

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

**А.П. Смирнов, Д.А. Абрамов, А.Ю. Пименов**

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

**Часть 1**

**ЛИНЗОВЫЕ УСТРОЙСТВА**

**Практикум в среде MathCad**

**Учебное пособие**



**Санкт-Петербург**

**2012**

Смирнов А.П., Абрамов Д.А., А.Ю.Пименов Компьютерное моделирование оптических систем. Учебное пособие - СПб: НИУ ИТМО, 2012. - ...с.

Изложены принципы построения программ в среде MathCad. Приведены модели оптической системы в параксиальном приближении и реальных линзовых осесимметричных систем, на основе которых рассмотрены некоторые свойства измерительных процессов применительно к конструированию оптико-механических систем.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению «Оптехника» и специальности 200400.68 - «Оптико-электронные приборы и системы».

Рекомендовано к печати Учёным советом факультета оптико – информационных систем и технологий, протокол № от



В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»

(С) Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 2012

(С) А.П. Смирнов, Д.А. Абрамов, А.Ю.Пименов, 2012

## Содержание:

1. Входной зрачок.....	4
2. Пучок лучей.....	14
3. Параксиальная система.....	18
4. Моделирование взаимодействия луча с оптической поверхностью.....	26
5. Преобразование координатных систем.....	34
6. Линзовая оптическая система.....	38
7. Компьютерное моделирование первичных погрешностей оптико-электронных приборов.....	47
8. Критерии качества изображения на основе пятна рассеяния изображения точки.....	61
9. Расчёт на точность по методу соответствия допусков коэффициентам влияния.....	66
10. Сведения из MathCad.....	76
11. Список литературы.....	82

# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

## Часть 1

### ЛИНЗОВЫЕ УСТРОЙСТВА

#### 1. Входной зрачок

Будем придерживаться правила: оптическая система с входным зрачком «В» (рис.1) помещена в правое трехмерное декартовое координатное пространство. В правом пространстве направление осей таково, что если смотреть навстречу, например, оси  $Ox$ , помеченной на рисунке верхней точкой, то ось  $Oy$  совместится с осью  $Oz$ , если первую вращать против часовой стрелки (положительное направление). Аналогичное свойство справедливо осей  $Oy$  и  $Oz$ .

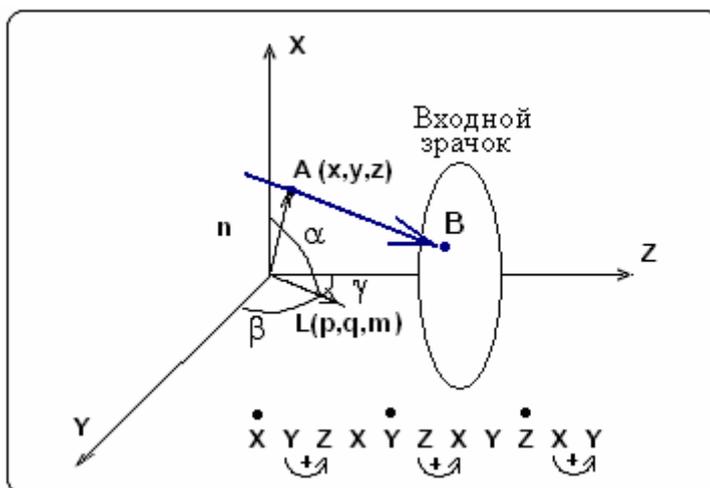


Рис.1 АВ - входящий луч, L – оптический вектор направляющих косинусов

В геометрической оптике луч берёт начало в точке предмета. Пространство предмета простирается до плоскости входного зрачка. Входной зрачок – реальная или мнимая диафрагма для центрированных оптических систем, ограничивающая угол охвата, или передний апертурный угол, вершина которого лежит в осевой точке плоскости предмета. При

моделировании оптических систем входной зрачок моделируется совокупностью точек в пределах пограничных кривых зрачка.

Форма входного зрачка может быть разнообразной: круг, кольцо, квадрат или прямоугольник. Число лучей, попадающих на входной зрачок, определяется из условий задачи и возможностей компьютера. Заполнение зрачка зависит от условий задачи. Точки могут располагаться равномерно, случайно или по определённому закону, косинусному или экспоненциальному. В последнем случае моделируется неравномерная интенсивность пучка по сечению.

При равномерном заполнении конфигурация лучей на плоскости входного зрачка выбирается из условий задачи. На рис.2 приведён пример равномерного заполнения круглого входного зрачка по сетке из эквидистантных окружностей. Шаг следования точек разбиения по радиусу и окружностям выдерживается одинаковым.

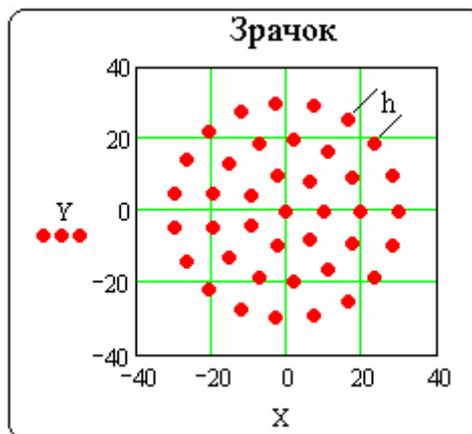


Рис.2 Круглый зрачок с равномерным радиальным заполнением.

Построим алгоритм программы разбиения круглого входного зрачка по радиально-круговой сетке (рис.3). Исходными величинами являются радиус R и шаг разбиения h и координаты центра диафрагмы: вектор "с". Для определённости входной зрачок будем располагать в плоскости OXY ( $z=0$ ). Число окружностей в разбиении определяется кратностью длин радиуса и шага. Число окружностей должно быть числом целым, поэтому при нахождении числа кратности нужно воспользоваться одной из встроенных функций Mathcad (Меню на панели инструментов  $f(x)$ , например, floor). Так как в общем случае шаг не кратен радиусу, то последняя окружность не будет находиться на пограничной окружности. Для устранения этого недостатка необходимо изменить длину шага.

Заранее неизвестно точное число точек разбиения. Для их учёта необходимо открыть счётчик. По умолчанию счёт начинается с нуля,

поэтому начальный индекс может быть числом -1 или 0 в зависимости от места, где будет располагаться оператор пополнения счётчика в последующем алгоритме.

Радиусы окружностей представляют собой арифметическую прогрессию с заданным числом членов, поэтому для моделирования удобно воспользоваться циклом «for» с фиксированным числом циклов. В теле цикла вычисляется текущий радиус: текущий элемент прогрессии. По известному радиусу и заданному шагу, в данном случае дуге окружности, аналогично операции определения числа окружностей, вычисляем число точек на текущей окружности. Так как на окружности начальная точка разбиения совпадает с последней, то при определении углового шага удобно найденное число точек на текущей окружности  $M$  увеличить на 1. Попутно это устранил возможность деления на 0.

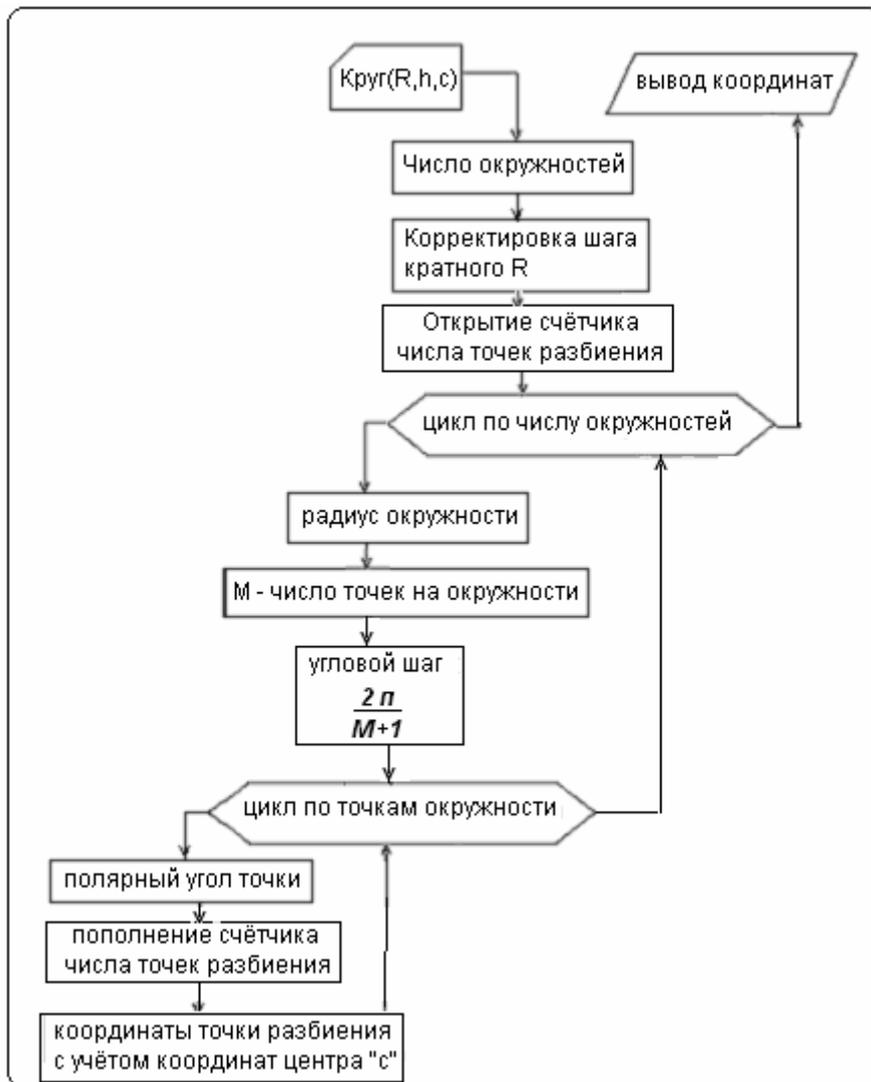


Рис.3 Разбиение круглого зрачка радиально-круговой сетке

В цикле по точкам окружности по известному угловому шагу определяется полярный угол точки разбиения. Заметим, так как пополнение счётчика происходит до вычисления координат, то начальное значение счётчика в этом случае равно -1. Вычислением вектора цилиндрических координат с учетом координат центра входного зрачка:  $(x,y,0)+c$  заканчивается цикл и программа.

Заметим, хотя MathCad визуально-ориентированный вычислительный пакет, но при задании векторов необходимо помнить, что вектором в mathcad считается только столбец. Формируется вектор, как и всякая матрица, с помощью соответствующей панели инструментов. Сформированный таким образом объект не содержит в себе запятых, какие присутствуют при «бумажном» написании. При желании строку можно перевести в вектор с помощью оператора транспонирования.

Заполнение площади зрачка точками со случайным равномерным распределением осуществляется с использованием встроенной функции генерации случайных чисел *rnd*, например (рис.4):

```

Кругc(N,R,c) :=
| X0 ← c
| m ← 0
| while m < N
|   | x ← rnd(2·R) - R
|   | y ← rnd(2·R) - R
|   | if √(x2 + y2) ≤ R
|   |   | m ← m + 1
|   |   | Xm ←  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} + c$ 
| X

```

Рис.4.Равномерно-случайное заполнение круглого зрачка

Здесь лучу с номером «ноль» присваиваются координаты центра диафрагмы, куда, обычно, направляется главный луч. Далее открывается счётчик лучей, попадающих в круг, очерченный зрачком. В цикле «пока»

вычисляются случайные значения координат в описанном квадрате. Функция  $\text{rnd}(a)$  возвращает одно случайное значение, равномерно распределённое на отрезке  $[0,a]$ . Безальтернативный оператор «если» пополняет счётчик и формирует искомые координаты.

Фрагмент документа, иллюстрирующего работу программы случайного заполнения зрачка, представлен на рис.5. Созданная программа «Круг<sub>c</sub>(N,R,c)» называется функцией пользователя. В скобках указываются формальные переменные. Если в предыдущем разделе mathcad переменным N, R или c присвоены некоторые значения, то есть они определены, то это никаким образом не влияет на значение формальных переменных. И наоборот, определение значений переменных внутри тела функции пользователя не влияет на значения одноимённых внешних переменных.

При обращении к функции пользователя или к встроенной функции на место формальных переменных помещаются имена реальных переменных, определённых заранее, как, например, N и R, или непосредственно при обращении, как вектор «c».

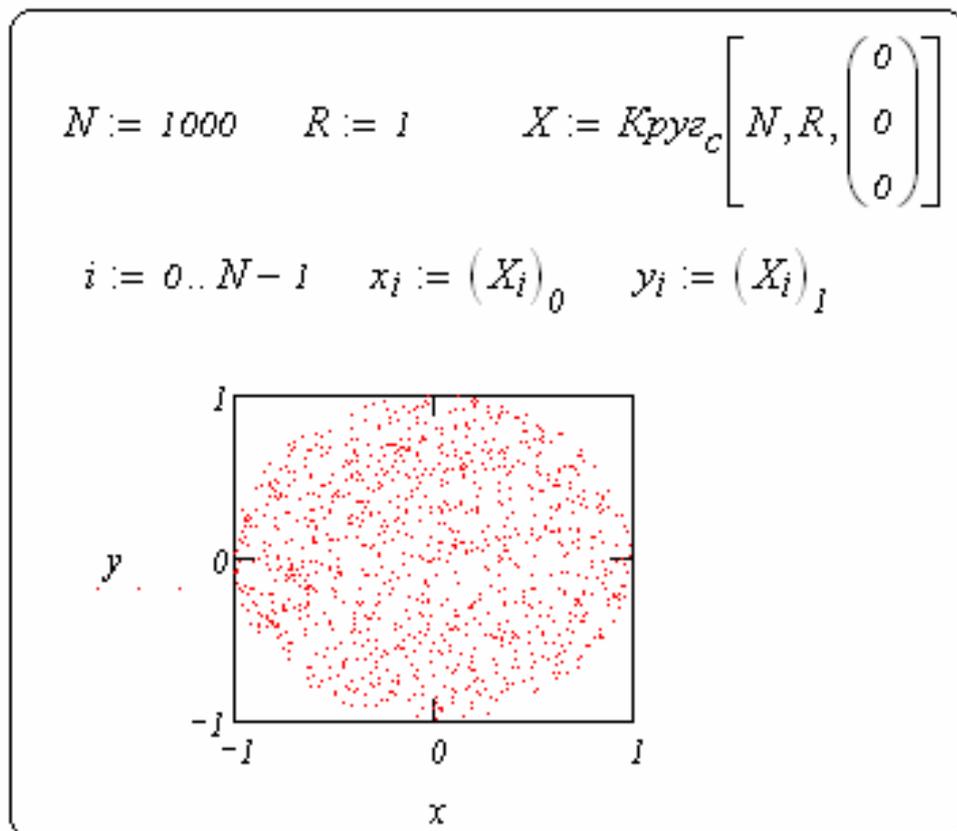


Рис.5 Работа программы случайного заполнения зрачка

Результат действия функции помещается в переменную, структура которой задаётся последней строкой тела функции. В данном случае – это вектор с длиной, равной числу точек разбиения. Элементами вектора служат

векторы координат. Для извлечения непосредственно абсцисс и ординат координат точек разбиения вводится так называемая ранжированная переменная  $i$ . Эта переменная содержит в себе сразу все значения, определённые параметрами ввода: (a,b...c) а - начальное значение, запятая, b- второе значение (если оно отсутствует, то по умолчанию b=1), многоточие (клавиша «;») и с - конечное значение (верхняя граница прогрессии). Положительная целая ранжированная переменная часто используется в качестве индекса векторов и матриц.

Извлекаем из вектора «X» абсциссы «x» (в mathcad строчные и прописные буквы различаются) и ординаты «y» и строим график (горячая клавиша @).

Удобно, когда интерфейс вычислений содержит три области: 1) область исходных данных, 2) область вычислений и 3) область результатов.

### 1) Оформление исходных данных:

Ввод исходных данных должен обеспечить однозначное толкование параметров, быть компактным и удобным для изменения данных. В mathcad существует несколько возможностей оформления исходных данных.

- В виде матрицы:

Входные_данные :=	"Радиус зрачка или его ширина"	30
	"Внутренний радиус или высота"	0
	"Абсцисса центра"	0
	"Ордината центра"	0
	"Число точек "	500
	"Тип разбиения (R-радиал, S-случ, Q-квадр)"	"R"
	"Форма (С-крути, P-прямоуг) "	"С"

В идентификаторе на кириллице «входные\_данные» для разделения слов использован подчерк. Можно использовать заглавную букву. Можно вставить и любой другой «запрещённый» в идентификаторах символ, если перед тем как набрать этот символ на клавиатуре нажать одновременно комбинацию клавиш (↑ - клавиша верхнего регистра, Ctrl,K), при этом синий маркер покраснеет. После набора «запрещённого» символа снова нажать упомянутую комбинацию клавиш, маркер посинеет. Дальше можно

продолжить набор символов. Таким способом можно вместо подчерка в идентификатор вставить скрытый пробел, тире или другой необходимый, даже экзотический символ.

- В виде таблицы с нефиксированными границами:

Ввод таблицы осуществляется через главное меню: Вставка\Данные\Таблица.

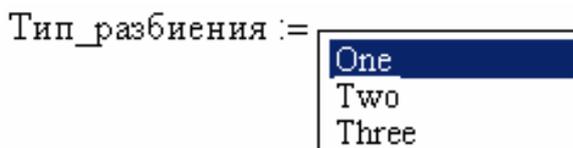
Входные данные :=

	0	1
0	"Адиус зрачка"	30
1	"Абсцисса"	0
2	"Ордината"	0
3	"Число точек"	500
4	"п разбиения"	"авномерный"

Видимая часть таблицы изменяется от минимальной 2×2 до необходимой с помощью вытягивания мышью по направлению двойной стрелки в ниспадающем меню. Неудобством является то, что размер окна параметра ограничен и часто не вмещает полное название параметра.

- Отдельные идентификаторы с альтернативными значениями.

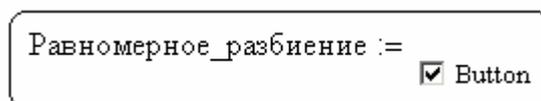
При вводе списка возможных значений вводимой переменной можно воспользоваться опцией «список». Главное меню: Вставка\Элемент\Список.



С помощью редактирования опция приобретает нужный вид:



Когда имеется два варианта продолжения вычислений, то можно воспользоваться опцией «флажок» или «переключатель». Например «флажок» имеет вид:

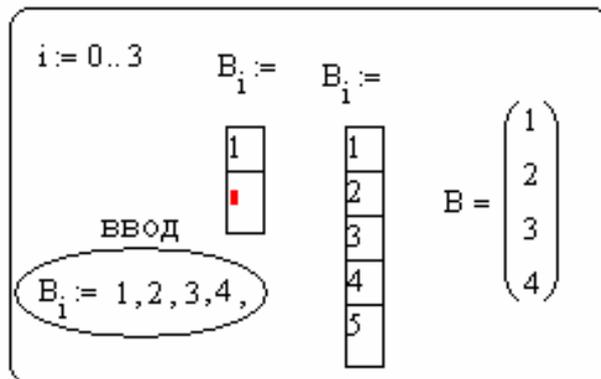


С помощью побитового изображения, созданного графическим редактором Paint и помещённого в буферную память, идентификатор «Button» может быть заменён на созданную картинку. После скрытия наименования, флажок может быть представлен в виде:



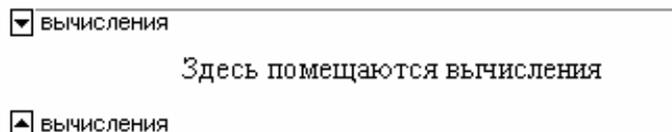
Равномерное разбиение

- Заполнение вектора с фиксированной верхней границей. Верхний индекс вектора определяется ранжированной переменной. Следующее значение элемента вектора вводится через запятую. При этом появляется ячейка с знакозаполнителем. Процесс не лимитирован. Заполнится только заданное крайним значением ранжированной переменной число ячеек вектора, как показано на фрагменте документа Маткад ниже.



## 2) Область вычислений

В этой области происходит переход от исходных данных к данным, используемым при вычислениях. Происходит, если необходимо, переопределение переменных с длинными идентификаторами. В области помещаются тексты программ, комментарии и вспомогательные вычисления. Далее формируется информация для вывода в удобном для восприятия виде. Область обычно скрывается. Это осуществляется через Главное меню: Вставка\Область



Вычисления в области могут быть скрыты, раскрыты, заблокированы и разблокированы. Границы области могут сопровождаться для удобства комментариями. При блокировании области обязательно запомните, и запишите пароль.

Прокомментируем, например, возможную обработку исходных данных, заданных в виде матрицы. Как видно из приведённых данных предполагается

осуществить разбиение круглого зрачка по радиально-круговой сетке. Необходимо провести следующие операции:

- 1) Извлечение входных данных для программ из исходных данных. Радиус зрачка, координаты его центра и примерное число точек разбиения извлекается из исходной матрицы по месту положения искомых величин:

$$\text{VD} := \text{Входные\_данные} \quad \underline{R} := \text{VD}_{0,1} \quad \underline{c} := \begin{pmatrix} \text{VD}_{2,1} \\ \text{VD}_{3,1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{N} := \text{VD}_{4,1}$$

В начале приведённого документа сокращается длинное имя матрицы. Далее формируются с помощью оператора присваивания (горячая клавиша «:=») переменные R, N и вектор «с». Переменные подчеркнуты зелёной волнистой линией: так mathcad напоминает, что используемые переменные уже раньше использовались в Вашем документе или являются именами встроенных констант, а именно, с – скорость света в вакууме, N – единица измерения силы «Ньютон». Двойные нижние индексы (строка, столбец) около переменной вводятся или через панель инструментов, или горячей клавишей «[».

- 2) Для программы равномерного разбиения в качестве входного параметра используется шаг разбиения h. Чтобы его определить требуется взять целое число (см. Панель инструментов: f(x)\Категория- Усечение и Округление-выбор имени функции по результату) от деления общей площади зрачка  $\pi R^2$  на общее число точек N. После чего извлечь квадратный корень. Это вычисление, определяющее переменную h, должно предварять обращение к программе Кругс.
- 3) Если «тип разбиения» введён не списком, при котором идентификатору присваивается номер строки списка, то требуется операция обработки текстовых переменных, так как параметры списка являются текстовыми переменными. (Панель инструментов: f(x) \ Категория – Строка). В случае же текстовой переменной в исходной матрице информацию о типе разбиения и форме зрачка удобно извлечь с помощью функции «y=if(a,b,c)». Здесь a – условие. Если оно выполнено, то y=a, иначе y=b.

Следует отличать эту функцию от оператора «if», вводимого только с панели программирования, тогда как ввод функции «if» может быть осуществлён вручную с клавиатуры. В приведённом ниже документе переменная, шифрующая тип разбиения TR и формы зрачка FZ вводятся с помощью функции «if», причём, первая с помощью вложенной функции.

$$\begin{array}{ll} \text{TR} := \text{if}\{\text{VD}_{5,1} = \text{"R"} , 1, \text{if}\{\text{VD}_{5,1} = \text{"S"} , 2, 3\}\} & \text{TR} = 1 \\ \text{FZ} := \text{if}\{\text{VD}_{6,1} = \text{"C"} , 1, 2\} & \text{FZ} = 1 \end{array}$$

3) Как следует из исходной матрицы возможно 6 вариантов вычислений (комбинации 2-х форм и 3-х типов разбиения) и столько же вариантов вывода информации. Таким образом требуется формирование результата с выбором направления вычислений. Для этой цели также удобно воспользоваться функцией «if». Если, например, следует произвести вычисления по одной из двух программ, то это может быть оформлено в виде:

$$X := \text{if}\{\text{TR} = 1, \text{Круг}(\text{R}, \text{h}, \text{c}), \text{Круг}_c(\text{N}, \text{R}, \text{c})\}$$

Если TR=1, то происходит вычисление координат по программе радиально-кругового заполнения, составленной по алгоритму (рис.3), иначе зрачок заполняется случайным образом по программе (рис.4). При этом нужно следить, чтобы форма вывода координат точек разбиения была одинаковой в обеих программах, то есть в виде вектора векторов координат.

При вводе имени «Круг<sub>c</sub>» с нижним индексом нужно быть внимательным и различать два типа индексов: текстовый, как в данном случае, и вычисляемый индекс, который сам в свою очередь является переменной или константой в зависимости от применения. Вычисляемый индекс использовался выше для извлечения параметров из исходной матрицы. Текстовый индекс – это текст, опущенный на половину строки. Перед вводом текстового индекса набирается «.», при этом языковой регистр стоит в положении «EN».

#### 4) Результат.

Результат оформляется для наглядности в виде таблиц, списков и графиков с соответствующими комментариями. В данном случае выводится график точек разбиения.

Один из вариантов вычислений показан на рис. 6.

### **Задание 1:**

Создать собственный вариант программ разбиения зрачка для различных способов разбиения зрачка. Форма зрачка: круглая, кольцевая и прямоугольная. Тип разбиения: равномерный и равномерно-случайный. Все графики разбиений зрачка выводятся в одних и тех же координатах.

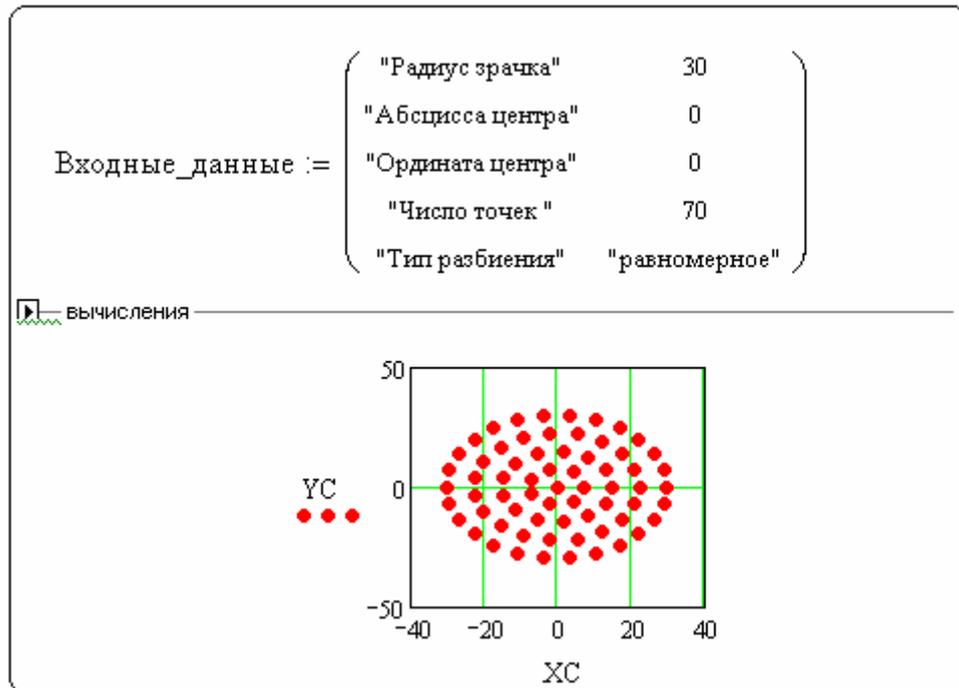


Рис.6 Вывод результата

## 2. Пучок лучей

Луч характеризуется двумя векторами: связанным вектором  $A(x,y,z)$  – пространственными координатами произвольной точки на луче, и свободным вектором  $L(p,q,m)$  оптическим вектором направляющих косинусов. Вектор называется оптическим, так как умножается на показатель преломления пространства, где луч распространяется (рис.7).

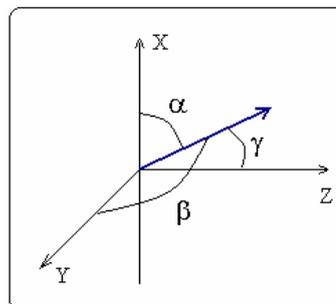


Рис.7

$$L(p, q, m) = n \cdot (\cos(\alpha), \cos(\beta), \cos(\gamma)),$$

$$p = n \cdot \cos(\alpha), q = n \cdot \cos(\beta), m = n \cdot \cos(\gamma).$$

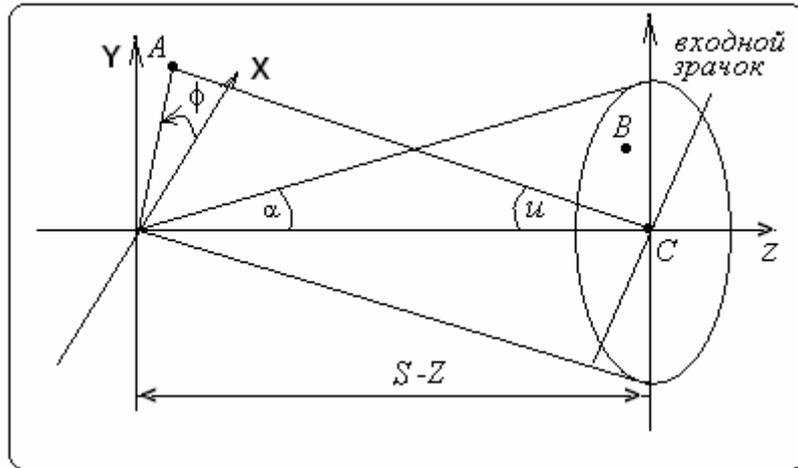


Рис.8

Если длину направленного отрезка на луче  $AB$ , где  $A$  – точка предмета,  $B$  – точка на входном зрачке обозначить как  $s = |AB|$ , то вектор луча имеет вид:

$$\overrightarrow{AB} = \frac{L}{n} s. \quad (1)$$

Тогда координата точки  $B$  на луче может быть записана как:

$$B = A + \frac{L}{n} s. \quad (2)$$

Назовём (2) уравнением луча, а матрицу из двух векторов  $(A, L)$  матрицей луча.

Точка предмета задаётся аппликатой  $S$  предметной плоскости с учётом положения входного зрачка относительно передней поверхности  $Z$ , и/или двумя углами: полевым углом « $u$ » и азимутом  $\phi$  (рис.8).

Будем считать пучок заданным, если задано число лучей  $N$  и для каждого луча известна матрица луча  $(X, L)$ . Если предмет находится на конечном расстоянии, то, принимая за  $A$  точку предмета, а за  $B$  точку зрачка, находим оптические направляющие косинусы из соотношения (1):

$$L = \frac{\overrightarrow{AB}}{s} n = \frac{(B_x - A_x, B_y - A_y, B_z - A_z)}{|AB|} n \quad (3)$$

Оптический путь луча:

$$OP = n \cdot |AB|. \quad (4)$$

Если предмет находится на бесконечности, то все лучи параллельны друг другу и их оптические направляющие косинусы имеют значения:

$$L_{\infty} = n \cdot \begin{pmatrix} \sin(u) \cos(\varphi) \\ \sin(u) \sin(\varphi) \\ \cos(u) \end{pmatrix} \quad (5)$$

Для пучка параллельных лучей оптический путь луча отсчитывается от центральной точки входного зрачка, то есть главный луч падающего пучка имеет нулевое значение оптического пути. В этом случае оптический путь определяется скалярным произведением радиус-вектора точки зрачка и оптическим вектором направляющих косинусов падающего луча:

$$OP = (B, L) \quad (6)$$

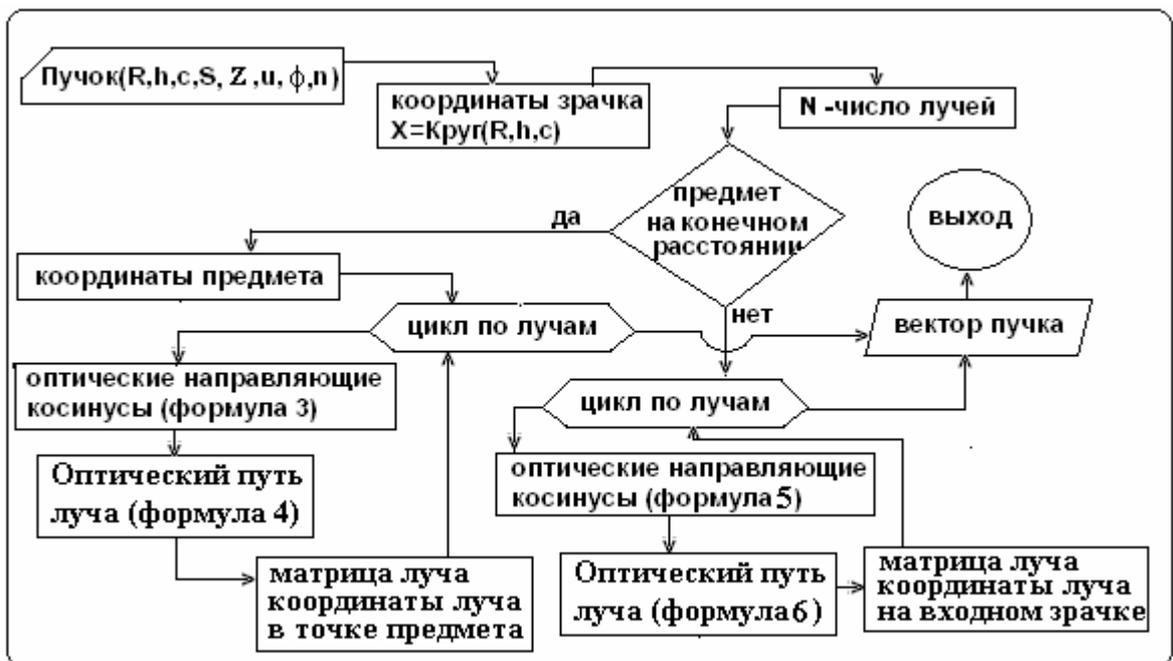


Рис.9. Алгоритм построения программы построения пучка лучей

Блок-схема программы приведена на рис.9. В приведённом алгоритме предлагается координаты точек разбиения входного зрачка определять в теле программы построения пучка лучей. Однако эта процедура может быть осуществлена до обращения к программе «Пучок», тогда вместо входных переменных R,h,c потребуется одна переменная – вектор координат X.

Построение проекций пучка. Для контроля и иллюстрации удобно изобразить пучок графически. Вектор пучка инвариантен к замене координат точки на луче, поэтому справедливо в матрице луча координаты точек зрачка поменять на координаты точки предмета. Это можно осуществить уже непосредственно в программе «Пучок». Далее, если в уравнении луча (2)

менять длину каждого луча  $s$  от нуля до определённого значения, то получим последовательность матриц луча, координаты которых заполняют пространство пучка. Шаг изменения длины луча удобно связать с изменением продольной координаты. На каждом шаге среди множества каждой из поперечных координат существуют минимальное и максимальное значения. На множестве шагов эти значения формируют границы проекций пучка на продольные координатные плоскости. Эта процедура оформлена в программе «Контур» (рис.10).

```

Контур(U,L,M) := 1 | s ← if(L = ∞, -100, L)
                  2 | dz ←  $\frac{s}{M} \cdot \text{if}\left[\left| \left[ \begin{matrix} (U_0) \\ (U_1) \end{matrix} \right]^{(0)} \right| = 0, -1, 1\right]$ 
                  3 | N ← rows(U)
                  4 | for i ∈ 0..M
                    1 | zi ← s·if $\left[\left| \left[ \begin{matrix} (U_0) \\ (U_1) \end{matrix} \right]^{(0)} \right| = 0, 1, 0\right] + i \cdot dz$ 
                    2 | for j ∈ 0..N - 1
                      1 | xj,i ←  $\left[ \begin{matrix} (U_j) \\ (U_j) \end{matrix} \right]^{(0)}_0 + \frac{\left[ \begin{matrix} (U_j) \\ (U_j) \end{matrix} \right]^{(1)}_0}{\left[ \begin{matrix} (U_j) \\ (U_j) \end{matrix} \right]^{(1)}_2} \cdot i \cdot dz$ 
                      2 | yj,i ←  $\left[ \begin{matrix} (U_j) \\ (U_j) \end{matrix} \right]^{(0)}_0 + \frac{\left[ \begin{matrix} (U_j) \\ (U_j) \end{matrix} \right]^{(1)}_0}{\left[ \begin{matrix} (U_j) \\ (U_j) \end{matrix} \right]^{(1)}_2} \cdot i \cdot dz$ 
                    5 | for i ∈ 0..M
                      1 | X1i ← max(x(i))
                      2 | X0i ← min(x(i))
                      3 | Y1i ← max(y(i))
                      4 | Y0i ← min(y(i))
                    6 | (X0 X1 Y0 Y1 z)T

```

Рис.10.Программа построения контура пучка.

Здесь входными переменными служат:  $U$  – вектор луча,  $L=S-Z$  – расстояние от зрачка до плоскости предмета,  $M$  – число дискретов на лучах пучка. Для удобства комментариев операторы программы пронумерованы в соответствии с уровнями, на которых они появляются.

Чтобы на графике не отображать бесконечные величины в операторе №1 происходит переопределение переменной: параллельный пучок отображается в пределах фиксированной длины.

Во втором операторе определяется шаг и направление движения по отображению координат пучка. Если координаты нулевого и первого луча одинаковые, то пучок задан от точки предмета, и направление построения пучка – положительное (с учётом знака переднего отрезка). В противном случае пучок строим, отталкиваясь от входного зрачка. Аналогичное условие действует в операторе 4.1, где определяется начальное значение аппликаты при построении контура.

В цикле 4.2 с помощью уравнения луча (2) и извлекаемых из матриц лучей координат (нулевой столбец) и направляющих косинусов (первый столбец) вычисляются координаты точек на лучах.

Во втором цикле (оператор 5) по плоскостям разбиения пучка определяются поперечные границы пучка. Если  $K = \text{Контур}(U, L, M)$ , то переменные  $K_0, K_1$  в зависимости от  $K_4$  отобразят проекцию пучка на плоскость  $OXZ$ , а переменные  $K_2, K_3$  в зависимости от  $K_4$  – на плоскость  $OZY$ .

### **Задание 2:**

Написать по алгоритму (рис.9) программу построения пучка, проверить правильность программы построением контура пучка. Области исходных параметров зрачка и пучка объединить, так же как и области соответствующих вычислений.

## **3. ПАРАКСИАЛЬНАЯ СИСТЕМА**

Для центросимметричных систем со сферическими поверхностями преобразование пространства предметов  $(X, Y, Z)$  в параксиальном приближении имеет вид проективного или дробно-линейного:

$$X' = \frac{f}{Z} X, \quad Y' = \frac{f}{Z} Y, \quad Z' = \frac{f \cdot f'}{Z}, \quad (7)$$

где  $f$  и  $f'$  – переднее и заднее фокусные расстояния, которые отсчитываются от главных плоскостей, в которых линейное увеличение равно 1. Такое преобразование (его ещё называют абсолютным) переводит точку в точку (стигматичность), а плоскость в плоскость.

Сферическая поверхность с радиусом  $r$  осуществляет проективное преобразование, то есть является абсолютной системой, если выполняется инвариант Аббе (в параксиальной области):

$$n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right) \quad \text{или} \quad \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} = \varphi. \quad (8)$$

Здесь  $s$  и  $s'$  – передний и задний отрезки, расстояния от вершины поверхности до предмета и изображения,  $\varphi$  – оптическая сила поверхности. Главные плоскости сферической поверхности совпадают и касаются её в вершине.

Умножая обе части инварианта Аббе на высоту луча  $h$  и введя обозначения для тангенсов углов:

$$\alpha = \frac{h}{s}, \quad \alpha' = \frac{h}{s'}, \quad (9)$$

Получаем параксиальный закон преломления на главной плоскости сферической поверхности:

$$\alpha' = \frac{1}{n'}(n \cdot \alpha + \varphi \cdot h). \quad (10)$$

При исследовании параксиальных систем используется два типа лучей: первый параксиальный (нулевой) луч, исходящий из осевой точки плоскости предметов  $O$  и идущий на край входного зрачка, второй параксиальный луч исходит из точки предмета в центр входного зрачка (рис.1), где  $A$  – точка предмета,  $S$  – передний отрезок,  $D$  – диаметр входного зрачка,  $Z$  – положение входного зрачка,  $u$  – полевой угол,  $\alpha_1$  – апертурный угол.

В общем случае тангенс угла входного луча  $\alpha_0$  определим с помощью геометрии по рис.11. Напомним, что согласно правилам знаков геометрической оптики, луч, пересекающий оптическую ось снизу составляет с ней отрицательный угол, а идущий сверху – соответственно, положительный угол.

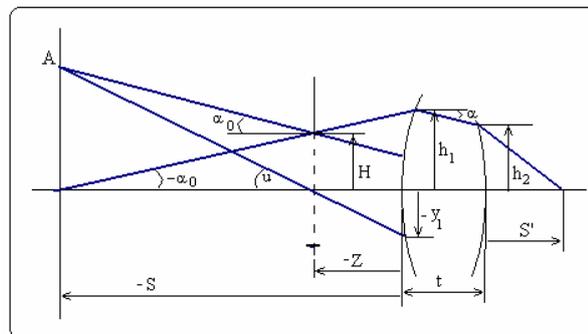


Рис.11 К определению угла входного луча с оптической осью и параметров прохождения лучей через систему

$$\operatorname{tg}(\alpha_0) = \operatorname{tg}(u) + \frac{H}{S - Z}. \quad (11)$$

Зная направление луча, определяем высоту луча на первой поверхности

$$h_1 = H + Z \cdot \operatorname{tg}(\alpha_0) \quad (12)$$

Высота луча на следующей поверхности зависит от угла преломления и расстояния до следующей поверхности (рис.11):

$$h_2 = h_1 - \alpha_2 \cdot t. \quad (13)$$

Если точка предмета находится на оси ( $u=0$ ), то можно определить передний и задний отрезки луча на оптической оси, отсчитываемые от оптической поверхности. Задний отрезок для k-поверхности определится формулой

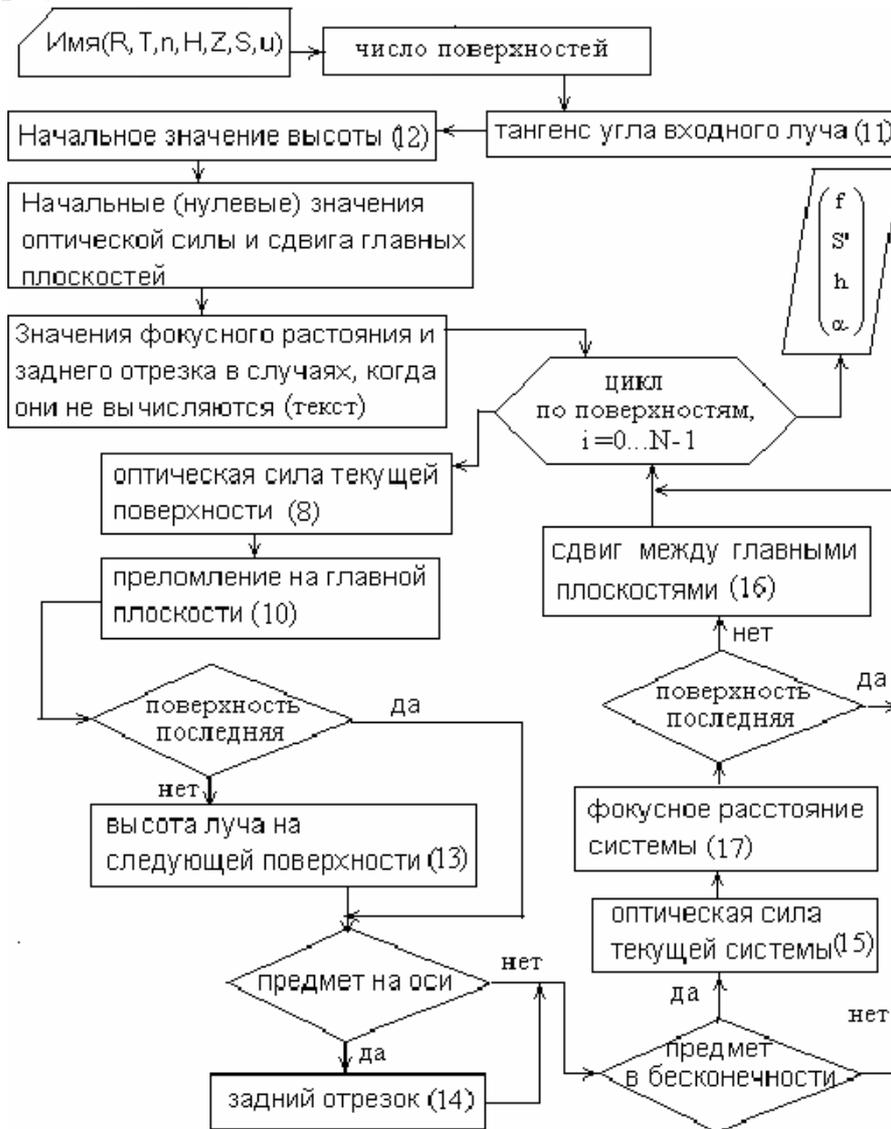


Рис.12 Программа параксиальной оптики

$$S' = \frac{h_k}{\alpha'_k} . \quad (14)$$

В случае, когда предмет находится на оптической оси и на бесконечности, можно определить заднее фокусное расстояние системы, используя соотношение

$$\varphi_{\Sigma} = \varphi_1 + \varphi_2 - \frac{l}{n} \varphi_1 \varphi_2 . \quad (15)$$

где  $l$  – «сдвиг», направленный отрезок с началом в главной задней точке системы 1 и оканчивающийся в передней главной точке системы 2. В качестве системы 2 используем текущую поверхность, а в качестве системы 1 предшествующую этой поверхности часть системы.

$$l = t - (S' - f) , \quad (16)$$

где заднее фокусное расстояние системы определяется формулой

$$f = \frac{n'}{\varphi} . \quad (17)$$

Формулы (8)-(17) достаточны для построения программы нахождения параксиальных характеристик центросимметричных оптических систем. Блок-схема программы представлена на рис.12.

Исходными данными для построения эквивалентной параксиальной системы служат три вектора и 4 скаляра:

- Вектор радиусов “R” ,
- вектор толщин и воздушных промежутков “Т”,
- вектор показателей преломления пространств предмета, системы и пространства изображения “n”,
- Высота луча на входном зрачке “Н”,
- Расстояние от первой поверхности до входного зрачка “Z”,
- Передний отрезок “S”,
- Полевой угол в градусах “u”.

Выходными параметрами являются:

- Фокусное расстояние системы,
- Задний фокальный отрезок,
- Вектор высот,
- Вектор углов наклона луча.

Тестирование программы осуществляется с помощью формул для заднего фокусного расстояния и заднего главного отрезка линзы в воздухе:

$$f' = \frac{-n \cdot r_1 r_2}{(n-1)[n(r_1 - r_2) - t(n-1)]}, \quad d' = \frac{t \cdot r_2}{n(r_1 - r_2) - t(n-1)}, \quad (d' = S'_f - f') \quad (18)$$

$r_1, r_2$  – радиусы кривизны,  $n$  – показатель преломления,  $t$  – толщина линзы.

Результаты, рассчитанные по этим формулам и по программе для произвольной линзы, должны совпадать.

Графическое представление о системе можно получить, если для каждой линзы системы построить её контур и все контуры разместить на одном графике, отметив на нем положение главных плоскостей. Построение контура линзы осуществляется программой «Линза».

Комментарии к программе: Входными параметрами служат:  $R_1, R_2$  – радиусы кривизны,  $D1$  и  $D2$  – световые диаметры первой и второй поверхности,  $t$  – толщина линзы,  $t_0$  – промежуток системы от вершины первой поверхности системы линз до первой поверхности текущей линзы.

- 1) Открытие счётчика точек контура.
- 2) Цикл по 20 точкам контура первой поверхности.
  - 2.1. Текущая высота снизу вверх.
  - 2.2. Угол из центра кривизны первой поверхности в текущую точку высоты.
  - 2.3. Пополнения счётчика точек контура.
  - 2.4. Вычисление абсциссы точки контура.
  - 2.5. Вычисление ординаты точки контура.
- 3) Аналогичные вычисления для второй поверхности, но сверху вниз и учётом толщины линзы.
- 4) Замыкание контура присвоением координат начальной точки.
- 5) Вывод координат с прибавлением промежутка  $t_0$ .

### Задание 3:

Сформируйте область входных данных для произвольной линзы, область вычислений, в которой создайте программу вычислений по приведённой блок-схеме, поместите туда программу «Линза», организуйте вычисления выходных параметров. В области результатов протестируйте полученные результаты и постройте контур линзы.

Программа «Имя» (рис.12) позволяет определить только задние кардинальные точки. Чтобы определить соответствующие передние величины, необходимо провести расчёт в обратном ходе. Оборачивание векторов радиусов, толщин и показателей преломления осуществляется с помощью функции Маткад «reverse». При этом радиусы изменяют знаки на

противоположные. Текст программы «Эквивалент», осуществляющей полный параксиальный расчёт, приведён на рис.14.

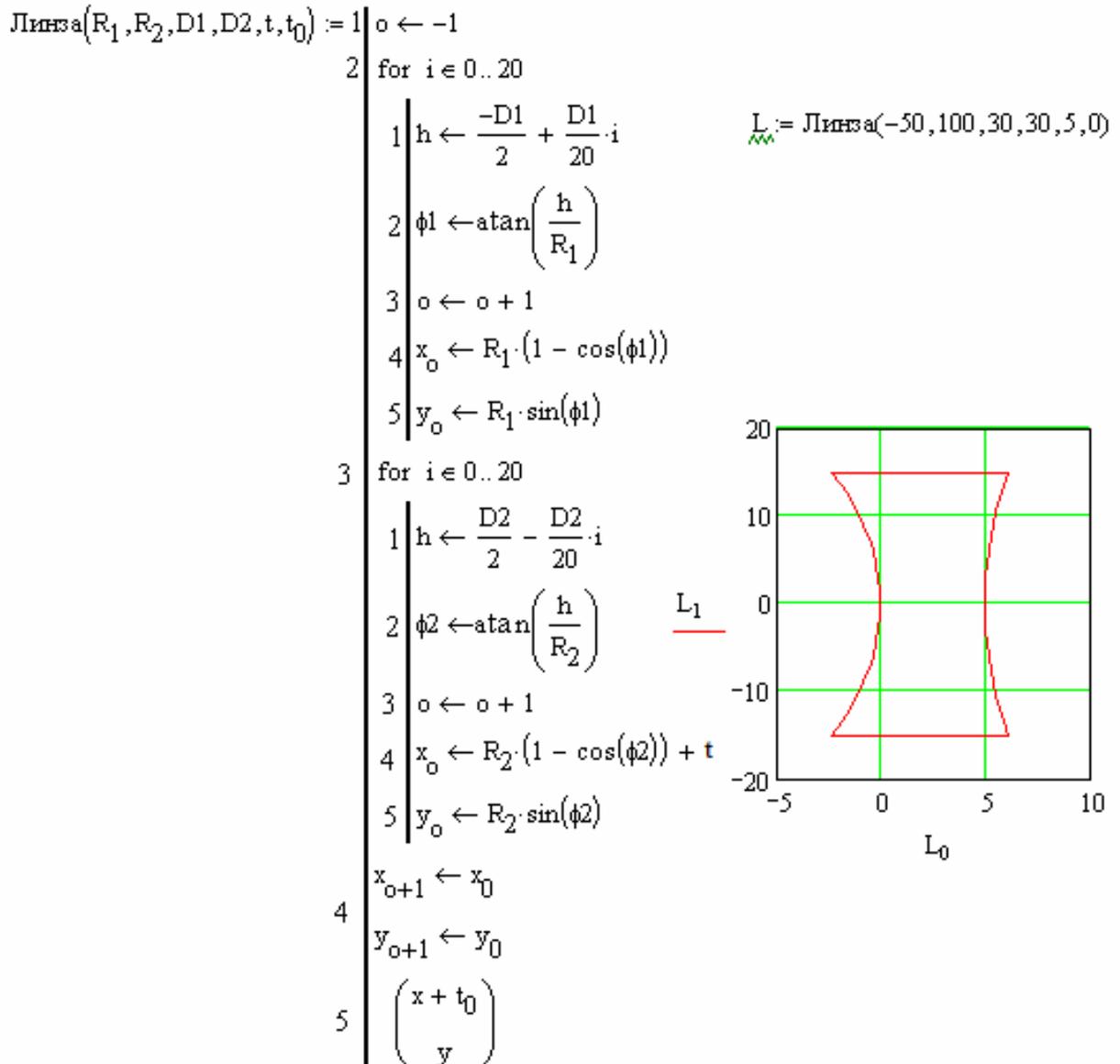


Рис.13 Контур линзы. В качестве примера: линза-мениск с радиусами кривизны -50 и 100 мм, толщиной 5 мм

Для формирования выходных данных используются встроенные матричные операторы Маткад:

- submatrix(a,n1,n2,m1,m2) – формирует подматрицу из элементов матрицы «a», включающих строки с n1 по n2 и столбцы с m1 по m2,
- stack(a,b) – объединяет две матрицы, имеющие одинаковое число столбцов и суммарное число строк в одну,
- augment(a,b) – объединяет две матрицы с одинаковым числом строк в одну.

```

Эквивалент(R,T,n,H,Z,S,u) := | a ← Имя (R,T,n,H,Z,S,u)
                             | r ← -reverse(R)
                             | t ← reverse(T)
                             | N ← reverse(n)
                             | b ← Имя( r,t,N,  $\frac{D}{2}$ ,Z,S,u)
                             | c ← stack(submatrix(b,0,1,0,1),submatrix(a,0,1,0,1))
                             | c0,0 ← "переднее фокусное расстояние"
                             | c0,1 ← -c0,1
                             | c1,1 ← -c1,1
                             | c1,0 ← "передний фокальный отрезок"
                             | c

```

Рис.14 Программа, позволяющая объединить параметры параксиальной системы в прямом и обратном ходе

#### Задание 4:

Если тестирование прошло удачно, расширьте область вычислений программой «Эквивалент». Расширьте область данных заданием многолинзовой системы по одному из вариантов, приведённых в приложении. и проведите вычисления. Оформите результаты расчётов.

#### Факультатив:

Располагая векторами высот и углов, можно вычислить абберационные коэффициенты третьего порядка [1], суммы Зейделя, в переменных углов первого луча  $\alpha$  и высот первого «h» и второго «u» лучей при нормировке, когда тангенсы входных лучей равны 1, представлены ниже в виде документа Маткад. Луч №1 трассируется из точки предметной плоскости, расположенной на оси в точку входного зрачка, высота которой  $H=Z-S$ . Луч №2 трассируется из внеосевой точки предмета в центр входного зрачка,  $H=0$  ( $S=Z$ ). Число поверхностей  $N$ , счёт ведётся с номера «ноль».  $S$  – передний отрезок,  $Z$  - расстояние от первой поверхности до плоскости входного зрачка. «n» - вектор показателей преломления.

Вследствие большого числа слагаемых коэффициент дисторсии  $S_5$  разбит на две части.

$$J := n_0 \cdot (Z - S)$$

$$S_1 := \sum_{i=0}^{N-1} \left[ h_i \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \right)^2 \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) \right]$$

$$S_2 := \sum_{i=0}^{N-1} \left[ y_i \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \right)^2 \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) \right] - J \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) \right]$$

$$S_3 := \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \frac{(y_i)^2}{h_i} \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \right)^2 \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) \right] - 2 \cdot J \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \frac{y_i}{h_i} \cdot \left[ \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) \right] \right] +$$

$$S_4 := \sum_{i=0}^{N-1} \left( \frac{1}{h_i} \cdot \frac{\alpha_{i+1} \cdot n_{i+1} - \alpha_i \cdot n_i}{n_i \cdot n_{i+1}} \right) + J^2 \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \frac{1}{h_i} \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) \right]$$

$$S_5 := \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \frac{(y_i)^3}{(h_i)^2} \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \right)^2 \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) \right] - 3 \cdot J \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \left( \frac{y_i}{h_i} \right)^2 \cdot \left[ \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) \right] \right]$$

$$S_5 := S_5 + \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \frac{y_i}{(h_i)^2} \cdot \left[ 3 \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) + \frac{\alpha_{i+1} \cdot n_{i+1} - \alpha_i \cdot n_i}{n_i \cdot n_{i+1}} \right] \right] - J^3 \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \frac{1}{(h_i)^2} \cdot \left[ \frac{1}{(n_{i+1})^2} - \frac{1}{(n_i)^2} \right] \right]$$

С помощью этих коэффициентов вычисляются aberrации: сферическая, кома, астигматизм, дисторсия и хроматизм положения и увеличения. В приведённых ниже формулах aberrации зависят от «r» - радиус-вектор точки на входном зрачке, «φ» - азимутальный угол точки на входном зрачке, отсчитываемый от оси OX, «L» - высота предмета в меридиональной плоскости OYZ, параметр  $c=1/2n_N\alpha_N$ ,  $\delta n_i$  – разность показателей преломления i-среды для граничных длин волн полихроматического пучка лучей.

Сферическая aberrация:

$$Sf(r) := c \cdot \left( \frac{r}{Z - S} \right)^3 \cdot S_1$$

Кома, меридиональная и сагиттальная:

$$Cm(r, \phi, L) := - \frac{c \cdot r^2 \cdot (3 \cdot \cos(\phi)^2 + \sin(\phi)^2) \cdot L}{(Z - S)^3} \cdot S_2 \quad Cs(r, \phi, L) := - \frac{c \cdot 2 \cdot r^2 \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot L}{(Z - S)^3} \cdot S_2$$

Астигматизм меридиональный и сагиттальный:

$$AK_m(r, \phi, L) := \frac{c \cdot r \cdot \cos(\phi)}{(Z - S)^3} \cdot L^2 \cdot (3 \cdot S_3 + J^2 \cdot S_4) \quad AK_s(r, \phi, L) := \frac{c \cdot r \cdot \sin(\phi)}{(Z - S)^3} \cdot L^2 \cdot (S_3 + J^2 \cdot S_4)$$

Дисторсия:

$$Dis(L) := c \cdot \left( \frac{L}{Z - S} \right)^3 \cdot S_5$$

Хроматизм положения:

$$C_{rp} := \frac{1}{n_N \cdot (\alpha_N)^2} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \left[ h_i \cdot \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \cdot \left( \frac{\delta n_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\delta n_i}{n_i} \right) \right] \right]$$

Хроматизм увеличения (%):

$$C_{rv} := \left[ \frac{1}{J} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \left[ y_i \cdot \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \cdot \left( \frac{\delta n_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\delta n_i}{n_i} \right) \right] + \frac{\delta n_0}{n_0} - \frac{\delta n_N}{n_N} \right] \right] \cdot 100$$

#### 4. Моделирование взаимодействия луча с оптической поверхностью

Оптическая поверхность характеризуется формой и коэффициентами показателей преломления примыкающих к ней оптических сред, относящихся к пространствам предмета и изображения. Для отражательной поверхности значение коэффициента преломления пространства изображения условно принимают равным противоположному значению показателя преломления для пространства предмета.

Форма поверхности может быть плоской, сферической и асферической. Среди асферических поверхностей выделяют асферические поверхности второго порядка и высшего порядка. В свою очередь среди асферических поверхностей высшего порядка в зависимости от формы представления выделяют асферику первого и второго типа.

Отражательные поверхности второго порядка обладают свойством переносить излучение из одного фокуса в другой. Для сферы эти два фокуса

сливаются в один. На рис.15 представлены основные типы отражательных поверхностей второго порядка в виде главных сечений. Отличительным признаком является коническая постоянная  $k$ . Если  $k > -1$ , то оба фокуса расположены по одну сторону поверхности: это сплюснутый эллипсоид (сфероид) ( $k > 0$ ), сфера ( $k = 0$ ), эллипсоид ( $0 < k < -1$ ) и параболоид ( $k = -1$ ), у которого один из фокусов находится в бесконечности. Для гиперboloида ( $k < -1$ ) фокусы расположены по разные стороны поверхности.

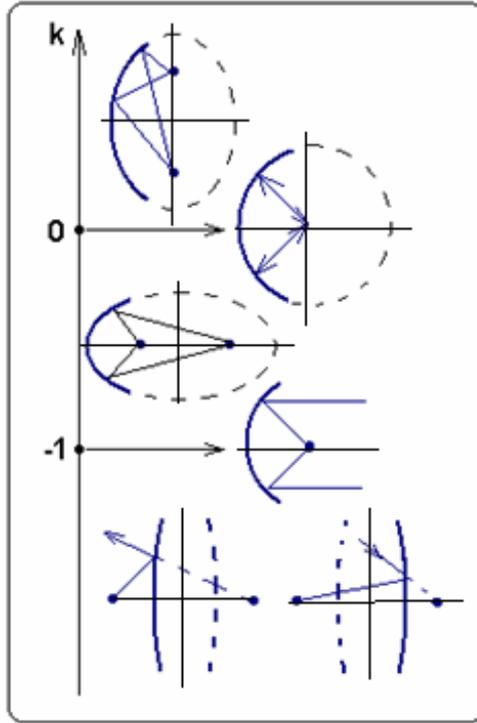


Рис.15 Основные типы отражательных поверхностей второго порядка

Плоские кривые второго порядка (рис.15) могут быть получены как сечение конической поверхности, вследствие чего они называются кониками. Коники имеют две главные оси: одна проходит через фокусы, другая перпендикулярно первой через центр симметрии. При вращении коники около одной из главных осей получают поверхности: сфероид, сфера, эллипсоид, параболоид и гиперboloид. Иногда их называют коникоидами. Если поместить начало координат декартовой системы на пересечении коники с первой главной осью, совпадающей с осью аппликата, а для сфероида на второй главной осью, то коникоид будет описываться формулой:

$$F(x, y, z, k, R) = x^2 + y^2 + (1 + k) \cdot z^2 - 2 \cdot R \cdot z = 0 \quad (19)$$

Знак вершинного радиуса  $R$  определяется по расположению коники. Если кривая расположена справа от вертикальной оси, то  $R > 0$ , в противном случае  $R < 0$ .

Будем называть систему координат, в которой нормаль в точке вершины поверхности лежит на оси OZ, а начало совпадает с вершиной, локальной системой координат.

Асферическая поверхность высшего порядка может быть представлена с помощью ряда или относительно радиальной переменной  $x^2+y^2$ , или продольной переменной z:

$$1) \quad z = \sum_{i=1}^N c_i \cdot (x^2 + y^2)^i \quad 2) \quad x^2 + y^2 = \sum_{i=1}^N c_i \cdot z^i \quad (20)$$

где  $c_i$  – коэффициенты асферики.

Заметим, что поверхность второго порядка (19) представляется асферикой второго типа (20) с коэффициентами:  $c_1 = 2 \cdot R$ ;  $c_2 = -(1+k)$ .

### Пересечение луча с поверхностью.

Пусть луч, исходящий из точки  $A=(X,Y,Z)$ , направленный по оптическому вектору  $L=n(p,q,m)$ , имеет до пересечения с поверхностью неизвестную длину s, тогда координаты точки поверхности с помощью уравнения луча запишутся в виде

$$B = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A + \frac{L}{n} \cdot s . \quad (21)$$

Плоская поверхность в локальной системе координат описывается уравнением  $z=0$ , поэтому из (21) для плоскости получаем, что  $s = -\frac{A_z}{L_z} n$ .

Подставляя полученное значение длины луча s в уравнение луча (21), получаем координаты точки пересечения луча с плоскостью в локальной системе координат:

$$B = A - \frac{L}{L_z} A_z . \quad (22)$$

Подстановка (21) в (19) позволяет получить квадратное уравнение относительно длины луча s для кривой поверхности.

$$\left(1 + k \frac{L_z^2}{n^2}\right) \cdot s^2 + 2 \frac{A_x L_x + A_y L_y + (1+k) A_z L_z - R \cdot L_z}{n} \cdot s + F(X, Y, Z, k, R) = 0. \quad (23)$$

Из двух точек пересечения:  $\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = A + \frac{L}{n} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix}$  выбираем точку, лежащую

ближе к вершине поверхности, где помещается начало координат. Здесь используем очевидное правило, согласно которому точка, имеющая наименьший модуль координат, находится ближе к началу координат.

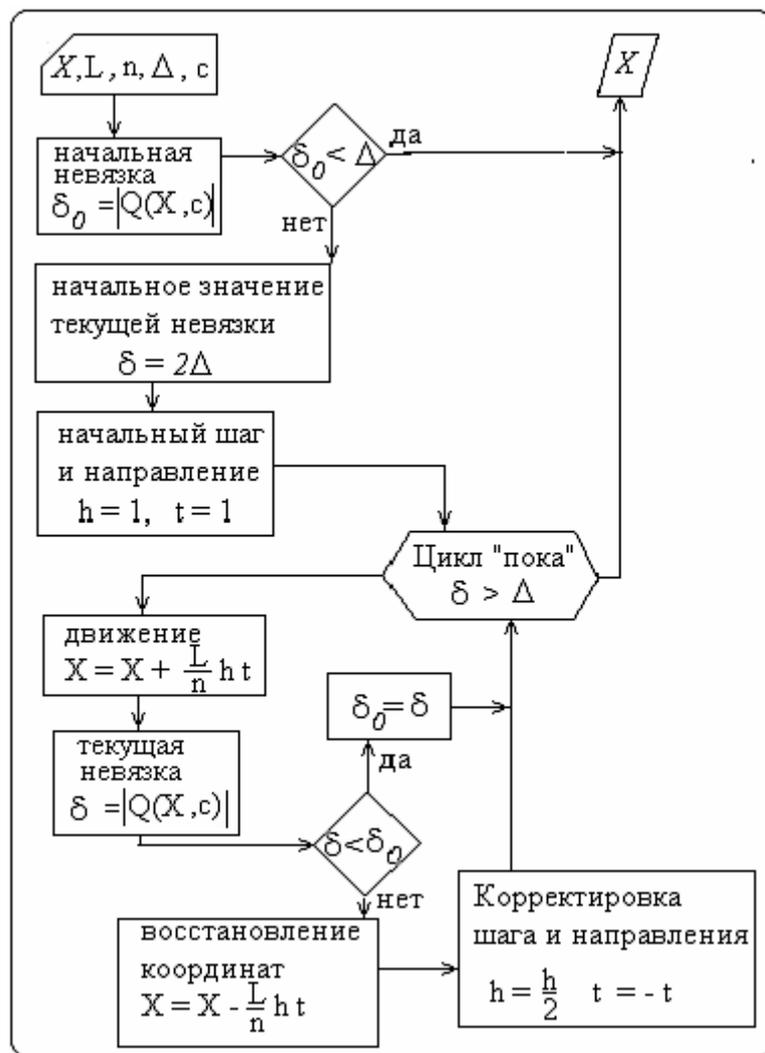


Рис.16 Программа «Уточнение»

Если поверхность задана в виде асферики второго типа с коэффициентами выше второго отличными от нуля, то полученное решение будет нулевым приближением. Для получения решения с заданной точностью необходимо воспользоваться итерационным алгоритмом (рис.16), где функцию поверхности образуем в документе Маткад как функцию пользователя:

$$Q(x, y, z, c) := x^2 + y^2 - \sum_{i=1}^{\text{rows}(c)} (c_{i-1} \cdot z^i) \quad (24)$$

Заметим, что координаты точки на поверхности в (24) представлены своими проекциями на координатные оси. Тогда как в блок-схеме (рис.16) эти же координаты представлены вектором под именем «X». Поэтому при обращении к функции Q нужно при написании программы использовать

соответствующие элементы вектора или изменить исходный вид функции Q с меньшим числом входных параметров, как на рис. 16.

К программе «Уточнение» будем обращаться при вычислении погрешности непопадания луча на поверхность в случае асферической поверхности порядка выше второго (рис.16). В (24) с – вектор коэффициентов асферики.

Исходными данными для работы программы служат нулевое приближение X, полученное как координаты точки пересечения луча с коникой (19), вектор направляющих косинусов луча L, показатель преломления среды, где распространяется луч n, заданная погрешность нахождения решения Δ (малое число, например,  $10^{-9}$ ) и столбец коэффициентов поверхности «с».

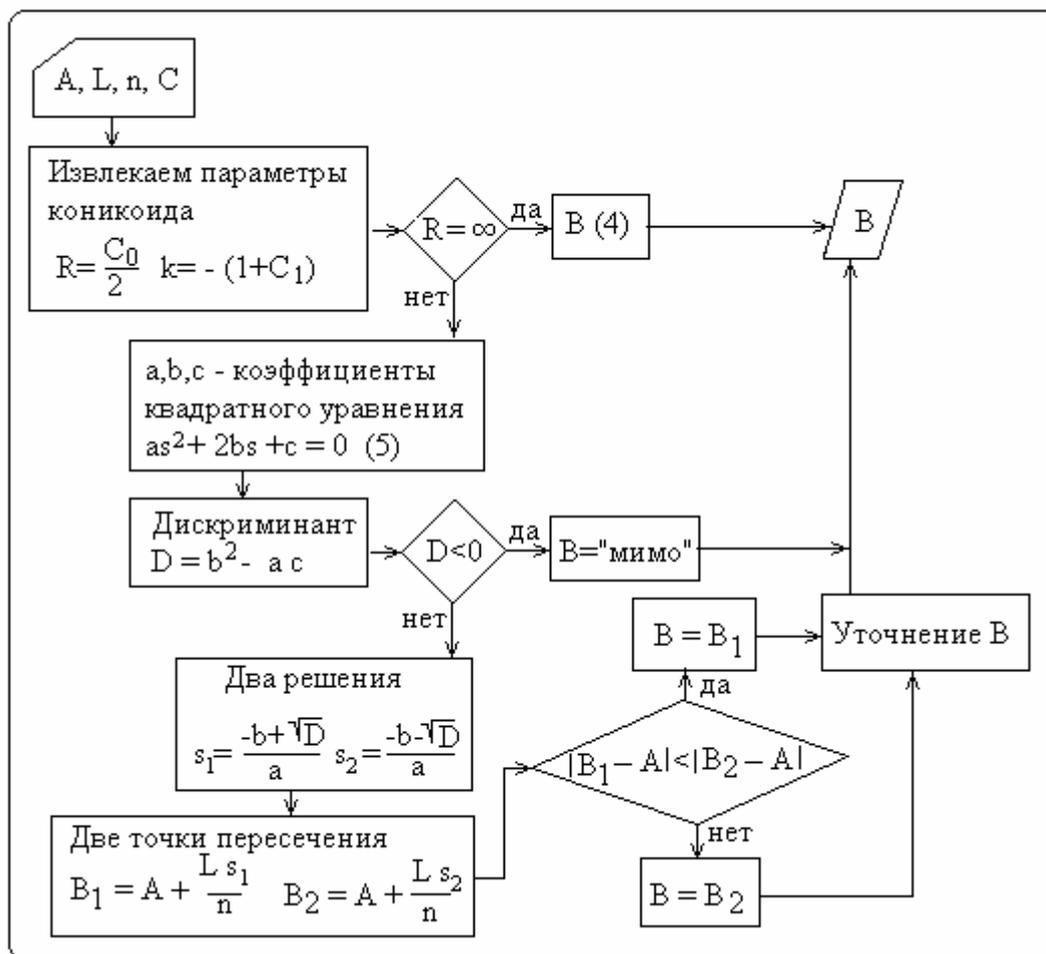


Рис.17 Программа «Пересечение»

Блок-схема программы пересечения луча с поверхностью представлена на рис.17. В вычислительных блоках в скобках указаны формулы, приведённые выше. Входными параметрами программы служат: A –

координаты точки на луче,  $L$  - оптические направляющие косинусы луча,  $n$  – показатель преломления среды, где распространяется луч,  $C$  – вектор коэффициентов поверхности.

В качестве выходного параметра служат координаты точки пересечения луча с поверхностью, если луч попадает на поверхность, в противном случае выводится текстовая переменная со значением «мимо». При обращении к программе «Уточнение» величину погрешности можно задать как внешнюю переменную или непосредственно заданным значением в списке фактических параметров.

При написании программы «Уточнение» Вас не должно смущать, что математический вид формулы (24) имеет 4 формальных параметра, тогда как в алгоритме данная функция имеет всего 2 параметра. Mathcad – вычислительный пакет, работающий с матрицами и векторами. В алгоритме переменная  $X$  – это трёхмерный вектор. Поэтому, если использовать обращение к функции, как в формуле (24), то необходимо использовать соответствие:  $x=X_0$ ,  $y=X_1$  и  $z=X_2$ . Но можно соответствующим образом представить и функцию пользователя в Вашем документе mathcad.

### Преломление на поверхности

Чтобы осуществить акт преломления, необходимо вычислить направление нормали к поверхности в точке падения луча. В локальной системе координат нормаль к плоской поверхности совпадает с ортом оси аппликат. Для кривой поверхности вектор нормали определяется нормированными на единицу частными производными функции поверхности (24).

$$N = \begin{pmatrix} \frac{\partial Q}{\partial x} \\ \frac{\partial Q}{\partial y} \\ \frac{\partial Q}{\partial z} \end{pmatrix} \frac{1}{t} = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ \sum_{i=1}^{\text{rows}(C)} i C_{i-1} z^{i-1} \end{pmatrix} \frac{1}{t}, \quad t = \sqrt{4(x^2 + y^2) + \left( \sum_{i=1}^{\text{rows}(C)} i C_{i-1} z^{i-1} \right)^2}. \quad (25)$$

Рассмотрим закон взаимодействия луча с поверхностью. Если плоскость падения совпадает с меридиональной плоскостью системы, то закон имеет скалярный вид:

$$n \cdot \sin(i) = n' \sin (i') \quad (26)$$

В общем случае закон преломления описывается в векторном виде:

$$L \times N = L' \times N \rightarrow (L' - L) \times N = 0, \quad (27)$$

где  $L$  и  $L'$  – оптический вектор направляющих косинусов соответственно падающего и преломлённого лучей,  $N$  – нормаль к поверхности в точке падения луча.

Из (27) следует, что вектор  $L' - L$  коллинеарен вектору нормали, поэтому может быть представлен как произведение скаляра  $G$ , называемой постоянной отклонения, на вектор нормали:

$$L' - L = G \cdot N. \quad (28)$$

Постоянная отклонения может быть найдена, если (28) скалярно умножить на  $N$ :

$$G = L'N - LN = n' \cos(i) - LN. \quad (29)$$

Уменьшаемое находится из закона преломления (26):

$$\begin{aligned} n' \cos(i) &= \sqrt{n'^2 - n'^2 \sin^2(i)} = \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2(i)} = \sqrt{n'^2 - n^2 + \cos^2(i)} = \\ &= \sqrt{n'^2 - n^2 + (LN)^2} \end{aligned}$$

Таким образом,

$$G = \sqrt{n'^2 - n^2 + (LN)^2} - (LN). \quad (30)$$

Знак перед корнем зависит от направления вектора нормали и от знака коэффициента преломления пространства изображения. Если скалярное произведение лучевого вектора падающего луча и нормали отрицательно, то, перед корнем необходимо ставить знак «минус». Кроме того, знак минус появляется и в случае отражения. Окончательно, формула векторного преобразования падающего луча по оптической поверхности записывается следующим образом:

$$L' = L + N \left[ \text{sign}(n'(L, N)) \sqrt{n'^2 - n^2 + (L, N)^2} - (L, N) \right]. \quad (31)$$

Здесь  $\text{sign}(x)$  – встроенная в Маткад знаковая функция, равная 1, если  $x > 0$ ; в противном случае она равна -1 для  $x < 0$  и 0 для  $x = 0$ .

Формула (31) инвариантна по отношению к направлению нормали и справедлива как для преломления, так и для отражения.

Приведём блок-схему вычисления направления преломлённого луча (рис.18).

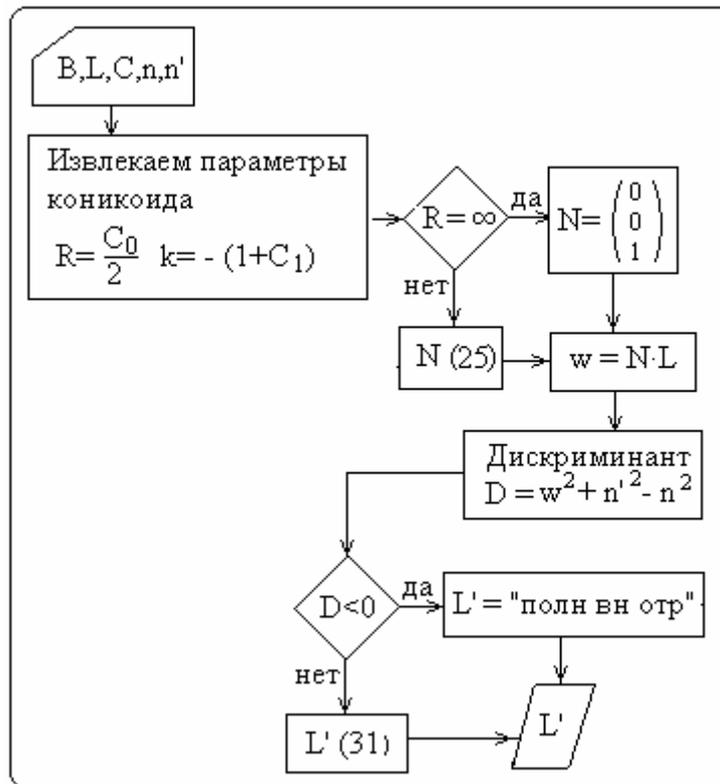


Рис.18 Программа «Преломление»

Входными параметрами программы служат:  $B$  – декартовы координаты точки поверхности,  $L$  – оптические направляющие косинусы падающего луча,  $C$  – вектор коэффициентов поверхности,  $n$  и  $n'$  – коэффициенты преломления, соответственно, до и после поверхности. Выходным параметром является оптический вектор преломлённого (отражённого) луча или текстовая переменная в случае полного внутреннего отражения.

### Задание 5.

По блок-схемам построить программы «Уточнение», «Пересечение» и «Преломление». Сформировать функцию пользователя (6). На основе тестового примера (см.ниже) вычислить  $B = \text{Пересечение}(A, L, n, C)$  – координаты точки пересечения луча со сферой «С»,  $B_a = \text{Пересечение}(A, L, n, C_a)$  – координаты точки пересечения луча с асферикой «Са». Далее, с помощью программы «Уточнение» найти координаты пересечения луча с асферикой и, обращаясь с программы «Преломление» найти оптический вектор преломлённого луча. Найденные значения должны совпасть со значениями, выделенными жёлтым фоном.

**Тестовый пример**

вектор\_сферы :=  $\begin{pmatrix} 200 \\ -1 \end{pmatrix}$       вектор\_асферики :=  $\begin{pmatrix} 200 \\ -1 \\ 100 \end{pmatrix}$

точка\_предмета :=  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$       полевой\_угол :=  $\frac{\pi}{4}$       азимутальный\_угол :=  $\frac{\pi}{6}$

показатель\_преломления\_пространства\_предмета := 1

показатель\_преломления\_пространства\_изображения := 1.5

погрешность\_невязки :=  $10^{-9}$

---

▶ Пересечение

Координаты_точки_пересечения_сферы = $\begin{pmatrix} 3.7129 \\ 3.5663 \\ 0.1326 \end{pmatrix}$	Уточнение_для_асферики = $\begin{pmatrix} 3.7119 \\ 3.5657 \\ 0.1314 \end{pmatrix}$
---	---

---

▶ Преломление

Преломление_на_сфере = $\begin{pmatrix} 0.642899 \\ 0.382875 \\ 1.549881 \end{pmatrix}$	Преломление_на_асферике = $\begin{pmatrix} 0.642904 \\ 0.382883 \\ 1.549872 \end{pmatrix}$
---	--

Рис.19 Пример тестирования программ «Пересечение» и «Преломление»

Для тестирования программ «Пересечение» и «Преломление» необходимо знание матриц луча. Исходная матрица луча содержит координаты точки предмета и оптический вектор направляющих косинусов, который может быть получен на основании данных о полевом и азимутальном угле точки предмета:  $L = \begin{pmatrix} \sin(u) \cos(\phi) \\ \sin(u) \sin(\phi) \\ \cos(u) \end{pmatrix}$ , где  $u$  – полевой угол,  $\phi$  – азимутальный угол точки предмета.

## 5. Преобразование координатных систем

В локальной системе координат поверхность описывается в локальной системе координат, в которой начало координат помещается в вершину

поверхности, а ось аппликат направляется вдоль оси симметрии поверхности и ориентирована по направлению падающего на оптическую систему излучения, слева направо. В этом случае нормаль к поверхности в точке вершины лежит на оси аппликат.

Для описания реальной оптической системы выберем внешнюю координатную систему с началом координат в центре входного зрачка, направление оси аппликат – перпендикулярно плоскости зрачка и ориентировано по падающему излучению. Во внешней системе координат вершины и нормали в точке вершины поверхностей системы имеют заданные значения, описываемые трёхмерными векторами. Переход от внешней системы координат к локальной сопровождается для координат точек поверхности и луча смещением и поворотом, для нормалей – только поворотом. После того, как в локальной системе координат произведены операции нахождения точки пересечения луча с поверхностью и направления преломлённого (отражённого) луча, должен быть осуществлён обратный переход во внешнюю систему координат.

Рассмотрим операцию поворота координатных систем.

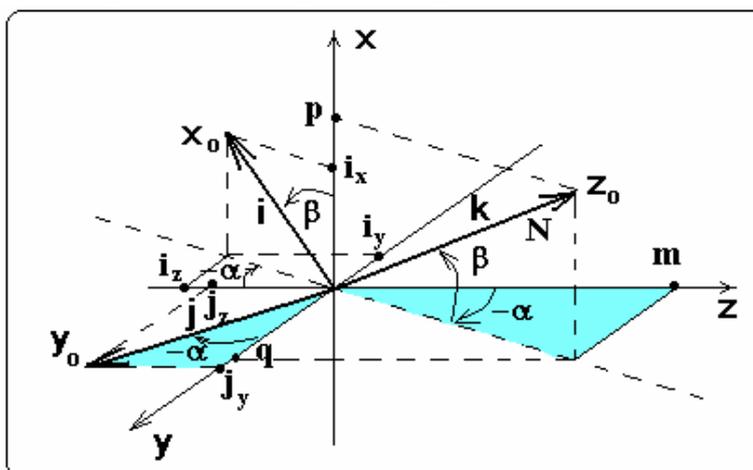


Рис.20 Операция поворота координатных систем до совмещения оси аппликат с направлением нормали к поверхности

На рис.20  $(x, y, z)$  – внешняя система координат,  $(x_0, y_0, z_0)$  – локальная система координат, расположенная таким образом, что локальная ось ординат расположена в горизонтальной плоскости внешней координатной системы. Воспользуемся известным свойством матрицы преобразования координат из внешней системы в локальную систему: строками этой матрицы являются координаты ортов локальной системы во внешней системе. Так как нормаль  $N(p, q, m)$  в локальной системе по определению направлена по оси аппликат, то орт аппликат  $k$  локальной системы совпадает с ортом нормали и третья строка матрицы известна:

$$M = \begin{pmatrix} i_x & i_y & i_z \\ j_x & j_y & j_z \\ k_x & k_y & k_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_x & i_y & i_z \\ j_x & j_y & j_z \\ p & q & m \end{pmatrix} \quad (32)$$

Вторая строка формируется проекциями локального орта  $j$  на координатные оси внешней системы координат. В силу выбора положения локальной оси ординат имеем равенство:  $j_x=0$ . Из подобия отмеченных заливкой треугольников на рис.19 следует, что

$$\begin{cases} j_y = \frac{m \cdot \text{sgn}(q)}{\sqrt{q^2 + m^2}}, & j_z = \frac{-q \cdot \text{sgn}(q)}{\sqrt{q^2 + m^2}}, & m, q \neq 0, \\ j_y = 1, & j_z = 0, & m = q = 0. \end{cases} \quad (33)$$

В (33) функция  $\text{sgn}(x)=1$ , если  $x \geq 0$ , а в противном случае она равна -1. Использование встроенной в Маткад знаковой функции  $\text{sing}(x)$  невозможно в силу её определения, согласно которому  $\text{sign}(0)=0$ .

Когда определено положение двух ортов, то положение третьего орта следует из условия векторного произведения:

$$i = j \times k = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 0 & j_y & j_z \\ p & q & m \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} i_x = m \cdot j_y - q \cdot j_z \\ i_y = (-)(-)p \cdot j_z = p \cdot j_z \\ i_z = (+)(-)p \cdot j_y = -p \cdot j_y \end{cases} \quad (34)$$

Из (32)-(34) следует выражение для матрицы перехода (поворота) от внешней системы координат к локальной системе:

$$M = \begin{pmatrix} \sqrt{q^2 + m^2} & \frac{-\text{sgn}(q)p \cdot q}{\sqrt{q^2 + m^2}} & \frac{-\text{sgn}(q)p \cdot m}{\sqrt{q^2 + m^2}} \\ 0 & \frac{m}{\sqrt{q^2 + m^2}} & \frac{-q}{\sqrt{q^2 + m^2}} \\ p & q & m \end{pmatrix}, q, m \neq 0, \quad M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, p = 1. \quad (35)$$

Блок-схема программы перехода представлена на рис.21. Входными параметрами служат:  $X$  – преобразуемый вектор, который может быть свободным (вектор нормали) или связанным (координаты поверхности или точки на луче);  $\text{Free}$  – логическая переменная, равная 1, если преобразуемый вектор свободный, а иначе 0;  $V$  – координаты вершины поверхности во внешней системе координат,  $N$  – вектор нормали в точке вершины

поверхности во внешней системе координат,  $Loc$  – логическая переменная, равная 1, если осуществляется переход в локальную систему координат, иначе 0 – обратный переход из локальной системы во внешнюю. Выходным параметром является преобразованный вектор  $Y$ .

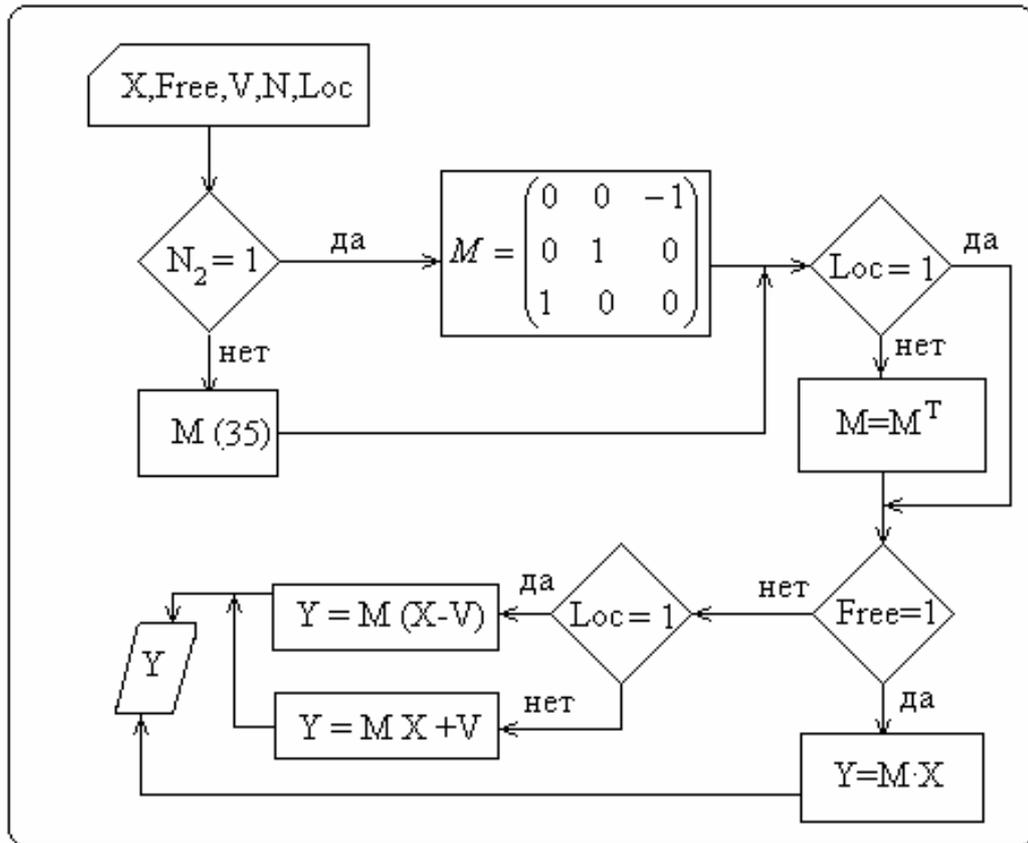


Рис.21 Блок-схема программы «Переход»

Заметим, в качестве обратной матрицы используется транспонированная матрица: это справедливо для матриц поворота координатных систем. Вычисление транспонированной матрицы осуществляется быстрее, чем обратной.

### Задание 6.

Составить программу перехода и проверить её работу, создав необходимые векторы. Получив результаты преобразования, сравнить параметры конфигурации векторов как во внешней системе координат, так и в локальной системе координат.

Пример тестирования приведён на рис.22.

### Тестовый пример

$$\text{Вершина\_поверхности} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{Нормаль\_к\_поверхности} := \begin{pmatrix} \sin(5 \cdot \text{deg}) \cdot \cos(10 \cdot \text{deg}) \\ \sin(5 \cdot \text{deg}) \cdot \sin(10 \cdot \text{deg}) \\ \cos(5 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

$$\text{Связанный\_вектор\_1} := \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{Свободный\_вектор\_1} := \begin{pmatrix} \sin(6 \cdot \text{deg}) \cdot \cos(15 \cdot \text{deg}) \\ \sin(6 \cdot \text{deg}) \cdot \sin(15 \cdot \text{deg}) \\ \cos(6 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

$$\text{Связанный\_вектор\_2} := \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{Свободный\_вектор\_2} := \begin{pmatrix} \sin(7 \cdot \text{deg}) \cdot \cos(225 \cdot \text{deg}) \\ \sin(7 \cdot \text{deg}) \cdot \sin(225 \cdot \text{deg}) \\ \cos(7 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

$$\text{Связанный\_вектор\_3} := \text{Нормаль\_к\_поверхности} \cdot 5$$

#### Параметры во внешней системе координат

$$\text{Расстояние\_1\_2} := |\text{Связанный\_вектор\_2} - \text{Связанный\_вектор\_1}| \quad \text{Расстояние\_1\_2} = 2.828$$

$$\text{Расстояние\_1\_3} := |\text{Связанный\_вектор\_3} - \text{Связанный\_вектор\_1}| \quad \text{Расстояние\_1\_3} = 6.168$$

$$\text{Расстояние\_2\_3} := |\text{Связанный\_вектор\_2} - \text{Связанный\_вектор\_3}| \quad \text{Расстояние\_2\_3} = 7.5$$

$$\text{Угол\_между\_свободными\_векторами} := \text{acos}(\text{Свободный\_вектор\_1} \cdot \text{Свободный\_вектор\_2})$$

$$\frac{\text{Угол\_между\_свободными\_векторами}}{\text{deg}} = 12.558$$

#### Параметры в локальной системе координат

$$X1 := \text{Переход}(\text{Связанный\_вектор\_1}, 0, V, N, 1) \quad \text{Переход}(X1, 0, V, N, 0)^T = (4 \ 5 \ 6)$$

$$X2 := \text{Переход}(\text{Связанный\_вектор\_2}, 0, V, N, 1) \quad \text{Переход}(X2, 0, V, N, 0)^T = (6 \ 5 \ 4)$$

$$X3 := \text{Переход}(\text{Связанный\_вектор\_3}, 0, V, N, 1) \quad \text{Переход}(X3, 0, V, N, 0)^T = (0.429 \ 0.076 \ 4.981)$$

$$|X1 - X2| = 2.828 \quad |X1 - X3| = 6.168 \quad |X2 - X3| = 7.5$$

$$V1 := \text{Переход}(\text{Свободный\_вектор\_1}, 1, V, N, 1) \quad V2 := \text{Переход}(\text{Свободный\_вектор\_2}, 1, V, N, 1)$$

$$\frac{\text{acos}(V1 \cdot V2)}{\text{deg}} = 12.558$$

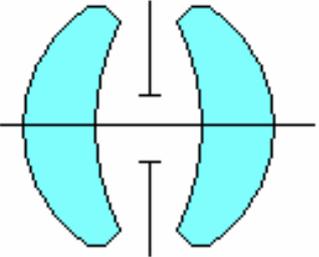
Рис.22 Пример тестирования программы перехода

## 6. Линзовая оптическая система

В предыдущих разделах описаны модули, необходимые для формирования программы трассировки пучка лучей через произвольную линзовую систему. Построение линзовой системы происходит за несколько шагов.

Шаг 1. Определение положения входного зрачка.

Для осесимметричных систем справедливо понятие входного зрачка, рассчитываются параксиальные характеристики. Документ ввода параметров для симметричного объектива из двух менисков [2]. представлен на рис.23.



Передний отрезок := -7000  
 Угол поля зрения град := 10  
 Диаметр\_апертурной\_диафрагмы := 7  
 Система\_осесимметричная :=  Да  Нет

Радиусы := (14.205 33 15.26 ∞ -15.26 -33 -14.205)<sup>T</sup>  
 Порядковый\_номер\_апертурной\_диафрагмы\_в\_векторе\_Радиусы := 4  
 Толщины := (7 3 7.2 7.29 3 7)<sup>T</sup>  
 Показатели := (1 1.5163 1.6128 1 1 1.6128 1.5163 1)<sup>T</sup>

Рис.23 Вычисления параксиальных характеристик системы

Входные данные (рис.23) используются для вычисления параксиальных характеристик системы (раздел 3). В области вычислений предварительно необходимо сформировать исходные данные для нахождения положения и величины входного зрачка. Для этого из векторов исходных параметров вырезается необходимые данные и располагаются в требуемом порядке, т.е. по ходу луча. Если же система не является осесимметричной, то данные формируются так, чтобы не было ошибочных вычислений. Документ этой части программы приведён на рис.24.

С помощью программы «Параксиальная» (раздел 3) вычисляются параксиальные характеристики одного луча. Если луч идёт от точки, расположенной на бесконечности, и параллельно оптической оси, то вычисляются заднее фокальное расстояние  $f'$  и задний фокальный отрезок  $S'_F$ . Если же луч направляется из осевой точки предмета, расположенной на конечном расстоянии на край входного зрачка, то вычисляется задний

отрезок S'. Этих данных достаточно, чтобы вычислить поперечное линейное увеличение, необходимое для определения размера входного зрачка.

Формула для вычисления увеличения апертурная диафрагма - входной зрачок имеет вид:

$$V_{B3} = \frac{S' - S'_F}{f'}, \quad N_A > 1, \quad V_{B3} = 1, \quad N_A = 1. \quad (36)$$

```

ur := Угол_поля_зрения_град_deg
Sp := Передний_отрезок
D_A := Диаметр_апертурной_диафрагмы
so := Система_осесимметричная
        
```

Переименование переменных

```

na := if(so = 1, Порядковый_номер_апертурной_диафрагмы_в_векторе_Радиусы, 1)
R := if(so = 1, -reverse(submatrix(Радиусы, 0, na - 2, 0, 0)), 1)
T := if(na > 2, reverse(submatrix(Толщины, 0, na - 3, 0, 0)), 0)
n := reverse(submatrix(Показатели, 0, na - 1, 0, 0))
S := if(so = 1, -Толщины[na-2], 0)
        
```

$$Q := \begin{pmatrix} \text{"фокусное расстояние"} \\ \text{"задний отрезок"} \\ \text{"вектор высот"} \\ \text{"вектор углов"} \end{pmatrix}$$

Вектор текста, используется для вывода результатов вычислений с комментариями

$$\text{augment}(Q, \begin{pmatrix} f \\ S' \\ h \\ \alpha \end{pmatrix})$$

Рис.24

Результаты вычисления выводятся в виде таблиц:

Система =	$\begin{pmatrix} \text{"фокусное расстояние"} & 86.471 \\ \text{"задний фокальный отрезок"} & 64.37 \\ \text{"задний отрезок"} & 63.84 \end{pmatrix}$
Зрачок =	$\begin{pmatrix} \text{"увеличение АД-вх. зрачков"} & 1.22 \\ \text{"диаметр входного зрачка"} & 8.542 \\ \text{"удаление входного зрачка"} & -3.071 \end{pmatrix}$

Шаг 2. Разбиение входного зрачка и построение пучка лучей, опирающегося на это разбиение. Для каждого луча пучка определена матрица луча, содержащая вектор координат и вектор оптических

направляющих косинусов, а также его оптическая длина. Программы разбиения и построения пучка лучей описаны в разделах 1 и 2.

Шаг 3. Построение исходных матриц для трассировки пучка лучей через систему.

1. Матрица параметров оптических поверхностей. Каждая поверхность задаётся вектором коэффициентов  $c_i$  асферики второго типа

$$Q(x, y, z) = x^2 + y^2 - \sum_{i=1}^N c_i \cdot z^i \quad (37)$$

где  $c_0=2R$ ,  $c_1=-1-k$ ,  $c_2, c_3, \dots$  - коэффициенты асферики высшего порядка. Объединением векторов поверхностей формируется матрица параметров размерностью  $\max(N_k) \times M$ ,  $N_k$  - число коэффициентов асферики  $k$ -поверхности. Недостающие коэффициенты дополняются нулями. Система из  $M$  сферических поверхностей описывается матрицей размерностью  $2 \times M$  - вектор радиусов кривизны умножается на 2, вторая строка состоит из -1:

$$\text{Матрица\_параметров} = \begin{pmatrix} 28.41 & 66 & 30.52 & 2 \times 10^{307} & -30.52 & -66 & -28.41 & 2 \times 10^{307} \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Матрица параметров дополняется справа столбцом с параметрами плоскости изображения.

2. Матрица положений, объединяющая координаты точки пересечения поверхности с главным лучом и вектор нормали в этой точке размерностью  $3 \times 2M$ . Для осесимметричной системы такой точкой является точка вершины поверхности. Каждые два столбца описывают параметры одной поверхности. Последние два столбца описывают положение плоскости изображения. Положение точек вершин отсчитывается от плоскости входного зрачка. Документ Маткад, формирующий матрицу положений на основе вектора толщин приведён на рис.25.

Матрица\_положений =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	3.071	1	10.071	1	13.071	1	20.271	1	27.561	1	30.561	1	37.561	1	63.401	1

$$\begin{aligned}
& \text{Толщины} := \text{stack}(0, \text{Толщины}) \quad i := 0.. \text{rows}(\text{Толщины}) - 1 \quad M := \text{rows}(\text{Толщины}) \\
& B2_{2, 2 \cdot \text{rows}(\text{Толщины}) - 1} := 0 \quad B2_{2, 2 \cdot i} := \sum_{j=0}^i \text{Толщины}_j - Z \quad B2_{2, 2 \cdot i + 1} := 1 \\
& B2 := \text{augment} \left[ B2, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ B2_{2, 2 \cdot M - 2} + \text{Система}_{2, 1} + \varepsilon & 1 \end{pmatrix} \right] \quad \text{Матрица\_положений} := B2 \\
& \quad \quad \quad \text{задний отрезок} \quad \quad \quad \text{глобальная переменная}
\end{aligned}$$

Рис.25 Матрица положений на основе вектора толщин

Если система неосесимметричная, то положение внешней системы координат произвольно, но проще её связать с положением материальной входной диафрагмы.

3. Матрица световых диаметров и сред размерностью  $3 \times M$ . Каждой поверхности отводится один столбец. В первой строке помещается величина светового диаметра, если она известна, если не известна - то ноль. Во второй строке – показатель преломления в пространстве предмета (до поверхности), в третьей - показатель преломления в пространстве изображения (после поверхности). Документ Маткад, формирующий матрицу приведён на рис.26.

$$\begin{aligned}
& B3_{2, M-1} := 0 \quad B3_{0, na-1} := \text{Зрачок}_{1, 1} \\
& B3_{1, i} := \text{Показатели}_{1, i} \quad B3_{2, i} := \text{Показатели}_{1+1, i} \\
& B3 := \text{augment} \left[ B3, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \quad \text{Матрица\_свет\_и\_пок} := B3 \\
& \text{Матрица\_свет\_и\_пок} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 8.542 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.516 & 1.613 & 1 & 1 & 1.613 & 1.516 & 1 \\ 1.516 & 1.613 & 1 & 1 & 1.613 & 1.516 & 1 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Рис.26 Документ, формирующий матрицу

Пересечение луча с поверхностью (рис.5) характеризуется двумя высотами:  $h$  – измеряется относительно главного луча и характеризует световой диаметр пучка,  $H$  – измеряется относительно точки пересечения главным лучом поверхности и характеризует величину засвечиваемой поверхности.

Пусть известны координаты точек пересечения главного луча с поверхностью  $A_0$ , текущего луча  $B$  и направляющие косинусы главного луча  $L$  ( $p, q, m$ ). Высота  $H$  равна модулю вектора  $C = B - A_0$ , а стрелка прогиба  $t$  вычисляется как скалярное произведение векторов  $t = (C \cdot L)$ , тогда формулы для вычисления высот будут следующие:

$$H = |C|, \quad C = B - A_0, \quad h = \sqrt{H^2 - (C \cdot L)^2}. \quad (38)$$

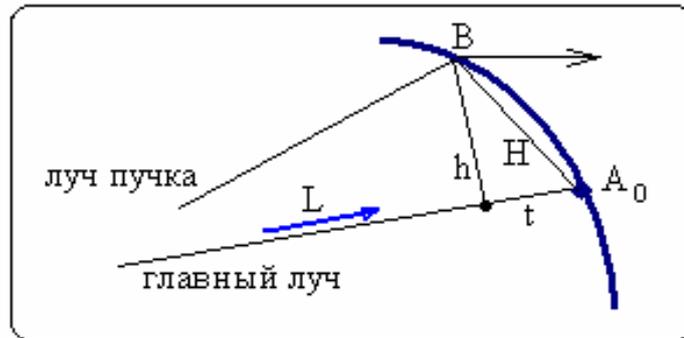


Рис.27

В результате работы программы «Система» вычисляются координаты и направления луча на всех поверхностях системы. Блок-схема программы изображена на рис.28.

Исследование оптической системы разбивается на несколько шагов.

Шаг 1. По трассировке главного луча определяются координаты центров световых пятен на поверхностях. (Для осесимметричной системы – это вершины поверхностей и необходимость в данной операции отпадает). Вычисляется соответствующая матрица. Если при трассировке главного луча (луча, для которого полевой угол равен нулю) получено сообщение, что луч прошёл мимо или претерпел полное внутреннее отражение, то необходимо проверить правильность задания системы.

Шаг 2. Осуществляется трассировка пучка, исходящего из центра плоскости предмета. Пусть  $U_i$  – вектор результатов трассировки,  $i \leq N - 1$ ,  $N = \text{rows}(U)$ . Из вектора необходимо исключить текстовые сообщения, для не прошедших систему лучей. Программа фильтрации имеет структуру (рис.28).

Для определения типа выражения нужно воспользоваться соответствующей встроенной функцией из класса функций «тип выражения».

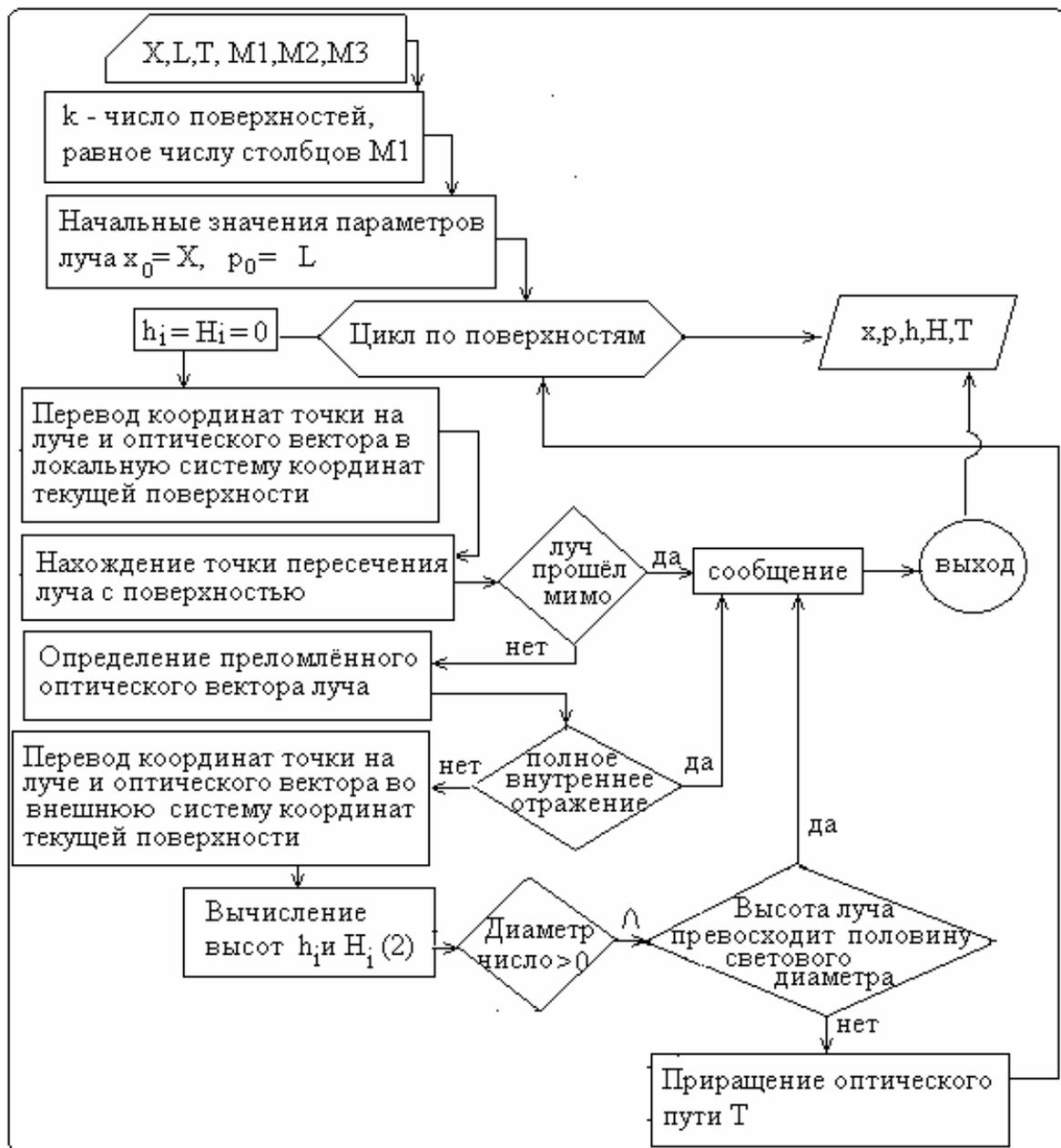


Рис.28 Алгоритм программы трассировки луча через систему

Шаг 3. Если  $V$  – вектор параметров прошедших лучей,  $j \leq N_p - 1$ ,  $N_p = \text{rows}(V)$ , то для поверхности с номером  $k$  вектор высот лучей  $r_j = \left( (V_j)_2 \right)_k$ , а световой диаметр определится как  $D_k = 2 \cdot \max(r)$ .

Шаг 4. Задание плоскости изображения. В исходных параметрах задаётся величина заднего отрезка  $S'$ . Координата центра плоскости изображения вычисляется по формуле луча:

$$Y = V_M + L_M S'$$

где  $V_M$  и  $L_M$  – координаты пересечения главного луча и оптический вектор главного луча в точке пересечения последней поверхности (последние два столбца матрицы  $M_4$ ). Матрица положений  $M_2$  расширяется добавлением справа двух столбцов ( $Y, L_M$ ), а матрица  $M_1$  параметров дополняется одним столбцом, описывающим плоскую поверхность, первые два элемента столбца равны соответственно  $\infty$  (бесконечность) и  $-1$ , остальные – нули.

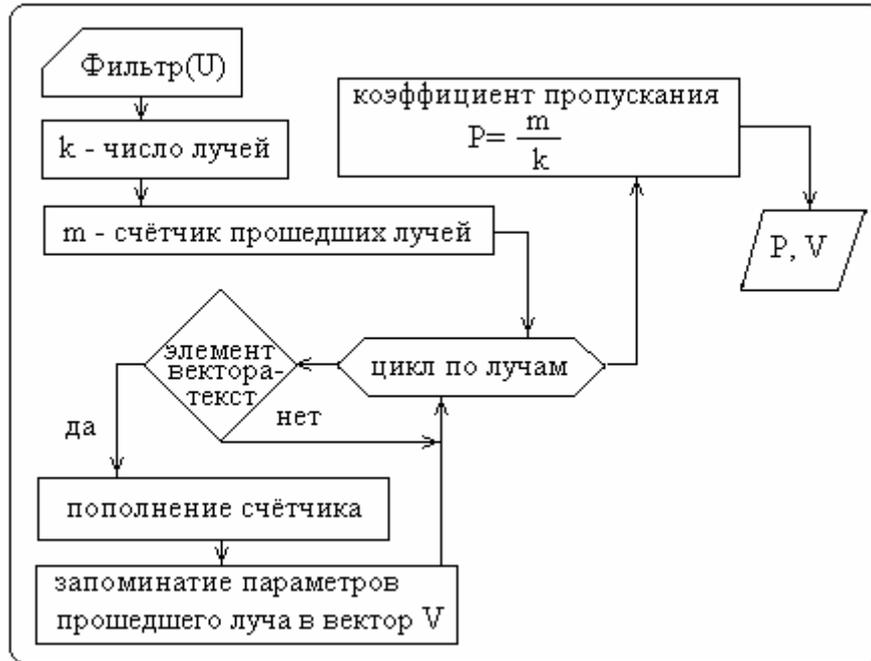


Рис.29 Алгоритм фильтрации лучей, пропущенных системой

Шаг 5. Трассировка пучка лучей, осевого или полевого, до плоскости изображения, фильтрация и извлечение координат лучей в плоскости изображения. Вектор координат строится как  $X_j = \left( (V_j)_0 \right)_{M+1}$ .

Если плоскость изображения расположена под углом к оси  $OZ$ , то с помощью программы «Переход» переводим координаты в локальную систему, в которой ось аппликата перпендикулярна плоскости изображения. Строим график пятна рассеяния.

Шаг 6. Критерии качества изображения, основанные на пятне рассеяния. Пусть  $x_j$  и  $y_j$  векторы точек пересечения лучей пучка с плоскостью изображения, перпендикулярной оси аппликата, а  $r_j$  – вектор радиусов точек пятна, тогда рассмотрим следующие характеристики:

1. Среднее квадратическое отклонение (СКО) радиусов точек пятна  $\sigma$  характеризует среднее значение интегральной лучевой аберрации.
2. Если главный луч имеет индекс «ноль», то вектор

$Coma = \begin{pmatrix} x_0 - \bar{x} \\ y_0 - \bar{y} \end{pmatrix}$  характеризует степень несимметричности пятна рассеяния, или интегральную кому.

3. Несимметричность формы пятна  $[\max(x)-\min(x)]-[\max(y)-\min(y)]$  даёт представление о величине астигматизма в данной плоскости. Смещение плоскости наводки и изменение формы пятна даёт представление о продольном астигматизме.
4. Если  $(x_0, y_0)$  – координаты точки идеального гауссова изображения, то вектор  $Dist = \begin{pmatrix} \bar{x} - x_0 \\ \bar{y} - y_0 \end{pmatrix}$  характеризует дисторсию.
5. Разность СКО для осевой точки предмета и на краю поля зрения характеризует величину кривизны поля изображения.
- 6.

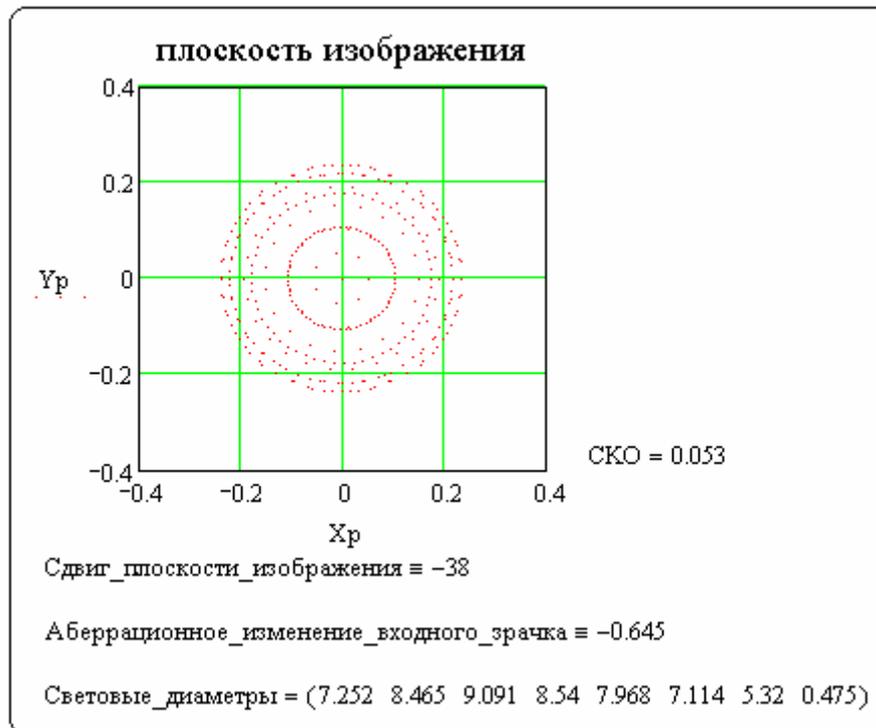


Рис.30 Выходные результаты трассировки

Если в качестве критерия выбрать СКО радиусов точек пятна рассеяния, то, используя её в качестве оптимизируемой функции с помощью программы «Уточнение» (раздел «Моделирование взаимодействия луча с оптической поверхностью») найти плоскость наилучшей установки по данному критерию. На рис.29 представлены результаты расчёта:

Оптимальное положение плоскости изображения определяется по минимуму СКО, путём изменения глобальной переменной «Сдвиг плоскости

изображения». Использование рассчитанного значения диаметра входного зрачка приводит к абберационному виньетированию на апертурной диафрагме. Путём изменения диаметра входного зрачка с помощью глобальной переменной «абберационное изменение входного зрачка» виньетирование сводится к нулю.

### Задание 7.

Исследовать одну из линзовых систем (см.приложение). Найти плоскость наилучшей установки. Рассчитать интегральные абберации.

## 7. Компьютерное моделирование первичных погрешностей оптико-электронных приборов

### Структура оптического прибора:

Оптический прибор (ОП) предназначен для преобразования информации от объекта наблюдения (обнаружения), измерения или управления в целях получения данных об его информативных параметрах  $x_{0i}$ : геометрических параметрах, пространственном положении, энергетическом состоянии и других физических величинах, отражающих в количественном и качественном соотношениях искомые свойства и состояния объекта.

Обобщённая схема функционирования ОП (рис.31):

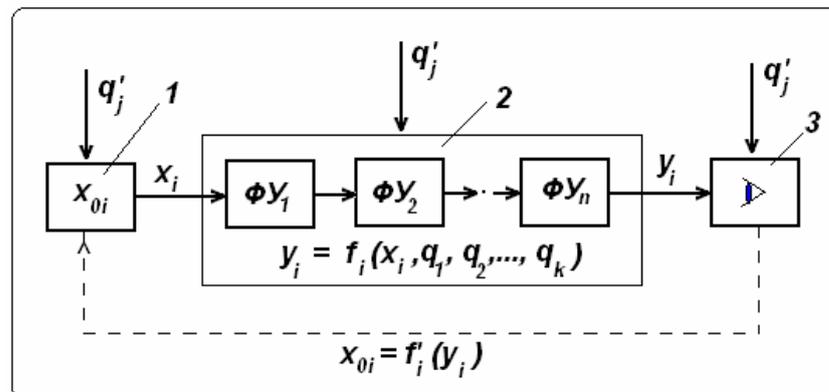


Рис.31 Схема функционирования оптического прибора:

1 – объект наблюдения, 2 – оптический прибор, 3 – оператор (устройство управления, регулирования)

$x_i$  – информативные параметры входных сигналов,  
 $y_i$  – информативные параметры выходных сигналов,  
 $q_k$  – схемные (конструктивные) параметры прибора,  
 $f_i$  – функция, связывающая входные и выходные информационные сигналы,  
 $\PhiУ_1, \PhiУ_2, \dots, \PhiУ_n$  – функциональные устройства прибора,  
 $q'_j$  – влияющие факторы,  
 $f'_i$  – функция обратной связи  $y_i$  с  $x_i$ .

Преобразование входного сигнала ОП осуществляется его функциональными устройствами (ФУ), имеющими, как правило, различные физические принципы. На рис.32 изображён состав современного ОП, основанного на оптических, механических и электронных (электрических) ФУ и их сочетаниях.

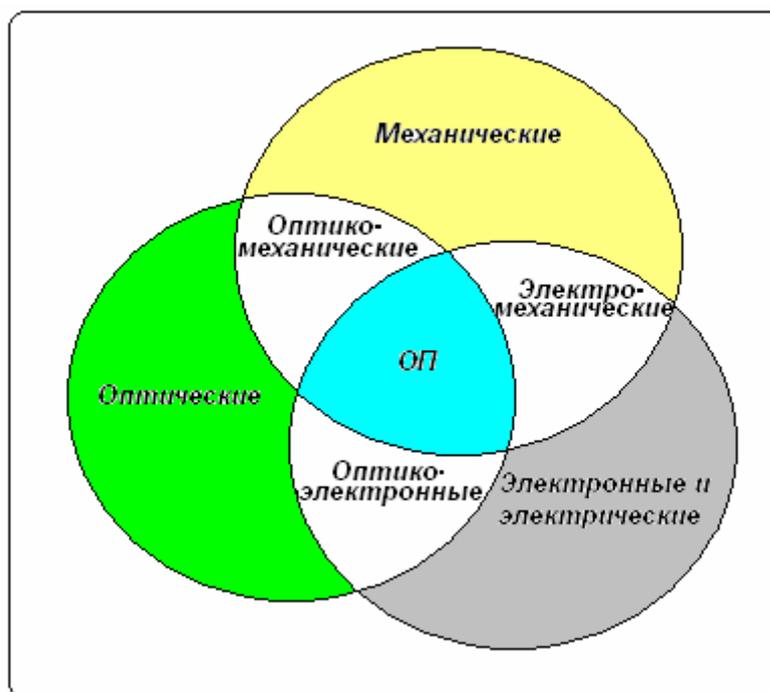


Рис.32 Состав функциональных устройств точного прибора

С системных позиций ФУ представляет собой подсистему ОП, которая работает автономно, но определёнными отношениями связана с другими подсистемами (например, для передачи информации, энергии, вещества).

В свою очередь, ФУ состоят из конструктивных узлов (КУ) – сборочных единиц, которые могут конструироваться (а в дальнейшем собираться) отдельно от других составных частей ОП или всего прибора в целом и выполнять определённую функцию в ОП только (в отличие от ФУ) совместно с другими составными частями.

В конструктивных узлах выделяют соединения деталей (СД): двух или более деталей, находящихся в непосредственном физическом контакте друг с другом.

Первичными элементами ОП являются детали – конструктивные элементы, выполненные из однородного материала (в результате его обработки) без соединения с другими конструктивными элементами (без применения сборочных операций).

Структура ОП в целом может быть представлена в виде иерархических уровней составных частей, связанных друг с другом определёнными соотношениями (связями) (рис.33):

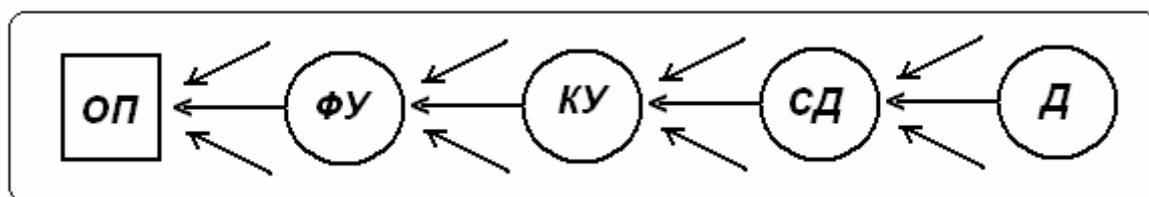


Рис.33 Иерархическая структура прибора

### Моделирование деталей

Деталь является простейшим объектом конструирования. Она представляет собой неделимое однородное тело, объединяющее две категории: элементы формы (геометрические поверхности тел) и материал.

Структурные элементы формы (поверхности) подразделяются на 4 группы:

1. Рабочие элементы (РЭ), или активные, исполнительные элементы. Они непосредственно выполняют заданные функции детали.  
Примеры: сферическая поверхность линзы, эвольвентная поверхность зубчатого колеса, плоская и цилиндрическая поверхность гнезда оправы линзы. К этим поверхностям предъявляются высокие требования: точность расположения, погрешность формы, чистота поверхности, размеры и т.п.
2. Базовые элементы (БЭ) обеспечивают координацию детали (точнее координацию РЭ) относительно других деталей и представляют собой поверхности, по которым деталь сопрягается с базовой деталью. К БЭ также предъявляются высокие требования к точности расположения.
3. Соединительные элементы (СЭ) (свободные) служат для обеспечения материальной связи между РЭ и БЭ. К СЭ не предъявляются высокие требования к точности изготовления, а только к чистоте поверхности, если это обусловлено эстетическими показателями качества.



им уровни пониженной, средней и высокой точности технологических процессов, называемыми экономическим, производственным и техническим.

Экономическому уровню точности (ЭУТ) соответствует точность, получаемая в серийном производстве. Контроль осуществляется оптическими средствами, находящимися на рабочем месте (микрометры, индикаторы, калибры, эталонные стёкла) Для заводов оптической промышленности экономический уровень начинается в среднем с 9-10 квалитета точности.

Производственному (среднему) уровню точности (ПУТ) соответствует точность, получаемая на серийном производстве с помощью типового инструмента, оснастки и приспособлений. Контроль осуществляется как средствами на рабочем месте, так и в отделе технического контроля. Производственному уровню соответствуют в среднем допуски по 6-8 квалитетам точности.

Техническому уровню точности (ТУТ) соответствует предельно высокая точность, которая может быть достигнута с помощью специальных оборудования, инструмента, технологических процессов и условий производства. Контроль осуществляется с привлечением лабораторных средств (автоколлиматоров, микроскопов, интерферометров). Техническому уровню соответствуют допуски по 4-5 квалитетам.

Зона Д соответствует точности изготовления, получаемой доводкой, выполняемой на станках или вручную (шабрение, притирка, развёртывание, прикатка и т.п.) в процессе сборки деталей в узел. Этот процесс называется технологической компенсацией погрешностей деталей.

Ступенчатую кривую стоимости (рис.34) можно аппроксимировать гиперболической кривой, проходящей через узловые точки Э, П, Т и характеризующей зависимость между допуском и затратами на выполнение (рис.35, кривая 1):

$$Z_{\delta q} \approx Z_0 + \frac{T}{\delta q^{2t}}, \quad (39)$$

где  $T$  – коэффициент для выражения допуска в единицах стоимости,  $Z_0$  – стоимость изготовления по свободному допуску,  $t$  – показатель степени, равный 0,5-1.

Стоимость сборки деталей зависит от погрешностей изготовления и возрастает с увеличением допуска, так как «грубые» детали обычно требуют при сборке дополнительных регулировок, пригонки юстировок. Она оценивается формулой (рис.35, кривая 2)

$$Z_{\delta q} \approx R \cdot \delta q^{2r} + R_0, \quad (40)$$

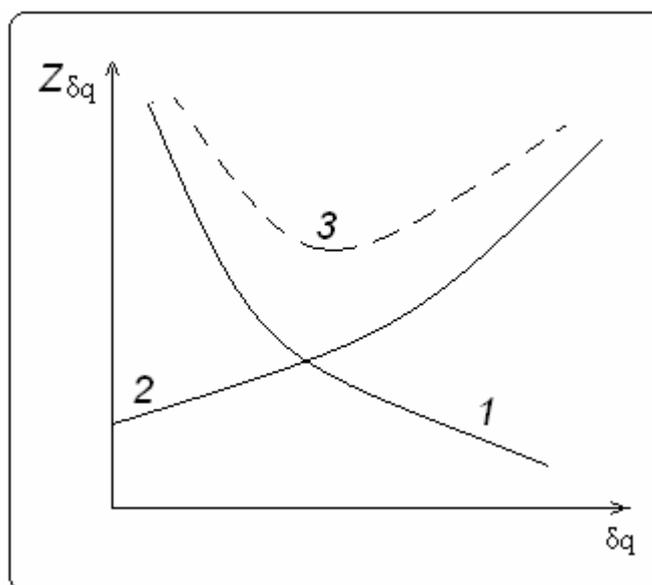


Рис.35 Зависимость стоимости изготовления и сборки деталей от точности их изготовления

где  $R$  - коэффициент для выражения допуска в единицах стоимости,  $R_0$  – стоимость сборки при отсутствии погрешностей,  $\gamma$  - показатель степени.

В общем случае конструктор должен учитывать затраты на изготовление и сборку, выражающуюся суммарной кривой 3 на графиках (рис.35).

### Погрешности оптических приборов

Процесс функционирования ОП сопровождается погрешностями, которые приводят к потере информации на всех стадиях: до и во время преобразования входного сигнала и при обработке результатов. Погрешности характеризуют точность измерения, управления или обнаружения, осуществляемого прибором.

Погрешности классифицируют:

1. По месту возникновения погрешности делятся на методические и инструментальные.
2. По природе возникновения, результату действия и характеру проявления погрешности делятся на систематические (неслучайные) и случайные.
3. В зависимости от причинно-следственной структуры погрешности делятся на первичные (факторы), частичные (влияние) и суммарные погрешности (характеристика, показатель качества)
4. По направлению первичные погрешности и факторы подразделяются на скалярные и векторные.

5. По значению величины первичные погрешности и факторы подразделяются на постоянные, переменные регулярные, переменные нерегулярные и смешанные.
6. По характеру влияния на точность частичная и суммарная погрешность подразделяются на аддитивные и мультипликативные, степенные, периодические и комбинированные.
7. По влиянию скорости функционирования прибора на значение погрешности они подразделяются на статические и динамические.

Методические погрешности возникают до преобразования входного информативного сигнала в приборе и при регистрации и обработке выходного сигнала. Иногда из методических ошибок выделяют субъективные погрешности, так называемый человеческий фактор.

Погрешности, обусловленные потерей информации в ФУ прибора называют инструментальными (аппаратурными, приборными).

### **Моделирование случайных по природе возникновения погрешностей и факторов в окрестности поля допуска**

Первичные погрешности и факторы являются случайными по природе возникновения. К случайным погрешностям относятся все погрешности технологического характера, эксплуатационные погрешности, обусловленные действием случайных факторов (влияние сил трения, вибрации турбулентности атмосферы, температурных полей, шумов приёмников и т.п.), методические погрешности (наведения, квантования, выверки, допущения в отношении объекта).

Некоторые из случайных первичных погрешностей могут иметь систематическую (неслучайную) составляющую.

Всякая случайная величина обладает полем рассеяния. То есть областью изменения величины, вероятность попадания в которую близка или равна единице. Основной задачей точностного расчёта при конструировании оптического прибора является выбор оптимального соответствия между полем допуска и полем рассеяния конструктивных параметров и факторов влияния.

Поле допуска – это пределы изменения технологического параметра, фактора влияния, которые обеспечивают заданные характеристики, показатели качества, или, что то же самое, заданную суммарную погрешность, и определяемые на стадии конструирования оптического прибора.

Нижняя граница поля допуска обозначается  $\Delta q_H$ , верхняя -  $\Delta q_B$ .

Ширина поля допуска:  $\Delta q = \Delta q_B - \Delta q_H$ .

Середина поля допуска:  $\Delta_0 q = \frac{\Delta q_B + \Delta q_H}{2}$ .

Половина поля допуска:  $\delta q = \frac{\Delta q}{2} = \frac{\Delta q_B - \Delta q_H}{2}$ .

Поле допуска может быть симметрично относительно номинальной величины параметра или иметь смещение, как в сторону уменьшения, так и увеличения номинала. Так, например, диаметр линзы имеет односторонний допуск, у которого верхний и нижний пределы имеют знак минус.

Погрешность – случайная вещественная величина.

Напомним определения, связанные со случайной величиной:

- Случайная величина определяется множеством  $M$ , называемым множеством возможных исходов, или пространством событий, на котором определена функция вероятности  $P$ .

Для вещественной случайной величины  $M=R$ ,  $R$  – множество вещественных чисел.

- Функция вероятности – неотрицательная функция отрезка, обладающая свойствами нормировки и аддитивности.

1. Свойство неотрицательности:  $A \in M \Rightarrow P\{A\} \geq 0$

2. Свойство нормировки:  $P\{M\} = 1$

3. Свойство аддитивности:

$$A \in M, B \in M, A \cap B = \emptyset \Rightarrow P\{A\} + P\{B\} = P\{A \cup B\}$$

Функция распределения вероятности (интегральная функция вероятности):  $F(x) = P\{(-\infty, x]\}$

Функция плотности распределения вероятности:  $f(x) = \frac{dF}{dx}$

Характеристиками случайной величины являются её моменты.

Первый момент – математическое ожидание, или среднее значение.

Вычисляется по формуле:

$$m = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (41)$$

где  $f(x)$ - функция распределения вероятности, или функция плотности вероятности.

Для выборки длиной  $N$  оценка математического ожидания вычисляется как среднее значений выборки:

$$\bar{m} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta x_i \quad (42)$$

Математическое ожидание погрешности называют центром группирования.

По расположению в поле допуска различают погрешности симметричные, с нулевым средним (рис. 36 слева), совпадающим с серединой поля допуска  $\Delta_0 q$ . Такие погрешности относят к чисто случайным погрешностям. Сдвиг поля рассеяния относительно середины поля допуска (рис.6, справа) характеризует систематическую составляющую погрешности. На рис.36 систематическая составляющая равна  $a$ . Относительный коэффициент асимметрии вводят как отношение:

$$\alpha = \frac{a}{\delta q} \quad (43)$$

где

$$a = m - \Delta_0 q, \quad |a| = (0 - 0,4)\delta q \quad (44)$$

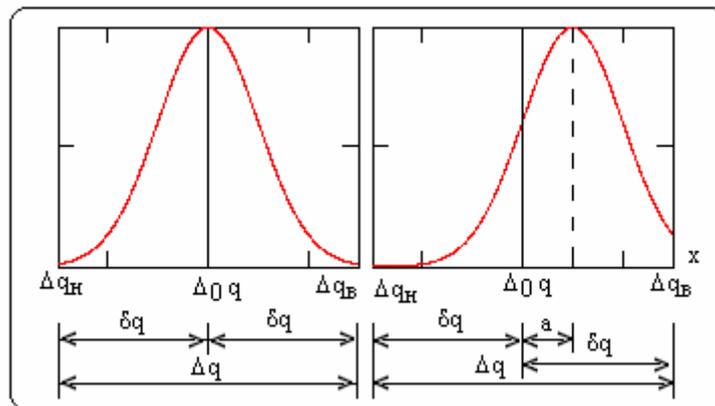


Рис.36 Поле рассеяния в поле допуска

Приведённый коэффициент асимметрии учитывает суммарный сдвиг полей рассеяния и допуска и вычисляется по формуле

$$C_q = \frac{\Delta_0 q + a}{\delta q} = \frac{\Delta_0 \bar{q}}{\delta q} = \frac{\Delta_0 q}{\delta q} + \alpha \quad (45)$$

С учётом (37),(38) приведённый коэффициент асимметрии может быть вычислен по формуле:

$$C_q = \frac{m}{\delta q} \quad (46)$$

Второй момент случайной величины, называемый дисперсией, определяет степень рассеяния относительно среднего значения:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m)^2 f(x) dx \quad (47)$$

Для выборки длиной N оценка дисперсии вычисляется как:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\Delta x_i - m)^2 \quad (48)$$

Дисперсия имеет размерность квадрата размерности случайной величины. Для сравнения значений случайной величины пользуются среднеквадратическим отклонением от среднего (СКО)

$$СКО = \sqrt{\sigma^2} = \sigma \quad (49)$$

Погрешности как случайные величины описываются полями рассеяния с типовыми законами рассеяния, функциями плотности вероятности

#### Поля рассеяния первичной погрешности

Поле рассеяния первичной погрешности описывается законами распределения плотности вероятности. Типовыми законами являются

- Нормальный закон распределения
- Закон Релея
- Равномерный закон распределения

Функции плотности распределения имеют вид:

$$f_{\text{норм}}(x, m, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right),$$

$$f_{\text{Рел}}(x, m) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \frac{x}{m^2} \exp\left(-\frac{\pi}{4} \frac{x^2}{m^2}\right), & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}, \quad (50)$$

$$f_{\text{равн}}(x, m, a) = \begin{cases} \frac{1}{2a}, & m-a \leq x \leq m+a \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Графики плотности распределений имеют вид:

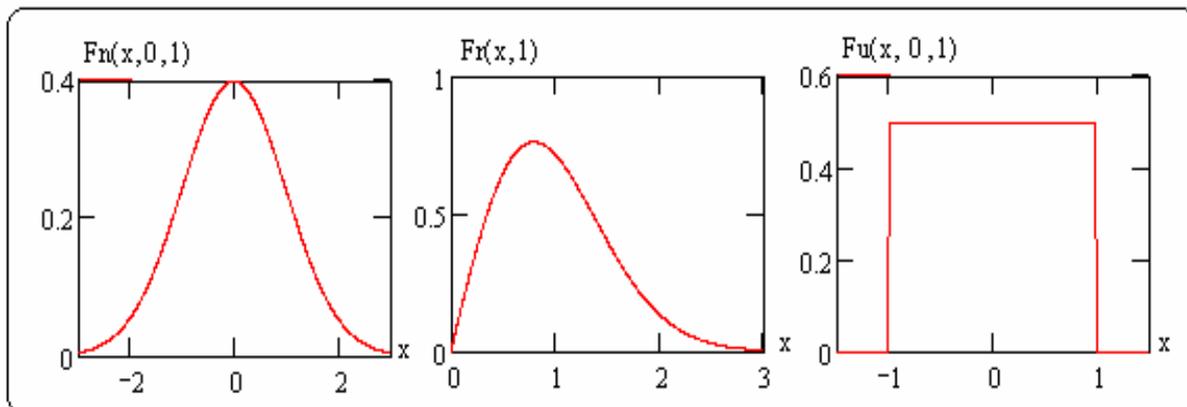


Рис.37 Типовые законы распределения

Реже используются производные от перечисленных законов распределения:

- Закон Симпсона (закон распределения суммы случайных величин, распределённых по равномерному закону)
- Композиция законов Гаусса и равной вероятности (закон распределения суммы соответствующих величин)
- Закон модуля нормального распределения

Функция плотности распределения суммы двух независимых случайных величин определяется как свёртка исходных функций распределения. Плотность распределения по закону Симпсона (треугольное распределение) выражается формулой

$$f_{\text{Симп}}(x, m, a) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\text{равн}}(x-t, m, a) f_{\text{равн}}(t, m, a) dt = \begin{cases} 0, & x < m-a, x > m+a \\ \frac{x-m+a}{a^2}, & m-a \leq x \leq m \\ \frac{m+a-x}{a^2}, & m \leq x \leq m+a. \end{cases} \quad (51)$$

Свёртка функции Гаусса с равномерным распределением (уплощенный закон распределения). Графически свёртка представляется площадью под сдвинутой на  $x$  гауссовой кривой, очерченной границами равномерного распределения (см. рис.38)

Поэтому функция плотности распределения композиции выразится через разность интегральных функций распределения Гаусса, нормированных на высоту прямоугольного «импульса»:

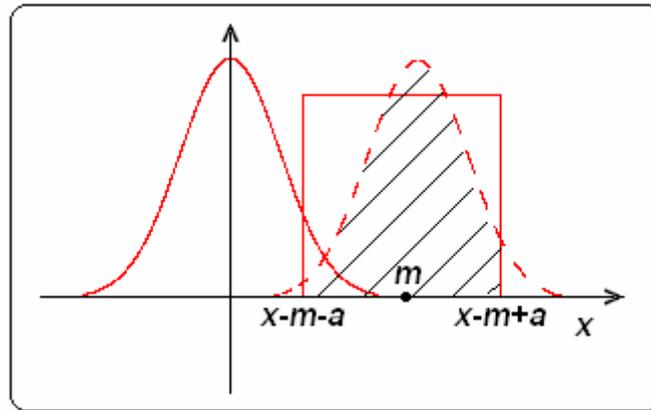


Рис.38 Свёртка нормального распределения с равномерным распределением

$$f_{\text{комп}}(x, m, a, \sigma) = \frac{1}{2a} [F_{\text{норм}}(x - m + a, 0, \sigma) - F_{\text{норм}}(x - m - a, 0, \sigma)] \quad (52)$$

Чтобы получить функцию распределения модуля распределения Гаусса рассмотрим следующий рис.39.

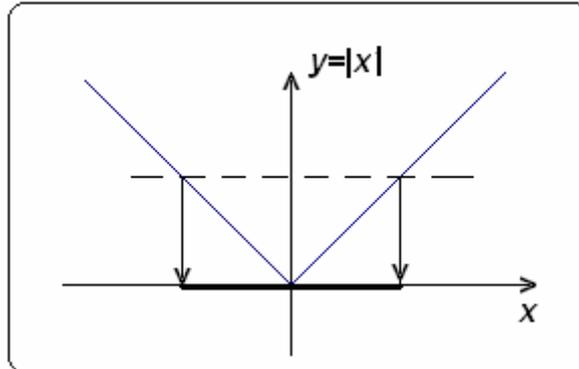


Рис.39 К определению функции вероятности модуля

По определению интегральной функции распределения получаем:

$$F(y) = P\{y \leq Y\} = P\{|x| \leq Y\} = F_{\text{норм}}(y) - F_{\text{норм}}(-y) \quad (53)$$

Дифференцируя это равенство, получаем выражение для функции плотности модуля нормального распределения:

$$f_{\text{мод}}(x, m, \sigma) = f_{\text{норм}}(x, m, \sigma) + f_{\text{норм}}(-x, m, \sigma), \quad x \geq 0. \quad (54)$$

Графики функций плотности распределения комбинированных законов представлены ниже (рис.40).

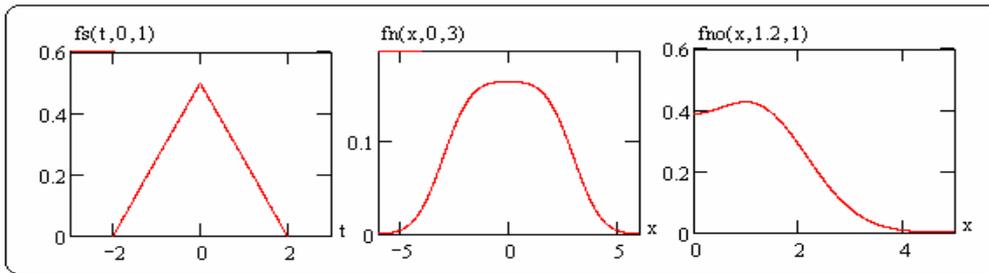


Рис.40. Комбинированные законы распределения.

Поле рассеяния может укладываться в поле допуска, быть уже его или шире. В случае, когда поле рассеяния не укладывается в поле допуска, дисперсия погрешности в поле допуска будет отличаться от дисперсии поля рассеяния. Вводится понятие коэффициента относительного рассеяния по отношению к нормальному распределению, укладывающемуся в поле допуска (Рис.41). Относительный коэффициент рассеяния поля рассеяния в поле допуска погрешности, распределённой по нормальному закону, причём  $\delta q = 3\sigma_0$ , как на рисунке, равен 1.

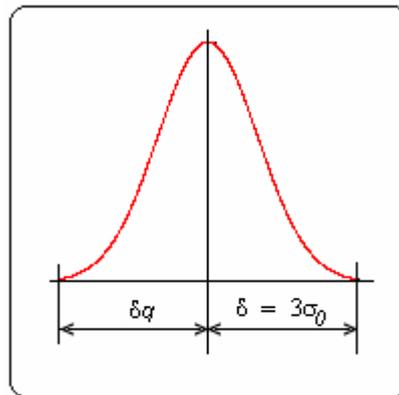


Рис.41 Нормальное распределение, укладывающееся в поле допуска

В общем случае относительный коэффициент рассеяния рассчитывается по формуле

$$K_q = \frac{\sigma(\Delta q)}{\sigma_0(\Delta q)} = \frac{\sigma}{\delta q / 3} = \frac{3\sigma}{\delta q} \quad (55)$$

где  $\sigma$  - СКО поля рассеяния в поле допуска.

Назовём полным полем допуска наименьшее поле допуска в пределах которого поле рассеяния укладывается в поле допуска так, что вероятность попадания в которое случайной величины составляет 0,997. Это доверительная вероятность нормальной случайной величины в поле допуска  $\delta q = 3\sigma$ .

Математическое ожидание и СКО четырёх из шести рассмотренных законов в полном поле допуска приведены в таблице:

Параметры типовых законов:

Закон	нормальный	Релея	равномерный	Симпсона	уплощенный
параметры	$m, \sigma$	$m$	$a, b$	$m, a$	$m, a, \sigma$
СКО	$\sigma$	$m \sqrt{\frac{4}{\pi} - 1}$	$\frac{b-a}{2\sqrt{3}}$	$\frac{a}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{\sigma^2 + \frac{a^2}{3}}$

В общем случае, если задан закон плотности вероятности  $f(x)$  и границы поля допуска  $\Delta q_H$  и  $\Delta q_B$ , то коэффициент относительной асимметрии  $\alpha_q$ , приведённый коэффициент асимметрии  $C_q$  и коэффициент относительного рассеяния  $K_q$  вычисляется по формулам:

$$\alpha_q = \left[ m - \frac{\Delta q_H + \Delta q_B}{2} \right] \frac{1}{\delta q}, \quad C_q = \frac{m}{\delta q},$$

$$K_q = \frac{3}{\delta q} \left( \int_{\Delta q_H}^{\Delta q_B} f(x) dx \right)^{-1} \int_{\Delta q_H}^{\Delta q_B} (x - m)^2 f(x) dx, \quad (56)$$

где  $m = \int_{\Delta q_H}^{\Delta q_B} x \cdot f(x) dx$ ,  $\delta q = \frac{\Delta q_B - \Delta q_H}{2}$ .

**Задание на лабораторную работу №1 «Моделирование типовых законов распределения первичных погрешностей»**

1. Для законов распределения Релея (50), Симпсона (51) сформировать в среде Маткад функции пользователя  $f_R(x,m)$  и  $f_C(x,m,a)$  и построить графики. Чтобы проанализировать влияние параметров, здесь и далее при построении графиков на общих осях использовать два набора параметров. Определить средние значения и  $\sigma$  (СКО), используя формулы (41) и (47). Сравнить вычисленные значения СКО со значениями из таблицы параметров типовых законов.
2. Функции плотности вероятности нормального закона и равномерного формировать не надо, они встроены в ядро Маткад и имеют вид, соответственно:  $dnorm(x,m,\sigma)$  и  $dunif(x,a,b)$ . где  $a < b$ . Построить графики.
3. Используя законы нормального и равномерного распределений сформировать функции пользователя уплощенного закона (52). Построить

график. Здесь потребуется функция распределения вероятности Гаусса, интегральный закон. В Маткаде он имеет вид:  $\text{norm}(x,m,\sigma)$

4. Используя закон  $\text{dnorm}(x,m,\sigma)$ , сформировать функцию пользователя для функции плотности вероятности модуля нормального закона. Построить график.
5. Все 6 типовых законов имеют от 1 до 3 параметров. Составьте программу-функцию, объединяющую все 6 законов. Функция будет содержать 5 формальных параметров: текущее значение случайной переменной, 3 параметра и номер закона.
6. Используя границы поля допуска как параметры составить программу расчёта относительных коэффициентов асимметрии и рассеяния и приведённого коэффициента рассеяния (56).
7. Рассчитать конкретный пример, протестировать его, используя данные таблицы СКО (см. выше) и таблицу 3.1 на стр.145 в книге Латыева С.М. [3].
8. Построить график поля рассеяния в границах поля допуска.
9. С помощью Меню «Вставка»-«данные» или «элемент» и находящихся там кнопок, флажков, блоков текста и др., а также «Вставка»-«область» организовать интерфейс пользователя.
10. Копируя полученные результаты в виде рисунков, проанализируйте случаи расположения гауссово поля рассеяния относительно поля допуска: 1) в полном поле допуска, 2) симметрично выходящем за поле допуска, 3) симметрично расположенным внутри поля допуска 4) односторонне выходящем за поле допуска.
11. Проанализируйте взаимодействие остальных пяти законов, описывающих поле рассеяния с полем допуска и установите значения полных полей допуска, подбирая параметры так, чтобы нормировочный коэффициент поля рассеяния в поле допуска равнялся примерно 0,997. Сравните полученные данные с данными из книги Латыева С.М. (таблицу 3.1 на стр.145 [3]).
12. Составьте «твёрдую» копию отчёта.

## **8. Критерии качества изображения на основе пятна рассеяния изображения точки**

Среди показателей качества, обеспечиваемых при конструировании оптических приборов, основными являются показатели назначения,

характеризуемые в частности качеством изображения. Среди критериев качества изображения точечного предмета используют [1]:

- а) критерии, связанные с волновым фронтом: максимальное и среднеквадратическое отклонение волнового фронта от сферы сравнения.
- б) критерии, основанные на функции рассеяния точки: линейная разрешающая способность, число Штреля, концентрация энергии в круге заданного радиуса ко всей энергии в пятне.
- в) критерии, основанные на оптической передаточной функции: разрешающая способность, частотно-контрастная характеристика
- г) абберационные критерии.

Критерии, связанные с абберациями оптической системы играют первоочередную роль на стадиях конструирования, таких как выбор принципиальной конструкции, расчёт показателей качества, определение допусков на оптические детали. В процессе проектирования оптической системы осуществляется минимизация тех или иных коэффициентов разложения аббераций, обычно третьего порядка, поскольку для них получены аналитические выражения, зависящие от параметров трассировки параксиальных лучей. При этом сводка влияний параметров, таблица численных производных, служащая для оптимизации системы в рамках параксиального приближения в области начального отрезка разложения абберации в ряд Тейлора, может служить и для приближённой оценки передаточных коэффициентов реального состояния номинально рассчитанной оптической системы с тем большей точностью, чем меньше остаточные абберации системы.

Совершенной считается система, если число Штреля превышает 0,8, при этом средняя квадратическая ошибка (СКО) волновой абберации не превышает  $\lambda/14$ , а максимальное отклонение волнового фронта от опорной сферы Гаусса не превосходит  $\lambda/4$  (критерий Рэлея). В рамках этих ограничений известны критерии Марешаля для первичных аббераций Зейделя [1].

1) Допустимое значение сферической абберации третьего порядка в линейной мере через длину волны  $\lambda$  и заднюю апертуру оптической системы  $\sin \sigma'$  выражается формулой

$$\delta S'_{Сф} \leq \frac{3,9\lambda}{\sin^2 \sigma'}$$

2) Поперечная абберация комы третьего порядка

$$\delta S'_{Ккома} \leq \frac{1,8\lambda}{\sin \sigma'}$$

3) Астигматизм третьего порядка как продольная разность положений меридионального и сагиттального фокусов

$$Z'_m - Z'_s \leq \frac{0,68\lambda}{\sin^2 \sigma'}$$

Критерии Марешаля ориентированы, как указано выше, на хорошо скоррегированную оптическую систему и не учитывают реальных aberrаций, не всякая система столь совершенна и использование этих критериев может быть не оправдано. Кроме того, информация о передаточных коэффициентах aberrаций третьего порядка часто не является доступной для конструктора, использующего рассчитанные ранее оптические системы, помещённые в справочники и каталоги.

Таким образом, перед конструктором, имеющем в наличии конструктивные номинальные параметры оптической системы и решающим задачу определения допусков на параметры разрабатываемой конструкции, стоит задача выбора критерия оценки качества изображения и определения передаточных коэффициентов, связанных с этим критерием.

Наиболее просто задача решается в том случае, если рассчитанная оптическая система сопровождается сводкой влияния параметров, полученных на модели оптической системы (Смотри файл «Модель»).

Альтернативным решением задачи назначения допусков может являться предлагаемый нами метод, основанный на суммарных aberrациях реального пятна рассеяния номинальной оптической системы. Для этих целей построена модель оптической системы, имеющая необходимый интерфейс.

Одним из преимуществ предлагаемого метода является учёт реальных характеристик системы в отношении качества построенного им изображения. Рассмотрим, например, два объектива. На рис.42 представлены хроматические пятна рассеяния фокальных осевых изображений, построенных фотографическим объективом Мининар-1Л (рис.42-а) и микрообъективом апохроматом ОСХ-100 (рис.42-б). Качество изображения микрообъектива на порядок лучше, однако, и его качество строго не отвечает критерию Рэлея. При учёте того факта, что реальные характеристики часто не являются совершенными, и фактически отсутствует необходимая информация о передаточных коэффициентах aberrаций третьего порядка, а геометрическое пятно рассеяния может быть получено на модели оптической системы, если известны её конструктивные параметры, возникает необходимость в определении критериев качества изображения, основанных на реальном пятне рассеяния.

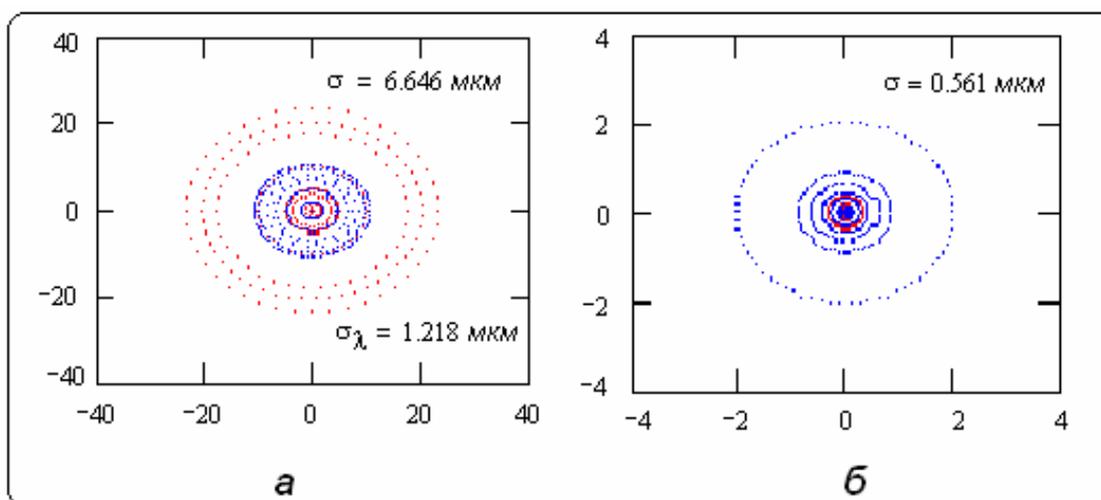


Рис.42

Конструктору при выборе той или иной конструкции крепления деталей оптической системы необходимо указать допуски на две группы параметров, одни из которых не нарушают осевую симметрию, другие её нарушают. К первым относятся допуски на радиусы кривизны поверхностей, толщины, воздушные промежутки, показатели преломления и дисперсии. Ко вторым относятся допуски на базовые поверхности, определяющие зазоры в посадках, торцевые и радиальные биения оптических поверхностей.

Для точки на оси пятно рассеяния определяется поперечной aberrацией, её максимальным значением, задающим диаметр пятна рассеяния и СКО, характеризующим плотность рассеяния. Данная aberrация для осевой точки предмета полностью определяется суммарной сферической aberrацией. Некоторая доля этой aberrации, 30-40%, может служить величиной суммарной aberrационной погрешности, аккумулирующей частичные aberrации, связанные со всем спектром первичных технологических погрешностей конструкции оптической системы, допуски на которые требуется установить (рис.43).



Рис.43

Для точки вне оптической оси на пятно рассеяния оказывают влияние спектр aberrаций. Элементарным aberrациям третьего порядка можно сопоставить параметры реального пятна рассеяния, характеризующие свойства выделенной aberrации. Эти параметры, сопоставленные конкретной элементарной aberrации, назовём суммарной aberrацией.

Как уже упоминалось, обобщённая **сферическая aberrация** характеризует размытость пятна рассеяния и характеризуется величиной СКО поперечной aberrации в плоскости наблюдения.

Суммарная **aberrация комы** – это вектор с началом в точке пересечения главного луча плоскости установки и концом в точке центра “тяжести” точек пересечения лучей, точки сосредоточения пучка лучей. Суммарная кома есть мера асимметрии пучка.

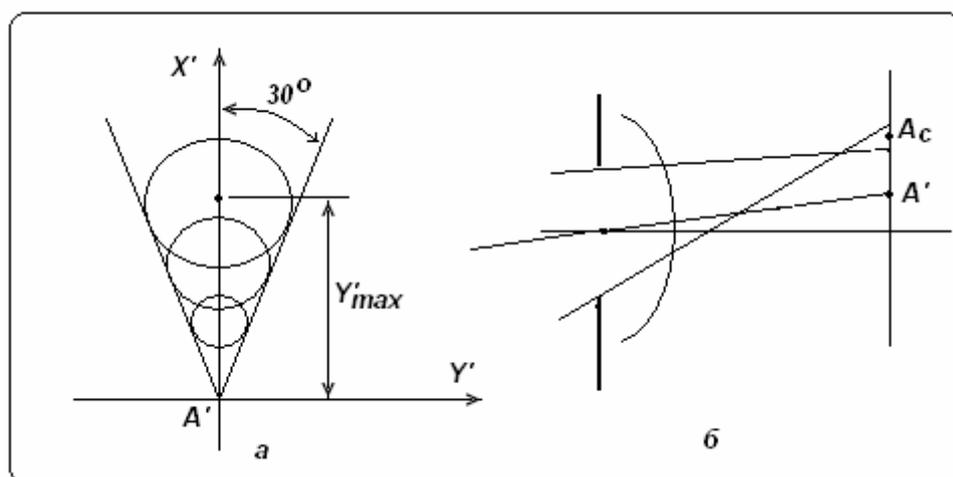


Рис.44 Обобщённая кома

Об **астигматизме** можно судить по форме пятна в двух перпендикулярных направлениях: по горизонтальной и вертикальной осям, например, определяя разность СКО соответствующих координат. Строго говоря, в данном случае мы имеем дело с одной из плоскостей, форма пятна при астигматизме меняется вдоль направления распространения пучка.

**Дисторсия** определяется как вектор между точкой идеального изображения, построенного по законам нулевых лучей, и точкой центра тяжести пятна рассеяния.

**Кривизна** поля изображения определяется как продольная разность положений плоскостей наводки, в которых достигается минимум СКО поперечной aberrации, или минимальное пятно рассеяния, для точек предмета на оси и на краю поля зрения.

**Хроматизм увеличения** оценивается как наибольшее относительное смещение хроматических пятен рассеяния в плоскости наводки.

## 9. Расчёт на точность по методу соответствия допусков коэффициентам влияния

При точностном анализе функционального устройства определяются допуски на первичные погрешности и факторы  $\Delta q = q_e - q_n = 2\delta q$  так, чтобы суммарная погрешность  $\Delta q_\Sigma$  не превышала заданной в техническом задании.

$q_n$  – нижняя граница допуска,

$q_v$  – верхняя граница допуска,

$\Delta q$  – размах допуска,

$\delta q$  - полуинтервал допуска,

$\Delta_0 q$  – середина допуска.

В методе соответствия допусков передаточным коэффициентам суммарная погрешность разбивается на равные части, равные частичные погрешности  $\Delta q'$ , с учётом типа погрешностей. Различают три типа погрешностей: систематические, случайные и смешанные, случайные с систематической составляющей.

1) Систематические погрешности суммируются алгебраически

$$\Delta q_\Sigma = \sum_{i=1}^{n_c} \Delta q'_{c,i} \quad (57)$$

$n_c$  - число систематических ошибок. При равных частичных погрешностях последняя вычисляется по формуле

$$\Delta q' = \frac{\Delta q_\Sigma}{n_c} \quad (58)$$

Частичная погрешность связана с первичной погрешностью с помощью передаточного коэффициента (функции):

$$\Delta q' = A\Delta q \quad (59)$$

Из (58) и (59) следует, что допуск на первичную систематическую погрешность вычисляется по формуле:

$$\Delta q = \frac{\Delta q_{\Sigma}}{A_q \cdot n_c} \quad (60)$$

2) Случайные погрешности суммируются так, что их дисперсии складываются. При равных частичных погрешностях СКО суммарной погрешности пропорционально СКО частичной погрешности и квадратному корню из числа погрешностей

$$\sigma_{\Sigma}^2 = n_2 \sigma'^2 \rightarrow \sigma_{\Sigma} = \sqrt{n_2} \sigma' \quad (61)$$

СКО частичной погрешности связано с СКО первичной погрешности с помощью передаточного коэффициента А подобно (59), поэтому для СКО первичной погрешности, распределённой по нормальному закону получаем формулу

$$\sigma_q = \frac{\sigma_{\Sigma}}{A_q \cdot \sqrt{n_2}} \quad (62)$$

Для нормальной величины 99,7% всех событий находятся в интервале  $\delta_q = \pm 3\sigma_q$ . Поскольку сумма нормальных случайных величин распределена также по нормальному закону, то, умножая (62) на 6, получаем формулу для допуска на первичную нормальную погрешность

$$\Delta_q = \frac{\Delta_{\Sigma}}{A_q \cdot \sqrt{n_2}} \quad (63)$$

Формула (63) используется при предварительном расчёте допусков. Коэффициент  $\alpha = \sqrt{n_2}$  называют коэффициентом влияния.

3) Случайные погрешности, имеющие систематическую составляющую, распределены асимметрично относительно номинального значения. Так называемый приведённый коэффициент асимметрии имеет две составляющие: относительное значение центра поля допуска и относительный коэффициент асимметрии, представляющий собой относительное смещение поля рассеяния относительно центра поля допуска:

$$C = \frac{\Delta_0 q}{\delta q} + \frac{a}{\delta q}, \quad a = (0 \div 0,4) \delta q \quad (64)$$

С – есть относительное значение центра группирования, среднего значения, математического ожидания, поля рассеяния. Смещение центра группирования в технологическом процессе происходит, например, из-за

стремления уменьшить неисправимый брак: линза чаще будет толще, чем тоньше, отверстие цилиндра наоборот – чаще будет меньше, чем больше в заданном допуске.

Учёт этого фактора происходит за счёт изменения коэффициента влияния:

$$\alpha = 0,5(n_1 + \sqrt{n_1}) = 0,5n_1 + \sqrt{0,25n_1} \text{ и ужесточением допуска в } C \text{ раз.}$$

4) При наличии всех трёх типов первичных погрешностей формула для расчёта допуска в случае нормального распределения всех случайных составляющих имеет вид

$$\Delta_q = \frac{\Delta_\Sigma}{A_q \cdot C_q \cdot \alpha}, \quad \alpha = n_c + 0,5n_1 + \sqrt{0,25n_1 + n_2}. \quad (65)$$

5) Учёт закона распределения первичной погрешности происходит с помощью относительного коэффициента рассеяния. Для нормального закона, когда поле рассеяния согласовано с полем допуска:  $K = 3\sigma / \delta = 1$ . В общем случае  $K \neq 1$ :

$$K = \frac{3\sigma(\Delta q)}{\delta q} \quad (66)$$

$\sigma(\Delta q)$  – СКО поля рассеяния в границах поля допуска.

Окончательно, формула для расчёта допусков приобретает вид:

$$\Delta_q = \frac{\Delta_\Sigma}{A_q \cdot (C_q + K) \cdot \alpha}, \quad \alpha = n_c + 0,5n_1 + \sqrt{0,25n_1 + n_2}. \quad (67)$$

Часто для упрощения расчётов на предварительном этапе полагают  $C=0$ ,  $K=1$ . Однако при компьютерном анализе допусков можно сразу учесть особенности погрешностей. Для погрешности децентрировки, например, используют закон Рэля. Для полного интервала, когда поле допуска перекрывает 99,7% случаев,  $K=1,14$ ,  $C=0,72$ .

На первом этапе с помощью (66) рассчитываем допуски.

## Этап 2.

На втором этапе полученные допуски сравнивают с технологическими допусками, которые можно достигнуть на трёх уровнях производства:

экономическом (наиболее мягкие допуски 9-10 качества), производственном (6-8 качества) и техническом (наиболее жёсткие допуски 3-5 качества).

Технологические погрешности радиусов:

$$\frac{\delta r}{r} = \pm(0,01 \div 1)\%$$

Для плоской поверхности допуск указывается в числе колец Ньютона:  $N=1-10$ . Эффективный радиус для средней длины волны 0,55 мкм вычисляется по формуле

$$R_{\phi} = 450 \frac{D^2}{N}, \quad (68)$$

$D$  – световой диаметр.

Технологические погрешности толщин: 0,01-1мм, показателей преломления: 0,0002-0,002.

Для удобства сравнения допусков с технологическими погрешностями разобьём интервалы последних на 10 градаций, тогда каждому допуску будет соответствовать целое положительное число:

$$N_q = \left[ \frac{\delta_q - \delta_{T,\min}}{\Delta T_q} \right], \quad \Delta T_q = \frac{\delta_{T,\max} - \delta_{T,\min}}{10}. \quad (69)$$

Квадратные скобки означают взятие целой части: функция floor(x) в Маткаде.

Если  $N_q = 0$ , то допуск чрезвычайно жёсток и требует особого подхода: перераспределения допусков, компенсации, юстировки, доводки и т.п.

Если  $N_q > 10$ , то его нужно ужесточить, опустить до значений меньших или равных экономическому уровню 9-10. Пусть при таком переходе допуск ужесточился в  $K$  раз. При этом его влияние на суммарную погрешность уменьшится в  $K^2$  раз. Изменится коэффициент влияния по отношению к остальным погрешностям. Если таких погрешностей  $M$ , то коэффициент влияния вычисляется по формуле:

$$\alpha = \sqrt{(n_c - M) + \sum_{i=1}^M \frac{1}{K_i^2}} \quad (70)$$

В результате пересчёта допусков для оставшихся  $n_c$ -М погрешностей значения допусков расширятся.

Таким образом, допуск на первичную погрешность зависит от априорной информации о погрешности при назначении значений коэффициентов относительного рассеяния и приведённого коэффициента асимметрии. Рассчитанный допуск сравнивается с реальными технологическими допусками, которые, обычно, находятся в достаточно узких пределах. При необходимости производится перераспределение допусков или решение вопроса о введении компенсаторов.

Рассмотрим технологические допуски на оптические детали.

- 1) Допуск на радиус сферической поверхности суммируется из допуска на радиус пробного стекла, который по ГОСТ 2786-76 для  $R < 1000$  мм изменяется в диапазоне  $\Delta q_c = 0,3 - 0,01\%$  и допуска на подгонку под пробное стекло. Допуск на подгонку под пробное стекло указывается в каталоге пробных стёкол. Выражаемого в числе колец Ньютона, как правило, в пределах  $N_R = 10 - 1$  кольцо

Для плоской поверхности погрешность плоскостности выражается также в числе колец (рис.45)

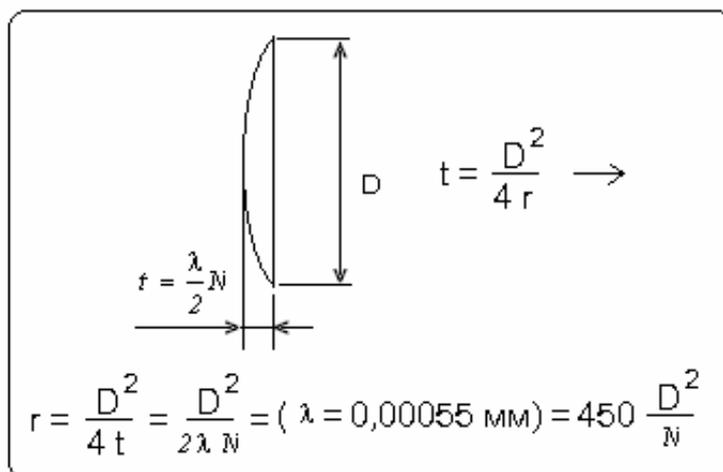


Рис.45 Прогиб плоской поверхности

Для средней длины волны радиус плоской поверхности в миллиметрах рассчитывается по формуле

$$R_{эф} = 450 \frac{D^2}{N} \quad (71)$$

где  $D$  – световой диаметр (мм).

Аналогично относительная погрешность подгонки радиуса кривизны под пробное стекло может быть выражена через погрешность в кольцах Ньютона с помощью формулы

$$\Delta q_R(\%) = 0,22 \frac{r}{D^2} N \quad (72)$$

Например, для радиуса  $r=100$ мм,  $D=30$  мм погрешность радиуса в одно кольцо соответствует относительной погрешности в 0,024%.

Условно разобьём указанные допуски на 10 квалитетов

<i>Допуск на радиус</i>	<i>Допуск на подгонку под пробное стекло</i>
-------------------------	--

- |                                      |                      |
|--------------------------------------|----------------------|
| 1. $\Delta q_C = 0,01 \div 0,03\%$ , | $\Delta q_R = 1к$ ,  |
| 2. $\Delta q_C = 0,03 \div 0,06\%$ , | $\Delta q_R = 2к$ ,  |
| .....                                |                      |
| 10. $\Delta q_C = 0,27 \div 0,3\%$ , | $\Delta q_R = 10к$ . |

- 2) Допуск на цилиндричность поверхности: 0,05-1 кольцо.
- 3) Допуск на толщину линзы изменяется от 0,01 до 0,3 мм. При этом обычно он имеет систематическую составляющую в сторону утолщения, относительный коэффициент асимметрии 0,1-0,4. Поскольку допуск на толщину устанавливается симметричным, то приведённый коэффициент асимметрии в этом случае совпадает с относительным. Аналогично разобьём диапазон допусков на 10 квалитетов с шагом 0,03 мм.
- 4) Допуск на воздушные промежутки изменяется в более широких пределах: 0,01 – 1 мм. Погрешность длины воздушного промежутка чисто случайная. При разбиении по квалитетам задаёмся шагом в 0,1 мм.
- 5) Допуск на показатель преломления по ГОСТ 3514-76 лежит в интервале  $2 \cdot 10^{-4} \div 2 \cdot 10^{-3}$ , а на дисперсию в интервале  $2 \cdot 10^{-5} \div 2 \cdot 10^{-4}$ . Закон нормальный с нулевым средним. Шаг разбиения по квалитетам: для показателя преломления  $2 \cdot 10^{-5}$ , для дисперсии  $2 \cdot 10^{-6}$ .

Для примера рассмотрим расчёт на точность обеспечения фокусного расстояния с погрешностью 1% при назначении допусков на радиусы кривизны, толщины, воздушный промежуток и показатели преломления

двухлинзового объектива с переменным фокусным расстоянием. Объектив состоит из положительной и отрицательной линз с переменным воздушным промежутком (рис.46)

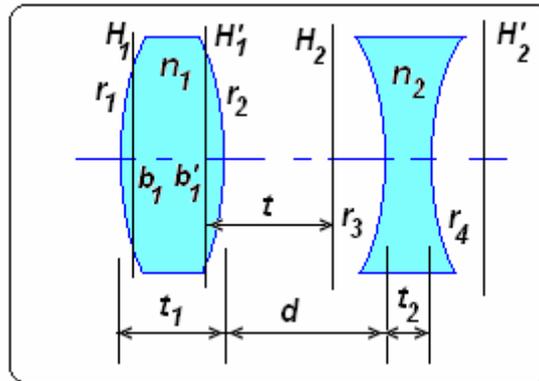


Рис.46 Двухлинзовый объектив

Чтобы определить передаточные коэффициенты, воспользуемся формулами геометрической оптики. Оптическая сила толстой линзы

$$\varphi(r_1, r_2, n, d) = -\frac{(n-1)[n(r_1 - r_2) - d(n-1)]}{r_1 \cdot r_2 \cdot n} \quad (73)$$

Положение кардинальных точек, передней и задней:

$$b(r_1, r_2, n, d) = \frac{r_1 \cdot d}{n(r_1 - r_2) - d(n-1)}, \quad b'(r_1, r_2, n, d) = \frac{r_2 \cdot d}{n(r_1 - r_2) - d(n-1)}. \quad (74)$$

Оптическая сила двухлинзового объектива в воздухе рассчитаем по формуле

$$\Phi = \varphi(r_1, r_2, n_1, d_1) + \varphi(r_3, r_4, n_2, d_2) - t \cdot \varphi(r_1, r_2, n_1, d_1)\varphi(r_3, r_4, n_2, d_2), \quad F = \frac{1}{\Phi}. \quad (75)$$

где

$$t = d + b'(r_3, r_4, n_2, d_2) - b(r_1, r_2, n_1, d_1) \quad (76)$$

Передаточные коэффициенты в функции от воздушного промежутка вычисляются как частные производные по соответствующим параметрам:

$$A_\eta(d) = \frac{\partial F(d)}{\partial \eta}, \quad \eta = r_1, r_2, r_3, r_4, d_1, d_2, d, n_1, n_2. \quad (77)$$

Зададим параметры объектива:

$$r_1=100, r_2=-100, r_3=-200, r_4=150, n_1=1,5; n_2=1,6; d_1=5; d_2=3; d=5-25 \text{ мм.}$$

При изменении воздушного промежутка в пределах 5-25 мм фокусное расстояние меняется от 325 до 218 мм (рис.47. слева).

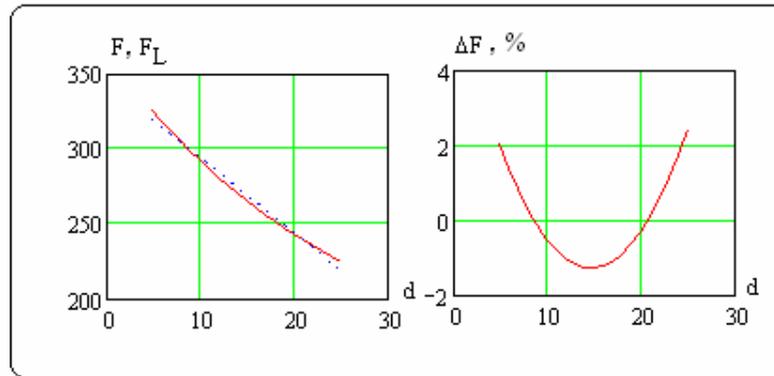


Рис.47 График фокусного расстояния F и его линейная регрессия F<sub>L</sub> (слева) и относительная погрешность линейаризации (справа)

В маткаде с помощью встроенных функций  $k := \text{sloope}(d, F)$ ,  $a := \text{intercept}(d, F)$  находим коэффициент наклона k прямой и начальное значение a прямой  $F=kd+a$ . Параметрами функций являются векторы соответствующих значений воздушного промежутка d и фокусного расстояния F.

На рис.48. приведены графики передаточных коэффициентов в зависимости от величины воздушного промежутка. Как видно наибольшее значение передаточного коэффициента по модулю для каждого параметра достигается в начале диапазона.

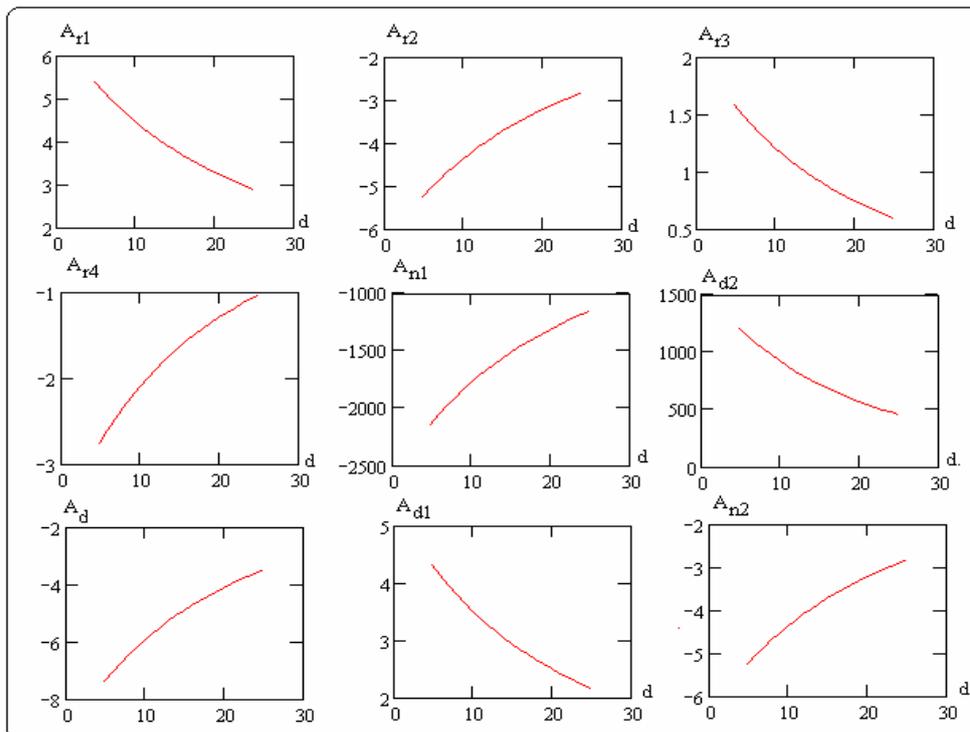


Рис.48 Графики передаточных коэффициентов

Проведём расчёт допусков для точки на краю диапазона. Абсолютная погрешность фокусного расстояния  $\Delta q_z = 224 \cdot 1\% = 2,24$ . Составим матрицу исходных параметров для расчёта допусков (рис.49):

	A	K	C
"r1"	2.889	1.1	0
"r2"	2.83	1.1	0
"r3"	0.597	1.1	0
"r4"	1.035	1.1	0
Дано = "n1"	$1.151 \times 10^3$	1.1	0
"n2"	456	1	0
"t1"	2.155	1	0.1
"t2"	2.83	1	0.1
"d"	3.497	1	0

Рис.49 Исходные данные

Вычисляем коэффициент влияния по программе (рис.5). По программе (рис.50) вычисляем допуски на первичные погрешности.

```

Козф_влияния := | k ← rows(Дано)
                  | n_c ← 0
                  | n_1 ← 0
                  | n_2 ← 0
                  | for j ∈ 0..k-1
                  |   | n_c ← n_c + 1 if Дано_{j,2} = 0
                  |   | otherwise
                  |   |   | n_2 ← n_2 + 1 if Дано_{j,3} = 0
                  |   |   | n_1 ← n_1 + 1 otherwise
                  |   |   |
                  |   |   | n_c + 0.5·n_1 + √(0.25·n_1 + n_2)

```

Рис.50 Программа расчёта коэффициента влияния

```

Козф_влияния = 3.739   kv := Козф_влияния

Допуски := | return Δq if IsString(Δq)
            | k ← rows(Дано)
            | d ← 0
            | m ← -1
            | for j ∈ 0..k-1
            |   | d ← d +  $\frac{\Delta q}{kv \cdot |\text{Дано}_{j,1}|}$  if Даноj,2 = 0
            |   | otherwise
            |   |   | m ← m + 1
            |   |   |   | Cm ← (ДаноT)(j)
            |   do ← Δq - d
            |   for j ∈ 0..m
            |   |   | Aj ← (Cj)1
            |   |   |   | δqj ←  $\frac{\Delta q}{A_j \cdot kv \cdot [(C_j)_2 + (C_j)_3]}$ 
            |   δq

```

Рис.51 Программа вычисления допусков

Вычисленные допуски имеют следующие численные значения (рис.52):

$$\text{Допуски} = \begin{pmatrix} 0.189 \\ 0.193 \\ 0.913 \\ 0.526 \\ 4.734 \times 10^{-4} \\ 1.315 \times 10^{-3} \\ 0.253 \\ 0.193 \\ 0.171 \end{pmatrix}$$

Рис.52 Вычисленные допуски

Учитывая, что шаг по квалитетам каждого параметра задан:  $\Delta r = 0,1\%$ ;  $\Delta n = 2 \cdot 10^{-4}$ ;  $\Delta d_i = 0,03$ ,  $\Delta d = 0,1$ . Определяет номера квалитетов рассчитанных допусков (рис.8):

"r1"	"r2"	"r3"	"r4"	"n1"	"n2"	"d1"	"d2"	"d"
2	2	5	4	3	7	9	7	2

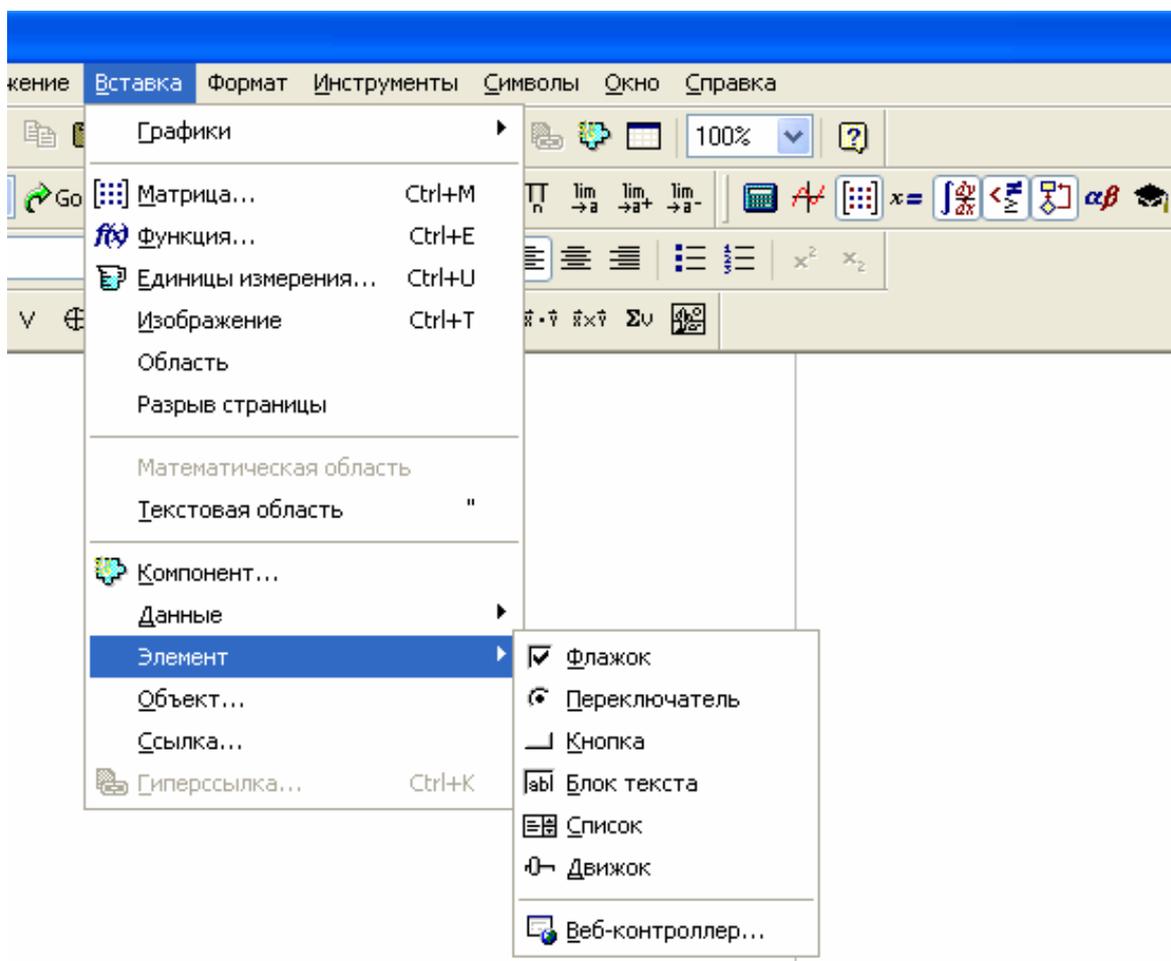
Рис.53 Рассчитанные допуски на первичные погрешности

Из таблицы (рис.53) видно, что все допуски находятся в пределах технологических диапазонов.

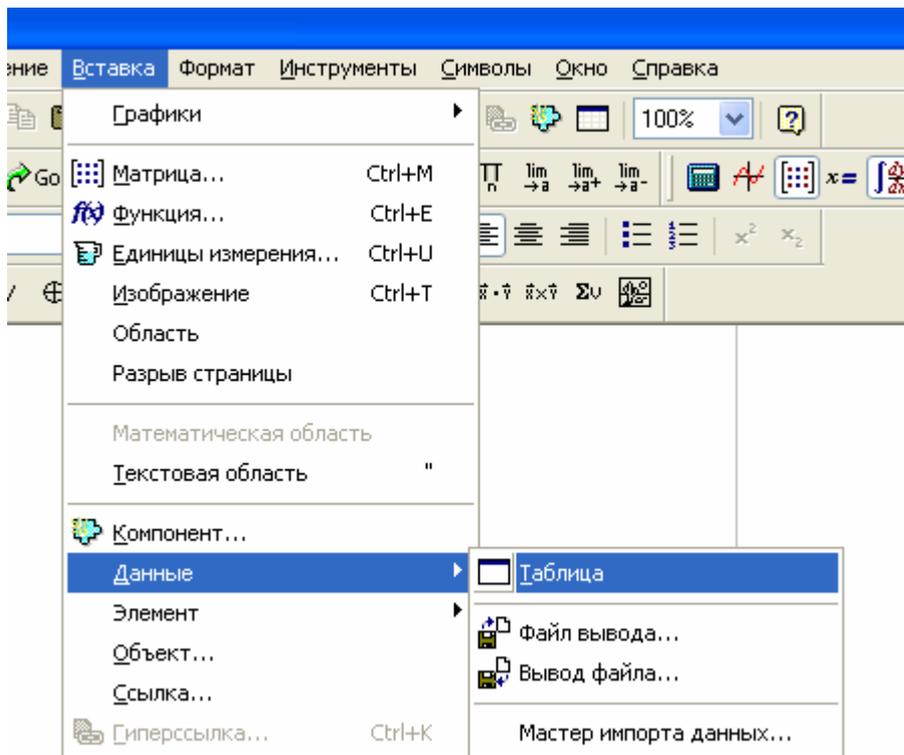
## 10.Сведения из MathCad

Входная информация оформляется в виде интерфейса в виде кнопок, флажков и других элементов обработки информации средствами Маткад.

Вставка элементов:



Числовую информацию можно непосредственно вводить через элемент «Движок» или таблицу (см.ниже)



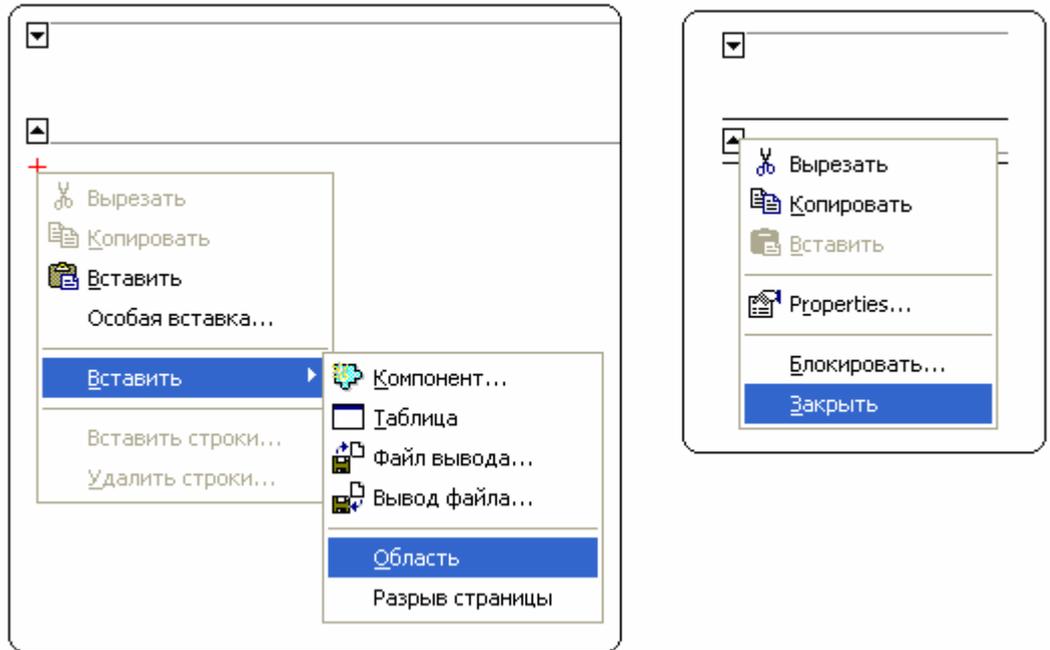
С помощью элемента «Таблица» можно вводить как числовые, так и текстовые переменные.

Числовая информация может вводиться опосредованно через элемент «Блок текста». В этом случае обработка текста происходит с помощью строковых функций. При обработке текстовых переменных  $S$ ,  $S1$ ,  $S2$  используются следующие функции

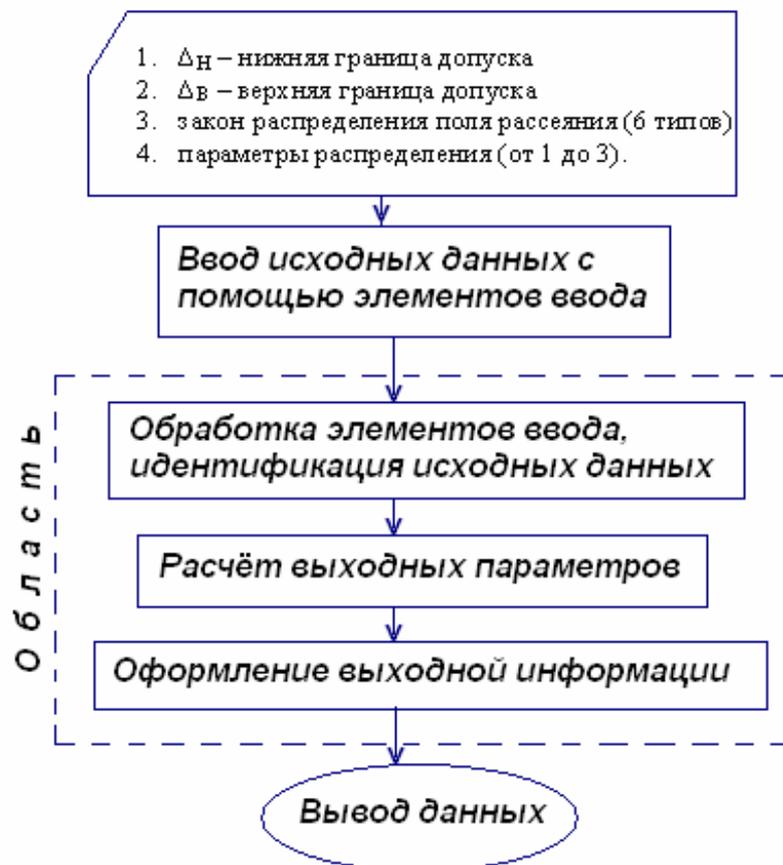
1.  $N = \text{str2num}(S)$  переводит текст в число
2.  $S = \text{num2str}(N)$  переводит число  $N$  в строку
3.  $S = \text{concat}(S1, S2)$  объединяет строки
4.  $N = \text{strlen}(S)$  число знаков в текстовой строке
5.  $S = \text{substr}(S1, M, N)$  часть строки  $S1$  с позиции  $M$  по позицию  $N$  (первый знак в строке имеет номер 1)
6.  $N = \text{search}(S, 'i', M)$  число позиций в строке  $S$ , начиная с позиции  $M$  (если с начала текста, то  $M=0$ ) до символа в строке «i».

Все вычисления и операции обработки входных данных вплоть до вывода информации для удобства восприятия скрыть с помощью опции «Области», которая вводится через Меню Вставка/Области или с помощью контекстного меню (см. ниже). Далее, перетягивая границы области, добиваемся того, чтобы подготавливаемая к сокрытию информация находилась внутри области. Затем с помощью контекстного меню (правая клавиша мыши) выбираем одну из опций «Закрывать» или «Блокировать».

Аналогично с помощью контекстного меню происходит раскрытие области.



Блок схема программы-интерфейса приведена ниже



## Приложение.

### Варианты линзовых систем.

#### Вариант 1.

Объектив "Минитар-1Л",  $f=32,59$ ,  $2\omega=65^\circ$

#### Вариант 3.

Микрообъектив 5\*0,12  $f=59,434$  мм,  $S=-0,01$

№	R (мм)	t (мм)	n	D	№	R (мм)	t (мм)	N	
1	12,078				1	$\infty$			
		1,95	1,746046				0,17	1,516805	
	18,707					$\infty$			
2		0,06	1		2		26,091	1	
	13,459					35,65			
		1,95	1,746046				6,0	1,677619	
	81,66					10,99			
		0	1				0,3	1	
	81,66					3	11,342		
		0,78	1,746231				6,0	1,542137	
	19,999				-20,23				
3		1,76	1		4		100,0	1	
	-48,98					214,8			
		0,78	1,746231				5,0	1,548860	
	11,092					-46,99			
4		1,17	1		5		0,3	1	
	24,55					-46,88			
		1,76	1,746231				3,0	1,638640	
	-24,55					-113,24			
5		0,9	1					1	
	$\infty$			8.29					
			1						

#### Вариант 2.

Объектив "Опалар",  $f=34,807$ ,  $2\omega=56^\circ$

#### Вариант 11.

Микрообъектив ОСХ-10  $f=40,997$  мм.,  $S=-0,01$

№	R(мм)	t (мм)	n	D	№	R (мм)	t (мм)	N
1	14,093				1	$\infty$		
		1,078	1,739667				0,17	1,516805
	15,065					$\infty$		
		0,04	1				11,155	1
2	12,745				2	112,72		
		1,212	1,739667				1	1,761712
	14,970					13,183		
		0,03	1				3	1,489118
3	12,815				3	-13,183		
		1,950	1,739667				5	1
	34,081					19,498		
		0,8	1				3	1,489118
4	-118,557					-24,32		
		1,557	1,666602				6	1

	9,855				4	10,52		
		1,94	1				1,5	1,761712
5	28,977					8,395		
		3,510	1,739667				100	1
	-12,827				5	214,8		
		0	1				5	1,548860
6	-12,827					-46,99		
		0,593	1,512184				0,3	1
	-270,594				6	-46,88		
7		0,9	1				3	16638639
	$\infty$			12,43		-113,24		
			1					

**Вариант 4.**

**Вариант 8.**

Объектив "Г-57",  $f^* = 34,94$  мм,  $2\omega = 63^\circ$ .

$f^* = 25,0$ ;  $2\omega = 60^\circ$

№	R (мм)	t (мм)	N	D	№	R (мм)	t (мм)	N	D
1	9,772				1	-55,85			10
		3,81	1,656004				1,99	1,6199	
	18,621					33,16			
		0,98	1				9,95	1,5163	
2	-29,850					-33,16			
		0,94	1,658782				0,25	1	
	10,471				2	61,82			
		0,81	1				5,97	1,5163	
3	20,51					-61,82			
		2,55	1,738053				0,25	1	
	-20,51				3	29,26			
		0,9	1				8,45	1,5163	
4	$\infty$			9,98		34,21			
			1				1,99	1,6199	
						-169,29			
							25	1	
					4	$\infty$			5
								1	

**Вариант 5.**

**Вариант 12.**

Окуляр,  $f^* = 25,01$ ;  $2\omega = 40^\circ$ .

Симметричный объектив  $f^* = 100,398$  мм,  $w = 56^\circ$

№	R (мм)	t (мм)	N	D	№	R (мм)	t (мм)	N	D
1	66,2				1	20,8			
		6,0	1,5163				11,4	1,613	
	-31,1					21,6			
		18,0	1				11,5	1	
2	18,1				2	$\infty$			11

		5,5	1,5399				11,5	1	
	-13,5				3	-21,6			
		1,5	1,6199				11,4	1,613	
	-95,5					-20,8			
		14	1						
3	$\infty$			5					
			1						

**Вариант 6.**

Окуляр.  $f' = 25,0$ ;  $S'_F = 18,9$ ;  $2\omega = 40^\circ$

**Вариант 7**

Окуляр  $f' = 25,0$ ;  $2\omega = 40^\circ$

№	R (мм)	t (мм)	N	D	№	R (мм)	t (мм)	N	D
1	68,66				1	32,3			
		1,5	1,6164				6,5	1,5163	
	21,01						-16,0		
		7,5	1,5163				3,0	1,6259	
	-30,58						16,0		
	0,1	1				6,5	1,5163		
2	30,58					-32,3			
		7,5	1,5163			1,0	1		
	-21,01				2	22,2			
		1,5	1,6164			3,5	1,5891		
	-68,66					$\infty$			
	25	1				18	1		
3	$\infty$			5	3	$\infty$			5
			1					1	

**Вариант 9.**

Окуляр с поверхностью параболоида.,  $f' = 20,01$ ;  $2\omega = 87^\circ$

**Вариант 13.**

Симметричный объектив  $f' = 86,471$  мм,  $w = 55^\circ$

№	R (мм)	t (мм)	N	D	№	R (мм)	t (мм)	N	D	
1	-236,6			10	1	14,205				
		7,0	1,6126					7,0	1,5163	
	-35,0						33,0			
		2,0	1,6128				3,0	1,6128		
	39,99						15,26			
		13,0	1,6126			2		7,2	1	
	-41,12						$\infty$			7,5
	0,2	1				7,29	1			
2	15,19 параболоид				3	-15,26				
		16,0	1,5467					3,0	1,6128	
	-32,06						-33,0			
		2,0	1,5480					7,0	1,5163	
	$\infty$						-14,205			
		1								
3	$\infty$	20		5						

			1	
--	--	--	---	--

**Вариант 10.**

Конструктивные параметры объектива "ЗС" ( $f' = 34,8$  мм,  $2\omega = 63^\circ$ )

№	R(мм)	t (мм)	n	D
1	12,474			
		1,69	1,739667	
	16,493			
		0,29	1	
2	12,706			
		2,18	1,739667	
	28,71			
		0,8	1	
3	-130,32			
		1,07	1,666602	
	9,954			
		1,98	1	
4	32,28			
		3,02	1,739667	
	-13,243			
		0,62	1,51681	
	-146,22			
	0,9	1		
5	$\infty$			9,4
			1	

### Список литературы

1. Волосов Д.С. Фотографическая оптика. Искусство. 1971. Глава 2.
2. Русинов М.М. Техническая оптика. Машиностроение 1979 стр. 355.
3. Латыев С.М. Конструирование точных (оптических) приборов, Политехника, Санкт Петербург, 2007, с.13-14.
4. Краузе В. Конструирование приборов. В 2-х частях. М. Машиностроение, 1987, Ч.1 – 384с, Ч.2- 376с.
5. Кулагин В.В. Основы конструирования оптических приборов. Л., Машиностроение, 1982, 312с.

Александр Павлович Смирнов  
Дмитрий Александрович Абрамов  
Алексей Юрьевич Пименов

**Компьютерное моделирование  
оптических систем**

**Учебное пособие**

В авторской редакции

А.П. Смирнов  
Д.А. Абрамов.  
А.Ю. Пименов

Редакционно-издательский отдел НИУ ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99

Подписано к печати

Заказ №

Тираж

Отпечатано на ризографе

**Редакционно-издательский отдел**  
Санкт-Петербургского национального  
исследовательского университета  
информационных технологий, механики  
и оптики  
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

