

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

А.Б. Бушуев

**Математическое моделирование процессов
технического творчества**

Учебное пособие



**Санкт-Петербург
2010**

А.Б. Бушуев, Математическое моделирование процессов технического творчества – СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. – 181с.

В учебном пособии рассмотрены математические методы моделирования процессов управления мышлением при решении изобретательских задач. Объектом моделирования является широко известный алгоритм решения изобретательских задач (АРИЗ). Основное внимание уделяется моделированию технического противоречия как динамического объекта. На примерах изучается АРИЗ как диалектико-логический объект, рассматривается математический аппарат для моделирования, теория бифуркаций и канонические катастрофы. Получены математические модели компенсационных гомеостатов, моделирующих творческий процесс от стадии зарождения изобретательской идеи до момента «озарения», т.е. получения нового решения.

Пособие предназначено для студентов (магистров) и аспирантов технических вузов по направлению «Системный анализ и управление» и может быть полезно для первичного знакомства с основными положениями теории решения изобретательских задач, с современными направлениями нелинейной динамики, такими, как теория катастроф, гомеостатика, развитие популяций, передача наследственной информации между поколениями техники.

Рекомендовано к печати Учёным советом Факультета КТ и У, 08.06.2010, протокол №11

В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена Программа развития государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики» на 2009–2018 годы.



© Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, 2010

© А.Б. Бушуев, 2010

Оглавление

Предисловие.....	5
 1.Процессы управления мышлением при решении изобретательских задач	
1.1. Решение изобретательских задач как процесс управления мышлением.....	9
1.2. Алгоритм решения изобретательских задач.....	12
1.2.1. Анализ задачи.....	13
1.2.2. Анализ модели задачи.....	19
1.2.3.Определение идеального конечного результата и физических противоречий.....	22
1.2.4. Мобилизация и применение ВПР.....	26
1.3. Задача о регуляторе с переменной структурой.....	28
1.4. Задача о гибком зеркале.....	41
1.6. Диалектико-логическая модель изобретательской задачи.....	46
 2.Математический аппарат задач технического творчества	
2.1.Особенности моделирования новизны.....	49
2.1.1. Ячейки Бенара.....	50
2.1.2. Теория протекания.....	55
2.2. Влияние нелинейностей на инновационный процесс.....	61
2.3. Неравномерность развития структуры технических систем.....	65
2.4. Элементы теории бифуркаций.....	69
2.4.1. Бифуркация типа "складки".....	69
2.4.2. Бифуркация типа "камертон".....	74
2.4.3. Бифуркация типа "сборки".....	77
2.4.4. Определение областей устойчивости модели методом Ляпунова.....	81
2.4.5 Бифуркация Андронова-Хопфа.....	88
2.4.6. Пример исследования бифуркации в следящей системе оптического локатора.....	94

2.5. Математическая теория катастроф.....	100
2.5.1. Теория особенностей Х. Уитни.....	100
2.5.2. Теория элементарных катастроф.....	104
2.6. S-образный закон развития технических систем.....	115

3. Математические модели в техническом творчестве

3.1. ТРИЗ и теория катастроф.....	120
3.1.1. Математическая модель А.В. Гитина работы изобретателя. ..	120
3.1.2. Статическая модель технического противоречия.....	123
3.2. Гомеостатика противоречий.....	132
3.2.1. Компенсационные гомеостаты Ю.М. Горского.....	135
3.2.2. Компенсационные гомеостаты из двухмерной производящей катастрофы	140
3.2.3. Динамический вепольный анализ в АРИЗ.....	150
3.2.4. Компенсационные гомеостаты из двух одномерных производящих катастроф.....	165
3.2.5. Динамическая модель с запаздыванием на принятие решений..	172
Литература.....	178

Предисловие

Появление теории решения изобретательских задач (ТРИЗ) в 50-х годах XX века дало качественный скачок в методах научно-технического творчества. К тому времени психология, изучая творческое мышление человека, выработала способы "раскрепощения" сознания, преодоления психологической инерции. Появились мозговой штурм, синектика, однако дальнейшее развитие методов технического творчества затормозилось из-за трудностей изучения субъективной психики человека.

Автор ТРИЗ [1], Г.С.Альтшуллер, в отличие от психологов, взглянул на процесс технического творчества со стороны техники.

Действительно, изобретение появляется при соединении психики человека-изобретателя и техники, существующей к моменту появления изобретения (рис. 0.1). Г.С.Альтшуллер изучал патенты, описания изобретений, т.е. объективный результат деятельности изобретателей. В результате появились диалектико-логические модели развития технических систем и инструментальные методы работы с этими моделями, приводящие к решению изобретательской задачи.

В настоящее время техническая ТРИЗ, или, как теперь ее часто называют, классическая или "железная" ТРИЗ, переросла технику, продвинувшись в бизнес, искусство, педагогику, медицину и другие области деятельности человека. Можно сказать, что ТРИЗ растет вширь, однако существенных продвижений вглубь, в теорию, пока незаметно.

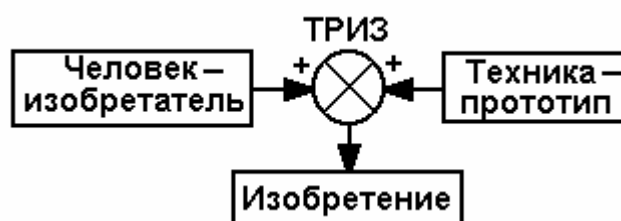


Рис. 0.1. Появление изобретения

Как указывает В.М.Петров [2], "разработка новой теории может вестись теоретически или экспериментально по направлениям: ... 4. Формализация и кибернетизация ТРИЗ (использование современной математики, разработка экспертных систем и систем искусственного интеллекта)". Таким образом, можно сделать важный вывод: методам технического творчества и ТРИЗ, в частности, не хватает математического аппарата. За его отсутствие ТРИЗ подвергается критике. Примером такой

критики может быть книга "Наука изобретать" Б.А.Лабковского [3], автор которой предлагает в изобретательской практике использовать математические модели технических систем, например, в виде дифференциальных уравнений, и исследовать их известными в математике методами (теория устойчивости, линейное и нелинейное программирование, тензорный анализ и т.д.). Предложение, несомненно, полезное, и оно используется изобретателями.

Например, известно имитационное моделирование изобретений, или, так называемое, сравнительное моделирование изобретений [4]. В том случае в определенной предметной области техники создается набор готовых функциональных блоков, соединяя которые можно получить имитационную модель, как прототипа, так и нового технического решения. Функциональные блоки представляют компьютерные программы, имитирующие работу типовых звеньев, устройств данной предметной области. Подобный вид моделирования динамических систем реализован и в известном инструментальном средстве "Simulink" среды "Mathlab".

Однако такое моделирование отражает функционирование (работу) технической системы, а не процесс ее развития, т.е. не отражает никак специфику технического творчества.

Особенностями моделей ТРИЗ является то, что они представляют собой модели развития технических систем. Это объясняется их генетическим происхождением из описаний изобретений. Действительно, возьмем шаг 1.1 алгоритма решения изобретательских задач (АРИЗ-85-В) [5], в нем, кроме всего прочего, необходимо перечислить основные части системы - прототипа и указать нежелательный эффект. Основные части системы в патентной формуле устройства являются ее признаками, а нежелательный эффект обязательно присутствует в описании изобретения в разделе "критика прототипа". Как известно, в российском патентном праве, как и в праве многих других стран, техническая система как устройство защищается, упрощенно говоря, своей конструкцией в статике, т.е. совокупностью элементов, их связей, взаиморасположением и т.д., а в описании способа необходимо приводить конструкцию устройства, реализующего защищаемый способ.

Таким образом, модели ТРИЗ гораздо ближе к патентным формулам, чем математические модели технических систем, которые вообще не защищаются патентным правом, а только патентное право формально определяет такое важнейшее понятие технического творчества как новизна.

В принципе, любые модели имеют свои ограничения по адекватности представления реальности, в том числе, математические и диалектико-логические, и каждый исследователь вправе работать с

любыми моделями, с которыми он сочтет это нужным делать. Только нужно знать ограничения модели и учитывать их.

В настоящей работе предлагается объединить математический подход, идущий от техники, с диалектико-логическими моделями, полученными в ТРИЗ. Одной из конкретных технологий может стать математическое моделирование процессов развития изобретений, и главное, математическое моделирование мышления изобретателя в процессе решения изобретательской задачи.

Целью математического моделирования является получение количественных оценок процессов мышления, выявление влияния психологических свойств изобретателя на успешность решения изобретательской задачи, рекомендации по обучению техническому творчеству.

Объектами моделирования могут быть инструментальные средства ТРИЗ, такие, как, например, алгоритм решения изобретательских задач (АРИЗ), вепольный анализ, законы развития технических систем.

Направление по математическому моделированию противоречий представлено работами школы Ю.М.Горского [6]. Ю.М. Горский занимался изучением компенсационных гомеостатов и создал современное направление – гомеостатику как раздел теории управления [7]. Гомеостаз - свойство любых систем поддерживать динамическое постоянство наиболее важных их параметров в различных условиях. Применительно к структурам управления этот принцип может быть сформулирован как свойство структуры, позволяющее реализовать основные цели функционирования организации в условиях внутренних противоречий и внешних воздействий.

Компенсационный гомеостат Горского представляет собой структуру, состоящую из двух подсистем, каналов, связанных перекрестными связями, и работающих на один объект управления. Противоречия моделируются двумя динамическими системами-антагонистами, образующими компенсационный гомеостат, и работающими на одну нагрузку. Одной из главных задач является объединение ("склеивание") антагонистов с целью устойчивой работы гомеостата.

Техническое противоречие в изобретательской задаче представляет собой логическое высказывание, в котором при одном условии одно свойство системы хорошее, а другое плохое. При противоположном условии свойства меняются местами. Например, если автобус большой, то он более вместимый, но менее подвижный; если автобус маленький, то он более подвижный, но менее вместимый. Свойства вместимости и подвижности являются антагонистами, и при структурном моделировании

представляют компенсационный гомеостат Ю.М. Горского. Тип антагонизма задается выбором видов и типов перекрестных связей.

Вопрос о математических моделях антагонистов является наиболее сложным. Ю.М. Горский начинал с моделирования технических систем. Для этого случая каждый из антагонистов представлял собой инерционное звено первого порядка и изодромный регулятор, охваченные обратной связью. Таким образом, компенсационный гомеостат описывался системой линейных дифференциальных уравнений. В дальнейшем, при моделировании биологических систем появлялись более сложные, нелинейные уравнения, описывающие их динамику.

В частности, в работе [8] предлагается использовать так называемую *S*-кривую или кривую развития, которая аппроксимируется логистической кривой. Логиста является решением нелинейного дифференциального уравнения Ферхюльста-Перла [9], впервые использованного для описания развития популяций. Пара антисимметричных логистических кривых определяет динамику развития противоречия.

Наконец, в статье [10] предложен метод синтеза антагонистов, основанный на математическом аппарате теории катастроф. Логистические кривые представляют частный случай, определяемый производящей канонической катастрофой типа «гиперболическая омбилика».

Цель этой книги – показать, как можно достаточно простой математикой, на уровне студентов технических вузов, описать довольно сложные процессы управления мышлением в ходе решения изобретательской задачи.

Вторая цель, не менее важная, это первичное ознакомление читателей с основными положениями теории решения изобретательских задач, с современными направлениями нелинейной динамики, такими, как теория катастроф, гомеостатика, развитие популяций, передача наследственной информации между поколениями техники.

Первая глава содержит описание объекта моделирования – алгоритма решения изобретательских задач в объеме, необходимом для дальнейшего понимания книги. Как принято у Г.С. Альтшуллера [5], изучение АРИЗа базируется на решении учебной задачи. Рассматривается задача О.Пикара. В качестве примеров производится разбор двух изобретательских задач, характерных для автоматического управления: регулятор с переменной структурой и система управления гибким зеркалом.

Во второй главе рассматривается математический аппарат, необходимый для моделирования задач технического творчества: теория бифуркаций и теория катастроф [11,12].

Третья глава, в основном, представляет оригинальный материал. В ней рассматриваются статические и динамические модели процессов в техническом творчестве, и их анализ.

В основу настоящего пособия положен курс лекций по методам научно-технического творчества и управлению инновационными процессами, читаемый автором в СПбГУ ИТМО, для студентов, обучающихся по специальности «Автоматизация и управление».

Книга также может быть полезна студентам и аспирантам технических университетов для знакомства с методами формализации сложных задач.

Автор выражает свою признательность коллегам и сотрудникам кафедры «Систем управления и информатики» СПбГУ ИТМО, а также участникам форума на сайте «METODOLOG.RU».

1. Процессы управления мышлением при решении изобретательских задач

1.1. Решение изобретательских задач как процесс управления мышлением

Весь путь развития техники с момента ее зарождения можно представить как непрерывный ряд изобретений. Изобретения позволяют наиболее быстро и эффективно совершенствовать технические системы. При этом изобретательским задачам, в отличие от обычных теоретических и практических, для которых уже имеется готовая постановка и известны способы решения, присуща неопределенность условий. Эти задачи не формализованы, т.е. отсутствуют математические формулы, по которым можно было бы произвести расчеты и получить изобретение.

Как же решать изобретательские задачи? Традиционный, веками проверенный метод - это метод проб и ошибок, который, заключается в последовательном переборе вариантов решения, пока не наткнемся на тот, который нас устроит. Но сколько понадобится перебрать вариантов? Для простых задач - до нескольких десятков. Для более сложных - сотни и тысячи. А для очень сложных задач высокого уровня - множество тысяч. Это годы упорного труда. Нельзя ли найти более эффективные способы решения? Оказалось, что можно. На рубеже 40-50-х годов нашего века началось развитие теории решения изобретательских задач (ТРИЗ). Основоположником ТРИЗ, внесшим решающий вклад в ее появление и

развитие, является советский ученый и изобретатель Г.С. Альтшуллер, известный также как писатель-фантаст Г.Альтов.

Г.С. Альтшуллер попытался найти общие черты сильных изобретательских решений путем тщательного анализа патентного фонда. В результате изучения многих тысяч изобретений и умелого использования законов диалектики ему удалось установить, что процесс разработки нового технического решения является, по сути, процессом выявления и разрешения противоречий в технической системе. Как известно из диалектического закона единства и борьбы противоположностей, движущей силой развития является обострение и разрешение противоречий, а законы диалектики действуют везде, в том числе и в технике. Цепочка противоречий, соответствующая решению изобретательской задачи, выглядит следующим образом: административное (АП) – техническое (ТП) – физическое (ФП) – решение задачи.

АП - это противоречие между потребностью в решении задачи и отсутствием этого решения (нужно что-то сделать, но неясно как). Например, на производстве для очистки деталей применяют электрогидравлический удар. Для этого детали помещают в ванну с жидкостью и создают в ней электрический разряд. Процесс очень эффективен, но сопровождается сильным шумом. Нужно защитить от него рабочих, но как?

Чтобы продвинуться к решению задачи, нужно сформулировать следующее, более конкретное и обостренное противоречие - техническое. ТП отражает конфликт между свойствами или частями системы и проявляется в том, что при попытке улучшить одни свойства технической системы ухудшаются другие. Например, защитить рабочих от шума можно с помощью крышки, которой на время разряда нужно накрыть ванну. Но при этом усложняется оборудование (нужна крышка с механизмом подъема) и снижается производительность труда (на открывание и закрывание крышки нужно время). Кроме того, детали опускают в ванну с помощью тросов и, если будет крышка, их надо будет отцеплять, потом снова прицеплять, что еще больше снизит производительность. Важно отметить, что цепочка развития от АП к ТП принципиально неоднозначна, т.е. одному АП соответствуют много ТП. Например, для уменьшения шума можно предложить использовать другой, менее шумный процесс очистки: хотя бы мыть детали струей воды с моющим веществом. Но это резко снизит производительность труда и качество очистки, т.е. возникнет новое ТП. Таким образом, развивая ту или иную цепочку противоречий, можно получить различные решения задачи.

Сравнивая ТП с идеальным конечным результатом (ИКР), получаем дальнейшее обострение и развитие цепочки - переходим к ФП. Здесь необходимо отметить, что понятие ИКР является одним из центральных в ТРИЗ. Кратко можно сказать, что идеальной системой является та, которой нет, а функция ее выполняется. Это означает, что функции отсутствующих систем выполняются имеющимися системами за счет расширения их функциональных возможностей. В нашем примере идеальной крышкой будет та, которая отсутствует, но звук не пропускает.

Физическое противоречие конкретизирует ТП, локализуя его в пространстве и во времени. Оно предъявляет ярко выраженные, строго противоположные требования какому-то свойству системы. Например, в рассматриваемой задаче конфликт сосредоточен на поверхности жидкости (звукоизоляцию стенок ванны сделать нетрудно). Эта поверхность должна обладать противоположными свойствами - быть проницаемой и непроницаемой, проницаемой для деталей и непроницаемой для звука. Предельно обостренный конфликт, четко сформулированные противоположные требования приводят к решению задачи: нужно покрыть поверхность жидкости пеной, совершенно не мешающей опускать и вынимать детали, но отлично поглощающей акустические колебания. Мы пришли к решению задачи, очень близкому к ИКР. Действительно, крышки в общем понимании этого слова нет, а функция ее по глушению звука выполняется вспененной поверхностью самой жидкости. Небольшой пакетик пенообразователя вместо громоздких и дорогих механизмов - весьма сильное решение задачи.

Рассмотренная цепочка формирования все более острых противоречий в технической системе и их дальнейшего разрешения была положена Г.С. Альтшуллером в основу одного из главных и мощнейших инструментов ТРИЗ - алгоритма решения изобретательских задач (АРИЗ), который впервые был опубликован в 1965 г. и с тех пор непрерывно совершенствуется. Процесс решения задачи по АРИЗ состоит в ее последовательной переформулировке с целью поиска и постепенного углубления и обострения содержащихся в ней противоречий. Задача многократно перестраивается, становясь все более и более четкой. Решение задачи при этом как бы постепенно проявляется, и после очередной перестройки ответ становится очевидным или же становится ясно, что на сегодняшнем уровне науки и техники задача не решается. От правильной формулировки задачи (т.е. верно найденного в ней противоречия) зависит 90% успеха в решении. Остальные 10% - это знания и навыки разрешения ТП и ФП - приемы разрешения ТП и ФП, стандарты на решение изобретательских задач, физические, химические, геометрические эффекты, которые составляют информационный фонд ТРИЗ.

С точки зрения теории управления, АРИЗ и другие инструментальные средства ТРИЗ являются управляющим воздействием на мышление изобретателя. Загружая АРИЗ в сознание, решатель изобретательской задачи осуществляет направленный поиск решения. Для того чтобы оценить качество процесса управления, необходимо иметь модель этого процесса. С этого этапа начинается любая задача управления. Это этап анализа. На этапе анализа выявляются наиболее характерные свойства процесса управления. Это и позволяет сделать модель процесса. Собственно, модель процесса – это и есть его наиболее характерные свойства, только в соответствующем формальном выражении.

Для получения модели необходимо изучить процесс управления. Этому и посвящены остальные параграфы первой главы пособия. Описание процесса управления представлено в виде АРИЗа и кратких положений вещественно-полевого (вепольного) анализа с учебной целью, в объеме, необходимом для получения соответствующих моделей. По этому описанию можно лишь ознакомиться с некоторыми элементами ТРИЗ. В случае решения серьезных изобретательских задач лучше обратиться к соответствующим работам Г.С.Альтшуллера и других авторов [1, 5, 13].

1.2. Алгоритм решения изобретательских задач

В этом параграфе изложены основы АРИЗ-85В - модификации алгоритма, разработанной в 1985 г. Это наиболее известная версия, опубликованная в книгах Г.С.Альтшуллера. Имеются и другие версии АРИЗа, но все они с точки зрения модельных представлений, не существенно отличаются друг от друга.

Алгоритм состоит из нескольких частей, каждая из которых разделяется на шаги. Рассмотрим последовательность решения [14] по АРИЗ задачи О. Пикара, являющейся теперь учебной.

В начале 30-х годов швейцарский ученый и путешественник О. Пикар сконструировал воздушный шар для полетов в стратосферу - стратостат. Он представлял собой гибкую оболочку, наполненную водородом и покрытую веревочной сеткой, к которой прикреплялась герметичная гондола для экипажа. Для управления подъемной силой стратостата Пикар сделал в верхней части оболочки отверстие, закрывавшееся клапаном с пружиной, который приводился в действие при помощи троса. Пикар не доверился электромеханическим устройствам с дистанционным управлением и решил, что надежнее пропустить конец троса прямо в гондолу. При этом он столкнулся с задачей сохранения герметичности гондолы при условии, что величина перемещения троса довольно велика.

Приступим к решению этой задачи по АРИЗ.

1.2.1. Анализ задачи

Первая часть АРИЗ направлена на преобразование исходной расплывчатой изобретательской ситуации в простую модель задачи.

Шаг 1.1. Записать условия мини-задачи (без специальных терминов) по следующей форме.

Дана техническая система для (указать назначение), включающая (перечислить основные части системы). Техническое противоречие 1: (указать). Техническое противоречие 2: (указать). Необходимо при минимальных изменениях в системе (указать результат, который должен быть получен).

Можно предложить такой вариант первой части мини-задачи. Дана техническая система для полета, включающая гибкую оболочку, заполненную газом; сетку, наброшенную на оболочку; герметичную гондолу с экипажем, привязанную к сетке; окружающую разреженную атмосферу; клапан с пружиной на вершине оболочки; подвижной трос, привязанный к клапану и проходящий в герметичную гондолу.

Обратите внимание на очень важное обстоятельство. Техническая система описывается так, что полезное действие совершается, т.е. трос может двигаться через стенку гондолы, что подразумевает существование в ней отверстия. С другой стороны, вредное действие как бы не существует, т.е. воздух из гондолы не выходит через это отверстие, причем в описание не вводятся никаких дополнительных новых устройств, помогающих полезному действию или мешающих вредному.

Кроме того, в описание технической системы введена окружающая среда - разреженная атмосфера.

Технические противоречия составляют, записывая одно состояние элемента системы с объяснением того, что при этом хорошо, а что - плохо. Затем записывают противоположное состояние этого же элемента, также указывая, что при этом хорошо, а что плохо. Например, ТП-1: если гондола с отверстием, то трос может свободно проходить и стратостат управляем, но из гондолы выходит воздух. ТП-2: если гондола без отверстия, то трос не может проходить, стратостат неуправляем, зато гондола герметична.

Шаг 1.2. Выделить и записать конфликтующую пару элементов: изделие и инструмент.

Изделием называют элемент, который по условиям, задачи надо изменить, улучшить, измерить, обнаружить, защитить от вредного воздействия, переместить и т.д.

Инструментом называют элемент, с которым непосредственно взаимодействует изделие. Обычно инструмент имеет два состояния и вообще более подвержен изменениям.

Главное на этом шаге - выбрать конфликтующую пару, а уже потом один из элементов пары назначить изделием, а другой - инструментом.

Обычно конфликтующую пару находят, выкидывая из описания технической системы поочередно ее элементы и проверяя при этом, остался конфликт или нет. Например, если убрать оболочку с газом, останутся противоречия или нет? Конечно, останутся, поскольку и без оболочки воздух может выходить из отверстия в гондолу. Следовательно, оболочка не входит в конфликтующую пару. Допустим, что мы выкинули клапан, остался конфликт или нет? Тоже остался. Следовательно, и клапан не входит в конфликтующую пару. Если из описания системы выкинуть гондолу, то противоречия пропадут, не будет отверстия, из которого бы выходил воздух. Следовательно, гондола, а еще лучше, гондола с отверстием для троса, может быть одним из элементов конфликтующей пары. Аналогично можно найти и другой элемент пары - трос. Действительно, если выкинуть из системы трос, тогда не нужно будет и отверстие.

Может возникнуть вопрос: если выкидываем клапан, тогда зачем нужен трос? Вроде бы клапан тоже можно выбрать за элемент конфликтующей пары? Да, но не просто клапан, а клапан с прикрепленным к нему тросом. Это будет правильнее, поскольку сохраняются приведенные выше технические противоречия. Таким образом, в некоторых изобретательских задачах элементом конфликтующей пары может быть и составной элемент, но в этой задаче непосредственный участник конфликта - трос. Он ближе к месту конфликта (оперативной зоне, как оно называется в АРИЗ), он просто проходит через место конфликта.

Аналогичные рассуждения можно проделать и применительно к уже выбранному элементу - гондоле с отверстием. Что лучше для проявления конфликта, его "выпячивания", выделения, подчеркивания - гондола с отверстием или просто отверстие? Ясно, что просто отверстие.

Таким образом, конфликтующей парой являются трос и отверстие.

Что же из них назвать инструментом, а что изделием? Как уже говорилось, в качестве изделия выбирают тот элемент технической системы, над которым по условиям задачи нужно произвести какие-то действия. Очевидно, что в рассматриваемой задаче таким элементом является трос. Его нужно ввести внутрь гондолы и обеспечить возможность свободного хода вперед - назад. Отверстие в этом случае будет являться инструментом для пропускания троса. Далее по правилам

АРИЗ необходимо приписать инструменту два противоположных состояния, по-разному влияющих на протекание конфликта. В данном случае для инструмента (отверстие) очевидно, следует выбрать пару состояний большое - маленькое. Но насколько "большое" и насколько "маленькое"? "Большое" настолько, чтобы свободно, без всяких помех пропускать трос. "Маленькое" настолько, чтобы, пропуская трос, при этом так плотно охватывать его, чтобы не оставалось щелей для воздуха. Ясно, что передвигать трос в этом случае будет уже невозможно.

В принципе в этой задаче можно было бы в качестве инструмента выбрать и трос с двумя состояниями: "толстый" и "тонкий" и наверняка получить то же самое решение. Но такой выбор меньше соответствует реальностям конкретной технической задачи, потому что у Пикара уже был выбран трос (определенного сечения и материала), оптимальный по сочетанию прочности, массы, гибкости и т.д. и изменять его в процессе решения задачи нецелесообразно.

Шаг 1.3. Составить графические схемы ТП-1 и ТП-2.

Этот шаг служит для уточнения и конкретизации технических противоречий, полученных на шаге 1.1, с учетом выбранной конфликтующей пары и двух состояний инструмента, которые должны соответствовать ТП-1 и ТП-2. Графически ТП строится следующим образом. Инструмент и изделие изображают на плоскости точками, взаимодействие инструмента и изделия показывают стрелками. Вредное действие или бездействие обозначают волнистой линией, полезное действие или бездействие - ровной линией. Около линий записывают результаты соответствующего действия или бездействия. Например, ТП-1: отверстие "большое" (условное обозначение - ОБ)

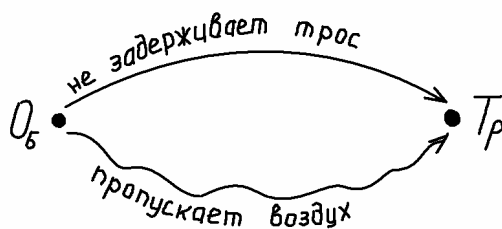


Рис. 1.1. Граф-схема ТП 1

ТП-2: отверстие "маленькое" (условное обозначение "маленького" отверстия - ОМ, троса - Тр)

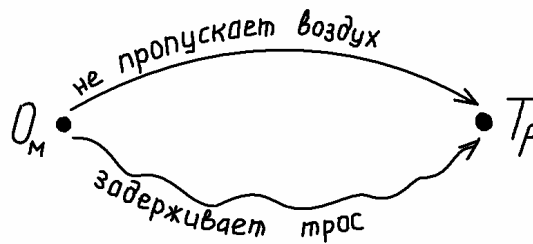


Рис. 1.2. Граф-схема ТП-2

Если посмотреть на графические схемы противоречий, то можно сделать такое замечание. Фактически действие ОБ по пропусканию воздуха и бездействие ОМ по непуску воздуха - это действие или бездействие, направленное не на трос, а на воздух. Поэтому схемы ТП-1 и ТП-2 правильнее было бы изобразить так:

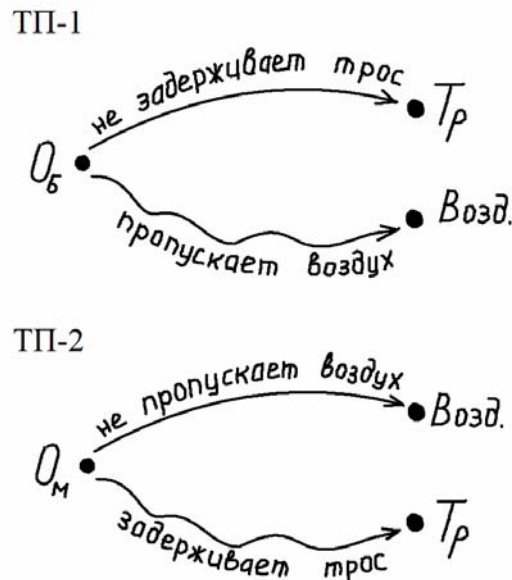


Рис. 1.3. Граф-схемы ТП-1 и ТП-2 с двойным изделием

где воздух условно обозначен через Возд. Таким образом, изделие получается как бы сдвоенным, состоящим из троса и воздуха, проходящего через отверстие. Такие графические схемы ТП часто встречаются в изобретательских задачах. В принципе можно пользоваться и первым вариантом представления ТП-1 и ТП-2, если у изобретателя это не вызывает каких-либо возражений.

На этом кончается шаг 1.3. Если кто-либо заинтересуется вопросом, откуда взялось сдвоенное изделие "трос плюс воздух", то можно отметить, что это проявляется другое техническое противоречие, имеющееся в

задаче Пикара. Действительно, можно было на шаге 1.1 противоречия сформулировать следующим образом:

ТП-1: если давление воздуха в окружающей гондолу среде равно давлению воздуха внутри гондолы, то воздух из гондолы не выходит через отверстие (это положительное свойство), но зато гондола находится на земле, где высокое атмосферное давление, и стратостат не летит (отрицательное свойство).

ТП-2: если давление воздуха в окружающей среде ниже давления в гондоле, то это значит, что стратостат летит на какой-то высоте, но зато воздух выходит через отверстие.

В этом случае задача несколько переформулировалась. Она уже заключается не в пропускании троса через герметичную оболочку гондолы, а в том, как сделать так, чтобы стратостат поднимался вверх, и в то же время давление окружающей среды равнялось атмосферному давлению на уровне земли (т.е. внутри гондолы). Ясно, что эту задачу тоже можно решать по АРИЗ. Вероятно, получится какое-то другое решение, преодолевающее уже новые противоречия.

Шаг 1.4. Выбрать из двух схем конфликта (ТП-1 и ТП-2) ту, которая обеспечивает осуществление основной функции технической системы, главный производственный процесс.

Этот шаг обычно не вызывает затруднений. Ясно, что главным процессом здесь будет пропускание троса, а не удержание воздуха в гондоле. Во всяком случае, перед Пикаром стояла задача сделать аппарат с управляемой подъемной силой, а не задача - герметизации гондолы.

Выбирая ТП-1, мы тем самым выбираем одно из двух состояний инструмента, а именно, отверстие "большое". Дальнейшее решение должно быть привязано к этому состоянию. Мы в дальнейшем должны добиться, чтобы при этом состоянии проявилось положительное свойство, присущее другому состоянию, т.е. отверстие "большое" и "уменьшать" его мы не будем, но - в результате решения - воздух не должен проходить, как будто бы отверстие "маленькое".

Шаг 1.5. Усилить конфликт, указав предельное состояние (действие) элементов.

Назначение этого шага - расширение диапазона рассмотрения задачи, расшатывание инерции мышления. Он позволяет посмотреть на задачу с новой, часто неожиданной стороны. Здесь необходимо упомянуть, что в ТРИЗ существуют такие понятия, как задача-минимум и задача-максимум. Решить задачу-минимум - это значит разрешить ТП в заданной технической системе при минимальных, непринципиальных изменениях в ней, которые можно реализовать быстро и дешево. Решить задачу-

максимум - значит разрешить ТП в заданной технической системе путем кардинальных, принципиальных изменений в ней, т.е. фактически переходом к новой технической системе. Реализовать на практике результаты решения задачи-максимума, как правило, намного труднее (хотя иногда бывает так, что решение задачи-максимума намного проще, чем задачи-минимума - еще одно проявление действия законов диалектики), на это могут понадобиться многие годы и создание новых отраслей науки и техники, но и результаты могут быть очень значительными.

Большинство задач содержат конфликты типа "много элементов" и "мало элементов" ("сильный элемент" - "слабый элемент"). Конфликты типа "мало элементов" при усилении приводятся к одному виду - "ноль элементов" ("отсутствующий элемент"). Если решать задачу без усиления конфликта или с небольшим его усилением, без доведения до крайнего состояния, то это означает, что будем решать задачу-минимум. Если же усилить конфликт, доведя элементы технической системы до предельного состояния, то наверняка придется решать задачу-максимум.

Например, мы выбрали состояние "большое" отверстие. Как можно усилить конфликт? Сделать его еще больше и в пределе превратить всю гондолу в сплошное отверстие. Значит, гондолы не будет вообще, и придется решать задачу, как защитить экипаж от кислородного голодания и низкого давления воздуха, а может быть и вообще отказаться от пилотируемого полета и заменить людей приборами, не боящимися воздействия окружающей среды. И в том и в другом случае неизбежен переход к новой технической системе.

Теперь посмотрим, что было бы, если бы мы выбрали другое состояние отверстия - "маленькое". В этом случае обострение конфликта привело бы нас к "отсутствующему" отверстию. При таком состоянии инструмента можно было бы решать как задачу-максимум (отказ от пропускания троса внутрь гондолы и переход к дистанционному управлению клапаном), так и задачу-минимум (считая, что трос проходит через "отсутствующее" отверстие, и наверняка получить в итоге решение задачи, аналогичное решению с "большим" отверстием).

Шаг 1.6. Записать формулировку модели задачи, указав: 1) конфликтующую пару; 2) усиленную формулировку конфликта; 3) что должен сделать вводный для решения задачи икс-элемент (что он должен сохранить и что должен устранить, улучшить, обеспечить и т.д.).

На этом шаге задача по сравнению с шагом 1.1 конкретизируется до модели. Из модели выкидываются все элементы системы кроме конфликтующей пары, остальные элементы только подразумеваются. Можно модель задачи сформулировать так: даны большое отверстие и

трос. Большое отверстие отлично пропускает трос, но не задерживает воздух. Необходимо найти такой икс-элемент, который, сохраняя способность большого отверстия отлично пропускать трос, не пропускал бы воздух.

В модель задачи вводится икс-элемент (X - элемент), т.е. неизвестный элемент, который не обязательно должен оказаться какой-то новой вещественной частью системы. X - элемент то некоторое изменение в системе, некий X вообще, это может быть и изменение уже существующих в системе элементов или их состояний или изменение внешней среды.

Шаг 1.7. Проверить возможность применения, системы стандартов к решению модели задачи.

Стандарты на решение изобретательских задач впервые появились в 1975 г. Найдены они были эмпирически, из анализа нескольких десятков тысяч изобретений. Дело в том, что во многих изобретениях использовались одни и те же сочетания некоторых приемов и физических эффектов, дающие сильные решения. Эти сочетания и составили основу для стандартов. В дальнейшем выявились истоки происхождения стандартов: стандарты - это правила синтеза и преобразования технических систем, непосредственно вытекающие из законов развития этих систем. В настоящее время существует система из 76 стандартов, с которой можно ознакомиться по книге [13].

Если задача по стандартам не решена, то необходимо перейти ко второй части АРИЗ.

1.2.2. Анализ модели задачи

Цель второй части АРИЗ - учет имеющихся ресурсов, которые можно использовать при решении задачи: ресурсов пространства, времени, веществ и полей.

Шаг 2.1. Определить оперативную зону (ОЗ).

В простейшем случае оперативная зона - это пространство, в пределах которого возникает конфликт, указанный в модели задачи.

Очевидно, что в задаче Пикара оперативным пространством будет пространство между тросом и краями отверстия, пространство, окружающее трос.

Шаг 2.2. Определить оперативное время (ОВ).

Оперативное время - это имеющиеся ресурсы времени: конфликтное время T_1 и время до конфликта T_2 . Конфликт (особенно быстротечный, кратковременный, что характерно для различных электромагнитных явлений) может быть устранен (предотвращен) в течение времени T_2 .

В нашей задаче существует одно время - T_1 , это время прохождения троса через отверстие (т.е. фактически время полета).

Хотя, если говорить строго, наверно можно было бы выделить время до конфликта, т.е. время, когда трос неподвижен в отверстии. Все-таки эта ситуация отличается от положения, когда трос передвигается в отверстии. Возможно на этом удалось бы получить какой-нибудь выигрыш. Однако не будем останавливаться на этом случае, поскольку оперативное время - время полета стратостата охватывает обе ситуации.

Шаг 2.3. Определить вещественно-полевые ресурсы (ВПР) рассматриваемой системы, внешней среды и изделия.

Вещественно-полевые ресурсы - это вещества и поля, которые уже имеются или могут быть легко получены по условиям задачи. ВПР бывают трех видов:

1. Внутрисистемные ВПР:

ВПР инструмента;

ВПР изделия.

2. Внешнесистемные ВПР:

ВПР среды, специфической именно для данной задачи: воздух для задачи Пикара, клапан, оболочка шара, гондола, сетка и т.п.;

ВПР, общие для любой внешней среды, например, гравитационное, магнитное поле Земли и т.д.

3. Надсистемные:

отходы посторонней системы (если такая система доступна по условиям задачи): "дешевые" ВПР - очень дешевые посторонние элементы, стоимостью которых на данном производстве можно пренебречь, например, воздух, вода, речной песок и т.п.

При решении конкретной задачи желательно получить результат при минимальном расходе ВПР. Поэтому целесообразно использовать, в первую очередь, внутрисистемные ВПР, потом внешнесистемные и, наконец, надсистемные.

Необходимо отметить, что понятия вещества и поля в теории решения изобретательских задач несколько отличаются от этих понятий в физике. В частности, веществом может быть не только химическое или

физическое вещество, но и система, устройство, узел и тому подобное, т.е. трактовка вещества в ТРИЗ приближается к совокупной трактовке устройства и вещества в патентном праве. В частности, в задаче Пикара к веществу может быть отнесена не только оболочка шара, т.е. вещество этой оболочки, но и оболочка вместе с газом внутри нее.

Кроме того, при анализе ВПР рассматривают вещества не только как таковые, но и вводят в рассмотрение их форму, химический и физический состав, агрегатное состояние, свойства поверхности, т.е. всевозможные признаки, присущие веществам. Если рассматривать ВПР инструмента для нашей задачи, в частности "отверстия", то можно ввести следующие его ресурсы:

форма отверстия; размеры отверстия; материал, из которого выполнены края отверстия; вещество, заполняющее отверстие, его физический и химический состав.

Если рассматривать ВПР изделия, т.е. троса, то можно ввести следующие признаки: форма поперечного сечения; размеры; физическое и химическое строение материала; форма поверхности (гладкая, негладкая или какая-нибудь еще). Можно даже ввести такие ВПР, как температура троса, степень его натяжения и т.п.

Правда, чаще всего, изделие является неизменяемым элементом, т.е. его нецелесообразно менять при решении, мини-задачи. Но иногда изделие может: изменяться само; допускать расходование какой-то части, когда изделия в целом неограниченно много (например, вода в реке); допускать изменение во времени, например, изменение натяжения троса; допускать использование микроуровневых структур (например, для задачи Пикара можно было бы в качестве ВПР изделия (троса), использовать свободные электроны в металле, из которого изготовлен трос, т.е. пропускать через трос ток).

Понятие поля как вещественно-полевого ресурса в ТРИЗ тоже существенно отличается от понятия поля в физике. Поле в ТРИЗ рассматривается как информационно-силовое воздействие на вещество. Под это понятие подходят и обычные физические поля, например, гравитационное поле Земли, действующее на все предметы; тепловое поле (поле температур) нагретого тела; электромагнитные поля и т.п. В то же время могут быть и такие поля, как поле трения, когда имеется трущаяся, пара элементов. Тогда можно сказать, что один элемент этой пары действует на другой полем трения. Могут быть поля механических сил, поля вращения, действующие, например, на вращающуюся деталь и др. Может быть также и информационное поле, например, книга действует на читающего ее человека информационным полем. В угловой следящей системе датчик угла рассогласования действует на следующее

динамическое звено системы (усилитель) полем информации. Конечно, если рассматривать процессы, протекающие в следящей системе на физическом уровне, то надо говорить, что датчик угла рассогласования вырабатывает электрическое напряжение, пропорциональное углу, и действует им на электронный усилитель, т.е. здесь действует электрическое поле. Но когда нам не важны физические принципы построения отдельных блоков системы, когда изобретательская задача состоит в нахождении необходимой структуры системы, ее функциональной схемы, тогда выгоднее рассматривать информационное воздействие одного блока структуры на другой.

Есть ли в задаче Пикара информационные поля? Конечно, есть. Например, величина перемещения троса действует информационным полем на величину подъемной силы. Действительно, чем больше переместится трос, тем больше выйдет водорода из оболочки, тем меньше подъемная сила. Правда, это информационное поле не относится к конфликту "отверстие-трос", который мы рассматриваем.

В принципе, если ВПР, имеющихся в задаче недостаточно, то можно привлекать и другие вещества и поля. Анализ ВПР на этом шаге является предварительным.

1.2.3. Определение идеального конечного результата и физических противоречий

Шаг 3.1. Записать формулировку ИКР-1: X - элемент, абсолютно не усложняя систему и не вызывая вредных явлений, устраняет (указать вредное действие) в течение оперативного времени в пределах оперативной зоны, сохраняя способность инструмента совершать (указать полезное действие).

Для нашей задачи ИКР-1 можно было бы сформулировать следующим образом.

X-элемент, абсолютно не усложняя систему и не вызывая вредных явлений, устраняет в течение оперативного времени пропускание воздуха через отверстие, сохраняя способность этого отверстия пропускать трос.

В принципе могут быть и другие формулировки ИКР-1, связанные с конфликтами такого типа, когда введение полезного действия усложняет систему или когда одно полезное действие мешает другому полезному действию.

Шаг 3.2. Усилить формулировку ИКР-1 дополнительным требованием: в систему нельзя вводить новые вещества и поля, необходимо вместо X - элемента использовать ВПР.

Прежде всего используются ВПР инструмента. Тогда может быть такая формулировка усиленного ИКР-1: отверстие само в течение ОВ не пропускает воздух, но пропускает трос. Эту формулировку можно конкретизировать:

форма отверстия в течение ОВ не пропускает воздух, но пропускает трос;

материал, из которого выполнены края отверстия, такой, что в течение ОВ не пропускает воздух, но пропускает трос;

вещество, заполняющее отверстие, в течение ОВ не пропускает воздух, но пропускает трос;

физический состав вещества в отверстии таков, что оно в течение ОВ не пропускает воздух, но пропускает трос и т.д.

Далее можно попробовать ВПР изделия (если допустимо), другие ВПР системы, внесистемные и дешевые ВПР. Многие начинающие изобретатели получают решение задачи Пикара на этом шаге (если не решили раньше).

Если задача не решена, то встает вопрос, какую же формулировку усиленного ИКР использовать дальше? Дело в том, что если неудачно выбрано направление решения, то можно зайти и в тупик. Можно отбросить заведомо неприемлемые по каким-либо причинам формулировки усиленного ИКР. АРИЗ-85В рекомендует во избежание потери хорошего решения все формулировки усиленного ИКР иметь в виду. Таким образом, на этом шаге решение задачи может идти по параллельным ветвям. По мере накопления опыта решения изобретательских задач вырабатывается умение переносить идею ответа с одной линии на другую. Пока же не пришло это умение, шаг 3.2 можно просто пропустить, мобилизовав использование ВПР в четвертой части АРИЗ.

Шаг 3.3. Записать формулировку физического противоречия (ФП) на макроуровне.

Физическим противоречием называют противоположные требования к физическому состоянию оперативной зоны. Обычно ФП на макроуровне формулируется так:

оперативная зона в течение оперативного времени должна (указать физическое макросостояние), чтобы выполнять (указать одно из конфликтующих действий), и должна (указать противоположное физическое макросостояние), чтобы выполнять (указать другое конфликтующее действие или требование).

Для нашей задачи: оперативная зона в течение оперативного времени должна быть проницаемой (для троса) и непроницаемой (для воздуха).

Видно, что на этом шаге конфликт очень обострен, следовательно, мы близки к его разрешению (решению задачи). Шаг этот очень важен, поскольку от формулировки ФП существенно зависит решение задачи. Свойства X - элемента в оперативной зоне или, лучше, самой ОЗ должны быть строго противоположными, например, ОЗ должна быть горячей и холодной или ОЗ должна быть весомой и невесомой, или должна быть прямой и кривой и т.п. Если составление ФП, на макроуровне вызывает затруднение, можно составить приближенную формулировку: "элемент (или часть элемента в ОЗ) должен быть, чтобы (указать), и не должен быть, чтобы (указать)".

Шаг 3.4. Записать формулировку физического противоречия на микроуровне.

Формулировка ФП на микроуровне обычно отойдет по следующей схеме.

В оперативной зоне должны быть частицы вещества (указать их физическое состояние или действие), чтобы обеспечить (указать требуемое по шагу 3.3 макросостояние), и не должны быть такие частицы (или должны быть частицы с противоположным состоянием или действием), чтобы обеспечить (указать требуемое по шагу 3.3 макросостояние).

Под частицами в этой формулировке понимаются частицы, относящиеся к более мелкой структуре, чем само вещество. Это могут быть как части самого вещества, так и молекулы, домены, кристаллы, ионы, электроны и т.д. Кроме того, это могут быть и частицы, находящиеся под действием поля, например, электроны под действием электрического поля, т.е. электрический ток. Это также могут быть иногда и частицы поля (поля, как оно определяется в ТРИЗ).

Шаг 3.4 должен быть тесно увязан с шагом 3.2 и не должен ему противоречить. В частности, мы установили, что вещество в ОЗ должно быть проницаемым для троса и не должно быть проницаемым для воздуха. Как можно было бы рассуждать на этом шаге, чтобы сформулировать ФП-микро? Трос - это вещество, его более мелкими частями могут быть отдельные стальные жилы, из которых он сплетен. Таким образом, в качестве частицы выбираем одну стальную жилу, и задача состоит в том, чтобы через отверстие пропускать одну жилу. Задача выливается в то, что в стенке гондолы просверливаем множество мелких отверстий и по каждому пропускаем одну жилу троса. Жила троса гладкая, можно подобрать диаметр отверстий так, чтобы зазор был минимальным и воздуха выпускалось мало. Все-таки это решение лучше, чем просто

пропускать трос через отверстие. С другой стороны трос надо расплетать, от этого снижается его прочность.

Но главное - это то, что конфликт, определенный на шаге 3.3, остался. Наша задача ведь состоит в пропуске твердого вещества, все равно трос это или отдельная проволока, и непроезде газообразного вещества (воздуха). Поэтому необходимо спуститься на более низкий уровень дробления троса или следующий уровень дробления стальной жилы. Ясно, что это уже кристаллический, молекулярный уровень. Трос сделан из металла, а металлы имеют плотную, кристаллическую упаковку своих молекул. С другой стороны, воздух, выходящий через отверстие, по своему молекулярному строению относится к газам, имеющим, мало молекул на единицу объема. Молекулы газа очень подвижны, легко перемещаются, в отличие от молекул твердых веществ. Следовательно, вспоминая ФП-макро с предыдущего шага, можно сделать вывод: частицы X - элемента в оперативной зоне должны быть такими, чтобы пропускать плотно упакованные в кристаллах, практически неподвижные молекулы твердого вещества, и частицы X -элемента должны быть такими, чтобы не пропускать подвижные, не связанные друг с другом, молекулы газа.

Таким образом, можно сформулировать ФП-микро. Частицы X - элемента в оперативной зоне в течение оперативного времени должны быть связаны друг с другом настолько прочно, чтобы не пропускать частицы газа, и должны быть связаны друг с другом настолько слабо, чтобы пропускать частицы твердого тела.

Как показывает практика, задачу Пикара после этого шага решают все начинающие изобретатели, т.е. называют X – элемент.

Мы же допустим, что задача не решена и перейдем к шагу 3.5.

Шаг 3.5. Записать формулировку идеального конечного результата ИКР-2.

ИКР-2 формулируется следующим образом: оперативная зона, или X -элемент в оперативной зоне (указать конкретно оперативную зону) в течение оперативного времени (указать конкретно ОВ) должен сам обеспечить (указать противоположные физические макро- или микросостояния).

Сформулируем ИКР-2 для нашей задачи. Пространство в отверстии в течение полета должно быть такой плотности, чтобы пропускать твердое тело и не пропускать газ.

Шаг 3.6. Проверить возможность применения системы стандартов к решению физической задачи, сформулированной в виде ИКР-2. Если задача не решена, перейти к четвертой части АРИЗ.

1.2.4. Мобилизация и применение ВПР

Ранее на шаге 2.3 было произведено предварительное определение вещественно-полевых ресурсов, имеющихся в задаче. Там же указано что, шаг 2.3 для начинающих изобретателей можно не делать. В этом случае шаг 2.3 делается в настоящей, четвертой части АРИЗ. Четвертая часть АРИЗ включает планомерные; операции по увеличению ресурсов: рассматриваются не только имеющиеся ВПР, но и производные от них, получаемые почти бесплатно путем минимальных изменений имеющихся ВПР. Производные ресурсы вещества получают, например, изменением агрегатного состояния, химическим разложением и т. д. Используются также и части иерархической структуры вещества: молекулы, кристаллы, атомы, элементарные частицы, поля.

В этой же части АРИЗ рекомендуется использовать метод моделирования "маленькими человечками" (ММЧ). Метод ММЧ состоит в том, что конфликтующие требования схематически представляются в виде условного рисунка (или нескольких последовательных рисунков), на котором действует большое число "маленьких человечков" (или их группа, толпа). Изображаются в виде маленьких человечков обычно только части модели задачи, т.е. X - элемент, инструмент, иногда изделие.

Метод ММЧ нужен, чтобы перед мобилизацией ВПР нагляднее представить - что должны делать частицы вещества в ОЗ и вблизи нее. Метод ММЧ позволяет отчетливее увидеть идеальное действие ("что надо сделать") без физики ("как это сделать"). Благодаря этому снимается психологическая инерция, формируется работа воображения.

Представим воздух, выходящий из гондолы в виде ряда "маленьких человечков", находящихся на большом расстоянии друг от друга, как и молекулы в газе (рис.1.4).

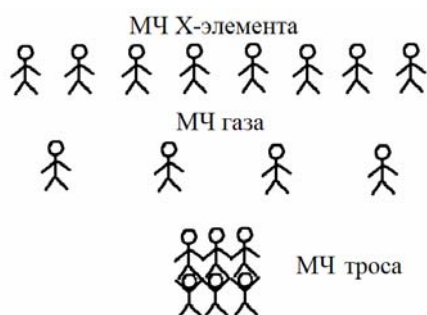


Рис. 1.4. Метод маленьких человечков

Расстояние будет отражать степень связи частиц друг с другом. Тогда "маленькие человечки" троса (твердого тела) должны быть связаны друг с другом гораздо сильнее, это отражается тем, что они взялись за

руки. И те, и другие "человечки" как бы надвигаются на слой Х - элемента в отверстии. Как же должны быть связаны друг с другом "человечки" Х - элемента? Ясно, что они должны обладать средней степенью прочности, средней между прочностью частичек газа и прочностью частичек твердого тела. "Маленькие человечки" Х - элемента должны как бы расступиться перед "маленькими человечками" троса и не должны расступаться перед "маленькими человечками" воздуха. Следовательно, связи между "маленькими человечками" Х - элемента являются промежуточными по силе между твердым телом и газом. Ясно, что Х - элементом может быть только жидкость. Так эту задачу решил и Пикар. Он пропустил трос через ртуть (рис.1.5). Ртуть обладает наибольшим удельным весом среди жидкостей. Поэтому для уравнивания перепада давления между внутренностью гондолы и окружающей атмосферой столбик ртути будет наименьшим по размерам по сравнению с другими жидкостями.

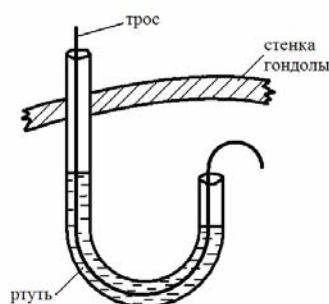


Рис. 1.5. Ртутный затвор Пикара

Задача конструктивной разработки устройства, т.е. определение размеров колена с ртутью, высоты столбика ртути, его диаметра и т.п., относится уже к инженерным задачам и не входит в АРИЗ. Однако при реализации этого устройства могут возникнуть изобретательские задачи, которые тоже могут решаться по АРИЗ. Например, может возникнуть задача предотвращения замерзания ртути на большой высоте полета, где низка температура окружающей среды, или борьбы с испарениями ртути внутрь гондолы, вредными для экипажа.

Во многих случаях четвертая часть АРИЗ приводит к решению задачи. Если же задача не решена, необходимо обратиться к пятой и последующим частям АРИЗ. В пятой части используется информационный фонд ТРИЗ - система стандартов (см. шаг 1.7), а также физические эффекты и явления, с помощью которых можно попробовать устранить физическое противоречие задачи [15].

Кроме того, рекомендуется рассмотреть возможность решения задачи по аналогии с еще нестандартными задачами, ранее решенными АРИЗ. Например, задачу защиты экипажа от испарений ртути можно

решить по аналогии с только что решенной задачей о введении троса в гондолу, действительно, эти задачи очень похожи. Для того чтобы предотвратить попадание паров ртути в гондолу, нужно заполнить пространство между тросом и краем отверстия поверх уровня ртути веществом, пропускающим твердый трос и не пропускающим газообразные пары ртути. Ясно, что это жидкость, с плотностью меньше, чем у ртути и не растворяющаяся в ней. Такую жидкость найти нетрудно, это может быть масло или даже просто вода.

В шестой части АРИЗ предлагается изменить или заменить решаемую задачу, выбрав другое техническое противоречие. Например, при решении задач на измерение и обнаружение выбор другого ТП часто означает отказ от усовершенствования измерительной части и изменение всей системы так, чтобы отпала необходимость измерений вообще.

Седьмая часть АРИЗ служит для проверки уже готового решения, для оценки его качества. Необходимо проверить, нет ли результата более сильного, чем полученный. В восьмой части АРИЗ рассматриваются возможности распространения полученного решения на более широкий класс объектов, выходы с решением в надсистему. Наконец, завершающая, девятая часть АРИЗ предполагает анализ решения задачи - того, что дала задача для развития творческого потенциала изобретателя.

1.3. Задача о регуляторе с переменной структурой

Регулятор предназначен для выработки управляющего воздействия, на объект управления. Схема регулятора представлена на рис.1.6.

Регулятор работает в двух режимах: пропорционального (П-) и пропорционально-интегрального (ПИ-) регулирования. На вход регулятора с объекта управления ОУ поступают два сигнала: сигнал ошибки e и сигнал о скорости изменения выходной величины $\dot{x}$. Выходной сигнал регулятора u формируется на выходе сумматора. В режиме обобщенного П-регулирования сигнал u равен $k_2 e + k_1 \dot{x}$. В этом режиме, характерном для больших отклонений ОУ от заданного состояния, сигнал ошибки e проходит через усилитель с коэффициентом передачи k_2 , а сигнал скорости $\dot{x}$ - через усилитель с коэффициентом передачи k_1 , далее сигналы через нормально замкнутые контакты реле P_1 поступают на сумматор и затем на объект управления. Коэффициенты k_1 и k_2 рассчитываются специально для этого режима, исходя из свойств объекта управления, и обеспечивают в П-режиме заданную степень сходимости процессов. Менять коэффициенты k_1 и k_2 нельзя.

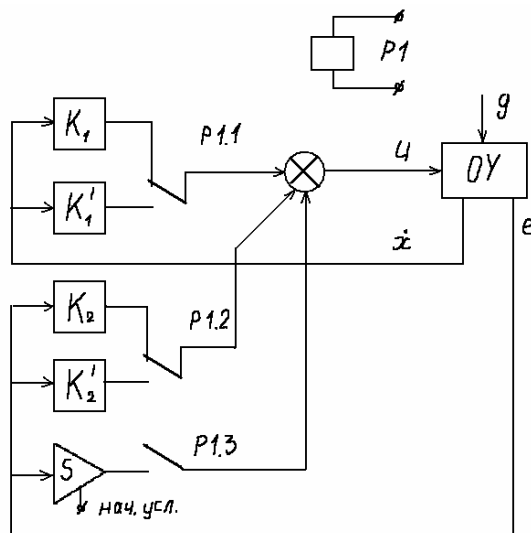


Рис. 1.6. Схема регулятора

Когда объект управления под действием П-закона через некоторое время входит в некоторую окрестность заданного состояния, на обмотку реле P_1 поступает сигнал и нормально разомкнутые контакты реле замыкаются. Регулятор переходит в режим обобщенного ПИ-регулирования. Сигнал управления u также формируется на выходе сумматора и определяется по формуле $u = k_2^1 e + k_3^1 \int_0^t e dt + k_1^1 \dot{x}$. Интегральная составляющая управления вырабатывается на выходе интегрирующего усилителя с коэффициентом усиления k_3^1 . Интегрирующий усилитель повышает астатизм системы на единицу, следовательно, повышает точность системы в установившемся режиме. Коэффициенты k_1^1 , k_2^1 , k_3^1 рассчитываются, исходя из динамики объекта управления с повышенным порядком астатизма, и обеспечивают заданное качество сходимости процессов в окрестности установившегося режима. Величина их не может быть изменена.

Недостатком регулятора является скачок управляющего сигнала u в момент переключения с П- на ПИ-режим регулирования. Действительно, сразу же после переключения напряжение на выходе сумматора не будет равно напряжению непосредственно перед переключением, поскольку коэффициенты k_1 и k_1^1 , k_2 и k_2^1 не равны друг другу, а интегратор еще ничего не успел наинтегрировать. В этом недостаток регулятора, поскольку скачок управления вызывает и скачок в траектории движения ОУ.

Решение задачи начинаем с формулировки мини-задачи.

Формулировка мини-задачи

Дана техническая система для выработки управляющего сигнала на объект управления, включающая объект управления, сумматор, реле с группами нормально замкнутых и нормально разомкнутых контактов, интегрирующий усилитель, усилители с коэффициентами передачи k_1 и k_1^1 , k_2 и k_2^1 .

Попробуем сформулировать технические противоречия. Недостаток у нас есть - это скачок управления при переходе с П- на ПИ-режим. Из-за чего он возникает? Из-за того, что $k_1 \neq k_1^1$, а $k_2 \neq k_2^1$.

А почему $k_1 \neq k_1^1$, $k_2 \neq k_2^1$? Если бы соблюдались равенства коэффициентов, то никакого скачка управления в момент подключения интегратора не было. Коэффициенты k_1 и k_2 надо менять на k_1^1 и k_2^1 , потому что для режима ПИ-регулирования старые коэффициенты не обеспечивают необходимого качества процессов, хотя бы потому, что порядок ОУ при подключении интегрирующего усилителя повышается на единицу. В ПИ-режиме получается совсем другая модель ОУ, естественно, что коэффициенты регулятора для нее должны быть другими.

Можно вообще не включать интегрирующий усилитель, работать только в П-режиме, но тогда ошибка в установившемся режиме будет больше. Попробуем сформулировать технические противоречия.

ТП-1: Если переключать усилители с коэффициентами передачи k_1 и k_2 , то можно подключить интегрирующий усилитель, т.е. повысить порядок астатизма, а следовательно, и точность системы, но будет скачок в управлении.

ТП-2: Если не переключать усилители с коэффициентами передачи k_1 и k_2 , то скачка в управлении не будет, но нельзя подключить интегрирующий усилитель, во всяком случае, его подключение не даст необходимой степени сходимости процессов.

Выбор конфликтующей пары

Для определения конфликтующей пары необходимо локализовать место конфликта в системе. Так как конфликт связан с необходимостью переключать усилители с различными коэффициентами передачи, то местом его локализация являются, очевидно, контакты реле P_1 , которые осуществляют это переключение.

Скачок сигнала u возникает как при переключении контакта $P_{1.1}$ (рис.1.6), так и при переключении контакта $P_{1.2}$, поскольку в обоих случаях меняется коэффициент передачи соответствующей ветви схемы. А будет ли скачок при переключении контакта $P_{1.3}$? Для выяснения этого более подробно рассмотрим работу интегрирующего усилителя (рис.1.7).

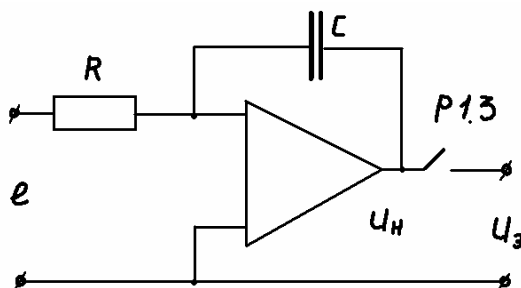


Рис. 1.7. Схема интегрирующего усилителя

Сигнал на выходе интегрирующего усилителя:

$$u_n(t) = k_3^1 \int_0^t e dt + u_{ny}, \quad (1.1)$$

где e - сигнал на его входе; t - текущее время; u_{ny} - сигнал начальных условий, выставленный в начальный (в данном случае нулевой) момент времени.

Начальные условия, задаются перед началом работы зарядом конденсатора C до напряжения u_{ny} (по цепи заряда, которая на рис.1.7 не показана). Рассмотрим момент времени $t_{нк}$ переключения реле P_1 , причем $t_{нк} > 0$. Может ли напряжение u_3 измениться скачком в момент $t_{нк}$? Конечно, может. До замыкания контакта $P_{1.3}$ $u_3 = 0$, а после замыкания оно определяется по приведенной ранее формуле, при $t = t_{нк}$ т.е. $u_3 = k_3^1 \int_0^{t_{нк}} e dt + u_{ny}$.

Ясно, что это напряжение в общем случае не равно нулю. Таким образом, при переключении контакта $P_{1.3}$ напряжение на выходе схемы на рис.1.7 меняется скачком от нуля до u_3 .

В результате наших рассуждений выяснено, что конфликт (скачок сигнала) возникает при переключении контактов реле P_1 в любой из ветвей схемы. Следовательно, для поиска конфликтующей пары можно выбрать любую из них, например, ветвь с контактом $P_{1.2}$ (рис.1.8).

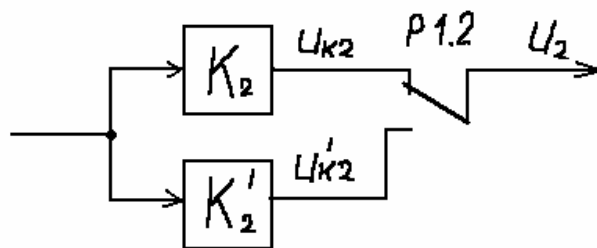


Рис. 1.8. Схема подключения разных коэффициентов передачи

Поскольку $k_2 \neq k'_2$, то и $u_{k2} \neq u'_{k2}$. Мы можем выбрать из схемы на рис.1.8 усилители с коэффициентами передачи k_2 и k'_2 , а так же и сумматор. Противоречия ТП-1 и ТП-2 при этом сохраняются, т.е. скачок напряжения при переключении контакта останется (рис.1.9).

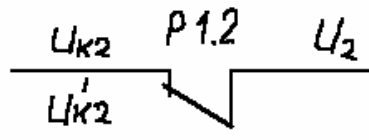


Рис. 1.9. Схема переключения напряжений

В этой схеме и нужно искать конфликтующую пару. В качестве инструмента, очевидно, следует выбрать подвижный контакт, а в качестве изделия - выходной сигнал на подвижном контакте u_2 . Инструмент (подвижный контакт) может находиться в двух крайних состояниях - верхнем и нижнем положениях. Если он находится в верхнем положении, а это его исходное состояние, и в соответствии с ТП-2 не переключается, то можно сказать, что контакт неподвижный. Если он переключается из верхнего положения в нижнее, в соответствии с ТП-1, можно сказать, что контакт подвижный. Таким образом, за состояния инструмента следует выбрать не нижнее и верхнее положения контакта, а его подвижность и неподвижность.

Графические схемы противоречий

Графические схемы противоречий ТП-1 и ТП-2 представлены на рис. 1.10. Схемы отличаются различными состояниями инструмента. В ТП-1 контакт подвижный, в ТП-2 контакт неподвижный.

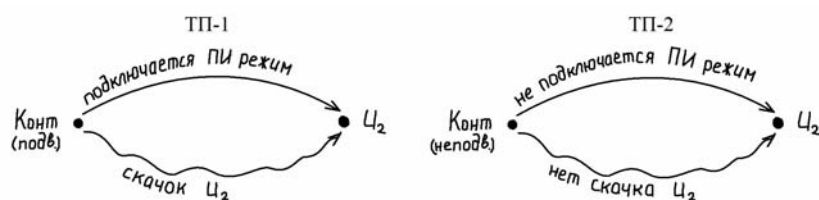


Рис. 1.10. Графические схемы противоречий ТП-1 и ТП-2

Выбор главного производственного процесса

Главной функцией регулятора является обеспечение малой установившейся ошибки, а для этого необходимо переходить на ПИ-закон управления. Поэтому выбираем для дальнейшего рассмотрения ТП-1, обеспечивающее главную функцию регулятора.

Усиление конфликта с указанием предельного состояния инструмента

Предельное состояние подвижного контакта - это какой-то "сверхподвижный" контакт, т.е. мгновенно перескакивающий из одного положения в другое. Как показывает практика решения задач дискретной автоматики, этот шаг не всегда является актуальным, потому что противоположные состояния инструмента, полученные ранее, чаще всего являются одновременно и предельными, например, ключ замкнут-разомкнут, код ноль или единица и тому подобное. С другой стороны, этот шаг полезен тем, что он не дает забывать нам о недостатках дискретной автоматики. Дискретная автоматика хороша в реализации - чего проще переключить контакт и вместо k_2 включить k_2^1 ? Шаг 1.5 требует мгновенности переключения контакта, на самом деле как бы быстро ни срабатывало реле, все-таки подвижный контакт при переключении будет занимать место между верхним и нижним контактами. Сигнал u_2 в этот момент будет равен нулю, т.е. из-за этого получается скачок, а не только из-за того, что $k_2 \neq k_2^1$. Это обстоятельство приводит к мысли о необходимости плавного преобразования коэффициента k_2 в k_2^1 . Получается уже аналоговая схема с переменными коэффициентами, изменяющимися в некотором диапазоне по некоторому закону, что всегда сложнее в реализации. Поэтому на этом пути останавливаться далее не будем.

Формулировка модели задачи

Дан подвижный контакт, мгновенно перескакивающий из верхнего положения в нижнее положение, и сигнал u_2 на этом контакте. Необходимо ввести такой X - элемент, который, абсолютно не усложняя систему и не вызывая вредных явлений, устранял бы скачок сигнала u_1 .

Применительно к нашей задаче модель можно немного конкретизировать. Во-первых, нижнее и верхнее положения контакта связаны с сигналами u'_{k2} и u_{k2} . Во-вторых, что значит - устранить скачок сигнала u_2 ? До переключения сигнал u_2 равен u_{k2} .

Для устранения скачка надо, чтобы сразу после переключения (или в момент переключения, поскольку считается, что контакт работает мгновенно) сигнал u_2 остался равным u_{k2} , а не стал u'_{k2} .

Итак, дан подвижный контакт, мгновенно переключающий сигнал u_2 со значения u_{k2} на значение u'_{k2} . Необходимо найти, такой X - элемент, который, абсолютно не усложняя систему и не вызывая вредных явлений, сохранял бы сигнал u_2 равным u_{k2} .

Определение оперативной зоны

ОЗ в данной задаче уже достаточно хорошо локализована при выборе конфликтующей пары. Ясно, что это место переключения контакта, т.е. с физической точки зрения, ОЗ включает в себя верхний неподвижный контакт с сигналом u_{k2} , нижний неподвижный контакт с сигналом u'_{k2} и подвижный контакт с сигналом u_2 . С информационной точки зрения ОЗ - это место контакта информационных полей сигналов u_{k2} и u'_{k2} с информационным полем сигнала u_2 , т.е. схема на рис.1.9 от места входа сигналов u_{k2} и u'_{k2} до места выхода сигнала u_2 .

Определение оперативного времени

ОВ может быть разделено на два: время конфликта T_1 - момент переключения контакта, и время до конфликта T_2 - время до переключения.

Определение ВПР рассматриваемой системы, внешней среды и изделия

ВПР инструмента: форма выполнения контакта, материал контакта, место расположения контакта.

ВПР изделия: величина сигнала u_2 .

Внешнесистемные ВПР: сумматор; интегрирующий усилитель; нормально замкнутые и разомкнутые контакты реле; усилители с коэффициентами передачи k_2 и k_2^1 ; сигналы u_{k2} , u'_{k2} , u_{ny} , u_3 .

Формулировка ИКР-1

Х - элемент, абсолютно не усложняя систему, не вызывая вредных явлений, в течение ОВ в пределах ОЗ подключает вход u'_{k2} к выходу u_2 , сохраняя выход u_2 равным u_{k2} .

Усиленный ИКР-1

Вместо Х - элемента используем вещественно-полевые ресурсы. Первым ВПР инструмента является форма выполнения контакта. Здесь необходимо иметь в виду, что под формой контакта может пониматься как физическая форма выполнения контакта реле, так и форма выполнения контакта как устройства коммутации (переадресовки), информации из одного канала в другой. Электромагнитные реле выпускаются в массовом производстве, никто не будет выпускать реле с каким-то специальным типом контактов. Во всяком случае этот путь ведет к существенному усложнению решения. Различного рода электронные коммутаторы и реле также могут быть использованы как устройства коммутации.

Остальные виды ВПР здесь рассматривать не будем, оставим их мобилизацию на четвертую часть АРИЗ. Как показывает практика, некоторые изобретатели, все-таки анализируя ВПР, на этом шаге получают решение задачи. Каждый может попробовать это проделать, не заглядывая в ответ. Скажем только, что иногда бывает выгодно использовать в качестве Х - элемента не один ВПР, а сразу несколько, комбинацию из двух, трех и так далее ресурсов.

Если задача не решена, перейдем к следующему шагу.

Физическое противоречие на макроуровне

Физическое противоречие предъявляется к оперативной зоне или к X - элементу в оперативной зоне. Оно должно логично вытекать из предыдущих шагов, из сформулированных ранее противоречий. Что же нам известно? Известно, что необходимо переключить контакт с одного провода на другой (см. рис.1.9), но так, чтобы в момент переключения на выходе сохранялась информация с верхнего провода, а информация с нижнего провода туда не проходила. Другими словами, нижний и средний (подвижный) контакты надо соединить, но в соединении надо поставить какую-то преграду, затвор, чтобы информация u'_{k2} не прошла на выход (только для момента переключения). Что может служить затвором, преградой для информации? Из имеющихся ВПР - это разомкнутый контакт. Используя разомкнутый контакт, можно получить схему, представленную на рис.1.11.

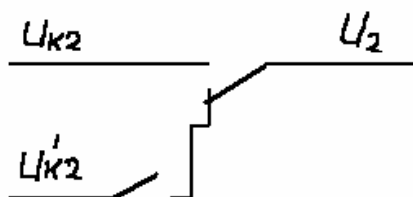


Рис. 1.11. Схема использования ВПР

На схеме (рис.1.11) подвижный контакт переключен, а чтобы сигнал u'_{k2} не проходил на выход, включен новый, разомкнутый контакт. Однако, как видно из рис.1.11, конфликт не исключен, поскольку u_2 получилось равным нулю, т.е. произошел скачок выходного сигнала с u_{k2} на ноль. Чтобы исключить этот скачок, надо и после переключения подвижного контакта подавать на выход сигнал u_{k2} . Для этого можно ввести в схему замкнутый дополнительный контакт между u_{k2} и u_2 (рис.1.12).

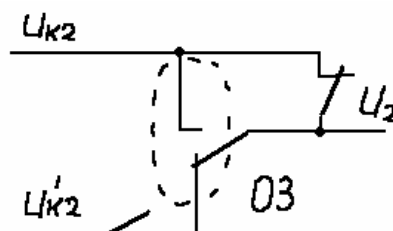


Рис. 1.12. Схема разрешения конфликта в оперативной зоне

Схема на рис.1.12 не разрешает конфликта, а просто выводит его за пределы определенной нами оперативной зоны, но формально в пределах старой ОЗ, конфликт разрешен. Действительно, подвижный контакт переключился из верхнего положения в нижнее, и сигнал на выходе не претерпел скачка. Зато появились два новых контакта: один замкнутый, другой разомкнутый. Очевидно, их тоже придется переключать, чтобы решить задачу о коммутации коэффициентов k_2 и k_2^1 , но переключать их можно уже после коммутации среднего, подвижного контакта в ОЗ.

Приведенный анализ имеет определенный диалектический смысл:

из того, что нам удалось пространственно вывести конфликт из пределов оперативной зоны, следует, что конфликт может разрешаться в пространстве, что должны существовать части ОЗ, и таких частей должно быть обязательно две, как бы соответствующие двум, вновь появившимся контактам;

из того, что вновь введенные контакты надо задействовать после переключения среднего (подвижного) контакта следует, что конфликт должен разрешаться и во времени, причем необходимо внести уточнения в разделение оперативного времени, которое сделано на шаге. 2.2. Очевидно, что временем до конфликта T_2 будет время до переключения контакта, а временем T_1 конфликта будет время после переключения подвижного контакта.

Таким образом, в результате анализа можно сформулировать ФП на макроуровне: одна часть оперативной зоны в течение ОВ должна пропускать сигнал, чтобы произошло подключение коэффициента k_2^1 , другая часть оперативной зоны в течение ОВ не должна пропускать сигнал, чтобы не было скачка выходного сигнала.

В этой формулировке можно было бы разделить оперативное время на T_1 и T_2 , и одной части ОЗ приписать действие в течение T_1 , а другой - в течение T_2 . Однако, какой части ОЗ (пропускающей или не пропускающей) приписывать T_1 , а какой - T_2 - пока неясно. В этом случае можно попробовать два варианта формулировки физического противоречия на макроуровне. Мы этого пока делать не будем, оставим формулировку ФП-макро в одном варианте. Желаящим же посоветуем решать задачу дальше с двумя вариантами ФП-макро.

Наконец, последнее замечание. Дробление оперативной зоны даже на части подразумевает уже не макроуровень описания противоречий, т.е. неявно мы перешли к следующему шагу АРИЗ.

Физическое противоречие на микроуровне

ФП-микро формулируется на уровне частей или частиц оперативной зоны или частей (частиц) X - элемента в оперативной зоне. На шаге 3.2 две, противоположные, части ОЗ уже были введены. Если обратиться к рис.1.12, то можно заключить, что ОЗ имеет два явно выраженных входа (места поступления сигналов u_{k2} и u'_{k2}) и один выход, работающий на оба входа, т.е. обе части ОЗ должны пересекаться на выходе. Покажем это на рис.1.13.

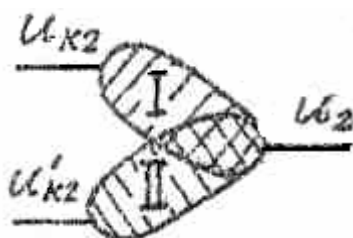


Рис. 1.13. Оперативная зона

Попробуем рассмотреть конфликт на уровне частиц, действующих в ОЗ. Для этого представим сигналы u_{k2} и u'_{k2} в виде напряжений различной величины, что отражает фактическую работу регулятора, причем примем $u'_{k2} > u_{k2}$. Используем метод "маленьких человечков". Поскольку u'_{k2} больше, чем u_{k2} , то плотность "человечков" в части II ОЗ будет больше, чем в I части (рис.1.14). На этом рисунке изображена ОЗ до переключения контакта. Для "маленьких человечков" части II ОЗ проход на выход закрыт. "Маленькие человечки" I части свободно проходят на выход. Если теперь открыть II часть ОЗ и закрыть I, то "маленькие человечки" II части "хлынут" на выход, будет скачок плотности.

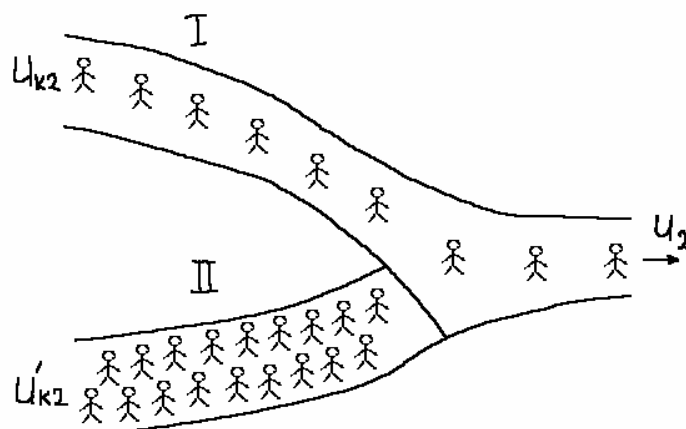


Рис. 1.14. Метод маленьких человечков

Следовательно "маленьких человечков" из части II надо накапливать в ОЗ, а из накопителя выпускать на выход понемногу, сначала с плотностью u_{k2} , а затем постепенно повышать ее до u'_{k2} (рис.1.15). Обратим внимание на то, что на рис.1.14 (до переключения контактов) часть II ОЗ закрыта для прохода "маленьких человечков", что вполне соответствует действию нормально разомкнутого контакта, самого левого на рис.1.12, в цепи u'_{k2} .

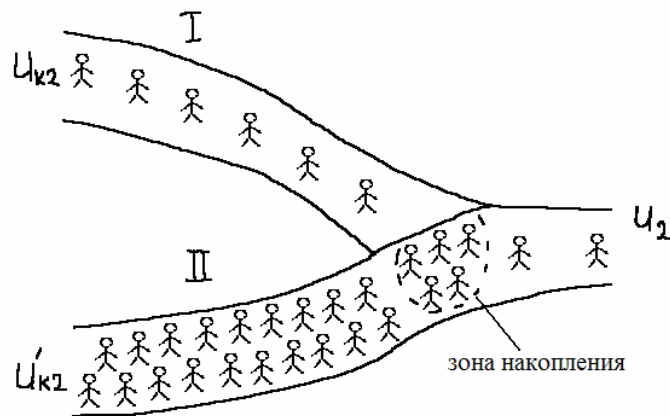


Рис. 1.15. Накопитель в оперативной зоне

Если сигнал $u'_{k2} < u_{k2}$, то до переключения подвижного контакта схема ММЧ будет подобна схеме на рис.1.14, только человечков в канале u_{k2} должно быть больше, чем в канале u'_{k2} . Кроме того, в ОЗ "маленькие человечки" должны проходить через накопитель. Они до переключения полностью заполняют накопитель и с той же плотностью проходят на выход (рис.1.16).

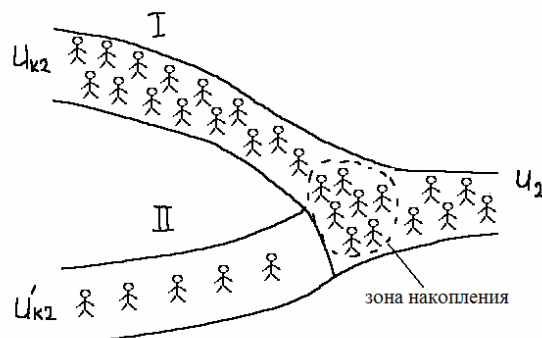


Рис. 1.16. Проход через накопитель

Тогда при переключении, когда к выходу подключается сигнал с малой плотностью, накопитель поддерживает на выходе прежнюю плотность, постепенно расходуя своих "человечков" на поддержку сигнала u'_{k2} с малой плотностью (рис.1.17).

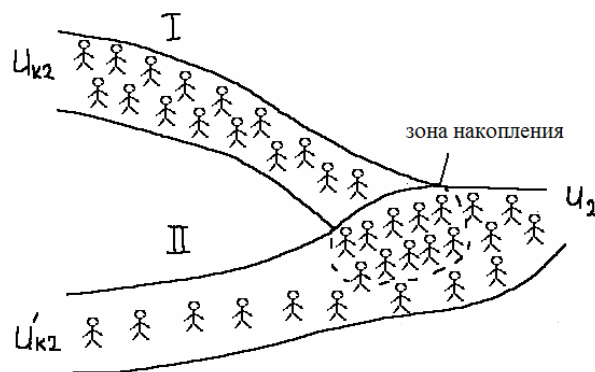


Рис. 1.17. Расход «человечков» с малой плотностью

Таким образом, анализ задача методом "маленьких человечков" показывает, что ОЗ должна иметь два входа и, главное, в ней должен быть накопитель сигналов. Накопителем электрических сигналов может быть емкость либо индуктивность. Поскольку сигналы u_{k2} и u'_{k2} в реальном регуляторе физически являются напряжениями, то накопителем может быть только емкость, т.е. конденсатор.

Из анализа внешнесистемных полевых ресурсов известно, что конденсатор имеется в интегрирующем усилителе (см. рис.1.7). Сам по себе конденсатор имеет один вход, а сколько входов имеется в интегрирующем усилителе? По схеме рис.1.7 интегрирующий усилитель вроде бы имеет один вход, однако из формулы (1) следует, что напряжение на выходе интегрирующего усилителя представляет собой сумму двух сигналов: интеграла от входного сигнала и сигнала начальных условий. Таким образом, вторым входом интегрирующего усилителя является вход по начальным условиям. Поставив интегрирующий усилитель вместо оперативной зоны в схему на рис.1.12, получаем решение поставленной задачи - схему на рис.1.18.

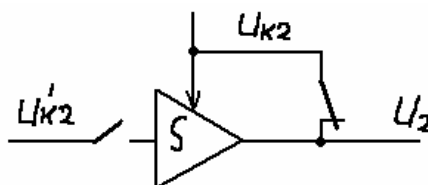


Рис. 1.18. Электрическая схема решения

Сигнал u_{k2} подается на вход начальных условий и на выход схемы, поскольку до переключения сигнал на выходе должен быть равен u_{k2} . Сигнал u'_{k2} подается на главный вход интегрирующего усилителя через нормально разомкнутый контакт, т.е. до переключения информация об u'_{k2} до выхода не доходит, как и должно быть. После переключения контактов на схеме (рис.1.18) сигнал на выходе будет равен напряжению на конденсаторе, т.е. u_{k2} - сигналу начальных условий, а сигнал u'_{k2} поступает на интегрирование (выражение (1), где e эквивалентно u'_{k2} , а интегрирование осуществляется от $t_{нк}$ до t текущего). Хотя в момент переключения u'_{k2} в общем случае - не равно нулю, интеграл $\int_{t_{нк}}^t u'_{k2} dt = 0$, поскольку верхний и нижний пределы интегрирования в момент переключения контактов равны между собой. По мере увеличения времени верхний предел будет нарастать, и информация об u'_{k2} будет плавно поступать на выход схемы.

Теперь осталось только применить полученную идею к решению поставленной задачи. До переключения контактов (см. рис.1.6)

$$u = k_2 e + k_1 \dot{x}.$$

После переключения контактов

$$u' = k_1^1 \dot{x} + k_2 e + k_3^1 \int_{t_{нк}}^t e dt + u_{ну}$$

Так как в момент переключения $\int_{t_{нк}}^t e dt = 0$, то для того, чтобы не было скачка управляющего сигнала u напряжение

$$u_{ну} = u - u' = (k_2 - k_2')e + (k_1 - k_1')\dot{x}.$$

Подобное решение использовано в изобретении "Регулятор с переменной структурой" [16], где интегрирующий усилитель применен для устранения скачка выходного сигнала регулятора при переключении с П-на ПИ-режим регулирования.

1.4. Задача о гибком зеркале

Для фокусировки излучения мощных технологических лазеров часто применяют гибкие зеркала (ГЗ) с переменным фокусным расстоянием. ГЗ представляет собой (рис.1.19) отполированную

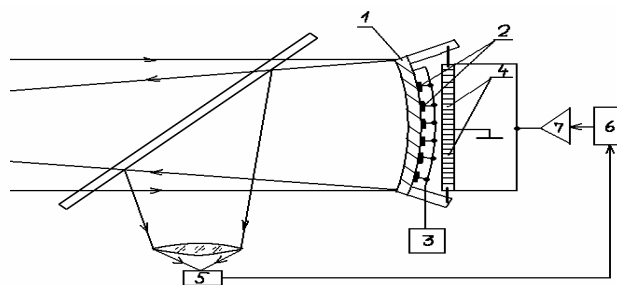


Рис. 1.19. Гибкое зеркало с системой управления фокусным расстоянием

металлическую зеркальную пластину 1, оборудованную системой охлаждения, содержащей термоэлектрические элементы 2, закрепленные на зеркальной пластине (или систему каналов с охлаждающей жидкостью внутри зеркальной пластины), и подключенный к ним блок питания 3. Зеркальная пластина соединена с электромеханическими приводами 4, создающими изгибающие ее механические моменты. Приводы изготавливают на основе электродвигателей с винтовыми передачами или из пьезокерамики, деформирующейся под действием управляющего электрического напряжения.

Кроме ГЗ система фокусировки излучения содержит лазер (на рис.1.19 не показан)

и датчик фокусировки 5, соединенный с блоком управления 6, который через усилитель 7 связан с приводами изгиба зеркала.

В случае отклонения фокусного расстояния системы от заданного с датчика фокусировки поступает сигнал на блок управления, который вырабатывает соответствующее управляющее напряжение, подаваемое на приводы зеркала. Приводы создают изгибающий момент на зеркальной пластине, в результате чего меняется ее кривизна, а следовательно, и фокусное расстояние.

Какие же недостатки имеет данная техническая система? Это довольно тяжелая и громоздкая конструкция ГЗ с приводами, а также значительный расход мощности, как на изгиб зеркальной пластины, так и на ее охлаждение. При этом нельзя уменьшить мощность системы охлаждения и допустить тем самым заметный нагрев зеркала, так как возникнут неравномерные деформации зеркальной пластины в местах прикрепления к ней приводов.

1.4.1 Анализ задачи по АРИЗ

Мини-задача

Дана техническая система для фокусировки излучения мощного технологического лазера. Она включает в себя лазер, ГЗ с электромеханическими приводами и системой охлаждения, датчик фокусировки, систему управления приводами, связанную с датчиком фокусировки.

ТП-1: если ГЗ имеет электромеханические приводы, изгибающие зеркальную пластину, то обеспечивается необходимый диапазон изменения фокусного расстояния, но слишком велики габариты и масса.

ТП-2: если ГЗ не имеет приводов, то получается легким и малогабаритным, то фокусное расстояние не регулируется и фокусировка системы не обеспечивается.

Необходимо упростить и облегчить конструкцию ГЗ, сохранив возможность управлять его фокусным расстоянием.

Конфликтующая пара

Изделие - зеркало (зеркальная пластина).

Инструмент – приводы (присутствующие, отсутствующие).

Схемы ТП

Граф - схемы технических противоречий приведены на рис. 1.20.

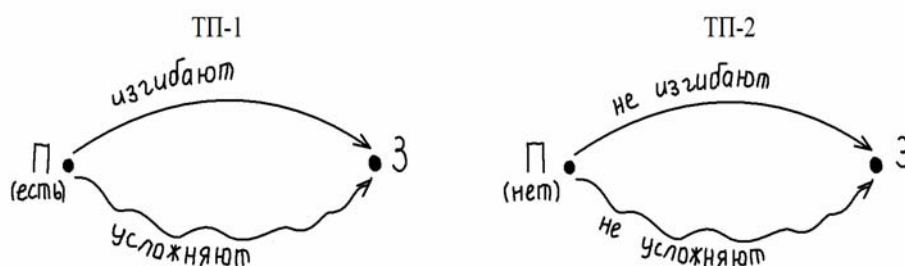


Рис. 1.20. Граф-схема ТП

Выбор ТП

Главный производственный процесс в системе – это фокусировка излучения с помощью изгиба зеркала, следовательно, нужно было бы выбрать ТП-1. Однако в данном случае более привлекательным для дальнейшего анализа выглядит ТП-2, так как для решения поставленной задачи от существующих приводов явно придется отказаться.

Усиление ТП

Усиливать выбранное ТП-2 дальше некуда, так как мы уже отказались от приводов.

Модель задачи

Дано зеркало и отсутствующие приводы. Отсутствующие привода не усложняют конструкцию, но и не гнут зеркало. Необходимо найти X - элемент, который, сохраняя способность отсутствующих приводов не усложнять зеркало, обеспечивал бы его изгиб.

Оперативная зона

Зеркальная пластина с системой охлаждения.

Оперативное время

Время, когда зеркало отражает падающий на него световой поток.

Вещественно-полевые ресурсы

ВПр инструмента отсутствуют, так как мы отказались от приводов.

ВПр изделия - геометрические размеры зеркальной пластины, ее материал, энергетические ресурсы системы охлаждения (ее способность отбирать определенное количество теплоты от зеркальной пластины).

ВПр внешнесистемные - тепловое поле фокусируемого излучения.

ИКР-1

X - элемент, абсолютно не усложняя систему, и не вызывая вредных явлений, устраняет неизгиб зеркала в течение ОВ, сохраняя простоту, компактность и легкость его конструкции.

Усиленный ИКР-1

Чтобы изогнуть зеркало, нужно воздействовать на него, каким-либо полем, раньше это было механическое поле приводов, теперь в системе осталось только тепловое поле лазерного излучения. Это единственный подходящий ВПр. Формулируем УИКР-1: Тепловое поле лазерного излучения устраняет в течение ОВ неизгиб зеркала, сохраняя простоту и легкость его конструкции.

Макро-ФП

Для того чтобы тепловое поле изгибало зеркало, последнее должно изменять свою форму под действием тепла, а чтобы не усложнять систему - не изменять свою форму под действием тепла (как известно, однородная зеркальная пластина при нагреве меняет только свой диаметр и толщину, но не форму).

Микро-ФП

Для того чтобы тепловое поле изгибало зеркало, частицы в различных его областях должны по-разному менять расстояние между собой при изменении температуры, а чтобы не усложнять систему - менять расстояние между собой одинаково.

ИКР-2

Частицы, составляющие зеркало, должны сами гнуть его под действием теплового поля.

Перейдем к информационному фонду АРИЗ и воспользуемся первым принципом разрешения физических противоречий [13] - разделением противоречивых свойств в пространстве. Сделаем зеркальную пластину двухслойной из металлов с различными коэффициентами температурного расширения, жестко соединенных по всей поверхности (термобиметалл). Частицы каждого слоя при нагреве будут менять расстояние между собой на одинаковую величину, а частицы одного слоя по отношению к частицам другого слоя - на разные. В результате зеркальная пластина будет изгибаться при нагреве, причем, если слои, составляющие зеркало, имеют одинаковую форму и размеры, то изгиб будет происходить по сферической форме с высокой точностью.

Осталось только решить, как управлять величиной изгиба зеркала. Для этого, очевидно, нужно управлять его температурой. Воспользуемся другим ВПР, имеющимся в системе, - энергетическими ресурсами системы охлаждения. Сделаем ее регулируемой и соединим с датчиком фокусировки.

Система фокусировки получилась более простой, легкой и малогабаритной (рис.1.21). Кроме того, возросла ее экономичность, так как не требуется больше источник питания для блока управления приводами, а система охлаждения зеркальной пластины работает не на полную мощность, так как часть поглощенной зеркалом тепловой энергии фокусируемого излучения, которая раньше отбиралась и рассеивалась системой охлаждения, теперь используется для изгиба зеркала.

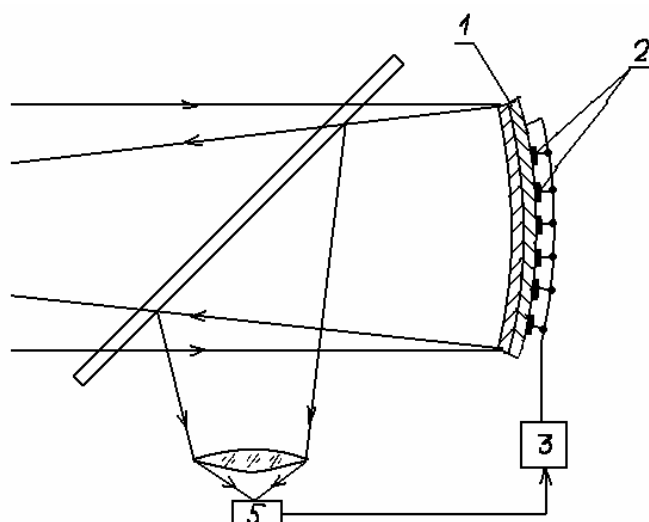


Рис. 1.21. Схема новой системы регулировки фокусного расстояния

В заключение анализа приведем формулу изобретения, соответствующую полученному решению задачи:

Устройство фокусировки мощного оптического излучения, содержащее гибкое зеркало с системой охлаждения и датчик фокусировки, отличающееся тем, что, с целью снижения потребляемой мощности и уменьшения массы и габаритов, гибкое зеркало выполнено из термобиметалла, а в систему его охлаждения введен регулятор, соединенный с выходом датчика фокусировки [17].

1.6. Диалектико-логическая модель изобретательской задачи

Рассмотренный алгоритм и решенные примеры позволяют сделать некоторые выводы. Если взять первую часть АРИЗа, то из нее явно выявляется некоторое преобразование, структурно представленное на рис.1.22.

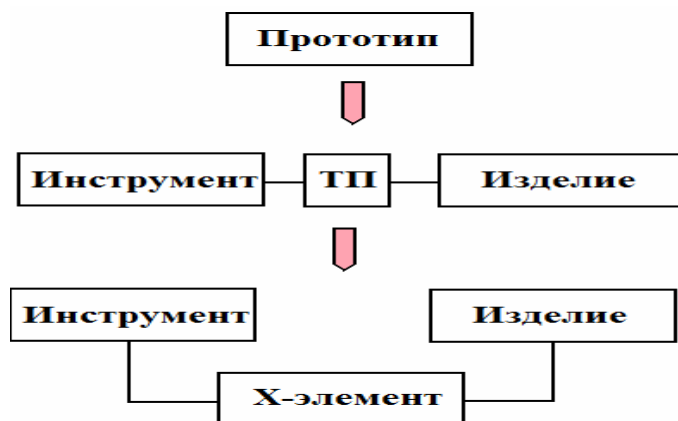


Рис. 1.22. Структурные преобразования изобретательской задачи в первой части АРИЗа

На шаге 1.1 формируется словесная модель прототипа. На шагах 1.2 и 1.3 модель прототипа трансформируется в конфликтную пару, состоящую из инструмента и изделия с бинарным отношением между ними в виде технического противоречия (ТП). Далее идет выбор одного из технических противоречий, ТП1 или ТП2, и усиление конфликта путем выбора крайнего состояния инструмента. Наконец, на шаге 1.6. формируется модель нового решения в виде пары инструмент-изделие с Х-элементом, который и разрешает противоречие. Собственно, на этом структурные преобразования задачи и заканчиваются, если не считать шага 1.7. Наконец, Шаг 1.7. представляет собой решение задачи по стандартам. Стандарты на решение изобретательских задач являются самостоятельным инструментальным средством и ориентированы на использование вепольного анализа [5].

Вепольный анализ в теории решения изобретательских задач (ТРИЗ) относится к структурным методам. Единицей анализа является веполь, который представляет триаду из двух веществ и поля или двух полей и вещества. Решение изобретательской задачи представляется как некоторое преобразование вепольной структуры. В ТРИЗ существуют два основных метода синтеза вепольных структур: а) достройка неполной триады до полного треугольника (рис.1.23а), б) разрушение старой треугольной структуры и постройка новой (рис.1.23б).

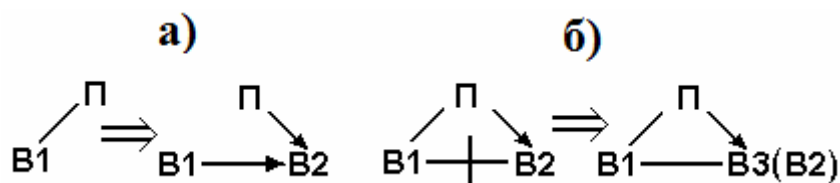


Рис. 1.23. Преобразования вепольных структур

Веполь представляет собой структуру в виде бинарных отношений между веществами. Бинарное отношение задается полем, т.е. некоторым действием одного вещества на другое. Например, дано высказывание: «Солнце греет». Солнце в вепольном анализе рассматривается как вещество В1, действие «греет» будет полем нагрева П (рис.1.23а, слева). Такая структура называется неполным веполем. Он задает структуру прототипа, исходной ситуации изобретательской задачи. В структуре имеется неопределенность: что именно, какой объект нагревается Солнцем? Будем утверждать, что эта неопределенность ставит неполный веполь в состояние неустойчивого статического равновесия, поскольку в классическом вепольном анализе неполный веполь неработоспособен.

На втором шаге, после поиска второго вещества в мышлении изобретателя, например, Земли, веполь становится полным и структурно устойчивым. Получившийся ответ- высказывание «Солнце греет Землю».

Второе вещество В2, Земля, взятое само по себе, также является структурно неустойчивым, так как является невеполем. Соединение двух неустойчивых структур дает системный эффект - устойчивость полного веполя. Такие методы синтеза могут быть названы дискретным, так как осуществляются по шагам.

Аналогично для задач на разрушение вепольных систем (рис.1.23б, слева) данным является высказывание – «Солнце обжигает кожу». Это полный веполь, где В1 – Солнце, В2 – кожа, поле П – действие «обжигает». Структура представляет полный веполь, из трех элементов, работоспособна, но работает плохо, с недостатком. Между веществами Солнцем и кожей человека имеется вредное взаимодействие. По правилам разрушения плохого веполя между веществами В1 и В2 вводится третье вещество В3, например, зонтик, который и воспринимает на себя вредное воздействие, защищая кожу (рис.1.23б, справа). В результате снова получается полный веполь, структурно устойчивая триада.

Таким образом, в рассмотренном примере свойство работоспособности технической системы определяется структурной устойчивостью ее веполя. Очевидно, можно рассматривать и другие факторы, которые влияют на устойчивость веполей, когда при одной и той же структуре, вещества и поля обладают разными свойствами. Это так называемая параметрическая устойчивость. Следовательно, решая задачу, изобретатель не только находит неизвестные вещества или поля, но и подбирает их свойства, как бы встраивая эти вещества и поля в структуру полного веполя. Поэтому элементы веполя в мышлении изобретателя претерпевают процесс развития при переходе от неустойчивой структуры к устойчивой. Естественно предположить, что процесс встраивания вещества или поля в общую структуру происходит во времени. В связи с этим возникает необходимость рассматривать так называемые динамические вещества или поля, т.е. такие объекты, свойства которых изменяются по мере поиска решения.

Сравнивая первую часть АРИЗ и вепольный анализ, видим, что преобразования изобретательской задачи во многом сходны. Это переходы по известной линии развертывания технических систем «1-2-много», где 1- прототип или невеполь, 2- конфликтная пара или неполный веполь, много – это триада инструмент-изделие-Х-элемент или полный веполь. Назовем эти переходы диалектико-логической моделью изобретательской задачи. Модель эта дискретная, также дискретным является пошаговый АРИЗ. Однако можно предполагать, что процесс мышления при решении задачи является непрерывным, провалы между шагами заполняются работой сознания и подсознания.

По своему философскому происхождению ТП является качественной моделью, что не позволяет оценивать процесс технического творчества количественно. Поэтому известные программные средства поддержки технического творчества, например, "Изобретающая машина" [18], по сути, не моделируют процесс творчества, а являются экспертными, подсказывающими системами. Усилия их разработчиков направлены на создание баз знаний приемов устранения технических противоречий, научно-технических эффектов, стандартов, а также на разработку удобного интерфейса между компьютером и изобретателем.

Поэтому поставим задачу: исходя из диалектико-логической модели, получить математические модели процесса решения в виде системы дифференциальных уравнений. Модель должна быть достаточно простой, соответствующей простоте диалектико-логической модели. Можно ожидать, что достаточно будет системы из трех дифференциальных уравнений для описания динамики элементов триады.

2. Математический аппарат задач технического творчества

2.1. Особенности моделирования новизны

Одной из главных проблем при моделировании творческого процесса в изобретательстве является адекватное математическое представление свойства новизны решения. Изобретательская задача имеет свою специфику: в процессе решения главным является расщепление конфликтующих сторон и максимальное обострение ТП, выход на парадокс с целью преодоления психологического барьера в сознании изобретателя и получения **нового** технического решения. Для моделирования такой задачи требуются математические модели с многозначными характеристиками, с перерывами постепенности, с нелинейной зависимостью от параметров. К сожалению, проблеме новизны (получению новых знаний, решений, процессов) в работах по техническому творчеству уделяется мало внимания. Практически отсутствует какой-либо математический аппарат для моделирования свойства новизны изобретений. Часто полученные технические решения получаются не новыми, а, следовательно, непатентоспособными и экономически невыгодными в применении.

Формально новизна определяется в патентном праве: техническое решение считается новым, если хотя бы одним признаком отличается от прототипа. Проще говоря, изменил что-либо в конструкции существующего изделия, уже можешь претендовать на новизну. Естественно, если экспертиза не найдет другой прототип, тогда патента не получить. Следовательно, новизна в технике выливается в изменение

структуры устройства, если оставить в стороне способы, т.е. как что-то делать. Тогда вся проблема новизны заключается в том, как ситуацию изменения структуры представить математически. Попробуем сначала процесс получения нового рассмотреть на примерах физических явлений, в которых происходят структурные изменения. В некоторых случаях процесс получения нового для сокращения называется инновационным процессом.

2.1.1. Ячейки Бенара

Ячейки Бенара относятся к однородным структурам и названы так по фамилии французского физика Бенара, который наблюдал это явление в XIX веке. Представим слой жидкости (у Бенара - китовый жир, хотя можно использовать и другие жидкости, например, воду) между двумя горизонтальными параллельными плоскостями (рис.2.1), размеры которых существенно больше расстояния между ними. Бенар применял прозрачные стеклянные пластины, чтобы можно было наблюдать за процессами через микроскоп. Температура одной пластины обозначена через T_1 , а другой - через T_2 [19].

Рассмотрим случай, когда $T_1 = T_2$, т.е. $\Delta T = T_2 - T_1 = 0$. Представленная самой себе жидкость будет находиться в однородном состоянии, все молекулы одинаковы и хаотично движутся. Каждая молекула жидкости связана со своими соседями, притягивает и отталкивается от них. Чтобы характеризовать систему, достаточно выбрать ее малый объем, все другие будут такими же. В этом проявляется преимущество однородных структур по сравнению с неоднородными. В этом хаотическом состоянии связи случайны и, в среднем, одинаковы. В физике такие структуры называются симметричными.

Если внутри этого объема поместить наблюдателя (Н), то у него не было бы внутренних возможностей воспринять понятие пространства и времени, поскольку для этого нужны ориентиры, эталоны этих пространства и времени. Для понятия пространства в каком-то направлении необходима некоторая постоянная протяженность (расстояние между двумя предметами). Для понятия времени необходимо какое-то регулярное периодическое движение.

Если коснуться пальцем нижней пластины, т.е. на короткое время локально изменить T_2 с 20° до $36,6^\circ$, то под действием возмущения произойдут какие-то изменения структуры.

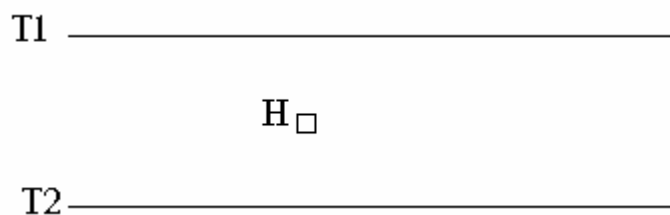


Рис. 2.1. Опыт Бенара

Более нагретые молекулы увеличат свою скорость и сильнее толкнут соседей. Однако такие движения быстро затухнут, и никакой памяти от них не останется. Говорят, что система в этом состоянии асимптотически устойчива.

Будем нагревать нижнюю пластину, например, горелкой. Тогда, вследствие теплопроводности жидкости, верхняя пластина тоже будет нагреваться. Нижние, более быстрые молекулы будут толкать верхний слой молекул и так далее, вплоть до верхней пластины. Однако при ударе молекулы теряют свою энергию и, в среднем, остаются на прежнем месте. Чем больше разность температур ΔT , тем больше тепловой поток q (рис.2.2, участок ab), проходящий через систему. Параметр ΔT назовем управляющим параметром. Его изменение влияет на поведение системы.

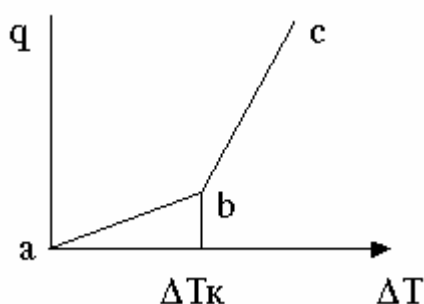


Рис. 2.2. График передачи теплового потока

При некоторой критической разности температур ΔT_k между нижней и верхней пластинами мгновенно происходит перестройка структуры или катастрофа. Возникают регулярные потоки попеременно восходящей и нисходящей жидкости. Нагреваясь у нижней пластины в точке восхождения, молекула расширяется. Ее удельный вес падает, и она всплывает наверх в среде более холодных молекул, обладающих большим удельным весом. Охладившись у верхней пластины в точке нисхождения, молекула сжимается и тонет в среде более легких, горячих молекул.

Если смотреть сбоку на пластины (рис.2.3), то можно заметить, что потоки образуют ячейки жидкости или ячейки Бенара, вращающиеся, либо по часовой, либо против часовой стрелки.

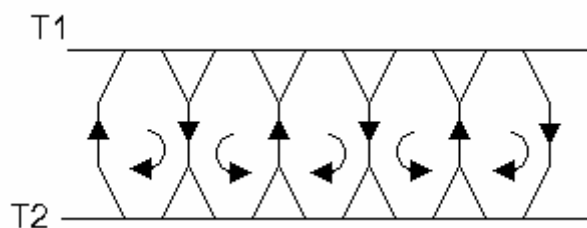


Рис. 2.3. Ячейки Бенара

Такие ячейки возникают по всей толще жидкости. Ширина одной ячейки примерно 1 мм. При виде сверху ячейки образуют сотовую структуру или решетку (рис.2.4).

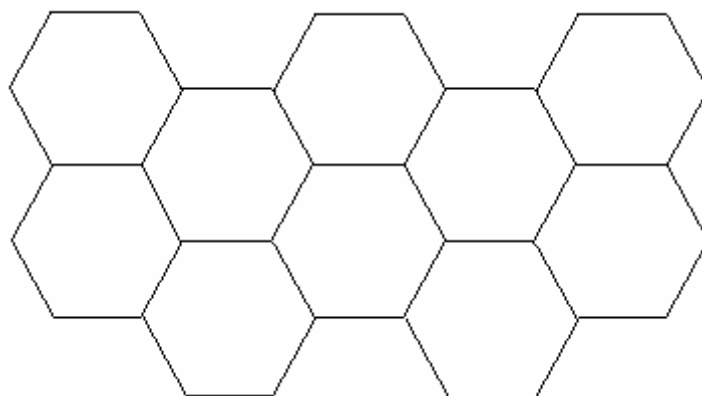


Рис. 2.4. Сотовая структура ячеек Бенара. Вид сверху.

Явление обратимо и может быть повторено неоднократно. Управляющим параметром является разность температур ΔT . Обратим внимание, что в критической точке нарушается линейная зависимость между управляющим параметром и тепловым потоком q (точка b на рис.2.2). После критической точки линейная зависимость восстанавливается, но уже с другим углом наклона (участок bc).

Наблюдая через микроскоп за одной и той же точкой пространства между пластинами, Бенар выяснил, что направление вращения в ячейке, возникающей в этой точке при неоднократном повторе опыта, устанавливается случайным образом. Очевидно, что направление закрутки зависит от некоторых, внешних для данной системы, случайных условий: неоднородностей в жидкости и стекле пластин, изменения давления и т.п.

Таким образом, в опытах Бенара рассматривается преобразование одной однородной структуры (моно-система - одинаковые молекулы с одинаковыми, хаотическими связями) в другую однородную структуру (моно-система - одинаковые ячейки и одинаковые детерминированные цепные связи (рис.2.3) или одинаковые детерминированные сотовые связи (рис.2.4)). С другой стороны, если учитывать направление вращения ячеек, тогда опыт Бенара можно рассматривать как преобразование

однородной структуры уже в неоднородную (би-система из ячеек с двумя разными направлениями закрутки). Условно этот переход можно показать как ветвление (рис. 2.5).

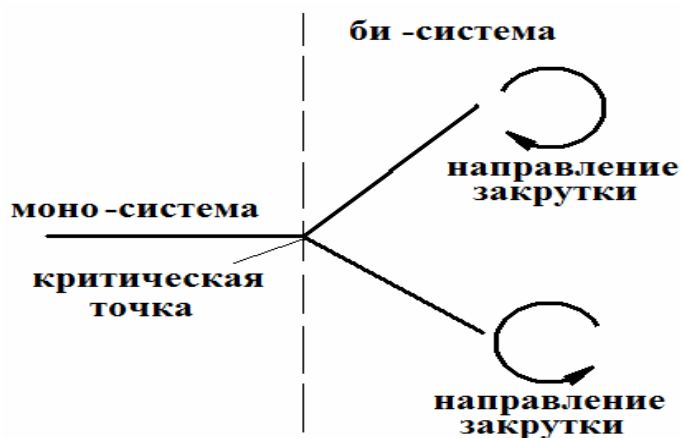


Рис. 2.5. Схема альтернатив в опыте Бенара

Из опыта Бенара сделаем следующие выводы.

1. Для наблюдателя, помещенного внутри новой структуры, появляется понятие пространства и времени: по количеству ячеек, пройденных вдоль пластин, можно найти расстояние, а время можно измерять количеством оборотов частицы жидкости в ячейке.
2. В системе появляется согласованное движение: направление закрутки самой первой ячейки мгновенно определяет направления закруток всех остальных ячеек. Короткая сила действия молекулы жидкости (только на соседние молекулы) проявляется на большие расстояния (через множество ячеек) - эффект дальнего действия.
3. В системе появляется память: она запоминает условия в момент катастрофы и закручивает ячейку в определенном месте в ту или другую сторону. Следовательно, если после перестройки структуры ячейка закручивается по часовой стрелке, то в момент катастрофы были одни условия; если ячейка закручивается против часовой стрелки, то в момент катастрофы были другие условия. Возникновение памяти предполагает появление в модели системы запоминающих устройств, например, интеграторов. Следовательно, для математического описания необходимы уравнения динамики: дифференциальные или разностные уравнения.
4. В системе появляется **новая информация**, которая и записывается в появившуюся память. Необходимым условием возникновения информации является существование **альтернатив**, выбора. Альтернативами являются направления закрутки ячейки. До опыта мы

знаем, что возникнут ячейки Бенара, поэтому это знание не является новым. Зато направление закрутки до опыта неизвестно. После опыта мы узнаем, какая реализуется альтернатива. Поскольку выборов всего два (по часовой стрелке или против), то опыт Бенара дает один бит информации.

5. Возникновение новой структуры связано с прерыванием линейности (см. рис.2.2). В модели системы должна быть какая-то нелинейная характеристика.

В свое время опыты Бенара оказали большое влияние на теорию происхождения жизни на Земле, прежде всего, на появление живых организмов из неживой природы. Этот процесс зарождения жизни, если он действительно произошел из неживой природы, по силе новизны является беспрецедентным. Живые организмы на Земле имеют клеточное строение. Ячейки Бенара немного похожи на клетки, и главное, они возникают из хаотически движущихся молекул. Далее экспериментально было доказано, что ячейки Бенара могли возникнуть без участия человека, под действием Солнца в жидкостных линзах, образованных прозрачными песчинками кварца. Жидкость могла быть так называемым «первичным бульоном» древнего океана Земли, т.е. водой с растворенными в ней аминокислотами, движущимися хаотично. Эффект Бенара объяснял ячеистую структуру получавшихся соединений, а аминокислоты являются главной составляющей белковых соединений, без которых невозможна жизнь. Однако эта теория имела и серьезную критику.

Критики заявляли, что сначала появились простейшие микроорганизмы, состоящие из одной клетки, одноклеточные, а уже потом - многоклеточные.

В то же время одна ячейка Бенара существовать не может, ей нужны соседи. Кроме того, для клетки, кроме белка, нужно еще и ядро, т.е. «желток».

Со времени этого спора появились и другие теории происхождения жизни и зарождения клеточных структур, однако опыты Бенара не потеряли своего значения. Ячейки Бенара доказывают существование природного (без участия человека) механизма внезапного преобразования хаотического движения в организованное циклическое движение и обратно.

2.1.2. Теория протекания

Теория протекания или просачивания (по-английски - percolation, дословный перевод - перколяция) изучает структуры типа решеток или сетей. Первые работы по теории протекания появились в 60-х годах 20 века. В 1974 году в журнале «Физикл Ревью» американские физики Ватсон и Лис описали следующий опыт [20]. Они взяли квадратный кусок металлической сетки (рис.2.6), в которой узлы пересечений продольных и поперечных проволок закреплялись точечной сваркой. Структура такой сетки или решетки однородная. Элементами структуры являются одинаковые узлы, связями являются одинаковые проводники между соседними узлами. Каждый узел имеет четырех соседей: сверху, снизу, справа и слева (граничные эффекты, как и опыте Бенара, можно не рассматривать). Узел можно представить вершиной графа, а связи - ребрами или гранями графа. Поэтому такая решетка называется четырехгранной или просто квадратной.

Далее к сетке присоединялись провода, и по ним пропусклся электрический ток. Поскольку все узлы соединены между собой, ток свободно протекал через решетку. Следовательно, до опыта такая структура обладает характерным свойством - электропроводностью.

Опыт заключался в том, что исследователь поочередно, случайным образом, выкусывал узлы решетки кусачками, нарушая проводимость в том или ином узле. Например, если решетка содержит 49 узлов: 7 по горизонтали и 7 по вертикали, то вероятность выкуса первого узла будет равна $1/49$, второго - $1/48$, третьего - $1/47$, т.е. вероятность удаления каждого последующего узла растет.

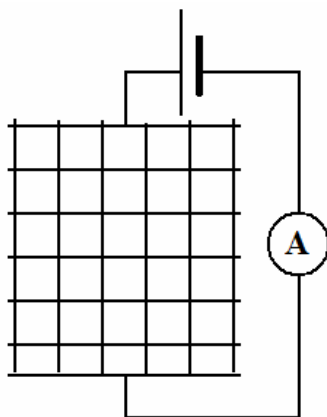


Рис. 2.6. Схема протекания тока через решетку

Целью эксперимента является нахождение количества выкушенных узлов, при котором ток через решетку прекращается. Если в решетке 7×7 выкусить лишь один узел, то ток не прекратится никогда, поскольку останутся другие пути для его прохождения. Минимальное значение числа выкушенных узлов - это 7 узлов в одной строке или на главной диагонали,

тогда ток прекратится. Однако такое удаление не будет случайным. Для реализации случайного удаления можно все узлы пронумеровать от 1 до 49 или, в общем случае, до N , где N - число узлов в решетке, а затем использовать генератор случайных чисел. Генератор должен генерировать на первом шаге целое случайное число в диапазоне от 1 до N . После генерации числа, оно должно удаляться из выборки. Для этого оставшиеся узлы переименовываются от 1 до $N-1$. На втором шаге генератор случайных чисел генерирует второе целое случайное число уже в диапазоне от 1 до $N-1$. Далее оставшиеся узлы снова переименовываются уже от 1 до $N-2$, и снова генератор выдает третье случайное число уже в диапазоне от 1 до $N-2$ и т.д.

Можно предложить и другие методы случайной выборки для удаления узлов, например, можно генерировать одновременно две последовательности случайных чисел в диапазоне от 1 до $\sqrt{N}$. Тогда первое число в первой последовательности дает адрес узла в решетке по горизонтали, а первое число во второй последовательности дает адрес узла в решетке по вертикали и т.д. Аналогично предыдущему случаю должен быть предусмотрен алгоритм удаления номера уже выкушенного узла.

Такой эксперимент проводился неоднократно. Оказалось, что число выкушенных узлов, при котором прекращается прохождение тока, является для данного типа решетки приблизительно постоянной величиной. Например, для четырехгранной решетки размером 7×7 , т.е. с 49 узлами, протекание тока прекращается в среднем при 16,513 удаленных узлов. Аналогичные эксперименты проводились и на других типах решеток: трехгранных, шестигранных, пространственных 3-х мерных (в виде кубика) и других. Для каждого типа решетки от эксперимента к эксперименту получалось свое, примерно одно и то же, число выкушенных узлов, при котором прерывалась электропроводимость.

В современной теории протекания обычно рассматривается процесс не разрушения решетки, а ее создания. Исходной считается решетка, у которой все узлы выкушены, и которая не проводит тока. В ходе эксперимента случайным образом замыкаются узлы решетки до тех пор, пока через решетку не пойдет электрический ток. Далее подсчитывается число n случайным образом замкнутых узлов, при котором решетка начинает проводить ток. Такой подход использовался для построения моделей электрического пробоя в диэлектриках и полупроводниках, а затем был распространен и на другие структуры.

Для исключения влияния краевых эффектов число узлов N решетки увеличивают, естественно увеличивается и число узлов n , которые надо замкнуть, чтобы через решетку протекал ток. Поэтому важнейшей характеристикой решетки является отношение n/N , вернее его предел

$$p = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n}{N}$$

Этот предел называется порогом протекания. Порог протекания для каждого типа решетки является некоторой постоянной величиной, меньшей единицы. Значения порога протекания для некоторых видов решеток приведены в табл.2.1.

Таблица 2.1. Значения порогов протекания некоторых решеток

Тип решетки	Число связей	Порог протекания
а) Плоские		
Треугольная	6	0.50
Квадратная (четырёхгранная)	4	0.59
Шестиугольная	3	0.70
б) Объемные	6	0.31
Простая кубическая	8	0.25
Объемно- центрированная кубическая	12	0.20
Гранецентрированная кубическая		

Вид плоской шестиугольной решетки представлен на рис.2.6, а треугольной - на рис. 2.7а. В шестиугольной решетке каждый узел имеет три связи с соседями, а в треугольной - шесть.

Элементарный кубик объемной простой кубической решетки показан на рис. 2.7б. Узлы решетки находятся в вершинах кубиков, каждый узел имеет шесть связей. Для объемно-центрированной кубической решетки появляется дополнительный узел - в центре кубика, связей для каждого узла имеется восемь. Для гранецентрированной кубической решетки дополнительные узлы помещаются на все шесть граней элементарного кубика - в центре каждой грани. Число связей такой решетки - 12.

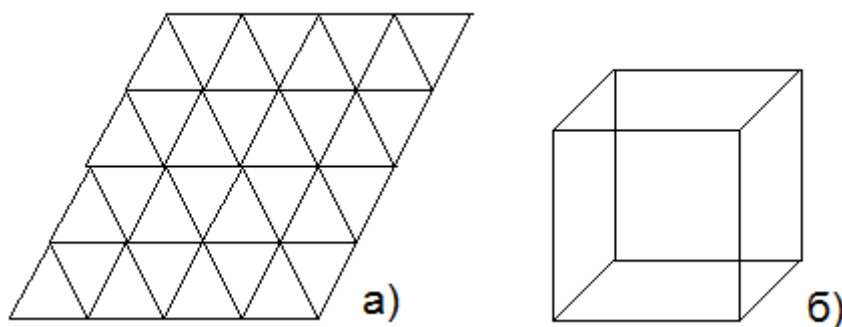


Рис. 2.7. Виды плоских и объемных решеток

Рассчитать порог протекания не просто, поскольку не существует аналитических методов решения таких задач, только моделирование на ЭВМ. Точность моделирования зависит от программы генерирования случайных чисел, поэтому у разных программистов могут получаться несколько различающиеся значения порогов протекания, особенно для объемных решеток. Хотя можно использовать генераторы, использующие радиоактивные изотопы. Случайный момент испускания радиоактивной частицы задает и случайное число, вырабатываемое генератором. Такие генераторы дают, так сказать, более случайную последовательность чисел, поэтому точность определения порога протекания у них выше.

Чем меньше порог протекания, тем выше протекаемость данного вида решетки. Порог протекания является критическим значением, при котором старая структура становится новой. Происходит это следующим образом.

По мере роста количества n замкнутых узлов в структуре решетки возникают **кластеры**. Замкнутые узлы либо изолированы друг от друга, либо образуют группы, состоящие из ближайших соседей. В общем случае **кластер** – группа однородных элементов, связанных с ближайшим соседом. Однородные элементы структуры – это элементы, обладающие каким-нибудь одинаковым свойством. Например, все

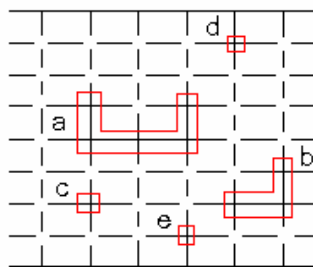


Рис. 2.8. Решетка с 5-ю кластерами

замкнутые узлы являются однородными элементами. Два замкнутых узла принадлежат одному кластеру, если они соединены путем, состоящим из замкнутых узлов

На рис.2.8 показана решетка с 5 кластерами: кластер а состоит из 5 замкнутых узлов, кластер b - из трех замкнутых узлов, кластеры c,d и e - из одного замкнутого узла. Такая решетка еще не преодолела порог протекания, следовательно, не является проводящей.

При дальнейшем увеличении n до порога протекания появляется кластер «а» (рис.2.9), образующий соединяющий путь от одной стороны решетки до другой. Такой кластер называется соединяющим. Решетка качественно изменяет структуру, старая структура терпит катастрофу, появляется новое свойство - электропроводность.

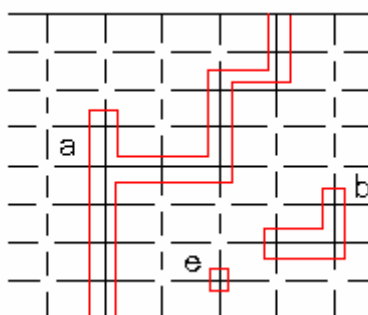


Рис. 2.9. Образование соединяющего кластера

Сделаем некоторые выводы по решетчатым структурам.

1. Управляющим параметром системы является число « n » замкнутых (или выкушенных для обратной задачи) узлов решетки. Переменной, характеризующей состояние или свойство решетки, является наличие тока или проводимость.
2. При изменении управляющего параметра от 0 до некоторого критического значения $n_{кр}$, соответствующего порогу протекания, структура меняется, но свойство проводимости не меняется. Следовательно, можно считать, что система остается старой, поскольку продолжает выполнять старую функцию (изолятора). Однако, образуя кластеры, система подготавливается к резкому изменению свойства. Вероятность возникновения соединяющего кластера растет.
3. В момент протекания свойство структуры, как и в опыте Бенара, меняется внезапно, скачком. Изменение свойства связано с нелинейной, конкретно, релейной характеристикой (рис. 2.10) изменения тока I через решетку в зависимости от n

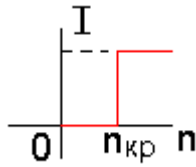


Рис. 2.10. Релейная характеристика решетки

4. Как и в ячейках Бенара, в решетчатой структуре существует альтернативный выбор. Хотя порог протекания $n_{кр}$ не является случайной величиной, и рассчитан для многих видов решеток, но он характеризует лишь среднее значение замкнутых узлов за много опытов. Как уже отмечалось, для четырехгранной решетки размером 7×7 (число узлов $N=49$) среднее значение $n_{кр} = 16,513$. Однако протекание может возникнуть и при 16-ти замкнутых узлах и при 15-ти, и при 14-ти и т.д., даже, с ненулевой вероятностью, - при $n_{min} = \sqrt{N} = 7$ -ми замкнутых узлах. Кроме того, возможно возникновение протекания при числе замкнутых узлов, большем, чем $n_{кр}$, т.е. при 17-ти, 18-ти и т.д. узлах, максимально до $n_{max} = N - \sqrt{N+1} = 43$. Какая альтернатива будет реализована в ходе конкретного опыта, заранее неизвестно. Таким образом, альтернатив получается $43 - 7 = 36$, а в опытах Бенара всего две альтернативы.
5. Хотя альтернатив структур несколько, но для одной и той же решетки есть одинаковое явление, которое выполняется при любой структуре после критической точки. Это явление проводимости. До критической точки проводимости не было, в критической точке наступает пробой, решетка начинает проводить электрический ток при разных структурах. Это явление – сохранять какое-то свойство при различных возможных реализациях, альтернативах, называется инвариантом. Чтобы выявить, какая все-таки реализована структура, надо подействовать на решетку каким-то входным воздействием, другим управляющим параметром. Если решетка уже проводит ток, то дальнейшее замыкание узлов не даст какой-либо информации об ее структуре, т.е. нового знания мы не получим. Если мы приложим к решетке механическое воздействие, направленное на ее растяжение, то разность кластерных структур проявится, и мы получим новую информацию.
6. Структура качественно меняется при изменении лишь части ее элементов, в частности, для решетки 7×7 в среднем всего лишь трети элементов, образующих соединяющий кластер.

Таким образом, теория протекания рассматривает преобразование однородной структуры (моно-система с непроводящими узлами) в

неоднородную структуру (би-система с проводящими и непроводящими узлами). Есть и другое совпадение с опытом Бенара: случайная, хаотическая связь между молекулами жидкости в докритической области управляющего параметра ΔT и случайное, хаотическое назначение замыкаемых узлов в докритической области управляющего параметра « n » решетки. Это случайное хаотическое явление экспериментатором никак не учитывается, его математическая модель не известна. Мы не знаем внешних условий, которые повлияли на направление закрутки ячеек Бенара, мы не знаем, какое число выдаст генератор случайных чисел, которое приведет к пробойу решетки. При переходе через критическую точку это наше незнание преобразуется в знание, мы узнаем направление закрутки ячеек Бенара, и при каком шаге замыкания узлов решетки получается пробой. Это знание запоминается нашим сознанием, так мы получаем новое. Как только информация запомнилась, она становится старой и начинает забываться.

Таким образом, для математического моделирования непрерывного инновационного процесса необходимы:

1. Дифференциальные или интегральные уравнения для имитации памяти, куда записывается новое знание;
2. Эти уравнения должны иметь управляющий параметр, изменением которого можно выйти в критическую точку и получить далее ветвящийся процесс;
3. Эти уравнения должны иметь некоторый инвариант, т.е. некоторое единое свойство для разных структур уравнений;
4. Уравнения должны иметь возможность реагировать на случайные воздействия, отражающие состояние внешней среды в критической точке с целью выбора той или иной альтернативы.
5. Уравнения должны быть нелинейными.

Последний пункт рассмотрим более подробно.

2.2. Влияние нелинейностей на инновационный процесс

Из рассмотренных примеров следует, что на поведение системы влияет некоторый параметр. Например, при $\Delta T \geq \Delta T_{кр}$ в опыте Бенара возникает новая структура. В решетке при $n \geq n_{кр}$ возникает протекание. Можно сказать, что изменение параметров ΔT или n управляет структурой системы, поэтому эти параметры, как уже указывалось, называются управляющими. При математическом описании системы управляющие параметры входят в соответствующие уравнения. Рассмотрим описание некоторой системы в виде дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, \lambda),$$

где F – векторо-значная нелинейная функция, x - вектор состояния, λ - вектор параметров. Обратим внимание, что в вектор λ входят как внешние воздействия, так и коэффициенты дифференциального уравнения, отражающие внутренние свойства системы. Например, для частного случая -линейного дифференциального уравнения –

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

координаты вектора λ могут состоять как из элементов матриц A и B , так и из координат вектора управления u . В теории управления целенаправленное изменение коэффициентов дифференциального уравнения, описывающего систему, называется параметрическим управлением.

Переход от одной структуры к другой, новой структуре, с точки зрения теории управления означает переход из одного устойчивого состояния равновесия в другое устойчивое состояние равновесия через неустойчивость или неустойчивое состояние равновесия. Состояния равновесия системы, как устойчивые, так и неустойчивые, часто называются равновесными или стационарными. Будем обозначать их через x_s . Для определения стационарных состояний левую часть дифференциального уравнения, описывающего систему, приравниваем нулю, так как в состоянии равновесия все производные (т.е. скорости изменения) нулевые:

$$0 = F(x_s, \lambda)$$

Разрешая это уравнение относительно x_s , получаем зависимость стационарных состояний от управляющих параметров: $x_s = x_s(\lambda)$. Рассмотрим пример системы: шарик в ямке (рис. 2.11).

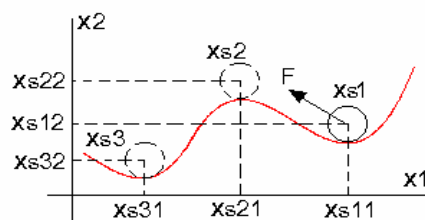


Рис. 2.11. Вид стационарных состояний системы «шарик-ямка»

Эта система имеет два устойчивых стационарных состояния x_{s1} и x_{s3}

$$x_{s1} = \begin{bmatrix} x_{s11} \\ x_{s12} \end{bmatrix}, x_{s3} = \begin{bmatrix} x_{s31} \\ x_{s32} \end{bmatrix},$$

и одно неустойчивое стационарное состояние x_{s2}

$$x_{s2} = \begin{bmatrix} x_{s21} \\ x_{s22} \end{bmatrix}.$$

Необходимо перевести шарик из стационарного состояния x_{s1} в стационарное состояние x_{s3} . Сделать это можно по-разному. Например, подействовать силой F , чтобы преодолеть горку: неустойчивое стационарное состояние x_{s2} . Далее под действием силы тяжести шарик сам переместится в состояние x_{s3} . Сила F относится к внешним управляющим параметрам. Можно также изменить конфигурацию ямки так, чтобы стационарное состояние x_{s1} вообще пропало (рис.2.12), или увеличить диаметр шарика до такого положения, чтобы шарик не поместился в ямку x_{s1} . Изменение конфигурации ямки или шарика относится к параметрическому управлению. В инновационных процессах параметрическое управление и управление от внешних воздействий не разделяются. Более того, не так важно, как протекает переходный процесс, главное - разные начальное и конечное стационарные состояния.

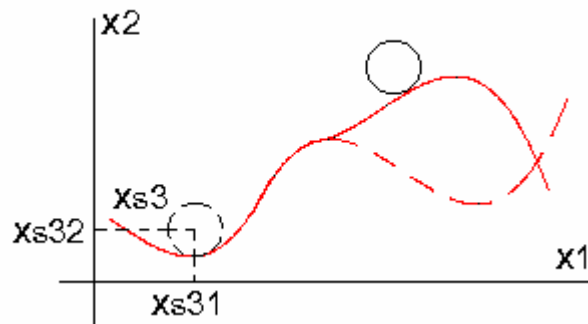


Рис. 2.12. Изменение стационарных состояний

Все управляющие параметры имеют строгий физический смысл, например, диаметр шарика не может быть отрицательным, граничное значение диаметра равно нулю (исчезновение шарика). В то же время крутизна ямки может менять знак, когда ямка превращается в горку.

Рассмотрим линейное дифференциальное уравнение первого порядка, имеющее два управляющих параметра λ и k

$$\frac{dx}{dt} = \lambda - kx.$$

Найдем стационарное состояние из уравнения

$$0 = \frac{dx}{dt} = \lambda - kx_s,$$

откуда $x_s = \lambda/k$. Назначим один из управляющих параметров постоянным ($k=\text{const}$), другой будем менять от 0 до ∞ . Тогда стационарное состояние будет меняться, но одному значению λ будет соответствовать также одно состояние x_s (рис.2.13).

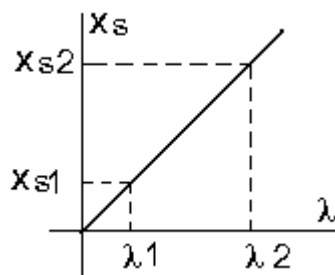


Рис. 2.13. Линейная зависимость стационарных состояний от управляющего параметра

Это получается всегда, когда между x_s и λ существует линейная зависимость. Следовательно, всегда можно предсказать стационарное значение, по двум точкам, задающим прямую линию.

В нелинейных системах получаем нелинейную зависимость стационарного состояния от управляющего параметра, например, как на рис. 2.14. Здесь при $\lambda > \lambda_1$ вообще нет состояний равновесия, а при $\lambda < \lambda_1$ имеется два состояния равновесия из-за неоднозначности характеристики. Следовательно, заранее предсказать нельзя, какое будет состояние равновесия при переходе через критическую точку. Такая ситуация моделирует неизвестность альтернативы.

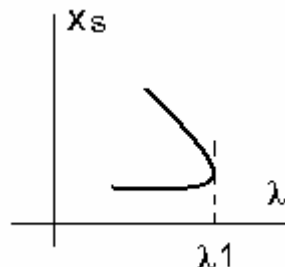


Рис. 2.14. Нелинейная и неоднозначная зависимость стационарного состояния от управляющего параметра

Если мы опять обратимся к патентному праву, то вспомним, что изобретение должно быть не только новым, но и не очевидным. Об этом

говорит второй критерий. Изобретение не должно явным образом следовать из существующего уровня техники. В патентном законе неочевидность не определена, зато определена очевидность. Техническое решение очевидно, если известный результат достигается известными средствами. Чтобы этого не получалось, как раз и нужны математические нелинейности, или перерывы постепенности.

Образно это можно пояснить так. Допустим, мы изобретаем спичечный коробок. И изобрели новый коробок в два раза шире, чем старый, и в него стало помещаться больше спичек. Размер коробка является тем самым признаком, которым новый коробок отличается от старого. Формально критерий новизны соблюдается, но изобретение очевидно. Действительно, если увеличением одного из размеров параллелепипеда мы достигаем увеличения его объема, то результат очевиден. Объем параллелепипеда равен произведению его высоты на ширину и толщину. Увеличение ширины, допустим, в два раза, ведет к увеличению объема тоже в два раза. Получается известная линейная зависимость. Нужно искать такую нелинейную зависимость, когда, допустим, при увеличении ширины в 3.6 раза, объем параллелепипеда возрастал в 20 раз! Цифры в примере приведены гипотетические. Получается, что в линейной зависимости должна быть некоторая критическая, особая точка, после которой линейность нарушается. В математике такие ситуации называются особенностями, а точки особыми или сингулярными. Тогда выход в линейной зависимости за особую точку будет моделировать неочевидность технического решения. Кратко о математической теории особенностей можно почитать далее в параграфе 2.5.1. В философии, в особой точке происходит преобразование количественных изменений в качественные, а в изобретательстве эта точка моделирует процесс «озарения». При озарении по теории известного психоаналитика З.Фрейда происходит прорыв мысли из подсознания в сознание [1], и решатель задачи осознает новое знание, которое появляется в его памяти.

Теперь рассмотрим проблему, как нелинейность сказывается на преобразовании структуры.

2.3. Неравномерность развития структуры технических систем

В изобретательской практике структуры технических систем редко бывают однородными. Чаще всего системы состоят из разных элементов с разными связями между ними. Поэтому преобразование структур в таких системах представляет преобразование старой поли-структуры в новую поли-структуру.

Возможности анализа и синтеза полиструктур связаны с неравномерностью развития технических систем [13]. Применительно к структурам это означает, что одни части структур развиваются быстрее, чем другие, или в одном месте технической системы структура меняется больше, чем в другом.

Например, в теории протекания структура явно развивается неравномерно: в одних частях решетки есть кластеры, в других нет, да и размеры кластеров в разных частях решетки разные, конфигурация соединяющего кластера от опыта к опыту разная и т.п.

Неравномерность развития проявляется в пространстве и времени. Только тогда и возникают противоречия между различными частями системы, являющиеся движущей силой развития. Противоречие и неравномерность развития тесно связаны и не существуют друг без друга.

В ТРИЗ формулируются законы развития технических систем, в частности, закон перехода в надсистему [5]. Одной из линий проявления этого закона является уже встречавшаяся линия "моно - би - поли" или "1 - 2 - много". При развитии от "моно" к "поли" система разворачивается, а в обратную сторону - сворачивается. По сути, эта линия отражает и закон неравномерного развития систем, структур, сознания человека, в том числе, изобретателя. Между понятиями "один" и "два", "два" и "много" в сознании существует психологические барьеры, для преодоления которых необходимы скачки воображения. Скачки воображения человека отражают реально существующие в природе, в технике, обществе, скачки неравномерного развития.

Исследователи, изучавшие племена древних людей, находившихся на стадии зарождения счета, отмечают, что в их языке были понятия "один" и "два", а все, что больше двух называлось "много". Такие племена сравнительно недавно еще существовали в Африке и на островах Тихого океана. Аналогично мыслит и маленький ребенок, когда в его сознании формулируются понятия счета: он выделяет себя (один), себя и маму (два), все остальные - это много. Развитие его сознания ускоренно представляет развитие сознания человечества.

ПРИМЕР

Рассмотрим простой пример из техники [1]. Возьмем обычный карандаш и построим в сознании его модель с точки зрения линии "1 - 2 - много". Куда его отнести? К одному, к двум или ко многим? Прежде всего, на ум приходит понятие "один", т.е. один карандаш. Чтобы из этого карандаша, а точнее, из его модели, как моно-системы, получить новое решение, необходимо по закону неравномерного развития перейти к би-системе или преодолеть в сознании психологический барьер.

Ломаем карандаш поперек на две половины, развертывая его до би-системы, а затем снова сворачиваем в моно-систему, соединяя две половинки, но уже с разными цветами: синим и красным. Такой двухцветный карандаш можно назвать моно-системой со сдвинутыми характеристиками. Модель карандаша в сознании развернулась и свернулась по стадиям $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$.

С другой стороны, если строить модель карандаша как носителя определенного цвета, то модель только развернулась от моно- к би-системе, т.е. от грифеля черного цвета к грифелям синего и красного цветов.

Дальнейшим развертыванием в полисистему могут быть семь карандашей основных цветов радуги. Если мы их свернем в одном футляре, коробке, то тем самым получим снова моно-систему - уже **один** набор карандашей.

Другой пример развития по линии "1 - 2 - много" возьмем из области балета.

Моно-система - это одна балерина, исполняющая свой танец. Ее движения состоят из прыжков, наклонов, вращений и т.п.

Би-система - балерина и танцор, образующие дуэт. В их танце сохраняются все виды движений, присущие моно-системе. Однако, появляются и качественно новые движения, например, поддержка, которые и определяют дуэт как новую систему по сравнению со старой. В моно-системе невозможны поддержки.

Полисистема - много балерин и танцоров, новый тип движения - хоровод, невозможный в моно- и би-системах.

Главной задачей анализа старой структуры Поли-системы является определение места неравномерного или нелинейного развития или "узкого места" системы. Для этого может быть использована первая часть алгоритма решения изобретательских задач (АРИЗ), позволяющая определить зону действия конфликта.

ПРИМЕР

Рассмотрим классическую изобретательскую задачу о запайке ампулы с лекарством [21]. Имеется ампула с жидким лекарством, которая установлена вертикально капилляром вверх и движется по транспортеру в кассете с другими ампулами. В определенном месте транспортер останавливается, к капиллярам ампул придвигаются газовые горелки, капилляры оплавляются и герметизируют ампулу (рис. 2.15). После заполнения ампулы лекарством нужно запаять капилляр. Запайка производится пламенем газовой горелки, величина которого непостоянная. Из-за этого случается брак при запайке.

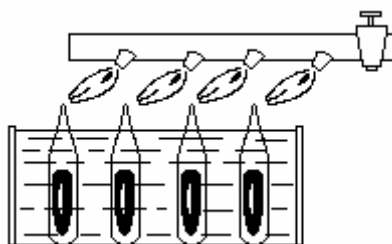


Рис. 2.15. Задача о запайке ампул с лекарством

На шаге 1.1. АРИЗа можно сформулировать описание прототипа следующим образом. Дана техническая система для запайки ампул с лекарством, включающая газ под давлением, горелку, пламя, ампулу с лекарством, кассету.

Техническое противоречие можно сформулировать следующим образом. Если пламя сильное, то хорошо запаивается ампула, но от нагрева портится лекарство; если пламя слабое, то плохо запаивается ампула, но не портится лекарство. Противоречие разрешается помещением ампул в воду и усилением пламени до максимума. Анализ задачи по первой части АРИЗа позволяет определить место самого неравномерного развития в структуре системы, возможная структурная схема которой приведена на рис. 2.16. Структурные схемы можно получать из описания работы технической системы по правилам, приведенным, например, в работе А.И. Половинкина [22], либо они приводятся в описании прототипа изобретения как известные функциональные схемы, отражающие принцип работы устройства.

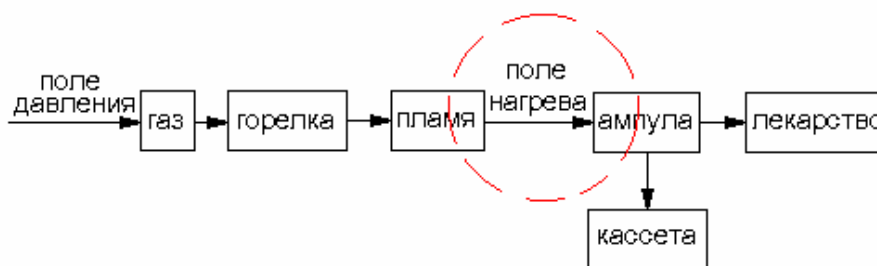


Рис. 2.16. Модель системы в виде структурной схемы

Местом самого неравномерного развития структуры является оперативная зона, т.е. место контакта пламени с ампулой; на рис.2.16 эта зона обведена штриховой окружностью.

2.4. Элементы теории бифуркаций

В предыдущих параграфах было установлено, что необходимым условием математического моделирования новизны и неочевидности является наличие нелинейностей, неоднозначностей, критических точек, ветвящихся процессов. На рубеже XIX-XX веков такого рода математикой занимался известнейший французский ученый Анри Пуанкаре. Это он ввел в рассмотрение термин «бифуркация», что означает разветвление, раздвоение. Большой вклад в теорию бифуркаций внесла школа советских ученых под руководством академика А.А. Андропова (30-е годы XX века). В дальнейшем теория бифуркаций стала источником и частью математической теории катастроф. Примером бифуркации может служить раздвоение в опытах Бенара, когда после критической точки, или точки бифуркации закрутка ячеек может пойти либо в одну сторону, либо в другую. Как оказалось, явление бифуркации связано с наличием нелинейностей в математическом описании системы.

2.4.1. Бифуркация типа "складки"

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = -x^2 + \mu$$

где x - состояние, μ - управляющий параметр. Находим стационарный режим x_s , приравняв нулю производную

$$x_s^2 - \mu = 0$$

$$\text{откуда } x_s = \pm\sqrt{\mu}.$$

Зависимость состояния равновесия от управляющего параметра называется в данном случае бифуркационной диаграммой (рис.2.17).

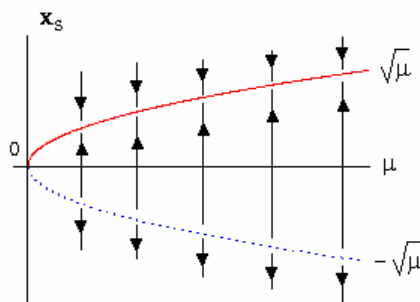


Рис. 2.17. Бифуркационная диаграмма «складки»

Обратим внимание, что при изменении управляющего параметра μ от $-\infty$ до $+\infty$ меняется количество состояний равновесия: при $\mu < 0$ не существует состояний равновесия вообще (величина x_s получается мнимой, что физически невозможно), при $\mu = 0$ возникает одно состояние равновесия $x_s = 0$ и при $\mu > 0$ существуют два разных состояния равновесия. Точка $\mu = \mu_{кр} = 0$ называется критической или особой точкой и является параметрической границей, разделяющей два, абсолютно разных режима. Говорят еще, что в точке $\mu_{кр}$ происходит схлопывание или аннигиляция ветвей $\pm\sqrt{\mu}$. Состояния равновесия могут быть устойчивыми и неустойчивыми: на бифуркационной диаграмме это показывается стрелками. К устойчивым состояниям стрелки сходятся, от неустойчивых расходятся. Для определения устойчивости построим фазовую траекторию, т.е. зависимость

$$\dot{x} = F(x) = -x^2 + \mu.$$

Фазовая траектория представлена на рис.2.18.

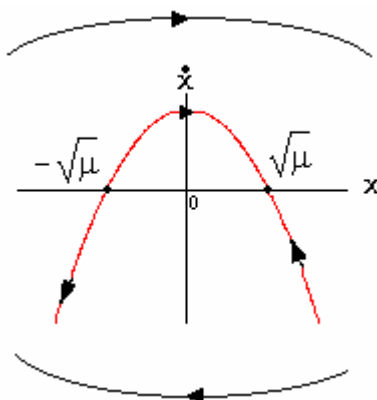


Рис. 2.18. Определение устойчивости состояний равновесия

Точки пересечения фазовой траекторией оси абсцисс являются корнями уравнения для определения стационарного режима и равны $\pm\sqrt{\mu}$. Основное направление движения фазовых траекторий в верхней полуплоскости – слева направо, а в нижней – справа налево. Расставляя стрелки на разных частях траектории, видим, что состояние $+\sqrt{\mu}$ является устойчивым, а состояние $-\sqrt{\mu}$ является неустойчивым.

В математической теории катастроф точка $\mu_{кр}$ называется «складкой», и ее наличие в уравнении указывает на особенность.

Механическим эквивалентом «складки» может служить следующая картинка расположения шарика в ямке, действительно похожая на складку (рис.2.19)

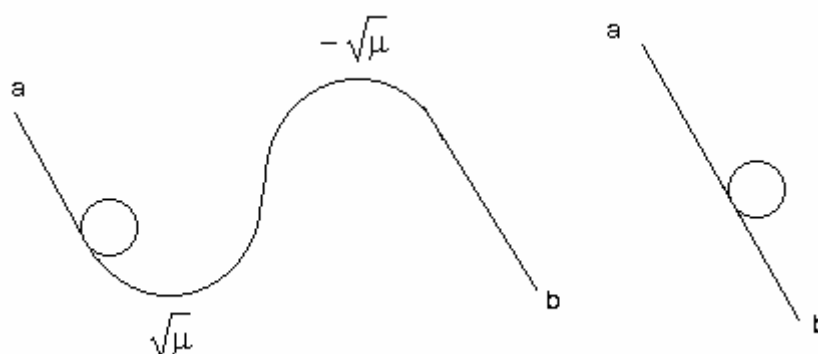


Рис. 2.19. Механический эквивалент складки

Видно, что на рис.2.19а, при $\mu > 0$ имеется два состояния равновесия: устойчивое и неустойчивое. Малое шевеление складки за ее концы a и b не приводит к качественному изменению картинки, могут только измениться координаты положений равновесия или крутизна ямки. Аннигиляция положений равновесия происходит, если с силой дернуть за концы складки в разные стороны. Резко изменяются свойства системы (рис.2.19б), пропадают положения равновесия. Говорят, что происходит катастрофа - вместо старой системы появляется новая. Возможен и обратный переход, когда прямая ab на рис.2.19б складывается в складку.

Рассмотрим пример из замкнутых систем управления (рис.2.20).

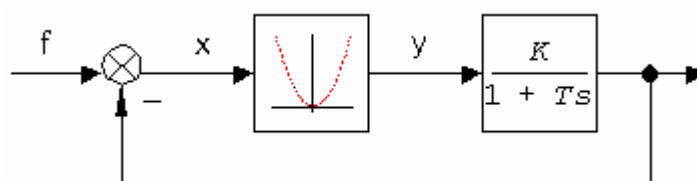


Рис. 2.20. Структурная схема замкнутой системы управления с квадратором

Из структурной схемы видно, что нелинейным элементом системы является квадратор. На вход системы подано постоянное воздействие f , а коэффициент усиления линейной части равен K . Найдём равновесный или установившийся режим в этой системе. Для этого оператор дифференцирования s устремим к нулю. Получаем структурную схему для состояния равновесия (рис. 2.21).

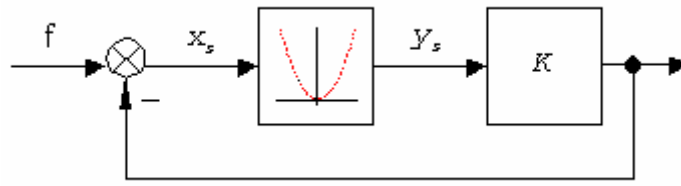


Рис. 2.21. Структурная схема для состояний равновесия

$$y_s = x_s^2 \quad y_s = \frac{f - x_s}{K}$$

Управляющими параметрами будут входной сигнал f и коэффициент передачи линейной части K .

Для решения задачи запишем уравнения статики

Графическое определение положений равновесия показано на рис.2.22.

В зависимости от соотношения управляющих параметров система имеет два положения равновесия (прямая 1), одно (прямая 2) или ни одного (прямая 3).

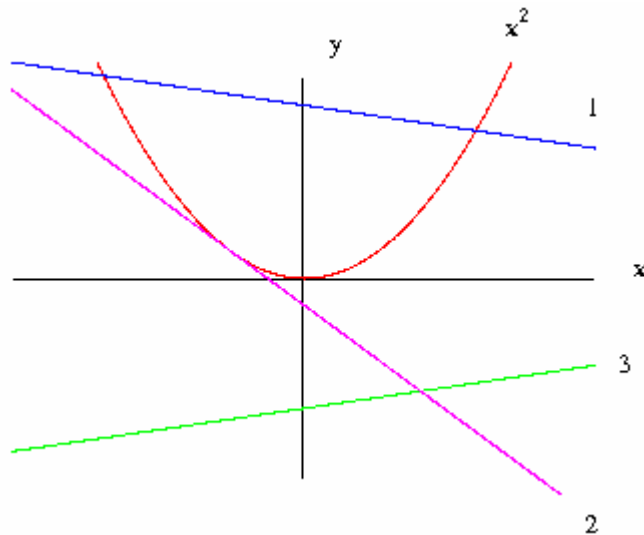


Рис. 2.22. Графическое определение состояний равновесия

Соотношение параметров (K, f) , отвечающее касанию параболы и прямой, является критическим: сколь угодно малое изменение параметров приводит к качественному изменению ситуации. Множество значений (K, f) , когда два положения равновесия сливаются в одно, называется **множеством катастроф**.

Для аналитического определения множества катастроф запишем одно уравнение для определения положения равновесия:

$$Kx_s^2 + x_s - f = 0$$

Формула для определения координаты x_s

$$x_{s1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4Kf}}{2K}$$

дает действительные корни при условии $1 + 4Kf \geq 0$ или $f \geq \frac{-1}{4K}$, причем равенству отвечает критическая ситуация, когда два положения равновесия сливаются в одно. Множество катастроф на плоскости (K, f) описывается уравнением $1 + 4Kf = 0$.

При $K > 0$ и $K = \text{Const}$ бифуркационная диаграмма имеет вид параболы (рис.2.23).

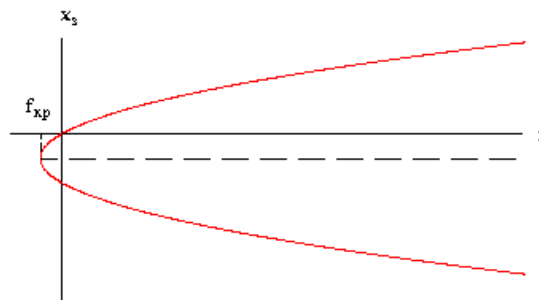


Рис. 2.23. Бифуркационная диаграмма типа складки с линейными сдвигами

Критическое значение входного сигнала равно $f_{кр} = -\frac{1}{4K}$.

Точно такой же вид имеет бифуркационная диаграмма для $f > 0$ и $f = \text{Const}$, так как параметры f и K входят в формулу для определения x_s как сомножители. Обратим также внимание, что бифуркационная диаграмма с точностью до линейных сдвигов совпадает с рис. 2.17, т.е. относится к типу «складка». Нижняя ветвь складки также образует множество неустойчивых состояний равновесия, а верхняя ветвь — множество устойчивых состояний равновесия. Таким образом, для $f > f_{кр}$ получаются два состояния равновесия, в какое из этих состояний выйдет система после бифуркации — зависит от значения координаты x в момент бифуркации.

2.4.2. Бифуркация типа «камертон»

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = -x^3 + \lambda x,$$

где x - состояние, λ - управляющий параметр. Находим стационарный режим x_s , приравняв нулю производную

$$x_s(x_s^2 - \lambda) = 0,$$

откуда получаем три разных состояния равновесия

$$x_s = 0, x_s = \pm\sqrt{\lambda}.$$

Первое состояние равновесия $x_s=0$ получается для любого значения управляющего параметра $-\infty < \lambda < \infty$. Два других состояния равновесия существуют только для $\lambda > 0$. Бифуркационная диаграмма представлена на (рис. 2.24).

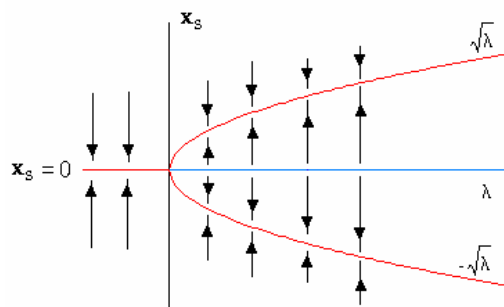


Рис. 2.24. Бифуркационная диаграмма «камертона»

Для определения устойчивости состояний равновесия используем метод фазовых траекторий и построим фазовую траекторию для случая $\lambda < 0$

рис.2.25): $\dot{x} = -x^3 + \lambda x$

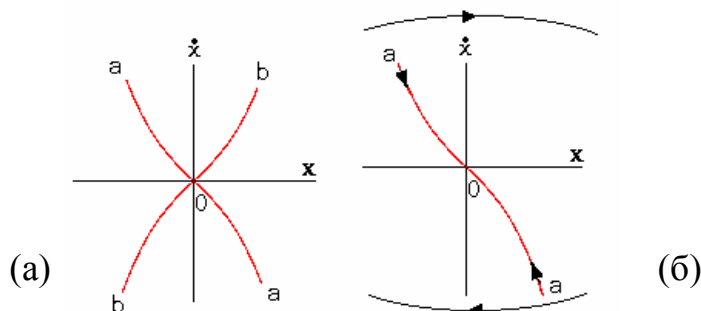


Рис. 2.25. Определение устойчивости стационарных состояний при $\lambda < 0$

Так как для случая $\lambda < 0$ имеется всего лишь один вещественный корень, то линия $\dot{x} = -x^3 + \lambda x$ (рис.2.25а) может пересечь ось абсцисс лишь в одной точке: $x=0$, с отрицательным наклоном (ветвь aa) или с положительным наклоном (ветвь bb). Для выбора необходимой ветви используем асимптотические свойства кривой. Увеличиваем координату x , устремляя ее к $+\infty$, но оставляя $x < +\infty$. Их формулы кривой видно, что при очень больших значениях переменной x , ее производная стремится к $-\infty$. Поэтому для фазовой траектории выбираем ветвь aa с отрицательным наклоном (рис.2.25б) и расставляем на ней стрелки основного направления фазовых траекторий в верхней и нижней плоскостях фазового портрета. По направлению стрелок определяем, что состояние равновесия $x=0$ устойчиво.

Для случая $\lambda > 0$ имеется три корня в уравнении той же кривой, поэтому она три раза пересекает ось абсцисс (рис.2.26а).

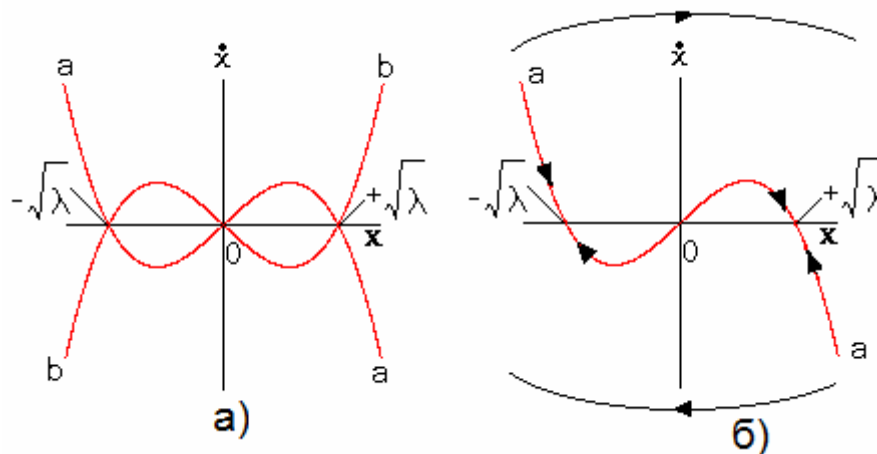


Рис. 2.26. Определение устойчивости стационарных состояний при $\lambda > 0$

Пересечение возможно по ветви aa или по ветви bb. Аналогично предыдущему случаю при стремлении координаты x к $+\infty$, ее производная стремится к $-\infty$, так как при больших значениях x величина $-x^3$ существенно меньше, чем λx . Поэтому в качестве фазовой траектории выбираем ветвь aa и расставляем направления движения изображающей точки. От начала координат точки расходятся, поэтому состояние равновесия $x_s = 0$ является неустойчивым, а состояния равновесия $x_s = \pm\sqrt{\lambda}$ являются устойчивыми. На бифуркационной диаграмме (рис.2.24) устойчивость и неустойчивость состояний равновесия показаны стрелками.

Механическим эквивалентом камертона до точки бифуркации ($\lambda < 0$) является положение шарика в ямке на рис.2.27а. В этом состоянии имеется одно положение равновесия $x_s=0$. Управляющий параметр λ

может меняться от $-\infty$ до 0. От этого картинка на рис.2.27а будет также изменяться, например, может увеличиваться крутизна ямки (по штриховой линии), если приближать друг к другу концы ямки, но все равно остается одно состояние равновесия. Управляющий параметр не достиг критического состояния, система остается старой. В теории управления говорят, что состояние равновесия является «грубым», нечувствительным к изменению управляющего параметра. В теории катастроф любые изменения конфигурации ямки: ее крутизны, любого передвижения вверх или вниз, изменение диаметра шарика, называются «малыми шевелениями», если сохраняется вид и количество состояний равновесия. В данном случае, вид состояния равновесия - неподвижность.

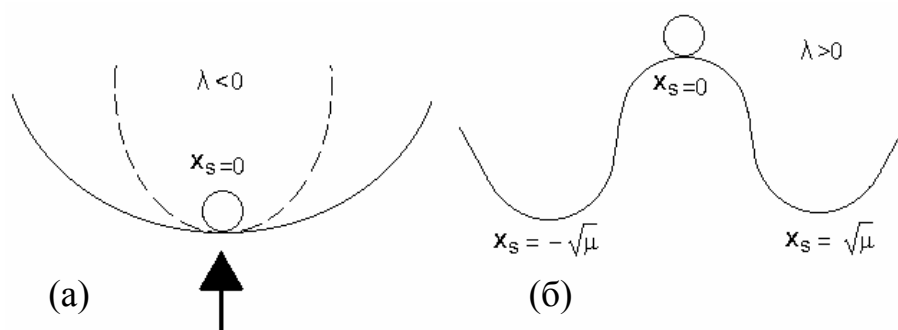


Рис. 2.27. Механический эквивалент «камертонов»

В момент бифуркации ($\lambda = 0$) система терпит катастрофу, например, от удара по ямке снизу (по направлению стрелки). Ямка выпучивается, и при $\lambda > 0$ появляются три состояния равновесия (рис.2.27б): два устойчивых и одно неустойчивое. Шарик из прежде устойчивого состояния равновесия $x_s=0$ попадает в неустойчивое состояние равновесия, тоже $x_s=0$. Перед ним возникает выбор, альтернатива - свалиться влево ($x_s=-\sqrt{\mu}$) или вправо ($x_s=\sqrt{\mu}$), в точки устойчивого равновесия. Как и в опыте Бенара, выбор зависит от случайных условий, существовавших в момент бифуркации.

После катастрофы картинка состояний равновесия существенно изменилась, следовательно, система стала новой.

2.4.3. Бифуркация типа «сборки»

Рассмотренный случай нелинейного дифференциального уравнения $\dot{X} = -X^3 + \lambda X$ является частным случаем бифуркации типа «сборки». Общий случай представляет уравнение $\dot{X} = -X^3 + \lambda X + \mu$.

Обратим внимание, что в этом уравнении два управляющих параметра: λ и μ . Первое уравнение получается из второго при $\mu=0$. Поэтому рассмотренная ранее бифуркация имеет свое название – «камертон», хотя и относится к классу бифуркаций типа «сборки» (при $\mu=0$).

Получим стационарное решение $-X_s^3 + \lambda X_s + \mu = 0$

Уравнение 3-его порядка может иметь 3 корня:

При $D > 0$ – один действительный и два комплексно- сопряженных (или чисто мнимых) корня,

при $D < 0$ - три действительных различных корня,

при $D = 0$ - один нулевой корень 3-ей кратности, если $p = q = 0$,

два действительных одинаковых корня и один действительный разный корень, если

$$p^3 = -q^2 \neq 0,$$

где p и q коэффициенты, определяемые из канонической формы алгебраического уравнения третьей степени $y^3 + 3py + 2q = 0$,

а дискриминант D равен $D = q^2 + p^3$.

При $D > 0$ существует один, физически возможный корень, т.е. одно состояние равновесия, при $D = 0$ происходит резкое изменение свойств системы: одно состояние равновесия сменяется на три состояния равновесия. Следовательно, условие $D = 0$ является условием бифуркации или катастрофы.

Приводим наше уравнение к каноническому виду

$$X_s^3 - \lambda X_s - \mu = 0.$$

Тогда $3p = -\lambda$, $2q = -\mu$ и $p = -\frac{\lambda}{3}$, $q = -\frac{\mu}{2}$,

а дискриминант равен $D = -\frac{\lambda^3}{27} + \frac{\mu^2}{4}$.

Дискриминант D может быть равен нулю по-разному. Рассмотрим случай, когда $\frac{\lambda^3}{27} = \frac{\mu^2}{4}$, отсюда $\mu = \pm \sqrt{\frac{4\lambda^3}{27}} = \pm \frac{2\lambda}{3} \sqrt{\frac{\lambda}{3}}$.

Множество пар параметров (λ, μ) при $D = 0$ образуют множество катастроф. Построим множество катастроф (рис.2.28).

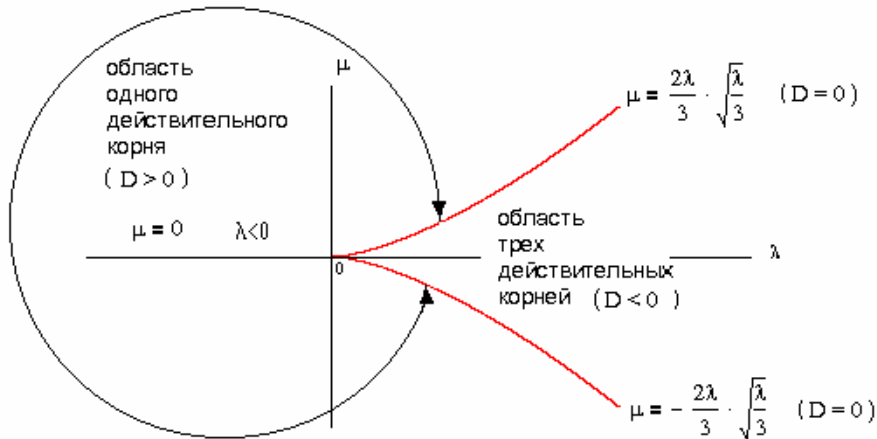


Рис. 2.28. Пространство катастроф бифуркации типа «остриё»

Множество катастроф на рис.2.28 представляет собой красную линию, симметричную относительно оси λ , с точкой возврата в начале координат. В математике говорят, что в точке возврата кривая имеет **особенность** типа «остриё». Поэтому эта бифуркация часто называется «остриём», чтобы отличать от «камертона». Область внутри кривой соответствует трем разным состояниям равновесия. Самой кривой (кроме точки возврата) соответствуют два разных состояния равновесия. Точке возврата соответствует одно состояние равновесия. Область вне кривой определяет одно состояние равновесия.

В случае двух управляющих параметров бифуркационные диаграммы строятся для каждого параметра в отдельности, а другой параметр назначается некоторой константой. На рис.2.29 построена бифуркационная диаграмма зависимости состояния равновесия $x_s = x_s(\mu)$ при $\lambda = \text{Const} = 2$.

При $-\infty < \mu < \mu_1$ и $\mu_2 < \mu < \infty$ существует по одному состоянию равновесия, в точках $\mu_1 = -\sqrt{\frac{4\lambda^3}{27}}$ и $\mu_2 = +\sqrt{\frac{4\lambda^3}{27}}$ два состояния равновесия, и при $\mu_1 < \mu < \mu_2$ три состояния равновесия. Нижняя и верхняя ветви диаграммы означают устойчивые состояния равновесия, а средняя ветвь -

неустойчивое состояние равновесия. Действительно, если выбрать какое-нибудь значение управляющего параметра μ , то ему будет соответствовать какая-нибудь точка на ветви бифуркационной диаграммы. Если в этой точке равновесие устойчивое, то и все точки этой ветви принадлежат устойчивым состояниям равновесия. Если в некоторой точке ветви состояние равновесия неустойчивое, то и все точки этой ветви принадлежат неустойчивым состояниям равновесия.

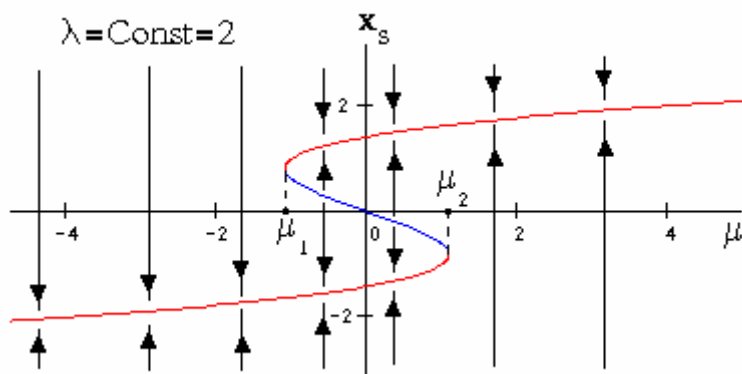


Рис. 2.29. Бифуркационная диаграмма по параметру μ

Для исследования устойчивости выгодно выбрать значение $\mu=0$, потому что в этом случае проверяются точки, принадлежащие всем трем ветвям. Для $\mu=0$ получаем частный случай “сборки” - бифуркацию типа “камертон” (рис.2.24), для которой при $\lambda>0$ нижняя и верхняя ветви устойчивы, а средняя - неустойчива.

На рис.2.30 построена бифуркационная диаграмма зависимости состояния равновесия $x_s = x_s(\lambda)$ при $\mu=\text{Const}\neq 0$.

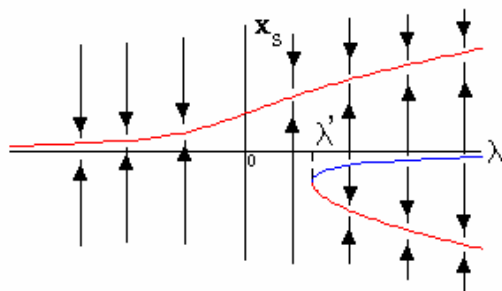


Рис. 2.30. Бифуркационная диаграмма по параметру λ

На рис.2.31 представлена простейшая схема моделирования бифуркации типа сборки в программном средстве «Simulink».

Нелинейная часть модели представлена блоком $x^3 - x$, линейная часть, отражающая динамику, представлена апериодическим звеном

первого порядка. Управляющими параметрами являются коэффициент передачи K и входной сигнал f .

Таким образом, получаем уже динамическую систему, которая, находясь в некотором начальном состоянии по координате x , при определенном значении управляющих параметров K и f приходит в одно из двух устойчивых состояний равновесия.

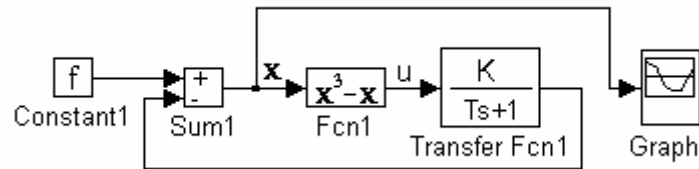


Рис. 2.31. Схема моделирования бифуркации

Приравняв оператор дифференцирования нулю ($s=0$), получаем схему для состояния равновесия (рис.2.32).

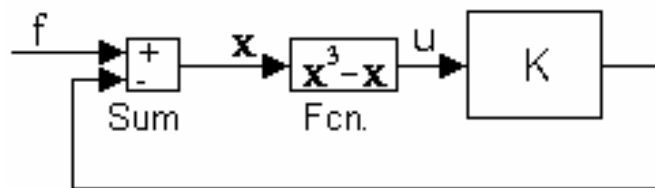


Рис. 2.32. Схема моделирования для состояния равновесия

Запишем уравнения для состояния равновесия:

$$u = x_s^3 - x_s, \quad x_s = f - Ku$$

Подставляя значение u из первого уравнения во второе, получаем:
 $-x_s^3 + \frac{K-1}{K}x_s + \frac{f}{K} = 0$. Сравнивая полученное уравнение с уравнением «сборки», замечаем, что

$$\lambda = \frac{K-1}{K}, \quad \mu = \frac{f}{K}.$$

Строим кривую катастроф $\mu = \pm \sqrt{\frac{4\lambda^3}{27}}$ или
 $f = \pm \frac{2\sqrt{3}}{9} (K-1) \sqrt{\frac{K-1}{K}}$ (рис.2.33). Кривая катастроф также

представляет собой «остриё», однако особая точка по координате K сдвинута на 1 относительно начала координат. Выбирая любую точку внутри «острия», например точку A с координатами $[f^*, K^*]$, получаем три состояния равновесия в системе: два устойчивых и одно неустойчивое.

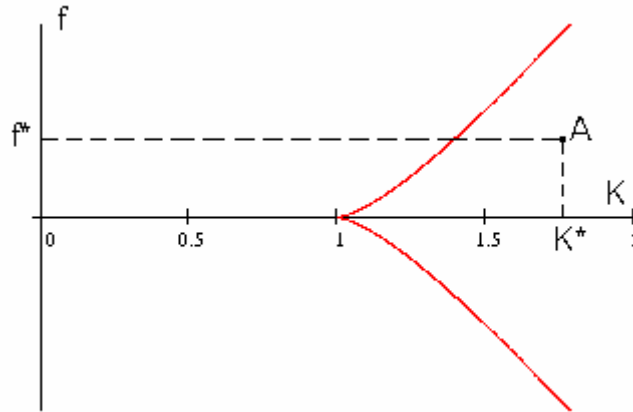


Рис. 2.33. Кривая катастроф

Область внутри «острия» определяется уравнением

$$|f| < \frac{2\sqrt{3}}{9} (K - 1) \sqrt{\frac{K - 1}{K}}.$$

Вне острия система имеет одно, устойчивое состояние равновесия.

2.4.4. Определение областей устойчивости модели методом Ляпунова

Для удобства получения дифференциального уравнения, описывающего схему моделирования (рис.2.31) в форме Коши, апериодическое звено представим в виде эквивалентной схемы интегратора, охваченного обратной связью (рис.2.34).

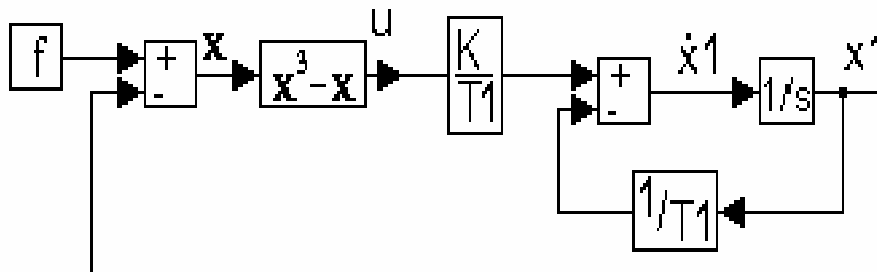


Рис. 2.34. Эквивалентная схема моделирования

В качестве координаты вектора состояния выбираем выход интегратора x_1 , передаточную функцию $\frac{K}{T_1}$ обозначим через K_1 .

Тогда можно записать

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\frac{1}{T_1} x_1 + K_1 u \\ u &= x^3 - x \\ x &= f - x_1\end{aligned}$$

Исключая промежуточные переменные u и x путем подстановки, получаем

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{T_1} x_1 + K_1 [(f - x_1)^3 - (f - x_1)] \quad (2.1)$$

Приравнявая нулю производную, получаем уравнение для установившегося режима

$$0 = -x_{1s} + K_1 [(f - x_{1s})^3 - (f - x_{1s})] \quad (2.2)$$

При заданных параметрах системы и значении входного сигнала f получаем алгебраическое уравнение с неизвестным x_{1s} . Решая это уравнение, находим состояния равновесия.

Устойчивые области системы образуют по координате x_1 области притяжения с центрами в точках равновесия или аттракторы. Неустойчивое состояние равновесия образует вокруг себя область неустойчивости или отталкивания. В нелинейных системах состояния равновесия, области притяжения и отталкивания зависят не только от параметров системы, но и от входного сигнала.

Для определения областей устойчивости используем метод Ляпунова для первого линейного приближения. Линеаризуем уравнение (2.1), придав каждой переменной малое приращение Δ ,

$$\dot{x}_1 + \Delta \dot{x}_1 = -\frac{x_1 + \Delta x_1}{T_1} + K_1 [((f + \Delta f) - (x_1 + \Delta x_1))^3 - ((f + \Delta f) - (x_1 + \Delta x_1))] \quad (2.3)$$

Раскрывая скобки в уравнении (2.3) и пренебрегая слагаемыми высшего порядка малости (т.е. слагаемыми, в которые в качестве сомножителей входят $(\Delta x_1)^2$, $(\Delta f)^2$, $\Delta x_1 \cdot \Delta f$, $(\Delta x_1)^3$ и т.д.), получаем

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 + \Delta \dot{x}_1 = & \left[(-1 - 6f \cdot x_1 + 3x_1^2 + 3f^2) (\Delta f - \Delta x_1) - 3f^2 \cdot x_1 - f + x_1 + f^3 - x_1^3 + 3f \cdot x_1^2 \right] \cdot K_1 - \\ & - \frac{1}{T_1} (x_1 + \Delta x_1) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Вычитая из уравнения (2.4) уравнение (2.1), получаем линеаризованное уравнение относительно приращений переменных

$$\Delta \dot{x}_1 = \left[(-1 - 6f \cdot x_1 + 3x_1^2 + 3f^2) \cdot \Delta f + (1 - 3x_1^2 - 3f^2 + 6f \cdot x_1) \cdot \Delta x_1 \right] \cdot K_1 - \frac{1}{T_1} \cdot \Delta x_1 \quad (2.5)$$

Уравнение (2.5) представляет собой линейное приближение исходной системы (2.1).

Введем функцию Ляпунова в виде положительно определенной функции приращений $Q(\Delta x_1, \Delta f) = (\Delta x_1)^2 + (\Delta f)^2$. Найдём производную по времени от функции Ляпунова

$$W = \frac{dQ}{dt} = 2\Delta x_1 \frac{d\Delta x_1}{dt} + 2\Delta f \frac{d\Delta f}{dt} = 2\Delta x_1 \dot{\Delta x}_1 + 2\Delta f \dot{\Delta f}$$

Приращение Δf равняется нулю, так как управляющий параметр f выбирается равным некоторому постоянному значению $f = \text{Const}$, удовлетворяющему ранее полученному условию

$$|f| < \frac{2\sqrt{3}}{9} (K - 1) \sqrt{\frac{K - 1}{K}}. \quad \text{Поэтому производная по времени от}$$

$$\text{функции Ляпунова будет равна } W = \frac{dQ}{dt} = 2\Delta x_1 \frac{d\Delta x_1}{dt} = 2\Delta x_1 \dot{\Delta x}_1.$$

Подставляем значение производной из левой части уравнения системы (2.5) с учетом $\Delta f = 0$:

$$W = 2\Delta x_1 \dot{\Delta x}_1 = 2(\Delta x_1)^2 \left((1 - 3x_1^2 - 3f^2 + 6f \cdot x_1) K_1 - \frac{1}{T_1} \right)$$

Согласно теореме Ляпунова в области устойчивости производная от функции Ляпунова должна иметь другой знак по сравнению с самой функцией, т.е. $W < 0$. Поэтому находим области устойчивости из уравнения

$$2(\Delta x_1)^2 \left((1 - 3x_1^2 - 3f^2 + 6f \cdot x_1) K_1 - \frac{1}{T_1} \right) < 0.$$

Так как величина $2(\Delta x_1)^2$ всегда положительная, то должно быть

$$(1 - 3x_1^2 - 3f^2 + 6f \cdot x_1) \frac{K}{T_1} - \frac{1}{T_1} < 0.$$

Так как постоянная времени по физическому смыслу не может быть отрицательной ($T_1 > 0$), то при умножении левой и правой частей на одно и то же положительное число T_1 знак неравенства не меняется, поэтому

$$(1 - 3x_1^2 - 3f^2 + 6fx_1)K - 1 < 0 \quad (2.6)$$

Из этого неравенства при заданных значениях управляющих параметров f и K , можно найти значения x_1 , принадлежащие области устойчивости.

Рассмотрим численный пример. Выберем коэффициент передачи $K=10$. Определяем ограничения, накладываемые на другой управляющий параметр

$$|f| < \frac{2\sqrt{3}}{9}(K - 1)\sqrt{\frac{K - 1}{K}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}(10 - 1)\sqrt{\frac{10 - 1}{10}} = 3.286$$

Выберем $f=2$. Подставляем выбранные значения в неравенство (2.6):

$$(1 - 3x_1^2 - 3 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 \cdot x_1) \cdot 10 - 1 < 0 \text{ или} \\ -30 \cdot x_1^2 + 120 \cdot x_1 - 111 < 0.$$

Решать это неравенство проще всего графически. Для этого построим график функции $F(x_1) = -30 \cdot x_1^2 + 120 \cdot x_1 - 111$ и определим участки отрицательности (рис.2.35). Из рис.2.34 следует, что при $x_1 < 1.452$ и при $x_1 > 2.548$ система находится в области устойчивости. Следовательно, полоса $1.452 < x_1 < 2.548$ является областью неустойчивости системы. Границы полосы $s_1=1.452$ и $s_2=2.548$ определяются как корни уравнения

$$-30 \cdot x_1^2 + 120 \cdot x_1 - 111 = 0.$$

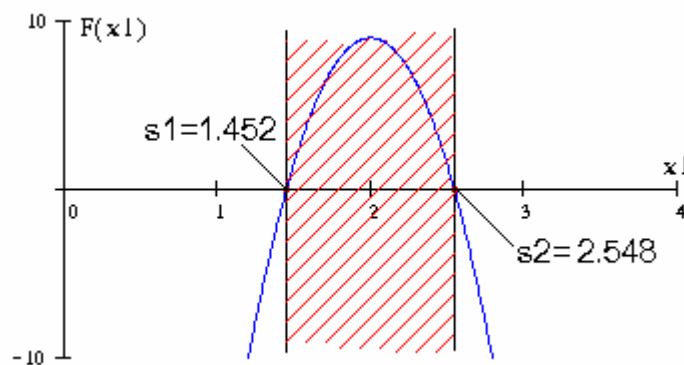


Рис. 2.35. Полоса устойчивости

Внутри каждой из областей устойчивости находится точка притяжения, т.е. устойчивое состояние равновесия. Внутри области неустойчивости находится точка отталкивания, т.е. состояние неустойчивого равновесия. Определим точки притяжения и отталкивания из решения уравнения (2.2) для заданных значений K и f :

$$\begin{aligned} -x_{1s} + 10 \cdot [(2 - x_{1s})^3 - (2 - x_{1s})] &= 0 \text{ или} \\ -111 \cdot x_{1s} + 60 + 60 \cdot x_{1s}^2 - 10 \cdot x_{1s}^3 &= 0 \end{aligned}$$

Корни определяем с помощью стандартной программы в Mathcad'e нахождения корней полинома

$$\text{polyroots} \left[\begin{bmatrix} 60 \\ -111 \\ 60 \\ -10 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0.955 \\ 2.237 \\ 2.808 \end{bmatrix}$$

Первый $x_{1s1}=0.955$ и третий $x_{1s3}=2.808$ корни принадлежат области устойчивости, т.е являются точками устойчивого состояния равновесия, а второй корень $x_{1s2}=2.237$ входит в полосу неустойчивости, т.е. является точкой неустойчивого состояния равновесия.

Найдем потенциальную функцию системы $E=E(x_1, \lambda)=E(x_1, K, f)$ из уравнения

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial x_1}, \quad (2.7)$$

где для технических систем потенциальная функция $E(x_1, K, f)$ отождествляется с потенциальной энергией. Подставляя в левую часть уравнения (2.7) производную по времени от x_1 из (2.1), получаем

$$-\frac{\partial E}{\partial x_1} = -\frac{1}{T_1} x_1 + K_1 [(f - x_1)^3 - (f - x_1)].$$

Выберем постоянную времени $T_1=1$ с, тогда с учетом численных значений управляющих параметров получаем (с точностью до постоянной величины) функцию $E=E(x_1)$, график которой приведен на рис.2.36,

$$\begin{aligned} E &= -\int (x_1 + 10[(2 - x_1)^3 - (2 - x_1)]) dx_1 = \\ &= -4.5(x_1)^2 + 2.5(2 - x_1)^4 + 20x_1 \end{aligned}$$

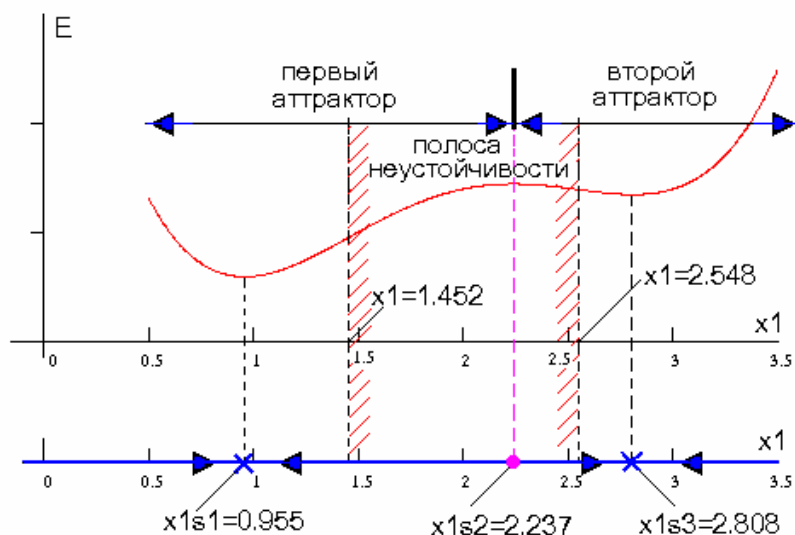


Рис. 2.36. График потенциальной функции

Потенциальная функция имеет два минимума в точках устойчивого равновесия системы $x1s1=0.955$ и $x1s3=2.808$ и максимум в точке неустойчивого равновесия $x1s2=2.237$. Точки устойчивого равновесия называются узлами, траектории $x1(t)$ вливаются в узлы, что показывается стрелками. Точка неустойчивого равновесия разделяет области притяжения двух аттракторов, поэтому называется сепарабельной (разделительной) точкой или “седлом”. Точки притяжения траектории $x1$ показаны стрелками на нижнем графике. Полоса неустойчивости системы $1.452 < x1 < 2.548$ показана штриховкой по границам внутрь области неустойчивости. Границы области неустойчивости являются точками перегиба потенциальной функции. График изменения потенциальной функции системы похож на механический эквивалент бифуркации типа “камертон” (рис.2.276) после катастрофы: также имеется две ямки и один холм, глубина ямок только разная, и ямки располагаются в общем случае несимметрично относительно оси холма. Связано это с тем, что особенность типа “острия” имеет два управляющих параметра, (у “камертона” - один). Соотношения между управляющими параметрами определяют конфигурацию потенциальной функции после катастрофы. Однако и “камертон” и “острие” являются особенностями типа “сборки”, т.е. имеют при различных значениях управляющих параметров либо один узел (точку устойчивого равновесия), либо два узла (две точки устойчивого равновесия) и “седло” (точку неустойчивого равновесия). Этим “сборка” и характерна.

Для более наглядного представления бифуркации и влияния начальных условий на траекторию системы, схема моделирования (рис.2.37) имеет две совершенно одинаковые системы, каждая моделирует

переходный процесс координаты $x_1(t)$. Один канал отличается от другого только начальными условиями, задаваемыми на интеграторах.

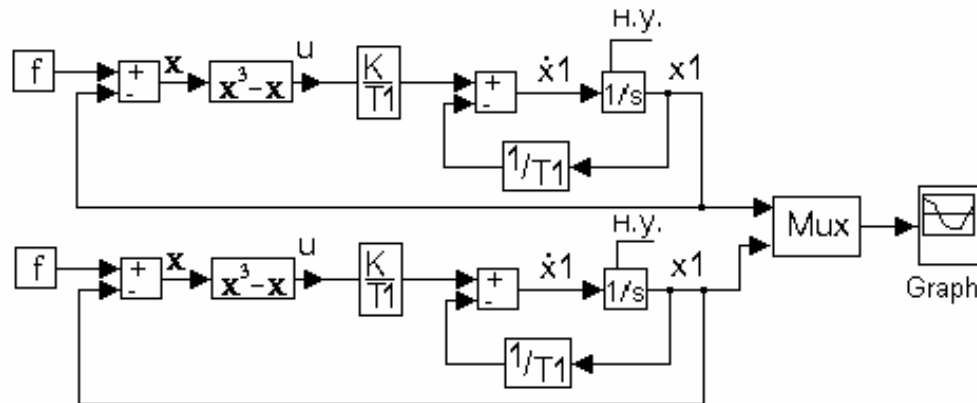


Рис. 2.37. Схема моделирования системы с бифуркацией типа «сборка»

Начальные условия выбираются следующим образом. Состояние неустойчивого равновесия $x_{1s2}=2.237$ определяет вершину холма. Над вершиной условно размещаем два шарика, только один немного сдвигаем по координате x_1 влево, а другой - вправо, т.е. выбираем начальные условия на одном интеграторе $x_1(0)=2.2369$, а на другом - $x_1(0)=2.2371$. Затем «отпускаем» шарик - запускаем схему моделирования. Графики переходных процессов представлены на рис.2.38. Изменение координаты $x_1(t)$ изображено голубым и зеленым цветами, здесь же приведено изменение потенциальной энергии $E(t)$ в системе: сиреневым и синим графиками. Начало переходного процесса полностью совпадает в обоих каналах: во всяком случае, Матлаб не различает графики с точностью до масштаба их представления. Можно сказать, что условные шарик подадут на вершину холма одинаково. Затем происходит ветвление графиков, и каждый шарик стремится к своему состоянию равновесия, своей потенциальной ямке по ту или другую сторону холма. Аналогично ветвятся и графики потенциальной энергии. Обратим внимание, что начальные условия по координате различаются в четвертом знаке после десятичной точки, а соответствующие им начальные условия по энергии - в седьмом знаке после десятичной точки.

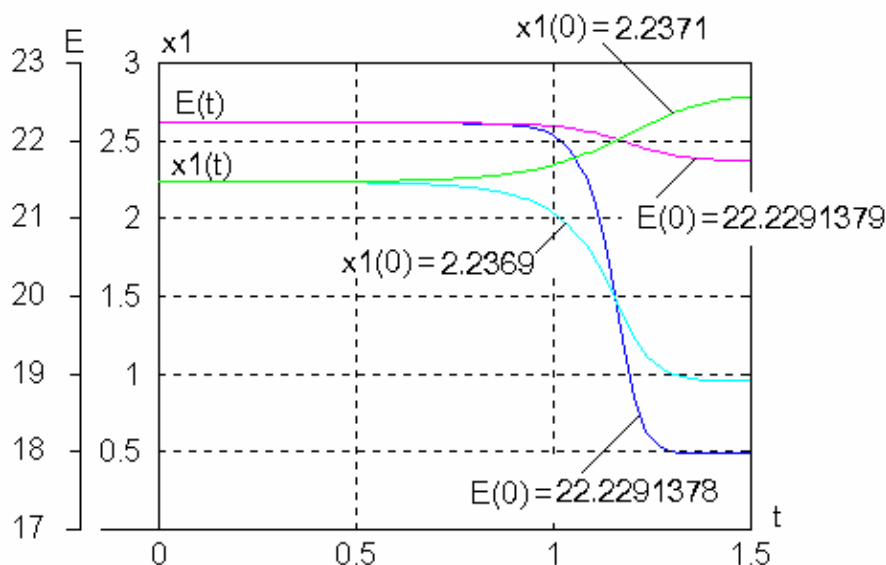


Рис. 2.38. Переходные процессы в модели системы с бифуркацией типа «сборка»

2.4.5. Бифуркация Андронова-Хопфа

Бифуркации типа «сборки», т.е. «камертон» и «остриё» описываются нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка при изменении одного или двух управляющих параметров. Фазовая траектория единственной координаты x_1 находится в фазовом пространстве единичной топологической мерности и поэтому представляет собой отрезки прямых, сходящихся к неподвижным точкам или расходящихся от них в зависимости от устойчивости последних.

Бифуркация Андронова-Хопфа возникает в нелинейной непрерывной системе второго порядка [23]. Изучением этой бифуркации в 30-х годах XX века занималась школа А.А. Андропова (СССР), а Хопф (США) в 40-х годах обобщил результаты по этому типу бифуркации.

Рассмотрим случай двухмерной системы, имеющей две координаты x_1 и x_2 . По логике мы должны предположить, что и в системе второго порядка в пространстве фазовых координат возможны особые точки типа узлов и седел. Кроме того, благодаря возрастанию топологической мерности фазового пространства на единицу появляются новые виды особых точек и линий, в том числе, замкнутые фазовые траектории. Из теории управления хорошо известно, что консервативное динамическое звено с передаточной функцией $W(s) = \frac{x(t)}{g(t)} = \frac{1}{s^2 + k}$ имеет два чисто

мнимых корня $\pm j\sqrt{k}$, т.е. находится на колебательной границе устойчивости. Моделируется это звено цепочкой из двух последовательно

соединенных интеграторов, охваченных отрицательной обратной связью с коэффициентом k . Движение во времени в такой системе представляет собой колебания с постоянной амплитудой и частотой или автоколебания, а в фазовом пространстве - замкнутую кривую - эллипс (в частном случае - окружность). Дифференциальное уравнение, описывающее собственное движение консервативного звена, имеет вид $\frac{d^2x(t)}{dt^2} + kx(t) = 0$, где $x(t)$ - фазовая координата. Другой фазовой координатой является скорость изменения $x(t)$.

Консервативное звено относится к так называемым закрытым системам, т.е. к системам, не рассеивающим энергию в окружающую среду, и представляет собой некоторую идеализацию в отличие от диссипативных (открытых) систем, расходующих энергию в окружающую среду, а следовательно, нуждающихся в поступлении энергии из внешней среды для своего нормального функционирования. Поэтому автоколебания в консервативном звене являются неустойчивыми: в реальности малейшие неучтенные возмущения уведут консервативное звено либо по одну, либо по другую сторону границы.

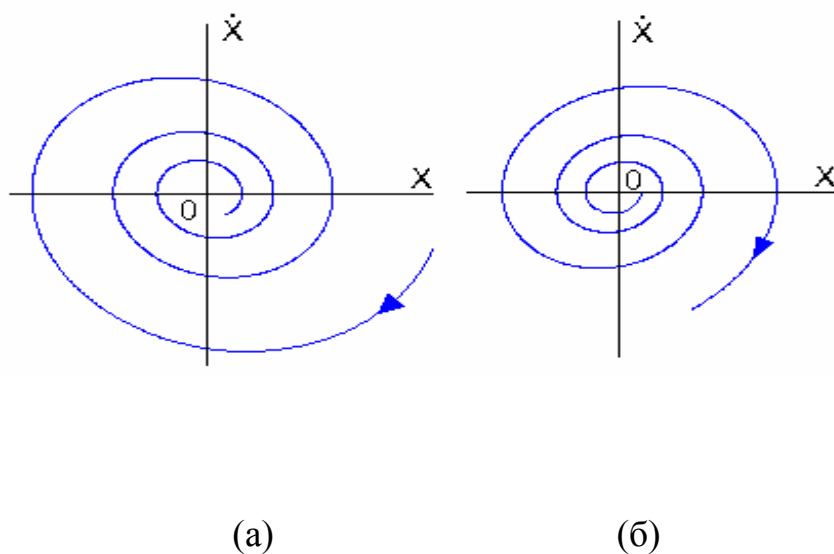


Рис. 2.39. Фазовые траектории типа устойчивый (а) и неустойчивый (б) фокус

Тогда оно становится либо колебательным, и колебания затухают, либо неустойчивым, и колебания расходятся. Фазовый портрет для колебательного звена представлен на рис.2.39а, для неустойчивых колебаний - на рис.2.39б.

Особая точка, вокруг которой сходятся (или расходятся) колебания, называется устойчивым (или неустойчивым) фокусом.

Колебательное звено относится к открытым системам, оно рассеивает энергию колебаний в окружающую среду, поэтому они и затухают. Дифференциальное уравнение собственного движения колебательного звена имеет вид

$$T^2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = 0,$$

где T и ξ - параметры колебательного звена.

Открытые системы обмениваются энергией и информацией с окружающей средой, поэтому в их дифференциальные уравнения входят производные от координаты в нечетной степени (для колебательного звена - это первая производная $\frac{dx(t)}{dt}$). Консервативные (замкнутые) системы в дифференциальном уравнении содержат только четные производные от координаты (сама координата может рассматриваться как производная нулевого порядка, а ноль является четным числом). Из этого положения можно сделать важный вывод.

Консервативные системы полностью симметричны относительно времени, их уравнения не меняются при изменении знака времени t , потому что t и $-t$ в четной степени приводят к одному и тому же дифференциальному уравнению, а, следовательно, к одному и тому же поведению, как в прошлом, так и в будущем. Консервативная система не способна развиваться.

Открытые системы несимметричны относительно времени t и $-t$, поэтому они способны развиваться, т.е. становиться новыми.

Рассмотрим в качестве примера консервативной и диссипативной систем гармонический осциллятор.

Гармонический осциллятор, описывающий вращение (рис.2.40), представляется уравнениями: $\frac{dr}{dt} = 0$, $\omega = \text{Const}$,

где r – радиус вращения, ω – угловая скорость вращения. Этот пример относится к консервативным системам. Нечетная, первая производная от координаты r равняется нулю, нулевая четная производная от второй координаты ω равняется некоторой постоянной величине. Решение уравнения консервативного осциллятора имеет следующий вид:

$$r = r(0) = \text{Const}.$$

Следовательно, изображающая точка вращается по окружности постоянного радиуса с постоянной скоростью. Если введем пространство координат $x_1 = r \sin \omega t$, $x_2 = r \cos \omega t$,

то хорошо известно, что этим уравнениям на плоскости соответствует замкнутая плавная кривая – окружность, а координаты представляют собой колебательное движение – проекцию радиуса r на оси координат x_1 и x_2 . Произвольно заданная начальная координата $r(0)$ и будет определять радиус вращения.

Рассмотрим гармонический осциллятор с диссипативным возмущением (например, запуск спутника на орбиту или спуск его с орбиты Земли), описываемый системой уравнений

$$\frac{dr}{dt} = \lambda r - r^3, \quad \omega = \text{Const}$$

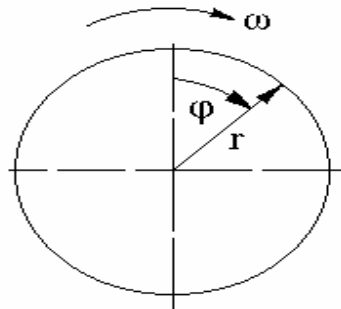


Рис. 2.40. Вращение гармонического осциллятора

Эта система открытая, имеется нечетная первая производная, не равная нулю. Свойства решения первого уравнения мы рассматривали при изучении бифуркации типа «камертон». Оно имеет особые точки $x_s = r_s = 0$ $x_s = r_s = \pm\sqrt{\lambda}$.

Так как физически невозможно иметь отрицательный радиус, то бифуркационная диаграмма представляет собой наполовину усеченную бифуркацию типа «камертон» (рис. 2.41).

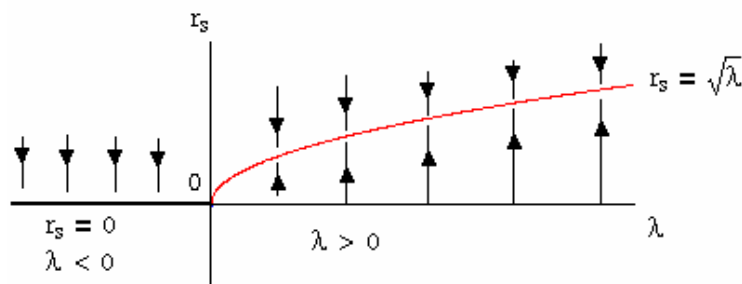


Рис. 2.41. Бифуркационная диаграмма для бифуркации Андронова-Хопфа

При $\lambda < 0$ имеем одну особую стационарную точку типа устойчивого фокуса (спуск спутника с орбиты, фокус - в центре Земли). Движение изображающей точки в пространстве координат x_1, x_2 представлено на рис.2.42а, а изменение радиуса во времени - на рис. 2.42б.

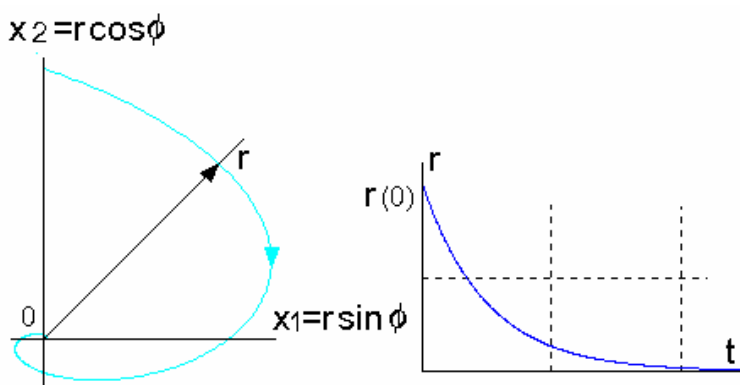


Рис. 2.42. Графики (а) изменения координат для системы спуска с орбиты

При $\lambda > 0$ (запуск на орбиту) происходит бифуркация особой точки: устойчивый фокус в начале координат ($r = 0$) превращается в неустойчивый, и появляется особая линия - замкнутая траектория (рис.2.43а), соответствующая устойчивым автоколебаниям координат $x_1(t)$ и $x_2(t)$ и некоторому постоянному значению радиуса $r = \sqrt{\lambda} = \text{Const}$. Эта замкнутая траектория еще называется **предельным циклом**. Предельный цикл является асимптотически устойчивым (см. рис.2.41 и анализ устойчивости «камертона»). Поэтому все траектории движения изображающей точки системы, начинающиеся как внутри предельного цикла, так и вне его, асимптотически стремятся к циклу. Траектории вне цикла накручиваются на цикл, а траектории внутри цикла - раскручиваются к нему. Поэтому предельный цикл является **орбитальным аттрактором**.

Изменение радиуса во времени показано на рис. 2.43б.

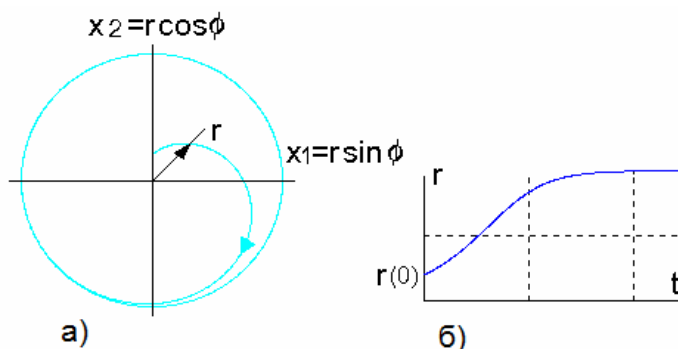


Рис. 2.43. Орбитальный аттрактор (а) и график выхода на него (б)

Преобразование затухающих колебаний в автоколебания при переходе через критическое значение управляющего параметра $\lambda_{кр}$ и называется бифуркацией Андронова-Хопфа.

Главное отличие бифуркации Андронова-Хопфа от «сборки» - это то, что после критической точки состояние равновесия является подвижным, и декартовы координаты изображающей точки $x1s$ и $x2s$ перемещаются по окружности. Поэтому и бифуркационная диаграмма связывает между собой не состояния $x1s$ или $x2s$ с управляющим параметром λ , а радиус вращения r_s - с управляющим параметром.

Также бифуркация Андронова-Хопфа характерна тем, что как амплитуда автоколебаний, так и их частота зависят только от внутренних свойств системы, и не зависят от начальных значений координат.

Обратим внимание, что в этом случае координаты $x1$ и $x2$ не совсем правильно называть фазовыми, как это иногда встречается. Хотя это вопрос терминологический: что называть фазовыми координатами? Здесь под фазовыми координатами понимаются координаты векторного пространства, когда каждая последующая является производной по времени от предыдущей координаты. В гармоническом осцилляторе производная по времени от $x1$ не равняется $x2$. Действительно,

$$\dot{x}_1 = \frac{d(r \sin \omega t)}{dt} = \dot{r} \sin \omega t + r \omega \cos \omega t \neq x_2. \quad \text{Поэтому}$$

траектории изображающей точки в пространстве $x1, x2$ могут пересекать ось абсцисс не под прямым углом. С терминологической точки зрения координаты $x1$ и $x2$ лучше называть не фазовыми координатами, а более общим понятием - координатами состояния. Система дифференциальных уравнений в пространстве фазовых координат - всего лишь частный случай представления уравнений динамики в пространстве состояний (каноническая форма).

В принципе, в двумерной нелинейной системе в зависимости от вида ее уравнения может существовать несколько (до ∞) стационарных точек, например, пусть нелинейная система задана уравнениями $\dot{x}_1 = \lambda \cdot \sin x_2, \quad \dot{x}_2 = -x_1$. Стационарными состояниями являются $x_{s1} = 0$ и $x_{s2} = \pm k\pi$, где $k = 0, 1, 2, \dots$. Такая система имеет бесконечное множество стационарных точек.

В общем случае фазовый портрет (или топологическая картинка) таких систем будет содержать несколько фокусов (устойчивых и неустойчивых), предельных циклов, седловых точек, отрезков прямых и т.п., из которых траектории входят и выходят. Каждая из особых точек и линий, будут иметь свою зону действия, влияния на траектории. В этом случае говорят, что система обладает аттрактивностью, т.е. содержит

аттракторы. Аттрактивность присуща только открытым (диссипативным) системам. Линии разделов зон будут сепаратрисами. Пересечения сепаратрис образуют сепарабельные точки.

2.4.6. Исследование бифуркаций в следящей системе оптического локатора

Рассмотрим систему слежения по углу оптического локатора, представленную на рис. 2.44.

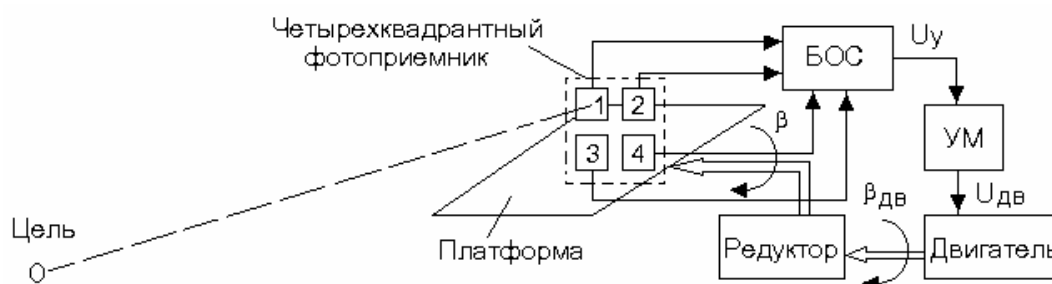


Рис. 2.44. Функциональная схема следящей системы оптического локатора

Цель имеет точечный характер и подвижная. Платформа, на которой установлен четырехквадрантный фотоприемник, поворачивается вслед за целью. Происходит это следующим образом.

Четырехквадрантный фотоприемник состоит из четырех фотокристаллов (ФК), которые принимают свет, отраженный от цели. При слежении по одному из углов, например, по углу места β , работает нижняя и верхняя половины фотоприемника. Если цель движется вверх, то сигнал принимает ФК1 и выдает соответствующую информацию на блок обработки сигналов (БОС). БОС формирует напряжение U_y , поступающее на усилитель мощности (УМ). Усилитель мощности подает усиленное напряжение $U_{дв}$ на двигатель. Двигатель через редуктор поворачивает платформу с приемником на угол β вверх, вслед за целью. Движение продолжается до тех пор, пока отражение от цели не попадет в зону нечувствительности между ФК1 и ФК3. Зона нечувствительности возникает из-за того, что кристаллы должны быть электрически изолированы друг от друга. Кроме того, края кристалла имеют низкую фоточувствительность, а вход фотоприемника при слабых сигналах закрыт для повышения помехоустойчивости. Если цель движется вниз, то работает ФК3, сигнал с которого заставляет платформу перемещаться вниз. При слежении по другому углу – азимута, аналогично работают левая и правая половина фотоприемника. Далее рассмотрим слежение только по одному углу места. Пеленгационная характеристика, т.е.

зависимость напряжения U_u от величины $\Delta\beta$ имеет релейную характеристику с зоной нечувствительности шириной от $-b$ до b и насыщение $\pm c$ (рис. 2.45). БОС выдает напряжение управления $U_u = +c$, если отраженный от цели сигнал принимается первым ФК, и напряжение $U_u = -c$, если отраженный от цели

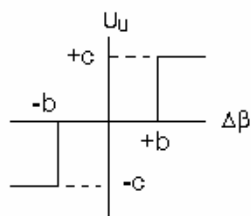


Рис. 2.45. Пеленгационная характеристика

сигнал принимается третьим ФК. Ошибка слежения $\Delta\beta$ равна разности углов β_1 и β , где угол β_1 определяет точное направление на цель, а угол β – текущий угол поворота платформы с фотоприемником. С учетом динамики усилителя мощности и двигателя структурная схема системы слежения по углу места может быть представлена в виде (рис. 2.46)

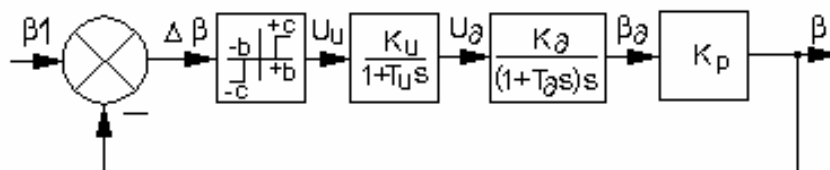


Рис. 2.46. Структурная схема системы слежения по одному каналу

Найдем дифференциальное уравнение нелинейной системы. Оно обычно связывает входной сигнал системы и входной сигнал нелинейного звена, и их производные. Для сумматора имеем

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta,$$

для линейных динамических звеньев

$$\beta = U_u \cdot \frac{K_u}{1 + T_u \cdot s} \cdot \frac{K_\delta}{(1 + T_\delta \cdot s) \cdot s} \cdot K_p.$$

Исключая β , получаем

$$\begin{aligned} s \cdot (1 + T_u \cdot s) \cdot ((1 + T_\delta \cdot s) \cdot \Delta\beta + KF(\Delta\beta)) &= \\ = s \cdot (1 + T_u \cdot s) \cdot ((1 + T_\delta \cdot s) \cdot \beta_1 &, \end{aligned}$$

где

$$U_u = F(\Delta\beta) = \begin{cases} +c, & \Delta\beta > +b \\ 0, & |\Delta\beta| < +b \\ -c, & \Delta\beta < -b \end{cases} \quad \text{и } K = K_u K_\partial K_p$$

Эти два уравнения - дифференциальное и алгебраическое - описывают движение в нелинейной системе, выходной координатой которой является сигнал $\Delta\beta$ (на входе нелинейного звена) и входной сигнал системы β_1 . Рассмотрим свободное движение в системе, когда входной сигнал $\beta_1 = 0$, а движение происходит от ненулевых начальных условий на координату $\Delta\beta$.

Для анализа бифуркаций проведем гармоническую линеаризацию нелинейности. Суть гармонической линеаризации заключается в том, что нелинейную зависимость $U_u = F(\Delta\beta)$ заменяем линейной зависимостью $U_u = q(a) \cdot \Delta\beta$, где $q(a)$ называется коэффициентом гармонической линеаризации нелинейности. Как видно, коэффициент гармонической линеаризации может быть переменным, поскольку является функцией от величины a . Эта величина является амплитудой первой гармоники сигнала на входе нелинейного звена.

Встает вопрос, откуда же появляется эта первая гармоника на входе нелинейного звена? Дело в том, что для нелинейных систем, а особенно имеющих релейные нелинейности, характерным режимом является режим колебаний, и часто - автоколебаний. Если возникают колебания в системе, то колеблются все переменные системы, т.е. $U_u, U_\partial, \beta_\partial, \beta, \Delta\beta$ (см. рис.2.46), так как система замкнута, и информация по кольцу повторяется.

Можно сказать, что каждый блок системы отражает свой входной **колебательный** сигнал в свой выходной, **тоже колебательный**, сигнал, в соответствии со своими внутренними свойствами, т.е. передаточной функцией (для линейных звеньев) или нелинейностью $F(\Delta\beta)$ (для нелинейного звена). Обратим внимание, что **колебательный** сигнал **вовсе не обязательно гармонический**, т.е. синусоидальный.

Следовательно, если сигнал на входе нелинейного звена $\Delta\beta$ во времени изменяется от какого-то положительного значения к какому-то отрицательному значению, а затем обратно, переходя при этом через свои нулевые значения, то единственно возможным сигналом на выходе данного нелинейного звена будут прямоугольные колебания (рис.2.47).

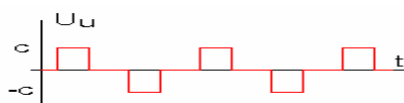


Рис. 2.47. Прямоугольные колебания на выходе нелинейного звена

Чисто математически (в соответствии с разложением в ряд Фурье) прямоугольные колебания могут быть представлены суммой гармоник, в общем случае, первой частоты ω , второй частоты 2ω , третьей частоты 3ω и так далее (постоянная составляющая равна нулю, так как данная нелинейность нечетно-симметричная).

$$U_u = A1 \cdot \sin \omega t + B1 \cdot \cos \omega t + A2 \cdot \sin 2\omega t + B2 \cdot \cos 2\omega t + \dots$$

Однако, проходя через линейную часть системы, обладающей свойством фильтра, они сглаживаются. Это означает, что сигналы высоких частот, начиная с 2ω и далее, существенно ослабляются. Проявляется свойство инерционности реальных физических объектов, они не успевают реагировать на быстрые колебания. Тогда отбрасывая высшие гармоники, получаем приближенное представление выходного сигнала нелинейного звена

$$U_u = A1 \cdot \sin \omega t + B1 \cdot \cos \omega t ,$$

а на его входе (или выходе линейной части) сигнал можно приближенно записать в виде

$$\Delta\beta = a \cdot \sin \omega t .$$

Откуда получаем

$$\sin \omega t = \frac{\Delta\beta}{a} .$$

Дифференцируя по времени, получаем косинус

$$\cos \omega t = \frac{s \cdot \Delta\beta}{a \cdot \omega} ,$$

здесь s – оператор дифференцирования.

Следовательно, сигнал на выходе нелинейного звена можно представить в виде

$$U_u = \left(\frac{A1}{a} + \frac{B1}{a \cdot \omega} \cdot s \right) \cdot \Delta\beta ,$$

Обозначая

$$\frac{A1}{a} = q(a), \quad \frac{B1}{a} = q'(a) ,$$

Тогда

$$U_u = \left(q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} \cdot s \right) \cdot \Delta\beta ,$$

Коэффициенты $q(a)$ и $q'(a)$ называются коэффициентами гармонической линеаризации. Они зависят от коэффициентов разложения в ряд Фурье и рассчитаны для многих видов нелинейных характеристик [24].

Для нашей релейной характеристики коэффициенты гармонической линеаризации рассчитываются достаточно просто (рис.2.48)

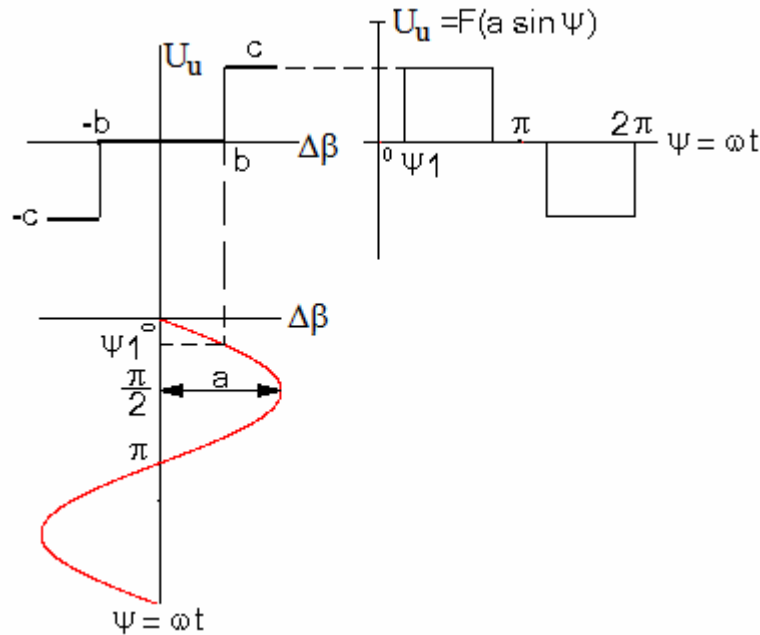


Рис. 2.48. Расчет коэффициентов гармонической линеаризации

$$q(a) = \frac{4c}{\pi a} \int_{\varphi_1}^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = \frac{4c}{\pi a} \cdot \cos \varphi_1$$

Из графика на рис.2.48 видно, что $\sin \varphi_1 = \frac{b}{a}$, тогда $\cos \varphi_1 = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$.

Окончательно $q(a) = \frac{4c}{\pi a} \cdot \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$. Коэффициент $q'(a)$ для нечетно-симметричных нелинейностей равен 0. Тогда $U_u = q(a) \cdot \Delta\beta$.

Исследуем свободное движение в системе, считая $\Delta\beta_1 = 0$. Подставляя выражение для U_u вместо $F(\Delta\beta)$ в операторное уравнение линейной части системы, получаем характеристическое уравнение гармонически линеаризованной системы

$$s(1 + T_u s)(1 + T_\delta s) + K \frac{4c}{\pi a} \cdot \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = 0$$

Будем определять колебания при помощи критерия Михайлова. Заменяем в левой части характеристического уравнения оператор s на $j\omega$ и переходим в частотную область. Выделяя действительную $X(a, \omega)$ и мнимую $Y(a, \omega)$ части и приравнявая их нулю из условия прохождения кривой Михайлова через начало координат, получаем уравнения для определения амплитуды a и частоты ω автоколебаний

$$X(a, \omega) = K \frac{4c}{\pi a} \cdot \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - (T_u + T_\partial) \cdot \omega^2 = 0$$

$$Y(a, \omega) = \omega - T_u T_\partial \omega^3 = 0$$

Из уравнения для мнимой части находим частоту $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_u T_\partial}} \neq 0$ и подставляем в уравнение для действительной части, которое разрешаем относительно коэффициента K ,

$$K = \frac{\pi(T_u + T_\partial)}{4cT_u T_\partial} \cdot \frac{a^2}{\sqrt{a^2 - b^2}} = 0$$

По полученному выражению строим бифуркационную диаграмму на плоскости управляющего параметра K – коэффициента передачи линейной части системы, и a – амплитуды автоколебаний на входе нелинейного звена (рис. 2.49).

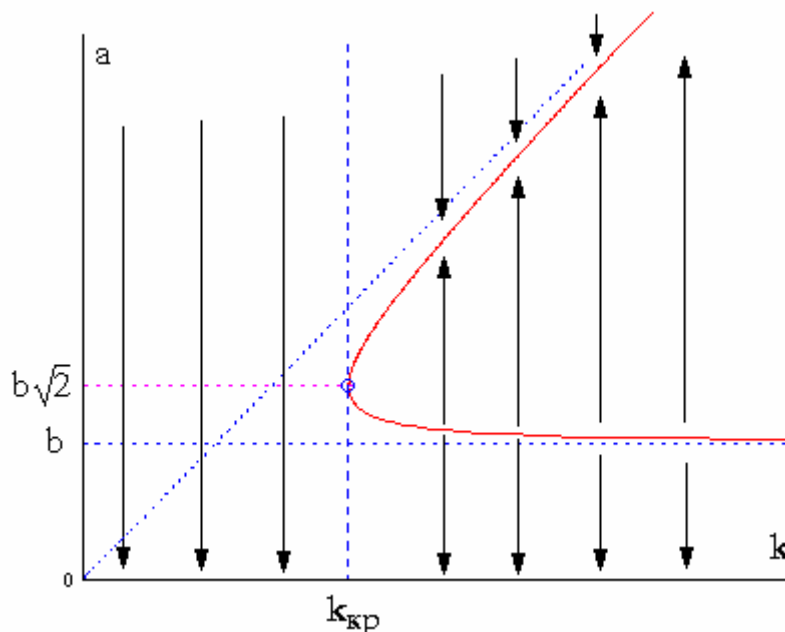


Рис. 2.49. Бифуркационная диаграмма

Как видно из бифуркационной диаграммы, до значения $K < K_{кр}$ автоколебания в системе отсутствуют. Это показывают вертикальные стрелки, направленные к 0. Если колебания и возникают, то они затухают,

т.е. их амплитуда a стремится к нулю. Это означает, что отражение цели попало в зону нечувствительности фотоприемника. При $K > K_{кр}$ возможны два установившихся состояния, которые определяются верхней и нижней ветвями бифуркационной диаграммы. Анализ устойчивости показывает [25], что верхняя ветвь соответствует устойчивым автоколебаниям, т.е. орбитальному аттрактору. Нижняя ветвь является сепаратрисой, разделяющей режим орбитального аттрактора и устойчивого фокуса. Сравнение бифуркационных диаграмм на рис.2.41 и 2.49 позволяет утверждать, что это тоже бифуркация Андронова-Хопфа.

В заключение отметим, что бифуркация Андронова-Хопфа может моделировать поисковые движения в сознании изобретателя. Раскачка сознания между двумя альтернативными свойствами противоречия позволяет устранить зоны застоя, нечувствительности мышления к новому решению.

2.5. Математическая теория катастроф

2.5.1. Теория особенностей Х.Уитни

В 1955 году появилась работа американского математика Хасслера Уитни "Об отображениях плоскости на плоскость" [12]. С этой работы началось развитие новой математической теории - теории особенностей гладких отображений. Краткое изложение теории особенностей приведено в книге [11].

Отображение поверхности на плоскость - это сопоставление каждой точке поверхности точки на плоскости. Если точка поверхности задана координатами (x_1, x_2) на поверхности, а точка плоскости координатами (y_1, y_2) , то отображение задается парой функций f_1 и f_2 :

$$y_1 = f_1(x_1, x_2),$$

$$y_2 = f_2(x_1, x_2).$$

Отображение называют гладким, если эти функции гладкие (т.е. дифференцируемые достаточное число раз, например, многочлены).

Большинство окружающих нас тел ограничено гладкими поверхностями, а их видимые контуры являются проекциями этих поверхностей на сетчатку глаза. Проекции стыков этих гладких поверхностей называются **особенностями**. Очевидно, что на проектируемой поверхности особенности представляют собой особые линии и точки.

Первая особенность называется **складкой Уитни**, которая возникает при проектировании сферы на плоскость в точках экватора (рис.2.50).

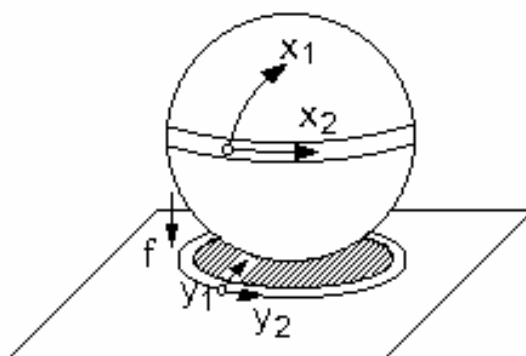


Рис. 2.50. Проектирование сферы на плоскость

Если ввести сферические координаты на поверхности сферы - долготу x_1 и широту x_2 , и полярные координаты на поверхности - радиус y_1 и длину дуги y_2 , то отображение задается формулами:

$$y_1 = x_1^2, y_2 = x_2.$$

Если проектировать в направлении f точку сферы, расположенную на ее полюсе, то на плоскость одновременно проектируются две точки поверхности: северный и южный полюсы. Аналогично получается для точек, расположенных между полюсом и экватором. А вот с экватора проектируется только одна точка сферы, т.е. одна точка особенности. Именно экватор является линией стыка поверхности сферы и плоскости, если мы смотрим на них сверху вниз (в направлении f на рис. 2.50).

Если обратиться к рис.2.17 (бифуркации типа "складки"), то можно заметить, что верхняя ветвь $+\sqrt{\mu}$ соответствует проектируемым точкам сферы выше экватора, а нижняя ветвь $-\sqrt{\mu}$ соответствует проектируемым точкам сферы ниже экватора. Точка $\mu=0$, критическая точка, точка аннигиляции, соответствует проекции точки на экваторе. Внешне проекция действительно похожа на складку материи, поэтому Уитни эту особенность так и назвал, во времена Пуанкаре этого названия еще не было.

Вторую особенность мы практически не замечаем. Это сборка Уитни, она получается при проектировании на плоскость поверхности, изображенной на рис.2.51.

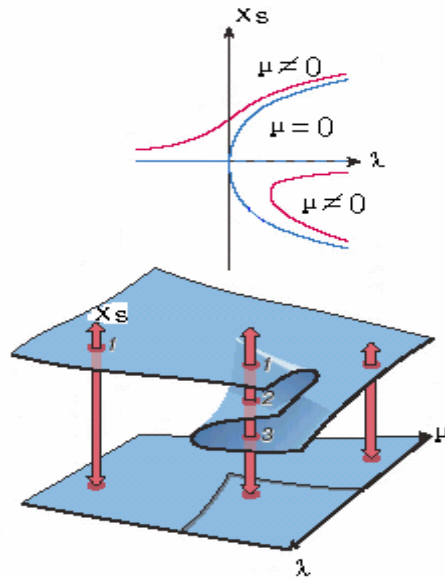


Рис. 2.51. Проектирование сборки

На горизонтальной плоскости-проекции выделяется полукубическая парабола с точкой возврата (острие). Эта кривая делит плоскость на две части: меньшую и большую. Точки меньшей части имеют по три прообраза (1,2,3) - в них проектируется три точки поверхности, точки большей части имеют лишь один прообраз, и точки на кривой - по два прообраза. Эта та самая полукубическая парабола, которая рассматривалась в параграфе 2.4.3. (рис. 2.28). Аналогичные результаты получаются при проектировании на плоскость поверхности тора, т.е. поверхности типа «бублика» (рис.2.52).

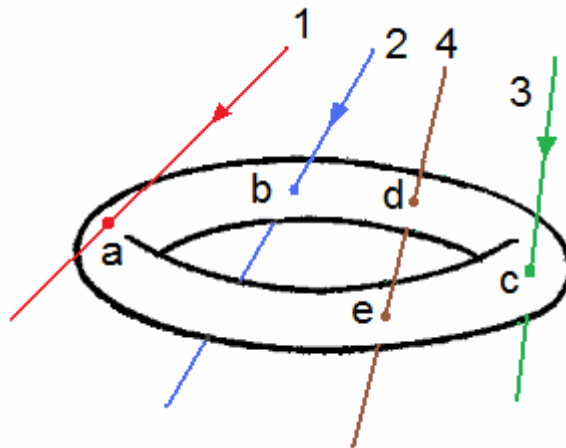


Рис. 2.52. Проектирование тора

Представим, что мы протыкаем тор спицей. Спица 1 только касается поверхности тора в точке *a*. На плоскости получается одна точка проекции. Спица 3 протыкает тор как бы сбоку, получаются две точки проекции, верхняя *c* - входа спицы, и нижняя - выхода. Эти два случая полностью эквивалентны складке, т.е. проектированию сферы. Спица 2 протыкает тор

в точке b и еще касается нижней поверхности тора при дальнейшем проектировании по стрелке. Получается 3 точки проектирования. Наконец, спица 4 протыкает тор в двух точках d и e . Этот случай полностью эквивалентен проектированию двух складок. Поэтому самостоятельно может не рассматриваться. Получается, что сложная особенность получается из объединения двух, более простых особенностей.

Важнейшим выводом, который сделал Уитни, является то, что в общем случае встречаются особенности всего двух видов. Все другие особенности разрушаются при малом шевелении тел или направлений проектирования, в то время как особенности этих двух видов устойчивы и сохраняются при малых деформациях отображения.

Почему это важно для математического моделирования противоречий? Потому, что проектирование особенности, расположенной в трехмерном пространстве, на плоскость – это и есть получение ее модели, геометрической или в виде дифференциальных уравнений, если вспомнить теорию бифуркаций.

Действительно, когда мы, решая задачу по АРИЗу, ищем в описании исходной ситуации или прототипа, противоречие, то мы ищем именно «особенность» или узкое место, где сильнее всего это противоречие обострено. Можно образно сказать, что, отыскивая противоречие, мы проектируем исходную ситуацию из многомерного пространства на плоскость двух параметров – инструмента и изделия, или на плоскость конфликтной пары. И бинарное отношение инструмент-изделие задает диалектико-логическую модель технического противоречия. Мерность пространства изобретательской задачи зависит от количества веществ и полей, которые могут образовать конфликтную пару. Пока в рамках существующего АРИЗа такая конфликтная пара всего одна. И отыскивается она, как место наибольшего проявления нежелательного эффекта. Если нежелательный эффект один, то и пара получается одна. Но уже сейчас ясно, что в исходной ситуации или прототипе может быть несколько нежелательных эффектов, или одному нежелательному эффекту может соответствовать несколько конфликтных пар или даже каких-то образований типа триад, тетрад и т.п.

Собственно, триада в АРИЗе есть. Это диалектико-логическая модель уже решенной задачи: инструмент-изделие + X-элемент, а в вепольном анализе – это полный веполь. Однако связь веполя и триадой инструмент-изделие-X-элемент в ТРИЗ окончательно не прояснена. Веполь все-таки скорее физико-логическая модель, чем диалектико-логическая. Однако есть и общее. В одном случае при заданной

конфликтной паре мы ищем X-элемент, в другом случае, например, при заданных веществе и поле, ищем второе вещество.

Полный веполю также может разворачиваться в более сложные веполюные модели: цепные или двойные, которые можно было бы назвать многомерным веполюм. С точки зрения теории особенностей это есть операция объединения нескольких сборок и складок, если все-таки особенность остается одна, т.е. одно «узкое» место в исходной ситуации. И решение отыскивается в подсистемах X-элемента, на более низком уровне иерархии структуры диалектико-логической модели.

Если особенностей в структуре две или больше, то это означает, что в изобретательской задаче мы берем в расчет два технических противоречия, или более, если работаем в рамках АРИЗа, с техническими противоречиями. В случае двух противоречий возможны отношения между четырьмя объектами, и противоречие может быть названо многомерным. Вообще многомерность противоречия получается при числе антагонистов 3 и более. В области ТРИЗ проблема многомерных противоречий при четырех и более антагонистах пока не решена. Для триады этот вопрос далее рассматривается в гомеостатике, и в динамических моделях противоречий.

Приложения теории особенностей встречаются в различных областях математики. Вот некоторые примеры. Численные результаты эксперимента обычно представляются в виде графиков, выражающих зависимости между параметрами. Качественные отличия одного графика от другого определяются положением критических точек (точек максимума, минимума и т.д.). В теории управления такими критическими точками являются состояния равновесия. Количество и качество критических точек и определяет существенное поведение системы. Под качеством понимается тип устойчивости или неустойчивости критической точки, например, устойчивый или неустойчивый фокус, или узел, или предельный цикл для бифуркации Андронова-Хопфа.

2.5.2. Теория элементарных катастроф

При изучении теории бифуркаций возникает вопрос, каковы практические возможности использования этой теории для целей управления, в том числе, процессами управления мышлением?

Ответ на это дает так называемая теория катастроф [12, 26, 27]. В ее создании участвовали несколько ученых: Рене Том (Франция), К. Зиман и Дж. Мазер (США), В.И. Арнольд (СССР, затем Россия) и др. Первые публикации по этой теории появились в 60-х годах XX века.

Катастрофами называются скачкообразные изменения, возникающие в виде внезапного ответа системы на плавное изменение внешних условий. При катастрофе под действием управляющих параметров изменяется стационарное состояние системы, т.е. она переходит из одного стационарного состояния в другое. Как проходит переходный процесс - для теории катастроф, в сущности, неважно. Стационарные или установившиеся состояния могут быть как неподвижными, так и подвижными (например, после бифуркации Андронова-Хопфа устанавливаются автоколебания).

Р. Том доказал важную теорему в теории катастроф, которая помогла классифицировать катастрофы по типу, и ввел так называемые элементарные или канонические катастрофы.

Уравнение системы задается в общем виде следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, \lambda)$$

или в покомпонентном виде

$$\frac{dx_i}{dt} = F_i(x, \lambda), \quad i = \overline{1, n},$$

где $F(x, \lambda)$ – нелинейная векторно-значная функция, x – вектор состояния, λ – вектор управляющих параметров мерностью k .

Р. Том рассматривал градиентные системы, т.е. такие, для которых выполняется условие $\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial x}$. Это выражение объясняется следующим образом. В правой части находится частная производная от потенциальной функции $E = E(x, \lambda)$ системы по вектору состояний, т.е. антиградиент (из-за знака «минус») потенциальной функции. Для технических систем потенциальная функция отождествляется с потенциальной энергией. Антиградиент направлен в сторону уменьшения потенциальной функции, а его длина определяет скорость этого уменьшения. В левой части находится производная по времени от координат системы, т.е. скорость их изменения во времени. Полагается, что целью функционирования градиентных систем является минимум потенциальной функции (энергии). В стационарных точках производная $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ равна нулю, следовательно, градиент потенциальной функции равен также нулю, а это является необходимым условием минимума потенциальной функции.

Для минимизации потенциальной функции в нашем распоряжении имеется k -штук управляющих параметров $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$. Изменяя их так, чтобы добиться минимума потенциальной функции, мы приводим систему в состояние равновесия.

Очевидно, что существует множество (бесконечное) таких градиентных систем. Между тем, если ввести подходящие преобразования координат векторов x и λ , то многие из этих систем окажутся идентичными, близкими по поведению; особенно если мы отсеем все несущественное в движении системы и будем рассматривать только такие свойства потенциальной функции $E(x, \lambda)$, которые отражают только ее геометрический вид.

Теорема Тома позволяет классифицировать все гладкие потенциальные функции. Наиболее замечательным свойством этой классификации является то, что она зависит только от числа k управляющих параметров, которое считается конечным.

В чем ее важность для приложений?

В какой-нибудь задаче функция $E(x, \lambda)$ не известна, т.е. не существует математической модели системы, но предполагается, что $E(x, \lambda)$ существует. Благодаря классификации мы можем создать модель системы, используя **небольшой** набор конечного числа элементарных потенциальных функций, предполагая, что от реальной системы наша модель будет отличаться только преобразованием координат. Кроме того, теорема Тома гарантирует структурную устойчивость канонической модели. Следовательно, модель должна проявлять те же свойства топологического характера, что и каноническая модель.

Рассмотрим пример.

Пусть имеется некоторая система, про которую мы знаем, что она подвержена катастрофе от действия одного управляющего параметра λ . Получим каноническую модель этой системы. Из классификации Тома выбираем каноническую потенциальную функцию

$$E(x, \lambda) = x^3 + \lambda \cdot x.$$

Находим ее антиградиент

$$-\frac{\partial E}{\partial x} = -3x^2 - \lambda. \quad \text{Приравниваем антиградиент производной}$$

от координаты по времени, получаем динамическую модель системы.

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -3x^2 - \lambda$$

Приравнивая правую часть уравнения нулю, находим стационарные точки: $0 = -3x_s^2 - \lambda$, или $x_s = \pm\sqrt{-\frac{\lambda}{3}} = \pm\sqrt{\mu}$. Получаем особенность или катастрофу типа складки. График потенциальной функции представлен на рис.2.53.

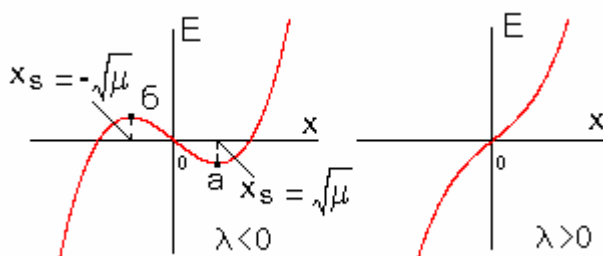


Рис. 2.53. График потенциальной функции катастрофы типа «складки»

При $\lambda < 0$ потенциальная функция имеет локальные максимум (точка б) и минимум (точка а). Максимум соответствует неустойчивому состоянию равновесия, а минимум - устойчивому. При изменении знака λ происходит катастрофа: локальные максимум и минимум исчезают.

Такую катастрофу Р.Том назвал канонической. Аналогично канонической катастрофой будет и сборка: одно устойчивое состояние равновесия в докритичной области превращается в два устойчивых состояния равновесия и одно неустойчивое в закритичной области. Сборка имеет уже два управляющих параметра.

Каноническая катастрофа с тремя управляющими параметрами называется «ласточкин хвост». Она может иметь в зависимости от соотношения между управляющими параметрами уже два локальных минимума и два локальных максимума, т.е. максимально 4 состояния равновесия. Приведем таблицу 2.2 с первой восьмеркой канонических катастроф.

Таблица 2.2. Канонические катастрофы

k	n	Каноническая форма $E(x, \lambda)$	Название
1	1	$\frac{x_1^3}{3} + \lambda_1 x_1$	Складка
2	1	$\frac{x_1^4}{4} + \lambda_1 \frac{x_1^2}{2} + \lambda_2 x_1$	Острие сборка или

3	1	$\frac{x_1^5}{5} + \lambda_1 \frac{x_1^3}{3} + \lambda_2 \frac{x_1^2}{2} + \lambda_3 x_1$	Ласточкин хвост
4	1	$\frac{x_1^6}{6} + \lambda_1 \frac{x_1^4}{4} + \lambda_2 \frac{x_1^3}{3} + \lambda_3 \frac{x_1^2}{2} + \lambda_4 x_1$	Бабочка
3	2	$x_1^3 + x_2^3 + \lambda_1 x_1 x_2 + \lambda_2 x_1 + \lambda_3 x_2$	Гиперболическая омбилика
3	2	$x_1^3 - 3x_1 x_2^2 + \lambda_1 (x_1^2 + x_2^2) + \lambda_2 x_1 + \lambda_3 x_2$	Эллиптическая омбилика
4	2	$x_1^2 x_2 + x_2^4 + \lambda_1 x_1^2 + \lambda_2 x_2^2 + \lambda_3 x_1 + \lambda_4 x_2$	Параболическая омбилика
5	1	$x_1^7 + \lambda_1 x_1^5 + \lambda_2 x_1^4 + \lambda_3 x_1^3 + \lambda_4 x_1^2 + \lambda_5 x_1$	Вигвам

Р.Том показал, что для заданного числа управляющих параметров k имеется определенное число канонических катастроф (таблица 2.3).

Таблица 2.3. Число типов канонических катастроф

k	1	2	3	4	5	≥ 6
Число типов	1	2	5	7	11	∞

Теория катастроф используется при построении математических моделей процессов, которые претерпевают катастрофы. Например, известна теория Миланковича, связанная с моделированием ледниковых периодов на Земле.

В этой теории возникает вопрос, когда наступают оледенения? Какова их периодичность? Сложность вопроса заключается во множестве числа управляющих параметров, влияющих на оледенение.

На оледенение влияют:

Изменение интенсивности Солнца

Космическая пыль

Вулканическая деятельность Земли

Смена направлений магнитного поля Земли

Изменение геометрии орбиты Земли и др.

Возникает вопрос, какие параметры больше всего влияют на обледенения и какова их взаимосвязь?

Миланкович доказал, что изменение параметров орбиты, в частности, эксцентриситета, влияет на количество света, поступающего в верхние слои атмосферы. На основе его работ были построены простейшие модели обледенений с периодами 87-119, 37-47, 21-24 тыс. лет, которые оказались зависящими, в основном, с периодичностью изменения малого эксцентриситета Земли.

Принципиальным представляется (пока, по крайней мере) градиентный характер теории катастроф, значительно сужающий возможности ее применения, в частности в многомерном случае. В одномерном случае это условие не имеет значения, ибо правую часть соответствующего дифференциального уравнения всегда можно рассмотреть как градиент некоторого потенциала. Поэтому моделирование систем, поведение которых описывается одной переменной (при двух и даже более управляющих параметрах), получило наибольшее распространение в теории катастроф. Для двумерного случая, как и для более высокой размерности, динамическая система не всегда может рассматриваться как градиентная, ибо для этого необходимо, чтобы были равны перекрестные производные от правых частей дифференциальных уравнений, описывающих систему, по координатам вектора x , т.е.

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_j} = \frac{\partial F_j}{\partial x_i}. \quad (2.8)$$

Действительно, из условия градиентности для одной координаты можно записать: $\frac{dx_i}{dt} = F_i(x, \lambda) = -\frac{\partial E}{\partial x_i}$, а для другой:

$$\frac{dx_j}{dt} = F_j(x, \lambda) = -\frac{\partial E}{\partial x_j}.$$

Находим выражение для дифференциала потенциальной функции из обоих уравнений: $-\partial E = F_i(x, \lambda)\partial x_i = F_j(x, \lambda)\partial x_j$. Отсюда следует равенство (2.8).

Например, нелинейная система второго порядка

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \lambda_1 \sin x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1 + \lambda_2 \end{aligned}$$

не является градиентной, поскольку

$$\frac{\partial(\lambda_1 \sin x_2)}{\partial x_2} = \lambda_1 \cos x_2 \neq \frac{\partial(x_1 + \lambda_2)}{\partial x_1} = 1.$$

Математический аппарат теории катастроф будем использовать для статического и динамического моделирования технических противоречий в изобретательской задаче. Существование катастрофы в математической модели изобретательской задачи можно объяснить тем, что в момент разрешения технического противоречия, в мышлении происходит «озарение». Мысль, осознающая содержательный смысл Х-элемента, появляется из подсознания в сознании. Происходит это скачком. На этом и основана идея [1] психоаналитика З.Фрейда о создании изобретения. Кроме того, в алгоритме решения изобретательских задач явно просматриваются так называемые «флаги катастроф». Это предупреждения, признаки, которые позволяют судить о возможной катастрофе в ходе моделируемого процесса. В книге [28] приводятся следующие флаги катастроф.

1. Несколько различных (устойчивых) состояний;
2. Существование неустойчивых состояний, из которых система выводится слабыми "толчками";
3. Возможность быстрого изменения системы при малых изменениях внешних условий;
4. Необратимость системы (невозможность вернуться к прежним условиям);
5. Гистерезис (когда процесс не полностью обратим, например, возврат в старое состояние требует больших затрат, чем затрачено на переход в новое);
6. "Критическое замедление", когда множество усилий не приводит к сколько-нибудь заметному изменению системы.
7. Большой разброс результатов при одинаковых усилиях.

В техническом противоречии явно присутствует первый и третий флаги катастроф. Первый флаг – два устойчивых состояния равновесия, которыми в АРИЗе являются ТП-1 и ТП-2. Они определяются противоположными состояниями инструмента. Третий флаг – при разрешении противоречия система действительно быстро изменяется, а внешние усилия, которые мы проявляем в нашем сознании при поиске решения, могут нами и не осознаваться. Процессы мышления альтернативные, когда количественное накопление фактов приводит к качественному изменению в мышлении. Образно флаг катастрофы можно представить как границу между характеристиками плавного и неплавного

мышления (рис. 2.54). Здесь выставлен единый флаг для двух типов характеристик: нелинейности и многозначности.

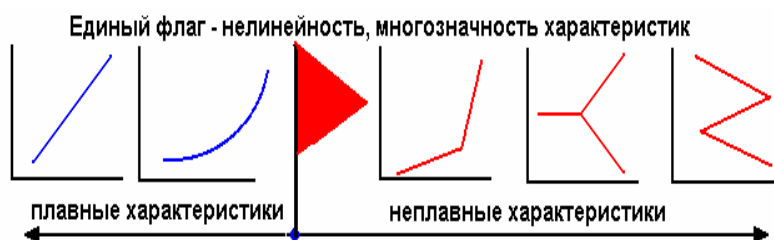


Рис. 2.54. Флаг катастрофы

Кроме того, в изобретательской задаче появляется и седьмой флаг: большой разброс результатов решения задачи у разных решателей, хотя используется один и тот же алгоритм.

Прикладные задачи моделирования при помощи теории катастроф изложены в литературе [27,28]. Процедура получения модели заключается в следующем.

1. Выбирается процесс, который нужно моделировать. Он должен иметь флаги катастроф.

2. Далее из таблицы 2.2. выбирается вид потенциальной функции. Вид зависит от размерности n катастрофы (коранга), т.е. от мерности координаты x состояния, $n=1$ или $n=2$, а также от числа управляющих параметров k .

Выбор n зависит от числа факторов, которые в процессе могут измениться скачком. При $n=1$ получается одномерная модель, при $n=2$ – двумерная модель. Модели эти называются **стационарными**, поскольку определяют количество и качество состояний равновесия до и после катастрофы. Под качеством понимается устойчивость или неустойчивость состояния равновесия, а также ее тип, например, фокус, узел, предельный цикл, седло и другие особые точки и линии.

Выбор k определяется тем, сколько факторов, влияющих на процесс, мы хотим учесть. Чем меньше k , тем проще модель. От числа управляющих параметров зависит и вид потенциальной функции. Поэтому когда неизвестно, сколько и какие управляющие параметры надо учесть, можно поступить следующим образом.

Например, рассматриваем процесс обрушения моста в реку, т.е. физическую, реальную катастрофу. Ясно, что простейшая модель будет такая: до катастрофы мост был, работал, после катастрофы его не стало. Эту катастрофу можно отождествить с канонической катастрофой типа «складка» (рис. 2.55.). Потенциальная функция до катастрофы (рис.2.55.а) имеет одно устойчивое состояние равновесия. Считаем, что это и есть

рабочее состояние моста. После катастрофы, при изменении одного управляющего параметра λ , состояния равновесия вообще пропадают. Происходит их аннигиляция. Это означает, что нам не интересно знать, что стало с мостом после катастрофы. Разрушился, и все. Не проехать по нему, и не пройти.

Получаем простейшую стационарную модель в виде выражения для потенциальной функции канонической катастрофы типа «складка».

$$E(x, \lambda) = x^3 + \lambda \cdot x.$$

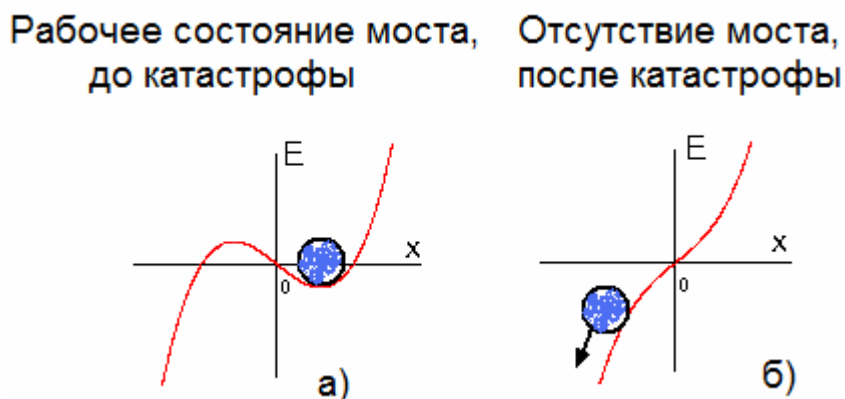


Рис. 2.55. Графическая интерпретация обрушения моста

Теперь рассмотрим более подробную катастрофу моста по сравнению с предыдущей катастрофой. Допустим, что нам интересно знать, что стало с мостом после обрушения. Самое естественное состояние - упал в реку, и нарушил судоходство. В этом случае рабочими положениями моста будут следующие: а) пропускает транспорт, работает; б) мост в реке, тоже работает, задерживает речной транспорт. Только работа вредная, в АРИЗе называется нежелательный эффект. Для моделирования выбираем каноническую катастрофу типа «сборка». Она имеет два устойчивых состояния равновесия в закритичной области катастрофы (рис.2.56). Эти два состояния задают модель катастрофы моста. Обратим внимание, что мост в этих состояниях находится в минимумах потенциальной «ямы». А это и означает устойчивость работы.

У сборки два управляющих параметра. Теперь ясно, что учесть можно два каких-то фактора, $k=2$. А какие именно факторы учитывать, теория катастроф не ответит. Это математика, а не физика, или какая-либо предметная наука. Что конкретно можно учитывать в ТРИЗ, посмотрим дальше.

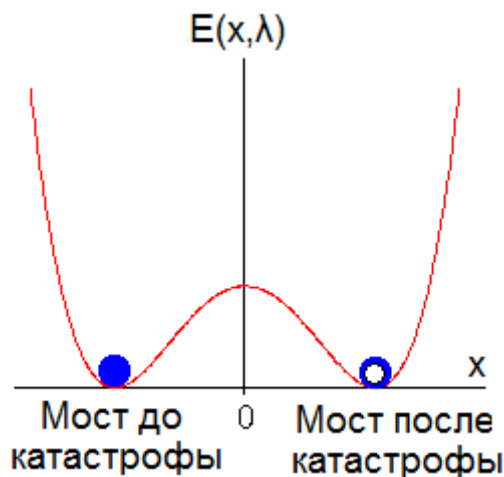


Рис. 2.56. Потенциальная функция для катастрофы типа «сборка»

3. На третьем этапе моделирования получаем динамическую модель процесса.

Находим антиградиент потенциальной функции и приравниваем его скорости изменения во времени координаты катастрофы, только с коэффициентом пропорциональности, чтобы выровнять размерности правой и левой частей уравнения. Например, для сборки имеем потенциальную функцию

$$E(x, \lambda) = x_1^4 + \lambda_1 \frac{x_1^2}{2} + \lambda_2 x_1.$$

Находим антиградиент, т.е. производную по координате x , и приравниваем производной $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$,

$$-\text{grad}E(x, \lambda) = -\frac{\partial E(x, \lambda)}{\partial x} = -(4x_1^3 + \lambda_1 x_1 + \lambda_2)d = \dot{x}_1,$$

где d – некоторый коэффициент. Если раскрыть скобки и умножить на d , получим нелинейное дифференциальное уравнение из параграфа 2.4.3, где изучалась бифуркация типа сборки

$$\dot{x} = -x^3 + \lambda x + \mu,$$

где $x = x_1, \lambda = -\lambda_1 d, \mu = -\lambda_2 d$.

Математическая схема моделирования этого уравнения и графики переходного процесса уже рассматривались в параграфе 2.4.4. (рис. 2.37 и 2.38).

Самый интересный вопрос возникает, насколько эти графики реально отражают катастрофу, например, обрушение моста. Выбором начального условия на координату x , выбором управляющих параметров и масштабом по осям x и t , можно добиться, например, такого графика изменения координаты во времени, который представлен на рис. 2.57.

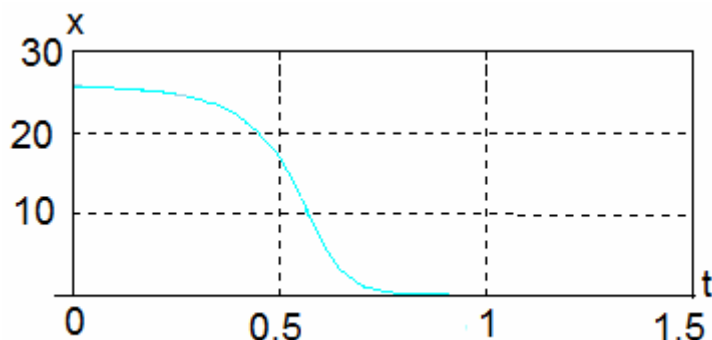


Рис. 2.57. Возможный график обрушения моста во времени

На рис. 2.57. координата x означает высоту моста над уровнем реки в метрах. Время t измеряется в минутах. При обрушении мост падает. И его высота все время уменьшается. В этом смысле процесс соответствует физике падения. Но то, что через 0.5 минуты он упадет до высоты примерно 18 метров, совсем не обязательно. И в конце падения замедлит скорость, тоже не обязательно. Хотя и на это можно придумать объяснение. Например, мост арочный, и арка вся падает вниз, а высота отмеряется по самому высокому месту арки. И когда края арки уже упрутся в дно реки, то вершина может еще проваливаться, но уже с меньшей скоростью.

Таким образом, можно сделать вывод, что такой график годится для многих процессов обрушения моста. Общим для них будет то, что по мере падения моста его высота плавно, без скачков уменьшается. Если рассматривать процесс разрушения моста как таковой, т.е. был мост, а затем разрушился, такая модель тем более годится. Эти свойства и будем использовать во многих случаях моделирования противоречий.

Интересно также отметить, что не все возможные варианты катастрофы моста, и не только моста, моделируются такой моделью. Например, мост может быть подорван. Тогда при взрыве, он может несколько взлететь вверх, а затем обрушиться в реку. Тогда рассмотренная математическая модель не годится. В прикладных задачах теории катастроф в этом случае предлагается вводить в рассмотрение не градиентные системы, а так называемые «ньютоновские» системы. В ньютоновских системах при получении динамической модели антиградиенту приравнивают не скорость изменения координаты, а

ускорение, т.е. $-\text{grad}E(x, \lambda) = -\frac{\partial E(x, \lambda)}{\partial x} = m \ddot{x}$, где m – коэффициент пропорциональности. По сути, это выражение представляет собой закон Ньютона, где антиградиент равен силе F , направленной на торможение координаты x , т.е. $-F = m \ddot{x}$. При таком моделировании получается дифференциальное уравнение второго порядка относительно координаты x , решением которого могут быть колебательные процессы, как сходящиеся, так и расходящиеся. Это определяется типом канонической катастрофы и коэффициентами λ . Далее ньютоновские системы не рассматриваются. Более подробно с ними можно ознакомиться в книге Р. Гилмора [28],

2.6. S-образный закон развития технических систем

Теория катастроф изучает быстрые, резкие изменения свойств системы. Возникает вопрос, а что происходит с системой до катастрофы, например, с мостом через реку, от момента его постройки до разрушения? Очевидно, что в это время техническая система работает, но не только. Мост мог ремонтироваться, усовершенствоваться, когда в его конструкцию добавлялись какие-то новинки, изобретения. Кроме того, он изнашивался, ржавел под действием атмосферных осадков. Можно сказать, что какой-то основной параметр, характеризующий функционирование моста во времени, изменялся. Такой процесс называется развитием. В технику процессы развития пришли из биологии примерно в 20-х годах прошлого века. Было показано, что техническая система проходит в своем развитии 3 этапа: медленное нарастание, быстрый рост и, затем, примерная стабилизация (рис. 2.58, сверху). Процесс развития называется онтогенезом, если относится к отдельному техническому объекту или системе, как называется в ТРИЗ, например, **онтогенез** какого-то моста. Если рассматривается род или вид технических систем, например всех железнодорожных мостов, тогда процесс развития называется **филогенезом**. В ТРИЗ филогенезом называется развитие надсистемы. Эти термины пришли из биологии, в которой рассматривались процессы развития популяций микроорганизмов, систем «размножения-гибели», «хищник-жертва» и т.п.

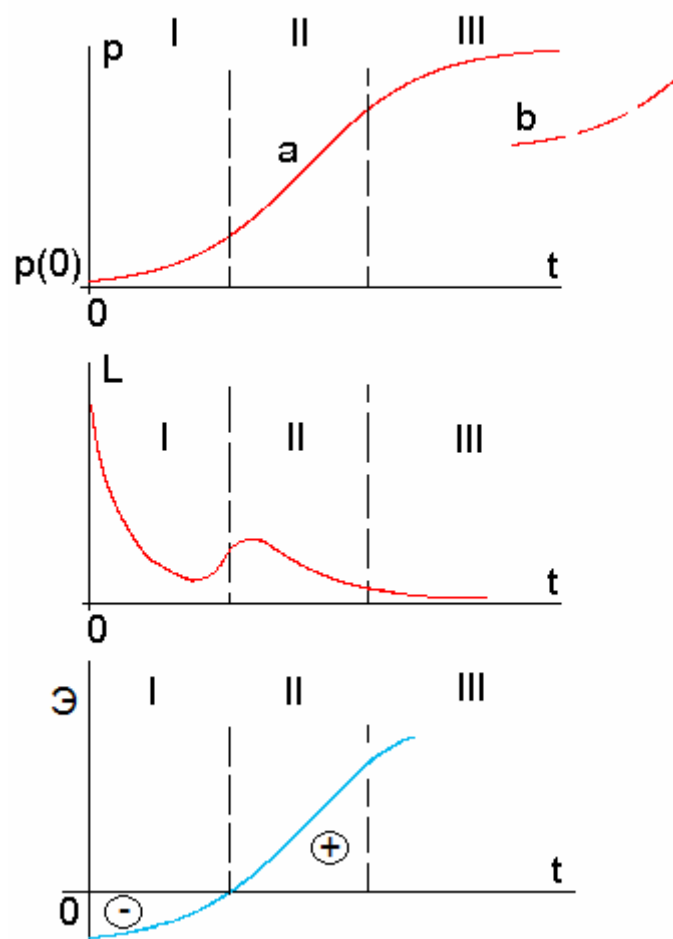


Рис. 2.58. Кривые развития технических систем

При построении кривой развития (кривая а 2.58, сверху), по оси ординат откладывается величина P , которая и определяет параметры, характерные для той или иной системы, t - текущее время. Для разных технических систем характерные параметры разные, например, скорость или грузоподъемность (для транспортных систем), мощность (для силовых, энергетических систем), надежность, точность, быстродействие и т.п. В теории решения изобретательских задач эта кривая называется S-кривой. Три этапа развития обозначены следующим образом: I - медленный рост, II - быстрый, лавинообразный рост, III - медленный рост и насыщение.

Математическая катастрофа может использоваться для описания перехода старой логисты (кривая а) на новую логисту, которая описывает развитие новой системы (кривая b, рис. 2.58 сверху). Средний график на рис. 2.58 отражает уровень L развития изобретений в технической системе в зависимости от времени t . Нижний график представляет эффект,

получаемый от системы, чаще всего, экономический. Подобные графики приведены в книге [13].

При изучении развития популяций S-кривая аппроксимируется некоторой математической зависимостью. Чаще всего используется логистическая кривая или логиста.

Получим дифференциальное уравнение, решением которого является логиста, из следующих соображений. Если мы запишем дифференциальное уравнение логисты в виде $\frac{dp}{dt} = p(t)$, то это будет означать неограниченный рост кривой во времени. Действительно, чем больше $p(t)$, тем больше скорость логисты, а чем больше скорость, тем больше рост. В то же время кривая развития ограничена. Для ограничения правая часть дифференциального уравнения должна быть записана в нелинейном виде

$$\frac{dp}{dt} = a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n \quad (2.9)$$

Решать такое уравнение весьма сложно, поэтому ограничим число членов полинома в правой части (2.9). Будем считать, что $a_i = 0, i \geq 3$. Тогда получаем уравнение типа Бернулли

$$\frac{dp}{dt} = a_1 p + a_2 p^2$$

Введем обозначения: $a_1 = \lambda$, $a_2 = -\rho$, тогда получим

$$\frac{dp}{dt} = \lambda \cdot p - \rho \cdot p^2 \quad (2.10)$$

Для решения уравнения Бернулли сделаем замену переменной

$$p = \frac{1}{x}, \quad \frac{dp}{dt} = \frac{d(x^{-1})}{dt} = -\frac{dx}{x^2 dt}.$$

Подставляем замены в (2.10):

$$-\frac{dx}{x^2 dt} = \lambda \frac{1}{x} - \rho \frac{1}{x^2}.$$

Левую и правую части умножаем на x^2 , получаем линейное дифференциальное уравнение относительно x :

$$\frac{dx}{dt} = -\lambda \cdot x + \rho \quad (2.11)$$

Записываем однородное уравнение, соответствующее (2.11) в операторном виде:

$$s \cdot x + \lambda \cdot x = 0$$

Находим корень характеристического уравнения $s = -\lambda$ и решение однородного уравнения :

$$x_{\text{одн}} = C_1 e^{-\lambda \cdot t}$$

Тогда общее решение ищем в виде

$$x(t) = C_1 e^{-\lambda \cdot t} + C_2 \quad (2.12)$$

Постоянные C_1 и C_2 ищем из граничных условий. При $t \rightarrow \infty$ $s \rightarrow 0$, тогда из (2.11) получаем

$$0 = -\lambda \cdot x + \rho \quad \text{и} \quad x = \rho / \lambda.$$

Из (2.12) имеем: $x(\infty) = C_2$, тогда $C_2 = \rho / \lambda$. Следовательно,

$$x(t) = C_1 e^{-\lambda \cdot t} + \frac{\rho}{\lambda}$$

Делаем обратную замену переменной x , тогда получаем

$$p(t) = \frac{1}{x} = \frac{1}{C_1 e^{-\lambda \cdot t} + \frac{\rho}{\lambda}} = \frac{\lambda}{C e^{-\lambda \cdot t} + \rho},$$

где $C = \lambda C_1$, а постоянная C определяется из начального условия $p(0)$ уравнения (2.10).

Неточности описания (ограничение членов ряда (2.9), флуктуации) можно отнести к случайным изменениям параметров λ и ρ , т.е. логиста является некоторой средней кривой, описывающей, в общем, случайный процесс развития.

Напомним, что эта кривая используется для описания развития популяций. Пусть, например, $\frac{dY}{dt}$ - скорость роста популяции, где Y - число особей мужского пола, $N - Y$ - число особей женского пола, N - общее число особей. Считается, что скорость роста популяций пропорциональна числу парных встреч особей мужского пола с коэффициентом пропорциональности α (коэффициент рождаемости) и пропорциональна также смертности β (коэффициент смертности) со знаком минус:

$$\frac{dY}{dt} = \alpha \cdot Y(N - Y) - \beta \cdot Y$$

Раскрывая скобки, получаем:

$$\frac{dY}{dt} = \alpha \cdot YN - \alpha \cdot Y^2 - \beta \cdot Y = (\alpha N - \beta) \cdot Y - \alpha \cdot Y^2$$

Это дифференциальное уравнение называется уравнением Ферхюльста-Перла, которое, с точностью до обозначений, совпадает с уравнением типа Бернулли.

Найдем стационарные точки логистической кривой из условия

$$\frac{dp}{dt} = 0$$

В этом случае из (2.10) следует, что

$$0 = \lambda \cdot p - \rho \cdot p^2$$

Отсюда находим стационарные решения $p_1=0$, $p_2 = \lambda/\rho$. Проанализируем стационарные точки на устойчивость, построив фазовые траектории по уравнению (2.10) для различных знаков λ и ρ (рис.2.59).

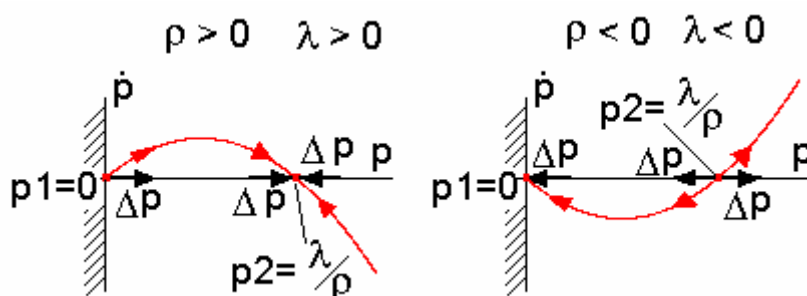


Рис. 2.59. Анализ стационарных точек логисты на устойчивость

Для положительных знаков λ и ρ стационарное состояние $p_1=0$ является неустойчивым, а состояние $p_2 = \lambda/\rho$ - устойчивое. Для отрицательных знаков λ и ρ характер состояний p_1 и p_2 меняется на обратный.

Найдем область устойчивости, используя первый метод Ляпунова. Линеаризуем уравнение (2.10) в окрестности невозмущенного движения:

$$\dot{\Delta p} = \frac{\partial f(p)}{\partial p} \Delta p = \frac{\partial (\lambda \cdot p - \rho \cdot p^2)}{\partial p} \Delta p = (\lambda - 2\rho p) \Delta p$$

где $\frac{\partial f(p)}{\partial p}$ - матрица Якоби. Переходим к операторной форме

записи, заменяя производную в левой части:

$$s \Delta p = (\lambda - 2\rho p) \Delta p$$

Сокращая на Δp , получаем характеристическое уравнение и его корень

$$s = \lambda - 2\rho p$$

Необходимое и достаточное условие устойчивости - это отрицательность корня. Следовательно, область устойчивости определяется уравнением

$$s = \lambda - 2\rho p < 0,$$

откуда получаем область устойчивости $p > \frac{\lambda}{2\rho}$ и, соответственно, область неустойчивости $p < \frac{\lambda}{2\rho}$.

3. Математические модели в техническом творчестве

3.1. ТРИЗ и теория катастроф

3.1.1. Математическая модель А.В. Гитина работы изобретателя

Первой работой по применению математического аппарата теории катастроф в ТРИЗ стал доклад А.В. Гитина "ТРИЗ И ТЕОРИЯ КАТАСТРОФ" на Международной научно-практической конференции по ТРИЗ в 1999 году [29].

А.В. Гитин описывает с точки зрения теории катастроф работу изобретателя.

Движение мысли изобретателя уподобляется движению шарика в потенциальной яме, глубина которой задается функцией

$$V(x) = 0.25x^4 + 0.5ax^2 - tx, \quad (3.1)$$

где x - идеальность технической системы (ТС).

Нетрудно увидеть, что формулой (3.1) выражена потенциальная функция элементарной катастрофы типа "сборки"

$E(x, \lambda) = x_1^4 + \lambda_1 \frac{x_1^2}{2} + \lambda_2 x_1$ с точностью до масштаба и знаков управляющих параметров.

При $a < 0$ и $t = 0$ график этой функции (рис. 3.1) симметричен и имеет вид двух “ям” равной глубины. Расстояние между минимумами этих “ям” равно $Dx = 2\sqrt{-a}$, а высота разделяющего их “бугра” -

$$DV = V(0) - V(x_{1,2}) = 0.25a^2. \quad (3.2)$$

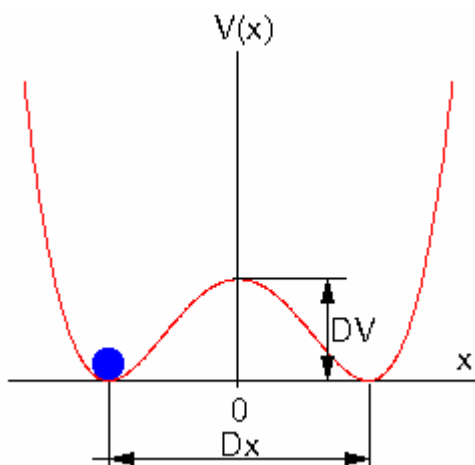


Рис. 3.1. Потенциальная яма для движения мысли изобретателя

Если параметр $t \neq 0$, то глубины “ям” перераспределяются. При $t < -t_0$, правая яма исчезает, а левая – углубляется, при $-t_0 < t < t_0$ - имеем две ямы разной глубины, а при $t > t_0$, – левая яма исчезает, а правая углубляется. Здесь $t_0 = 4\sqrt{\frac{(-a)^3}{27}}$.

Левая яма интерпретируется как идея исходной технической системы ТС или **прототипа**, а правая яма - как идея усовершенствованной ТС **изобретения**. Параметр “ t ” - **время**, с течением которого идея прототипа (левая яма) постепенно заменяется идеей изобретения (правой ямой) с более высокой идеальностью. Расстояние между ямами по оси x , то есть Dx , характеризует приращение идеальности при переходе от прототипа к изобретению. Таким образом, “ x ” – **идеальность**.

Правая яма без шарика отражает появившуюся, но еще не осознанную изобретателем возможность построить новую ТС с более высокой идеальностью. Идея изобретения постепенно “созревает” и человечество неизбежно сделает это изобретение, шарик-мысль изобретателя перекатится из левой “ямы” в правую. Высоту DV “бугорка”, разделяющего эти потенциальные ямы, естественно интерпретировать как **познавательный-психологический барьер (ППБ)**, препятствующий мысли-шарику перейти от прототипа к изобретению даже в тех случаях, когда идея изобретения уже “созрела” и “висит в воздухе”.

Согласно формуле (3.2), величина приращения идеальности Dx пропорциональна параметру “ a ”. Предлагается рассматривать этот параметр как **абстрактность**, отразив в этом названии так называемый “парадокс изобретателя”: чем в более абстрактной форме поставлена задача, тем проще ее решить. В нашем случае этот парадокс звучит так: чем больше скачок в идеальности Dx требуется от изобретателя (чем выше уровень изобретения), тем более абстрактным должны быть его рассуждения.

Шарик-мысль в потенциальной яме находится в равновесии, то есть в состоянии, при котором выполняется **условие стационарности**:

$$dV/dx = x^3 + a x - t = 0. \quad (3.3)$$

Поэтому процесс преодоления ППБ в таком стационарном режиме удобно представить графически, выбирая значения (t, a) и откладывая соответствующие значения x согласно формуле (3.3). Построенный таким образом график функции (3.3) в трехмерном пространстве (t, a, x) будет иметь вид “сборки Уитни”. Проанализируем плоские сечения этого графика.

Сечение сборки Уитни (t, a, x) плоскостью $a = \text{const}$ имеет вид s -образной кривой в координатах (t, x) , описывающей рост идеальности ТС со временем. При неизменном уровне абстракции плавное, эволюционное увеличение идеальности ТС раньше или позже становится невозможным, возникает техническое противоречие (ТП), разрешение которого (акт “озарения”) вызывает скачкообразное увеличение идеальности ТС. Однако, метод “озарения” - вещь капризная, суть его сформулировал “традиционный профессор математики”: “Смотрите на задачу до тех пор, пока решение не придет в голову”. (Заметим, что благодаря “скачку”, идеальность ТС монотонно возрастает со временем и этим отличается от теоретической s -образной кривой.)

Проекция сборки Уитни на плоскость (t, a) имеет вид клюва. Время решения задачи отсчитывается от $-t_0$, поэтому величина $Dt = [-t_0, t_0]$ характеризует максимально возможное время решения задачи. Заметим, что собственно для “озарения” отведен ограниченный интервал времени Dt . Этот результат адекватно отражает следующую ситуацию: с одной стороны, нельзя решить задачу, если ее решение объективно еще не созрело (технический волюнтаризм, забегание вперед), а, с другой стороны, если упустить время, то решение задачи станет тривиальным и экономически неинтересным. В этом ограниченном временном промежутке, отпущенном изобретателю, проявляется **актуальность изобретения**. С ростом абстракции упрощается решение задачи, так как уменьшается величина ППБ (“парадокс изобретателя”), но время, отпущенное на его преодоление, интервал Dt , уменьшается. Повышение

абстрактности - путь методичного приближения к решению, при котором остается все меньше и меньше времени “для метания духа”.

Из проекции сборки Уитни на плоскость (x, a) видно, что существует более надежный способ – это “обходной” путь, двигаясь по которому можно преодолеть ППБ, не дожидаясь “божественного откровения”, строго методично и последовательно. Действительно, эта проекция имеет вид трезубца. Путь по его внешним зубцам (по колоколообразной кривой) можно интерпретировать как обходной путь, приводящий к тем же результатам, что и “озарение”, но зато без скачков и случайностей. Возможность обхода сборки Уитни как бы иллюстрирует высказывания “традиционного профессора математики”: “Мой метод преодоления трудности состоит в том, чтобы обойти ее”. Отмеченную колоколообразную кривую можно интерпретировать как рекомендуемый ТРИЗ алгоритм решения изобретательских задач (АРИЗ): первая половина кривой – анализ (греч. analysis – разложение, расчленение, разбор), а ее вторая половина – синтез (греч. synthesis – соединение, составление, сочетание). Этот обходной метод позволяет изобретать на заказ, так как гарантирует разрешение (обход) любого ТП.

Идея АРИЗ – начинать решать задачу с двух концов: по ветви “анализ” - от начала к концу и по ветви “синтез” - от конца к началу. Это переводит условия задачи и желаемый результат в абстрактную форму, а абстрактную задачу решать значительно проще.

Заметим, что для реализации этого алгоритма необходимо ясно представлять желаемое решение задачи, в этой связи становится понятной важность используемого в ТРИЗ понятия - **идеальный конечный результат (ИКР)**.

Выводы. Геометрическая интерпретация работы мозга изобретателя позволяет наглядно представить два основных метода решения изобретательских задач: “метод озарения” и АРИЗ, а также проиллюстрировать базовые понятия ТРИЗ – идеальность, ТП, ППБ, ИКР, анализ, синтез.

3.1.2. Статическая модель технического противоречия

Одной из главных проблем теории катастроф в конкретной задаче является выбор потенциальной функции, координат состояния и управляющих параметров. На этом этапе необходимо осуществить масштабирование катастрофы, т.е. “привязать” каноническую катастрофу к конкретной решаемой задаче и количественно оценить значения основных параметров конфликта.

Рассмотрим эту проблему более подробно. Например, в работе А.В.Гитина один минимум потенциальной функции интерпретируется как идея прототипа, а другой - как идея изобретения. Сразу же отметим, что в такой постановке в модели имеется два устойчивых состояния. Одно из них – идея прототипа, другое – идея изобретения. Два устойчивых состояния равновесия означают флаг катастрофы, ее признак. Следовательно, в этом смысле катастрофа типа «сборки» пригодна для моделирования задачи. Состояния равновесия устойчивы, поскольку находятся в минимумах идей, и их разделяет «бугор» психологического барьера, который является состоянием неустойчивого равновесия. Другого положения состояний равновесия быть не может, всегда устойчивые состояния отделяются друг от друга неустойчивым состоянием, сепарабельной точкой или сепаратрисой.

Однако для математического моделирования необходимо знать, в каких количественных единицах измеряется потенциальная функция, координаты состояния и управляющие параметры. Например, в каких единицах измерять идею изобретения? То же самое касается и координаты состояния « x », которой является идеальность задачи, и одного из управляющих параметров, « a », который задает абстрактность задачи. Проблема количественного измерения абстрактности и идеальности идей в ТРИЗ не решена.

Если говорить о времени « t » как управляющем параметре, то оно измеряется в подходящих единицах, т.е. секундах, минутах, часах, годах. Однако этот параметр также слишком абстрактный для моделирования какого-либо процесса с помощью математической катастрофы. Действительно, катастрофа происходит при плавном изменении управляющего параметра, и время изменяется плавно, так сказать, равномерно. Однако, когда мы не знаем, от какого управляющего параметра случилась катастрофа, мы говорим, что от времени. Время слишком универсально. Рухнул мост, говорим, что устарел, время вышло. Произошла революция. С течением времени революции происходят, об этом говорит и кривая развития, заканчивающаяся катастрофой и переходом на новую кривую. То же самое и идея изобретения, созрела в мышлении со временем, и произошло «озарение». Однако, если обратиться к конкретной задаче, можно сказать, что мост рухнул от того, что проржавела несущая балка, а степень окисления металла можно измерить в подходящих физических единицах. Аналогично и для социальных революций, можно считать управляющим параметром степень обнищания народа, например.

Сложнее с созреванием идеи в мышлении изобретателя. Это понятно и по работе А.В. Гитина, когда управляющий параметр «время» сменяется на актуальность изобретения. Однако, актуальность тоже

оценить количественно сложно. Поэтому здесь можно пойти по пути Г.С. Альтшуллера. В предисловии уже отмечалось, что ТРИЗ как средство технического творчества, появилась на стыке мышления человека и техники (рис. 0.1.). Пойдем по этому пути. И будем математически моделировать не просто работу изобретателя по получению новых идей, а его мышление во время решения изобретательской задачи по АРИЗу. Поэтому исходной базой для математической модели выберем диалектико-логическую модель изобретательской задачи в виде технического противоречия (рис. 3.2.).

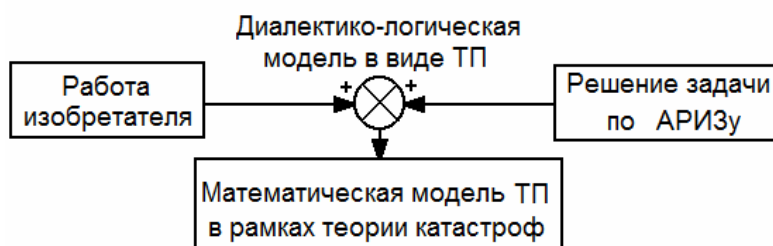


Рис. 3.2. Синтез математической модели технического противоречия (ТП)

В соответствии с шестью первыми шагами АРИЗа статическая модель представляет собой последовательность состояний равновесия, в которые приходит модель на каждом шаге. Динамика или процесс движения от одного состояния равновесия к другому в статической модели не описывается. В каждом из состояний равновесия (устойчивом или неустойчивом) статическая модель теоретически может находиться любое время (от 0 до ∞).

Будем считать, что в сознании изобретателя модель физически реализуемого и работоспособного технического решения должна иметь одно, устойчивое состояние равновесия. Прототип изобретения, описываемый на первом шаге, работоспособен, следовательно, он имеет одно устойчивое состояние равновесия, в котором и находится. Однако прототип обладает нежелательным эффектом. Поэтому устойчивое состояние равновесия должно стать неустойчивым, а прототип (как и мышление изобретателя) должен быть поставлен перед выбором одного из двух других устойчивых состояний равновесия. Такой ситуации соответствует каноническая катастрофа типа сборки Уитни, потенциальная функция которой задается уравнением

$$V(z) = 0,25 z^4 - 0,5 \lambda z^2 - \mu z + C. \quad (3.4)$$

где z - координата состояния, λ и μ - управляющие параметры, C - некоторая постоянная. Величины z , λ и μ пока не определены, а потенциальная функция $V(z)$ определяется с точностью до постоянной C .

Стационарные состояния определяются из условия экстремума потенциальной функции. Взяв первую производную от потенциальной функции по z и приравняв ее нулю, получаем уравнение для определения стационарных точек

$$z^3 - \lambda z - \mu = 0 \quad (3.5)$$

Минимумы потенциальной функции определяют устойчивые точки равновесия, а максимумы - неустойчивые точки равновесия.

Для выбора координаты z рассмотрим второй и третий шаги первой части АРИЗа. На втором шаге из элементов прототипа выбирается конфликтующая пара. На третьем шаге формулируется ТП. Например, возьмем прототипом техническую систему - автобус, и будем считать, что он не обеспечивает хорошего качества перевозки пассажиров. Сформулируем ТП в виде двух условий ТП-1 и ТП-2. ТП-1: если салон автобуса сделать большим (можно длинным или широким), то автобус будет более комфортабельным (положительный эффект), но менее маневренным (отрицательный эффект); ТП-2: если салон маленький, то положительным эффектом будет повышение маневренности, а отрицательным - снижение комфортабельности. Изменяемая часть системы (салон) называется инструментом и вместе с изделием образует конфликтующую пару. Изменяя свои состояния (большой или маленький салон), инструмент обрабатывает изделие (пассажиров - с точки зрения комфортабельности, и окружающий транспорт - с точки зрения маневренности).

Выберем в качестве физического значения координаты z состояние инструмента. В ТП величина z задает конфликтную координату или, по терминологии, принятой в книге [6], величину противоречия. Подходящим выбором управляющих параметров, например, $\lambda < 0$ и $\mu = 0$, добиваемся, чтобы уравнение (3.5) имело один вещественный корень $z = 0$. В этом случае ТП отсутствует, получаем положение до конфликта, уравнение (3.5) отражает состояние прототипа. На рис. 3.3а потенциальная функция прототипа (кривая 1) имеет один минимум, и в этой точке прототип обладает наилучшим качеством работы. Следовательно, значение потенциальной функции $I(z)$ определяет величину нежелательного эффекта. Чем меньше нежелательный эффект, тем выше качество.

Так как качество работы прототипа нас не устраивает, устанавливаем значение управляющего параметра λ положительным ($\lambda > 0$). Состояние равновесия $z = 0$ становится неустойчивым, зато появляются два устойчивых стационарных состояния, дающих два минимума потенциальной функции (1) (кривая 2 на рис. 3.3а). Один минимум соответствует одному состоянию инструмента, а другой - противоположному состоянию инструмента. Качество работы в каждом из

минимумов увеличивается по сравнению с прототипом на величину $0.25\lambda^2$. Таким образом, изобретатель, желая повысить качество, оказывается перед выбором одного из двух, устойчивых состояний равновесия. Поясним смысл выбора графически с помощью кривой катастрофы $\mu_{кр}=\mu_{кр}(\lambda)$.

Кривая катастрофы сборки представляет собой полукубическую параболу с точкой возврата, похожую на клюв птицы (рис.3.3б). Внутри клюва расположена заkritичная область катастрофы, а вне его - докритичная область. Прототип находится в докритичной области катастрофы на оси абсцисс в точке λ_0 (шаг 1 АРИЗа). При увеличении λ состояние равновесия прототипа перемещается по оси абсцисс, и в критической точке ($\lambda_{кр}=0$) возникает техническое противоречие (шаги 2,3). В заkritичной области имеется три состояния равновесия: неустойчивое $z_1=0$, и два устойчивых $z_{2,3} = \pm\sqrt{\lambda}$. Так как параметр λ пропорционален квадрату конфликтной координаты z , то назовем его **мощностью** (или интенсивностью) конфликта по аналогии с электрической мощностью, пропорциональной квадрату напряжения.

Если $\lambda < 0$, то его величина определяет **запас устойчивости** прототипа: чем меньше λ , тем круче наклон ветвей потенциальной функции $V(z)$ (кривая 1 на рис. 3.3а), тем сложнее прототипу выбраться из потенциальной "ямы", а изобретателю - преодолеть психологический барьер в сознании.

На шаге 4 необходимо усилить конфликт путем установления самых крайних состояний инструмента, т.е. установить очень большой (например, длинный) автобус, и очень маленький (короткий) автобус. В модели противоречия это означает, что ТП-1 и ТП-2 максимально обостряют, увеличивая мощность конфликта до величины λ_2 .

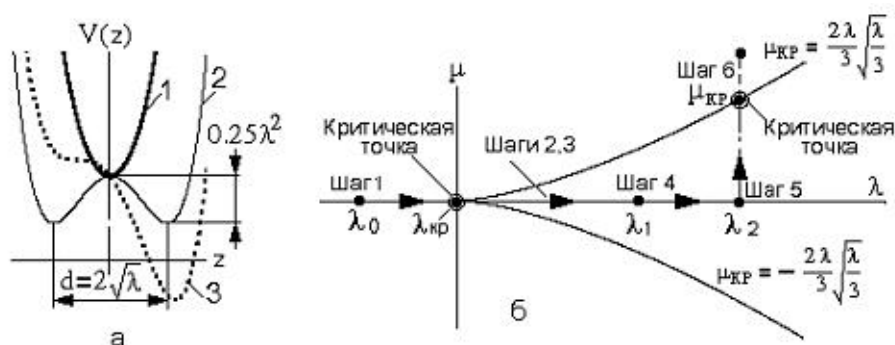


Рис. 3.3. Шаги АРИЗа на потенциальной функции (а) и в пространстве катастроф (б)

Шаг 5 представляет собой выбор одного из двух усиленных противоречий: ТП-1 или ТП-2, т.е. выбор одного из двух состояний инструмента. В пространстве катастрофы выбор производится путем

назначения положительного или отрицательного знаков управляющего параметра μ . Отметим, что при увеличении λ стационарное состояние z пересекает кривую катастроф симметрично именно при $\mu=0$. Если исходно принять $\mu<0$ или $\mu>0$, то модель ТП будет настроена с преобладанием одной из сторон конфликта, и тогда пропадает свойство альтернативности. При $\mu=0$ появляющиеся в окрестности точки бифуркации $\lambda_{кр}=0$ решения уравнения (3.5) $z_{2,3} = \pm\sqrt{\lambda}$ не могут быть разложены в ряд по степеням параметра λ . Следовательно, они зависят от λ не аналитически. Поэтому выбор знака параметра μ зависит от условий на момент бифуркации, никак не определяемых уравнением (3.5). Эти условия находятся в памяти изобретателя, содержат его предыдущий опыт и "пробиваются" из подсознания в сознание в момент бифуркации. Бифуркация неизбежна, поскольку на этом шаге (как и на предыдущем) модель ТП находится в состоянии неустойчивого равновесия. Дальнейшее усиление мощности λ конфликта, т.е. движение состояния равновесия вдоль оси абсцисс (рис.3.3б) невозможно, поскольку уже выбраны предельные состояния инструмента (например, автобус настолько длинный, что он не помещается в гараж, или настолько короткий, что в него не помещается даже один пассажир). Количественное изменение мощности противоречия должно перейти в качественное изменение.

Качественное изменение заключается в том, что ТП наполовину исчезает. На рис.3.3б это изменение показывается стрелкой, направленной вверх от состояния $\lambda=\lambda_2$. При этом выбран параметр $\mu>0$. Этот выбор дает преобладание правого минимума потенциальной функции $V(z)$ (кривая 2), а для примера - очень длинный автобус, поскольку для правого минимума координата z больше, чем для левого. Следовательно, проблема повышения комфортабельности решается, ТП-2 пропадает, остается только ТП-1.

Для разрешения ТП-1 на шестом шаге АРИЗа вводится новый, неизвестный элемент, который Г.С. Альтшуллер назвал X-элементом (икс-неизвестный). Инструмент, изделие и X-элемент образуют триаду, которая подобно треугольнику, дает устойчивое новое решение, т.е. изобретение. Следовательно, на 6 шаге модель ТП должна снова перейти в докритическую область катастрофы, имеющую единственное, физически реализуемое, устойчивое состояние равновесия. На рис.3.3б этот переход показан вертикальной стрелкой, пересекающей кривую катастрофы в точке $\mu=\mu_{кр}$. Параметр μ имеет размерность куба конфликтной координаты z , поэтому модуль $|\mu|$ может быть определен как объем. Значение $|\mu_{кр}|$ при заданной мощности λ определяет **критический объем конфликта**. Отношение $\rho = \lambda / |\mu|$ назовем **плотностью конфликта**. При увеличении $|\mu|$ мощность конфликта λ "размазывается" по большему объему, плотность

уменьшается, и в точке $|\mu|=|\mu_{\text{кр}}|$ конфликт исчезает. Увеличение объема конфликта происходит скачком при введении в модель ТП X-элемента. X-элемент должен иметь некоторое свойство (в АРИЗе это свойство называется вещественно-полевым ресурсом), величина которого определяется величиной модуля параметра μ . Для принятого в примере условия $\mu > 0$ ресурс X-элемента должен быть больше критического объема конфликта. В этом случае левый минимум потенциальной функции исчезает, а правый минимум опускается (кривая 3 на рис.3.3а). Новое решение имеет одно устойчивое состояние равновесия с нежелательным эффектом, меньшим, чем у прототипа.

Отношение $\rho_{\text{кр}} = \frac{\lambda}{|\mu_{\text{кр}}|}$ назовем **критической плотностью конфликта**. Критическая плотность определяет силу решения изобретательской задачи. Чем больше $\rho_{\text{кр}}$, тем сильнее решение, поскольку в соответствии с законами диалектики сильно обостренный конфликт (большая величина λ) ближе к разрешению. Поэтому новое решение задачи, полученное при слабо обостренном конфликте, оказывается сильнее.

Пример. Пусть показатель качества K поездки на автобусе оценивается отношением $K=W/N$, где W - средняя скорость движения, м/с - определяет маневренность, N - среднее число пассажиров на 1 м^2 площади салона автобуса, чел/ м^2 - определяет комфортабельность. Допустим, автобус-прототип имеет длину $z_0=12\text{ м}$ и качество поездки $K=20\text{ м}^3/\text{с}\cdot\text{чел}$. Нежелательный эффект прототипа или величину потенциальной функции $V(z)$ оценим как показатель качества с отрицательным знаком. Чем выше качество, тем меньше потенциальная функция.

Для удобства расчетов переместим начало отсчета конфликтной координаты z в точку z_0 . Тогда выражение (3.4) для потенциальной функции можно записать в виде

$$V(z - z_0) = [0.25(z - z_0)^4 - 0.5(z - z_0)^2 - \mu(z - z_0)]h + C, \quad (3.6)$$

где множитель h , $(\text{м с чел})^{-1}$ введен для выравнивания размерностей между левой и правой частями (3), а величина $C=-K=-20\text{ м}^3/\text{с}\cdot\text{чел}$.

Допустим, что маленький автобус имеет длину $z_1=6\text{ м}$, а большой автобус имеет длину $z_2=18\text{ м}$. Тогда мощность конфликта $\lambda=0.25 \text{ д}^2=0.25(z_2-z_1)^2=36\text{ м}^2$. Определим критический объем конфликта:

$\mu_{\text{кр}} = \frac{2\lambda}{3} \sqrt{\frac{\lambda}{3}} = 83.14\text{ м}^3$. Пусть в результате выбора большого автобуса ($z=z_2=18\text{ м}$) и введения X-элемента с ресурсом $\mu=83.14\text{ м}^3$, качество нового решения стало равным $K_1=30\text{ м}^3/\text{с}\cdot\text{чел}$. Следовательно, потенциальная функция уменьшилась до значения $V(z-z_0)=-30\text{ м}^3/\text{с}\cdot\text{чел}$. Подставляя

найденные значения в (3.6), получаем численное значение множителя $h=0.0121(\text{м с чел})^{-1}$. Критическая плотность конфликта 0.433 м^{-1} .

Новое свойство, которым должен обладать X-элемент для разрешения оставшейся части ТП, находится в последующих частях АРИЗа, в частности, при формировании физического противоречия. Эта задача здесь не рассматривается. Можно только указать, что возможным решением для рассмотренного примера может быть сочлененный автобус ("гармошка"), а X-элементом будет инструмент (салон), только с новым свойством - переменностью длины.

ПРИМЕР

Получим статическую модель для задачи о запайке ампул с лекарством [30], рассмотренную в параграфе 2.3. Диалектико-логическая модель формируется в виде ТП:

Если пламя сильное, то хорошо запаивается ампула, но от нагрева портится лекарство; если пламя слабое, то плохо запаивается ампула, но не портится лекарство. Противоречие разрешается помещением ампул в воду и усилением пламени до максимума.

Для получения статической модели используем катастрофу типа сборки.

Выберем координатой z состояние инструмента, т.е. длину языка пламени. Для численного моделирования примем некоторые гипотетические данные: сильное пламя - длина $z_b=4$ см от горелки до уровня лекарства, слабое пламя - длина $z_m=2$ см от горелки до вершины капилляра, очень слабое пламя $z_{mm}=1$ см, очень сильное пламя $z_{bb}=5$ см, средняя длина пламени в прототипе $z_0=3$ см.

Предположим, что потенциальная функция измеряется в процентах ампул, забракованных по случаю порчи лекарства и плохой запайки. Тогда слагаемые $V(z)$ в уравнении (3.4) должны иметь размерность процентов. Поэтому введем коэффициент пропорциональности d в уравнение (3.4), выравнивающий размерности между сантиметрами и процентами, тогда получим

$$V(z) = (0,25 z^4 - 0,5 \lambda z^2 - \mu z) d + C. \quad (3.7)$$

Расстояние по координате z между минимумами потенциальной функции в катастрофе типа сборки равно $2\sqrt{\lambda} = z_b - z_m = 2$, откуда

$$\lambda = 0.25(z_b - z_m)^2 = 1 \text{ см}^2$$

Для того, чтобы минимумы потенциальной функции находились в точках z_b и z_m , сдвигаем $V(z)$ по оси абсцисс, тогда

$$V(z) = (0,25 (z-3)^4 - 0,5 \lambda (z-3)^2 - \mu (z-3)) d + C. \quad (3.8)$$

Предположим, что до разрешения противоречия ($z=z_0$) прототип имел 6% брака, тогда постоянная $C=6$, параметр $\mu = 0$ из-за отсутствия икс-элемента. Потенциальная функция для этих данных показана на рис.3.4 (кривая 1).

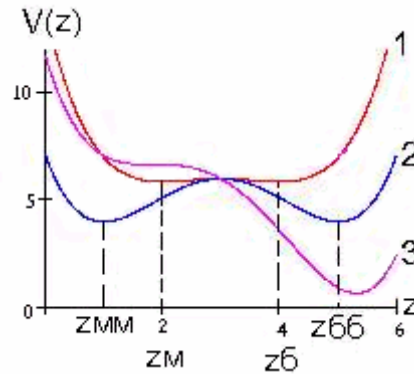


Рис. 3.4. График потенциальной функции для задачи о запайке ампулы

Усиливаем конфликт, выбирая предельные состояния инструмента путем увеличения параметра $\lambda = 0.25(z_{66}-z_{MM})^2 = 4 \text{ см}^2$. Потенциальная функция (кривая 2) остается симметричной, с двумя состояниями устойчивого равновесия, т.е. противоречие не разрешено, однако увеличивается идеальность модели из-за увеличения провалов в устойчивых стационарных точках.

Вводим икс-элемент (дешевый ресурс - воду) путем изменения в модели управляющего параметра μ до исчезновения двух минимумов и максимума и появления одного минимума. В катастрофе типа сборки параметр μ в этом случае должен быть не менее величины $\frac{2\lambda}{3} \sqrt{\frac{\lambda}{3}} = \frac{2 \cdot 4}{3} \sqrt{\frac{4}{3}} = 3.079 \text{ см}^3$. График потенциальной функции после введения икс-элемента отражен кривой 3. Потенциальная функция имеет одно устойчивое состояние равновесия, следовательно, модель может быть реализована. Минимум потенциальной функции наименьший, а положительный эффект - наибольший по сравнению с предыдущими случаями.

Подставляем значение $\mu = \mu_{\text{кр}} = 3.079 \text{ см}^3$, $\lambda = 4 \text{ см}^2$, $z = z_{66} = 5 \text{ см}$ в формулу (3.8), а также предполагаем, что процент брака в результате использования изобретения снизился до 1%. Тогда можно найти численное значение параметра d :

$$1 = (0,25 (5-3)^4 - 0,5 \cdot 4 (5-3)^2 - 3.079 (5-3)) d + 6.$$

Примерно, значение $d = 0.492 \text{ \%/ см}^4$.

В заключение отметим, что полученные статические модели являются одномерными, так как зависят от одной координаты состояния z . Для получения двумерных моделей можно взять двумерные канонические

катастрофы, например, одну из омбилик (табл. 2.2) или две одномерных катастрофы, например, две сборки. Кроме того, существуют и другие статические модели ТП. В частности, в работе [31] в качестве координаты катастрофы используется не состояние инструмента конфликтной пары, а состояние изделия.

3.2. Гомеостатика противоречий

Гомеостаз - свойство любых систем поддерживать динамическое постоянство наиболее важных их параметров в различных условиях. Применительно к структурам управления этот принцип может быть сформулирован как свойство структуры, позволяющее реализовать основные цели функционирования организации в условиях внутренних противоречий и внешних воздействий. Это новое направление в развитии современной взглядов на управление названо гомеостатикой.

Идея гомеостаза принадлежит К. Бернару, получившая дальнейшее развитие в работах У.Б. Кеннона, который в 1929 г. ввел новый термин “гомеостазис” (от греч. *homoios* – подобный и *stasis* – неподвижность) [32].

Около 50 лет назад один из создателей кибернетики нейрофизиолог У.Р. Эшби построил техническую модель системы, способной самостоятельно, по принципу случайного выбора параметров приходить к состоянию равновесия и далее сохранять его. Блоки модели связаны между собой таким образом, что возмущение, изменяющее состояние одного из них, вызывает сдвиги в параметрах других, которые компенсируют происшедшее возмущение и приводят систему в стабильное состояние. Такое целеустремленное поведение системы было названо им *ультрастабильностью*, а модель системы – *гомеостатом*.

Свойство ультрастабильности обеспечивает поддержание переменных состояний гомеостата в заданных пределах. В первоначальной версии, доведенной до технической реализации, гомеостат представлял собой обычную саморегулирующуюся систему, а в последующей версии, изложенной на концептуальном уровне, – уже приспособляющуюся систему. П.К. Анохин назвал эту систему приспособляющимся гомеостатом. “Такая машина, – подчеркивал Н. Винер, – в известной степени может обучаться, т.е. приспособляться формами своего поведения к устойчивому равновесию с окружением”.

Функционально гомеостат представляется в виде системы, которая содержит: исполнительные механизмы, осуществляющие регуляцию гомеостатических параметров; измерительные механизмы, вырабатывающие управляющие воздействия на исполнительные механизмы. Исполнительные механизмы обладают двумя степенями активности: нулевой – бездействие, и максимальной – противодействие нарушениям гомеостаза, вызванным экстремальными возмущающими

факторами внешней среды. Восстановление гомеостаза реализуется по алгоритму регуляции с обратной связью: если в управляющие механизмы поступает измерительная информация о выходе гомеостатических параметров из области гомеостаза, то активизируется структурно-параметрическая перенастройка системы, направленная на компенсацию вызванного нарушения гомеостаза.

Следующий важный шаг в развитии гомеостатики внес С. Бир. Он указал на два новых принципиальных момента: иерархический принцип построения гомеостатических структур для управления сложными объектами и принцип живучести. Бир сделал определенные попытки по использованию некоторых гомеостатических принципов при практической разработке организационных структур управления, где пытался провести некоторые кибернетические аналогии между живой системой и сложным производством.

Качественно новый этап в развитии этого направления наступил после опубликования идей и формальной модели гомеостата отечественным ученым Ю.М. Горским в начале 80-х годов.

Началом формирования гомеостатики можно считать создание Ю.М. Горским и В.И. Астафьевым постоянно действующего семинара “Гомеостатика живых и технических систем”, который в дальнейшем был прикреплен к Совету по автоматизации научных исследований при Президиуме АН СССР. Гомеостатика уже получила определенное признание [33]. Так на VIII международном конгрессе по кибернетике и системам в Нью-Йорке в 1990г. была создана новая секция – “гомеостатика”; вышла коллективная монография “Гомеостатика живых, технических, социальных и экологических систем”, и большая статья о гомеостатике в престижном сборнике “Cybernetics and Applied Systems” (New York, 1992г.).

Судя по его работам, Ю.М. Горский окончил МАИ по системам управления летательными аппаратами, и некоторое время работал там. Затем он оказался в Сибири, в Иркутске, в академическом институте, который занимался проблемами энергетики Восточной Сибири. Там Горский занимался моделированием и управлением в больших системах, включающих в себя тепло- и гидроэлектростанции с их оборудованием и управленческим персоналом, линиями электропередачи и потребителями энергии, т.е. с управлением единой энергетической системой Восточной Сибири. По результатам этой работы он защитил докторскую диссертацию, результаты которой изложены в монографии [6]. В этой монографии он, в частности, занимался противоречиями и их ролью в процессах управления. Он предложил простейшие электрические схемы, моделирующие конфликт между двумя системами. Кроме того,

Ю.М.Горский выявил характерные случаи конфликтного и бесконфликтного взаимодействия между двумя системами и вышел на структуры компенсационных гомеостатов.

Схема электрического аналога гомеостата, который изучал Ю.М. Горский, представлена на рис. 3.5. Рассматривался случай, когда имеется две независимо развивающиеся системы A и B , которые связаны с общим ограниченным ресурсом, их существование определяется питанием от ресурса C . Эти системы не имеют возможности активно взаимодействовать друг с другом (предполагается, что взаимодействие идет только на информационном уровне).

В данном случае возможно несколько вариантов: ресурса C до какого-то момента времени t_0 достаточно для экстенсивного развития систем A и B ; после момента t_0 совместное существование систем A и B возможно только при переходе их на интенсивную форму развития. Однако такой переход требует дополнительных затрат для обеих систем. Отсюда они должны либо пойти на компромисс и принять интенсивную форму развития, т.е. стратегию взаимосогласованных бесконфликтных отношений, либо перейти к прямому конфликту с целью захвата ресурса.

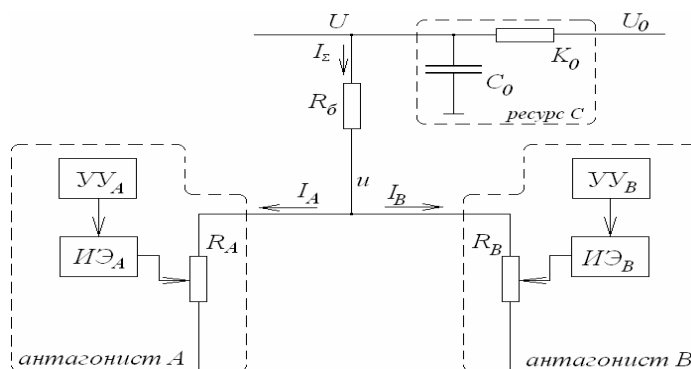


Рис. 3.5. Принципиальная схема отношений антагонистов A и B

Отбор ресурса определяется токами, протекающими в обеих системах $I_A(t)$ и $I_B(t)$. В свою очередь токи определяются управляемыми сопротивлениями R_A и R_B , на величину которых оказывают влияние устройства управления $УУ_A$ и $УУ_B$ через исполнительные элементы $ИЭ_1$ и $ИЭ_2$. Чем сильнее снижается сопротивление R_A , тем больше величина тока протекает через сопротивление левой из ветки гомеостата, т.е. имеют место зависимости:

$$R_A = R_{A0}(1 - k \cdot u_{A2}),$$

$$I_A = \frac{u}{R_A},$$

$$u_{A2} = d \cdot I_A.$$

где R_{A0} – максимальное значение управляемого сопротивления, k, d – коэффициенты пропорциональности.

Указанная зависимость отражает экстенсивный характер развития, соответствующий эффекту положительной обратной связи: чем больше развивается система, тем больше требует она ресурса для поддержания своей жизнедеятельности и функционирования на заданном уровне. Сама динамика развития системы определяется усилительными и инерционными свойствами исполнительных элементов $ИЭ_1$ и $ИЭ_2$ и управляющими воздействиями от $УУ_A$ и $УУ_B$, изменение которых может либо ускорять, либо замедлять процесс развития.

Очевидно, работа с гомеостатами вывела его на медиков и биологов, которые давно занимались процессами гомеостаза в живом организме. В 1998 году вышла основополагающая книга Ю.М.Горского «Основы гомеостатики» [7]. В этой монографии гомеостат определяется как структура управления материальными объектами, содержащая прямые, обратные и перекрестные связи, обеспечивающая в процессе своей работы поддержание гомеостаза. В живых организмах гомеостат в отличие от вещественной единицы жизни - клетки выступает как информационная единица жизни.

3.2.1. Компенсационные гомеостаты Ю.М. Горского

Если рассмотреть весьма упрощенную блок-схему гомеостата (рис.3.6), то она выглядит следующим образом - это двухканальный симметричный гомеостат с тремя контурами управления: основной, осуществляющий непосредственное управление; дополнительной адаптации; защитный. Информационные сигналы x поступают на регулятор-руководитель **Р**, и разделяется им на два симметричных потока, которые направляются через регуляторы-исполнители **И1** и **И2**, находящиеся между собой в конкурентных отношениях, т.е. имеют разные знаки на выходе. Практически это выражается в том, что рабочие точки симметричных регуляторов предварительно разводятся относительно нулевой точки, что создает как бы противоречие между каналами, которое является «горячим резервом» гомеостата. Управление этим резервом, также как и коррекция задания регуляторам, производится регулятором-руководителем. Причем делается это очень «мудро»: во всех режимах поддерживается гомеостаз, и не допускается, чтобы конкуренция

между регуляторами-исполнителями перешла в конфликт, т.е. чтобы один из них начал подавлять другой. «Горячий резерв» вводится только для компенсации больших неожиданных возмущений. Задания между рабочими регуляторами перераспределяется, если функция одного из них начинает снижаться. Подобный механизм действует вплоть до полного отключения одного из них.

Внутри гомеостата действует три иерархических уровня отношений:

- 1 уровень - R1- воздействие исполнителей на объект
- 2 уровень- R2 - взаимодействие между исполнителями
- 3 уровень - R3- воздействие руководителя на исполнителей

Обратим внимание, что отношение R является бинарным, т.е. отношением двух.

Разных типов отношений не так уж и много. На уровне R1 Горский выделяет 4 типа отношений R1: союзнические ($y=y_1+y_2$), конкурентные ($y=y_1-y_2$), партнерские ($y=y_1 \cdot y_2$), нейтральные (каналы разделены и у объекта имеется два выхода, а не один).

На уровне R2 имеется 5 типов отношений: союзнические, конкурентные, партнерские, нейтральные, конфликтные.

На уровне R3 имеется 3 типа отношений: нейтральные, стабилизирующие, дестабилизирующие.

В зависимости от набора различных типов отношений в гомеостате проявляются разные свойства поведения. Горский выделяет 4 основных типа гомеостатов: 1) нормально организованные; 2) с повышенным адаптационным ресурсом; 3) склонные к автоколебаниям; 4) неустойчивые.

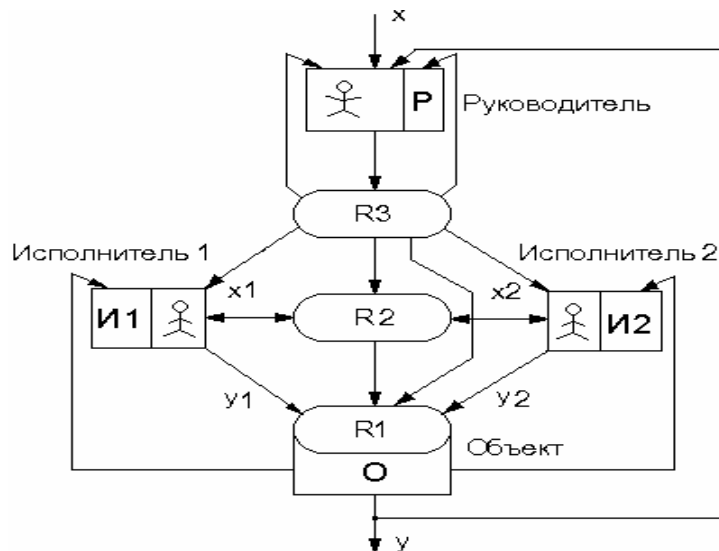


Рис. 3.6. Структурная схема организации простейшего малого коллектива гомеостатического типа

Можно заключить, что Горский предложил модель организации управления: между задающим устройством (руководителем) и объектом управления включаются две противоположно работающих системы-антагонисты, как их называет Горский. Эта модель включает 8 прямых и обратных связей между антагонистами и позволяет создавать чрезвычайно устойчивые системы (даже, *если эти антагонисты изначально сами по себе являются неустойчивыми*). Путем включения или отключения тех или иных связей моделируются различные типы поведения гомеостатов (стереотипы), например, можно моделировать катастрофу, коллапс, шок, паралич, проникновение вируса в организм, и т.п. медицинские патологии.

Ю.М. Горский сформулировал постулаты (более 40), определяющие условия существования гомеостатов в природе и обществе. Первые три из них, наиболее интересные для систем управления, гласят следующее:

Постулат 1. *Два антагониста, как устойчивые, так и неустойчивые, а также их комбинация (один устойчивый, второй неустойчивый) могут быть объединены в устойчивую систему, если выполняются необходимые и достаточные условия для их "склеивания".*

Постулат 2. *В качестве необходимого условия такого "склеивания" является "зеркальное" объединение антагонистов, чтобы для каждого антагониста его "зеркальный" оппонент образовывал цепь обратной связи. В результате получается структура, обладающая, как бы, двойной отрицательной обратной связью; всего может быть восемь способов "склеивания" антагонистов, удовлетворяющих этим условиям.*

Постулат 3. *Достаточными условиями "склеивания" является выполнение трех требований: - асимметрия параметров антагонистов не должна превышать определенного предела асимметрии; - асимметрия*

заданий, прикладываемых к потенциальным антагонистам не должна превышать определенного предела асимметрии; - степень неустойчивости потенциальных антагонистов не должна превышать определенного критического значения.

Как указывает Горский, постулаты - это такие заключения, которые в рамках предлагаемой теории не могут быть доказаны. А постулаты эти получены им в результате моделирования склеивания антагонистов, одна из схем склеивания приведена на рис. 3.7. Эта схема называется Горским примитивной, потому что в ней не разделяются информационные и энергетические (у Горского называются материальные, и это правильно) связи. Действительно, сигнал y_1 , подаваемый на вход антагониста 2, несет энергию и информацию, также как и сигнал y_2 , подаваемый на вход антагониста 1.

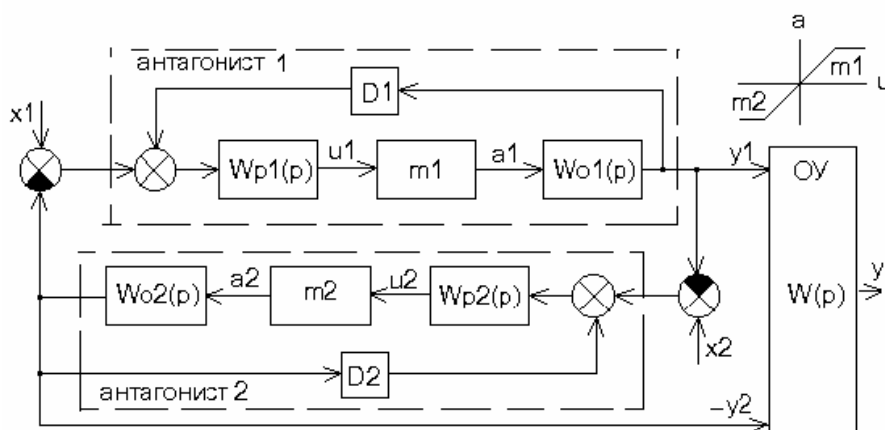


Рис. 3.7. Примитивный способ склеивания антагонистов

На рис.3.7. антагонисты имеют передаточную функцию объекта в виде инерционного звена, т.е. $W_o(p)=1/(1+T_o \cdot p)$ и передаточную функцию действующего механизма в виде ПИ-регулятора, т.е. $W_p(p)=k+1/(T_p \cdot p)$. Усилитель учитывается коэффициентом m . Обратная связь (положительная или отрицательная) определяется коэффициентом деления D . Действия исполнительных механизмов ограничены, т.е. усилители имеют насыщение (характеристика в правом верхнем углу рис.3.7). Таким образом, передаточная функция антагониста записывается в виде

$$W_a(p) = \frac{W_o(p) \cdot W_p(p)}{1 \pm W_o(p) \cdot W_p(p) \cdot m \cdot D}.$$

При моделировании выявляются области успешного склеивания антагонистов в зависимости от набора параметров, например, от потолка ограничения m и несимметрии по параметрам: $T_{o1}/T_{o2} < 1$, а также несимметрии по входам: $x_1/x_2 < 1$.

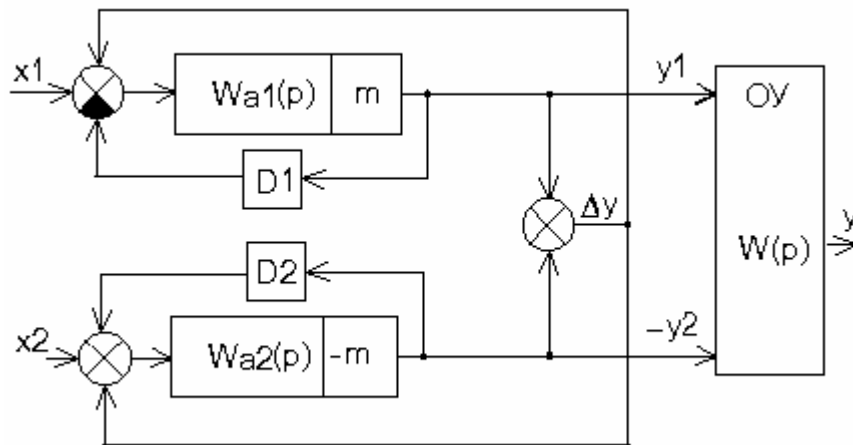


Рис. 3.8. Пример склеивания антагонистов на информационном уровне

Вторая возможная схема склеивания антагонистов (на информационном уровне) представлена на рис.3.8.

В этом случае симметрирование выходов антагонистов производится путем измерения их дисбаланса $\Delta y = y_1 - y_2$ и передачи сигнала Δy на входы антагонистов по цепям обратной связи. Обратим внимание, что сигнал Δy считается чисто **информационным**, т.е. **сигналом**, не несущим силовой энергетики, как и любой сигнал ошибки, который мал по величине в хорошо работающей системе. Есть и другие информационные схемы склеивания: по дисбалансу на входе, перекрестные.

Надо отметить, что математического анализа устойчивости гомеостатов у Горского нет, хотя он указывает, что это возможно сделать, используя те, или иные критерии устойчивости.

Моделирование патологических гомеостатов достигается тем, что в схемах склеивания гомеостатов включаются и отключаются различные ключи (рис.3.9).

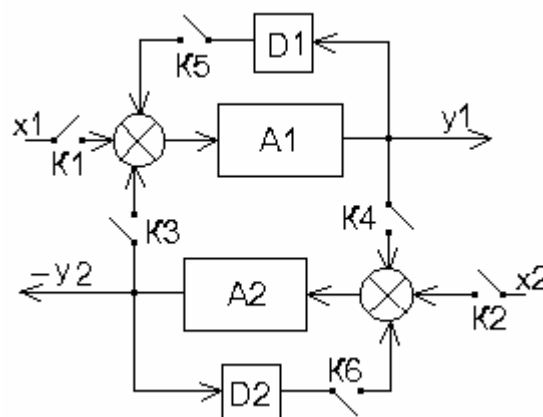


Рис. 3.9. Расположение ключей, имитирующих разрывы структуры гомеостата

Кроме того, Горский предлагает оценивать энергию, приобретаемую или выделяемую антагонистами, в случае их расщепления на две независимых части. Энергия антагониста определяется по формуле:

$$\mathcal{E} = k \cdot T_{\Xi} \cdot V^2,$$

где k -коэффициент пропорциональности, T_{Ξ} - эквивалентная постоянная времени антагониста, V - скорость разлетания антагонистов. Эта формула эквивалентна формуле кинетической энергии движущейся частицы

$$\mathcal{E} = k \cdot m \cdot V^2,$$

где m - масса частицы, а постоянная времени инерционных объектов всегда пропорциональна их массе.

Скорость разлетания, как и любая скорость, есть отношение $V = \Delta x / \Delta t$, где Δx определяется как острота противоречия $\Delta x = x_1 - x_2$, где x_1 и x_2 рассматриваются как входы антагонистов при взаимодействии друг с другом, т.е. конфликтные координаты. Острота противоречия, таким образом, задает как бы "разнос" координат по оси x . Следовательно, получаем, что энергия расщепления пропорциональна квадрату остроты противоречия.

На основании своей теории Горский построил несколько моделей, имитирующих распад СССР, принципы управляемой конкуренции, модель всемирной экологической катастрофы, которая показывает, что перед лицом экологической угрозы человечеству необходимо объединиться, отбросив политические и экономические противоречия.

3.2.2. Компенсационные гомеостаты из двумерной производящей катастрофы

Ю.М. Горский разработал общую теорию компенсационных гомеостатов, но их математического анализа не привел. Он выдвинул только целый ряд постулатов, которые, по всей видимости, получил в результате обширного математического моделирования на ЭВМ. Поэтому математический анализ по его постулатам необходимо делать каждый раз, когда выбирается та или иная модель моделирования противоречий, например. Математически не описана общность, так как постулат все-таки словесная формулировка. В этом смысле математический аппарат теории катастроф позволяет такую общность иметь. В некотором смысле теория катастроф математически конкретизирует гомеостатику.

Действительно, та или иная каноническая катастрофа моделирует многие системы, у которых одинаковое число состояний равновесия до и

после катастрофы, и их качество одинаковое. Например, катастрофа типа «сборки» в нашем сознании разделяет два каких-то понятия. Одно понятие – в одной потенциальной яме мышления, а другое – в другой. Мы эти понятия потому и различаем между собой, что они отделены друг от друга потенциальным барьером психологической инерции.

Возьмем изобретательскую задачу об автобусе из параграфа 3.1.2., статическая модель которой задается катастрофой типа «сборки».

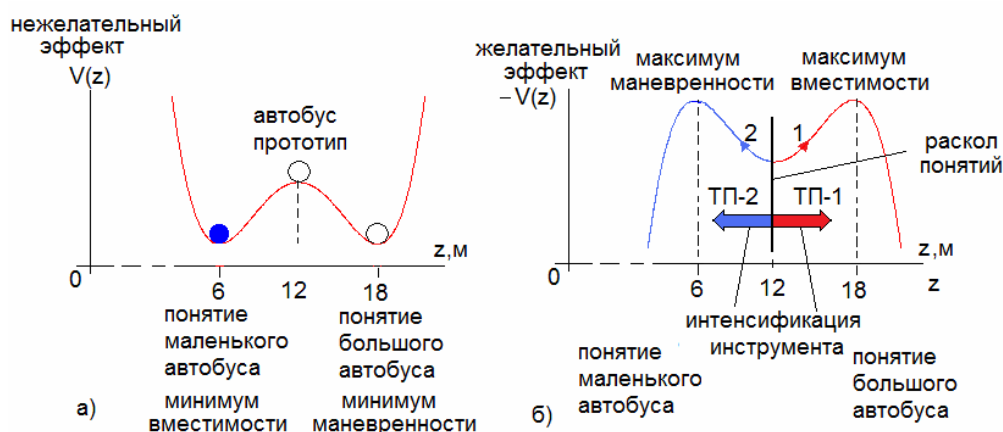


Рис. 3.10. Графики нежелательного (а) и желательного эффектов (б)

Потенциальная функция представлена графиком на рис. 3.10. На рис. 3.10а приведен график нежелательного эффекта, а на рис. 3.10б – график желательного эффекта. График желательного эффекта получается инверсией из графика нежелательного эффекта, т.е. присвоением отрицательного знака. Автобус-прототип имеет салон длиной 12 м. При формировании ТП-1 и ТП-2 путем интенсификации инструмента в мышлении решателя задачи происходит раскол понятий маленького и большого автобуса. В ТП-1 происходит увеличение длины салона от 12 до 18 метров, а в ТП-2 происходит уменьшение длины салона от 12 до 6 метров. При интенсификации координата z длины салона изменяется. Уравнение для $z(t)$ получим, считая противоречие градиентной системой, стремящейся к максимуму положительного эффекта или минимуму нежелательного эффекта. Потенциальная функция задается выражением (3.6)

$$V(z - z_0) = [0.25(z - z_0)^4 - 0.5(z - z_0)^2 - \mu(z - z_0)]h + C,$$

где для упрощения записи введем координату $q = z - z_0$. Тогда получим

$$V(q) = [0.25q^4 - 0.5q^2 - \mu q]h + C.$$

Находим антиградиент потенциальной функции и правниваем его скорости изменения координаты

$$KT \frac{dq}{dt} = KT \dot{q} = -\frac{\partial V(q)}{\partial t} = -gradV(q) = -q^3 + \lambda \cdot q + \mu, \quad (3.9)$$

где T - постоянная времени, учитывающая инерционность мышления изобретателя, K -масштабирующий множитель, λ - мощность конфликта, μ - объем внешнего ресурса, решающего задачу.

Дифференциальное уравнение (3.9) называется одномерной динамической моделью технического противоречия. Оно задает движение инструмента при его параметрической интенсификации. Параметром является его длина $z = q + z_0 = q + 12$. Моделирование этого уравнения в Матлабе приведено в параграфе 2.4.4. Графики изменения координаты $z(t)$ подобны графикам изменения координаты $x_1(t)$ на рис.2.38. Одна координата задает график увеличения длины от 12 метров до 18 м, а другая – уменьшение длины от 12 до 6 метров. Перед началом моделирования приводится масштабирование. Устанавливаются начальные условия $12 \pm \Delta l$, где Δl - некоторое малое приращение длины, например, $\Delta l = 0.01 \cdot 12 = 0.12$ м, т.е. на модель одного антагониста устанавливается начальное условие 12,12 м, а на модель другого антагониста 11.88 м. Так как постоянная времени психологической инерции изобретателя T может быть неизвестна, то моделирование проводят при относительном времени, считая, что $T = 1$ с. Коэффициент K определяется через известное значение параметра h .

Двухмерная динамическая модель противоречия в виде компенсационного гомеостата может быть получена двумя способами. Например, можно использовать двумерную катастрофу типа «омбилик» (табл. 2.2) или взять 2 одномерных катастрофы: две складки, две сборки или складку и сборку и т.п. Рассмотрим первый способ, т.е. выберем каноническую катастрофу (назовем ее производящей) типа «гиперболическая омбилика» коранга 2, потенциальная функция которой задается выражением

$$V(x,y) = x^3 + y^3 - axy + bx + cy, \quad (3.10)$$

где x и y - координаты состояния катастрофы, a, b, c - управляющие параметры.

Приравнивая антиградиент потенциальной функции вектору скоростей координат x и y , получаем систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = -(3x^2 - ay + b), \quad \dot{y} = -(3y^2 - ax + c), \quad (3.11)$$

Рассмотрим собственное движение. При $b=c=0$ имеем

$$\dot{x} = -3x^2 + ay, \quad \dot{y} = -3y^2 + ax, \quad (3.12)$$

Пусть $x=-z$, тогда, подставляя $x=-z$ в (3.12), получаем уравнения для координат,

$$\dot{z} = 3z^2 - ay, \quad \dot{y} = -3y^2 - az, \quad (3.13)$$

и для потенциальной функции,

$$V(y,z) = y^3 - z^3 + ayz. \quad (3.14)$$

Приравнивая левые части уравнений (3.13) нулю, находим физически реализуемые и устойчивые состояния равновесия (при $a > 0$): $y_{уст} = a/3$, $z_{уст} = -a/3$. Система (3.13) уравнений задает двухмерную динамическую модель технического противоречия.

Покажем, что производящая катастрофа типа «гиперболической омбилики» дает динамическую модель, эквивалентную модели развития популяций.

Предположим, что конфликтующие части ТП при собственном движении развиваются во времени антисимметрично [8], каждая по своей логистической кривой. Логиста (или S-кривая) моделирует, в частности, закон размножения и гибели популяций и является решением уравнения Ферхюльста-Перла (параграф 2.6)

$$\dot{u} = -mu^2 + nu, \quad \dot{w} = mw^2 + nw, \quad (3.15)$$

где u и w – относительные координаты, задающие эволюцию конфликтующих сторон, m и n – коэффициенты рождаемости и смертности. Первое уравнение системы (3.15) предназначено для координаты $u > 0$, второе уравнение – для координаты $w < 0$. Свойство антисимметричности задается уравнением

$$w = -u. \quad (3.16)$$

Относительная координата получается путем деления абсолютной координаты на модуль ее установившегося значения при собственном движении. Тогда, приравнивая левые части уравнений (3.15) нулю, получим устойчивые стационарные точки собственного движения: $u_{уст} = n/m = +1$, $w_{уст} = -n/m = -1$. Относительность координат позволяет сравнивать по величине конфликтующие части ТП, имеющие различную физическую природу.

Физически количество особей в популяции, точность системы, быстроедействие не могут быть отрицательными. Поэтому знак «минус» приписывается координате условно, чтобы показать, что ее развитие противоположно развитию другой координаты.

При подходящем выборе коэффициентов уравнения (3.13) и (3.15) эквивалентны. Действительно, если каждое из уравнений (3.15) поделить на m и умножить на 3, тогда, с учетом того, что $w = -u$, получим

$$3\dot{u}/m = -3u^2 - aw, \quad 3\dot{w}/m = 3w^2 - au \quad (3.17)$$

где $a = 3m/n = 3$. Левую часть (3.13) для выравнивания размерностей умножаем на KT :

$$KT \dot{z} = 3z^2 - ay, \quad KT \dot{y} = -3y^2 - az \quad (3.18)$$

При $KT = 3/m$, $u \equiv y$, $w \equiv z$, (3.17) и (3.18) полностью эквивалентны. Движение (3.17), (3.18) при эволюции по многообразию $z = -y$ является двумя раскалывающимися логистами (рис.3.11, точечные кривые 1 на этапе обострения конфликта). Будем считать, что $KT = 1$, т.е. системы (3.17) и (3.18) записаны в относительном времени. Кроме того, из условия $u \equiv y$, $w \equiv z$ следует, что u и z – также относительные координаты, тогда их установившееся значения равны соответственно 1 и -1. Эта ситуация проявляется при полной антисимметрии конкурентов и при отсутствии внешних воздействий на гомеостат.

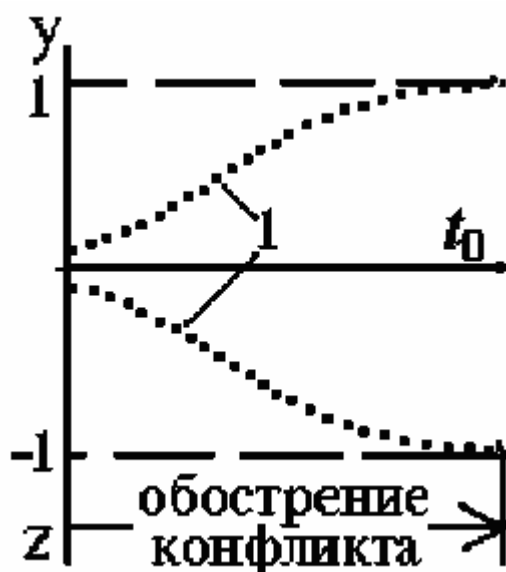


Рис. 3.11. Инвариантное поведение на стадии обострения конфликта

Оценка конкурентной ситуации

Система уравнений (3.15) совместно с уравнением многообразия (3.16) обладает избыточностью. Таким образом, математика подсказывает, что эта система уравнений описывает явление гомеостаза, важнейшим свойством которого является избыточность.

Степень гомеостаза (избыточность, острота борьбы антагонистов) в общем случае зависит от структуры перекрестных связей. Однако в системах (3.13) и (3.15) реализован так называемый инвариант компенсационного гомеостата, у которого степень гомеостаза не зависит от структуры перекрестных связей.

Используя условие $y = -z$, из (3.18) можно получить еще две модели инварианта

$$\dot{z} = -3zy - ay, \quad \dot{y} = 3yz - az \quad (3.19)$$

$$\dot{z} = 3y^2 - ay, \quad \dot{y} = -3z^2 - az \quad (3.20)$$

Легко показать, что системы (3.19) и (3.20) полностью эквивалентны системам (3.13) и (3.15), хотя структура перекрестных связей у всех инвариантов различна, а в системе (3.15) и вовсе отсутствует. Следовательно, перекрестные связи при собственном развитии конфликта взаимно компенсируются. Именно в этом смысле можно утверждать, что собственное движение всех гомеостатов является инвариантом по отношению к их структуре, к потерям энергии и информации в борьбе антагонистов. Количественной оценкой инварианта является величина потенциальной функции (3.14) производящей катастрофы в установившемся режиме собственного движения $V_{уст}(y,z) = -1$, которая задает начало отсчета.

При вынужденном движении гомеостатов под действием внешнего возмущения проявляется различие структуры, что показало моделирование систем уравнений (3.15), (3.18), (3.19), (3.20). Схема моделирования стереотипного поведения типа «конкуренция» приведена на рис. 3.12.

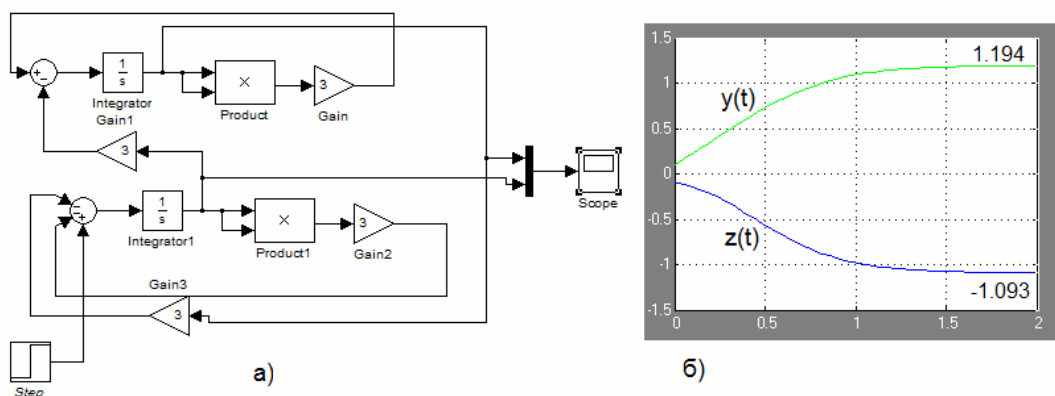


Рис. 3.12. Моделирование конкуренции: а) схема, б) графики антагонистов

Возмущающий входной сигнал в виде единичного ступенчатого воздействия подавался на канал y . Начальные условия $y(0)=0.1$, $z(0)=-0.1$, $a=3$, $b=0$, $c=-1$. Потенциальная функция $V(y,z)$ рассчитывалась по (3.10) с учетом $x=-z$. Результаты моделирования представлены в табл.3.1.

Таблица 3.1. Оценка стереотипов поведения

№ п /	стереотип поведения	модель гомеостата	$V_{уст}$	$y_{уст}$	$z_{уст}$
1	компромисс	уравнения (3.19)	-1.963	1.333	-1.0
2	безразличие	уравнения (3.15)	-2.037	1.264	-1.0
3	конкуренция	уравнения (3.18)	-2.101	1.194	-1.093
4	конфронтация	уравнения (3.20)	$-\infty$	$-\infty$	∞

Из табл. 3.1 следует, что входной сигнал снижает потенциальные функции всех гомеостатов по сравнению с инвариантом. Поэтому антагонисты вынуждены за счет запаса начальных условий бороться за «выживание». Острота борьбы характеризуется снижением потенциальной функции относительно инварианта. Наиболее острая борьба характерна для 4-го стереотипа поведения (рис.3.13в), которая приводит гомеостат к неустойчивости и гибели, т.е. к разрешению противоречия. Другой крайний случай – 1-й стереотип (рис.3.13а), когда конфликтующие стороны идут на частичный компромисс, что позволяет добиться наименьшего снижения потенциальной функции по сравнению с другими стереотипами.

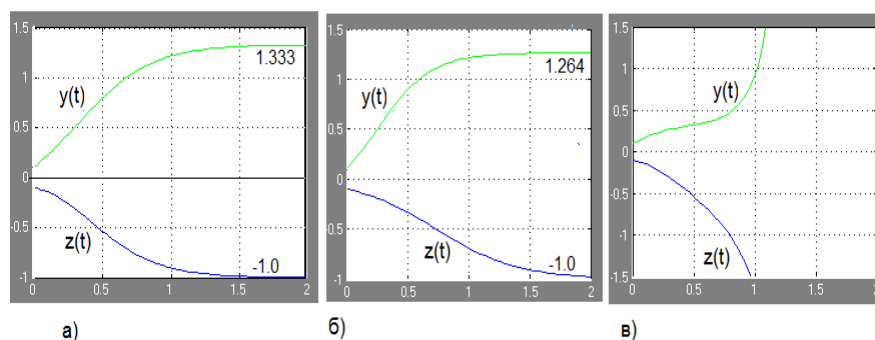


Рис. 3.13. Графики моделирования: а) компромисса, б) безразличия, в) конфронтации

Очевидно, что по мере решения по АРИЗу изобретательская задача проходит последовательно все стадии обострения – от первой до четвертой, а в сознании изобретателя происходит перестройка структуры гомеостата противоречия. Потенциальная функция (или нежелательный эффект) снижается. Разрешение противоречия, или рождение нового изобретения, означает изменение инварианта гомеостата – переход на согласованное собственное движение по многообразию $y=z$. При вынужденном согласованном движении стереотипы поведения становятся партнерскими и союзническими.

Синтез простых моделей гомеостатов

Используя канонические катастрофы, можно получать модели, отражающие основные стереотипы поведения взаимодействующих систем. Порядок синтеза моделей следующий:

8. Выбираем одну из канонических катастроф коранга 1 для моделирования одной системы или катастрофу коранга 2 для моделирования двух систем. Для большего числа систем можно взять несколько производящих катастроф коранга 1 и 2.
9. Считая системы градиентными, находим антиградиенты потенциальных функций и приравниваем их вектору скоростей координат. Получаем систему дифференциальных уравнений.
10. Находим параметры уравнений, обеспечивающие устойчивое собственное движение (или неустойчивое – для моделирования расходящихся процессов).
11. Переходя к зеркальному ($z=-y$) или прямому ($z=y$) отображениям, получаем инварианты стереотипов поведения соответственно конфликтных и согласованных взаимодействий.

12. Для численной оценки взаимодействий определяем начало отсчета потенциальной функции как установившееся значение потенциальной функции инварианта производящей катастрофы.
13. Для численной оценки вынужденного взаимодействия используем полное выражение потенциальной функции производящей катастрофы.

Рассмотрим пример синтеза гомеостата с двумя уровнями иерархии как модель малого коллектива (рис.3.14).

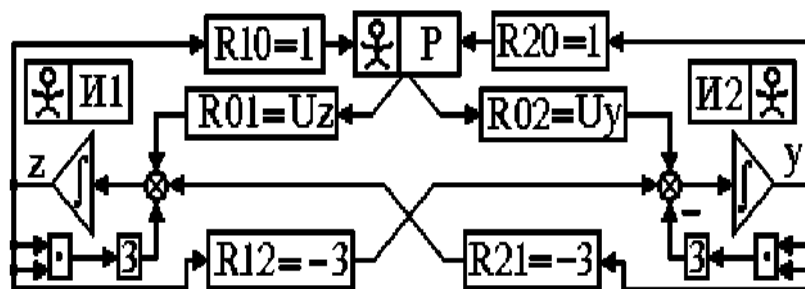


Рис. 3.14. Структура простейшего двухуровневого гомеостата

Нижний уровень представлен исполнителями И1 и И2 (терминология Ю.М. Горского), между которыми существует стереотип – конкуренция, задаваемая отношениями R12 и R21. Верхний уровень представлен руководителем Р, между которым и исполнителями И1, И2 существуют стереотипы взаимодействий, определяемые отношениями R10, R01 и R20, R02.

В теории управления И1 и И2 являются каналами с перекрестными связями, а Р – регулятором, генерирующим управления U_z и U_y . В АРИЗе исполнителями являются противоположные стороны ТП, а руководителем – Х-элемент, разрешающий противоречие.

Синтезируем гомеостат, в котором руководитель разрешает максимально обострившийся конфликт между исполнителями. Этап обострения конфликта (рис. 3.11) моделируем уже рассмотренными уравнениями (3.18) производящей гиперболической омбилики. В конце этапа $y=+1$, $z=-1$. На этом этапе руководитель не участвует.

На этапе разрешения конфликта в качестве производящей катастрофы используем «эллиптическую омбилику» с потенциальной функцией

$$V(x, y) = y^3 - 3x^2 y + a(x^2 + y^2) + by + cx .$$

После приравнивания антиградиента потенциальной функции и вектора скоростей координат x и y , получаем систему уравнений собственного ($b=c=0$) движения координат

$$\dot{x} = 6xy - 2ax, \dot{y} = -3y^2 + 3x^2 - 2ay. \quad (3.21)$$

Назначая $a=1.5$, получаем устойчивое равновесие в точке $y=0, x=0$, поскольку задачей управления является перевод координаты y в 0. При $y=-z$ из (3.21) получаем уравнения для зеркальной системы

$$\dot{x} = -6xz - 3x, \dot{z} = 3z^2 - 3x^2 - 3z. \quad (3.22)$$

Подставляем $y=0.5(y-z)$ в первое уравнение системы (3.21), а $z=0.5(z-y)$ в первое уравнение системы (3.22), находим инвариант первого уравнения (3.21) и (3.22)

$$\dot{x} = 3xy - 3xz - 3x. \quad (3.23)$$

Таким образом, система уравнений

$$\dot{x} = 3xy - 3xz - 3x, \dot{z} = 3z^2 - 3x^2 - 3z, \dot{y} = -3y^2 + 3x^2 - 3y \quad (3.24)$$

задает движение гомеостата на этапе разрешения конфликта.

Синтезируем управление Uy и Uz , переводящее гомеостат (3.18) на движение по уравнениям (3.24) из условия тождественности уравнений (3.18) и (3.24) для y и z :

$$\dot{z} = 3z^2 - 3y + Uz = 3z^2 - 3x^2 - 3z, \dot{y} = -3y^2 - 3z + Uy = -3y^2 + 3x^2 - 3y$$

откуда

$$Uz = -3x^2 + 3(y - z), Uy = -Uz = 3x^2 - 3(y - z). \quad (3.24)$$

Первое слагаемое $\pm 3x^2$ можно назвать «мягкой» или динамической частью управления, так как его генерирует 3-е уравнение системы (3.24), имеющее собственную динамику. Если начальное условие $x(t_0)$ выбрать нулевым, где t_0 – начало разрешения конфликта, то «мягкого» управления не будет, и под действием «жесткого» управления $\pm 3(y-z)$ конфликтные координаты движутся по быстро сходящимся логистам (точечные кривые 2 на рис. 3.15). При $|x(t_0)| \neq 0$ конфликт спадает медленнее (сплошные кривые 3 на рис. 3.15). Чем больше $|x(t_0)|$, тем больше конфликт затягивается. При $|x(t_0)| \geq 0.627$ гомеостат неустойчив, кривые расходятся. Следовательно, изменяя $x(t_0)$, можно изменять качество переходных процессов, т.е. моделировать стиль руководства при разрешении конфликта.

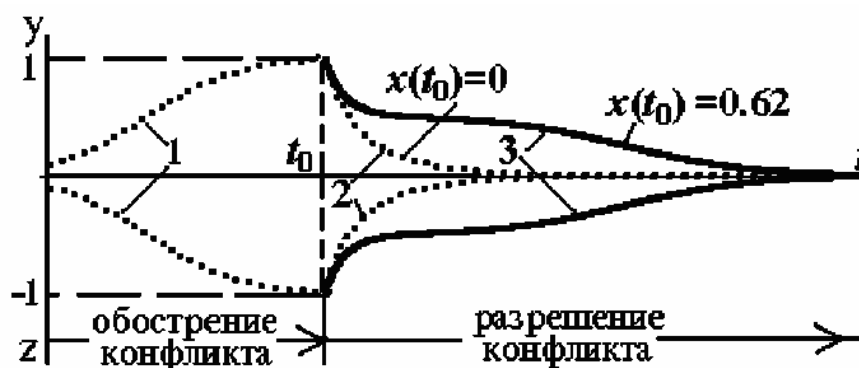


Рис. 3.15. Эволюция конфликта

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

Степень гомеостаза можно количественно оценить изменением установившегося значения потенциальной функции производящей катастрофы.

Теория катастроф и стереотипы поведения диалектически тесно связаны. Катастрофы задают эволюцию состояний равновесия, на которые «навешивается» динамика переходных процессов. Стереотипы поведения — притяжение и отталкивание для примитивных систем, конкуренция, сотрудничество, компромисс, подчинение и т.п. для более развитых систем — задают опорные точки, градации конфликтного и согласованного взаимодействий. Класс математического аппарата соответствует классу описываемого процесса, поэтому и модели получаются простыми — на уровне параметров порядка.

3.2.3. Динамический вепольный анализ в АРИЗ

В этом параграфе рассматривается связь между вепольным анализом и первой частью АРИЗ, в которой формируется модель изобретательской задачи в виде технического противоречия. Процесс получения нового в виде X-элемента рассматривается с точки зрения саморазвивающихся систем, характерных для живых организмов. Мышление как психологический процесс является также и биологическим процессом, поэтому для моделирования мышления в ходе решения задачи используются биологические аналоги, в частности, эмбриональное развитие, рождение и т.п. Новая информация рождается в единстве и борьбе антагонистов, образующих техническое противоречие.

Математической моделью этого процесса является компенсационный гомеостат.

Напомним, что вепольный анализ является самостоятельным инструментальным средством в ТРИЗ, а в АРИЗ был добавлен на шаге 1.7 примерно в 1989 году [13].

На этом шаге АРИЗ начинает использовать стандарты на решение изобретательских задач и вепольный анализ, поэтому логический скачок на этом шаге наиболее велик. Действительно, стандарты и вепольный анализ, возможно, равносильны АРИЗу, поэтому существуют объективные трудности встраивания одного инструментального средства в другое.

В результате решения задачи по первой части АРИЗ до шага 1.6. включительно задача является нестандартной, новой для изобретателя, а шаг 1.7 позволяет находить стандартные решения в нестандартных задачах. Очевидно, что после шага 1.6 в модели задачи содержатся вещества и поля, необходимые для вепольного анализа.

Действительно, имеется определение [13]: "Веполь включает в себя изделие, инструмент и энергию (поле), необходимую для действия инструмента на изделие". С другой стороны, модель задачи на шаге 1.6 содержит три объекта: изделие, инструмент и Х-элемент, необходимый для разрешения технического противоречия. Сравнение этих двух триад позволяет сделать вывод, что Х-элемент является полем.

В связи с этим возникают два вопроса:

К какому виду энергии можно отнести поле Х-элемента?

Какое место в вепольной структуре занимает это поле?

Х-элемент является некоторым неизвестным, изменением вообще, позволяющим решить нашу задачу, т.е. он дает новый результат. Когда Х-элемент становится известным, тогда в сознании изобретателя появляется новое решение. Следовательно, Х-элемент должен быть информационным полем психологической энергии.

Борьба противоположных свойств конфликта рождает новое знание, которое развивается внутри технического (или физического) противоречий. Следовательно, информационное поле должно возникнуть и развиваться внутри вепольной структуры. Г.С. Альтшуллер указал место внутреннего поля в структуре веполя, например, в задаче 12 [1]. В задаче 12 извлекают клин, состоящий из двух частей, одна из которых выполнена из материала с низкой температурой плавления. Вепольная структура этой задачи приведена на рис. 3.16.

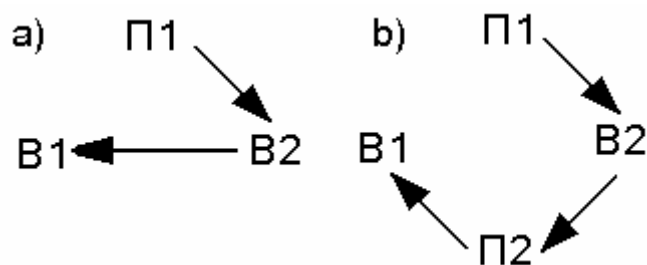


Рис. 3.16. Вепольная структура для задач на построение систем

На рис. 3.16 введены следующие обозначения: П1- тепловое (входное) поле, П2 - механическое (внутреннее) поле, В2- вещество с низкой температурой плавления. Г.С. Альтшуллер дает два эквивалентных варианта веполь (*a* и *b* на рис.3.16). Впоследствии веполь обычно изображался в первом варианте (*a*), т.е. в том, в котором входные и выходные поля явно выражены. Тогда эти поля могут вводиться, изменяться, отыскиваться, а взаимосвязь между веществами В1 и В2 изображалась без внутреннего поля П2.

Таким образом, место информационного поля Пинф., как внутреннего в структуре веполь, может быть определено на месте П2 (рис. 3.17). На рис. 3.17 веполь не имеет входных и выходных полей, его развитие представляет собой двухстороннюю обостренную борьбу, в которой удары наносятся информацией, энергией и, возможно, веществом. Назовем такую структуру саморазвивающимся веполем. Саморазвитие характерно присутствием положительной обратной связи, которая обостряет борьбу антагонистов. Толчком для начала борьбы является начальное информационное поле прототипа, т.е. не веполь (или неполный веполь: Пинф. +В). Вещества В1 и В2 являются противоположными свойствами технического противоречия, например, производительность и точность при обработке, маневренность и комфортабельность для транспорта, чувствительность и диапазон измерений для датчиков (в целом, см. таблицу выбора приемов устранения технических противоречий [13])



Рис. 3.17. Саморазвивающийся веполь

Достижение общих целей путем взаимной борьбы называется гомеостазом. Гомеостат как структура разворачивается из моно-системы в

би-систему с инверсными характеристиками. Би-система формируется веществами В1 и В2 саморазвивающегося веполья. Следовательно, саморазвивающийся веполь является ячейкой памяти, которая аккумулирует стандартный ответ на стандартную ситуацию. Модель задачи на шаге 1.6 АРИЗа является такой стандартной ситуацией. Распад саморазвивающегося веполья разрешает противоречие, в результате появляется одно из возможных стандартных решений.

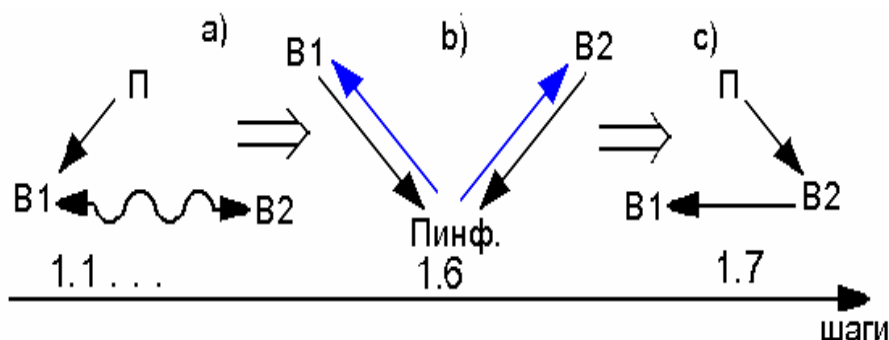


Рис. 3.18. Развитие вепольной структуры в первой части АРИЗ

В ходе решения задачи от шага 1.1 к шагу 1.7 можно получить последовательность развития вепольных структур, представленную на рис.3.18.

Прототип обладает нежелательным эффектом, поэтому в его веполе (рис. 3.18а) представлено вредное взаимодействие между веществами В. Если прототип является работоспособной системой, его веполь полный. Следующей стадией является саморазвивающийся веполь (рис. 3.18б). Стандартное решение представляется конечным веполем (рис. 3.18с).

Возможно существование и промежуточных стадий, например, разрушение прототипа в неполный веполь между первой и второй стадиями развития.

Вепольные преобразования отражают генеральную схему преобразования веществ и полей АРИЗом (рис.3.19).

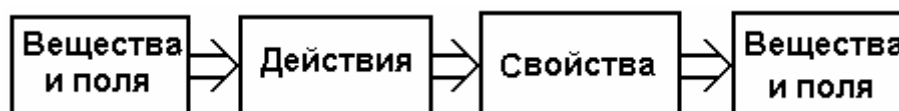


Рис. 3.19. Генеральная схема преобразования веществ и полей

Входные **вещества** и **поля** прототипа преобразуются в **действия** конфликтной пары (полезное и вредное действия инструмента на изделие). **Действия** преобразуются в противоположные **свойства** технического (или физического) противоречия. **Свойства** конвертируются

в выходные **вещества** и **поля** нового решения, причем эти выходные **вещества** и **поля** определяются **Х-элементом**.

Интересно отметить двойственность Х-элемента. Существуют две формулировки модели задачи (на шаге 1.6):

" Дана конфликтная пара и техническое противоречие. Необходимо **ввести** Х-элемент ..." и т.д. [13, с.110];

" Дана конфликтная пара и техническое противоречие. Необходимо **найти** Х-элемент ..." и т.д. [13, с.330] .

Х-элемент в первой формулировке является **внешним** объектом для модели задачи. Он вводится в модель для разрешения противоречия и является структурно известным объектом, поскольку определено его место в пространстве вепольной структуры. Такая формулировка в вепольном анализе характерна для задач на построение систем.

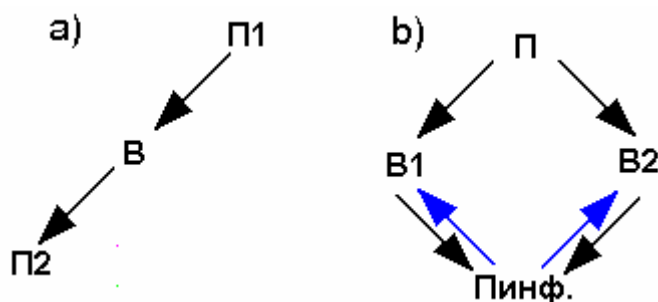


Рис. 3.20. Веполь для задач на обнаружение: а) стандартная модель, б) гомеостатическая модель

Во второй формулировке Х-элемент является **внутренним** объектом в модели задачи. Он должен быть найден, так как его внутренняя сущность пока неизвестна. Такая формулировка в вепольном анализе характерна для задач на обнаружение систем. В этом случае универсальная схема Г.С. Альтшуллера (см. рис.3.16б) также годится для структуры веполя, только необходимо добавить определенную связь (рис. 3.20b).

На рис.3.20 введены следующие обозначения: П1,В - обнаруживаемое поле или вещество, П2- выходное поле, воспринимаемое человеком, П- входное информационное поле прототипа, Пинф. - информационное поле Х-элемента, В1 и В2 - противоположные свойства технического противоречия. Выходное поле Пинф. гомеостатической модели должно быть обнаруживаемым и воспринимаемым одновременно, поскольку это необходимо для запоминания информационного поля Х-элемента. Вещества В1 и В2 формируют гомеостат памяти.

Задача на разрушение вепольной структуры также строится на базе задачи на обнаружение (рис.3.21).

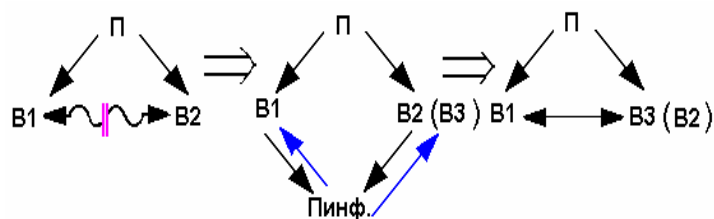


Рис. 3.21. Преобразование веполей в задаче на разрушение

Информационное поле X-элемента должно давать знание вещества В3.

Одновременное представление вепольных структур в первой и второй формулировках приводит к преобразованному саморазвивающемуся веполю (рис. 3.22). Информационное поле Пинф. X-элемента становится одновременно вводимым и обнаруживаемым, входным и выходным, т.е. внешним и внутренним. Обратная связь преобразуется во внешнюю и отрицательную связь.

Начальным условием и ядром кристаллизации для информационного поля X-элемента является информационное поле прототипа. Оба поля аккумулируются в одной ячейке памяти, или, лучше сказать, что поле прототипа перерождается в поле X-элемента.

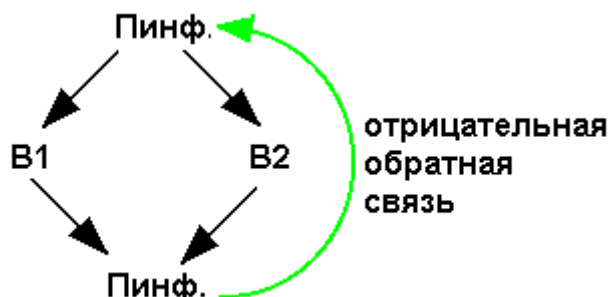


Рис. 3.22. Преобразованный саморазвивающийся веполь

Следовательно, веполь проходит две стадии развития:

а) эмбриональный рост (или "беременность" веществ В1 и В2).

Информационное поле Пинф. созревает в подсознании изобретателя. Оно внутреннее, ненаблюдаемое и не обнаруживаемое. Структура веполя на этой стадии приведена на рис.2.15.

б) рождение и существование X-элемента.

Информационное поле пробивается в сознание изобретателя. Оно рождается, т.е. информация замыкается в кольцо по обратной связи между сознанием и подсознанием. В этом случае информационное поле является

как внутренним, так и внешним. Психологическая энергия рожденного информационного поля умиротворяет борьбу между "родителями" (веществами В1 и В2), так как обратная связь стала отрицательной и демпфирующей гомеостаз. Противоречие погибает, получается новое решение. Структура такого вепоя приведена на рис.3.22.

Для моделирования саморазвивающегося вепоя используем производящую катастрофу типа «гиперболическая омбилика». Динамическая модель представлена системой уравнений с антисимметричными координатами

$$K \frac{dx}{dt} = -3xy - ay + c, \quad (3.26)$$

$$K \frac{dy}{dt} = 3xy - ax - b, \quad (3.27)$$

$$x = -y. \quad (3.28)$$

Эти уравнения с точностью до обозначений совпадают с системой (3.19) из параграфа 3.2.1.

С другой стороны, система уравнений (3.26), (3.27), (3.28) описывает компенсационный гомеостат с потенциальной функцией

$$U(x,y) = -x^3 + y^3 + axy - cx + by. \quad (3.29)$$

Эти уравнения используются для моделирования двух стадий саморазвития вепоя.

Моделирование стадии эмбрионального роста

Пусть координата $y(t)$ представляет эволюционное развитие вещества В1, а противоположная координата $x(t)$ будет представлять развитие вещества В2. Предположим [10], что величины $y(t)$ и $x(t)$ развиваются в сознании изобретателя диссимметрично, т.е. $y(t) = -x(t)$ и $y(t) > 0, x(t) < 0$. Отрицательность координаты $x(t)$ имеет условный характер. Она только показывает, что когда одна координата, например точность, растет, тогда другая координата, например, производительность убывает.

Теперь определим величины управляющих параметров a, b, c . На этой стадии саморазвивающийся веполь реализует свободное собственное движение от ненулевых начальных условий, поэтому входные параметры c в (9) и b в (10) равны нулю. Тогда уравнения (3.26), (3.27), (3.28) образуют однородную систему уравнений (система Лотки-Вольтерра с антисимметричными координатами [9])

$$K \frac{dx}{dt} = -3xy - ay, \quad x(0) = -y(0) < 0, \quad (3.30)$$

$$K \frac{dy}{dt} = 3xy - ax, \quad y(0) = -x(0) > 0, \quad (3.31)$$

где $x(0), y(0)$ - начальные условия.

Найдем состояния равновесия и определим их устойчивость. Легко показать, что система уравнений (3.30), (3.31) имеет два состояния равновесия:

Первое состояние $x_1 = 0, y_1 = 0, U(x_1, y_1) = 0$,

Второе состояние $x_2 = -a/3, y_2 = a/3, U(x_2, y_2) = -a^3/27$.

Для $a > 0$ первое состояние равновесия неустойчивое, а второе - устойчивое. Для $a < 0$ первое состояние равновесия устойчивое, а второе - неустойчивое.

Выберем условие $a > 0$ потому, что величина x должна быть отрицательной, да и величина нежелательного эффекта $U(x_2, y_2)$ во втором состоянии равновесия меньше, чем в первом состоянии равновесия. Следовательно, можно сказать, что первое неустойчивое состояние $[x_1, y_1]$ равновесия будет представлять состояние прототипа с большим значением нежелательного эффекта, а второе состояние $[x_2, y_2]$ тогда будет устойчивым состоянием равновесия нового решения с меньшим значением нежелательного эффекта.

Результаты моделирования системы (3.30), (3.31) приведены на рис.3.23.

Развитие веществ B1 и B2 во времени образует положительную и отрицательную S-кривые соответственно. Нежелательный эффект $U(x, y)$ убывает по мере развития S-кривых. S-кривые аппроксимируются логистами. Например, подстановка $x = -y$ в (3.31) дает

$$K \frac{dy}{dt} = -3y^2 + ay, \quad y(0) > 0 \quad \text{или} \\ \frac{dy}{dt} = -(3/K)y^2 + (a/K)y, \quad y(0) > 0 \quad (3.32)$$

где $3/K = m$ - коэффициент рождаемости новых идей, $a/K = n$ - коэффициент смертности старых идей.

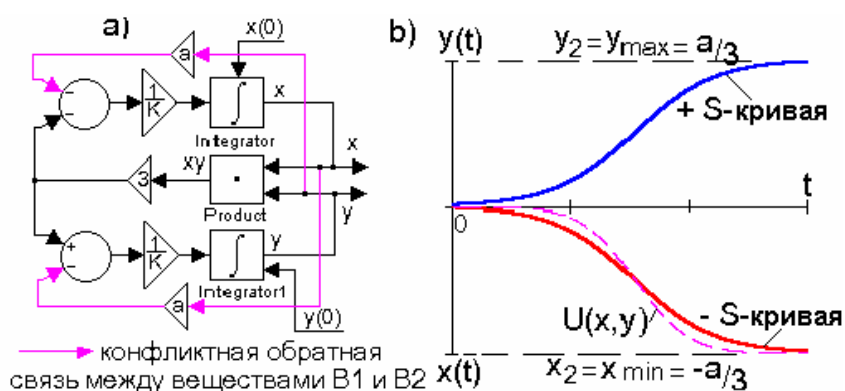


Рис. 3.23. Результаты моделирования стадии эмбрионального роста: а) схема модели веполь; б) развитие веществ B1 и B2

Отношение K/a имеет размерность времени и является постоянной времени $T=1/n$, характеризующей психологическую инерционность мышления. Коэффициент a имеет размерность конфликтной координаты y (или x), причем $a = 3\lambda^{1/2}$, где величина $\lambda = (n/m)^2$, и в параграфе 3.1.2 определена как конфликтная мощность или мощность конфликта. Конфликтная мощность λ оценивает способность изобретателя усиливать конфликт.

Отношение $I = n/m$ может быть названо **идеальностью** мышления. Подстановка T и λ в (3.31) дает уравнение

$$T \, dy/dt = -\lambda^{-1/2} y^2 + y, \quad y(0) > 0 \quad \text{или} \\ T \, dy/dt = -I^{-1} y^2 + y, \quad y(0) > 0. \quad (3.33)$$

Следовательно, развитие веполь определяется психологическими характеристиками мышления (I и T), а также информацией от прототипа (начальные условия $y(0)$, $x(0)$).

Энергетический баланс на стадии эмбрионального роста

Уравнения (3.26), (3.27), (3.28) описывают эволюцию веществ $B1$ и $B2$ в потенциальном психологическом поле. Например, для координаты y можно записать

$$K \, dy/dt = K \cdot V_y = F(x, y, a) = -\partial U(x, y)/\partial y, \quad (3.34)$$

где $F(x, y, a)$ - сила психологического сопротивления, $V_y = dy/dt$ - скорость изменения координаты y , K - коэффициент психологического сопротивления, $U(x, y)$ - потенциал психологического поля или потенциальная энергия мышления. Уравнение типа (3.34) описывает движение материальной точки в вязкой среде. Такой материальной точкой является веполь (рис.3.24).

Коэффициент психологического сопротивления влияет на конфликтную мощность, так как $\lambda^{1/2} = K/3T$. Увеличение психологического сопротивления усиливает конфликт.

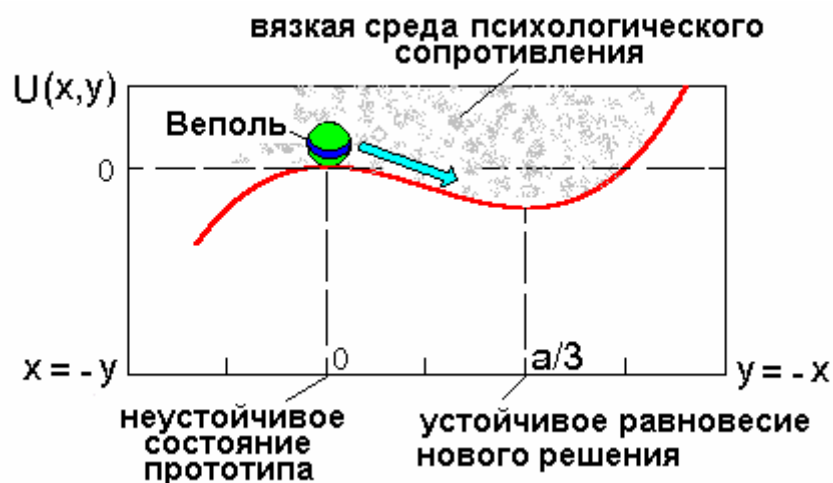


Рис. 3.24. Развитие веполя в вязкой среде психики

Будем считать, что суммарная психологическая энергия мышления, по крайней мере, в процессе решения задачи, остается постоянной в соответствии с законом сохранения энергии. Тогда закон сохранения можно записать в виде

$$P(x,y) = U(x,y) + H(x,y) = \text{Const}, \quad (3.35)$$

где $P(x,y)$ - суммарная психологическая энергия задачи, $U(x,y)$ - потенциальная энергия мышления, $H(x,y)$ - кинетическая энергия гомеостаза веществ B1 and B2.

Следовательно, энергия гомеостаза равна

$$H(x,y) = \text{Const} - U(x,y). \quad (3.36)$$

Потенциальная энергия определяется уравнением (3.29) с точностью до постоянного слагаемого:

$$U(x,y) = -x^3 + y^3 + axy + D.$$

где D - аддитивная константа.

График изменения энергии гомеостаза можно построить только качественно, так как величины параметров a , D и Const неизвестны. Однако масштабирование катастрофы для конкретной задачи позволяет найти величины этих параметров, при которых можно построить кривую изменения информационного эффекта (пример масштабирования катастрофы в параграфе 3.2.1). Например, если выбрать следующие значения: $D = 1$, $\text{Const} = 0.9$, $a = 3$, мы получим кривые изменения энергии, представленные на рис.3.25.

Кривая $H(x,y)$ является аналогом изменения экономического эффекта на этапах развития технических систем [3]. Аналогичная кривая представлена на рис. 2.58 (нижний график). На первом этапе энергия

гомеостаза отрицательная, так как вещества B1 and B2 борются с психологическим сопротивлением мышления, с психологической инерцией. Для гомеостата B1 и B2 эта борьба является внешней, т.е. борьбой с внешней помехой. Взаимная, внутренняя борьба веществ B1 и B2 начинается на втором этапе, когда преодолено психологическое сопротивление. Информационный эффект X-элемента становится положительным. В конце третьего этапа наступает максимум конфликта, т.е. X-элемент готов к рождению.

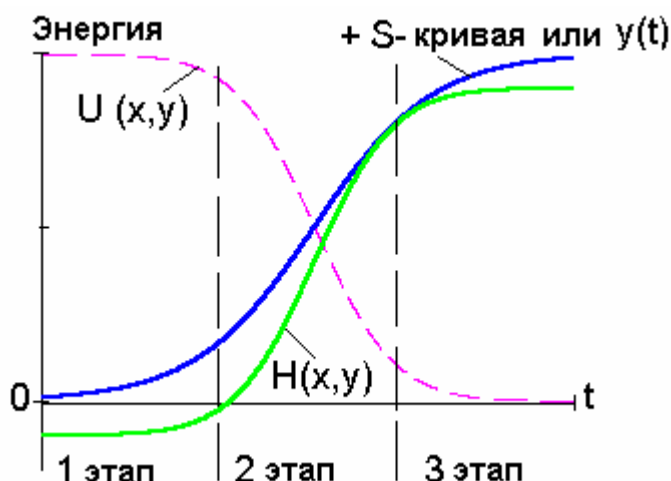


Рис. 3.25. Изменение энергии веполя на стадии эмбрионального роста: $U(x,y)$ - потенциальная энергия или нежелательный эффект, $H(x,y)$ - энергия гомеостаза или информационный эффект.

Моделирование стадии рождения и существования

При максимальном обострении конфликта, когда нежелательный эффект достигает минимума, а информационный эффект - максимальный, рождается X-элемент. Уравнение гиперболической омбилики "терпит" математическую катастрофу. Это значит, что мы должны задать новые значения управляющих параметров в уравнениях, описывающих развитие веполя.

Выберем в уравнениях (3.26), (3.27), (3.28) критическое значение параметра $a=0$, так как появление X-элемента разрешает конфликт, и конфликтная мощность λ становится нулевой ($a = 3\lambda^{1/2}=0$):

$$K \frac{dx}{dt} = -3xy + c, \quad (3.37)$$

$$K \frac{dy}{dt} = 3xy - b, \quad (3.38)$$

$$x = -y. \quad (3.39)$$

Для определения значений управляющих параметров b и c используем уравнения ферментативной кинетики [34]. Обратимая химическая реакция двух реагентов X и Y записывается в виде



Такая реакция относится к бимолекулярным, так как две молекулы X и Y обратимо превращаются в одну молекулу Z . Скорость реакции пропорциональна концентрациям реагентов в соответствии с законом сохранения масс. Например,

$$d[Y] / dt = -k_1 [X] [Y] + k_{-1} [Z], \quad (3.41)$$

$$d[X] / dt = -k_1 [X] [Y] + k_{-1} [Z], \quad (3.42)$$

$$d[Z] / dt = k_1 [X] [Y] - k_{-1} [Z], \quad (3.43)$$

где $[X]$, $[Y]$, $[Z]$ - концентрации реагентов X, Y, Z соответственно, k_1 и k_{-1} - коэффициенты прямой и обратной реакций.

Воспользуемся уравнениями (3.42) и (3.43) в дальнейшем, но при подстановке $[X] = -[Y]$ и $[Y] = -[X]$ в (3.42), которая позволяет получить уравнение для $[Y]$:

$$d[Y] / dt = k_1 [X] [Y] - k_{-1} [Z]. \quad (3.44)$$

Далее подставляя $[X] = x/v$, $[Y] = y/v$, $[Z] = z/v$, получаем систему

$$dx/dt = - (k_1/v) xy + k_{-1} z, \quad (3.45)$$

$$dy/dt = (k_1/v) xy - k_{-1} z, \quad (3.46)$$

$$dz/dt = (k_1/v) xy - k_{-1} z, \quad (3.47)$$

где v - объем среды вязкого сопротивления.

Аналоговая схема модели вепоя, составленная по уравнениям (3.45), (3.46), (3.47), приведена на рис. 3.26.

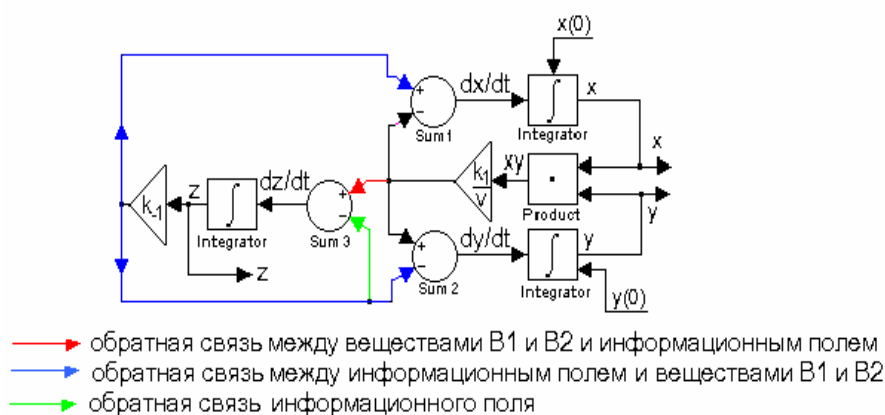


Рис. 3.26. Схема модели вепоя.

Сравнение систем уравнений (3.37), (3.38), (3.39) и (3.45), (3.45), (3.45) позволяет сделать следующие выводы:

Появляется третья координата z для описания развития X-элемента.

2. Управляющие параметры b и c должны быть равны следующим величинам

$$b = c = Kk_1z, \quad (3.48)$$

$$\text{и} \quad k_1/v = 3/K. \quad (3.49)$$

Уравнения (3.45), (3.46), (3.47) формируют систему с обратной связью. Действительно, координата z отражает свойство информационного поля, и она же является входным сигналом для веществ В1 и В2 (по голубым стрелкам на рис. 3.25 и 3.26). Одновременно произведение xu является входным сигналом для информационного поля (красная стрелка на рис. 3.25 и 3.26). Таким образом, система информационно и энергетически замыкается.

Уравнения (3.45), (3.46) могут быть также получены из уравнений (3.30), (3.31) подстановкой $y = -z$ и $x = z$, что означает остановку взаимной борьбы между веществами В1 и В2, (разрыв лиловых цветных стрелок на рис. 3.27), но при этом генетическая память "родителей" остается в их совместном произведении - их "ребенке", новорожденном X-элементе. Этой генетической памятью в X-элементе является блок математического произведения xu . Следовательно, не только взаимная борьба, но и единство противоположностей осуществляются через черные стрелки на рис. 3.27a,b.

Отметим отсутствие борьбы между веществами В1 и В2 после рождения X-элемента. Они свою борьбу переносят на X-элемент и сопротивляются ему через красную стрелку на рис. 3.27b. А X-элемент воюет с ними через синие стрелки. Он их примиряет, разрешает противоречие, и тогда вещества В1 и В2 идут навстречу друг другу.

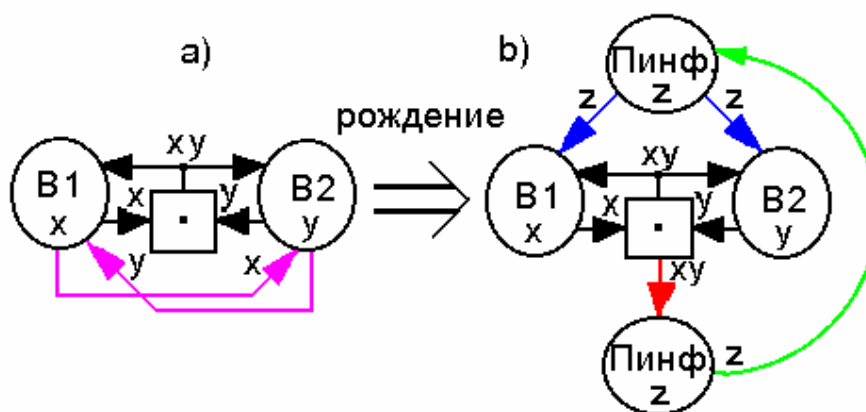


Рис. 3.27. Структура вепольных преобразований: а) эмбриональная стадия.
б) стадия рождения и существования

Интересно также отметить следующее существенное совпадение. В.Фей впервые [35] использовал знак точки в структуре веполя (рис.3.28).

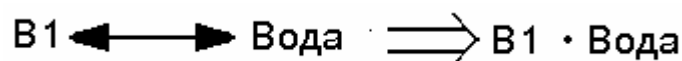


Рис. 3.28. Веполь максимального взаимодействия

На рис.3.28 точка означает максимальное взаимодействие: химическая реакция между веществом B1 и водой дает новое вещество. В то же время точка в квадратике на рис. 3.27 означает самое настоящее математическое умножение. Свойства веществ (или их нормированные величины [10]) могут быть перемножены. Общим для структур на рис. 3.27 и 3.28 является то, что в результате максимального взаимодействия рождается новое вещество или поле. Поэтому вполне справедливо математики называют результат умножения произведением.

Результаты моделирования веполя приведены на рис. 3.29 (обе стадии). Графики на рис. 3.29а и 3.20b отличаются знаком X-элемента, который задается при выборе главного производственного процесса на шаге 1.4 АРИЗа. Последовательная совокупность знаков перед шестью слагаемыми в правой части уравнений (3.45), (3.46), (3.47) задает то или иное развитие веполя после рождения X-элемента.

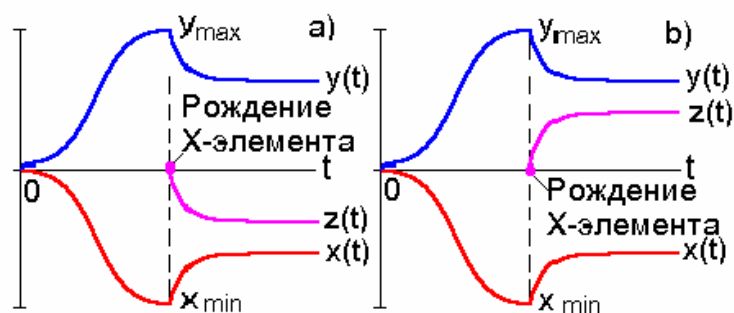


Рис. 3.29. Частичное решение задачи

Например, сейчас в уравнениях записана последовательность знаков $- , +, +, -, +, -$. Такая последовательность приводит к графику на рис. 3.29а. Последовательность $-, -, +, +, -, -$ дает графики на рис. 3.29б. Такие графики означают неполное, частичное решение задачи. Например, структура веполя уже определена, но не найден вид поля, или техническое противоречие уже разрешено, а физическое - еще нет. При этом между X-элементом и веществами B1, B2 устанавливается динамическое равновесие, в общем случае, не нулевого уровня, так как в уравнениях (3.45), (3.46), (3.47) записана реверсивная реакция. Высота уровня равновесия зависит от психологического сопротивления, мощности конфликта и других коэффициентов в уравнениях (3.45), (3.46), (3.47).

Другие последовательности знаков разрушают динамический баланс. Например, последовательность $-, -, +, +, -, +$ обостряет противоречия после рождения X-элемента (рис.3.30а).

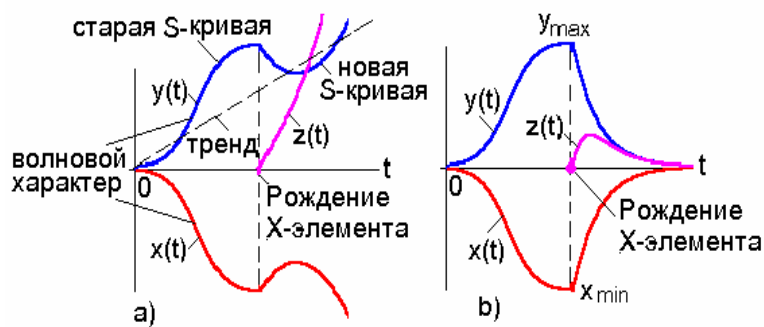


Рис. 3.30. Обострение (а) и разрешение (б) противоречия

Рис. 3.30а демонстрирует волновую природу цепочки противоречий Г.С.Альтшуллера: от административного к техническому и физическому противоречиям. Старая S-кривая разрушается, а относительно тренда начинает подъем новая S-кривая. Последовательность $-, +, +, -, -, -$ дает разрешение противоречий, т.е. полное решение задачи (рис. 3.30б). Реакция становится нереверсивной, так как обратная связь через красную стрелку на рис.3.27б изменяет свой знак на противоположный и становится

отрицательной, поэтому развитие противоречия носит затухающий характер.

Построим графики изменения потенциальной и кинетической энергии для этого случая.

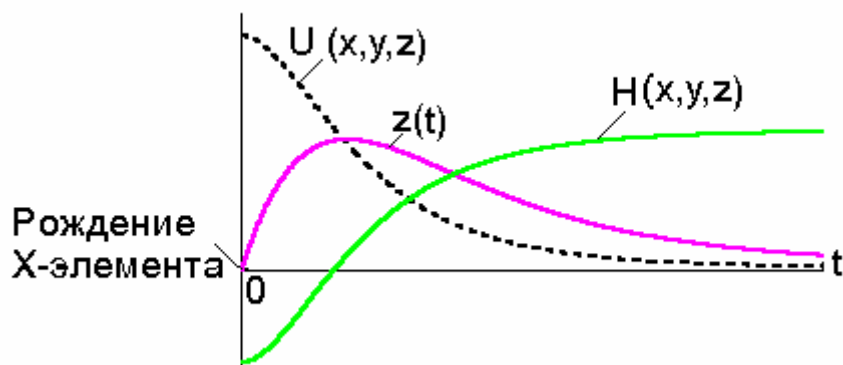


Рис. 3.31. Изменение энергии веполь на стадии рождения и существования

На рис. 3.31 обозначены: $U(x,y,z)$ - потенциальная энергия или нежелательный эффект, $H(x,y,z)$ - кинетическая энергия или полезный эффект. Потенциальная энергия определяется выражением (3.29) с точностью до постоянного слагаемого D

$$U(x,y,z) = -x^3 + y^3 - Kk_{-1}zx + Kk_{-1}zy + D.$$

Следовательно, кинетическая энергия определяется выражением

$$H(x,y,z) = \text{Const} - U(x,y,z).$$

Волна возрастающих противоречий и конечного разрешения конфликта может быть получена путем подходящего выбора управляющих параметров и начальных условий в системах уравнений (3.20), (3.31) и (3.45), (3.46), (3.47).

Сделаем некоторые выводы по полученным результатам.

1. Замкнутый обратной связью веполь демонстрирует единство трех основных задач вепольного анализа: построение, разрушение, обнаружение (измерение).
2. X-элемент является информационным полем: его энергия зависит от информации о прототипе и от психологических характеристик мышления изобретателя, т.е. идеальности и инерции.
3. Математическая модель веполь представляет компенсационный гомеостат, который накапливает энергию информационного поля. Максимальное обострение противоположных свойств приводит

гомеостат в очень неравновесное состояние. Это неравновесное состояние является необходимым признаком самоорганизации, самозарождения нового знания. Разрушение гомеостата дает новое решение задачи.

4. Моделирование показало, что кривая изменения кинетической энергии X-элемента полностью аналогична известной кривой изменения экономического эффекта. Кривая изменения потенциальной энергии показывает уменьшение нежелательного эффекта.
5. Математические модели улучшают теорию решения изобретательских задач и прокладывают путь к задачам искусственного интеллекта.

3.2.4. Компенсационные гомеостаты из двух одномерных производящих катастроф

В параграфе 3.2.2 рассматривалась динамическая модель технического противоречия, полученная из производящей катастрофы типа «гиперболическая омбилика». Катастрофа и модель являются двухмерными. Модель дает 4 стереотипа отношений между конкурентами (таблица 3.1.): компромисс, безразличие, конкуренция, конфронтация. Там же отмечено, что можно получать динамические модели ТП из двух одномерных катастроф. Возникает вопрос, в чем отличие модели из производящей двумерной катастрофы и двух одномерных?

Как показывает моделирование, две одномерных катастрофы, имеющие большое число управляющих параметров, позволяют получить модели с большим количеством стереотипов поведения.

Рассмотрим двухмерную динамическую модель ТП в виде двух канонических катастроф типа сборки.

Пусть координата z характеризует развитие одной стороны противоречия, например вместимости, применительно к задаче об автобусе, а координата y характеризует развитие другой стороны противоречия, например, маневренности. Тогда потенциальная функция для координаты z определяется из таблицы 2.2.

$$V_z(z) = 0.25z^4 - 0.5\lambda \cdot z^2 - \mu \cdot z, \quad (3.59)$$

а дифференциальное уравнение собственного движения ($\mu=0$) координаты в относительном времени ($T=1$) получаем из (3.9)

$$\dot{z} = -z^3 + z. \quad (3.60)$$

Примем условие, что одна координата положительная, например, $z > 0$, а другая координата отрицательная, $y < 0$. Физически свойство маневренности, количественно измеряемое средней скоростью на городском маршруте или радиусом циркуляции транспортного средства, не может быть отрицательным. Поэтому отрицательный знак приписывается условно, тогда координаты противоречия развиваются в противоположные стороны. В этом случае потенциальная функция для координаты y записывается в виде

$$V_y(y) = 0.25y^4 - 0.5\lambda \cdot y^2 + \mu \cdot y. \quad (3.61)$$

Так как координаты z и y характеризуют одно и то же противоречие, то мощность λ и объем μ конфликта для них приняты одинаковыми.

Будем считать, что при собственном развитии обе координаты остаются строго антисимметричными (зеркальными), т.е. $y = -z$. Тогда система уравнений, описывающая собственное развитие противоречия в относительных времени и координатах ($\lambda=1$), имеет вид

$$\dot{z} = -z^3 + z, \quad \dot{y} = -y^3 + y, \quad y = -z, \quad z > 0. \quad (3.62)$$

Заметим, что физически $z \neq 0$ и $y \neq 0$, так как существующий автобус какими-нибудь ненулевыми маневренностью и вместимостью обладает, поэтому состояния $z=y=0$ являются точками неустойчивого равновесия. Точки устойчивого равновесия: $z_{уст}=1$, $y_{уст}=-1$. В этих точках потенциальные функции (3.59) и (3.61) имеют минимум, равный -0.25 (при $\mu=0$).

В системе (3.62), заменяя поочередно и симметрично z на $-y$, а y на $-z$, получаем еще 7 систем уравнений (операция "склеивания"):

$$\dot{z} = -z^3 - y, \quad \dot{y} = -y^3 - z, \quad z(0) = -y(0) > 0, \quad (3.63)$$

$$\dot{z} = z^2 y + z, \quad \dot{y} = y^2 z + y, \quad z(0) = -y(0) > 0, \quad (3.64)$$

$$\dot{z} = z^2 y - y, \quad \dot{y} = y^2 z - z, \quad z(0) = -y(0) > 0, \quad (3.65)$$

$$\dot{z} = -y^2 z + z, \quad \dot{y} = -z^2 y + y, \quad z(0) = -y(0) > 0, \quad (3.66)$$

$$\dot{z} = -y^2 z - y, \quad \dot{y} = -z^2 y - z, \quad z(0) = -y(0) > 0, \quad (3.67)$$

$$\dot{z} = y^3 + z, \quad \dot{y} = z^3 + y, \quad z(0) = -y(0) > 0, \quad (3.68)$$

$$\dot{z} = y^3 - y, \quad \dot{y} = z^3 - z, \quad z(0) = -y(0) > 0. \quad (3.69)$$

Системы уравнений (3.63) - (3.69) образуют модели компенсационных гомеостатов с перекрестными связями. Через

перекрестные связи антагонисты борются между собой, расходуя энергию и информацию.

Модели гомеостатов (3.62) - (3.69) имеют разную структуру перекрестных связей, а в гомеостате (3.62) она и вовсе отсутствует, однако они описывают одно и то же движение. Именно в этом смысле можно утверждать, что собственное движение всех гомеостатов является **инвариантом** по отношению к их структуре, к потерям энергии и информации в борьбе антагонистов. Количественной оценкой инварианта являются величины потенциальной функции антагонистов в установившемся режиме $V_{уст}(z) = V_{уст}(y) = -0.25$, которые задают начало отсчета, так как потенциальная функция всегда определяется с точностью до аддитивной константы.

При вынужденном движении гомеостатов проявляется различие структуры, что показало моделирование систем уравнений (3.62) - (3.69) при $z(0) = -y(0) = 0.1$.

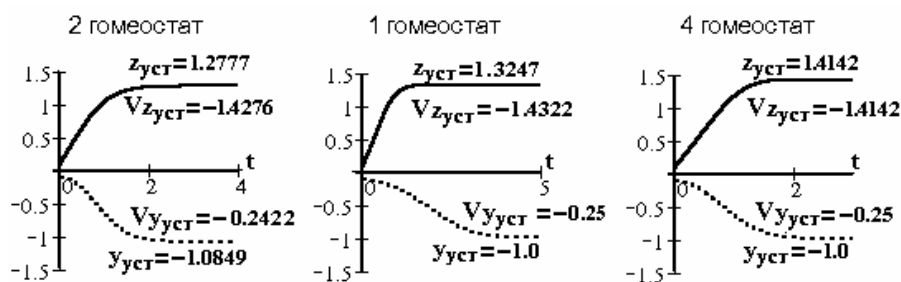


Рис. 3.32. Реакция группы гомеостатов независимого поведения на входной сигнал $\mu=1(t)$ по каналу z : 1 гомеостат (3.62), 2 гомеостат (3.63), 4 гомеостат (3.65)

На рис. 3.32 представлены результаты моделирования группы гомеостатов, описываемых системами уравнений (3.62), (3.63), (3.65). Группа обладает стереотипом независимого поведения. Независимость заключается в том, что антагонисты в результате борьбы за входной ресурс получают результат не хуже, чем в инварианте, или, с точки зрения теории управления, устойчивы.

Центром группы является 1-й гомеостат, в котором антагонисты полностью независимы, так как перекрестных связей между ними нет. При подаче входного сигнала $\mu=1(t)$ на канал z , антагонист z начинает экспансию и расширяется сверх инварианта на 0.3247, затрачивая при этом потенциальную функцию или энергию $\Delta V = V_{уст}(z) - V_{z_{уст}} = -0.25 - (-1.4322) = 1.1822$. Второй антагонист проявляет полное безразличие,

сохраняя свою экспансию на уровне инварианта и не растрачивая энергии сверх инварианта.

Во 2-ом гомеостате антагонист y проявляет активное противодействие экспансии антагониста z путем собственной экспансии на 0.0849 и отъема энергии в канале z величиной $\Delta V = V_{уст}(y) - V_{yуст} = -0.25 - (-0.2422) = -0.0078$. Антагонист z вынужден идти на компромисс, о чем свидетельствуют его расходы энергии: $\Delta V = V_{уст}(z) - V_{zуст} = -0.25 - (-1.4276) = 1.1776$, они меньше, чем при полном безразличии.

В 4-ом гомеостате антагонист y придерживается благожелательного нейтралитета по отношению к противнику. Он не мешает его наибольшей экспансии по сравнению с 1-м, а тем более, со 2-м гомеостатом, позволяя затрачивать на экспансию наименьшую энергию $\Delta V = V_{уст}(z) - V_{zуст} = -0.25 - (-1.4142) = 1.1642$.

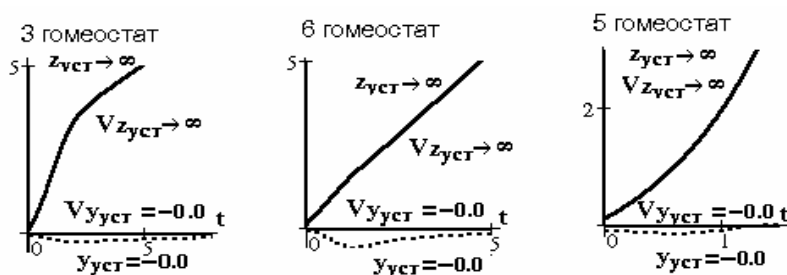


Рис. 3.33. Реакция группы гомеостатов преобладания на входной сигнал $\mu=1(t)$ по каналу z : 3 гомеостат (3.64), 6 гомеостат (3.67), 5 гомеостат (3.66)

На рис. 3.33 представлены результаты моделирования группы гомеостатов, описываемых системами уравнений (3.64), (3.67), (3.66). Группа обладает стереотипом преобладания. Преобладание заключается в том, что в конфликте одна из сторон сильнее другой, поэтому побеждает. Проигравшая сторона хотя и наносит урон победителю, отнимая энергию $\Delta V = V_{уст}(z) - V_{zуст} = -0.25 - (0) = -0.25$, однако гибнет в результате конфликта. Степень сопротивления проигравшего антагониста можно оценить по времени конфликта или по темпу экспансии победителя. Наиболее сильное сопротивление оказывает проигрывающая сторона в 3-ем гомеостате, самое слабое - в 5-ом гомеостате. С точки зрения теории управления, проигравшая сторона устойчива, выигравшая - неустойчива.

На рис. 3.34 представлены результаты моделирования группы гомеостатов ренегатов, описываемых системами уравнений (3.68), (3.69). Проигрывающая сторона переходит на сторону противника, получая за предательство доступ к энергии входного сигнала, т.е. в конечном итоге

выигрывая. Поэтому эта группа гомеостатов неустойчива по обеим координатам.

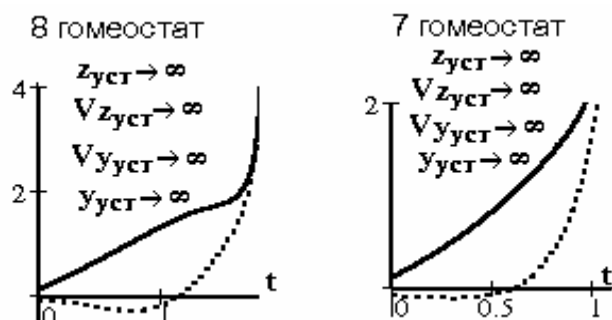


Рис. 3.34. Реакция группы гомеостатов ренегатов на входной сигнал $\mu=1(t)$ по каналу z : 8 гомеостат (3.69), 7 гомеостат (3.68)

Для получения трехмерной модели технического противоречия используем подход, аналогичный подходу, принятому в параграфе 3.2.2. Этот подход предполагает синтез гомеостата с двумя уровнями иерархии. Можно считать, что стороны ТП находятся на нижнем уровне иерархии, являются исполнителями (И1 и И2). На высшем уровне иерархии находится руководитель (Р). На первом этапе конфликта Р исполняет обязанности инструмента - по увеличению мощности конфликта, а на втором этапе, Х-элемента - по разрешению ТП

Для моделирования развития сторон ТП можно выбрать любой двухмерный гомеостат, например, 1-й гомеостат с уравнениями (3.62). Для моделирования действий руководителя выберем третью катастрофу типа сборки с координатой x и дифференциальным уравнением типа (3.60). Для включения руководителя в отношения с исполнителями будем считать, что в собственном движении $x = z = -y$. Тогда система уравнений (3.62) дополняется еще одним уравнением

$$\dot{z} = -z^3 + z, \quad \dot{y} = -y^3 + y, \quad \dot{x} = -x^3 + x, \quad z(0) = x(0) = -y(0) > 0. \quad (3.70)$$

Гомеостат (3.70) является инвариантом возможных гомеостатов третьего порядка. Получим гомеостат с перекрестными связями, исходя из следующих соображений.

В правой части дифференциального уравнения руководителя Р должны появиться координаты z исполнителя И1 и y - исполнителя И2 для информирования о действиях подчиненных. При симметричном отношении к информации от И1 и И2 куб координаты x заменяем эквивалентным произведением всех трех координат. Координату x в первой степени оставляем без изменений, что определяет большую независимость и свободу поведения руководителя относительно

подчиненных, и в тоже время оставляет канал для возможного включения в гомеостат с тремя уровнями иерархии.

Для исполнителей куб координаты также заменяем произведением всех трех координат: координату x включаем для получения управления от руководителя, другую координату - от антагониста для обострения конфликта. Координату в первой степени для ограничения собственной свободы заменяем зеркальной. Окончательно получаем следующую систему уравнений инварианта двухуровневого гомеостата:

$$\dot{z} = xyz - y, \quad \dot{y} = -xyz - z, \quad \dot{x} = xyz + x, \quad z(0) = x(0) = -y(0) > 0. \quad (3.71)$$

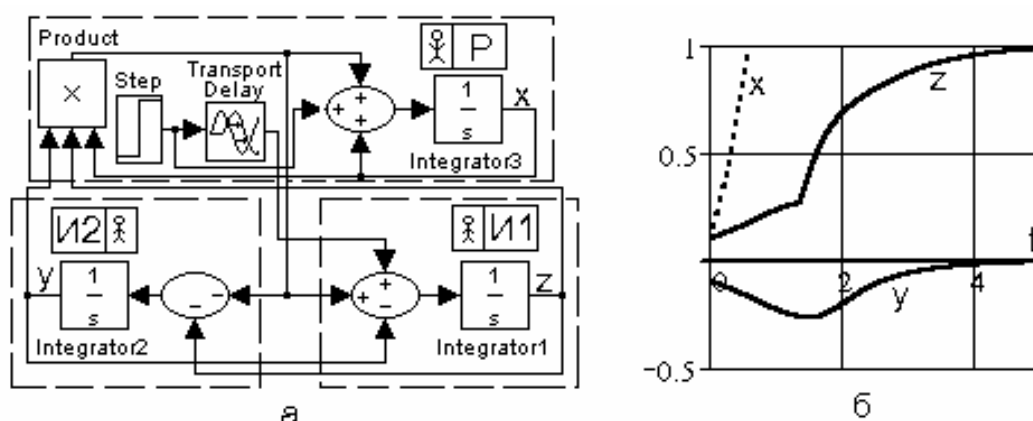


Рис. 3.35. Моделирование обострения и разрешения ТП: а) схема моделирования, б) развитие координат конфликта в относительном времени

Схема моделирования (рис.3.35а) эволюции конфликта построена на основе уравнений (3.71). Чтобы руководитель P в результате конфликта победил, он должен стать неустойчивым. Для этого на его вход подается сигнал $1(t)$ от генератора "Step". Координата x растет, сигнал управления xyz с выхода перемножителя "Product" поступает на входы исполнителей И1 и И2. Конфликтные координаты z и y растут, конфликт усиливается. Через время оценки ситуации и выработки решения τ руководитель, имитируя X -элемент, через звено задержки ("Transport Delay") выдает сигнал $1(t-\tau)$ на вход одного из антагонистов (И1). Противоречие разрешается, один антагонист выживает, другой антагонист погибает. Параметры схемы моделирования: $z(0) = x(0) = -y(0) = 0.1$, $\tau=1.35$ единиц относительного времени. Для предотвращения "разлета" руководителя после окончания конфликта координата x ограничивается звеном насыщения [7] (на схеме не показано).

Выводы, которые можно сделать из полученных результатов следующие.

1. Чем более высокую степень имеет координата состояния катастрофы в канонической потенциальной функции, тем больше можно получить различных стереотипов отношений между антагонистами.

2. Если координата имеет степень 4 и выше, можно моделировать динамические тетрады, т.е. системы из 4-х одномерных уравнений, и более. В этом случае актуальной задачей является моделирование коалиций [36] в n -мерных играх, где n – число участников игры. Теория игр представляет собой математическую теорию конфликтных ситуаций, и в этом смысле полученные результаты могут быть отнесены к теории игр. Это направление рассматривал и Ю.М. Горский. В частности, в работах [6,7] рассматривается двойная гомеостатическая игра с 4-мя участниками.

3. Математические модели стереотипов могут служить моделями мышления для простейших живых организмов, поскольку всё их мышление, если так можно выразиться, сводится к движению. Известно, например, такое явление, как хемотаксис. В этом явлении простейшие одноклеточные, амёбы, помещенные в питательную среду, передвигаются в направлении повышения концентрации питательных веществ, либо в направлении уменьшения вредных для организма веществ. Можно сказать, что амёбы имеют всего два стереотипа: притяжение и отталкивание. В этом смысле они представляют некоторую аналогию с магнитами. Амёба взаимодействует только со средой. Других амёб вокруг себя она не различает. Более сложные организмы имеют более развитую систему стереотипов отношений, например, они различают другого индивида из популяции.

3.2.5. Динамическая модель с запаздыванием на принятие решений

В процессе эволюции конфликт в изобретательской задаче проходит два этапа. Первый этап в параграфе 3.2.3. определен как этап эмбрионального саморазвития нового знания, выражением которого является X -элемент. X -элемент развивается в двухканальном гомеостате антагонистических свойств $C1$ и $C2$ технического противоречия задачи. Характерной особенностью этапа является то, что новое знание не осознается изобретателем, поскольку располагается в подсознании, и X -элемент не наблюдаем. Его проявлением служит взаимная борьба (гомеостаз) антагонистов $C1$ и $C2$. Борьба заключается в обмене "ударами" психологической энергии и информации, и можно предполагать, что она носит колебательный характер. В терминах систем пространственного слежения этот этап можно назвать поиском цели, т.е. X -элемента [37].

Средством поиска является двухканальный гомеостат свойств С1 и С2, как стереотипная модель противоречия конкретной задачи. Он совершает поисковые движения в подсознании изобретателя для обнаружения цели, т.е. стереотипа ответа на предъявленную стереотипную модель. Свойства-антагонисты С1 и С2 могут быть названы "родителями" эмбриона нового знания или цели поиска.

Структура, реализующая процесс поиска, является разомкнутой по положению цели. Гомеостат свойств С1 и С2 работает от командного сигнала по программе, формируемой развитием инструмента конфликтной пары. Предположим, что развитие состояния инструмента во времени определяется производящей катастрофой типа "сборки"

$$\frac{dq}{dt} = \dot{q} = -q^3 + m \cdot q + r, \quad q(0) = q_0 \quad (3.72)$$

где q - координата развития состояния инструмента во времени, например, от скорости подачи резца в прототипе q_0 до максимально возможной скорости подачи $q_{\max}$, при которой резец выходит из строя; тогда антисимметричная координата $-q$ будет определять развитие состояния инструмента от скорости подачи в прототипе до минимально возможной скорости подачи $q_{\min} = 0$, $m \sim q^2$ - мощность конфликта, r - ресурс X-элемента. Для возможности сравнения обе координаты q и $-q$ нормируются относительно q_0 , $q_{\max}$ и $q_{\min}$. Тогда нормированные координаты будут развиваться по антисимметричным кривым от q_0 до +1, и от $-q_0$ до -1, максимальная мощность конфликта для нормированных координат $m_{\max} = 1$, и $r=0$, так как X-элемент пока не обнаружен.

Динамическую модель гомеостата зададим производящей катастрофой типа "гиперболической омбилики"

$$\begin{aligned} KT \dot{y} &= 3yz - az + b, \quad y(0) = 0 \\ KT \dot{z} &= -3yz - ay + c, \quad z(0) = 0 \end{aligned}, \quad (3.73)$$

где антисимметричные координаты y и $z = -y$ задают развитие во времени соответственно нормированных свойств С1 и С2 гомеостата, параметр a определяет степень созревания эмбриона нового решения в подсознании изобретателя или отражающую способность цели, параметры b и c задают вынужденное поисковое движение гомеостата под действием кривой развития инструмента (3.72), т.е. $b=q$, $c = -q$, T - постоянная времени, характеризующая психологическую инерционность мышления изобретателя, K - масштабирующий множитель.

Уравнения гомеостата (3.73) запишем в операторном виде и учтем время задержки τ на обдумывание задачи и принятие решения изобретателем. Тогда получим систему

$$\begin{aligned} KTsy &= (3yz - az + q) \exp(-\tau s), \quad y(0) = 0 \\ KTsz &= (-3yz - ay - q) \exp(-\tau s), \quad z(0) = 0 \\ sq &= -q^3 + m \cdot q, \quad q(0) = q_0 \end{aligned} \quad (3.74)$$

Математический анализ такой нелинейной системы с запаздыванием весьма сложен. Поэтому для определения различных режимов в системе (3.74) было проведено моделирование переходных процессов при $q = \text{Const} > 0$, и построены параметрические области характерных движений в установившемся режиме (рис.3.36). В зависимости от отношения τ/T и входного сигнала q можно выделить 3 разных области: область устойчивости, область установившихся колебаний и область неустойчивости.

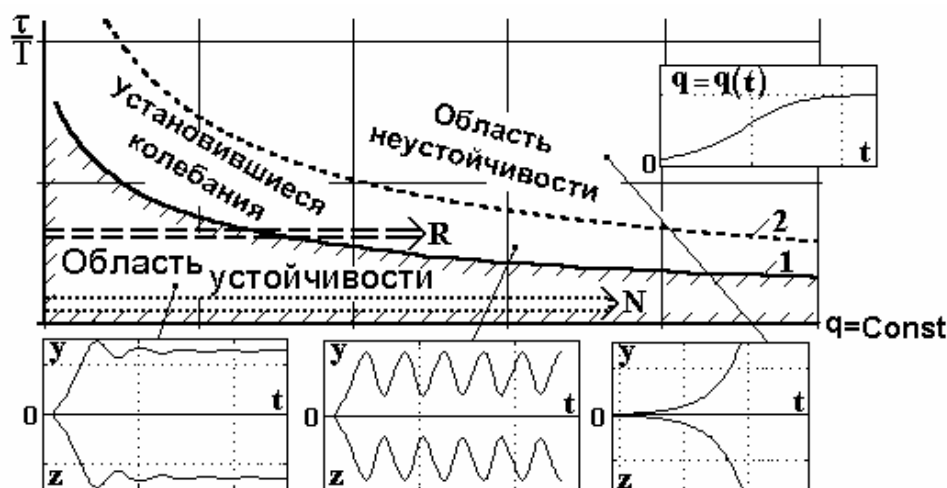


Рис. 3.36. Области характерных движений гомеостата (3.74) при $q(t) = q$

Область устойчивости характерна тем, что по мере приближения к границе 1 переходный процесс изменяется от монотонного к колебательному процессу, оставаясь устойчивым. Но противоречие не разрешается, каждый антагонист стремится к своему установившемуся значению. Следовательно, цель не найдена.

В области установившихся колебаний между границами 1 и 2 гомеостат совершает незатухающие поисковые колебания, причем при переходе через границу 1 возникают ограниченные колебания одной

частоты, а по мере приближения к границе 2 появляются ограниченные колебания других частот, движение становится похожим на хаотическое. Поскольку звено запаздывания аппроксимируется не меньше, чем апериодическим звеном второго порядка, то, с учетом интегратора, модель режима поиска описывается нелинейным дифференциальным уравнением не менее 3-го порядка. Поэтому нельзя исключить возможность возникновения странного аттрактора. Хаотичность движения в странном аттракторе обладает максимальной эффективностью случайного поиска. Мышление изобретателя, посещая все "закоулки" подсознания, отыскивает фрактальное подобие, стереотип ответа на предъявленную ситуацию. Режим установившихся колебаний наиболее благоприятен для отыскания решения, так в этой области складываются оптимальные соотношения между мощностью конфликта при вынужденном движении, определяемой величиной сигнала q от командного генератора (3.72), и психологическими свойствами мышления изобретателя, задаваемыми отношением τ/T . Как видно, для преодоления границы 1 необходимо либо усиливать мощность конфликта, либо увеличивать время на обдумывание задачи и принятие решения, либо снижать психологическую инерцию мышления, что достигается путем обучения и тренировки при решении изобретательских задач.

Переход через границу 2 в область неустойчивости ведет к расходящимся колебаниям антагонистов. Нахождение решения с режимом поиска из этой области при заданном времени обдумывания и мощности конфликта менее вероятно, чем в области установившихся колебаний, поскольку при переходе через границу 2 проявляется двойственность постоянной времени психологической инерции: уменьшение T снижает вероятность захвата цели.

На двойственность психологической инерции указывал и автор теории решения изобретательских задач Г.С. Альтшуллер при рассмотрении так называемого полиэкранного мышления: "Хороша или плоха психологическая инерция? Плоха, если мешает перейти от одного экрана к системе экранов. Хороша, если приковывает внимание к вспыхнувшему экрану, скажем, № 9" [38].

Таким образом, в области устойчивости большая психологическая инерция плоха тем, что затрудняет переход от старых идей к новым идеям, а в области неустойчивости малая психологическая инерция плоха тем, что при слишком высокой скорости поиска трудно запомнить идею из-за малого объема памяти, который и характеризует постоянная времени T . Поэтому отношение τ/T можно рассматривать как апертуру гомеостата. Очевидно, существует некоторое критическое отношение τ/T (на границе 1), ниже которого даже при очень большой мощности конфликта q задача поиска не решается, как, например, движение по

двойной пунктирной стрелке **N**. В этом случае новая идея возможно и обнаруживается в подсознании, однако не распознается как новая на фоне старых идей, также попавших в широкую апертуру.

При отношении τ/T больше критического значения, например, при поиске по двойной штриховой стрелке **R**, новое решение обнаруживается и распознается, так как ширина апертуры меньше, но только за границей 1, когда мощность конфликта будет превышать определенное значение.

При подаче в режиме поиска на гомеостат кривой развития $q=q(t)$ (см. график на вставке в правом верхнем уголке на рис.3.34) характер поисковых движений сохраняется, только несколько затягиваются переходные процессы выхода антагонистов в установившийся режим. Но плавное изменение скорости конфликта позволяет большее надежно захватить цель в режиме захвата.

Главной проблемой моделирования захвата является выявление момента обнаружения или момента "озарения" по З.Фрейду, когда идея нового решения "пробивается" из подсознания в сознание. В параграфе 3.2.2 рассматривается модель (3.18) гомеостата без звена запаздывания, а момент "озарения" моделируется подачей ступенчатого воздействия на один вход гомеостата в точке максимального обострения противоречивых свойств $C1$ и $C2$ при $t=\tau$ (рис. 3.37а).

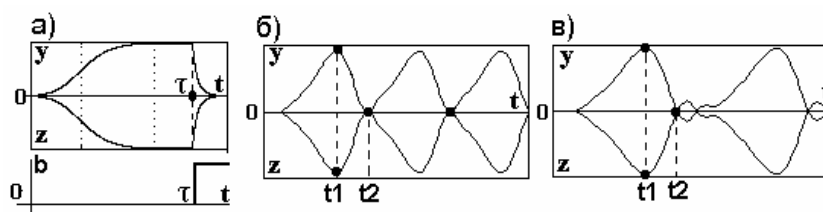


Рис. 3.37. Режим захвата цели

Недостатком такого моделирования является то, что ступенчатое воздействие подается на гомеостат извне, не из структуры, определенной моделью конфликта, и момент τ максимального обострения должен находиться в бесконечности, поскольку антагонистические координаты y и z стремятся к своим экстремальным значениям асимптотически. Модель конфликта (3.74) со звеньями запаздывания внутри антагонистов позволяет при необходимой апертуре получить колебания конфликтных координат (рис. 3.37б и 3.37в). Тогда момент $t1$ максимального обострения или озарения однозначно определяется в точке максимума колебаний. Момент времени $t2$, когда конфликтные координаты достигают нулевого значения, считается моментом разрешения противоречия, в этот момент

гомеостат замыкается и переходит в режим слежения за целью (рис.3.38а). Промежуток от t_1 до t_2 можно определить как время распознавания цели.

При замыкании модели конфликта обратной связью устройство, условно названное пеленгатором, вырабатывает кривую развития Х-элемента. Пеленгационная характеристика $x=x(y,z)$ определяется известным уравнением для двухкоординатных следящих систем $x = k\sqrt{y^2 + z^2}$, где коэффициент k учитывает действующее значение колебаний. Это уравнение при условии $y=-z$ и $k = (\sqrt{2})^{-1}$ приводится к виду $x=\pm 0.5(y-z)$. Вид пеленгационной характеристики представлен на рис. 3.38б.

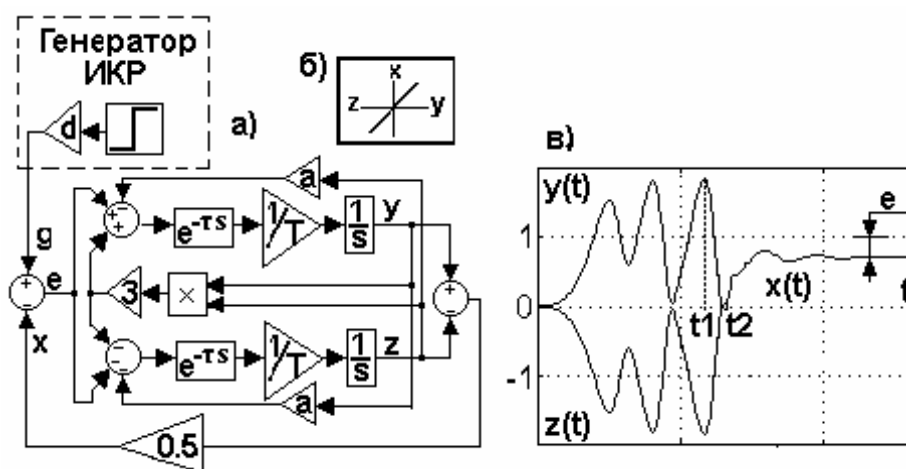


Рис. 3.38. Моделирование конфликта в режиме слежения

Генератор ИКР (идеального конечного результата) вырабатывает сигнал $g(t)=d \cdot 1(t)$, отражением идеальности которого в динамике является мгновенный скачок при $t=0$. При $d=1$ в системе слежения возникают незатухающие колебания, т.е. слежения не происходит. Эта ситуация моделирует невозможность реализации идеального конечного результата. Поэтому коэффициент d выбирается в пределах $0 < d < 1$ и отражает степень идеальности нового решения. Чем больше d , тем ближе решение к идеальному решению. При заданных психофизиологических свойствах мышления (T, τ, m, a) существует некоторое критическое значение $d_{кр}$, при котором установившаяся ошибка слежения e получается наименьшей (рис.3.38в).

Литература

1. Альтшуллер Г.С.. Творчество как точная наука. М.: Сов. радио, 1979. —184 С.
2. Петров В.М. Перспективы развития ТРИЗ. Труды Международной конференции МА TRIZ Fest-2005 "Развитие ТРИЗ: достижения, проблемы, перспективы" СПб. 2005, с.131-132
3. Лабковский Б.А. Наука изобретать. СПб.: Нордмет-Издат, 1999. – 371 С.
4. Мельников Б.С. Основы сравнительного моделирования / Под ред. В.Н. Бодрова: Учебн. пос. М.: Издательство МЭИ, 2002. – 52 С.
5. Г.С. Альтшуллер Г.С. Найти идею. Введение в теорию решения изобретательских задач. – Петрозаводск: "Скандинавия", 2004. – 208 С.
6. Горский Ю.М. Системно-информационный анализ процессов управления. – Новосибирск: Наука, 1988. – 327 С.
7. Горский Ю. М. Основы гомеостатики. (Гармония и дисгармония живых, природных, социальных и искусственных систем). Иркутск: Изд-во ИГЭА, 1998. – 337 С.
8. Бушуев А.Б. Гомеостатика противоречий в ТРИЗ. Труды Международной конференции МА TRIZ Fest-2005/ / "Развитие ТРИЗ: достижения, проблемы, перспективы". Россия. СПб, с.103-109.
9. Эвелинг В., Энгель А., Файстель Р. Физика процессов эволюции. Синергетический подход. М.: УРСС, 2001. С.
10. Бушуев А.Б. Математическое моделирование конфликтов в техническом творчестве. Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. Выпуск 19. Программирование, управление и информационные технологии. /гл. ред. В.Н. Васильев – СПб: СПбГУ ИТМО, 2005, с.26-32.
11. Арнольд В.И. . Теория катастроф. - М.: Наука, 1990. - 128 С.
12. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. – М.: Мир, 1990. – 342 С.

13. Г.С. Альтшуллер, Б.Л.Злотин, А.В.Зусман, В.И.Филатов. Поиск новых идей. От озарения к технологии. – Кишинев: Картя Молдовеняске, 1989. – 381 С.
14. Бушуев А.Б. ., Григорьев В.В., Смирнов А.В. Решение изобретательских задач в электромеханике и автоматике. Методические указания. Л., 1990.
15. Дерзкие формулы творчества/ Сост. А.Б.Селюцкий. – Петрозаводск: Карелия, 1987. – 269 С.
16. Безручко С.В. А.Б.Бушуев А.Б., Григорьев В.В., Литвинов Ю.В. Регулятор с переменной структурой. А.с. №1248770,л. G05B13/00, 30.10.87.
17. В.И.Бойков, С.В.Быстров, А.В.Смирнов. Устройство фокусировки мощного оптического излучения. Заявка № 4602515/10, кл. G02B5/10, решение о выдаче а.с. от 24.05.89.
18. Цуриков В.М. Проект изобретающая машина: интеллектуальная среда поддержки инженерной деятельности. Журнал ТРИЗ, 2.1.91. Ассоциация ТРИЗ, 1991. с.17-34
19. Дульнев Г.Н., Введение в синергетику. - СПб: Проспект, 1998.- 256 С.
20. Эфрос А.Л. Физика и геометрия беспорядка. М. Наука, 1982. – 176 С.
21. Альтшуллер Г.С., Селюцкий А.Б. Крылья для Икара: Как решать изобретательские задачи.- Петрозаводск: Карелия, 1980. - 224 С.
22. А.И. Половинкин. Основы инженерного творчества: Учеб. пособие для студентов втузов. – М.: Машиностроение, 1988. – 368 С.
23. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний.- М.: Наука. 1981 – 568 С.
24. Бесекерский В. А. Попов Е. П., Теория систем автоматического регулирования. «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, М.: - 1975.- 768 С.
25. Пальтов И.П, Нелинейные методы исследования автоматических систем. - Энергия, Л.: 1976. - 128 С.
- 26.Томпсон Дж. М.Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике.- М.: Мир, 1985. – 254 С.
27. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и её приложения.— М.: Мир, 1980. — 607 С.
28. Гилмор Р.Прикладная теория катастроф. В двух томах. М.: Мир, 1984. Т.2. - 286 С.
29. Гитин А.В. ТРИЗ и теория катастроф. //Тезисы докладов Международной Научно-практической конференции по ТРИЗ. Петрозаводск,1999.
- 30.Бушуев А.Б., Мансурова О.К. Катастрофа типа "сборки" в изобретательской задаче. Научно-технический вестник СПбГИТМО

- (ТУ). Выпуск 11. Актуальные проблемы анализа и синтеза сложных технических систем. /под ред. Никифорова В.О. – СПб. СПбГИТМО (ТУ). 2003.
31. Bushuev A. Physico-Mathematical Search of Resources. The TRIZ Journal. January, 2008.
 32. Филимонов Н.Б. Гомеостатические системы. Изв. ВУЗов. Приборостроение, 1998, т.41, № 1-2.
 33. Степанов А.М. Основы медицинской гомеостатики. // Лекции по теории и практике биоинформационных коррекций – Москва: – 1993 – 222 С.
 34. Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях. М.:Мир, 1983. – 400 С.
 35. Шанс на приключение / Сост. А.Б.Селюцкий. – Петрозаводск: Карелия, 1991. – 304 С.
 36. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. – М.:Наука, 1986. – 496 С.
 37. Бушуев А.Б. Замкнутое управление конфликтом в изобретательской задаче. Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. Выпуск 33. Технологии управления. /гл. ред. В.Н.Васильев – СПб.: СПб ГУ ИТМО, 2006, с. 24-29.
 - 38.Альтшуллер Г.С. Письмо от 17.11. 1982.