

$$r > \sqrt[3]{\frac{ckT}{3\pi^3\alpha I}},$$

где r – радиус частицы, c – скорость света.

Таким образом, становится возможным использование градиентных для изменения размеров и осуществление селективной пространственной локализации микрочастиц в зависимости от их размера.

8. Оптика спеклов.

8.1. Понятие спекл, объективная и субъективная спекл-картины. Основные свойства спекл-картины, условия формирования

При освещении высоко когерентным пучком большой области оптически очень шероховатой поверхности формируется, так называемая, нормально развитая спекл-картина. Спекл (*англ.* speckle [spekl] пятнышко, крапинка). Её статистические свойства не зависят от детальных характеристик микрорельефа поверхности. Такая особенность спекл-картин, обусловленных лазерным излучением, была обнаружена вслед за изобретением лазера.

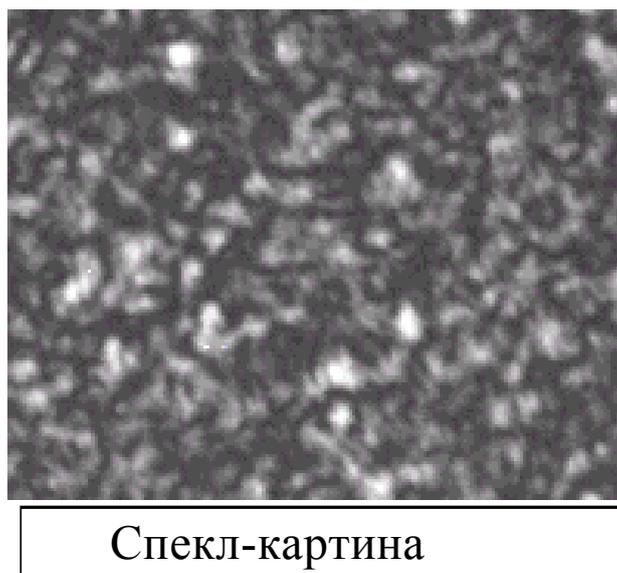


Рис. 8.1. Спекл-картина, получаемая при освещении лазером сильно шероховатой поверхности

Оказалось, что изображение отражающего (пропускающего) объекта, освещенного когерентным излучением, представляет сложную гранулярную структуру, не имеющую явной связи с микроскопическими свойствами освещаемого объекта. Большинство отражающих (пропускающих) поверхностей экстремально шероховаты по сравнению с длиной волны источника излучения.



Рис. 8.2. Модель рассеяния на шероховатой поверхности

Можно считать, что основной вклад в рассеяние вносят малые участки поверхности с центрами в зеркально отражающих точках. С увеличением крутизны шероховатостей и величины освещаемой области число точек излучения возрастает.

Волна, отраженная от такой поверхности состоит из "вкладов" от большого числа малых участков поверхности, которые можно считать независимыми рассеивающими областями.

Распространение этого отраженного (прошедшего) излучения до области наблюдения приводит к тому, что в заданной точке наблюдения складываются рассеянные компоненты каждая со своей задержкой. Интерференция этих дефазированных, но когерентных волн, приводит к гранулярной спекл-картине.

Иными словами, **спеклы - это интерференционная картина нерегулярных волновых фронтов, образующаяся при падении когерентного излучения на сильно шероховатую поверхность.**

Объективные и субъективные спеклы

Различают объективные и субъективные спеклы. Объективная спекловая картина формируется во всем пространстве перед освещаемой поверхностью. Субъективная спекловая картина возникает при отображении рассеивающей поверхности на экран с помощью оптической системы. Объективную спекловую картину можно зарегистрировать если в плоскости наблюдения расположить фотопленку и засветить ее спекловой картиной. Но если сфотографировать эту же картину с помощью фотоаппарата, то на фотопленке получим субъективную картину т.к. ее параметры будут уже зависеть от параметров объектива фотоаппарата.

Рассмотрим механизм образования спеклов на примере изображения точечного источника.

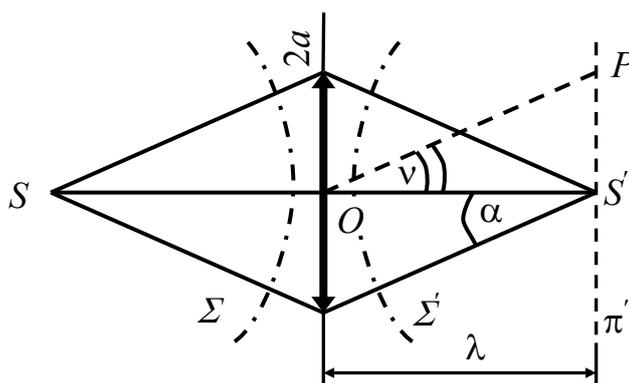


Рис. 8.3. Изображение точечного источника света

Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника, преобразуется в сходящуюся сферическую волну с центром S' - геометрическое изображение точечного источника S .

Структура пятна, вид дифракционной картины, зависят от формы отверстия, образуемого оправой объектива. Пусть отверстие круглое, а его диаметр $2a$,

тогда в плоскости изображения π амплитуда дается Фурье-преобразованием круговой функции. Амплитуда в точке P дается функцией Эйри

$$f(u) = \frac{2J_1(u)}{u}, \quad u = ka\theta; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

угловой радиус первого кольца $\theta = \frac{1.22\lambda}{2a}$.

Сместим плоскость наблюдения из π' в плоскость π'' , отстоящую на расстояние $\delta\lambda$, $\delta\lambda \ll OS'$.

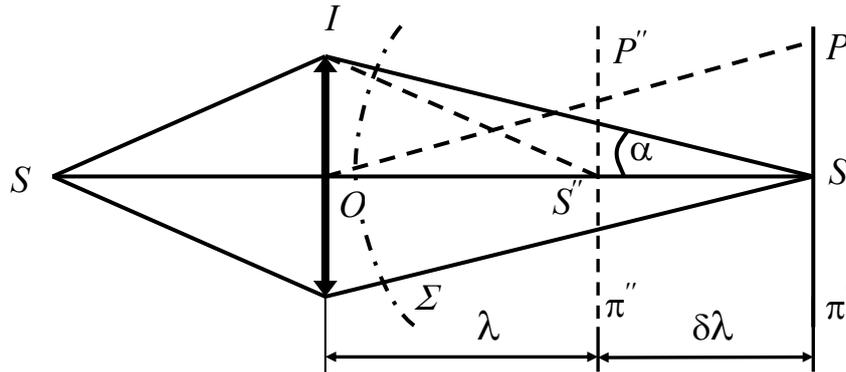
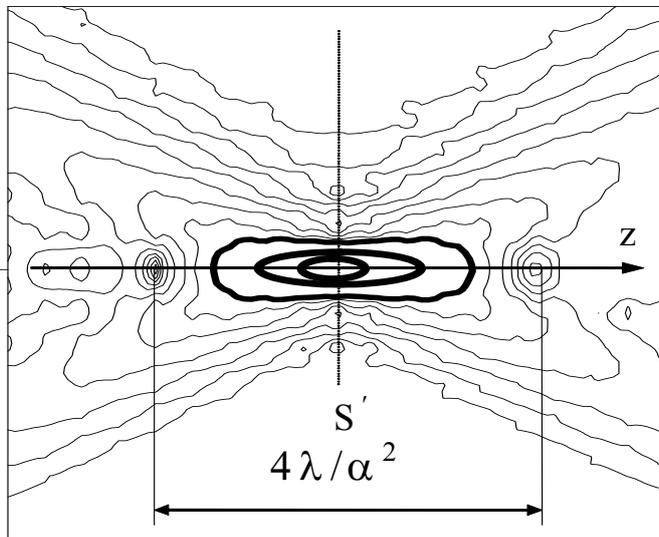


Рис. 8.4. Изображение точечного источника света при дефокусировке

Волны, дифрагированные различными точками волновой поверхности Σ , приходят в S' в фазе, а в точку S'' с разными фазами. Максимальная разность хода в точке S'' $\Delta = IS'' - OS''$. Можно показать, что

$$\Delta = \delta\lambda \frac{\alpha^2}{2}.$$

Этой разностью хода и объясняется снижение качества изображения. Если требуется, чтобы дифракционная картина в точке S'' практически не отличалась от дифракционной картины в точке S' , то величина Δ должна быть значительно меньше λ .



$$\Delta = \delta\lambda \frac{\alpha^2}{2} \ll \lambda \Rightarrow \delta\lambda \ll \frac{2\lambda}{\alpha^2}$$

Рис. 8.5. Линии равной интенсивности в окрестности изображения точечного источника

На рисунке 8.5 приведено распределение интенсивности дифрагировавшего излучения в окрестности изображения S'' (показаны линии изофот). Распределение интенсивности вдоль оптической оси (ось z) описывается функцией

$$f(u) = \left[\frac{\sin(u/4)}{u/4} \right]^2, u = \frac{2\pi}{\lambda} \alpha^2 z$$

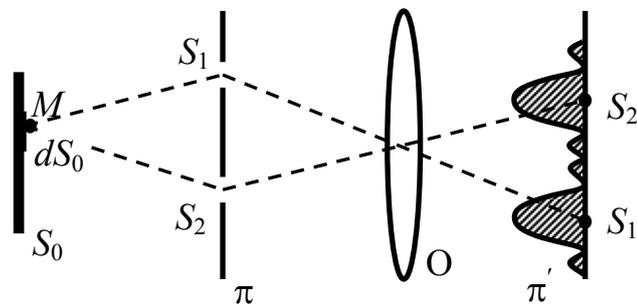
Первый нуль интенсивности на оси получается при $z = \pm 2\lambda / \alpha^2$ от фокуса. Если считать допустимой потерю интенсивности в 20%, то допуск на положение фокальной плоскости Δz равен приблизительно $\pm \lambda / 2\alpha^2$.

Параметры фокального объема			
длина	$\frac{4\lambda}{\alpha^2}$	ширина	$1.22 \frac{\lambda}{\alpha}$

Наибольшая плотность энергии локализована в объеме, напоминающем по форме сигару. Отсюда следует, что чем больше угол α , тем меньше резкость изображения.

Изображение двух монохроматических точечных источников света

Пусть S_1 и S_2 очень маленькие отверстия в непрозрачном экране. Экран освещается монохроматическим, некогерентным, однородным источником. Тогда можно считать, что эти отверстия практически представляют два одинаковых точечных источника (рис. 8.6).



Сложение сигналов S_1' и S_2'

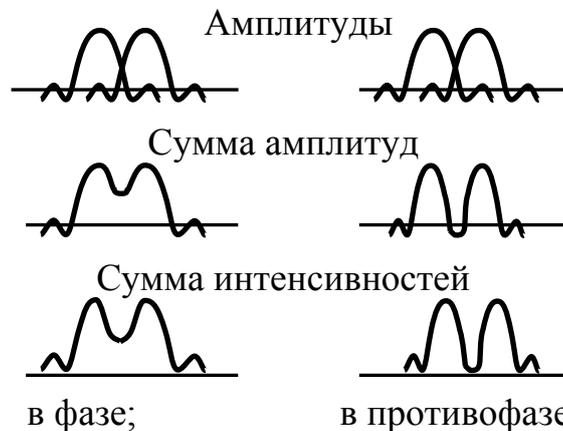


Рис. 8.6. Распределения интенсивности и амплитуды поля в зависимости от соотношения фаз волн

Первый случай: на экран с отверстием падает свет лишь от элемента dS_0 с центром в точке M .

Волны дифрагировавшие на отверстиях S_1 и S_2 имеют разность хода $D=MS_1 - MS_2$ и соответственно этому разность фаз $\varphi = 2\pi\Delta/\lambda$.

Точечные отверстия, освещаемые элементом источника dS_0 можно рассматривать как когерентные. Это следует из теоремы Ван Циттерта-Цернике. При стремлении размера источника к нулю, интервал корреляции стремится к бесконечности.

Чтобы найти вид суммарной дифракционной картины в плоскости π нужно сложить амплитуды световых колебаний, учитывая их разность фаз. Рассмотрим два случая взаимного расположения источника и отверстий с учетом того, что волны приходят в плоскость π в фазе и в противофазе.

Таким образом, видим, что результат существенным образом зависит от соотношения фаз суммируемых волн.

Второй случай: два отверстия S_1 и S_2 освещаются одновременно двумя элементами поверхности источника S_0 dS_0^1 и dS_0^2 для которых сдвиг по фазе пусть также составляет 0 и π .

В этом случае для получения результирующего распределения нужно сложить интенсивности, поскольку разные элементы поверхности источника не являются когерентными между собой.

Третий случай: на экран с отверстиями падает излучение от всей поверхности источника S_0 .

Если разбить поверхность S на множество элементов dS и повторить рассуждения, то распределение интенсивности в плоскости π' будет иметь такой же вид, как и при суммировании интенсивностей для двух дифракционных изображений отверстий S_1 и S_2 .

Выводы:

1. Когерентные источники

Распределение амплитуды в плоскости π' дается сверткой функции амплитуды дифракционной картины, создаваемой объективом O , с двумя дельта-функциями, соответствующими двум геометрическим изображениям S'_1 и S'_2 .

2. Некогерентные источники

Распределение интенсивности в плоскости π' представляет собой свертку функции интенсивности дифракционной картины, создаваемой объективом O , с теми же дельта-функциями.

Изображение большого числа монохроматических точечных источников, расположенных хаотически

В экране π имеется много одинаковых отверстий, расположенных хаотически (рис. 7.7).

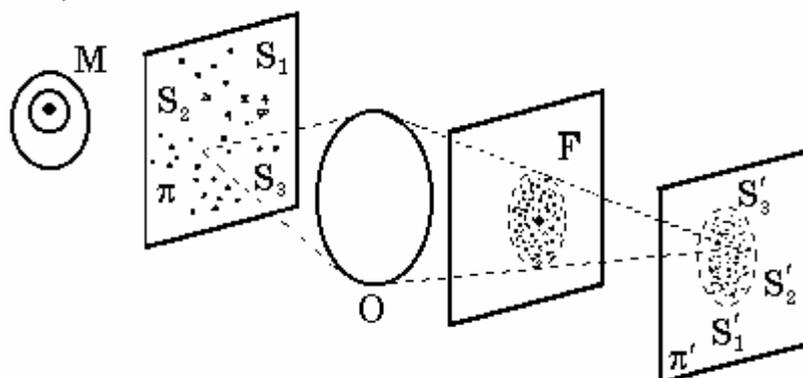


Рис. 8.7. Изображение большого числа хаотически расположенных источников

Первый случай: отверстия S_1, S_2, S_3 и т.д. расположены хаотически и освещаются только одним элементом dS_0 с центром в точке M . Они играют роль когерентных источников излучения. Каждому из них в плоскости изображения соответствует дифракционная картина. Для нахождения суммарной амплитуды поля в плоскости изображения π' их надо просуммировать с учетом фазы.

В результате суперпозиции возникает очень сложная система отдельных пятен, размер наименьших из которых примерно равен диаметру дифракционного пятна, формируемого объективом O при его освещении точечным источником излучения (рис. 8.8).

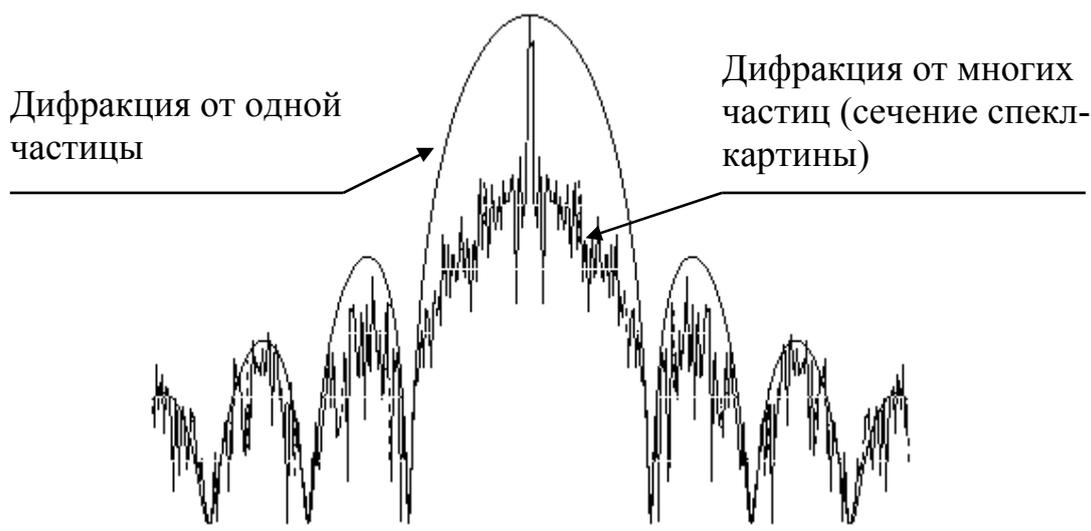


Рис. 8.8. Сечение дифракционной картины при дифракции на одной и на множестве одинаковых частиц

Это и есть **спекл-структура**.

Используя понятие дельта-функции, говорят, что *спеклы представляют собой результат свертки амплитуды дифракционной картины, формируемой объективом O , со всеми дельта-функциями, соответствующими геометрическим изображениям S'_1, S'_2, S'_3 и т.д. источников S_1, S_2, S_3 и т.д.*

Механизм, объясняющий формирование спекл, можно пояснить, рассматривая дифракцию на отверстии и на двух частицах, расположенных по краям отверстия. При дифракции на отверстии размер центрального дифракционного пятна, где сосредоточена практически вся дифрагированная энергия, по порядку равен $\varepsilon \sim \lambda/\alpha$. Размер наименьшего спекл примерно равен диаметру дифракционного пятна, формируемого объективом.

Ширина полос Юнга, образуемая, при дифракции на двух разнесенных отверстиях (частицах) определяется расстоянием между частицами, а при их расположении на расстоянии равном размеру отверстия (экрана) они дают практически такой же размер (период) интерференционной полосы, что и размер дифракционного пятна.

Предполагается, что размер частиц много меньше размера отверстия.

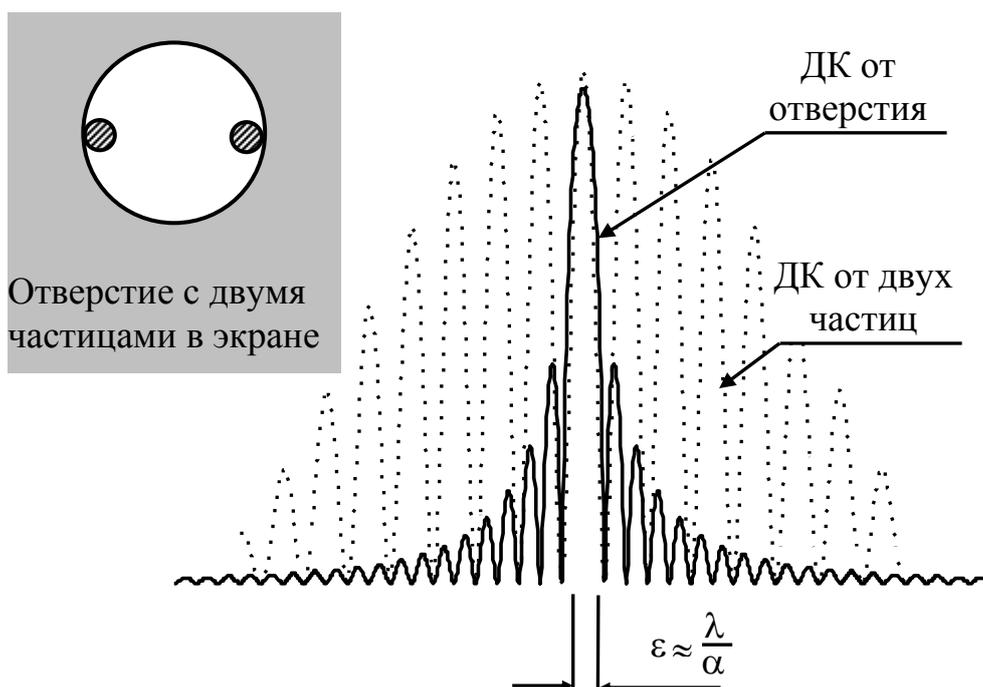


Рис. 8.9. Сечения дифракционной картины соответствующие дифракции на отверстии и на двух малых частицах, расположенных по краям отверстия

Размер минимального пятна, соответствующего центральному дифракционному пятну, условно определяемый на половинном уровне, примерно равен $\varepsilon \approx \lambda/\alpha$. Размер пятна по минимумам $\varepsilon \approx 2\lambda/\alpha$.

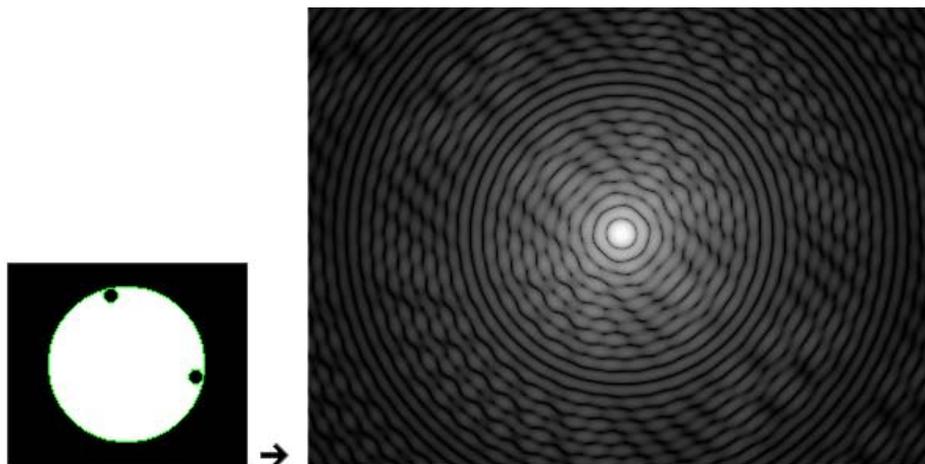


Рис. 8.10. Вид дифракционной картины при дифракции на круглой апертуре и на двух маленьких частицах, расположенных по краям апертуры

Второй случай: Если увеличить размеры участка dS_0 , освещающего отверстия S_1, S_2, S_3 и т.д., то источники S_1, S_2, S_3 и т.д. станут частично когерентными, и контраст спеклов уменьшится.

А если отверстия S_1, S_2, S_3 и т.д. осветить протяженным источником S_0 то контраст спеклов уменьшаться и в конечном итоге при значительном увеличении размеров источника он будет стремиться к нулю. Это в частности следует из теоремы Ван Циттерта-Цернике - при увеличении размеров источника интервал корреляции уменьшается.

Если источники некогерентны, то берется такая же **свертка интенсивности дифракционной картины**

Спектр большого числа когерентных точечных источников

Точечный источник, расположенный на бесконечности освещает экран π , в котором имеется множество малых отверстий S_1, S_2, S_3 и т.д.

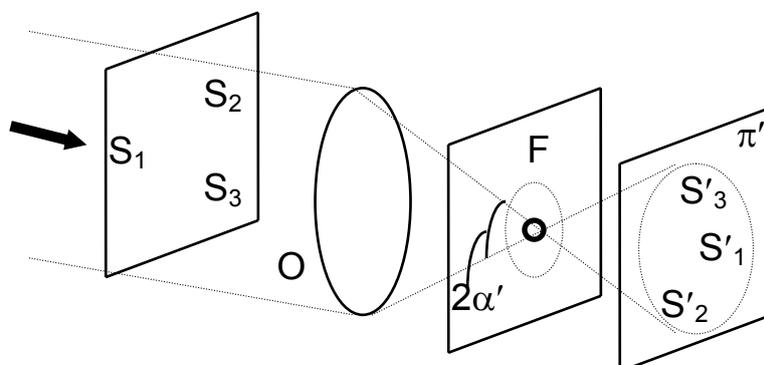


Рис. 8.11. Спектр и изображение большого числа хаотически расположенных источников

Отверстия S_1, S_2, S_3 и т.д. выступают в роли когерентных источников. Нас интересует дифракционная картина в фокальной плоскости F объектива O . Она представляет собой Фурье-образ системы точечных источников.

Основным отличием структур поля в фокальной плоскости и в плоскости изображения является наличие очень яркого центрального пятна в фокальной плоскости.

Его появление обязано синфазному сложению волн, испускаемых всеми источниками $S_1, S_2, S_3 \dots$ в области фокуса объектива.

В произвольной точке фокальной плоскости, фазы волн, посылаемых источниками S_1, S_2, S_3 и т.д., принимают любые значения в интервале от 0 до 2π . Вследствие таких флуктуаций фаз волн, интерферирующих в фокальной плоскости, возникает пятнистая структура.

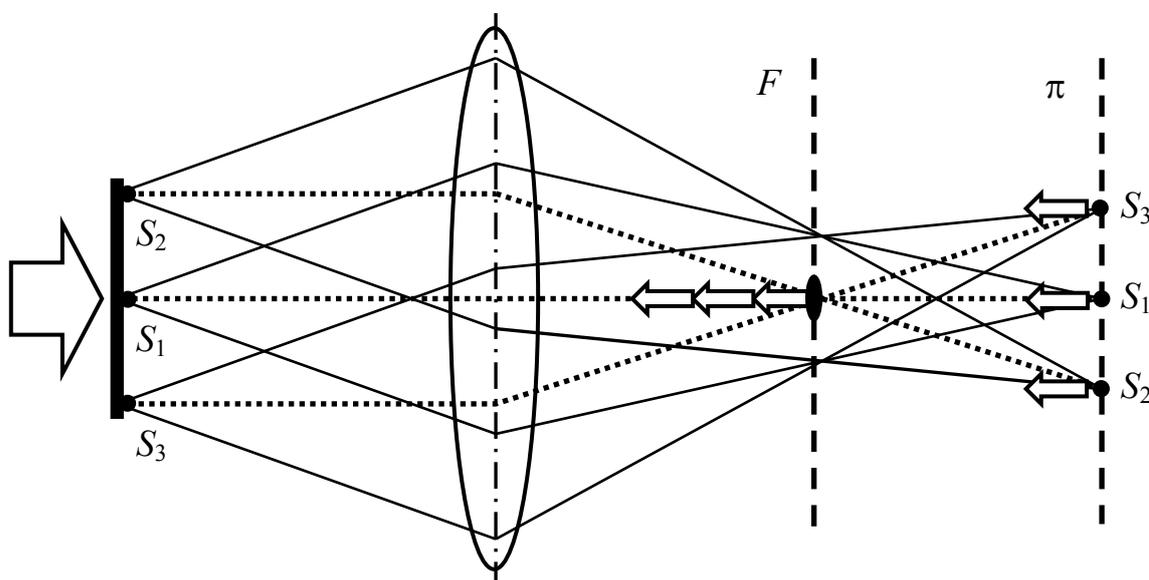


Рис. 8.12. Спеклы в фокальной плоскости и в плоскости изображения

Спеклы, наблюдаемые в фокальной плоскости и в плоскости изображения, отличаются по происхождению друг от друга.

В фокальной плоскости размер наименьшего из них по порядку такой же величины как и диаметр центрального пятна дифракционной картины, обусловленный дифракцией на объективе O и наблюдаемый в фокальной плоскости.

В плоскости π' размер дифракционных пятен определяется угловым диаметром 2α объектива O . В фокальной плоскости размер дифракционных пятен определяется угловым диаметром $2\alpha'$. Поскольку $\alpha' > \alpha$, спекл-структура в плоскости F будет более тонкой, чем в плоскости π' .

На практике наиболее часто встречается случай, когда источники $S_1, S_2, S_3 \dots$ имеют конечные размеры. Если их форма приблизительно одинакова, и они расположены хаотически и произвольно ориентированы, то распределение интенсивности в плоскости в фокальной плоскости будет промодулировано дифракционной картиной, создаваемой каждым из этих отверстий в

отдельности. В центре дифракционной картины имеется пик интенсивности, угловой размер которого определяется дифракцией на объективе O при его освещении точечным источником. Если число источников равно N , то интенсивность в центре пропорциональна N^2 .

Практическим примером получения такой дифракционной картины является дифракция на мазке крови (рис. 8.13). Характерный размер эритроцита 7-8 мкм, а размер освещающего пучка лазера около 1000 мкм, так что в освещенной зоне оказывается несколько сотен клеток.

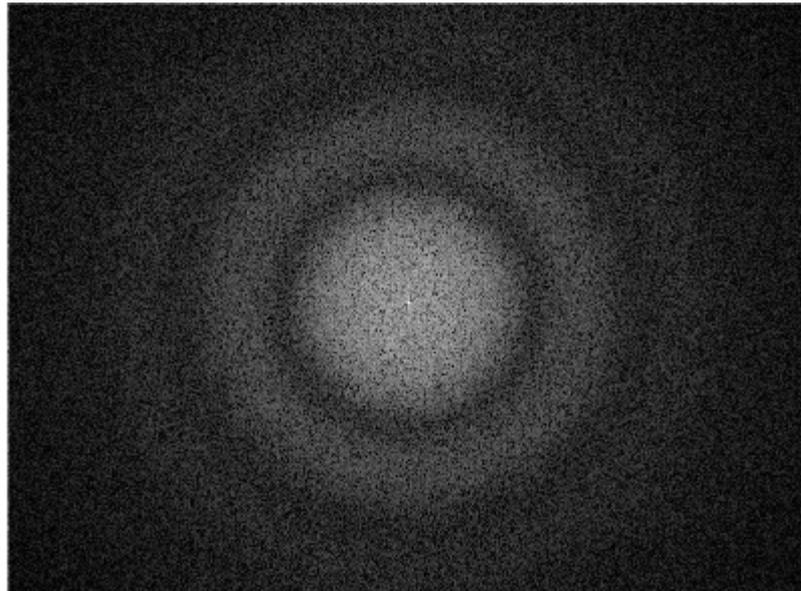


Рис. 8.13. Фотография дифракционной картины на мазке крови (центральный спектр экранирован)

Пространственный спектр большого числа когерентных точечных источников, образующих идентичные, одинаково ориентированные и хаотически расположенные пары

Пусть в экране π имеются совершенно одинаковые малые отверстия, объединенные в пары. Расстояние между двумя отверстиями одной пары одинаково для всех пар и равно ξ_0 . Прямые, соединяющие отверстия одной пары параллельны одному и тому же выделенному направлению и, следовательно, параллельны друг другу. Пары отверстий расположены в плоскости π хаотически.

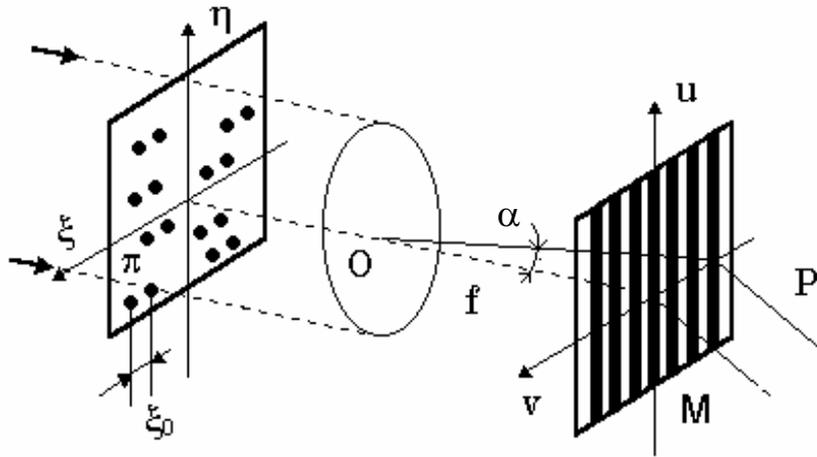


Рис. 8.14. Пространственный спектр экрана, содержащего хаотически расположенные пары отверстий

Получить такой экран можно простым смещением в заданном направлении исходных отверстий на расстояние ξ_0 . Пространственный спектр полного набора отверстий имеет такой же вид, как и спектр одной пары отверстий, но интенсивность его в N раз больше, где N - число пар отверстий. Спектр двух малых отверстий представляет собой полосы Юнга, ориентированные перпендикулярно линии, соединяющей центры отверстий. Угловое расстояние между линиями

$$\alpha = \frac{\lambda}{\xi_0}.$$

Представим точечные источники функцией $f(\eta, \xi)$. Экран, содержащий полный набор отверстий, можно представить сверткой

$$f(\eta, \xi) \otimes [\delta(\eta, \xi) + \delta(\eta, \xi - \xi_0)].$$

Пространственный спектр, соответствующий набору отверстий в экране π , вычисляется как Фурье-образ свертки. Функция $f(\eta, \xi)$ описывает диффузор, а ее Фурье-образ $F(u, v)$ - спекл-структуру, возникающую в фокальной плоскости. Фурье-образ суммы двух дельта-функций равен $1 + \exp(j2\pi v \xi_0 / \lambda)$. Без учета центральной области вокруг точки M , Фурье-образ распределения амплитуд в плоскости экрана π будет равен

$$F(u, v)[1 + \exp(j2\pi v \xi_0 / \lambda)].$$

С точностью до постоянного множителя для интенсивности получим

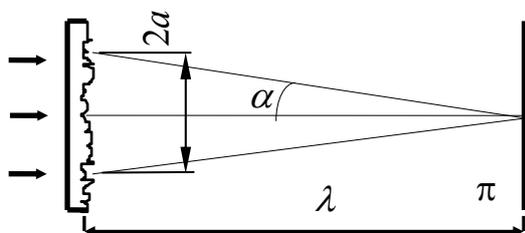
$$I = |\tilde{D}(u, v)|^2 \cos^2 \frac{\pi v \xi_0}{\lambda}.$$

Из этого выражения видно, что диффузный фон модулирован полосами Юнга, расстояние между которыми равно $\alpha = \lambda / \xi_0$.

Свойства спеклов в изображении объекта, освещаемого лазером

Если диффузный объект G освещают лазером, т.е. практически точечным источником, излучающим монохроматическое излучение, то излучение, рассеиваемое всеми точками поверхности объекта, когерентно и, следовательно, интерферирует. На изображении возникает множество интенсивных пятен, расположенных совершенно хаотически.

1. Размер спекла

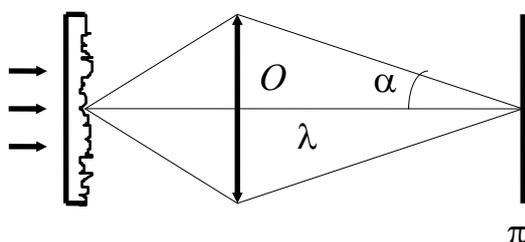


- Объективная спекл картина

Рис. 8.15. Размер объективного спектра

Диаметр ε наименьших из спеклов приблизительно равен диаметру дифракционной картины от области, освещаемой лазером на поверхности матовой пластины.

Если диаметр области, освещаемой лазером $2a$, расстояние от объектива до плоскости наблюдения λ , то $\alpha = a/\lambda$ и $\varepsilon \approx \lambda/\alpha$



- Субъективная спекл картина

Рис. 8.16. Размер субъективного спектра

Диаметр ε наименьших из спеклов приблизительно равен диаметру дифракционной картины от объектива, формирующего изображение.

Если диаметр объектива $2a$, расстояние от объектива до плоскости наблюдения λ , то $\alpha = a/\lambda$ и $\varepsilon \approx \lambda/\alpha$

- Смещение

Если объект G освещается параллельным пучком, падающим на него под некоторым углом, то при его смещении в собственной плоскости разность фаз волн, исходящих из его разных точек, не изменяется. Поэтому спекл-структура в плоскости π' тоже останется без изменений, она лишь будет следовать за перемещением объекта.

- Поворот

Если же объект G повернуть в его собственной плоскости, то относительные фазы и спекл-структура изменятся (во всех случаях, кроме случая нормального

падения пучка на объект G). То же самое происходит и тогда, когда мы имеем дело с диффузно отражающим объектом.

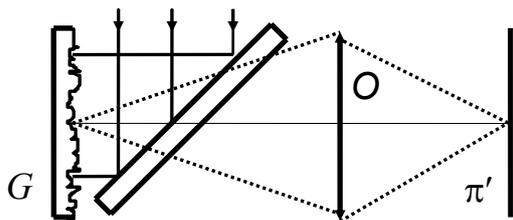


Рис. 8.17. Схема с перпендикулярным падением лучей

- Влияние диафрагмы

Если в некоторой плоскости перед объективом поместить диафрагму и перемещать ее в этой плоскости, то спекл-структура в плоскости π' будет изменяться. Смещение диафрагмы эквивалентно введению некоторого фазового множителя, неодинакового для разных точек объекта, на которых происходит дифракция излучения.

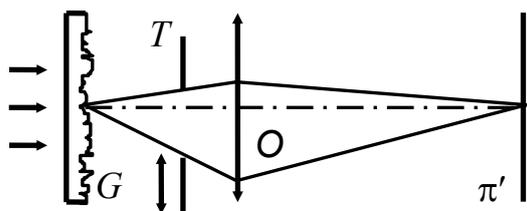


Рис. 8.18. Влияние смещения диафрагмы

При изменении положения диафрагмы изменяются разности фаз в плоскости π между дифракционными картинками, соответствующими разным точкам объекта G , а это и приводит к изменению спекл-структуры.

- Влияние формы диафрагмы

Форма диафрагмы определяет форму спеклов, как следует из механизма их образования. На рис. 8.19 для примера показаны спеклы, получающиеся в случае щелевой диафрагмы - все они вытянуты в направлении, перпендикулярном ориентации щели.

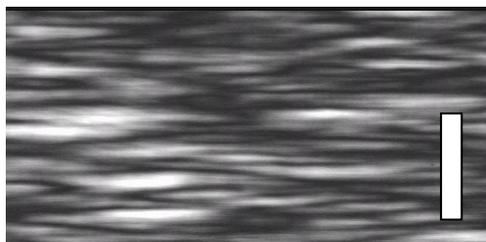


Рис. 8.19 Влияние формы щелевой диафрагмы (в правом углу рисунка приведена форма диафрагмы)

- Изменение спекл-структуры при смещении плоскости наблюдения

Сместим плоскость наблюдения π в направлении перпендикуляра к ней. Дифракционные картины, являющиеся изображениями разных точек матового

стекла, изменятся. Если смещение $\delta\lambda$ мало, то между спекл-структурами в плоскостях π' и π'' будет некая корреляция.

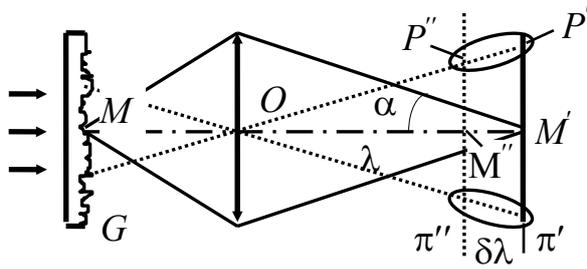


Рис. 8.20. Влияние смещения плоскости наблюдения

Как известно, изображением каждой точки объекта является дифракционная картина, имеющая в трехмерном пространстве форму "сигары". Такие "сигары" ориентированы так, как показано на рисунке и в пространстве расположены хаотически. Если смещение мало по сравнению с половиной длины "сигары", то будет существовать корреляция между спекл-структурами в плоскостях π' и π'' . Для этого случая можно ввести коэффициент подобия

$$\frac{M''P''}{M'P'} = \frac{\lambda - \delta\lambda}{\lambda} = 1 - \frac{\delta\lambda}{\lambda}.$$

Из этой формулы и условия подобия изображений точечного источника при дефокусировке следует, что для увеличения коэффициента подобия при заданном $\delta\lambda$ нужно уменьшить угловую апертуру 2α объектива O . К такому же выводу приходим, если рассматривать смещение не плоскости π' , а самого диффузного объекта G .

Аналогичный результат будет получен и при смещении объектива вдоль оси при неизменном положении плоскости π' и объекта G .

Спеклы Френеля и Фраунгофера

По аналогии с дифракцией Френеля и дифракцией Фраунгофера можно говорить о спеклах Френеля и Фраунгофера. Рассмотрим дифракцию на круглом отверстии в зоне Френеля на оси системы.

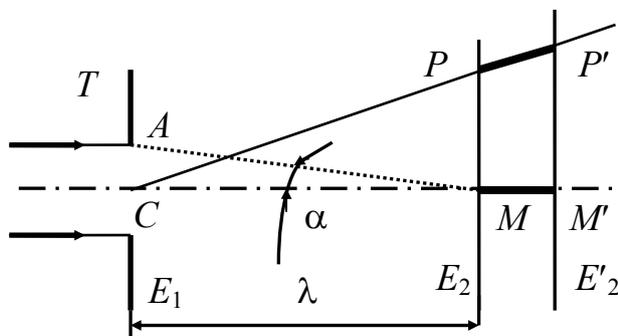


Рис. 8.21. Схема дифракционной задачи Френеля

Интенсивность в точке M представляет собой результат интерференции волн, испускаемых всеми точками отверстия T . Разность хода в точке M для

волн, исходящих из центра C и из крайней точки A отверстия T , дается выражением

$$\Delta = AM - CM = \frac{a^2}{2\lambda},$$

где a - радиус отверстия, а λ - расстояние E_1E_2 . Разность хода в точке M для волн, испускаемых двумя произвольными точками отверстия T , меняется в интервале от 0 до Δ , так как Δ - максимальная разность хода волн для данного отверстия. Сместим плоскость наблюдения на расстояние $\delta\lambda$. Если величина смещения достаточно мала, то вид интерференционной картины в точке M' , останется практически таким же, как и в точке M . Смещению на величину $\delta\lambda$ соответствует изменение разности хода на $a^2\delta\lambda/2\lambda^2$. Чтобы вид интерференционной картины оставался неизменным вдоль отрезка MM' , изменение разности хода должно быть значительно меньше длины волны света λ . Поскольку $\alpha = a/\lambda$, получаем условие

$$\delta\lambda \ll \frac{2\lambda}{\alpha^2}$$

Аналогичные выводы получаются и для рассмотрения явления не на оси системы. Можно утверждать, что дифракционные картины Френеля в плоскостях E'_2 и E_2 подобны. Если экран E_2 сместить на расстояние, превышающее $2\lambda/\alpha^2$, то дифракционная картина Френеля изменится. Чем больше расстояние E_1E_2 (меньше угол α), тем медленнее изменяется дифракционная картина при смещении плоскости.

Начиная с некоторого достаточно большого расстояния между экранами E_1 и E_2 , экран E_2 можно отодвигать сколь угодно далеко. Пока допустимое смещение $\delta\lambda$ конечно, мы имеем дело с дифракцией Френеля. При дальнейшем удалении экрана E_2 мы постепенно перейдем в область дифракции Фраунгофера. В этой области $\delta\lambda$ может принимать практически любые значения.

Теперь рассмотрим случай, когда в плоскости отверстия находится экран с очень большим числом хаотически расположенных маленьких отверстий. Вследствие интерференции в плоскости E_2 будет наблюдаться спекл-структура.

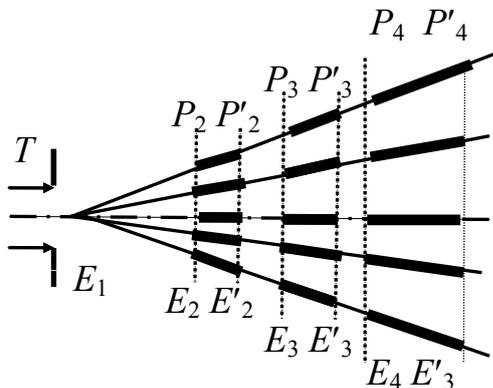


Рис. 8.22. Подобные спекл-структуры, наблюдаемые в параллельных плоскостях

Если экран E_2 сместить на расстояние, соответствующее критерию малости смещения, то картина интерференции практически не изменится.

Можно изобразить целый ряд пар параллельных плоскостей, разделенных тем расстоянием, на которое можно смещать плоскость наблюдения без существенных изменений в структуре спеклов. В той области пространства, где расстояния $E_2E'_2$, $E_3E'_3$ и т.д. конечны, наблюдаются спеклы Френеля (рис. 8.22).

Если же все больше и больше удалять плоскость наблюдения, то мы перейдем в область спеклов Фраунгофера, где расстояние между плоскостями E_n и E'_n становится бесконечно большим.

Размер спеклов при удалении плоскости наблюдения будет увеличиваться, но характер распределения интенсивности будет сохраняться.

8.2. Нормально развитая спекл-картина, условия ее наблюдения, контраст спекл-картины, индивидуальный спекл

Если падающая волна монохроматическая и полностью поляризованная, суммарное поле в произвольной точке наблюдения можно рассматривать как сумму ряда комплексных факторов, каждый из которых порождается отдельным рассеивателем или отдельной областью непрерывно рассеивающей поверхности. Сумма множества случайно сфазированных комплексных вкладов может рассматриваться как "случайное блуждание в комплексной области" (рис. 8.23)

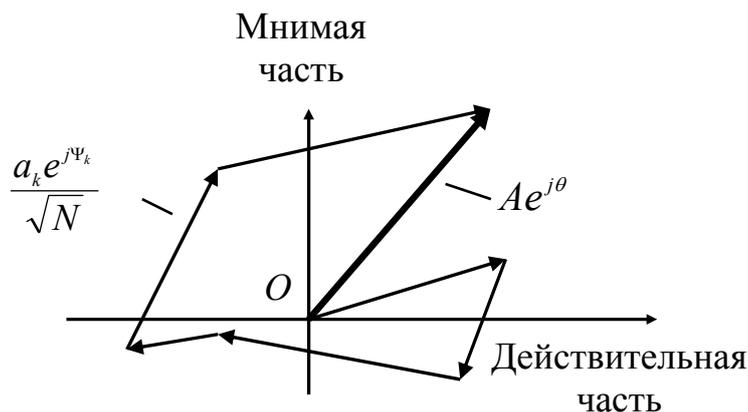


Рис. 8.23. Сумма случайных фазоров

При таком подходе поле можно рассматривать как комплексный аналитический сигнал

$$U(x,y,z,t) = A(x,y,z)\exp(i2\pi vt),$$

где ν - частота излучения; $A(x,y,z)$ - комплексная амплитуда.

$$A(x,y,z) = |A(x,y,z)|\exp[iq(x,y,z)],$$

$\theta(x,y,z)$ - фаза суммарной волны.

Рассмотрим сумму очень большого числа N комплексных фазоров; при этом пусть k -й фазор имеет случайную величину a_k / \sqrt{N} и случайную фазу φ_k .

Комплексная амплитуда результирующего возмущения может быть представлена таким образом

$$A(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \exp(i\Psi_k),$$

где $|a_k|$ и Ψ_k - амплитуда и фаза вклада от k -той рассеивающей области, N - число таких вкладов.

Чтобы получить нормально развитую спекл-картину, необходимо чтобы выполнялись определенные условия.

Во-первых, случайное "блуждание" должно состоять из большого числа случайных членов.

Во-вторых, эти члены должны быть независимы друг от друга.

В-третьих, фазы, связанные с каждым комплексным вкладом, должны быть полностью случайны, т.е. равномерно распределены в главном интервале $(-\pi, \div\pi)$.

Из первых двух предположений, в соответствии с центральной предельной теоремой, реальные и мнимые части комплексной суммы многих независимых случайных вкладов должны быть гауссовыми случайными переменными при больших значениях N .

Центральная предельная теорема устанавливает характер распределения среднего \bar{x} в целом при неограниченном росте объема выборки, а также асимптотический вид математического ожидания каждого испытания и дисперсии среднего. Она формулируется следующим образом: Пусть случайные величины имеют один и тот же закон распределения, среднее значение μ и дисперсию σ^2 . Если дисперсия σ^2 конечна, то при увеличении объема выборки n ($n \rightarrow \infty$) распределения выборочного среднего \bar{x} будет стремиться к нормальному распределению со средним μ и дисперсией σ^2 .

Если третье предположение справедливо, то можно показать, что реальная и мнимая части должны иметь равную дисперсию и среднее значение, приводя к "круговой" гауссовой комплексной статистике. И, если статистика результирующего поля имеет гауссов характер, то для него справедливо распределение Рэлея для интенсивности

$$P(I) = \frac{1}{\langle I \rangle \exp\left(\frac{I}{\langle I \rangle}\right)},$$

где I - интенсивность рассеянного излучения, $P(I)$ - плотность вероятности распределения интенсивности, $\langle I \rangle$ - средняя или ожидаемая интенсивность. Фундаментальное свойство распределения Рэлея заключается в том, что стандартное отклонение σ_I точно равно среднему. Таким образом, контраст спекл-картины, определяемый как

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle},$$

всегда равен единице для поляризованного излучения. Из-за столь высокого контраста спекл-структура очень мешает наблюдателю, особенно при рассмотрении тонкой структуры изображения.

Распределение средней интенсивности $\langle I \rangle$ в изображении освещаемого шероховатого объекта совпадает с интенсивностью, которая наблюдалась бы, если бы объект освещался пространственно некогерентным светом с той же самой спектральной плотностью мощности.

Таким образом, в рамках этой модели для анализа статистических свойств рассеянного поля не обязательно конкретизировать статистику неровностей поверхности.

Для описания пространственной структуры спекл-картины необходимо определить автокорреляционную функцию интенсивности и энергетический спектр. Автокорреляционная функция интенсивности по определению равна (Автокорреляционная функция записана относительно средней величины интенсивности)

$$B_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I(x + \Delta x, y + \Delta y)I(x, y) \rangle - \langle I \rangle^2.$$

С физической точки зрения автокорреляционная функция есть мера структурного подобия двух функций $I(x + \Delta x, y + \Delta y)$ и $I(x, y)$.

Благодаря свойствам комплексного гауссова процесса вычисление автокорреляционной функции интенсивности сводится к вычислению автокорреляционной функции поля:

$$B_I(\Delta x, \Delta y) = |B_A(\Delta x, \Delta y)|^2,$$

$$\text{где } B_A(\Delta x, \Delta y) = \langle A(x + \Delta x, y + \Delta y)A^*(x, y) \rangle.$$

Для автокорреляционной функции флуктуаций поля в зоне Фраунгофера в соответствии с теоремой Винера-Хинчина может быть записано выражение

$$B_A(\Delta x, \Delta y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} S(\xi, \eta) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda D} (\Delta x \xi + \Delta y \eta)\right] d\xi d\eta,$$

где распределение интенсивности рассеянного излучения $S(\xi, \eta)$ предполагается пропорциональным распределению интенсивности падающего излучения по рассеивающей области $|E(\xi, \eta)|$, т.е.

$$S(\xi, \eta) = k|E(\xi, \eta)|^2.$$

Теорема Винера-Хинчина: *Взаимный энергетический спектр двух случайных процессов равен фурье-образу функции крос-корреляции этих процессов.*

При выводе выражения, связывающего автокорреляционную функцию и спектральную плотность поля был использован дельта-коррелированный подход, т.е. предполагалось, что микроструктура рассеивающей поверхности настолько тонкая по сравнению с размерами освещающего пучка, что автокорреляционная функция рассеянного поля в непосредственной близости от поверхности может быть аппроксимирована двумерной дельта-функцией Дирака:

$$B_I(\xi, \eta; \xi_1, \eta_1) \approx kE(\xi, \eta)E^*(\xi_1, \eta_1)\delta^2(\xi - \xi_1; \eta - \eta_1).$$

Это соответствует условиям формирования нормально развитой спекл-картины, которые требуют наличия достаточно большого числа рассеивателей в рассеивающей области.

Таким образом получаем, что автокорреляционная функция флуктуаций интенсивности в зоне Фраунгофера в случае нормально развитой спекл-картины имеет вид

$$B_I(x, y) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\xi, \eta) \exp \left[-\frac{i2\pi}{\lambda D} (x\xi + y\eta) \right] d\xi d\eta \right|^2.$$

Спектр Винера флуктуаций интенсивности в плоскости Фраунгофера, описывает распределение пространственных частот и характеризует распределение интерференционных пятен по размерам. Он представляет из себя Фурье-преобразование автокорреляционной функции интенсивности поля:

$$\begin{aligned} W(u, v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} B_I(x, y) \exp[-i2\pi(ux + vy)] dx dy = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\xi, \eta) S(\xi + \lambda D u, \eta + \lambda D v) d\xi d\eta, \end{aligned}$$

т.е. спектр Винера флуктуаций интенсивности рассеянного излучения оказывается равен автокорреляционной функции распределения интенсивности по рассеивающей апертуре.

Необходимо также отметить, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(u, v) du dv = B_I(0, 0) = \sigma_I^2 = \langle I \rangle^2.$$

При наличии изображающей системы автокорреляционную функцию и спектр Винера в плоскости изображения можно получить если оптическую систему описать линейным фильтром с передаточной функцией $K(u, v)$. Передаточная функция связана с функцией зрачка

$$K(u, v) = H(\lambda D_2 u, \lambda D_2 v),$$

где D_2 - расстояние от главной оптической плоскости до плоскости изображения

$$W(u, v) = k \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\xi, \eta)|^2 |H(\xi + \lambda D_2 u, \eta + \lambda D_2 v)|^2 d\xi d\eta.$$

Таким образом, спектр Винера и автокорреляционная функция интенсивности для плоскости изображения (при наблюдении субъективной спекл-картины) имеют тот же самый смысл, что и для плоскости Фраунгофера при наблюдении объективной спекл-картины.

Функция автокорреляции интенсивности для объективной спекл-картины, возникающей при однородном освещении квадратной области поверхности с размерами $D \times D$ имеет вид

$$B_I(x, y) = \langle I \rangle^2 \left[1 + \operatorname{sinc}^2 \frac{Dx}{\lambda \lambda} \operatorname{sinc}^2 \frac{Dy}{\lambda \lambda} \right],$$

где λ - расстояние от рассеивающей поверхности до плоскости регистрации спекл-картины.

Если на некотором расстоянии от рассеивающей поверхности расположить плоский экран, на него спроецируется часть спекловой картины. Средний размер спеклов определится размером освещаемого участка поверхности и расстоянием от него до экрана.

Для равномерно освещенного участка поверхности диаметром D средний размер спеклов на экране, расположенном на расстоянии λ от рассеивающей поверхности составляет

$$\sigma_0 \approx 1.2 \frac{\lambda \lambda}{D},$$

что соответствует размеру пятна Эйри от апертуры диаметром D . При использовании апертуры квадратной формы средний размер спеклов будет примерно равен $\lambda \lambda / D$.

Для субъективной спекл-картины, формируемой оптической системой с диаметром выходного зрачка D , функция автокорреляции имеет аналогичный вид. Отличие может заключаться только в форме выходного зрачка при формировании субъективной спекл-картины и зоны освещения при регистрации объективной спекл-картины.

$$B_1(r) = \langle I \rangle^2 \left\{ 1 + \left[\frac{2J_1(\pi D r / \lambda \lambda)}{\pi D r / \lambda \lambda} \right]^2 \right\},$$

где J_1 - функция Бесселя, а $r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$.

В случае наблюдения субъективной спекловой структуры она модулирует с высокой пространственной частотой изображение, которое было бы получено в данной системе с некогерентным светом. Средний диаметр спекла определяется формулой

$$\sigma_s \approx 1.2 \frac{\lambda d_2}{D} = 1.2(1 + M)\lambda F,$$

где $M = d_2/d_1$ увеличение изображения; $F = f/D$ - апертурное отношение, т.е. величина, обратная светосиле системы.

Таким образом, можно сделать вывод, что субъективные спеклы эквивалентны объективным, генерируемым линзовым зрачком, рассматриваемым как рассеивающая поверхность.

В общем случае аналитические свойства спекл-картины зависят как от степени когерентности источника излучения, так и от характера микроструктуры рассеивающей поверхности. Если же пренебречь их зависимостью от тонких деталей строения поверхности, то для полностью когерентного излучения нетрудно установить связь между функцией автокорреляции и комплексной степенью когерентности спекл-поля:

$$B_I(x, y) = \langle I \rangle^2 [1 + |\gamma(x, y)|^2].$$

Поскольку мерой когерентности является видность интерференционной структуры, из последнего выражения следует, что ширина функции автокорреляции совпадает с расстоянием между областями с максимальной и минимальной интенсивностями. Это расстояние и принимается за характерный размер элемента спекл-картины, который принято называть индивидуальным спеклом.

Расстояние между областями с максимальной и минимальной интенсивностями принимается за характерный размер элемента спекл-картины, который принято называть индивидуальным спеклом.

8.3. Интерференция в диффузном свете. Спекл-интерферометрия. Примеры практического применения

Плоскопараллельная пластинка L освещается пучком параллельных лучей. Поверхность AB пластинки - диффузно отражающая, а ее задняя поверхность - зеркальная.



Рис. 8.24. Интерференция на бесконечности лучей, рассеянных в точке I

Рассмотрим ход лучей по двум разным оптическим путям (рис. 8.24).

1) Падающий луч SI нормально входит в толщу пластинки в точке I , идет вдоль пути IHI и в той же точке I диффузно рассеивается во всех направлениях.

Рассмотрим, например, направление IM' , составляющее угол θ с нормалью к пластинке.

2) Падающий луч SI в точке I диффузно рассеивается во всех направлениях. Рассмотрим, например, направление IJ , такое, что луч, распространяющийся вдоль него, испытывает в точке J зеркальное отражение и далее из точки K идет в направлении KK' , параллельном MM' .

Диффузное рассеяние света, обусловленное частицами шероховатой поверхности, приводит к беспорядочному изменению фаз падающих лучей. Два луча, диффузно рассеянных поверхностью AB , могут интерферировать даже в случае, если они рассеиваются двумя разными точками поверхности. При переходе от одной пары лучей к другой разность фаз меняется беспорядочно и для всего светового пучка интерференционная картина будет отсутствовать. Но

для лучей, диффузно рассеянных одной и той же точкой, это не так: два луча, такие как $SIHIM'$ и $SIJJK'$, рассеянные одной и той же точкой I поверхности AB , способны интерферировать. Это справедливо для любой точки поверхности AB и, следовательно, для всей совокупности лучей светового пучка.

Вычислим разность хода Δ между двумя рассмотренными выше лучами $SIHIM'$ и $SIJJK'$.

$$\Delta = 2n\overline{IH} + \overline{IM} - 2n\overline{IJ} = 2nh(1 - \cos \varphi)$$

n - показатель преломления пластинки L . Если углы θ и φ малы, то

$$\Delta \approx \frac{h\theta^2}{n}.$$

Лучи $SIHIM'$ и $SIJJK'$ на выходе из пластинки L идут в параллельных направлениях и интерферируют на бесконечности.

Интерференционные полосы можно наблюдать в следующей оптической схеме (рис. 8.25).

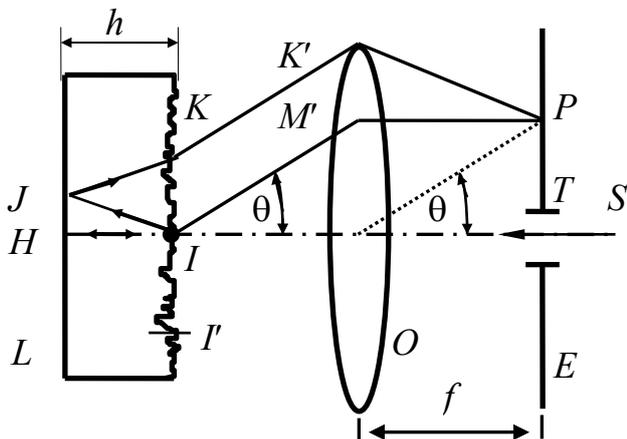


Рис. 8.25. Образование интерференционных колец в плоскости экрана E

В фокальной плоскости линзы O помещен экран E , в котором имеется малое отверстие T , через которое проходит узкий пучок излучения. Падающий луч SI испытывает диффузное рассеяние в точке I либо до, либо после отражения на задней поверхности пластинки L . Интерферировать будут лучи $IHIM'$ и $IJJK'$, испытавшие диффузное рассеяние в одной и той же точке I поверхности AB . Выйдя из пластинки, эти два луча распространяются в параллельных направлениях KK' и IM' и интерферируют в точке P фокальной плоскости линзы O . Их разность хода определяется выражениями, аналогичными предыдущему случаю. Интенсивность в точке P , обусловленная интерференцией этих лучей, дается классической формулой Френеля. Полагая, что амплитуды одинаковы, получим для интенсивности

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda}.$$

Для другой точки I' поверхности AB фаза интерферирующих волн будет иной, поскольку фазы волн, диффузно рассеиваемых разными точками поверхности AB , изменяется беспорядочно. В силу симметрии, рассматриваемой схемы и диффузного характера рассеяния падающего излучения на окружности, соответствующей точке P , интенсивность излучения

будет одинакова. Следовательно, интерференционная картина будет иметь круговую симметрию, и представлять систему колец (рис. 8.26).

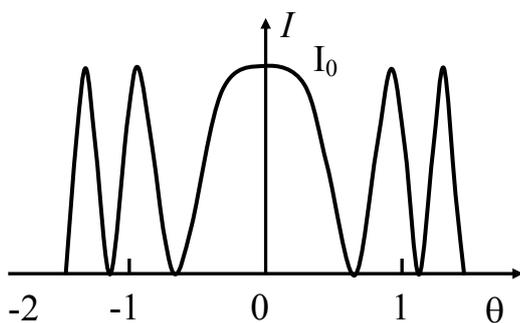


Рис. 8.26. Распределение интенсивности в интерференционных кольцах (сечение)

В направлении θ , т.е. в точке P фокальной плоскости E линзы O , будет наблюдаться светлое кольцо, если

$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{h\theta^2}{n\lambda} = p,$$

где p - целое число. Угловой радиус первого светлого кольца будет ($p=1$)

$$\theta = \sqrt{\frac{n\lambda}{h}}.$$

В случае стеклянной пластинки толщиной 0,5 мм с показателем преломления $n = 1,5$ первое светлое кольцо имеет угловой диаметр 2θ , в 8 раз превышающий угловой диаметр Солнца (при фокусном расстоянии 50 мм диаметр первого светлого кольца равен 4,35 мм; $\lambda = 0,63$ мкм; $\theta = 0,043$).

Существуют различия между этими кольцами и кольцами, наблюдаемыми в интерферометре Майкельсона, локализованными на бесконечности. Для колец, возникающих в диффузном свете, порядок интерференции в центре ($\theta = 0$) всегда равен нулю независимо от толщины h пластинки, т.е. яркое светлое пятно будет совпадать с отверстием T .

На рис. 8.26 представлена кривая зависимости интенсивности I от угла θ . Толщина диффузной пластинки h влияет только на диаметр колец. В интерферометре же Майкельсона интенсивность в центре зависит от "толщины" пластинки, и поэтому в белом свете кольца кажутся окрашенными и наблюдается только при условии, что разность хода Δ очень мала.

Кольца же, наблюдаемые в при диффузном рассеянии, всегда видимы и в белом свете, независимо от толщины h . В центре этих колец всегда располагается светлое пятно.

Опыт Берча-Токарского

Наличие зашумляющей изображение спекловой структуры является недостатком многих систем когерентной оптики. Однако спеклы нашли и полезное применение. Это обработка оптических изображений, регистрация смещений и деформаций диффузных объектов, астрономические исследования, связанные с изучением двойных звезд и измерением видимого диаметра звезды по пространственному спектру, создаваемому ею в присутствии атмосферной турбулентности спекл-структуры, измерение шероховатости и т.п.

Многие из этих применений связаны с обнаруженной в опыте Берча и Токарского возможностью введения в оптику пространственной несущей частоты и связанной с ней техники фильтрации изображений.

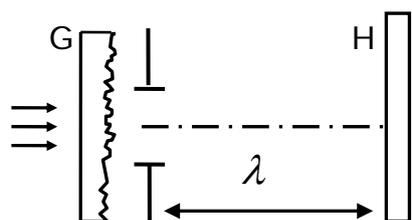


Рис. 8.27. Схема регистрации спекл-картины на фотопластинке H

Матовое стекло G освещают лазером и регистрируют спекл-структуру на фотопластинке. Спекл-структура в плоскости H характеризуется функцией $f(\xi, \eta)$, описывающей распределение интенсивности света в этой плоскости. После проявления на кривой пропускания t фотопластинки имеется линейный участок AB (рис. 8.28). В случае использования матричного приемника также выбирается линейный участок.

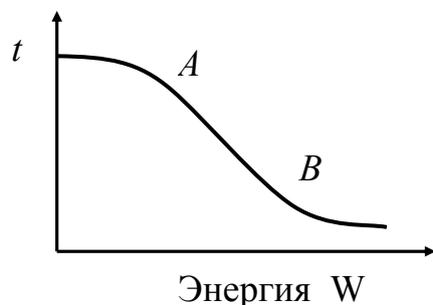


Рис. 8.28. Амплитудное пропускание негатива

Эту область и стараются использовать. В этой области амплитуда t и интенсивность $f(\xi, \eta)$, связаны линейным соотношением.

Будем считать, что интенсивность $f(\xi, \eta)$, такова, что амплитудное пропускание проявленного негатива не выходит из области линейности. Тогда амплитудное пропускание негатива можно записать

$$t = a - b f(\xi, \eta),$$

где a, b - константы, зависящие от свойств используемой фотоэмульсии.

Сделаем теперь не одну, а две одинаковые по времени экспозиции, сместив в промежутке фотопластинку. Регистрируемая интенсивность будет

$$f(\xi, \eta) + f(\xi - \xi_0, \eta)$$

Так как смещение эквивалентно свертке с дельта-функцией. Регистрируемую интенсивность можно записать в виде

$$f(\xi, \eta) * [\delta(\xi, \eta) + \delta(\xi - \xi_0, \eta)]$$

Таким образом, если на фотопластинке высокого разрешения зарегистрировать два изображения одной и той же спекловой структуры (например от матового стекла) со сдвигом в пространстве на ξ_0 , то получится негатив с амплитудным коэффициентом пропускания вида

$$t = a - bf(\xi, \eta) * [\delta(\xi, \eta) + \delta(\xi - \xi_0, \eta)]$$

где $f(\xi, \eta)$ - распределение интенсивности в спекловой структуре;

Пространственный спектр зарегистрированной картины будет иметь вид

$$\bar{t}(u, v) = F[t(\xi, \eta)] = a\delta(u, v) - bF(u, v)[1 + \exp(i2\pi u\xi_0 / \lambda)],$$

где $F(u, v)$ - Фурье-образ функции, а u, v - угловые координаты в фокальной плоскости.

При освещении негатива параллельным пучком лучей в фокальной плоскости линзы O можно получить изображение этого спектра. Член $a\delta(u, v)$ соответствует (если пренебречь дифракцией) изображению точечного источника, расположенного на бесконечности. Это изображение локализовано в фокусе F . Второй член представляет собой (умноженный на константу b) Фурье - образ $F(u, v)$ функции $f(u, v)$, модулированный функцией $1 + \exp(i2\pi u\xi_0 / \lambda)$. Диффузор $f(u, v)$ имеет очень тонкую структуру, а поэтому его Фурье образ $F(u, v)$ сильно растягивается в фокальной плоскости линзы O (рис. 8.29).

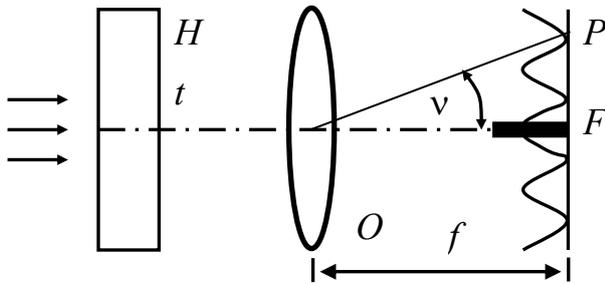


Рис. 8.29. Спектр двух идентичных смещенных относительно друг друга спекл-структур

Фурье-образ $F(u, v)$, как и сама функция $f(u, v)$ тоже описывает некую спекл - структуру. Если пренебречь изображением источника в фокусе F , то во всей остальной части фокальной плоскости интенсивность света с точностью до постоянного множителя будет равна.

$$I = |F(u, v)|^2 |1 + \exp(i2\pi u\xi_0 / \lambda)|^2 = |F(u, v)|^2 \cos^2(\pi u\xi_0 / \lambda).$$

Таким образом, диффузный фон $|F(u, v)|$ оказывается модулированным функцией $\cos^2(\pi u\xi_0 / \lambda)$, описывающей полосы Юнга. Угловое расстояние между двумя соседними полосами равно λ / ξ_0 . Например, при смещении на 20 мкм угловое расстояние между двумя светлыми полосами составляет $1^\circ 42'$.

Спекл-структура на негативе H состоит из мелких темных пятен, и, согласно теореме Бабине, ее спектр (всюду, кроме точки F) имеет тот же вид, что и спектр дополнительного непрозрачного экрана с малыми отверстиями на местах темных пятен. В рассмотренном выше мысленном опыте времена обеих экспозиций одинаковы и контраст полос Юнга максимален: т.е. минимальная интенсивность темных полос равна нулю.

Несколько экспозиций на одной фотопластинке

Сделаем ряд экспозиций с одинаковыми временами и одинаковыми смещениями фотопластинки (в одном и том же направлении) в промежутке между экспозициями. Если число экспозиций равно $N + 1$, то регистрируемая интенсивность будет равна свертке

$$f(\xi, \eta) * \sum_{n=0}^N \delta(\xi - \xi_0, \eta).$$

Если осветить негатив, то в произвольной точке (u, v) фокальной плоскости линзы O амплитуда будет определяться Фурье-образом. Если не учитывать изображения источника в фокусе F , то, с точностью до постоянного множителя для интенсивности, будем иметь выражение

$$I = |F(u, v)|^2 \left\{ \frac{\sin[(N + 1)2\pi u \xi_0 / \lambda]}{\sin(2\pi u \xi_0 / \lambda)} \right\}^2.$$

Спектр, наблюдаемый в фокальной плоскости линзы O , будет таким же, как и спектр дифракционной решетки с периодом ξ_0 и числом штрихов $N + 1$. Между двумя главными максимумами располагается $N - 1$ вторичных максимумов.

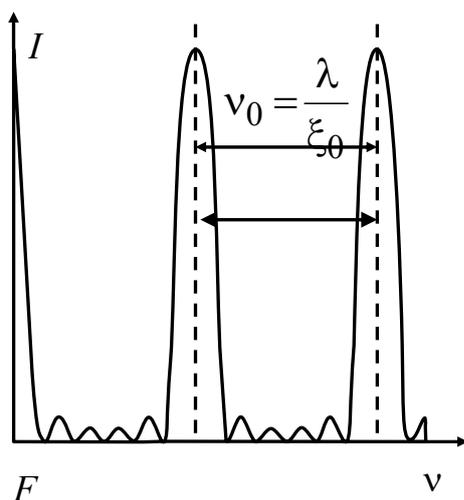


Рис. 8.30. Спектр для случая нескольких экспозиций со смещением

Если число экспозиций $N + 1$ достаточно велико, то можно представить регистрируемую интенсивность в виде

$f(\xi, \eta) * \text{comb}\left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)$, где $\text{comb}(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0)$ гребенчатая функция. Откуда для

спектра интенсивности в фокальной плоскости линзы O получим

$$I = |F(u, v)|^2 \text{comb}\left(\frac{u}{u_0}\right), \quad u_0 = \frac{\lambda}{\xi_0}.$$

Вычитание изображений

Задача: на двух диапозитивах A и B наряду с одинаковыми имеются и неодинаковые участки, и нужно получить разность $(A - B)$. Диапозитивы A и B могут представлять собой, например, полученные в разное время две фотографии одного и того же участка земной поверхности, на котором произошли какие-то изменения в промежутке между съемками. Требуется выявить эти изменения.

С этой целью делают копии диапозитивов A и B на одной и той же фотопластинке H высокого разрешения. При первой экспозиции перед H помещают диапозитив A и освещают его спекл-структурой, создаваемой матовым стеклом G , затем A заменяют B , и прежде чем сделать вторую экспозицию, смещают H на некоторое расстояние. При смещении H на ней запечатлеваются две спекл-структуры смещенные на малое расстояние. На одинаковых участках диапозитивов A и B имеются пары идентичных пятен. При дифракции два идентичных пятна дают интерференционные полосы Юнга в фокальной плоскости объектива.

Поместим в фокальную плоскость непрозрачный экран со щелью таким образом, чтобы щель совпала с темной полосой, тогда свет, дифрагированный двумя пятнами, не будет попадать на плоскость изображения, что справедливо и для всех пар одинаковых пятен. Это означает, что, все одинаковые участки диапозитивов A и B не будут видны на изображении H' .

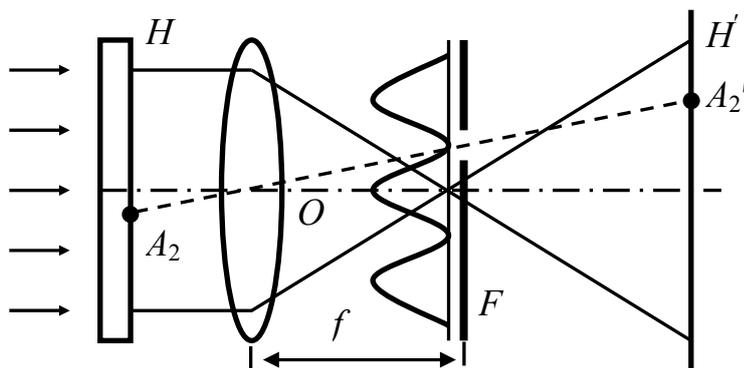


Рис. 8.31. Выявление в плоскости H' разницы двух изображений

В тех участках, где диапозитивы A и B не одинаковы, они дадут при дифракции на фотопластинке H полосы неодинаковой интенсивности (интенсивность в минимумах не будет равна нулю). И, в результате, в плоскости H' будут видны те участки изображений, на которых есть различия, т.е. видна "разность" изображений $(A - B)$.

Регистрируя диапозитивы на фотопластинке по описанной схеме, получают негатив с пространственным спектром:

$$\bar{i}(u, v) = a\delta(u, v) - b\{2[\bar{A}(u, v) * F(u, v)]\cos(\pi u/u_0) - [\bar{C}(u, v) * F(u, v)]\exp(-i\pi u/u_0)\}, \text{ где } \bar{C}(u, v) = \bar{A}(u, v) - \bar{B}(u, v).$$

Спектр содержит три составляющие, из которых только одна несет полезную информацию. Две другие должны быть отфильтрованы в процессе восстановления. Это достигается помещением в фокальную плоскость линзы экрана со щелью, приходящейся на минимум интерференционных полос, описываемых множителем $\cos(\pi u/u_0)$. Экран пропускает только составляющую

$$[\bar{C}(u, v) * F(u, v)]\exp(-i\pi u/u_0).$$

В плоскости изображения H' будет видна картина $\bar{C}(u, v)$, промодулированная спекл-структурой D . Такая структура спеклов мало сказывается на качестве изображения C , поэтому можно считать задачу решенной.

Спекл-интерферометрия

Конкретная спекловая структура содержит информацию о микрорельефе и форме объекта. Проводя статистическую обработку пятнистой структуры, можно получить информацию и о параметрах перемещения объекта, в том числе о его смещениях, скорости движения, амплитуде и частоте его вибраций и т. д.

Преимущество методов исследования поверхности с помощью спекл-структуры заключается в возможности изучения объектов, недоступных для непосредственного наблюдения, с целью измерения параметров микрорельефа, формы и перемещений, сравнимых с длиной волны λ , при сравнительной простоте технической реализации этих методов.

Исследование шероховатости поверхности. Обычно определяемые параметры микрорельефа поверхности - это дисперсия σ^2 высот шероховатостей на поверхности объекта и радиус корреляции r_{ii} этих высот. Из геометрических соображений следует, что случайные фазы волн, отраженных от различных участков поверхности однозначно связаны с высотами шероховатостей, причем дисперсию этих фаз σ^2_ϕ можно приближенно

определить с помощью соотношения

$$\sigma^2_\phi = \left(2 \cdot \frac{2\pi\sigma}{\lambda}\right)^2.$$

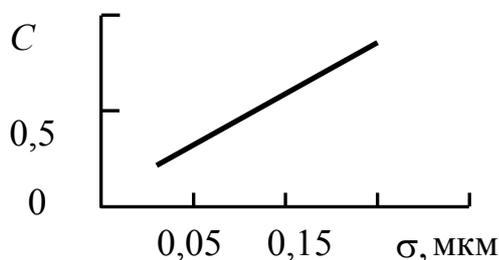


Рис. 8.32. Изменение контраста слабошероховатого объекта

Если высота шероховатостей много больше длины волны падающего излучения, то при большом числе вкладов N , в соответствии с теорией, контраст $C = 1$. В этом случае, в параметре C никакой информации о микрорельефе поверхности не содержится. Но контраст изображения

слабошероховатого объекта ($\sigma_\phi^2 \ll 1$) практически линейно зависит от высоты шероховатостей, что подтверждается и экспериментом.

Пусть $\sigma_\phi^2 \ll 1$, тогда, $C \approx 4\pi^2 \sigma^2 / \lambda^2 N$.

Для того чтобы воспользоваться этой формулой, нужно знать число независимых вкладов N . Если для формирования когерентного изображения используется оптическая система, то число независимых вкладов N может интерпретироваться, как число областей корреляции высот шероховатостей, расположенных в одном элементе разрешения оптической системы. В этом случае, отличие круговой гауссовой статистики, соответствующей нормально развитой спекл-структуре от некруговой, значительны уже при числе областей корреляции меньшем или равном 10.

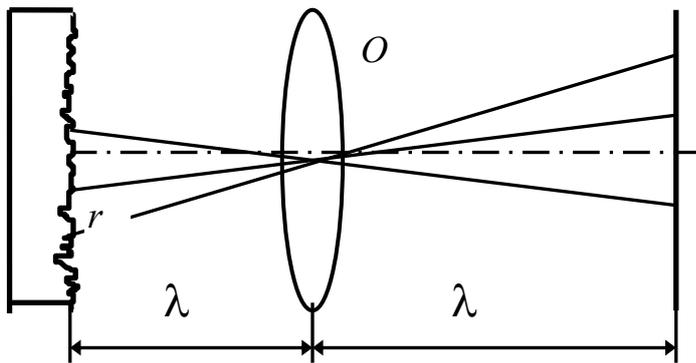
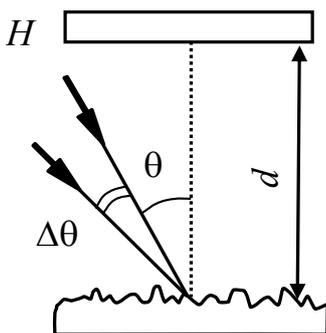


Рис. 8.33. К элементу разрешения оптической системы

Число областей корреляции высот шероховатостей, расположенных в одном элементе разрешения оптической системы $p = (S_p \pi r_{uu}^2 / \lambda^2 \lambda_0^2)^{-1}$, где S_p - площадь апертуры; r_{uu} - радиус корреляции шероховатостей на исследуемой поверхности; λ_0 - расстояние от исследуемой поверхности до оптической системы.

Элемент разрешения оптической системы приблизительно равен $r \approx \lambda_0 / d_a$, где d_a - диаметр апертуры оптической системы. Средний размер спекловой структуры - λ / d_a . Чем хуже разрешающая способность оптической системы, тем больший размер имеет элемент разрешения и, следовательно, тем большее число $N = \lambda_0 / d_a r_{uu}$ некоррелированных шероховатостей в нем содержится.

Измерение шероховатости поверхности по корреляции между двумя спекл-структурами, полученными при двух разных углах падения излучения.



На исследуемую поверхность последовательно под разными углами направляют лазерное излучение и регистрируют на фотопластинке H две спекл-структуры. В результате на фотопластинке получают две спекл-структуры сдвинутые одна относительно другой.

Рис. 8.34. Регистрация на фотопластинке двух спекл-структур, получаемых при двух наклонах освещающего пучка

Если изменение угла падения достаточно мало, то результатом оказывается простое смещение ξ_0 спекл-структуры $\xi_0 = d \cos \theta \Delta \theta$. Если изменение угла $\Delta \theta$ при заданном угле падения излучения θ будет достаточно большим, то можно показать, что смещение картины спеклов будет сопровождаться изменением ее структуры, обусловленное шероховатостью поверхности.

После проявления негатив H освещают параллельным пучком и в фокальной плоскости оптической системы наблюдают эквидистантные параллельные интерференционные полосы, угловое расстояние, между которыми равно λ/ξ_0 ; контраст полос будет зависеть от шероховатости поверхности. Метод пригоден для измерения больших шероховатостей, однако для $\sigma > 30$ мкм он не представляет практического интереса.

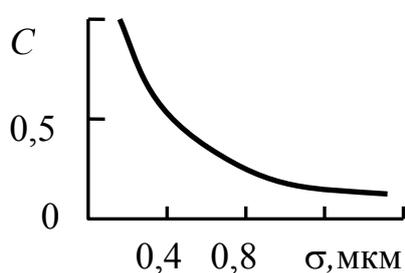


Рис. 8.35. Связь шероховатости и контраста спекл-структуры для источника белого света ($\lambda = 0,5$ мкм, $\lambda_c = 1,5$ мкм)

Представляет интерес измерение шероховатости с помощью источника, излучающего широкую полосу спектра. Если освещать шероховатую поверхность монохроматическим и пространственно-когерентным излучением, получаемая спекл-картина будет иметь максимальный контраст. Если же временную когерентность уменьшить, сохранив неизменной пространственную когерентность, то контраст спекл-структуры уменьшится. Этот эффект особенно заметен когда длина когерентности соизмерима с высотой рельефа поверхности. Экспериментальные исследования показывают, что соотношение между контрастом спекл-структуры и шероховатостью почти не зависит от способа получения шероховатой поверхности.

При использовании белого света (длина когерентности λ_c приблизительно равна 1,5 мкм) можно по контрасту спекл-структуры оценивать шероховатость σ в пределах от 0,2 до 3 мкм. Технически данный способ измерения можно реализовать, проецируя изображение исследуемой поверхности на малое отверстие, за которым помещен фотоприемник. Перемещая фотоприемник, измеряют профиль спекл-структуры. Диаметр отверстия должен быть, как минимум в несколько раз меньше характерного размера спекла.

Корреляционная спекл-интерферометрия

Спекл-интерферометрия это метод измерения, основанный на когерентном сложении (интерференции) поля, имеющего спекл-структуру, с плоской опорной волной или другим полем, имеющим спекл-структуру. Одним из применений этого метода является определение собственных частот и форм колебаний элементов конструкции.

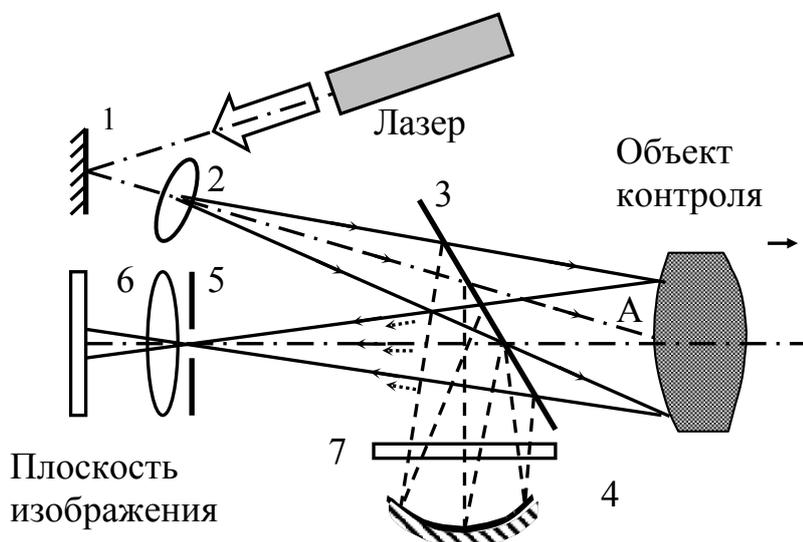


Рис. 8.36. Схема спекл-интерферометра. 1-поворотное зеркало; 2-микрообъектив; 3-светоделительная пластинка; 4-сферическое зеркало; 5-регулируемая диафрагма; 6-объектив CCD; 7-поляризационный светофильтр

В методе электронной корреляционной спекл-интерферометрии формирование системы корреляционных полос осуществляется путем вычитания видеосигналов.

Входную плоскость телекамеры помещают в плоскости изображения интерферометра. Выходной сигнал телекамеры, полученный при исходном положении предмета, записывается в памяти. Затем объект контроля смещается, и сигнал, поступающий с телекамеры, вычитается из записанного в памяти сигнала. В результате те части полученных двух изображений, для которых спеклы остаются скоррелированными, дают нулевой сигнал, тогда как сигнал от некоррелирующих участков отличен от нуля.

Таким образом, мы наблюдаем картину корреляционных полос, отражающую вариации амплитуды колебаний по поверхности предмета. Система получающихся интерференционных полос соответствует смещениям либо в предметной плоскости, либо по нормали к ней. В системах с усреднением по времени удастся наблюдать полосы только для нормальных к поверхности смещений.

Микрообъектив 2 служит для освещения всей поверхности объекта или участка подлежащего контролю. Полупрозрачное зеркало совместно со сферическим зеркалом используется для получения опорного пучка, который,

проходя через диафрагму, создает в плоскости мишени телекамеры равномерную когерентную засветку. Место установки полупрозрачного зеркала выбирается из условия обеспечения равенства оптической длины пути опорного и объектного пучка. Радиус кривизны сферического зеркала выбирается таким образом, чтобы опорный пучок фокусировался в плоскости диафрагмы. Поляризационный фильтр предназначен для регулирования уровня интенсивности опорного пучка. Диафрагма, установленная перед объективом телекамеры, ограничивает входной зрачок объектива телекамеры, и определяет размер минимального спекла. Изменение фазы опорного пучка может осуществляться за счет смещения сферического зеркала. При смещении фазы опорного пучка на изображении наблюдается изменение спекл-картины.

При возбуждении колебаний исследуемого объекта на резонансной частоте спекл-картина размывается до однородной, продолжая наблюдаться только в области узловых линий (см. рис. 8.37).



Рис. 8.37. Характерная картина спекл-интерферограммы

Для того чтобы зарегистрировать формы колебаний на каждой резонансной частоте, в памяти компьютера записывается спекл-изображение. Затем фаза опорного пучка смещается так, чтобы на спекл-изображении фаза изменилась на противоположную, и вновь записывается спекл-изображение. Два спекл-изображения вычитаются по модулю, и на экране монитора наблюдается результат вычитания, представляющий собой спекл-интерферограмму.

8.4. Способы устранения спекл-структуры

Существует два основных приема устранения спеклов и множество способов их реализации.

Во-первых, в некоторых случаях спеклы можно сделать меньше, чем детали объекта, представляющего интерес. Размеры спеклов являются дифракционно-ограниченными, так что, если детали объекта крупные, то спеклы становятся "ненаблюдаемыми".

Во-вторых, спеклы можно усреднить, используя интегрирование изображения во времени и одновременно осуществляя движение

рассеивателей; используя для подсветки одновременно несколько разных длин волн, изменяя размер апертуры в плоскости регистрации и т.п.

Возможны и другие способы. Все эти способы снижают разрешение изображения ниже дифракционного предела; во всех случаях используется некогерентное сложение изображений. Чтобы свести к минимуму корреляцию спеклов, достаточно очень небольшого движения, так что, сохраняя один из рассеивателей неподвижным и, при этом, вращая или перемещая второй, можно получить изображение, по существу свободное от спеклов за счет усреднения во времени.

Влияние усредняющего действия приемной апертуры на величину флуктуаций рассеянного когерентного излучения

Если размер приемной апертуры больше, чем средний размер спекла, статистика измеренной интенсивности уже не подчиняется закону Рэлея. Хорошей аппроксимацией такой интегрированной интенсивности служит гамма-распределение. В этом случае контраст спекл-структуры уменьшается из-за усреднения спеклов, попадающих в область приемной апертуры. Важно в этом случае уметь оценивать уменьшение контраста из-за усреднения, выполняемого приемной апертурой.

Измеренная интенсивность светового потока, проходящего через приемную апертуру, выражается через распределение интенсивности в спекл-картине как свертка с функцией $T(x,y)$, описывающей форму приемной апертуры.

$$I'(x,y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} I(x_1,y_1)T(x-x_1,y-y_1)dx_1dy_1$$

Спектр Винера измеренных флуктуаций интенсивности $W'(u,v)$ связан со спектром флуктуаций спекл-картины $W(u,v)$ следующим соотношением

$$W'(u,v) = W(u,v)|b(u,v)|^2,$$

где $b(u,v)$ фурье-образ функции $B(x,y)$, описывающей форму приемной апертуры. Дисперсия флуктуаций измеренной интенсивности выражается как:

$$\sigma_b^2 = \iint_{-\infty}^{+\infty} W(u,v)|b(u,v)|^2 dudv.$$

Возможность подавления спеклов в формирующей изображение системе с шероховатыми поверхностями связана с фундаментальным результатом теории вероятностей - сумма N одинаково распределенных вещественных некоррелированных случайных величин имеет среднее значение в N раз, а стандартное отклонение в \sqrt{N} раз большее среднего значения и стандартного отклонения любого одного компонента.

Исходя из этого, на практике чаще используют упрощенный метод оценки дисперсии флуктуаций измеренной интенсивности рассеянного излучения,

используя предположение, что изображение состоит из некоррелированных спеклов, или ячеек, характерного размера.

Будем считать, что в пределах апертуры содержится N таких ячеек. Тогда полная комплексная амплитуда U внутри апертуры запишется в виде

$$U = \sum_{m=1}^N U_m, \text{ где } U_m - \text{ комплексная амплитуда от } m - \text{ ой ячейки. Так как по}$$

предположению U_m независимы, величину U можно считать результатом процесса случайных блужданий. Вычисление моментов распределения для этого случая показывает, что контраст регистрируемой спекл-картины оказывается равным $1/\sqrt{N}$.

Иначе говоря, **контраст спекл-картины уменьшается обратно пропорционально квадратному корню из площади апертуры.**

Подобный метод применим лишь для полностью когерентного освещения.

Некоррелированные спекловые картины возникают в том случае, если излучение содержит компоненты, достаточно сильно различающиеся по частоте, поляризации или временной задержке.

Если при отражении излучения от шероховатой поверхности возникает деполяризация излучения, контраст спекл-картины уменьшается. При полной деполяризации контраст спекловой картины уменьшается в $\sqrt{2}$ раз.

При освещении поверхности взаимно некогерентным излучением N лазеров, контраст спекл-картины уменьшается в \sqrt{N} раз.

Более подробно вопросы изменения контраста изображения при различных условиях облучения поверхности объекта рассмотрены в следующем разделе.

9. Теория когерентных изображений

9.1. Статистические характеристики когерентных изображений. Контраст изображения

Рассмотрим свойства когерентного изображения для случая, когда цель подсвечивается когерентным излучением, и состоит из двух точечных объектов (Рис. 9.1.). Зададим расположение этих объектов с помощью радиус-векторов $r_1=(x_1, y_1, z_1)$, $r_2=(x_2, y_2, z_2)$. И пусть изображение этого объекта строится тонкой линзой.

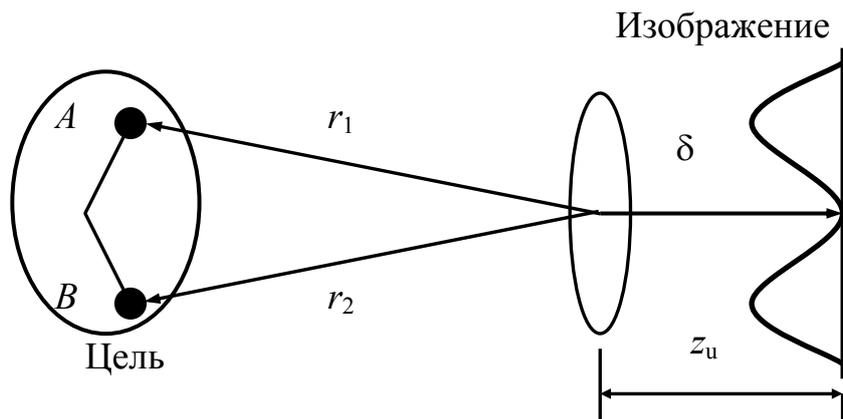


Рис. 9.1. Формирование изображения двухточечного объекта

Линза, формирующая изображение, имеет фокусное расстояние f : $1/f=1/r_u+1/z_u$. В этом случае поле в изображении представляется в виде сумм двух слагаемых, соответствующих изображению двух точечных объектов:

$$E(\delta) \sim k_1 A'(\delta) + k_2 B'(\delta),$$

где k_1, k_2 – коэффициенты отражения от точечных объектов A и B ;

δ - радиус вектор изображения.

На рис. 9.2 приведены построенные при различных реализациях x_1, x_2 изображения для случая плоского экрана.

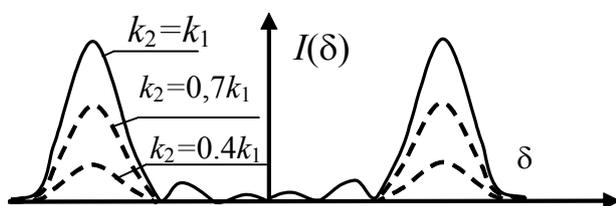


Рис. 9.2. Распределение интенсивности в когерентном изображении двухточечного объекта

Видно, что распределение интенсивности $I(\delta) = |E(\delta)|^2$ существенно зависит как от k_1, k_2 , и от x_1, x_2 . Естественно считать $k_1 \approx k_2$. Если выполняется условие $x_1 - x_2 < \lambda r_u / d_p$, то при $k_1 \approx k_2$ отклики от обоих точечных объектов располагаются практически в одном месте.

Представим далее, что расположение точечных объектов случайно. В данном случае максимальное значение контраста $C = 0,5$ и достигается оно при равенстве амплитуд изображений источников.

Когерентные изображения объектов, состоящих из точек с достаточно большим случайным разбросом расстояний между ними, сильно флуктуируют, т.е. представляют собой сильно изрезанные по яркости структуры.

Можно предположить, что при увеличении числа точек, составляющих подобные объекты, контраст будет увеличиваться.

Пусть цель состоит из n_0 независимо расположенных точек. В этом случае

$$E(\delta) = E_u \sum_{j=1}^{n_0} A_j \exp(i\varphi_j).$$

Очевидно, φ_j также независимы. В соответствии с условиями формирования нормально-развитой спекл-структуры при $n_0 \gg 1$, $C \approx 1$, т.е. контраст в когерентном изображении многоточечного объекта, состоящего из случайно и независимо расположенных точек, разброс по фазе которых существенно превышает длину волны подсвечивающего излучения, стремится к единице.

9.2. Учет дискретности спектра подсвечивающего излучения и направления подсвета

Дискретность спектра подсвечивающего излучения

В реальных условиях подсвечивающее цель излучение никогда не бывает чисто когерентным. Оно может состоять из дискретного или непрерывного набора волн (частот), что приводит к ухудшению временной когерентности излучения. Рассмотрим влияние излучения в виде набора дискретных волн на статистические характеристики изображения.

Изображения, получаемые при фотографировании в белом свете, не имеют пятнистой флуктуационной структуры. Поэтому, можно предположить, что с увеличением числа длин волн подсвечивающего излучения контраст в изображении будет уменьшаться.

Пусть цель состоит из двух случайно расположенных объектов, и в подсвечивающем излучении присутствуют две длины волны. В этом случае результирующая амплитуда поля в изображении цели при его облучении двумя длинами волн

$$E(\delta, t) = E(\omega_1, \delta) \exp(i\omega_1 t) + E(\omega_2, \delta) \exp(i\omega_2 t),$$

где $E(\omega_j, \delta) \approx E_u [A_1 \exp(i\omega_j z_1 / c) + A_2 \exp(i\omega_j z_2 / c)]$; $\omega_j = 2\pi c / \lambda_j$; $j = 1, 2$.

Следовательно, интенсивность изображения представляет собой меняющуюся со временем структуру с периодом изменения $\tau = 1/(\omega_2 - \omega_1)$.

Разность частот излучения $\omega_2 - \omega_1$ для оптического диапазона волн обычно велика. Даже при отличии длин волн на 10^{-5} % она составляет порядка 10 МГц.

Характерное время регистрации оптических изображений 10^{-7} с и выше. Следовательно, регистрироваться будет усредненная по времени интенсивность - плотность энергии излучения

$$Q(\delta) = \int_0^T |E(\delta, t)|^2 dt,$$

где T – время регистрации изображения.

В этом случае имеет смысл говорить только статистических характеристиках величины $Q(\delta)$.

$B_{12} = \langle I_1 I_2 \rangle - \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle$ - частотная корреляционная функция.

Предположим, что $z_1 - z_2$ распределено по гауссову закону с

$$\sigma = \sqrt{\langle (z_1 - z_2)^2 \rangle} \gg \lambda_1, \lambda_2.$$

Если $(\omega_1 - \omega_2)\sigma/c \gg 1$, $(\omega_1 - \omega_2) \eta_m / c \gg 1$, то $C_1 = C/2$. В противоположном случае $C_1 \approx C$. Это значит, что контраст при подсвете двухточечного объекта двумя достаточно разнесенными длинами волн падает в два раза. При слабом разнесении длин волн падение контраста отсутствует.

Например, при $\sigma = 100\lambda$ разнесение по длинам волн, приводящее к двукратному падению контраста, составляет $\Delta\lambda = \lambda^2/\sigma \approx 10^{-2} \lambda$.

При $\Delta\lambda \ll 10^{-2} \lambda$ падение контраста не происходит.

С физической точки зрения падение контраста в изображении при подсвете объекта сильно разнесенными длинами волн объясняется тем, что в плоскости изображения формируются два или несколько несовпадающих между собой изображения.

Двукратное падение контраста при $(\omega_1 - \omega_2)\sigma/c \gg 1$ имеет место и при подсвете многоточечного объекта (цели).

В случае, когда многоточечный объект подсвечивается несколькими длинами волн $\lambda_m = 2\pi c/\omega_m$, $m = 1, 2, \dots, m_0$ контраст уменьшается в число раз, соответствующее числу длин волн подсвечивающего излучения: $C_1 = C/m_0$ при $(\omega_m - \omega_n)\sigma/c \gg 1$. В противоположном случае $C_1 = C$, т. е. контраст такой же, как при подсвете многоточечного объекта одной длиной волны.

Таким образом, контраст в изображении многоточечного объекта со случайным расположением точек меняется от контраста C , получаемого на одной длине волны, до контраста C/m_0 , имеющего место при условии, что все длины волн удовлетворяют неравенствам

$$\lambda_m - \lambda_n > \lambda_m \lambda_n / \sigma, \quad m, n = 1, 2, \dots, m_0,$$

где m_0 – кратное падение контраста является следствием сложения m_0 статистически независимых изображений, получаемых на различных длинах волн. Это приводит к m_0 – кратному уменьшению относительной дисперсии суммы этих изображений.

При рассмотрении данного вопроса мы не учитывали корреляционных связей между точками, которые имеют место, если объект непрерывен, не учитывалось также интенсивности каждой из спектральных составляющих и форма объекта.

В случае эквидистантного расположения длин волн облучения относительно λ , результату

$$C_1 = \frac{C}{m_0} = \frac{1}{m_0} \times \frac{\langle (\delta I_1)^2 \rangle}{\langle I_1 \rangle^2}$$

можно дать следующую интерпретацию. Пусть $\Delta\lambda$ - ширина спектра излучения. Тогда интервал между соседними длинами волн составляет величину $\Delta\lambda/m_0$. Условие статистической независимости изображений, получаемых на соседних длинах волн $\Delta\lambda/m_0 \geq \lambda^2/\sigma$.

Отсюда $m_0 \leq \sigma/\lambda_c$, где $\lambda_c = \lambda^2/\Delta\lambda$ - параметр, описывающий длину когерентности излучения. Следовательно, $C_1 = (\lambda_c/\sigma)C$.

Физический смысл последнего выражения состоит в том, что контраст в изображении, получаемом на широком спектре длин волн, падает во столько раз по сравнению с контрастом изображения, получаемом на одной длине волны, во сколько раз длина когерентности излучения меньше дисперсии расстояния между точками объекта. Этот результат есть следствие того факта, что при $\lambda_c \ll \sigma$ расстояния между точками объекта столь велики, что их можно мысленно разбить на участки вдоль оси z , причем эти участки (даже соседние) будут рассеивать излучение, не интерферирующее друг с другом. Число таких статистически независимых полей как раз и составляет $m_0 = \lambda_c/\sigma$.

Качественно подобная картина будет иметь место и при произвольном виде спектра. В этом случае $\Delta\lambda$ - полуширина спектра, $\lambda_c = \lambda^2/\Delta\lambda$.

Статистические характеристики изображения объекта при его движении и монохроматическом подсвете с разных направлений

Пусть многоточечный неподвижный объект подсвечивается одновременно с нескольких направлений; источники подсвета расположены в плоскости апертуры линзы, формирующей изображение; начальные фазы излучения источников случайны и независимы.

Двухточечный объект.

$$E_s = E_{us} \left[A_1(i\varphi_1) \exp\left(i \frac{2\pi x_1}{\lambda} \sin \theta_s\right) + A_2(i\varphi_2) \exp\left(i \frac{2\pi x_2}{\lambda} \sin \theta_s\right) \right] \exp(i\psi_s),$$

где E_{us} - амплитуда поля j -го источника на объекте, θ_s - углы падения, $s = 1, 2$; $\sin \theta_s = \rho_{us} / r_u - \rho_{us}$, ρ_{us} - положение источников, ψ_s - начальные фазы

источников. Очевидно, $\langle E_1 E_2^* \rangle_{\text{и}} = 0$, где $\langle \rangle_{\text{и}}$ – усреднение по фазам источников.

С учетом этого условия при $\theta_1 = \theta_2$ имеем $C_2 = C$;

при $(2\pi/\lambda)(x_1 - x_2)(\sin \theta_1 - \sin \theta_2) = \pi/2 + 2\pi m_0$ получим $C_2 = C/2$.

При $A_1 \neq A_2$ $\langle E_1 E_2^* \rangle$ не обращается в нуль. Таким образом, C_2 является периодической функцией. Двукратное падение контраста объясняется периодической декорреляцией интенсивностей в изображении при изменении угла подсветки θ_2 .

Многоточечный объект

Поле в изображении $E(\delta) = \sum_{s=1}^{m_0} E_s(\delta)$,

$$\text{где } E_s(\delta) = E_{us} \sum_{j=1}^{n_0} A_j \exp(i\varphi_j) \exp\left[i \frac{2\pi r_j (\rho_{us} + \delta)}{\lambda r_{\text{ц}}}\right] \exp(i\psi_s),$$

где ρ_{us} – радиус-вектор s – го источника; n_0 – число точек объекта, ψ_s – фаза источника, m_0 – число источников.

При разнесении источников подсвета объекта на расстояние, большее размеров апертуры линзы d_p , наступает полная декорреляция между изображениями. С физической точки зрения это объясняется тем, что при изменении направления подсвета объекта поле также поворачивается относительно объекта, но в противоположном направлении.

При повороте поля на угол $d_p/r_{\text{ц}}$ происходит полная смена одной реализации поля на апертуре линзы на другую реализацию. Это приводит к эффекту декорреляции интенсивностей изображений, получаемых до и после поворота источника подсвета на угол $d_p/r_{\text{ц}}$.

Следует отметить, что поворот поля по законам зеркального отражения имеет место лишь при $n_0 \rightarrow \infty$. В этом случае многоточечный объект трансформируется в объект со сплошной поверхностью, отражающей по законам, близким к геометрической оптике.

В случае объекта, состоящего из малого числа точек, функция корреляции интенсивностей B_{12} в изображении не стремится к нулю при изменении направлении подсвета. Для двухточечного объекта она даже периодическая. Это связано с тем, что при изменении направления подсвета подобного объекта законы геометрической оптики не выполняются даже приблизительно.

Учитывая соотношение для функции корреляции интенсивностей B_{st} и, полагая, что амплитуды источников равны, а, следовательно, $\langle I_s \rangle = \langle I_1 \rangle$ найдем контраст изображения, получаемого при подсвете от независимых источников

$$C_2 = \frac{1}{m_0} - \frac{1}{n_0} + 2 \sum_{\substack{s,t=1 \\ s < t}}^{m_0} \frac{|\langle E_s E_t^* \rangle|^2}{m_0^2 \langle I_1 \rangle^2}, \text{ при } s = t, C_2 = 1 - 1/n_0 = C.$$

Таким образом, при совпадении источников, контраст, естественно, сохраняется прежним, как и при подсвете из одного источника. В случае конечного числа m_0 и при достаточно большом числе точек n_0 , составляющих объект происходит декорреляция полей, т.е. $\langle E_s E_t^* \rangle \approx 0$. В этом случае $C_2 \approx 1/m_0$. Этот результат является следствием наложения m_0 изображений с независимыми полями, что, как известно, приводит к m_0 -кратному падению контраста. Исходный единичный контраст принят в силу предположения, что $n_0 \rightarrow \infty$. Условие декоррелируемости полей состоит в том, чтобы источники были разнесены между собой на расстояния большее размеров апертуры линзы $|\rho_{us} - \rho_{ut}| > d_\rho$. По аналогии со случаем подсвета объекта различными длинами волн, при котором падение контраста в изображении наступает при условии $(\lambda_s - \lambda_t)/\lambda_s^2 > \sigma^{-1}$, можно переписать условие $|\rho_{us} - \rho_{ut}| > d_\rho$ в виде $|\rho_{us} - \rho_{ut}| > \lambda_n$, где λ_n – длина пространственной когерентности источников, равная d_ρ .

Таким образом, контраст при подсвете объекта источниками со случайными и независимыми за время наблюдения фазами, что имеет место, например, из-за изменения взаимного расположения источников, с ростом числа подобных источников уменьшается. Такие источники принято считать некогерентными между собой.

Рассмотрим случай, когда источники расположены внутри области, равной половине апертуры линзы. Для упрощения анализа, расположим их по одной линии, и будем считать, что $n_0 \rightarrow \infty$. В этом случае

$$C_2 = \frac{1}{m_0} - \frac{1}{n_0} + \frac{2}{m_0^2} \sum_{\substack{s,t=1 \\ s < t}}^{m_0} \left[1 - \frac{d_k(t-s)}{2m_0 d_\rho} \right],$$

где d_k – расстояние между крайними источниками. Тогда после суммирования по s и t получим

$$C_2 = 1 - \frac{1}{n_0} - \frac{d_k}{6d_\rho} \frac{(m_0 - 1)(m_0 + 1)}{m_0^2}.$$

При $m_0 \gg 1$, $C_2 = C - d_k/6d_\rho$ ($d_k < d_\rho/2$ по условию), $C = 1 - 1/n_0$.

Контраст суммарного изображения в этом случае превышает $C - 0.1$. При уменьшении максимального расстояния между источниками d_k контраст C_2 возрастает и при $d_k \rightarrow 0$ стремится к C независимо от числа источников. Рост

размеров апертуры линзы также приводит в этом случае к возрастанию контраста.

К уменьшению контраста приводит также изменение фазовых набегов между соседними точками при изменении направления подсвета объекта.

ГЛОССАРИЙ

1. Когерентность излучения

Характеристика согласованности (корреляции) световых колебаний в различных точках пространства и в различные моменты времени.

2. Корреляционная функция

Если вектор напряженности содержит компоненту, случайным образом изменяющуюся по пространственным координатам \mathbf{r} и по времени t , то можно построить следующую корреляционную функцию

$$B(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) = \langle E(\mathbf{r}_1, t_1) E^*(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle,$$

где угловые скобки означают усреднение по всему пространству и по всему интервалу времени наблюдения.

3. Изотропное случайное поле

Однородное случайное поле называется изотропным, если корреляционная функция зависит лишь от абсолютного значения расстояния между двумя точками $\mathbf{s} = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$.

4. Стационарное случайное поле

Стационарное случайное поле, это такое поле статистические характеристики которого во времени не меняются,

$$B(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) = B(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_2 - t_1).$$

5. Статистически однородное поле

Статистически однородное поле – поле, для которого корреляционная функция зависит лишь от разности $r_2 - r_1$

$$B(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) = B(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, t_1, t_2).$$

6. Размер зоны когерентности

Расстояние между точками поля, для которого степень пространственной когерентности уменьшаются в заданное число раз.

7. Время когерентности

Временной интервал, для которого степень временной когерентности уменьшаются в заданное число раз называются временем когерентности.

8. Многомодовое излучение

Излучение, представляющее собой суперпозицию большого числа поперечных мод.

9. Одномодовый лазер

Лазер, генерирующий один тип поперечных колебаний.

10. Многомодовый лазер

Лазер, генерирующий суперпозицию большого числа поперечных типов колебаний.

11. Число Френеля

$$(ka^2 / 2\pi L),$$

где $k=2\pi/\lambda$, a – радиус зеркала резонатора, L - база резонатора

12. Радиус корреляции

Тоже, что интервал корреляции

13. Техническая ширина линии излучения

Техническая ширина спектральной линии излучения

$$\Delta\omega_T = \sigma_\omega$$

обусловленная, факторами технического порядка, вклад которых зависит от конструкции лазера, стабилизации параметров и т. п. подчеркивая этим, что причиной уширения линии в рассматриваемом случае оказываются факторы технического порядка. Величина $\Delta\omega_T$ различна для различных типов лазеров.

14. Естественная ширина спектральной линии

Ширина спектральной линии изолированного, неподвижного, невозмущенного атома (молекулы). Идеализированное понятие, используемое в физике.

15. Добротность резонатора

Величина добротности может быть определена следующим образом

$$Q = \frac{2\pi\nu \times \text{запасенная энергия}}{\text{суммарные потери энергии когерентного излучения в секунду}}$$

16. Теоретическая ширина линии излучения

$$\delta\nu = \frac{8\pi h\nu}{P^{(0)}} (\Delta\nu_{рез})^2,$$

где $P^{(0)}$ мощность излучения лазера, $\Delta\nu_{рез}$ ширина линии пропускания резонатора.

Абстрактная величина, обеспечение, которой на практике не представляется возможным, что следует из произведения $\Delta\nu\Delta t = 1$ (Δt - время установления устойчивого режима).

Так как частота генерации определяется длиной базы резонатора, ширина линии будет равна теоретической величине, если выдержать длину базы резонатора с точностью

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta \nu}{\nu} \text{ в течение времени } \Delta t = \frac{1}{\Delta \nu}.$$

Ясно, что из-за механических нестабильностей, теплового дрейфа и других причин такую стабильность длины резонатора выдержать в таком интервале времени практически невозможно.

17. Время когерентности

$$\text{Время когерентности } \Delta \tau = \frac{1}{\Delta \nu}.$$

18. Длина когерентности

Длина λ называется длиной когерентности и выражается $\lambda = c\Delta\tau$.

19. Принцип Гюйгенса-Френеля

Принцип Гюйгенса-Френеля - каждая точка на поверхности Σ действует как новый вторичный источник сферических волн. Напряженность поля вторичного источника в точке P_1 пропорциональна $(j\lambda)^{-1}U(P_1, \nu)$, и этот источник излучает с амплитудным коэффициентом направленности $\chi(\theta)$.

20. Функция взаимной когерентности

Определяется аналогичным образом, как и функция когерентности поля.

$$\Gamma(Q_1, Q_2; \tau) = \langle u(Q_1, t + \tau)u^*(Q_2, t) \rangle.$$

21. Условие квазимонохроматичности излучения

$$\Delta\omega/\omega \ll 1$$

22. Взаимная интенсивность

$$J(Q_1, Q_2) = \Gamma(Q_1, Q_2; 0) \rightarrow \tau = 0,$$

23. Интервал пространственной когерентности

Расстояние между точками поля, для которых $|\gamma_{12}| = 0.88$ называется интервалом пространственной когерентности (данное понятие интервала пространственной когерентности введено для источника круглой формы, для источника другой формы его величина может отличаться).

24. Теорема Ван Циттерта-Цернике

С точностью до экспоненциального множителя $\exp(-j\psi)$ и масштабных постоянных взаимную интенсивность $J(x_1, y_1; x_2, y_2)$ можно найти, выполнив двумерное преобразование Фурье распределения интенсивности $I(\xi, \eta)$ по поверхности источника.

25. Спекл

Английское speckle – пятнышко, крапинка.

26. Спекл-картина

Спекл-картина - это интерференционная картина нерегулярных волновых фронтов, образующаяся при падении когерентного излучения на сильно шероховатую поверхность.

27. Фокальный объем

Условно определяемая величина, соответствующая максимальной плотности светового потока в изображении точечного источника. Наибольшая плотность энергии локализована в объеме, напоминающем по форме сигару.

Параметры фокального объема - длина $\frac{4\lambda}{\alpha^2}$; ширина $-1.22\frac{\lambda}{\alpha}$, где α - апертурный угол.

28. Объективная спекл-картина

Объективная спекл-картина формируется во всем пространстве перед освещаемой поверхностью или за пропускающей шероховатой поверхностью.

29. Субъективная спекл-картина

Субъективная спекл-картина возникает при отображении рассеивающей поверхности на экран с помощью оптической системы.

30. Размер спекла объективной спекл-картины

Диаметр ε наименьших из спеклов приблизительно равен диаметру дифракционной картины от области, освещаемой лазером на поверхности матовой пластины. Если диаметр области $2a$, расстояние от поверхности матовой пластины до плоскости наблюдения λ , то $\alpha = a/\lambda$ и $\varepsilon \approx \lambda/\alpha$.

31. Размер спекла субъективной спекл-картины

Диаметр ε наименьших из спеклов приблизительно равен диаметру дифракционной картины от объектива, формирующего изображение. Если диаметр объектива $2a$, расстояние от объектива до плоскости наблюдения λ , то $\alpha = a/\lambda$ и $\varepsilon \approx \lambda/\alpha$.

32. Спеклы Френеля

Название дано по аналогии с дифракцией Френеля. Спекл-картина результат интерференции дифрагированных волн. В соответствии с этим спеклы Френеля наблюдаются в зоне дифракции Френеля, т. е. в ближней зоне дифракции. Там где результирующая дифракционная картина еще окончательно не сформировалась и поэтому смещение плоскости наблюдения приводит к нарушению подобия спекл-картин в двух параллельных плоскостях.

33. Спеклы Фраунгофера

Название дано по аналогии с дифракцией Фраунгофера. Спекл-картина результат интерференции дифрагированных волн. В соответствии с этим спеклы Фраунгофера наблюдаются в зоне дифракции Фраунгофера, т. е. в дальней зоне, расстояние до которой находится из условия $\lambda \gg (2a)^2/\lambda$, где $2a$ –

размер зоны освещения шероховатой поверхности (Здесь надо учитывать вид наблюдаемой спекл-картины – объективная или субъективная).

34. Условия наблюдения нормально-развитой спекл-картины

Три условия

- **Первое** - случайное блуждание должно состоять из большого числа случайных членов.
- **Второе** - эти члены должны быть независимы друг от друга.
- **Третье** - фазы, связанные с каждым комплексным вкладом, должны быть полностью случайны, т.е. равномерно распределены в главном интервале $(-\pi, \pi)$

35. Случайное блуждание

Сумма множества случайно сфазированных в комплексной плоскости комплексных вкладов

36. Центральная предельная теорема

Пусть случайные величины имеют один и тот же закон распределения, среднее значение μ и дисперсию σ^2 . Если дисперсия σ^2 конечна, то при увеличении объема выборки n ($n \rightarrow \infty$) распределения выборочного среднего \bar{x} будет стремиться к нормальному распределению со средним μ и дисперсией σ^2/n .

37. Распределение Рэлея

Распределение Рэлея для интенсивности

$$P(I) = \frac{1}{\langle I \rangle \exp\left(\frac{I}{\langle I \rangle}\right)},$$

где I - интенсивность рассеянного излучения, $P(I)$ - плотность вероятности распределения интенсивности, $\langle I \rangle$ - средняя или ожидаемая интенсивность.

38. Контраст спекл-картины

Фундаментальное свойство распределения Рэлея заключается в том, что для нормально развитой спекл-картины стандартное отклонение точно равно среднему. Таким образом, контраст спекл-картины, определяемый как

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle}$$

всегда равен единице для поляризованного излучения.

39. Теорема Винера-Хинчина

Взаимный энергетический спектр двух случайных процессов равен фурье-образу функции крос-корреляции этих процессов.

40. Индивидуальный спекл

Индивидуальный спекл - характерный размер элемента спекл-картины за который принимается расстояние между областями с максимальной и минимальной интенсивностями, совпадающее с шириной функции автокорреляции.

41. Опыт Берча-Токарского

Введение пространственной несущей частоты в оптику и использование техники пространственной фильтрации изображения.

42. Интерференция в диффузном свете

Явление, обусловленное тем фактом, что излучение, рассеянное одним элементом шероховатой поверхности, сохраняет постоянную разность фаз между лучами, распространяющимися в разных направлениях, и поэтому способных интерферировать.

43. Вычитание изображений

Способ получения разности двух почти идентичных изображений, основанный на использовании оптической пространственной несущей частоты и техники пространственной фильтрации.

44. Устранение спекл-структуры

Процесс воздействия на условие формирования или считывания спекл-картины, в результате которого, ее контраст уменьшается.

45. Спекл-интерферометрия

Метод измерения, основанный на когерентном сложении (интерференции) полей, имеющих спекл-структуру.

46. Корреляционная спекл-интерферометрия

Метод измерения, основанный на когерентном сложении (интерференции) полей, имеющих спекл-структуру, с плоской опорной волной или другим полем, имеющим спекл-структуру.

47. Спекл-интерферограмма

Результат вычитания двух спекл-изображений, полученных при использовании опорного пучка, имеющего противоположные фазы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Франсон М. Оптика спеклов: Пер. с англ. - М.: Мир, 1980. – 171 с.
2. Гудмен Дж. Статистическая оптика: Пер. с англ. - М.: Мир, 1988. – 528 с.
3. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 328 с.
4. Клименко И.С. Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия. – М.: Наука, 1985. – с.
5. Теория когерентных изображений / П.А. Бакут, В.И. Мандросов, И.Н. Матвеев и др.; Под ред. Н.Д. Устинова. – М.: Радио и связь, 1987. – 264 с.
6. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. – М.: Наука, 1981. – 640 с.
7. Мэйтлэнд А., Дани М. Введение в физику лазеров: Пер. с англ. – М.: Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит. 1978. – 407 с.
8. Вайскопф В. Физика в двадцатом столетии. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1977, 272 с.
9. Короленко П.В., Оптические вихри. // Соросовский образовательный журнал. 1998. № 6. С.94-99.
10. Эшкин А. Давление лазерного излучения // Успехи физических наук, 1973, т. 110, вып. 1, с. 101-116.
11. Janossy M., Csillag L. And Kantor K. The spatial coherence of a He-Ne laser operating at 1.15 μ , measured with a Mach-Zehnder interferometer // Physics letters 1965. V. 18. № 2. С. 124-125.
12. Афанасьев А.А., Катаркевич В.М., Рубинов А.Н., Эфендиев Т.Ш. Модуляция концентрации частиц в интерференционном поле лазерного излучения // Журнал прикладной спектроскопии, 2002, Т. 69, № 5, с. 675-679.
13. <http://vestnik.vgasu/> Интернет-вестник ВолгГАСУ
http://vestnik.vgasu.ru/attahment/3-4_1206.pdf Э.С. Попов. Лучевая теория дифракции света. 2006. № 6. С. 98-106.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
1. Оптический сигнал и оптическая система	4
1.1. Оптические системы, операторы, функционалы. Типы оптических систем	4
1.2. Оптический сигнал и его преобразование	5
2. Преобразование Фурье	7
2.1. Определение преобразования Фурье	7
2.2. Представление поля в дальней зоне через интеграл Фурье	9
2.3. Основные свойства преобразования Фурье	10
2.4. Двумерные функции	12
2.5. Наиболее часто встречающиеся в оптике специальные функции в связи с применением теории систем и преобразований	13
2.6. Свойства симметрии дифракционной картины	14
2.7. Фурье-образы наиболее часто встречающихся в оптике двумерных сигналов и их свойства	19
2.8. Трансляционная симметрия дифракционной картины	28
2.9. Примеры. Основные свойства преобразования Фурье	31
3. Обобщенные функции. Свертка. Функция корреляции. Пространственная фильтрация	37
3.1 Понятие обобщенных функций. Свойства. Операции	37
3.2. Свертка	39
3.3 Корреляция	41
3.4. Пространственная фильтрация	45
3.5. Примеры	48
4. Дифракция и интерференция света	51
4.1. Дифракция и интерференция света. Определение	51
4.2. Тонкости в толковании термина «дифракция»	52
4.3. Единство и различие явлений дифракция и интерференция	54
4.4. Принцип Бабиня	55
4.5. Контраст дифракционной картины	55
4.6. Геометрическая теория дифракции	59
5. Квантовая природа электромагнитного излучения. Ограничение разрешающей способности оптической системы и информационной емкости оптических сигналов	65
5.1. Квантовая природа электромагнитного излучения	65
5.2. Принцип неопределенности в теории оптического сигнала и теорема Котельникова	70
5.3. Разрешающая сила оптической системы в классическом рассмотрении	73
5.4. Квантовомеханическая модель дифракции монохроматического излучения на щели	77

6. Корреляционные функции и когерентность излучения	80
6.1. Общетеоретические положения	80
6.2. Распространение взаимной когерентности. Распространение световых волн, функция взаимной когерентности	82
6.3. Предельные формы взаимной когерентности. Когерентное поле, некогерентное поле	85
6.4. Теорема Ван Циттерта-Цернике. Значение теоремы и следствия из нее	85
6.5. Дифракция частично когерентного излучения на отверстии	89
6.6. Пример: Дифракция частично когерентного излучения на щели	93
7. Когерентность лазерного излучения	95
7.1. Пространственная когерентность излучения. Многомодовый режим излучения лазера. Радиус корреляции лазерного излучения	95
7.2. Предельная пространственная когерентность излучения одномодового лазера	99
7.3. Временная когерентность излучения лазера	102
7.4. Оптика винтовых полей или сингулярная оптика	106
7.5. Световое давление	111
8. Оптика спеклов	119
8.1. Понятие спекл, объективной и субъективной спекл-картины. Основные свойства спекл-картины, условия формирования	119
8.2. Нормально развитая спекл-картина, условия ее наблюдения, контраст спекл-картины, индивидуальный спекл	135
8.3. Интерференция в диффузном свете. Спекл-интерферометрия. Примеры практического применения.	140
8.4. Способы устранения спекл-структуры	151
9. Теория когерентных изображений	154
9.1. Статистические характеристики когерентных изображений. Контраст изображения	154
9.2. Учет дискретности спектра подсвечивающего излучения и направления подсвета	155
Глоссарий	161
Литература	167
Содержание	168



В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена Программа развития государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики» на 2009–2018 годы.

КАФЕДРА ЛАЗЕРНОЙ ТЕХНИКИ И БИМЕДИЦИНСКОЙ ОПТИКИ

Кафедра квантовой электроники и биомедицинской оптики (первоначально - кафедра квантовой радиоэлектроники, затем в 1972 г. кафедра квантовой электроники) организована в 1963 году, всего через три года после создания первого лазера. Кафедра первой в России начала подготовку и выпуск специалистов по новому направлению в науке и технике - квантовой электронике, лазерной физике и технике.

Организовал и долгие годы (до 1987 года) возглавлял кафедру заслуженный деятель науки и техники РСФСР, доктор технических наук, профессор К.И. Крылов. С 1987 г. по 1997 г. кафедру возглавлял ее выпускник - д.т.н., профессор Г.Б. Альтшулер, а с 1997 г. заведующим кафедрой становится д.т.н., профессор В.Ю. Храмов.

С самого начала создания кафедры серьезное внимание было уделено фундаментальной подготовке в области математики и физики, физическому эксперименту, учебно-исследовательской работе студентов.

Интенсивные исследования по применению лазеров в медицине дали кафедре новое название "Кафедра лазерной техники и биомедицинской оптики" (ЛТБМО).

За время существования кафедры подготовлено около полутора тысяч специалистов, свыше 50 выпускников и сотрудников кафедры защитили докторские диссертации и более 20 имеют ученое звание профессора.

При кафедре создан учебно-научно-производственный "Лазерный центр ИТМО". Проводятся совместные исследования и выполняются различные проекты с такими странами, как США, Франция, Австрия, Австралия, Болгария, Германия, Китай, Корея, Аргентина.

Занятия по основам биомедицинской оптики на кафедре проводят ведущие специалисты Санкт-Петербургского государственного медицинского университета им академика И.П. Павлова и других медицинских учреждений.

Кафедра готовит выпускников по специальности 200201 «Лазерная техника и лазерные технологии», а также осуществляет подготовку бакалавров и магистров по направлению 200500 «Лазерная техника и лазерные технологии», кандидатов и докторов по специальностям 05.11.07 "Оптические и оптико-электронные приборы" и 01.04.05 "Оптика".

В настоящее время в учебном процессе кафедры принимают участие 7 профессоров (доктора наук), 19 доцентов (кандидаты наук), 3 старших преподавателя.

Владимир Алексеевич Тарлыков

КОГЕРЕНТНАЯ ОПТИКА

Учебное пособие

В авторской редакции

Дизайн

В.А. Тарлыков

Верстка

В.А. Тарлыков

Редакционно-издательский отдел Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99

Подписано к печати

Заказ №

Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Санкт-Петербургского государственного
университета информационных технологий,
механики и оптики
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

