и по поверхности – яркостью. Представление о световом потоке и обо всех связанных с ним величинах формировалось в процессе развития визуальной фотометрии. Существенными факторами, определяющими формирование этих представлений, во-первых, было то, что невидимые излучения ещё не были известны, и, во-вторых, то, что глаз человека был единственным средством обнаружения и оценки излучения любого источника. Таким образом, световой поток оказывался естественной мерой всякого излучения.

##### 4.4.1. Связь между световыми и энергетическими величинами

К видимому свету, свойства которого были изучены ещё И.Ньютоном, добавились открытые в начале XIX века инфракрасное и ультрафиолетовое излучения. Позже была установлена их общая электромагнитная природа и общая скорость распространения в вакууме. Появились разнообразные приёмники излучения, чувствительные к излучению различного спектра, а соответственно расширился и спектральный диапазон применяемого излучения. Одновременно с этим во всё большей степени ощущалась необходимость оценки общей мощности переносимого электромагнитного излучения независимо от его спектрального состава, которая получила название потока излучения (или лучистого потока). Поток излучения принято обозначать буквой  $P$  или  $\Phi_e$  и, как всякую мощность, измерять в ваттах. Как естественное следствие того, что поток излучения становится основой радиационной энергетики, возникла потребность во всех видах производных величин, применяемых для характеристики его пространственного распределения, т.е. появилась необходимость в системе энергетических величин, построенных аналогично системе световых (визуальных) величин. Отличие этих новых величин от прежних состоит только в том, что вместо светового потока в их определения входит поток излучения.

Наиболее естественным и удобным способом наименования этих новых энергетических величин принят такой, при котором за каждой энергетической величиной сохраняется название её светового аналога с добавлением слова "энергетический". Что касается обозначения, то за каждой энергетической величиной сохраняется обозначение, используемое для аналогичного светового понятия, с добавлением внизу индекса  $e$ . Таким образом, плотность потока излучения по телесному углу получает название энергетической силы света или силы излучения источника и определяется соотношением  $I_e = \frac{d\Phi_e}{d\omega}$ , где  $d\Phi_e$  – бесконечно малый поток излучения, распространяющийся от источника внутри бесконечно малого телесного угла  $d\omega$ . Энергетическая сила света измеряется в ваттах на стерадиан ( $\text{Вт}\cdot\text{ср}^{-1}$ ). Поверхностная плотность потока излучения имеет следующие названия: энергетическая освещённость, равная  $E_e = \frac{d\Phi_{e\text{т\ddot{a}\ddot{a}}}}{dS}$ , и энергетическая светимость, равная  $M_e = \frac{d\Phi_{e\text{с\ddot{c}\ddot{e}}}}{dS_u}$ , где  $d\Phi_{e\text{т\ddot{a}\ddot{a}}}$  и  $d\Phi_{e\text{с\ddot{c}\ddot{e}}}$  – бесконечно малые потоки, падающий на элемент поверхности и излучаемый элементом поверхности соответственно. Эти величины измеряют в ваттах на квадратный метр ( $\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}$ ). Аналогичным образом вводится и понятие об энергетической яркости как о поверхностной плотности энергетической силы света, равной

$$L_e = \frac{dI_e}{dS_u \cos \varphi},$$

т.е. об энергетической силе света, отнесённой к площади проекции элемента поверхности на плоскость, перпендикулярную к направлению энергетической силы света. Эта величина измеряется в ваттах на стерадиан и на квадратный метр ( $\text{Вт}\cdot\text{ср}^{-1}\cdot\text{м}^{-2}$ ).

#### 4.4.2. Световая эффективность

При сплошном спектре полный поток излучения в соответствии с формулой (4.5) равен

$$\Phi_e = \int_0^{\infty} d\Phi_{e\lambda} = \int_0^{\infty} \varphi_{e\lambda} d\lambda. \quad (4.28)$$

Если поток излучения  $d\Phi_{e\lambda}$  приходится на видимую часть спектра, то при этом возможно световое воздействие излучения на

глаз и ощущение некоторого светового потока  $d\Phi_\lambda$ , в соответствии с выражением (4.11) равного

$$d\Phi_\lambda = K_{\lambda_{\max}} V_\lambda \varphi_{e\lambda} d\lambda, \quad (4.29)$$

где  $K_{\lambda_{\max}}$  – коэффициент пропорциональности, который называют максимальной световой эффективностью излучения. Если мощность измеряется в ваттах, а световой поток – в люменах, то коэффициент  $K_{\lambda_{\max}}$  равен числу люменов светового потока, вызванного потоком излучения в один ватт при той длине волны излучения, при которой  $V_\lambda = 1$ , т.е. при  $\lambda_0 = 0,555$  мкм.

Развитие фотометрии как теоретической, так и экспериментальной, позволило Международному комитету мер и весов принять в 1977 году, что 1 Вт излучения частоты  $\nu_0 = 540 \cdot 10^{12}$  Гц ( $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = 0,555$  мкм), обладающего наибольшей световой эффективностью при дневном освещении, эквивалентен 683 лм светового потока.

Световой эффективностью излучения называют отношение светового потока к потоку вызвавшего его излучения. Вполне очевидно, что световая эффективность излучения зависят от спектрального состава излучения и равна нулю в тех случаях, когда излучение не содержит потока в видимой части спектра. Световая эффективность солнечного излучения близка к  $100 \text{ лм} \cdot \text{Вт}^{-1}$ , а для монохроматических потоков световая эффективность  $K_\lambda = V_\lambda K_m$ , где  $K_m = 683 \text{ лм} \cdot \text{Вт}^{-1}$ , а  $V_\lambda$  – относительная спектральная чувствительность глаза.

Световой поток источника излучения сложного спектрального состава может быть определён как сумма элементарных световых потоков всех его монохроматических составляющих:

$$\Phi = K_m \int_{\lambda} V_\lambda d\Phi_{e\lambda} = K_m \int_{\lambda} V_\lambda \varphi_{e\lambda} d\lambda. \quad (4.30)$$

Это выражение определяет понятие светового потока, откуда следует, что световой поток является величиной, пропорциональной потоку излучения, оценённому в соответствии с относительной спектральной чувствительностью среднего глаза.

Иногда световой поток выражают в ваттах, условно называемых световыми ваттами, число которых считается равным интегралу  $\int_{\lambda} V_\lambda d\Phi_{e\lambda}$ , если поток излучения  $d\Phi_{e\lambda} = \varphi_{e\lambda} d\lambda$  выражен в ваттах.

Важно обратить внимание на то, что один световой ватт эквивалентен 683лм независимо от спектрального состава излучения.

Отношение светового потока в световых ваттах к потоку излучения в ваттах представляет собой безразмерную величину, равную

$$\eta = \frac{\int V_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda}{\int_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda} \quad (4.31)$$

которую называют световым коэффициентом полезного действия (КПД) излучения. Величина этого коэффициента может достигать единицы, если речь идёт о монохроматическом излучении с длиной волны  $\lambda = 0,555$  мкм. Во всех других случаях световой КПД излучения меньше единицы и падает до нуля, если излучение не захватывает видимой области спектра.

Заметим, что произведение  $K_m \eta = 683\eta$  лм·Вт<sup>-1</sup> определяет световую эффективность излучения, которая, естественно, зависит от его спектрального состава и может принимать значения от 683 лм·Вт<sup>-1</sup> до нуля. Следует различать световую эффективность излучения и световую эффективность источника, которая равна отношению светового потока к мощности, потребляемой им от источника энергии, например, от электрической сети. Световая эффективность источников света колеблется от 8–9 лм·Вт<sup>-1</sup> для низкотемпературных вакуумных ламп накаливания (у вакуумных ламп давление остаточных газов в колбе после откачки 10<sup>-5</sup>–10<sup>-7</sup> мм рт.ст.) до 9–13,5 лм·Вт<sup>-1</sup> для высокотемпературных газонаполненных ламп накаливания (у газонаполненных ламп после откачки колба заполняется смесью инертных газов, давление которых у холодной лампы приближённо равно 600 мм рт.ст.). Световая эффективность ламп накаливания с йодным циклом достигает 25–30 лм·Вт<sup>-1</sup> при среднем сроке службы до 2000 ч.

Большая заслуга в создании электрических ламп накаливания принадлежит выдающемуся русскому учёному Александру Николаевичу Лодыгину (1847–1923), который разработал конструкцию ламп накаливания с угольной нитью в 1872 году и создал первые образцы ламп, пригодных для работы. Американский изобретатель и предприниматель Томас Алва Эдисон (1847–1931) усовершенствовал лампу накаливания, предложив в 1879 году конструкцию лампы, основные принципиальные элементы которой сохранились до настоящего времени.



Выдающаяся роль в деле создания газоразрядных источников света принадлежит русским электротехникам. Академик Петербургской АН Василий Владимирович Петров (1761–1834) в 1802 году первым получил устойчивую электрическую дугу в воздухе и указал на возможность её использования в качестве источника света. Однако, лишь спустя 70 лет удалось осуществить на этом принципе источник, приемлемый для целей освещения. Заслуга эта принадлежит известному русскому изобретателю Петру Николаевичу Яблочкову (1847–1894), создавшему источник, нашедший применение как в России, так и за рубежом, и получивший название "свеча Яблочкова". Световая эффективность современных газоразрядных ламп равна: натриевых ламп – до  $100 \text{ лм}\cdot\text{Вт}^{-1}$ , люминесцентных ламп – до  $70\text{--}80 \text{ лм}\cdot\text{Вт}^{-1}$ , ртутных ламп высокого давления (ВД) и сверхвысокого давления (СВД) – до  $60 \text{ лм}\cdot\text{Вт}^{-1}$ , а газовых ламп ВД и СВД – до  $45\text{--}50 \text{ лм}\cdot\text{Вт}^{-1}$ . При значительно более высокой световой эффективности (световой отдаче), чем у ламп накаливания, газоразрядные лампы имеют и значительно больший срок службы. Если средний срок службы осветительной лампы накаливания равен 1000 ч. и не может быть увеличен без снижения и без того низкой световой эффективности, то срок службы современных люминесцентных ламп достигает 14000 ч.

Легко видеть, что равенства, подобные равенству (4.30), можно составить не только для светового потока, но и для любой другой фотометрической величины. Например, для яркости, выраженной в канделах на квадратный метр, справедливо равенство:

$$L = K_m \int_{L_e} V_\lambda dL_e = K_m \int_{\lambda} V_\lambda L_{e\lambda} d\lambda, \quad (4.32)$$

где  $V_\lambda$  имеет прежнее значение, а  $dL_e = L_{e\lambda} d\lambda$  – энергетическая яркость, приходящаяся на спектральный интервал  $\lambda, \lambda + d\lambda$ ,  $\text{Вт}\cdot\text{ср}^{-1}\cdot\text{м}^{-2}$ . Заметим, что яркость излучения капиллярных ртутно-кварцевых ламп СВД с водяным охлаждением достигает  $(1,5\text{--}1,8)\cdot 10^9 \text{ кд}\cdot\text{м}^{-2}$  при средней визуальной яркости Солнца  $L = 1,95\cdot 10^9 \text{ кд}\cdot\text{м}^{-2}$ .

#### 4.5. Фотометрические свойства тел

Фотометрические свойства окружающих нас предметов определяют яркость и цветность (окраску), которые они принимают под влиянием падающего излучения.

#### 4.5.1. Общие соотношения

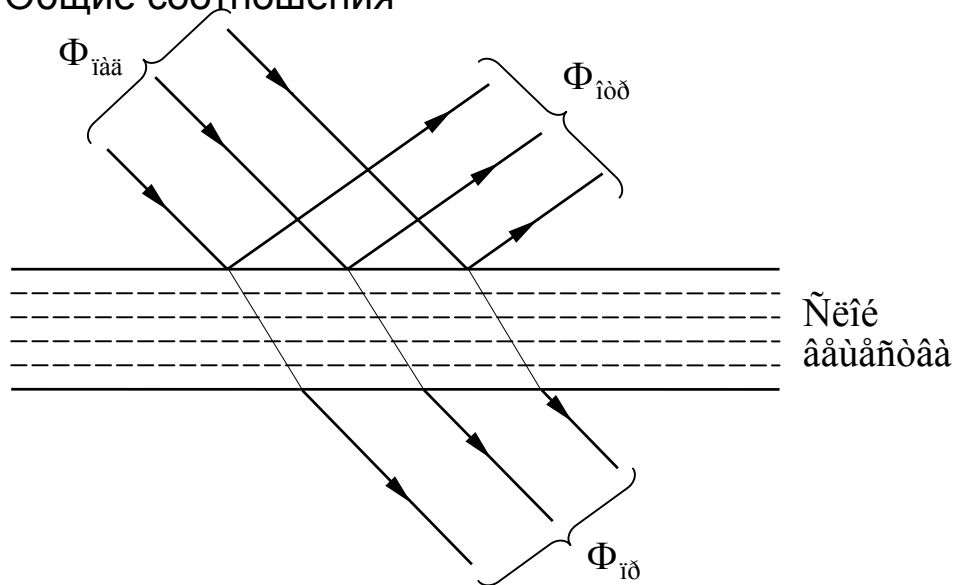


Рис.4.5. Разделение светового потока, падающего на слой вещества

Для определённости будем считать, что освещённый предмет представляет собой плоский слой прозрачного вещества, как показано на рис.4.5, толщина которого мала по сравнению с линейными размерами его освещаемой поверхности. Пусть на поверхность слоя из пространства, расположенного перед ним, падает произвольно распределённый по направлениям световой поток  $\Phi_{i\alpha\alpha}$ . Освещённый слой разделит упавший на него световой поток на три части: поток  $\Phi_{i\delta\delta}$ , отражённый от слоя в ту полусферу, из которой пришёл падающий поток; поток  $\Phi_{i\delta}$ , прошедший через слой и вышедший в другую полусферу, и поглощённый поток  $\Phi_{i\alpha\epsilon}$ , который в веществе слоя превратится в теплоту или другую форму энергии.

В соответствии с законом сохранения энергии сумма отражённого, прошедшего и поглощённого световых потоков равна падающему потоку:

$$\Phi_{i\delta\delta} + \Phi_{i\delta} + \Phi_{i\alpha\epsilon} = \Phi_{i\alpha\alpha}$$

или

$$\frac{\Phi_{i\delta\delta}}{\Phi_{i\alpha\alpha}} + \frac{\Phi_{i\delta}}{\Phi_{i\alpha\alpha}} + \frac{\Phi_{i\alpha\epsilon}}{\Phi_{i\alpha\alpha}} = 1. \quad (4.33)$$

Отношение светового потока, отражённого от слоя, к световому потоку, падающему на слой, называется коэффициентом отражения слоя и обозначается буквой  $\rho$ .

Отношение светового потока, прошедшего через слой, к световому потоку, падающему на слой, называется коэффициентом пропускания слоя и обозначается буквой  $\tau$ .

Отношение светового потока, поглощённого в слое, к световому потоку, падающему на слой, называется коэффициентом поглощения слоя и обозначается буквой  $\alpha$ .

При этом в соответствии с формулой (4.33) имеем

$$\rho + \tau + \alpha = 1. \quad (4.34)$$

Для окрашенных веществ эти коэффициенты зависят от спектрального состава падающего излучения. Для монохроматического излучения с длиной волны  $\lambda \pm \frac{1}{2}\delta\lambda$  их принято обозначать  $\rho(\lambda)$ ,  $\tau(\lambda)$  и  $\alpha(\lambda)$ . Спектральную зависимость коэффициентов  $\rho(\lambda)$ ,  $\tau(\lambda)$  и  $\alpha(\lambda)$  удобно изображать графически, откладывая по оси абсцисс длину волны  $\lambda$ , а по оси ординат – один из коэффициентов. Пример такого графика показан на рис.4.6.

Поток излучения любого спектрального состава всегда можно рассматривать как сумму большого числа монохроматических составляющих с мощностями  $d\Phi_{e\lambda} = \varphi_{e\lambda} d\lambda$ , каждая из которых, попав на слой, претерпевает изменения, зависящие от его спектральных свойств. При этом мощности отражённой, пропущенной и поглощённой монохроматической составляющей излучения могут быть представлены в виде произведений:

$$\rho(\lambda)\Phi_{e\lambda}, \tau(\lambda)\Phi_{e\lambda} \text{ и } \alpha(\lambda)\Phi_{e\lambda}.$$

Световой поток падающего излучения можно определить выражением (4.30) в виде:

$$\Phi_{i\ddot{a}\ddot{a}} = K_m \int_{\lambda} V_{\lambda} d\Phi_{e\lambda} = K_m \int_{\lambda} V_{\lambda} \varphi_{e\lambda} d\lambda.$$

Вполне очевидно, что световые потоки: отражённый от слоя, прошедший через него и поглощённый в нём, определяются подобными интегралами вида:

$$\Phi_{i\ddot{o}\ddot{d}} = K_m \int_{\lambda} \rho(\lambda) V_{\lambda} \varphi_{e\lambda} d\lambda;$$

$$\Phi_{i\ddot{o}} = K_m \int_{\lambda} \tau(\lambda) V_{\lambda} \varphi_{e\lambda} d\lambda;$$

$$\Phi_{i\ddot{i}\ddot{a}\ddot{e}} = K_m \int_{\lambda} \alpha(\lambda) V_{\lambda} \varphi_{e\lambda} d\lambda.$$

Рис.4.6. Спектральный коэффициент пропускания атмосферы

В соответствии с этим визуальные коэффициенты отражения, пропускания и поглощения можно определить выражениями в такой форме:

$$\rho = \frac{\int_{\lambda} \rho(\lambda) V_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda}{\int_{\lambda} V_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda}, \quad (4.35)$$

$$\tau = \frac{\int_{\lambda} \tau(\lambda) V_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda}{\int_{\lambda} V_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda}, \quad (4.36)$$

$$\alpha = \frac{\int_{\lambda} \alpha(\lambda) V_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda}{\int_{\lambda} V_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda}, \quad (4.37)$$

где все интегралы берутся в пределах видимого спектра.

Если в выражениях (4.35), (4.36) и (4.37) формально положить множитель  $V_{\lambda} \equiv 1$ , то они примут вид выражений, определяющих энергетические коэффициенты отражения  $\rho_e$ , пропускания  $\tau_e$  и поглощения  $\alpha_e$ . Таким образом,

$$\rho_e = \frac{\int_{\lambda} \rho(\lambda) \Phi_{e\lambda} d\lambda}{\int_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda}, \quad (4.38)$$

$$\tau_e = \frac{\int_{\lambda} \tau(\lambda) \Phi_{e\lambda} d\lambda}{\int_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda}, \quad (4.39)$$

$$\alpha_e = \frac{\int_{\lambda} \alpha(\lambda) \Phi_{e\lambda} d\lambda}{\int_{\lambda} \Phi_{e\lambda} d\lambda}, \quad (4.40)$$

где все интегралы распространены на весь спектр излучения источника.

Отсюда следует, что энергетические коэффициенты отражения, пропускания и поглощения характеризуют фотометрические свойства слоя для нейтрального приёмника. Действие всех известных нейтральных приёмников излучения основано на нагревании, возникающем при поглощении падающего на них излучения. Поэтому все нейтральные приёмники имеют чёрную поверхность,

причём хороший приёмник должен поглощать излучение в невидимых областях спектра такую же часть падающего на него излучения, как и в видимой области. Поверхность современного нейтрального приёмника имеет высокий и практически одинаковый коэффициент поглощения в спектральном диапазоне излучения от 0,3 мкм до 40 мкм.

В соответствии с выражениями (4.35)–(4.40) величина коэффициентов отражения, пропускания и поглощения зависит не только от спектральных свойств материалов, определяемых функциями  $\rho(\lambda)$ ,  $\tau(\lambda)$  и  $\alpha(\lambda)$ , но также от вида функции  $\varphi_{e\lambda}$ . Влияние спектральной чувствительности глаза на коэффициенты  $\rho$ ,  $\tau$  и  $\alpha$  подобно влиянию спектрального состава падающего излучения, при этом изменение спектральной чувствительности глаза, наступающее, например, при переходе к сумеречному зрению, влечёт за собой изменение величины этих коэффициентов. Только для нейтральных материалов, спектральные характеристики которых в пределах рассматриваемого интервала длин волн не зависят от длины волны, коэффициенты отражения, пропускания и поглощения не зависят ни от спектрального состава падающего излучения, ни от спектральной чувствительности глаза и совпадают с их значениями для любого монохроматического излучения.

#### 4.5.2. Гладкая поверхность раздела двух диэлектриков

Падающий на гладкую поверхность раздела двух диэлектриков луч делится на два луча: отражённый и преломлённый, при этом все лучи и нормаль к поверхности раздела в точке падения луча лежат в одной плоскости.

Коэффициент отражения  $\rho$  гладкой поверхности, разделяющей два диэлектрика, зависит от состояния поляризации падающего луча. Электрические колебания в падающем луче всегда можно разложить на две составляющие: параллельные плоскости падения и перпендикулярные к ней. Таким образом, каждый луч можно считать состоящим из двух поляризованных лучей с колебаниями, происходящими в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Коэффициенты отражения каждого из этих лучей определяются формулами Френеля, причём для луча с колебаниями, перпендикулярными плоскости падения, коэффициент отражения

$$\rho_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}, \quad (4.41)$$

а для луча с колебаниями, происходящими в плоскости падения, коэффициент отражения

$$\rho_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}^2(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}^2(\theta_i + \theta_t)}. \quad (4.42)$$

При нормальном падении луча, т.е. при  $\theta_i = \theta_t = 0$ , выражения (4.41) и (4.42) принимают вид:

$$\rho_0 = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2. \quad (4.43)$$

Используя это выражение, находим, что если первой средой является воздух ( $n_1 = 1$ ), то для оптического стекла с показателем преломления  $n_2 = n_e = 1,51829$  (крон К8) коэффициент отражения  $\rho_0 = 0,0424$ , для оптического стекла с показателем преломления  $n_2 = n_e = 1,76171$  (тяжёлый флинт ТФ5) коэффициент  $\rho_0 = 0,0761$ , а для воды при  $n_2 = 1,33$  величина  $\rho_0 = 0,02$ . Представим соотношение (4.43) в виде:

$$\rho_0 = \left( 1 - \frac{2n_1}{n_2 + n_1} \right)^2.$$

При этом вполне очевидно, что при  $n_1 = 1$  чем больше величина показателя преломления  $n_2$ , тем больше значение коэффициента отражения  $\rho_0$ . В оптических устройствах, рассчитанных на применение излучения инфракрасной области спектра, применяют такие материалы, как кремний (*Si*) и германий (*Ge*), пропускающие инфракрасное излучение. Для излучения длины волны  $\lambda = 7$  мкм показатели преломления  $n_2(\text{Si}) = 3,42$ , а  $n_2(\text{Ge}) = 4,006$ . В соответствии с выражением (4.43) при  $n_1 = 1$  коэффициенты отражения  $\rho_0(\text{Si}) = 0,30$ , а  $\rho_0(\text{Ge}) = 0,36$ .

Если на гладкую поверхность диэлектрика падает естественный луч, в котором мощности обеих составляющих одинаковы, то для такого луча коэффициент отражения

$$\rho = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} + \frac{\operatorname{tg}^2(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}^2(\theta_i + \theta_t)} \right]. \quad (4.44)$$

Из формул Френеля следует, что после отражения от гладкой поверхности диэлектрика естественный свет становится частично поляризованным со степенью поляризации

$$P(\rho) = \frac{\rho_{\perp} - \rho_{\parallel}}{\rho_{\perp} + \rho_{\parallel}} = \frac{\cos^2(\theta_i - \theta_t) - \cos^2(\theta_i + \theta_t)}{\cos^2(\theta_i - \theta_t) + \cos^2(\theta_i + \theta_t)}, \quad (4.45)$$

причём наиболее сильное электрическое колебание в отражённом луче происходит в направлении, перпендикулярном плоскости падения. Из выражения (4.45) следует, что при нормальном ( $\theta_i = 0$ ) и при скользющем ( $\theta_i = \frac{\pi}{2}$ ) падении луча отражённый луч будет естественным ( $P = 0$ ). При промежуточных значениях угла  $\theta_i$  степень поляризации  $P > 0$  и достигает максимума ( $P = 1$ ), если  $\theta_i + \theta_t = \frac{\pi}{2}$ .

Таким образом, если пучок лучей естественного света падает на гладкую поверхность диэлектрика под углом Брюстера, то отражается от неё только полностью поляризованная часть. В этом случае коэффициент отражения

$$\rho_A = \frac{1}{2} \frac{(n_2^2 - n_1^2)^2}{(n_2^2 + n_1^2)^2}.$$

Отсюда следует, что если менее плотной средой является воздух ( $n_1 = 1$ ), то чем больше показатель преломления  $n_2$  диэлектрика, тем большая часть падающего под углом Брюстера света отражается в виде полностью поляризованного света.

Изменение коэффициента отражения при изменении длины волны света определяется спектральной зависимостью показателя преломления, называемой дисперсией света. Дифференцируя функциональную зависимость (4.43) по  $n_2$  в предположении, что  $n_1 = 1$ , получаем

$$\frac{d\rho_0}{\rho_0} = \frac{4dn}{n^2 - 1}, \quad (4.46)$$

где  $n_2 = n$ . В качестве основного принимаем показатель преломления  $n_e$  стекла для длины волны света  $\lambda = \lambda_e = 546,07$  нм. Для стекла марки К8 ( $n_e = 1,51829$ ) разность показателей преломления в пределах спектрального диапазона излучения от  $\lambda = \lambda_h = 404,66$  нм до  $\lambda = \lambda_r = 706,52$  нм равна 0,01736, а для тяжёлого флинта марки ТФ5 ( $n_e = 1,76171$ ) эта разность равна 0,06307. При этом коэффициент отражения крона меняется примерно на 0,05 от его основного значения, а для тяжёлого флинта – на 0,12. Таким изменением коэффициента отражения во многих случаях можно пренебречь.



Формулы Френеля определяют также и коэффициент пропускания  $\tau$  гладкой поверхности раздела двух диэлектриков. В том случае, когда электрические колебания перпендикулярны плоскости падения, коэффициент пропускания определяется выражением

$$\tau_{\perp} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}, \quad (4.47)$$

а для случаев, когда колебания параллельны плоскости падения,

$$\tau_{\parallel} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)}. \quad (4.48)$$

Легко убедиться в том, что  $\rho_{\perp} + \tau_{\perp} = \rho_{\parallel} + \tau_{\parallel} = 1$ , как и должно быть в соответствии с законом сохранения энергии.

Коэффициент пропускания  $\tau$  той же поверхности для естественного луча определяется выражением вида:

$$\tau = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{2 \sin^2(\theta_i + \theta_t)} \frac{1 + \cos^2(\theta_i - \theta_t)}{\cos^2(\theta_i - \theta_t)}, \quad (4.49)$$

при этом степень поляризации луча, прошедшего во вторую среду, равна

$$P(\tau) = \frac{\tau_{\parallel} - \tau_{\perp}}{\tau_{\parallel} + \tau_{\perp}} = \frac{1 - \cos^2(\theta_i - \theta_t)}{1 + \cos^2(\theta_i - \theta_t)}. \quad (4.50)$$

Из выражения (4.49) следует, что при нормальном падении луча ( $\theta_i = 0$ ) это выражение принимает вид:

$$\tau_0 = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}, \quad (4.51)$$

при этом степень поляризации луча во второй среде  $P(\tau_0) = 0$ .

#### 4.5.3. Отражение света от гладкой поверхности металла

В случае однородной изотропной среды с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , магнитной проницаемостью  $\mu$  и проводимостью  $\sigma$  при соблюдении материальных уравнений  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  и  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$  уравнения Максвелла можно записать в виде:

$$\text{rot} \mathbf{H} - \frac{\epsilon}{c} \dot{\mathbf{E}} = \frac{4\pi}{c} \sigma \mathbf{E}, \quad (4.52)$$

$$\text{rot} \mathbf{E} + \frac{\mu}{c} \dot{\mathbf{H}} = 0, \quad (4.53)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho, \quad (4.54)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (4.55)$$

Применив операцию дивергенции к уравнению (4.52) и используя уравнение (4.54), получаем

$$-\frac{\varepsilon}{c} \operatorname{div} \dot{\mathbf{E}} = \frac{4\pi}{c} \sigma \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho.$$

Дифференцируя уравнение (4.54) по времени, имеем

$$\operatorname{div} \dot{\mathbf{E}} = \frac{4\pi}{\varepsilon} \dot{\rho}.$$

Исключив  $\operatorname{div} \dot{\mathbf{E}}$  из двух последних уравнений, получаем дифференциальное уравнение

$$\dot{\rho} + \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon} \rho = 0, \quad (4.56)$$

очевидное решение которого можно записать в виде:

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (4.57)$$

где  $\tau = \frac{\varepsilon}{4\pi\sigma}$ . Время релаксации  $\tau$  чрезвычайно мало для любой среды, обладающей заметной проводимостью. Для металлов это время значительно меньше периода световой волны. Так, например, для света оранжевой области спектра период колебаний волны равен  $2 \cdot 10^{-15}$  сек, тогда как для меди отношение  $\frac{\tau}{\varepsilon}$  порядка  $2 \cdot 10^{-19}$  сек.

Для любого реально мыслимого значения  $\varepsilon$  время  $\tau$  так мало по сравнению с периодом световой волны, что в металле величина  $\rho$  всегда практически равна нулю. При этом уравнение (4.54) можно переписать в виде:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0. \quad (4.58)$$

Исключив из уравнений (4.52) и (4.53) величину  $\mathbf{H}$  и используя уравнение (4.58), получаем, что величина  $\mathbf{E}$  удовлетворяет волновому уравнению вида:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{\mu\varepsilon}{c^2} \ddot{\mathbf{E}} + \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2} \dot{\mathbf{E}}. \quad (4.59)$$

Наличие члена с  $\dot{\mathbf{E}}$  означает затухание волны, т.е. при распространении через среду волна постепенно ослабевает.

Если поле строго монохроматично и обладает круговой частотой  $\omega$ , т.е. если  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  имеют вид  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$ , то производная  $\dot{\mathbf{E}} = -i\omega\mathbf{E}$ , а  $\dot{\mathbf{E}} = -\omega^2\mathbf{E}$ . При этом уравнение (4.59) примет вид:

$$\nabla^2\mathbf{E} + \tilde{k}^2\mathbf{E} = 0, \quad (4.60)$$

$$\text{где } \tilde{k}^2 = \frac{\omega^2\mu}{c^2} \left( \varepsilon + i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right). \quad (4.61)$$

Если ввести величину  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + i \frac{4\pi\sigma}{\omega}$ , то уравнение (4.60) формально станет идентичным с уравнением Гельмгольца для непроводящих сред, где фигурирует вещественная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$ . Аналогия с непроводящими средами ещё больше усилится, если, кроме комплексного волнового числа  $\tilde{k}$  и комплексной диэлектрической проницаемости  $\tilde{\varepsilon}$ , ввести также комплексную фазовую скорость  $\tilde{V}$  и комплексный показатель преломления  $\tilde{n}$ , которые определяются соотношениями:

$$\tilde{V} = \frac{c}{\sqrt{\mu\tilde{\varepsilon}}}, \quad \tilde{n} = \frac{c}{\tilde{V}} = \sqrt{\mu\tilde{\varepsilon}} = \frac{c}{\omega} \tilde{k}. \quad (4.63)$$

$$\text{Пусть } \tilde{n} = n(1 + i\chi), \quad (4.64)$$

где  $n$  и  $\chi$  вещественны; величину  $\chi$  назовём показателем затухания (называют также коэффициентом экстинкции). Величины  $n$  и  $\chi$  легко выразить через материальные постоянные  $\varepsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$ .

Возведя в квадрат обе части соотношения (4.63), получаем

$$\tilde{n}^2 = n^2(1 + 2i\chi - \chi^2).$$

Кроме того, из соотношений (4.62) и (4.63) имеем

$$\tilde{n}^2 = \mu\tilde{\varepsilon} = \mu \left( \varepsilon + i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right).$$

Приравнивая вещественные и мнимые части в этих двух выражениях для  $\tilde{n}^2$ , получаем

$$n^2 = (1 - \chi^2) = \mu\varepsilon, \quad (4.65)$$

$$n^2\chi = \frac{2\pi\mu\sigma}{\omega} = \frac{\mu\sigma}{\nu}. \quad (4.66)$$

Отсюда следует, что

$$n^2 = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\mu^2\varepsilon^2 + \frac{4\mu^2\sigma^2}{\nu^2}} + \mu\varepsilon \right) \quad (4.67)$$

$$n^2 \chi^2 = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\mu^2 \varepsilon^2 + \frac{4\mu^2 \sigma^2}{v^2}} - \mu \varepsilon \right). \quad (4.68)$$

Здесь выбран положительный знак перед квадратным корнем, так как  $n$  и  $\chi$  вещественны, а, следовательно,  $n^2$  и  $n^2 \chi^2$  должны быть положительными.

Уравнение (4.60) формально идентично волновому уравнению для непроводящей среды, но в этом уравнении волновое число комплексное. Простейшим решением уравнения (4.60) является плоская гармоническая во времени волна

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp\{i[\tilde{k}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}) - \omega t]\}. \quad (4.69)$$

В соответствии с соотношениями (4.63) и (4.64) находим, что  $\tilde{k} = \frac{\omega}{c} \tilde{n} = \frac{\omega}{c} n(1 + i\chi)$ . При этом выражение (4.69) можно представить в виде:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp\left[-\frac{\omega}{c} n\chi(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s})\right] \exp\left\{i\omega\left[\frac{n}{c}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}) - t\right]\right\}.$$

Вещественная часть этого выражения

$$\text{Re } \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp\left[-\frac{\omega}{c} n\chi(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s})\right] \cos\left\{\omega\left[\frac{n}{c}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}) - t\right]\right\}, \quad (4.70)$$

представляющая собой электрический вектор, является плоской волной длины  $\lambda = 2\pi \frac{c}{\omega n}$ , затухание которой определяется экспоненциальным членом. Так как плотность энергии  $w$  волны пропорциональна среднему по времени от  $\mathbf{E}^2$ , то вполне очевидно, что  $w$  будет уменьшаться в соответствии с законом

$$w = w_0 \exp[-\aleph(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s})], \quad (4.71)$$

$$\text{где } \aleph = \frac{2\omega}{c} n\chi = \frac{4\pi\nu}{c} n\chi = \frac{4\pi}{\lambda_0} n\chi = \frac{4\pi}{\lambda} \chi. \quad (4.72)$$

Здесь  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме,  $\lambda$  – длина волны в среде. Постоянная  $\aleph$  называется коэффициентом поглощения. Плотность энергии падает в  $e$  раз на расстоянии  $d$ ,

$$\text{где } d = \frac{1}{\aleph} = \frac{\lambda_0}{4\pi n\chi} = \frac{\lambda}{4\pi\chi}. \quad (4.73)$$

"Глубина проникновения"  $d$  излучения различных длин волн  $\lambda_0$  в медь ( $\sigma \approx 5,14 \cdot 10^{17}$  сек $^{-1}$ ,  $\mu = 1$ ) представлена в табл.4.1. Обычно эта величина составляет очень малую долю длины волны излучения.

Таблица 4.1

	Ультрафиолетовая область	Инфракрасная область	СВЧ	Длинные радиоволны
$\lambda_0$	1000 Å = $10^{-5}$ см	10 мк = $10^{-3}$ см	10 см	1000 м = $10^5$ см
$d$	$6,2 \cdot 10^{-8}$ см	$6,2 \cdot 10^{-7}$ см	$6,2 \cdot 10^{-5}$ см	$6,2 \cdot 10^{-3}$ см

Заметим, что при  $\sigma = 0$  уравнение (4.67) переходит в соотношение Максвелла:  $n^2 = \mu\epsilon$ , при этом из уравнения (4.66) следует, что в этом случае  $\chi = 0$ . Идеальный проводник характеризуется бесконечной проводимостью. Из соотношений (4.65) и (4.66) находим, что  $\frac{\epsilon}{\sigma} = \frac{1 - \chi^2}{v\chi}$ . Отсюда следует, что при  $\sigma \rightarrow \infty$

величина  $\chi^2 \rightarrow 1$ , при этом величина  $n \rightarrow \infty$ . Такой проводник вообще не позволял бы электромагнитной волне проникать на какую-либо глубину и отражал бы весь падающий свет.

Итак, основные уравнения, описывающие распространение плоской гармонической волны в проводящей среде, отличаются от соответствующих уравнений для прозрачного диэлектрика лишь тем, что вещественные постоянные  $\epsilon$  и  $k$  заменяются на комплексные  $\tilde{\epsilon}$  и  $\tilde{k}$ . Поскольку формулы, полученные для прозрачного диэлектрика, содержат лишь линейные соотношения между компонентами векторов поля плоских монохроматических волн, то они применимы и в рассматриваемом случае. В частности, остаются справедливыми граничные условия для распространения волны через поверхность раздела, а, следовательно, и формулы, относящиеся к преломлению и отражению.

Рассмотрим распространение плоской волны из диэлектрика в проводник, причём обе среды будем считать бесконечными, а за поверхность раздела между ними выберем плоскость  $z = 0$ . При этом закон преломления луча на поверхности раздела сред можно записать в виде:

$$\sin \theta_t = \frac{1}{\tilde{n}} \sin \theta_i. \quad (4.74)$$

Так как показатель преломления  $\tilde{n}$  – величина комплексная, то комплексным будет и угол  $\theta_t$ . Таким образом, эта величина уже не имеет простого смысла угла преломления.

Выберем в качестве плоскости падения плоскость  $xz$ . Тогда зависящая от координат часть фазы волны в проводнике определится выражением  $\tilde{k}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}^{(t)})$ , где

$$s_x^{(t)} = \sin \theta_t, \quad s_y^{(t)} = 0, \quad s_z^{(t)} = \cos \theta_t. \quad (4.75)$$

Из соотношений (4.74), (4.75) и (4.64) имеем

$$s_x^{(t)} = \sin \theta_t = \frac{\sin \theta_i}{n(1+i\chi)} = \frac{1-i\chi}{1+\chi^2} \frac{\sin \theta_i}{n} \quad (4.76)$$

$$\begin{aligned} s_z^{(t)} &= \cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \\ &= \sqrt{1 - \frac{1-\chi^2}{(1+\chi^2)^2} \frac{\sin^2 \theta_i}{n^2} + i \frac{2\chi}{(1+\chi^2)^2} \frac{\sin^2 \theta_i}{n^2}}. \end{aligned} \quad (4.77)$$

Величину  $s_z^{(t)}$  удобно представить в форме:

$$s_z^{(t)} = \cos \theta_t = qe^{i\gamma}, \quad (4.78)$$

где  $q$  и  $\gamma$  – вещественные величины, которые можно выразить через  $n$ ,  $\chi$  и  $\sin \theta_i$ , если возвести в квадрат соотношения (4.77) и (4.78) и приравнять отдельно вещественные и мнимые части. Это даёт

$$q^2 \cos 2\gamma = 1 - \frac{1-\chi^2}{(1+\chi^2)^2} \frac{\sin^2 \theta_i}{n^2},$$

$$q^2 \sin 2\gamma = \frac{2\chi}{(1+\chi^2)^2} \frac{\sin^2 \theta_i}{n^2}.$$

Тогда, используя соотношения (4.76) и (4.78), получаем

$$\begin{aligned} \tilde{k}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}^{(t)}) &= \frac{\omega}{c} n(1+i\chi)(xs_x^{(t)} + zs_z^{(t)}) = \\ &= \frac{\omega}{c} n(1+i\chi) \left[ \frac{x(1-i\chi)}{n(1+\chi^2)} \sin \theta_i + z(q \cos \gamma + iq \sin \gamma) \right] = \\ &= \frac{\omega}{c} [x \sin \theta_i + znq(\cos \gamma - \chi \sin \gamma) + iznq(\chi \cos \gamma + \sin \gamma)]. \end{aligned} \quad (4.79)$$

Отсюда следует, что величины  $q$  и  $\gamma$  входят в выражение (4.79) только в сочетании с координатой  $z$ , т.е. поверхности постоянной амплитуды определяются уравнением

$$z = const, \quad (4.80)$$

а, следовательно, являются плоскостями, параллельными поверхности раздела. Поверхности постоянной вещественной фазы определяются уравнением

$$x \sin \theta_i + znq(\cos \gamma - \chi \sin \gamma) = const \quad (4.81)$$

и являются плоскостями, нормали к которым образуют угол  $\theta'_t$  с нормалью к границе раздела сред, причём

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta'_t &= \frac{\sin \theta_i}{\sqrt{\sin^2 \theta_i + n^2 q^2 (\cos \gamma - \chi \sin \gamma)^2}} \\ \cos \theta'_t &= \frac{nq(\cos \gamma - \chi \sin \gamma)}{\sqrt{\sin^2 \theta_i + n^2 q^2 (\cos \gamma - \chi \sin \gamma)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (4.82)$$

В общем случае поверхности постоянной амплитуды и поверхности постоянной фазы не совпадают друг с другом, а поэтому волна в металле оказывается неоднородной.

Если квадратный корень в соотношениях (4.82) обозначить через  $n'$ , то уравнение для  $\sin \theta'_t$  можно переписать в виде закона преломления:  $\sin \theta'_t = \frac{\sin \theta_i}{n'}$ . Однако, здесь  $n'$  зависит не только от величин, характеризующих среду, но и от угла падения  $\theta_i$ .

Так как, по предположению, первой средой служит диэлектрик, то отражённая волна будет обычной (однородной) волной с вещественной фазой. Как и в соотношениях (1.142), компоненты амплитуды падающей волны  $A_{\parallel}$  и  $A_{\perp}$  и соответствующие компоненты отражённой волны  $R_{\parallel}$  и  $R_{\perp}$  связаны соотношениями

$$\left. \begin{aligned} R_{\parallel} &= -\frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)} A_{\parallel}, \\ R_{\perp} &= -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} A_{\perp}. \end{aligned} \right\} \quad (4.83)$$

Поскольку угол  $\theta_t$  – комплексный, то комплексны и отношения  $\frac{R_{\parallel}}{A_{\parallel}}$  и  $\frac{R_{\perp}}{A_{\perp}}$ , т.е. при отражении происходят характерные изменения фазы. Таким образом, падающий линейно поляризованный свет при отражении от поверхности металла в общем случае становится эллиптически поляризованным.

Пусть  $\varphi_{\parallel}$  и  $\varphi_{\perp}$  – фазы, а  $r_{0\parallel}$  и  $r_{0\perp}$  – абсолютные значения коэффициентов отражения, т.е.

$$r_{\parallel} = \frac{R_{\parallel}}{A_{\parallel}} = \Re_{\parallel} \exp(i\varphi_{\parallel}), \quad r_{\perp} = \frac{R_{\perp}}{A_{\perp}} = \Re_{\perp} \exp(i\varphi_{\perp}). \quad (4.84)$$

Предположим, что падающий свет линейно поляризован и азимутальный угол равен  $\alpha_i$ , т.е.

$$\operatorname{tg}\alpha_i = \frac{A_{\perp}}{A_{\parallel}}, \quad (4.85)$$

и пусть  $\alpha_r$  – азимутальный угол (обычно комплексный) для отражённого света, т.е.

$$\operatorname{tg}\alpha_r = \frac{R_{\perp}}{R_{\parallel}} = \frac{\cos(\theta_i - \theta_t)}{\cos(\theta_i + \theta_t)} \operatorname{tg}\alpha_i = p e^{i\Delta} \operatorname{tg}\alpha_i, \quad (4.86)$$

$$\text{где } p = \frac{\Re_{\perp}}{\Re_{\parallel}}, \quad \Delta = \varphi_{\perp} - \varphi_{\parallel}. \quad (4.87)$$

Заметим, что величина  $\alpha_r$  вещественна в следующих двух случаях:

1. При нормальном падении плоской волны ( $\theta_i = 0$ ); тогда  $P = 1$  и  $\Delta = 0$ , так что  $\operatorname{tg}\alpha_r = \operatorname{tg}\alpha_i$ .

2. При скользющем падении плоской волны  $\left(\theta_i = \frac{\pi}{2}\right)$ ; тогда  $P = 1$  и  $\Delta = \pi$ , так что  $\operatorname{tg}\alpha_r = -\operatorname{tg}\alpha_i$ .

Между двумя только что рассмотренными экстремальными углами существует так называемый главный угол падения  $\bar{\theta}_i$ , для которого  $\Delta = \frac{\pi}{2}$ . При этом угле линейно поляризованный свет в общем случае превращается после отражения в эллиптически поляризованный свет. Если, кроме того,  $p \operatorname{tg}\alpha_i = 1$ , то согласно соотношению (4.86)  $\operatorname{tg}\alpha_r = i$ , при этом отражённый свет поляризован по кругу.

Предположим, что на металл падает линейно поляризованный свет, и между  $R_{\parallel}$  и  $R_{\perp}$  вводится с помощью подходящего компенсатора дополнительная разность фаз  $\Delta$ . Если полная разность фаз равна нулю, то отражённый свет будет линейно поляризован с азимутом  $\alpha'_r$ , в соответствии с выражением (4.86) определяемым из соотношения

$$\operatorname{tg}\alpha'_r = p \operatorname{tg}\alpha_i. \quad (4.88)$$



Вполне естественно, что угол  $\alpha'_r$  называется углом восстановленной поляризации, хотя его обычно определяют только для падающего света, линейно поляризованного с азимутом  $\alpha_i = 45^\circ$ .

Введём угол  $\psi$ , определяемый из соотношения

$$\operatorname{tg}\psi = p. \quad (4.89)$$

Используя соотношения (4.74) и (4.83) и зная постоянные металла  $n$  и  $k$ , легко найти зависимость величин  $p$  и  $\Delta$  от  $\theta_i$ . Однако, проблема заключается не в том, чтобы найти  $\psi$  и  $\Delta$  по известным значениям  $n$  и  $\chi$ , а чтобы определить  $n$  и  $\chi$  по экспериментально наблюдаемым значениям амплитуды и фазы света, отражённого от металла.

Так как все величины  $R_{\parallel}$ ,  $R_{\perp}$ ,  $\Phi_{\parallel}$ ,  $\Phi_{\perp}$ ,  $\psi$  и  $\Delta$  являются функциями угла  $\theta_i$  и величин  $n$  и  $\chi$ , то измерение любых двух из них для какого-то значения угла падения  $\theta_i$  позволит, вообще говоря, найти значения  $n$  и  $\chi$ . Во многих экспериментах определяют последние две из этого ряда величин, а поэтому представляет интерес получить зависимости  $n$  и  $\chi$  от  $\psi$  и  $\Delta$ .

Из выражений (4.74) и (4.86) имеем

$$\frac{1 + p \exp(i\Delta)}{1 - p \exp(i\Delta)} = -\frac{\cos\theta_i \cos\theta_t}{\sin\theta_i \sin\theta_t} = -\frac{\sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2\theta_i}}{\sin\theta_i \operatorname{tg}\theta_i}. \quad (4.90)$$

Так как  $p = \operatorname{tg}\psi$ , левую часть уравнения (4.90) можно преобразовать к виду:

$$\frac{1 + p \exp(i\Delta)}{1 - p \exp(i\Delta)} = \frac{1 + \exp(i\Delta) \operatorname{tg}\psi}{1 - \exp(i\Delta) \operatorname{tg}\psi} = \frac{\cos 2\psi + i \sin 2\psi \sin \Delta}{1 - \sin 2\psi \cos \Delta}. \quad (4.91)$$

Подставив это выражение в выражение (4.90), получаем

$$\frac{\sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2\theta_i}}{\sin\theta_i \operatorname{tg}\theta_i} = -\frac{\cos 2\psi + i \sin 2\psi \sin \Delta}{1 - \sin 2\psi \cos \Delta}. \quad (4.92)$$

В видимой области спектра обычно

$$n^2(1 + \chi^2) \gg 1,$$

а поэтому величиной  $\sin^2\theta$  по сравнению с  $\tilde{n}^2$  можно пренебречь. Тогда

$$\frac{\tilde{n}}{\sin\theta_i \operatorname{tg}\theta_i} = \frac{n(1 + i\chi)}{\sin\theta_i \operatorname{tg}\theta_i} \approx -\frac{\cos 2\psi + i \sin 2\psi \sin \Delta}{1 - \sin 2\psi \cos \Delta}.$$

Приравнивая вещественные части, находим, что

$$n \approx -\frac{\sin \theta_i \operatorname{tg} \theta_i \cos 2\psi}{1 - \sin 2\psi \cos \Delta}. \quad (4.93)$$

Приравнивая мнимые части и используя найденное соотношение (4.93), получаем

$$\chi \approx \operatorname{tg} 2\psi \sin \Delta. \quad (4.94)$$

Иногда оказываются полезными и другие соотношения для  $n$  и  $\chi$ . Возведём в квадрат левую и правую части соотношения (4.92):

$$\frac{\tilde{n}^2 - \sin^2 \theta_i}{\sin^2 \theta_i \operatorname{tg}^2 \theta_i} = -\frac{\cos^2 2\psi - \sin^2 2\psi \sin^2 \Delta + i \sin 4\psi \sin \Delta}{(1 - \sin 2\psi \cos \Delta)^2}.$$

Если учесть, что  $\tilde{n}^2 = n^2(1 - \chi^2) + 2in^2\chi$ , и приравнять отдельно вещественные и мнимые части, то получим

$$n^2(1 - \chi^2) = \sin^2 \theta_i \left[ 1 + \operatorname{tg}^2 \theta_i \frac{\cos^2 2\psi - \sin^2 2\psi \sin^2 \Delta}{(1 - \sin 2\psi \cos \Delta)^2} \right] \quad (4.95)$$

$$2n^2\chi = \frac{\sin^2 \theta_i \operatorname{tg}^2 \theta_i \sin 4\psi \sin \Delta}{(1 - \sin 2\psi \cos \Delta)^2}. \quad (4.96)$$

Формулы (4.95) и (4.96) определяют не  $n$  и  $\chi$ , а комбинации  $n^2(1 - \chi^2)$  и  $n^2\chi$ , которые имеют простой физический смысл. При  $\mu = 1$  (что всегда справедливо в оптическом диапазоне) величина  $n^2(1 - \chi^2)$  в соответствии с формулой (4.65) определяет диэлектрическую проницаемость, а величина  $n^2\chi$  в соответствии с формулой (4.66) определяет отношение проводимости к частоте. Из значений этих величин и, в частности, из их дисперсии можно получить информацию о структуре металлов.

Рассмотрим интенсивность света, отражённого гладкой поверхностью металла и прошедшего сквозь неё. Удобно положить

$$\tilde{n}_2 \cos \theta_2 = u_2 + iv_2, \quad (4.97)$$

где  $u_2$  и  $v_2$  – вещественные величины. Возведя выражение (4.97) в квадрат и используя закон преломления в виде:  $\tilde{n}_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1$ , получаем

$$(u_2 + iv_2)^2 = \tilde{n}_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1. \quad (4.98)$$

Приравнивая отдельно вещественную и мнимую части выражения (4.98), находим

$$\left. \begin{aligned} u_2^2 - v_2^2 &= n_2^2(1 - \chi_2^2) - n_1^2 \sin^2 \theta_1, \\ u_2 v_2 &= n_2^2 \chi_2. \end{aligned} \right\} \quad (4.99)$$

Отсюда следует, что

$$\left. \begin{aligned} 2u_2^2 &= n_2^2(1-\chi_2^2) - n_1^2 \sin^2 \theta_1 + \\ &+ \sqrt{[n_2^2(1-\chi_2^2) - n_1^2 \sin^2 \theta_1]^2 + 4n_2^4 \chi_2^2}, \\ 2v_2^2 &= -[n_2^2(1-\chi_2^2) - n_1^2 \sin^2 \theta_1] + \\ &+ \sqrt{[n_2^2(1-\chi_2^2) - n_1^2 \sin^2 \theta_1]^2 + 4n_2^4 \chi_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.100)$$

При определении коэффициентов отражения и пропускания света на поверхности раздела прозрачного диэлектрика и проводника рассмотрим отдельно случаи, когда электрический вектор падающей волны перпендикулярен и параллелен плоскости падения.

*Электрический вектор перпендикулярен плоскости падения (TE волна)*

В этом случае при замене в соответствующем выражении (1.140) величины  $n_2 \cos \theta_i$  на  $n_2 \cos \theta_2 = u_2 + iv_2$  получаем

$$r_{\perp} = \mathfrak{R}_{\perp} \exp(i\varphi_{\perp}) = \frac{n_1 \cos \theta_1 - (u_2 + iv_2)}{n_1 \cos \theta_1 + (u_2 + iv_2)}. \quad (4.101)$$

Здесь  $\theta_1 = \theta_i$ . Из соотношения (4.101) находим, что

$$\rho_{\perp} = \mathfrak{R}_{\perp}^2 = \frac{(n_1 \cos \theta_1 - u_2)^2 + v_2^2}{(n_1 \cos \theta_1 + u_2)^2 + v_2^2} \quad (4.102)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{\perp} = \frac{2v_2 n_1 \cos \theta_1}{n_1^2 \cos^2 \theta_1 - u_2^2 - v_2^2}. \quad (4.103)$$

В соответствии с формулой (1.139) имеем

$$t_{\perp} = \mathfrak{T}_{\perp} \exp(i\mathfrak{N}_{\perp}) = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + u_2 + iv_2}. \quad (4.104)$$

В соответствии с формулой (1.151) коэффициент пропускания  $\tau = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} |t|^2$ . Здесь все величины вещественные. Поэтому,

учитывая физический смысл отношения  $\frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1}$  в выражении

(1.151), в рассматриваемом случае можем написать

$$\tau = \frac{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}{n_1 \cos \theta_1} |t|^2 = \frac{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}{n_1 \cos \theta_1} \mathfrak{T}^2.$$

При этом

$$\tau_{\perp} = \frac{4n_1 \cos \theta_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}{(n_1 \cos \theta_1 + u_2)^2 + v_2^2} \quad (4.105)$$

$$\operatorname{tg} \mathfrak{N}_{\perp} = \frac{v_2}{n_1 \cos \theta_1 + u_2}. \quad (4.106)$$

*Электрический вектор параллелен плоскости падения (ТМ волна)*

Используя соответствующую формулу (1.140), получаем

$$\begin{aligned} r_{\parallel} &= \mathfrak{R}_{\parallel} \exp(i\varphi_{\parallel}) = -\frac{\frac{1}{n_1} \cos \theta_1 - \frac{1}{\tilde{n}_2} \cos \theta_2}{\frac{1}{n_1} \cos \theta_1 + \frac{1}{\tilde{n}_2} \cos \theta_2} = \\ &= -\frac{\tilde{n}_2^2 \cos \theta_1 - n_1 \tilde{n}_2 \cos \theta_2}{\tilde{n}_2^2 \cos \theta_1 + n_1 \tilde{n}_2 \cos \theta_2} = \\ &= -\frac{[n_2^2(1 - \chi_2^2) + 2in_2^2\chi_2] \cos \theta_1 - n_1(u_2 + iv_2)}{[n_2^2(1 - \chi_2^2) + 2in_2^2\chi_2] \cos \theta_1 + n_1(u_2 + iv_2)}. \end{aligned} \quad (4.107)$$

Отсюда находим

$$\rho_{\parallel} = \mathfrak{R}_{\parallel}^2 = \frac{[n_2^2(1 - \chi_2^2)\cos \theta_1 - n_1 u_2]^2 + [2n_2^2\chi_2 \cos \theta_1 - n_1 v_2]^2}{[n_2^2(1 - \chi_2^2)\cos \theta_1 + n_1 u_2]^2 + [2n_2^2\chi_2 \cos \theta_1 + n_1 v_2]^2} \quad (4.108)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{\parallel} = 2n_1 n_2^2 \cos \theta_1 \frac{(1 - \chi_2^2)v_2 - 2\chi_2 u_2}{n_2^4(1 + \chi_2^2)^2 \cos^2 \theta_1 - n_1^2(u_2^2 + v_2^2)}. \quad (4.109)$$

Используя соответствующую формулу (1.139), получаем

$$\begin{aligned} t_{\parallel} &= \mathfrak{T}_{\parallel} \exp(i\mathfrak{N}_{\parallel}) = \frac{2n_1 \tilde{n}_2 \cos \theta_1}{\tilde{n}_2^2 \cos \theta_1 + n_1 \tilde{n}_2 \cos \theta_2} = \\ &= \frac{2(1 + i\chi_2) n_1 n_2 \cos \theta_1}{[n_2^2(1 - \chi_2^2) + 2in_2^2\chi_2] \cos \theta_1 + n_1(u_2 + iv_2)}. \end{aligned} \quad (4.110)$$

При этом

$$\tau_{\parallel} = \mathfrak{T}_{\parallel}^2 = \frac{4n_1 \cos \theta_1 (1 + \chi_2^2) n_2^2 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}{[n_2^2(1 - \chi_2^2)\cos \theta_1 + n_1 u_2]^2 + (2n_2^2\chi_2 \cos \theta_1 + n_1 v_2)^2} \quad (4.111)$$

$$\operatorname{tg} \mathfrak{N}_{\parallel} = \frac{n_2^2(1 + \chi_2^2)\chi_2 \cos \theta_1 - n_1(\chi_2 u_2 - v_2)}{n_2^2(1 + \chi_2^2) \cos \theta_1 + n_1(u_2 + \chi_2 v_2)}. \quad (4.112)$$

При нормальном падении света на поверхность раздела сред угол  $\theta_1 = 0$ , при этом различие между  $R_{\parallel}$  и  $R_{\perp}$  исчезает, плоскость падения становится неопределённой, а величина  $u_2$  и  $v_2$  в соответствии с выражениями (4.100) становятся равными  $u_2 = n_2$ ,  $v_2 = n_2 \chi_2$ . Подставив эти величины в выражения (4.102) и (4.108), получаем

$$\rho = \left| \frac{R_{\parallel}}{A_{\parallel}} \right|^2 = \left| \frac{R_{\perp}}{A_{\perp}} \right|^2 = \frac{(n_2 - n_1)^2 + n_2^2 \chi_2^2}{(n_2 + n_1)^2 + n_2^2 \chi_2^2} = \left| \frac{\tilde{n}_2 - n_1}{\tilde{n}_2 + n_1} \right|^2 \quad (4.113)$$

или

$$\rho = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2 = \frac{(n - 1)^2 + n^2 \chi^2}{(n + 1)^2 + n^2 \chi^2}, \quad (4.114)$$

где  $\tilde{n} = \frac{\tilde{n}_2}{n_1}$ ,  $n = \frac{n_2}{n_1}$ ,  $\chi = \chi_2$ .

Таблица 4.2. Оптические постоянные некоторых металлов для  $\lambda = 0,589$  мкм

Металл	$\chi$	$n$	$\rho$
Алюминий	5,23	1,44	0,83
Ртуть	4,80	1,60	0,77
Сурьма	4,94	3,04	0,70
Платина	4,26	2,06	0,70
Серебро	3,67	0,18	0,95
Висмут	3,66	1,90	0,65
Золото	2,82	0,37	0,85
Медь	2,62	0,64	0,73
Свинец	3,48	2,01	0,62
Вольфрам	3,25	3,46	0,54
Никель	3,42	1,58	0,66

Оптические постоянные ряда чистых металлов, полученные экспериментально, приведены в табл.4.2. Постоянные  $n$  и  $\chi$ , а вместе с ними и коэффициенты отражения металлов, зависят от длины волны света. Эта зависимость в области длин волн от 0,2 до 0,7 мкм показана на рис.4.7 для некоторых часто используемых металлов. Наименее селективным (наиболее нейтральным) из них является алюминий, а наибольшим коэффициентом отражения в видимой области спектра обладает серебро. Кривая коэффициента отражения серебра имеет резко выраженный минимум при длине волны излучения, равной 0,316 мкм. На этом участке его коэффициент отражения такой же, как у стекла. Слой серебра толщиной 0,1 мкм пропускает при этой длине

волны около половины падающего потока, в то время как при длине волны 0,4 мкм он пропускает около 0,01 %, а при  $\lambda = 0,5$  мкм – не

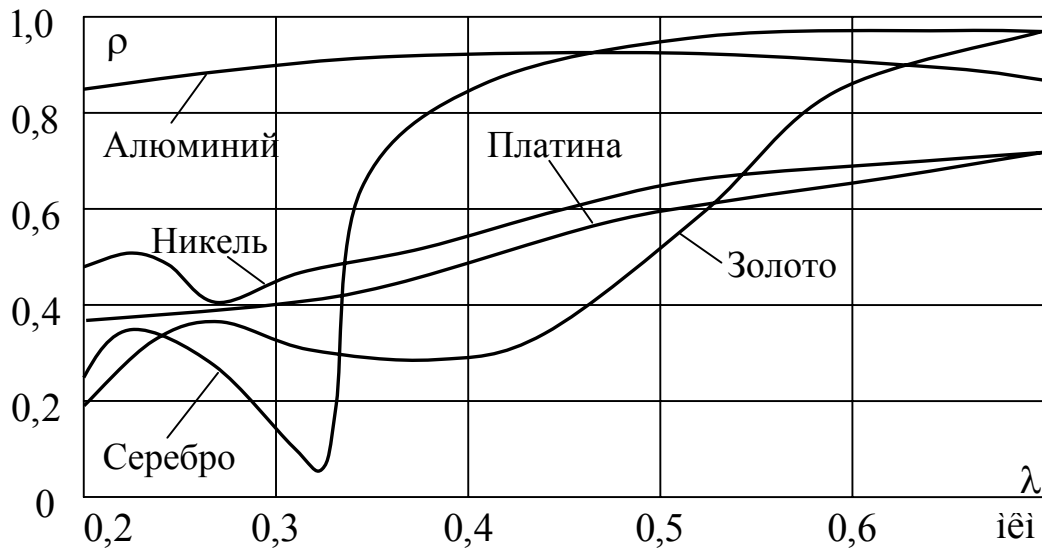


Рис.4.7. Коэффициенты отражения металлов в видимых и ультрафиолетовых лучах

больше 0,001 %. При смещении длины волны падающего излучения в инфракрасную область коэффициенты его отражения от поверхности металлов становятся больше. Это следует и из рис.4.8, на котором показаны кривые коэффициентов отражения от слоёв серебра, золота и алюминия, нанесённых испарением наиболее чистых материалов в сверхвысоком вакууме ( $10^{-9} - 10^{-10}$ ) Па. Высокие коэффициенты отражения от алюминиевых зеркал (до 92 %) можно получить и в

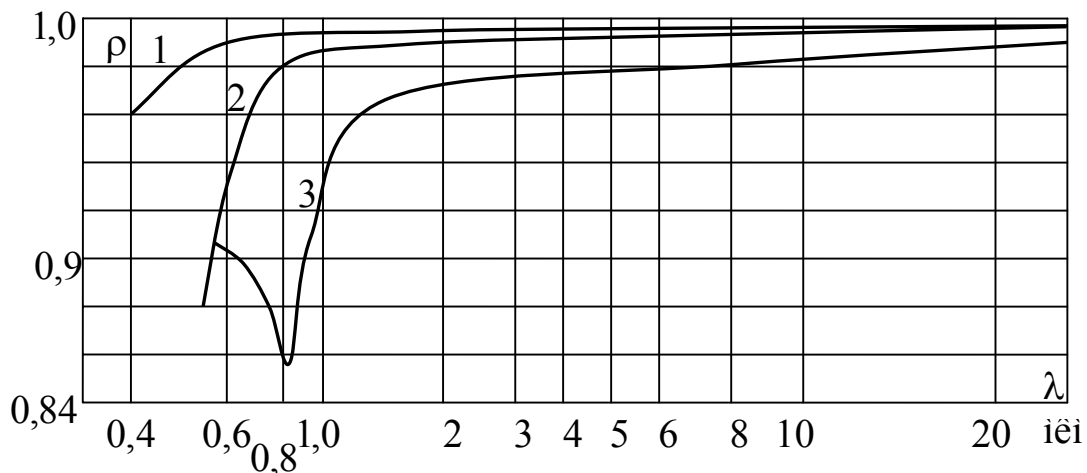


Рис.4.8. Коэффициенты отражения чистых серебра (1), золота (2) и алюминия (3) в видимых и инфракрасных лучах

ультрафиолетовой области спектра (до 220 нм), если испарять чистый металл (чистота 99,99 %) с очень большой скоростью (примерно 300 Å/с и выше).

#### 4.5.4. Поглощение света в веществе

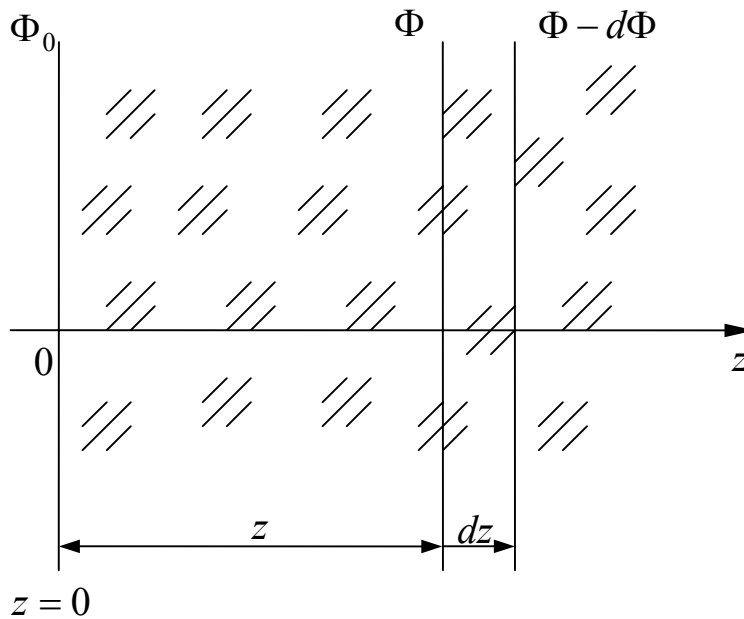


Рис.4.9. Поглощение света в веществе

Предположим, что через толщу однородного прозрачного (т.е. нерассеивающего), но поглощающего вещества распространяется пучок лучей излучения, длины волн которого приходятся на узкий спектральный интервал  $\lambda \pm \Delta\lambda$ . Пучок лучей заполняет малый телесный угол в направлении оси  $z$ , а поэтому будем считать его пучком параллельных лучей. Когда этот пучок лучей проходит через плоскость, отстоящую на расстоянии  $z$  от начала отсчёта, как показано на рис.4.9, то переносимый им световой поток будем считать равным  $\Phi$ . В плоскости с координатой  $z + dz$ , т.е. после прохождения слоя вещества толщиной  $dz$ , поток уменьшается на величину  $d\Phi$ . В области малых изменений величин естественно положить

$$-d\Phi = \alpha' \Phi dz, \quad (4.115)$$

где  $\alpha'$  – натуральный показатель поглощения рассматриваемого вещества для излучения длины волны  $\lambda$ , который следует считать величиной постоянной. Поскольку при увеличении расстояния  $z$  ( $dz$  положительно) световой поток  $\Phi$  уменьшается, величина  $d\Phi$  должна быть отрицательной, что и определено знаком минус в выражении (4.115). Из соотношения (4.115) следует, что показатель поглощения  $\alpha'$  имеет размерность, обратную размерности длины.

Дифференциальное уравнение (4.115) легко решить путём разделения переменных. Вводя постоянную интегрирования  $C$ , получаем

$$\int \frac{d\Phi}{\Phi} = \ln \Phi = -\alpha'z + C$$

или

$$\Phi = \exp(-\alpha'z + C). \quad (4.116)$$

Полагая значение светового потока при  $z = 0$  равным  $\Phi_0$ , имеем  $\Phi_0 = \exp(C)$ . При этом выражение (4.116) можно записать в виде  $\Phi = \Phi_0 \exp(-\alpha'z)$ .

Отсюда следует, что коэффициент пропускания слоя толщиной  $z$  равен

$$\tau = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \exp(-\alpha'z). \quad (4.117)$$

Соотношение (4.117) определяет закон Бугера-Ламберта. Закон Бугера был установлен в 1729 году, а в 1760 году Ламберт придал ему удобную математическую форму, которой пользуются и в настоящее время. В начале XX века С.И.Вавилов экспериментально показал, что в пределах очень широких изменений плотности излучения (в  $10^{20}$  раз) показатель поглощения многих веществ остаётся неизменным.

Итак, прохождение параллельного пучка лучей через поглощающую среду связано с поглощением излучения в объёме. Если считать, что площадь поперечного сечения пучка равна  $S$ , то объём, в котором поглощается поток  $d\Phi$ , равен  $Sdz$ . Разделив выражение (4.115) на  $dV = Sdz$  и отбросив знак минус, получаем, что объёмная плотность поглощённого потока равна

$$\frac{d\Phi}{dV} = \frac{\alpha'\Phi}{S} = \alpha'E_n,$$

где  $E_n$  – освещённость плоскости, перпендикулярной к параллельному пучку лучей.

В практических расчётах чаще пользуются не натуральным, а десятичным показателем поглощения  $a$ , выражая коэффициент пропускания соотношениями вида:

$$\tau = 10^{-0,434\alpha'z} = 10^{-az}, \quad (4.118)$$

где десятичный показатель поглощения

$$a = 0,434\alpha' = -\frac{\lg \tau}{z}, \quad (4.119)$$

$\lg \tau$  – десятичный логарифм  $\tau$ .



Из выражения (4.118) следует, что если  $z = \frac{1}{a}$ , то коэффициент пропускания  $\tau = 10^{-1}$ , т.е. длина  $\frac{1}{a}$  представляет собой такую толщину слоя, после прохождения которой пучок ослабляется в 10 раз.

Величину

$$D = \lg \frac{1}{\tau} = -\lg \tau = az \quad (4.120)$$

принято называть оптической плотностью слоя поглощающего вещества. Из выражения (4.120) следует, что десятичный показатель поглощения равен оптической плотности слоя, толщина которого равна единице.

Таблица 4.3. Коэффициент пропускания  $\tau$  и оптическая плотность  $D$

Коэффициент пропускания $\tau$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Оптическая плотность $D$									
0,1	1,000	0,959	0,921	0,996	0,854	0,824	0,796	0,770	0,745	0,721
0,2	0,699	0,678	0,658	0,638	0,620	0,602	0,585	0,569	0,553	0,538
0,3	0,523	0,509	0,495	0,481	0,469	0,456	0,444	0,432	0,420	0,409
0,4	0,398	0,387	0,377	0,367	0,357	0,347	0,337	0,328	0,319	0,310
0,5	0,301	0,292	0,284	0,276	0,268	0,260	0,252	0,244	0,237	0,229
0,6	0,222	0,215	0,208	0,201	0,194	0,187	0,180	0,174	0,168	0,161
0,7	0,155	0,149	0,143	0,137	0,131	0,125	0,119	0,114	0,108	0,102
0,8	0,097	0,092	0,086	0,081	0,076	0,071	0,065	0,060	0,056	0,051
0,9	0,046	0,041	0,036	0,032	0,027	0,022	0,018	0,013	0,009	0,004
1,0	0,000									

В табл.4.3 даны оптические плотности, соответствующие коэффициенту пропускания  $\tau$  от 0,1 до 1,0 через 0,01. Первый столбец этой таблицы содержит десятые доли коэффициента пропускания, а его сотые доли приведены в первой строке. Таким образом, оптическая плотность, соответствующая любому

двухзначному коэффициенту пропускания, может быть найдена на пересечении соответствующей строки и нужного столбца. Если коэффициент пропускания оказывается меньше 0,1 (например, 0,0035), то соответствующую ему плотность можно найти, передвинув запятую вправо до первой значащей цифры и увеличив затем найденную плотность на столько единиц, на сколько знаков пришлось предварительно передвинуть запятую. Из табл.4.3 следует, что при  $\tau = 0,35$  плотность  $D = 0,456$ . Следовательно, при  $\tau = 0,0035$  плотность  $D = 2,456$ .

Оптической плотностью пользуются очень широко и часто в расчётах предпочитают её коэффициенту пропускания или поглощения. На это есть две причины. Первая, которая имеет существенное значение для химиков, состоит в том, что во многих случаях оптическая плотность раствора пропорциональна количеству растворённого вещества. Часто можно считать, что растворитель практически не поглощает проходящего излучения. Тогда справедлив закон Бэра, установленный в 1852 году, согласно которому показатель поглощения  $a$  раствора пропорционален его концентрации  $C$ . В таком случае можно написать, что  $a = kC$ , где  $k$  – удельный показатель поглощения растворённого вещества, рассчитанный на единичную концентрацию. При этом

$$D = ax = kCz, \quad (4.121)$$

т.е. оптическая плотность раствора пропорциональна его концентрации.

Другая причина, которая заставляет отдавать предпочтение оптической плотности, состоит в том, что, как следует из выражения (4.120), она пропорциональна толщине  $x$  поглощающего слоя, в то время как коэффициент пропускания слоя является показательной функцией его толщины. Поэтому рассчитывать оптическую плотность слоя во многих случаях гораздо проще.