

## ОГЛАВЛЕНИЕ

\_Тос320368537

|  |    |
|--|----|
| Введение.....  | 4  |
| 1. Оптические системы из плоских поверхностей.....               | 5  |
| 2. Методы исследования зеркальных и призмных систем.....         | 9  |
| 2.1. Скалярный метод.....  | 11 |
| 2.2. Векторно-матричный метод.....                               | 13 |
| 3. Анализ зеркально-призмных систем с помощью моделирования..... | 17 |
| 3.1. Задание системы.....  | 17 |
| 3.2. Обработка входной информации.....                           | 21 |
| 3.2.1. Формирование падающих на ЗПС пучков лучей.....            | 21 |
| 3.2.2. Определение спектральных показателей преломления.....     | 25 |
| 3.2.3. Формирование матрицы ЗПС.....                             | 26 |
| 3.3. Трассировка лучей через ЗПС.....                            | 31 |
| 3.3.1. Пересечение.....  | 31 |
| 3.3.2. Преломление, отражение.....                               | 32 |
| 3.4. Параксиальное изображение через призму.....                 | 38 |
| 3.5. Исследование погрешностей призмы.....                       | 40 |
| 3.6. Призмные системы.....                                       | 41 |
| Задание.....   | 43 |
| Литература.....  | 45 |

## ВВЕДЕНИЕ

Проектирование оптических систем включает в себя расчет функций влияния параметров и допусков на первичные погрешности. Такие операции удобно проводить на модели.

Цель пособия – обучить студентов методам вычислений и моделирования зеркально-призмных систем с использованием системы MathCAD. Это мощная и в то же время простая универсальная среда для решения математических задач. MathCAD позволяет выполнять как численные, так и аналитические (символьные) вычисления, имеет чрезвычайно удобный математико-ориентированный интерфейс и прекрасные средства научной графики, приспособлен к решению задач по оформлению различных научных отчетов, лабораторных работ, дипломных и курсовых проектов.

MathCAD построен по принципу WYSIWYG - свойство прикладных программ, в которых содержание отображается в процессе редактирования и выглядит максимально близко похожим на конечную продукцию, которая может быть печатным документом, веб-страницей или презентацией. Визуально-ориентированный язык программирования задаёт программу в виде понятных пользователю визуальных объектов- в естественной математической форме с применением общепринятой символики.

Путем моделирования в среде MathCAD определяются коэффициенты влияния первичных погрешностей на параметры качества оптического изображения.

## 1. ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ИЗ ПЛОСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В оптическом приборостроении используют призмы двух типов: отражательные, развёртываемые в плоскопараллельную пластину, и спектральные, используемые для разложения излучения в спектр.

Для изменения направления распространения пучков лучей в оптических системах используются зеркала, отражательные призмы и оптические клинья.

Отражательная призма размещается:

- перед объективом,
- после объектива,
- перед сеткой окуляра,
- за сеткой окуляра.

Наиболее употребительными материалами для отражательных призм являются кроны с малым показателем преломления и малой дисперсией. Некоторые марки стёкол для изготовления призм, показатели преломления и коэффициент дисперсии для линии D представлены в таблице 1.

Таблица 1. Марки стёкол отражательных призм

| № | Марка стекла | $\lambda_C$ | $\lambda_D$ | $\lambda_F$ | $v_D$ |
|---|--------------|-------------|-------------|-------------|-------|
| 1 | К8           | 1,51389     | 1,5163      | 1,521955    | 64,05 |
| 2 | БК6          | 1,537226    | 1,5399      | 1,546276    | 59,65 |
| 3 | БК10         | 1,565821    | 1,5688      | 1,575971    | 56,05 |
| 4 | К19          | 1,516208    | 1,5187      | 1,524618    | 61,67 |

Обозначение призм: Первая буква – число отражений: А – 1 отражение, Б – 2, В – 3. Маленькая буква “к” указывает на наличие крыши.

Характер конструкции призмы указывается второй буквой: Р – равнобедренная, П – пента, У – полупента, С – ромбическая, Л – Лемана, М – призма дальномерного типа, действует в двух плоскостях.

Составные призмы обозначаются одной буквой и числом, например, призма куб: К – 0, призма Пехана: П – 0.

Спектральные диспергирующие системы состоят из нескольких склеенных призм или отдельных призм в воздухе и применяются как для получения большой угловой дисперсии, так и для отклонения лучей. Склеенные призмы состоят из двух сортов стёкол: наружные призмы – из кроны, внутренние – тяжёлый флинт. Боковые призмы из кроны немного снижают угловую дисперсию системы, зато вследствие уменьшения угла падения на первую грань снижаются потери на отражение на границе воздух-стекло. Характеристики некоторых марок тяжёлого флинта приведены в таблице 2.

Таблица 2. Марки стёкол спектральных призм

| № | Марка стекла | $\lambda_C$ | $\lambda_D$ | $\lambda_F$ | $\nu_D$ |
|---|--------------|-------------|-------------|-------------|---------|
| 1 | ТФ1          | 1,642076    | 1,6475      | 1,661196    | 33,86   |
| 2 | ТФ3          | 1,710371    | 1,7172      | 1,734681    | 29,5    |
| 3 | ТФ5          | 1,747325    | 1,7550      | 1,774755    | 27,52   |
| 4 | ТФ10         | 1,797156    | 1,8060      | 1,828936    | 25,36   |

Правила конструирования отражательных призм.

1. Призмы с чётным числом граней и ходом луча в одной плоскости дают прямое изображение, с нечётным - зеркальное. При качании призмы с чётным числом граней в этой плоскости пучок лучей не отклоняется, при качании призмы с нечётным числом граней – изображение отклоняется на двойной угол.
2. Зеркально изображающая призма, дополненная крышей, даёт полное оборачивание изображения.
3. Призма сконструирована правильно, если угол падения на первую грань равен углу выхода главного луча на последней грани.
4. В большинстве случаев главный луч пучка падает на входную грань по нормали к поверхности, исключения: призма Дове, визирная качающаяся призма куб.
5. При нормальном падении главного луча на входную грань угол отклонения луча призмой равен углу с вершиной на преломляющем ребре призмы (угол между входной и выходной гранями).
6. Сконструированная правильно отражательная призма разворачивается в плоскопараллельную пластинку. Если этого не происходит, то конструируемая призма дополняется соответствующим клином, например, башмачная призма Б-90.
7. Если правильно сконструированная призма имеет ошибку в заданном угле отклонения, то эта ошибка может быть компенсирована дополнительным разворотом призмы на половинный угол. При этом возникает увеличение эффективных габаритных размеров пучка и может возникнуть срезание пучка, если не хватает припуска.
8. Отношение длины развёртки призмы  $l$  к световому диаметру  $D$  характеризуется коэффициентом призмы:

$$k = \frac{l}{D} \quad (1)$$

В таблице 3 приведены коэффициенты некоторых призм  $k$ :

Таблица 3. Коэффициенты призм

| № | Наименование                          | Вид | Кэфф.          | № | Наименование  | Вид | Кэфф.                     |
|---|---------------------------------------|-----|----------------|---|---------------|-----|---------------------------|
| 1 | Простая прямоугольная призма<br>АР-90 |     | 1              | 6 | Призма Лемана |     | $2,5\sqrt{3}$             |
| 2 | Пентапризма<br>БП-90                  |     | $2 + \sqrt{2}$ | 7 | Призма Шмидта |     | $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$  |
| 3 | Ромбическая призма<br>БС-0            |     | 2              |   | Призма Пезана |     | $\frac{5 + 3\sqrt{2}}{2}$ |
| 4 | Призма Довз<br>АР-0                   |     | 3,337          | 8 | П-0           |     | $\frac{5 + 3\sqrt{2}}{2}$ |
| 5 | Призма Аббе<br>А-0                    |     | $3\sqrt{3}$    |   |               |     |                           |

9. Если угол падения на отражающую грань призмы меньше угла полного внутреннего отражения, то грань должна металлизироваться. Если известно направление падающего лучевого вектора  $\mathbf{L}$  и направление нормали к отражающей грани  $\mathbf{N}$ , то условие полного внутреннего отражения, если угол падения  $i$ , выразится как

$$(\mathbf{L}, \mathbf{N})^2 = n^2 \cdot \cos^2(i) < n^2 - 1 \rightarrow n > \operatorname{cosec}(i) \quad (2)$$

10. Для конических пучков с углом при вершине  $2\alpha$  минимальные габаритные размеры призмы определяются по развёртке призмы в плоскопараллельную пластинку, приведённой к воздуху (рис.1).

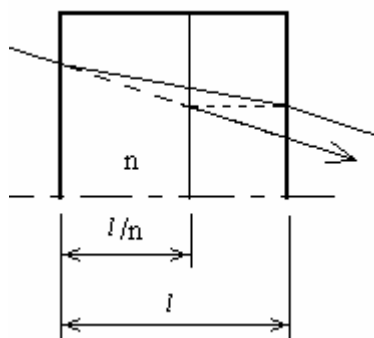


Рис.1. Редуцирование развёртки призмы к воздуху

Если известен диаметр  $d$  сходящегося светового пучка на расстоянии «а» от входной или выходной грани призмы, то диаметр светового пучка  $D$  на противоположной грани (рис.2) найдётся с помощью формулы

$$D = d + 2a \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + 2D \frac{k}{n} \operatorname{tg}(\alpha) \rightarrow D = \frac{d + 2a \cdot \operatorname{tg}(\alpha)}{1 - 2 \frac{k}{n} \operatorname{tg}(\alpha)} \quad (3)$$

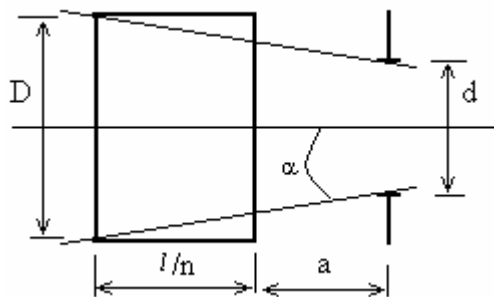


Рис.2. Определение габаритных размеров призмы

Если призма имеет крышу, выходящую на  $t$  граней ( $t = 1, 2$ ), то минимальный габаритный диаметр призмы рассчитывается по формуле

$$D_K = t \frac{D}{2} \left( 1 + \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \mu}}{\sin \mu} \right), \quad (4)$$

где  $D$  вычисляется с помощью (3),  $\mu$  – угол между ребром крыши и гранью. Синус этого угла, если известны направления нормалей к граням крыши  $N_{K1}$ ,  $N_{K2}$  и нормаль грани  $N_G$ , с которой пересекается ребро крыши, вычисляется по формуле

$$\sin \mu = \sqrt{1 - (N_{K1}, N_{K2}, N_G)^2}, \quad (5)$$

Здесь в скобках вычисляется смешенное произведение векторов.

11. Поле зрения призмы с неметаллизированными гранями ограничено. Предельный угол  $\varphi$  определяется показателем преломления призмы  $n$  и коэффициентом призмы  $k$  согласно формуле

$$\operatorname{tg} \varphi \leq \frac{n}{2k} \quad (6)$$

12. Погрешности углов призмы в главном сечении связаны соотношением:

$$\sum_{i=1}^K \Delta \alpha = 0 \quad (7)$$

поэтому частичные погрешности, зависящие от погрешностей углов главного сечения призмы, коррелированы.

13. Погрешности углов призмы, передаточный коэффициент которых зависит от показателя преломления, приводят к погрешности окрашивания изображения. В этом случае развёртка призмы представляет собой клин. Действие клина, полученного в результате развёртки призмы, не эквивалентно действию реального клина.
14. Угол отклонения  $\sigma$  луча клином, составленным двумя плоскостями с углом  $\theta$ , определяется выражением [4]:

$$\sigma = \theta \left( n \frac{\cos(i')}{\cos(i)} - 1 \right) \approx (n-1)\theta + \frac{n^2-1}{2n} \theta \cdot \operatorname{tg}^2(i) \approx (n-1)\theta. \quad (8)$$

15. Глаз с диаметром зрачка 2 мм не замечает окрашивания не более 2 угловых минут. Угловое разрешение – 1 угловая минута – принимается за единицу. При остроте зрения 2 – угловое разрешение 30`. При полевом угле 5° острота зрения падает до 0,3, а при 10° – до 0,2

Сдвиг линии глаз ощущает с чувствительностью 3 угл. сек. - так называемая нониальная острота зрения.

Порог стереоскопического зрения – 10 угл. сек. Допуск на непараллельность осей при бинокулярном зрении: в вертикальной плоскости – 15 угл. сек., в горизонтальной при дивергенции – 20 угл. сек. и при конвергенции – 60 угл. сек.

## 2. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗЕРКАЛЬНЫХ И ПРИЗМЕННЫХ СИСТЕМ

В основе исследования зеркально-призменных систем лежит закон преломления-отражения. Если плоскость падения совпадает с меридиональной плоскостью системы, то закон имеет скалярный вид:

$$n \cdot \sin(i) = n' \sin(i') \quad (9)$$

В общем случае закон преломления описывается в векторном виде:

$$L \times N = L' \times N \rightarrow (L' - L) \times N = 0, \quad (10)$$

где  $L$  и  $L'$  – оптический вектор направляющих косинусов соответственно падающего и преломленного лучей,  $N$  – нормаль к поверхности в точке падения луча.

Из (10) следует, что вектор  $L'-L$  коллинеарен вектору нормали, поэтому может быть представлен как произведение скаляра  $G$ , называемой постоянной отклонения, на вектор нормали:

$$L' - L = G \cdot N. \quad (11)$$

Постоянная отклонения может быть найдена, если (11) скалярно умножить на  $N$ :

$$G = L'N - LN = n' \cos(i') - LN. \quad (12)$$

Уменьшаемое находится из закона преломления (9):

$$n' \cos(i') = \sqrt{n'^2 - n'^2 \sin^2(i')} = \sqrt{n'^2 - n'^2 \sin^2(i)} = \sqrt{n'^2 - n^2 + \cos^2(i)} = \sqrt{n'^2 - n^2 + (LN)^2}$$

Таким образом,

$$G = \sqrt{n'^2 - n^2 + (LN)^2} - (LN) \quad (13)$$

Знак перед корнем зависит от направления вектора нормали и от знака коэффициента преломления пространства изображения. Если скалярное произведение лучевого вектора падающего луча и нормали отрицательно, то,

как следует из рис.3 (верх), перед корнем стоит знак «минус». Кроме того, знак минус появляется и в случае отражения (рис.3, низ). Окончательно, формула векторного преобразования падающего луча по оптической поверхности записывается следующим образом:

$$L' = L + N \left[ \text{sign}(n'(L, N)) \sqrt{n'^2 - n^2 + (L, N)^2} - (L, N) \right] \quad (14)$$

Здесь  $\text{sign}(x)$  – знаковая функция, равная 1, если  $x > 0$ ; -1, если  $x < 0$  и 0, если  $x = 0$ .

Формула (14) инвариантна по отношению к направлению нормали и справедлива как для преломления, так и для отражения.

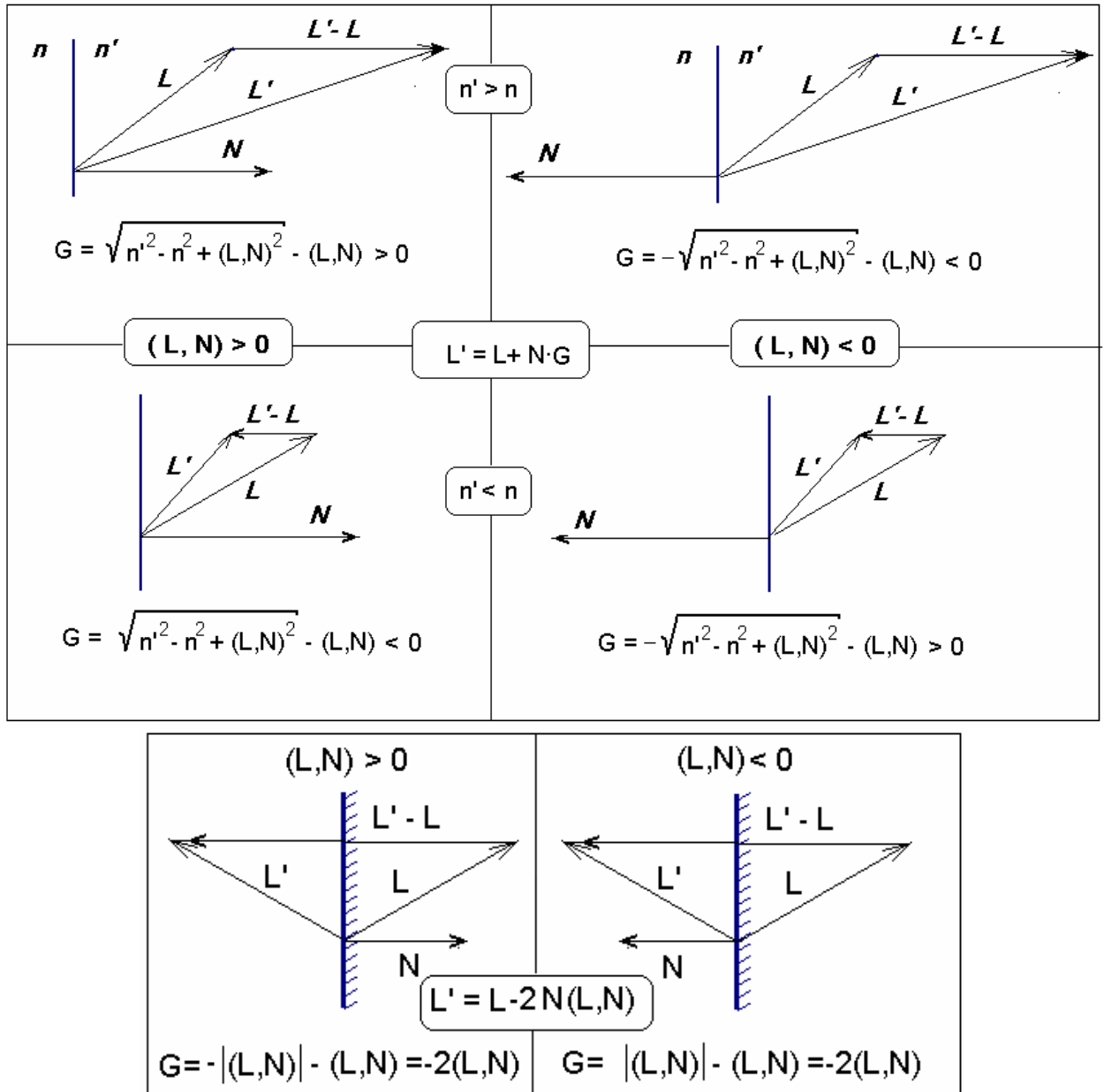


Рис.3. Соотношения между падающим и преломлённым (верх) и отражённым лучом на оптической поверхности



## 2.1. Скалярный метод

Скалярный закон преломления (9), при малых значениях углов падения имеющий вид

$$n \cdot \alpha = n' \alpha', \quad (15)$$

используется для аналитического исследования влияния погрешностей углов призм. Рассмотрим, например, призму AP-90 (рис.4). Призма имеет нечётное число рабочих граней, поэтому осуществляет зеркальное отображение предмета, и при повороте в плоскости главного сечения выходной луч поворачивается с двойной скоростью.

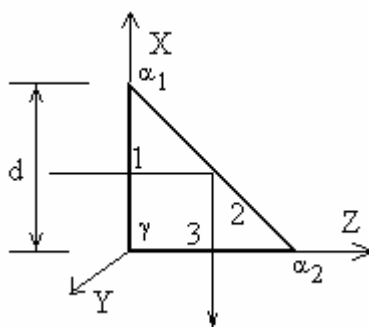


Рис.4. Призма AP-90.

Погрешности углов призмы в плоскости главного сечения:  $\Delta\gamma$ ,  $\Delta\alpha_1$ ,  $\Delta\alpha_2$ , как показывает элементарный анализ с применением (15), приводят к погрешности угла выхода  $\Delta\omega$  [2]:

$$\Delta\omega = \Delta\gamma - n \cdot (\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_2) \quad (16)$$

Погрешность прямого угла может быть устранена в результате юстировочных подвижек. Погрешность острых углов приводит к хроматизму и может быть охарактеризована величиной клиновидности развёртки призмы.

Сложность и наглядность анализа зависит от типа призмы. М.Н. Сокольский [4] для ряда призм приводит аналитические зависимости (Табл.4) отклонений углов меридионального сечения призмы от клиновидности  $\theta$  и угла отклонения  $\sigma$ .

Кроме погрешностей в плоскости сечения призмы обладают погрешностями пирамидальности. Под пирамидальностью грани  $\pi$  понимают отклонение перпендикуляра от её главного сечения к преломляющей или отражающей поверхности. Главное сечение призмы выбирают так, чтобы исключить пирамидальность одной или двух поверхностей, поэтому понятие пирамидальность призмы различно в зависимости от типа призмы.

Наличие пирамидальности приводит к возникновению двух погрешностей: углу отклонения луча от главного сечения призмы и поперечному хроматизму.

Таблица 4. Зависимость клиновидности развёртки призмы  $\theta$  и угла отклонения луча  $\sigma$  от погрешностей углов призмы в меридиональном сечении

| Призма                   | $\theta$                                   | $\sigma$   |
|--------------------------|--|--|
| Прямоугольная<br>АР-90°  | $\Delta_{45^\circ}$                        | $n \Delta_{45^\circ}$  |
| Прямоугольная<br>БР-180° | $2 \Delta_{90^\circ}$                      | $2 n \Delta_{90^\circ}$  |
| Дове АР-0                | $\Delta_{45^\circ}$                        | $\Delta_{45^\circ} \left[ n \frac{\cos(\varepsilon_1)}{\cos(\varepsilon_1)} - 1 \right]$ |
| Пента БП-90°             | $\Delta_{90^\circ} + 2 \Delta_{45^\circ}$  | $2 n \Delta_{45^\circ} - (n - 1) \Delta_{90^\circ}$                                      |
| Ромб БС-0                | $\Delta_{90^\circ} + 2 \Delta_{135^\circ}$ | $(n - 1) \Delta_{90^\circ} + 2 n \Delta_{135^\circ}$                                     |
| Шмидта ВР-45°            | $\Delta_{67^\circ 30'}$                    | $n \Delta_{67^\circ 30'}$  |

Для расчёта угла отклонения луча от главного сечения при наличии пирамидальности М.Н. Сокольский [3] приводит формулу В.Н. Чуриловского (инвариант пирамидальности).

$$\sigma' = \frac{n}{n'} \sigma - \frac{n \cos \varepsilon_0 - n' \cos \varepsilon'_0}{n'} p, \quad (17)$$

где  $\sigma'$  – угол отклонения преломлённого луча от плоскости главного сечения,  
 $\sigma$  – угол отклонения падающего луча от плоскости главного сечения,  
 $n, n'$  – показатели преломления сред, которые разделяет плоскость,  
 $\varepsilon_0, \varepsilon'_0$  – углы падения и преломления, соответственно, но отсчитываемые от номинальной нормали к поверхности.

Последовательное применение формулы (17) ко всем граням призмы позволяет получить значения отклонения выходящего из призмы луча от главного сечения в виде функции пирамидальности  $\pi$  граней [3] (табл.5).

Данный аналитический метод, дающий в результате формулу, связывающую угол отклонения выходного луча с погрешностями, не является универсальным. Вывод формулы для пирамидальности конкретной призмы с помощью (17) требует достаточно громоздких вычислений. Метод не пригоден для сходящихся пучков.

Таблица 5. Отклонение луча на выходе из призмы и пирамидальность

| Призма                    | $\sigma'$  | Пирамидальность  |
|---------------------------|--|--|
| AP-90°<br>AP-0<br>БР-180° | $-2n \cdot \pi_2 \cdot \cos(45)$<br>$-2n \cdot \pi_2 \cdot \cos(45 + \varepsilon'_1)$<br>$2 \cdot (n - 1) \cdot \pi_1$ | Угол наклона прямого угла к гипотенузной грани                             |
| БП-90°                    | $-2n \cdot (\pi_2 + \pi_3) \cdot \cos(22.30)$  | Угол наклона прямого угла к отражающей грани                               |
| БС-0                      | $2n \cdot \pi_3 \cdot \cos(45) + (n - 1)\pi_4$   | Угол наклона первого острого угла к граням, формирующим второй острый угол |
| ВР-45°                    | $2n \cdot \pi_2 \cdot \cos(22.30)$   | Угол наклона острого угла к отражающей грани                               |

## 2.2. Векторно-матричный метод

Векторный метод впервые использован А.И.Тудоровским [5] для расчёта зеркально-призменных систем и расширен И.В.Лебедевым [6] введением матричного аппарата. Повороты декартовой системы координат вокруг координатных осей записываются с помощью матриц поворота (рис.5). Заметим, что поворот вектора в неподвижной системе координат относительно координатной оси описывается матрицей поворота системы координат относительно этой оси, но на угол со знаком минус, в противоположном направлении.

Наиболее эффективно векторно-матричный аппарат применяется в случае отражения. Векторный закон отражения, как следует из (14) (рис.3, низ), независимо от направления нормали к зеркалу имеет вид:

$$L' = L - 2N(L, N) \quad (18)$$

Векторная формула (18) может быть представлена в матричном виде:

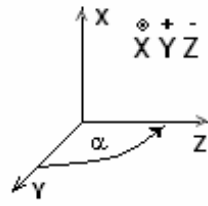
$$L' = \begin{vmatrix} L & 2(L, N) \\ N & 1 \end{vmatrix} \quad (19)$$

Последовательное применение (18) к двум зеркалам даёт в результате выражение из четырёх слагаемых

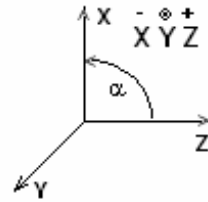
$$\begin{aligned} L'' &= L' - 2N_2(L', N_2) = (L - 2N_1(L, N_1)) - 2N_2[(L - 2N_1(L, N_1)), N_2] = \\ &= L - 2N_1(L, N_1) - 2N_2(L, N_2) + 4N_2(N_1N_2)(L, N_1), \end{aligned}$$

которые сворачиваются в матрицу третьего порядка:

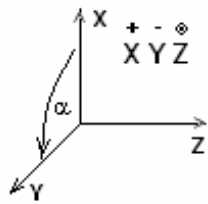
$$L'' = \begin{vmatrix} L & 2(L, N_1) & 2(L, N_2) \\ N_1 & 1 & 2(N_1, N_2) \\ N_2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$



$$M_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$



$$M_y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$



$$M_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Рис.5. Матрицы поворота декартовой системы координат

В общем случае действие системы из k зеркал, согласно Лебедеву И.В., описывается матрицей k+1 порядка:

$$L^k = \begin{vmatrix} L & 2(LN_1) & 2(LN_2) & \Lambda & \Lambda & 2(LN_k) \\ N_1 & 1 & 2(N_1N_2) & \Lambda & \Lambda & 2(N_1N_k) \\ N_2 & 0 & 1 & & & 2(N_2N_k) \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ N_k & 0 & 1 & & & & & & & & & & & & & 1 \end{vmatrix} \quad (20)$$

Из векторной формулы (18), записав её как:

$$L' = M'L = L - 2N(L, N) = \begin{pmatrix} (1 - 2N_x^2)L_x & -2N_xN_yL_y & -2N_xN_zL_z \\ -2N_xN_yL_x & (1 - 2N_y^2)L_y & -2N_yN_zL_z \\ -2N_xN_zL_x & -2N_yN_zL_y & (1 - 2N_z^2)L_z \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} (1 - 2N_x^2) & -2N_xN_y & -2N_xN_z \\ -2N_xN_y & (1 - 2N_y^2) & -2N_yN_z \\ -2N_xN_z & -2N_yN_z & (1 - 2N_z^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{pmatrix},$$

можно выделить матрицу действия плоского зеркала

$$M' = \begin{pmatrix} (1 - 2N_x^2) & -2N_xN_y & -2N_xN_z \\ -2N_xN_y & (1 - 2N_y^2) & -2N_yN_z \\ -2N_xN_z & -2N_yN_z & (1 - 2N_z^2) \end{pmatrix} \quad (21)$$

Матрица действия двух зеркал и более может быть получена как произведение матриц действия (21) одиночных зеркал:  $M^k = M'_k \cdot \dots \cdot M'_2 M'_1$ .

Согласно исследованиям Лебедева для любой зеркальной системы существует связанная с ней система координат  $x_0 y_0 z_0$  такая, что направление  $z_0$  есть так называемое неизменное направление. Луч, падающий на систему в этом направлении, или не изменяет направления, или меняет его на противоположное. Матрица действия такой зеркальной системы называется канонической. Для одного зеркала, очевидно, неизменное направление – это или нормальное направление:  $N_x=N_y=0, N_z=1$ , или скользящее вдоль зеркала направление. Каноническая матрица плоского зеркала в первом случае имеет вид:

$$P' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

Во втором случае каноническая матрица есть тождественное преобразование:  $P'=E$ ,  $E$  – единичная матрица.

Орт неизменного направления  $u$  ищется по Лебедеву И.В. из уравнения:  $(\lambda E - M^k)u = 0$ ,  $\lambda$ -скалярный множитель. Для системы из двух зеркал при  $\lambda=1$  получено, что орт неизменного направления направлен вдоль ребра углового зеркала. Каноническая матрица углового зеркала имеет вид [6]:

$$P'' = \begin{pmatrix} \cos(2\alpha) & -\sin(2\alpha) & 0 \\ \sin(2\alpha) & \cos(2\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (23)$$

где  $\alpha$  – угол между зеркалами.

Сравнивая (23) с матрицей поворота относительно оси аппликат (рис.5), заключаем, что действие углового зеркала сводится к повороту орта падающего луча на двойной угол между зеркалами.

Если известно выражение для канонической матрицы (32) и координаты орта ребра двойного зеркала в произвольной системе координат, матрица действия углового зеркала в произвольной системе координат может быть получена как действие произведения трёх матриц:

$$M'' = S^{-1} P'' S, \quad (24)$$

где  $S$  – матрица перехода от произвольной системы координат к канонической,  $S^{-1}$  – обратная к ней матрица.

Строками матрицы  $S$  являются координаты ортов канонической системы в произвольной системе координат. Ось аппликат канонической системы координат расположена вдоль ребра углового зеркала. Поперечные к оси аппликат оси могут иметь произвольное направление. В данном случае оси выбраны так, что ось ординат канонической системы находится в

плоскости OYZ (рис.6). Координаты канонических ортов согласно чертежу равны:

$i=(\cos(\beta), -\sin(\alpha)\sin(\beta), \cos(\alpha)\sin(\beta)); j=(0, \cos(\alpha), -\sin(\alpha)); k=(p_x, p_y, p_z)$ .

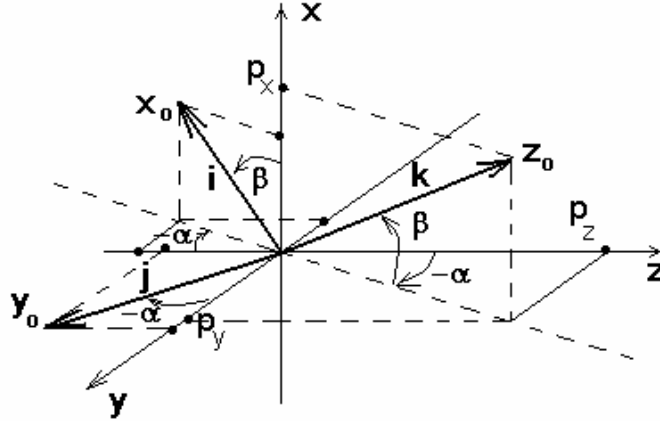


Рис.6. Положение канонических координат в произвольной системе координат

Выразив тригонометрические функции через координаты орта ребра двойного зеркала, получим выражение для матрицы перехода:

$$S = \begin{pmatrix} \sqrt{p_y^2 + p_z^2} & -\frac{p_x p_y}{\sqrt{p_y^2 + p_z^2}} & \frac{p_x p_z}{\sqrt{p_y^2 + p_z^2}} \\ 0 & \frac{p_z}{\sqrt{p_y^2 + p_z^2}} & \frac{p_y}{\sqrt{p_y^2 + p_z^2}} \\ p_x & p_y & p_z \end{pmatrix} \quad (25)$$

Подстановка (25) в (24) даёт выражение для матрицы действия углового зеркала:

$$M'' = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\cos 2\sigma + 2p_x^2 \sin^2 \sigma] & [-p_z \sin 2\sigma + 2p_x p_y \sin^2 \sigma] & [-p_y \sin 2\sigma + 2p_x p_z \sin^2 \sigma] \\ [p_z \sin 2\sigma + 2p_x p_y \sin^2 \sigma] & [\cos 2\sigma + 2p_y^2 \sin^2 \sigma] & [-p_x \sin 2\sigma + 2p_y p_z \sin^2 \sigma] \\ [-p_y \sin 2\sigma + 2p_x p_z \sin^2 \sigma] & [p_x \sin 2\sigma + 2p_y p_z \sin^2 \sigma] & [\cos 2\sigma + 2p_z^2 \sin^2 \sigma] \end{pmatrix} \quad (26)$$

Из (26) в случае прямоугольного углового зеркала матрица действия имеет вид

$$M''_{90} = \begin{pmatrix} 1 - 2p_x^2 & -2p_x p_y & -2p_x p_z \\ -2p_x p_y & 1 - 2p_x^2 & -2p_y p_z \\ -2p_x p_z & -2p_y p_z & 1 - 2p_z^2 \end{pmatrix} \quad (27)$$

матрицы действия плоского зеркала (21) со знаком «минус». Это позволяет заключить, что действие прямоугольного углового зеркала эквивалентно действию плоского зеркала, расположенного перпендикулярно ребру углового зеркала, если знаки всех ортов пространства предметов заменить на обратные.

С помощью матриц действия номинальных призм в параллельном ходе Г.В.Погарев [6] исследовал ряд погрешностей выходного луча:

- При взаимном развороте главных сечений прямоугольной призмы-куб,
- При развороте пентапризмы вокруг оси, совпадающей с направлением падающего луча,
- При развороте одной из призм оборачивающей системы Малафеева-Поро 1 рода вокруг осевого луча.

Анализ зеркально-призменных систем, их юстировка облегчается при замене призм эквивалентными более простыми системами. Призмы с тремя отражениями, например, Шмидта, Аббе, ВР-180 эквивалентны плоскому зеркалу, а любая оборачивающая система эквивалентна прямоугольному угловому зеркалу

### **3. АНАЛИЗ ЗЕРКАЛЬНО-ПРИЗМЕННЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛИРОВАНИЯ**

#### **3.1. Задание системы**

Зеркально-призменные системы (ЗПС) работают в параллельных и сходящихся пучках. Центральный луч пучка называется главным лучом. Сечение части ЗПС, рабочие грани которой компланарны, направленное перпендикулярно его граням, называется главным сечением. В общем случае рабочие грани ЗПС имеют пространственное положение, вследствие чего главные сечения расположены в различных плоскостях. ЗПС с ходом главного луча в  $N$  плоскостях назовём  $N$ -плоскостной.

ЗПС помещена в декартовую систему координат (рис.7). Падающий пучок лучей распространяется вдоль оси аппликат от точки предмета с аппликацией  $S$ , быть может, из «машинной» бесконечности, под заданным полевым углом  $\omega$  и азимутальным углом  $\varphi$  к входной апертурной диафрагме, расположенной в плоскости  $z=0$ . Апертурная диафрагма с диаметром  $d$  в частном случае может лежать на первой грани ЗПС. Если задан апертурный угол  $u$ , то расстояние до плоскости предмета вычисляется по формуле:

$$S = \frac{d}{2 \cdot \operatorname{tg}(u)} \quad (28)$$

Совместим первое главное сечение ЗПС с координатной плоскостью  $OXZ$  и определим из геометрии углы, составленные по ходу главного луча рабочими гранями и рёбрами крыши, с осью  $OZ$ . Положительным считается угол, отсчитываемый против часовой стрелки. Граням сечения

присваиваются номера против часовой стрелки. Например, рассмотрим призму БкП-90 (рис.7). Вектор пути главного луча имеет вид:  $(1,3,4,2)$ . Вектор углов по ходу главного луча в этом случае имеет вид:  $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}, 0\right)$ . Кроме углов необходимо задать координаты в плоскости сечения  $(x,z)$  произвольной точки на грани или ребре крыши также по ходу главного луча:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}, \quad A_4 = A_1.$$

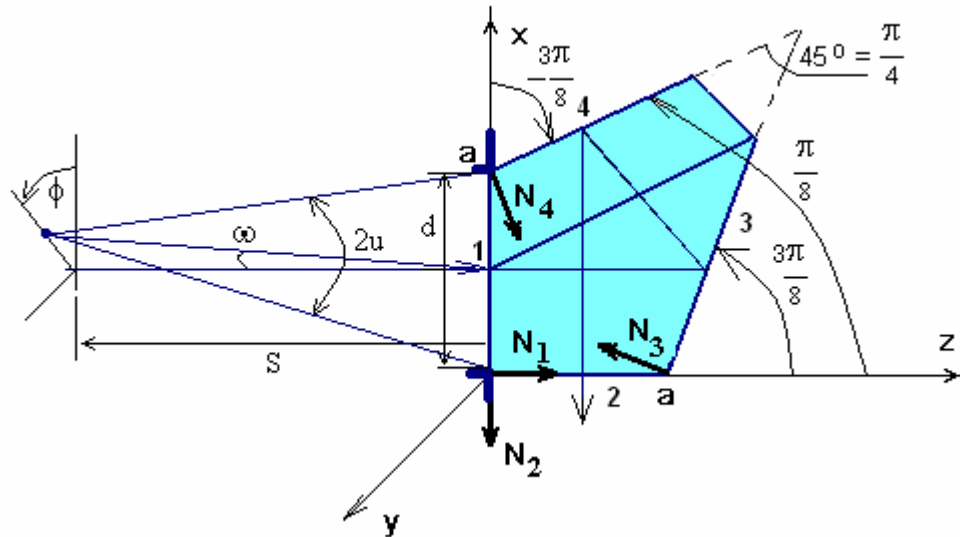


Рис.7. Призма БкП-90

Задание материала призмы и спектрального диапазона падающего излучения завершает список данных, необходимых для первичного анализа одноплоскостной ЗПС. В результате анализа предполагается получить характеристики изображения и сводку влияния первичных погрешностей граней и подвижек всей системы.

Если плоскость главного сечения последующей части ЗПС не лежит в плоскости OXZ, то необходимо указать ось и угол поворота системы координат вокруг этой оси, приводящий плоскость главного сечения в плоскость рисунка и задать положение граней и ребер таким же способом, как описано выше. Знак угла поворота определяется известным правилом «буравчика»: движение буравчика вдоль направления орта оси соответствует положительному повороту его рукоятки.

Рассмотрим примеры. Для оборачивающей системы Малафеева-Поро 1 рода (рис.8) выделяем два главных сечения.

Интерфейс ввода информации в Маткад осуществляется с помощью таблиц.. Вывод скрипта «таблица» в Маткад осуществляется через главное Меню с использованием опций «Вставка/Данные/Таблица». Эта же операция с помощью ниспадающего меню, вызываемого правой кнопкой мыши, проводится через опции «Вставить→/Таблица». В качестве примера показана таблица номеров граней оборачивающей системы Малафеева-Поро 1 рода:



Таблица 6. Номера граней оборачивающей системы Малафеева-Поро 1 рода

Векторы\_по\_ходу\_луча :=

|   | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 1 |
| 1 | 1 | 3 | 2 | 1 |

Вектор углов граней первого сечения:  $(90^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 90^\circ)$ . Если гипотенуза прямоугольной призмы равна  $a=60$ , то координаты в плоскости сечения точек на гранях по ходу луча можно задать как  $[(0,0); (0,0); (a,0); (0,0)]$ . Переход ко второй главной плоскости сечения осуществляется сдвигом начала координат в точку, где главный луч направляется на вторую часть ЗПС, и поворотом системы координат вокруг оси аппликат на угол  $-90^\circ$ . Вектор углов граней второго сечения:  $(90^\circ, 135^\circ, 45^\circ, 90^\circ)$ . Координаты точек на гранях:  $[(0,0); (0,0); (a,0); (0,0)]$ .

Оборачивающая система Малафеева-Поро 2 рода (рис.9) содержит три главных сечения. Первое и третье сечения совпадают. Матрица перехода от первого ко второму есть поворот относительно оси  $Ox$  на прямой угол в отрицательном направлении. Переход от второго сечения есть обратный переход, осуществляемый таким же поворотом, но в положительном направлении.

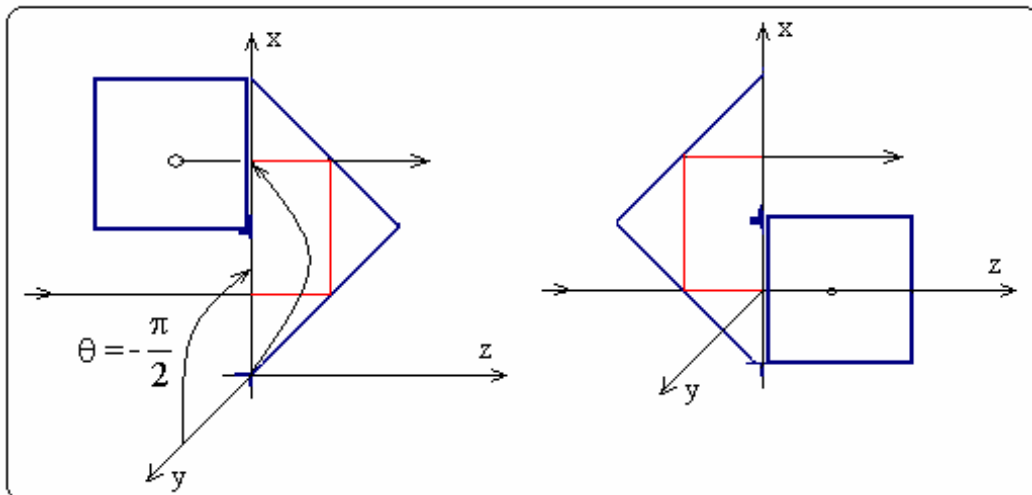


Рис.8. Оборачивающая система Малафеева-Поро 1 рода

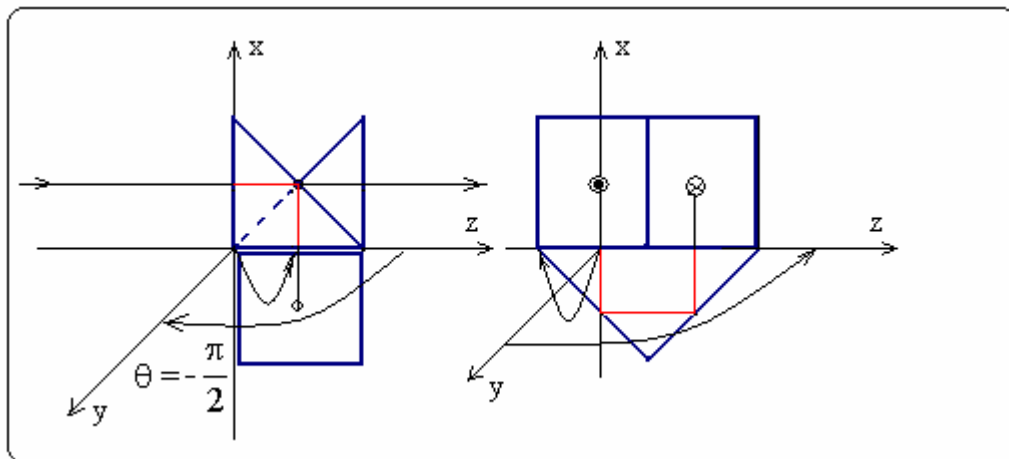


Рис.9. Оборачивающая система Малафеева-Поро 2 рода

В общем случае переход от плоскости одного сечения к плоскости другого может потребовать максимум два поворота относительно координатных осей.

ЗПС :=

|   | 0     | 1     | 2  | 3   | 4   | 5  | 6        |             |
|---|-------|-------|----|-----|-----|----|----------|-------------|
| 0 | // 0  | // 0  | 90 | 45  | -45 | 90 | "Призма" | углы граней |
| 1 | // 0  | // 0  | 0  | 0   | 60  | 0  | 0        | x           |
| 2 | // 0  | // 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0        | z           |
| 3 | // 3  | // 90 | 90 | 135 | 45  | 90 | "Призма" | углы граней |
| 4 | // 0  | // 0  | 0  | -15 | 45  | 0  | 0        | x           |
| 5 | // 45 | // 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0        | z           |

Номера осей // Углы поворота осей //

Координаты (x,z) нового начала ■

Рис.10. Правила заполнения таблицы «ЗПС»

Каждые три строки отводятся вводу информации по текущему главному сечению.

ЗПС<sub>0,0</sub> - указывается номер оси вращения 1,

ЗПС<sub>1,0</sub> – номер оси вращения 2.

Оси OX присваивается номер 1, OY – 2 и OZ – 3. Ноль указывает на отсутствие оси вращения.

ЗПС<sub>0,1</sub> и ЗПС<sub>1,1</sub> - помещаются углы поворота в градусах относительно осей 1 и 2 соответственно,

ЗПС<sub>2,0</sub> и ЗПС<sub>2,1</sub> - указываются номера ребер крышки по номеру столбца в таблице.

ЗПС<sub>0,2</sub>, ЗПС<sub>0,3</sub>, ... - углы граней с осью аппликата, строка заканчивается текстовой переменной: «Призма» или «Зеркало»,

ЗПС<sub>1,2</sub>, ЗПС<sub>1,3</sub>, ... - z-координаты точки грани,

ЗПС<sub>2,2</sub>, ЗПС<sub>2,3</sub>, ... - x-координаты точки грани.

Аналогично заполняются ячейки матрицы для следующих главных сечений.

Информация о пространстве предмета и материале призм помещается в матрицу «Параметры»:

|                               |                                |      |
|-------------------------------|--------------------------------|------|
| Параметры :=                  | "Диаметр апертурной диафрагмы" | 30   |
|                               | "Абсцисса центра диафрагмы"    | 15   |
|                               | "Полевой угол (град)"          | 0    |
|                               | "Азимутальный угол (град)"     | 0    |
|                               | "Передний отрезок или"         | 0    |
|                               | "Или апертурный угол (мин)"    | 3    |
|                               | "Основная линия спектра"       | "D"  |
|                               | "Крайняя линия спектра 1"      | "C"  |
|                               | "Крайняя линия спектра 2"      | "F"  |
|                               | "Марка или среда в сечении 1"  | "K8" |
| "Марка или среда в сечении 2" | "K8"                           |      |

Рис.11. Входные параметры

Правила заполнения таблицы «Параметры»:

- Передний отрезок отрицателен, если предмет находится слева и положителен в противном случае.
- Полевой угол считается всегда положительным,
- апертурный угол положителен, если предмет находится слева, то есть падающий пучок – расходящийся, в противном случае, пучок сходящийся,
- азимутальный угол отсчитывается от оси ОХ.
- Зеркальная система помещена в воздухе и в строке «Марка или среда в сечении» указывается число 0.
- Для чисто зеркальной системы в строках, указывающих линии спектра, указывается число 0.

### **3.2. Обработка входной информации**

Обработка входной информации обычно скрыта от пользователя и размещается внутри «области» (Главное меню: Вставка/Область). Обработка информации подразумевает формирование падающих на ЗПС пучков лучей, определение спектральных показателей преломления и формирование матрицы ЗПС.

#### **3.2.1. Формирование падающих на ЗПС пучков лучей.**

Направляющие косинусы лучей пучка определяются по двум точкам на луче: точке предмета и точке входной апертуры. Входная апертура разбивается двояким образом. Во-первых, формируется габаритный пучок в виде полого конуса и осевого главного луча, имеющего в основании круг, равный диаметру апертурной диафрагмы. Лучи отстоят друг от друга на 1 градус – число лучей  $N=361$ . Во-вторых, формируется пучок со случайным равномерным распределением лучей по апертурной диафрагме. Такой пучок используется для исследования аберраций (число лучей  $N=1000$ ).

Программы в среде Маткад, выполняющие указанные разбиения и их выполнение проиллюстрировано на приведённом ниже документе.

Величина диаметра апертурной диафрагмы  $d$  и абсцисса её центра извлекаются из входной таблицы «Параметры». В программах формируется вектор координат точек разбиения  $x$ . Первый элемент с номером 0 – это координаты центра апертуры. В программе «Окружность» используется безальтернативный цикл «for» для заполнения вектора  $x$  через 1 градус. В программе «Пятно» используется альтернативный цикл «while», пока выполняется условие: длина вектора  $x$  меньше заданного числа, происходят следующие действия. Переменные  $u$  и  $v$  выбираются равновероятно из отрезка  $[-d/2, d/2]$  с использованием встроенной функции `rnd`. Далее с помощью безальтернативного оператора условия «if» происходит проверка принадлежности случайно выбранной точки кругу диаметра  $d$  и в случае

удачного исхода пополняется счётчик точек разбиения и запоминаются найденные координаты с учётом сдвига в центр диафрагмы.

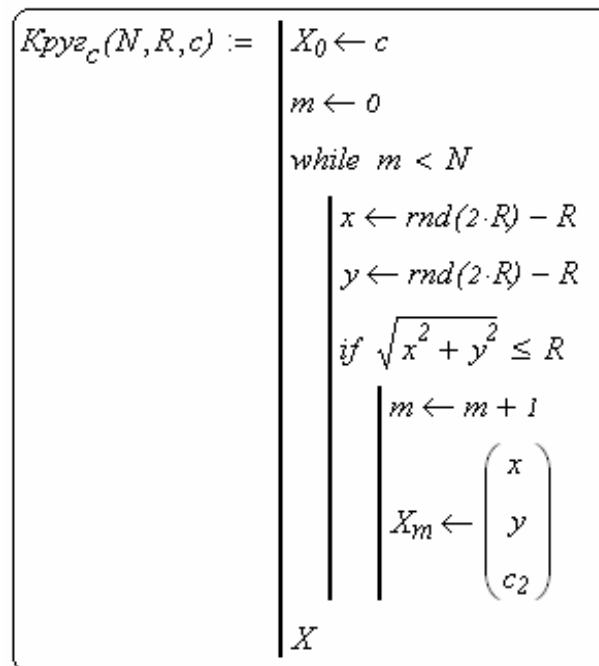


Рис.12. Построение Круга

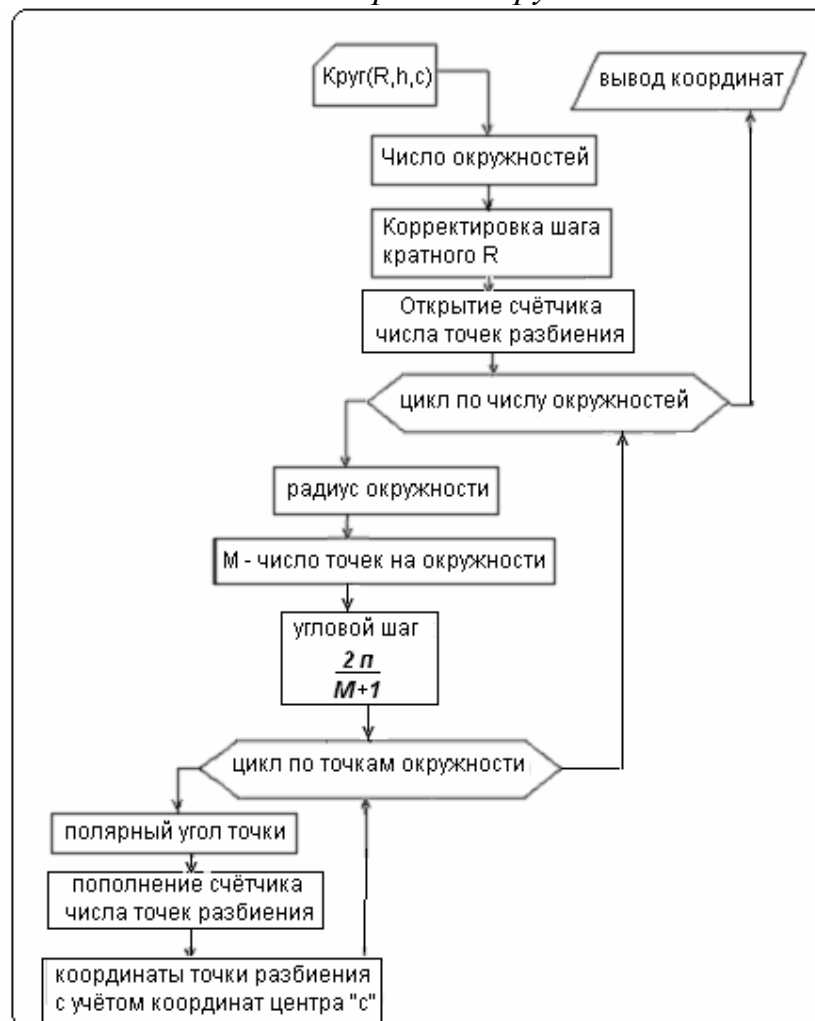


Рис.13. Разбиение круглого зрачка

Результаты работы программы помещаются в переменные O и Pe, из них извлекаются координаты x и y точек разбиения и строятся графики полученных разбиений.

Каждый луч в пучке описывается двухстолбцовой матрицей: первый столбец: координаты точки на луче – координаты точек разбиения, второй столбец – направляющие косинусы луча. Матрицы всех лучей пучка формируются программой «Пучок».

Входными параметрами программы служат: S- передний отрезок, u – апертурный угол, ω- полевой угол, φ – азимутальный угол, A – вектор координат точек разбиения, d – диаметр апертурной диафрагмы.

```

Пучок(S,u,ω,φ,A,d,c) :=
  n ← rows(A)
  u ← u · deg / 60
  ω ← ω · deg / 60
  φ ← φ · deg
  S ← -d / (2 · tan(u)) if S = 0
  if S ≠ ∞
    X ← (tan(ω) · cos(φ) / tan(ω) · sin(φ) / 1) · S + (c / 0 / 0)
    for i ∈ 0..n-1
      Li ← |X - Ai|
      Ui ← (Ai - X) / Li · sign[(Ai)2 - X2]
    for i ∈ 0..n-1 otherwise
      Ui ← (sin(ω) · cos(φ) / sin(ω) · sin(φ) / cos(ω))
    for i ∈ 0..n-1
      Bi ← augment(Ai, Ui)
    (B S L)T
  S := Параметры4,1 ω := Параметры2,1
  u := Параметры5,1 φ := Параметры3,1
  U0 := Пучок(S,u,ω,φ,O,d)
  Up := Пучок(S,u,ω,φ,Pe,d)
  Матрица главного луча
  (Up0)0 = (15 8.727 × 10-4 / 0 0 / 0 1)
  S = U01 = -1.719 × 10-4

```

Рис.14. Формирование Пучка

В первом операторе определяется число точек разбиения, равное числу строк вектора A. В следующих трёх операторах происходит перевод угловых мер в радианную меру в соответствии с заданием этих величин в таблице «Параметры». Если передний отрезок не задан (S=0), то он вычисляется по апертурному углу и диаметру диафрагмы, при этом учитывается правило знака апертурного угла. Далее используется альтернативный условный оператор.

В случае конечной величины переднего отрезка вычисляются координаты точки предмета X с учётом сдвига начала координат в центр апертурной диафрагмы. В цикле по лучам вычисляется сначала длина луча L, а затем направляющие косинусы луча, причём, в любом случае аппликата лучевого вектора задаётся положительной. Для этого частное умножается на знак разности аппликат точек диафрагмы и предмета. Если предмет находится на бесконечности, то все лучи имеют одинаковое направление, определяемое полевым и азимутальным углами. В конце программы в цикле по лучам с помощью встроенной функции augment, объединяющей матрицы с равными количествами строк в одну, формируются матрицы лучей.

```

S - Передний отрезок  S := Uo1  S = -1.719 × 104
Xc - Матрица координат разбиения с столбцом индексов
Xcic,0 := xcic  Xcic,1 := ycic  Xcic,2 := ic
Xo - Матрица координат разбиения, отсортированная по возрастанию координаты "x"
Xo := csort(Xc.0)
i0 - индекс минимальной, i1 - максимальной координаты "x"
i0 := Xo0,2  i0 = 181  i1 := Xo360,2  i1 = 1
Yo - Матрица координат разбиения, отсортированная по возрастанию координаты "y"
Yo := csort(Xc.1)
j0 - индекс минимальной, j1 - максимальной координаты "y"
j0 := Yo0,2  j0 = 271  j1 := Yo360,2  j1 = 91
J - вектор аппликат от плоскости диафрагмы до плоскости предмета
J := 100  j := 0..J  Zj := S/j
X0 и X1 - крайние лучи по координате "x"
X0j := xci0 +  $\frac{[(Uo_0)_{i0}]_{0,1}}{[(Uo_0)_{i0}]_{2,1}} \cdot Z_j$   X1j := xci1 +  $\frac{[(Uo_0)_{i1}]_{0,1}}{[(Uo_0)_{i1}]_{2,1}} \cdot Z_j$ 
Y0 и Y1 - крайние лучи по координате "y"
Y0j := ycj0 +  $\frac{[(Uo_0)_{j0}]_{1,1}}{[(Uo_0)_{j0}]_{2,1}} \cdot Z_j$   Y1j := ycj1 +  $\frac{[(Uo_0)_{j1}]_{1,1}}{[(Uo_0)_{j1}]_{2,1}} \cdot Z_j$ 

```

Рис.15. Формирование габаритных лучей пучка

С помощью программы формируется два типа пучков: конический U<sub>0</sub> и заполненный U<sub>p</sub>. Кроме того, вторым элементом программа «Пучок» выводит вычисленное значение переднего отрезка U<sub>01</sub>=S. Первым элементом выводятся матрицы лучей.

Для тестирования правильности задания параметров пространства предмета формируются чертежи габаритных лучей пучка в проекциях на координатные плоскости. Документ программы с комментариями показан ниже. Третьим выводится вектор длин лучей.

При построении крайних лучей используется формула координат точки B на луче, отстоящей от предшествующей точки с координатами A на расстояние L, и направляющими косинусами U: B = A + U·L. Если известна проекция длины луча на ось аппликата, то  $L = \frac{Z}{U_z}$ .

Чертежи проекций пучка (рис.16) позволяют тестировать ввод данных.

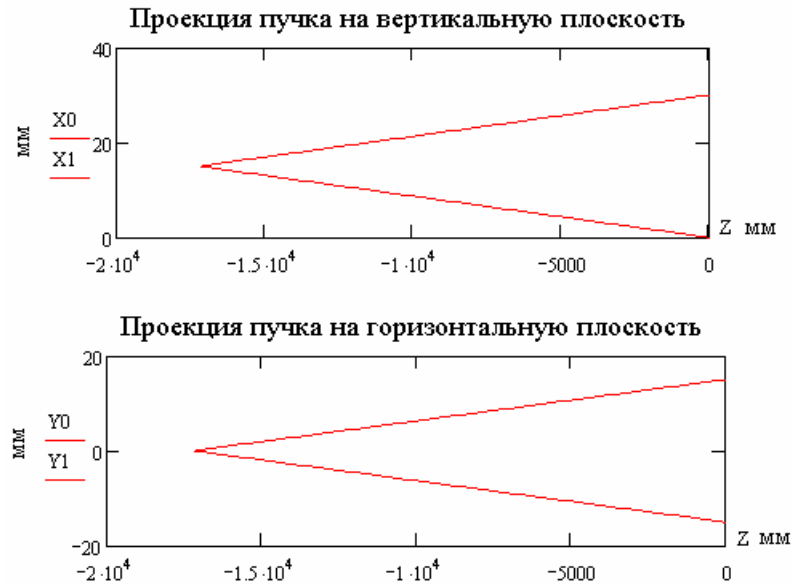


Рис.16. Проекция входного пучка лучей

### 3.2.2. Определение спектральных показателей преломления

Банк состоит из 63 марок стекла, показатели преломления указаны для 11 линий спектра (рис.17).

Банк стёкол рассортирован по 12 векторам длиной 63 элемента: Name – названия марок – развёрнутая по столбцам матрица «Марки» и 11 векторов показателей преломления в соответствии с последовательностью марок в векторе «Name» для линий спектра:  $L_i, L_h, \dots, L_r$ .

|          |        |        |        |         |        |        |        |   |
|----------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|---|
| Марки := | 0      | 1      | 2      | 3       | 4      | 5      | 6      | 7 |
| 1        | "ЛК3"  | "БК6"  | "ТК14" | "СТК12" | "БФ11" | "ЛФ5"  | "ТФ2"  |   |
| 2        | "ЛК4"  | "БК8"  | "ТК16" | "СТК19" | "БФ12" | "ЛФ9"  | "ТФ3"  |   |
| 3        | "ЛК6"  | "БК10" | "ТК17" | "КФ4"   | "БФ13" | "ЛФ10" | "ТФ4"  |   |
| 4        | "ЛК7"  | "БК13" | "ТК20" | "КФ6"   | "БФ16" | "Ф1"   | "ТФ5"  |   |
| 5        | "ФК14" | "ТК2"  | "ТК21" | "КФ7"   | "БФ21" | "Ф4"   | "ТФ7"  |   |
| 6        | "К8"   | "ТК4"  | "ТК23" | "БФ1"   | "БФ24" | "Ф6"   | "ТФ8"  |   |
| 7        | "К14"  | "ТК8"  | "СТК3" | "БФ6"   | "БФ25" | "Ф9"   | "ТФ10" |   |
| 8        | "К19"  | "ТК12" | "СТК7" | "БФ7"   | "БФ28" | "Ф13"  | "ОФ1"  |   |
| 9        | "БК4"  | "ТК13" | "СТК9" | "БФ8"   | "ТБФ4" | "ТФ1"  | "ОФ4"  |   |

|                  |         |         |         |         |         |         |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Линии спектра    | i       | h       | g       | F'      | F       | e       |
| Длины волн (мкм) | 0,365   | 0,40466 | 0,43583 | 0,47999 | 0,48613 | 0,54607 |
| Линии спектра    | d       | D       | C'      | C       | r       |         |
| Длины волн (мкм) | 0,58756 | 0,5893  | 0,64385 | 0,65628 | 0,70652 |         |

Рис.17. Банк марок стекла

Необходимо составить программу, которая по имени марки стекла определяет номер элемента вектора «Name». Далее по имени линии спектра формируется имя вектора показателей преломления, из которого по ранее найденному номеру элемента определяется требуемый показатель преломления. Документ Маткад, реализующий этот план приведён ниже (рис.18).

```

Число_марок := 63
Число_сред := rows(Параметры) - 9      Число_сред = 2

Номер_марки(a) := | n ← -1
                  | for i ∈ 0..Число_марок - 1 if IsString(a)
                  |   if Namei = a
                  |     | n ← i
                  |     | break
                  | n

Номера := for i ∈ 0..Число_сред - 1      Номера =  $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$ 
          ci ← Номер_марки(Параметры9+i,1)

Показатель(n, a) := | return 1 if n < 0 ∨ ¬IsString(a)
                   | return Lin if a = "i"
                   | return Lhn if a = "h"
                   | return Lgn if a = "g"
                   | return LF'n if a = "F'"
                   | return LFn if a = "F"
                   | return Len if a = "e"
                   | return Ldn if a = "d"
                   | return LDn if a = "D"
                   | return LC'n if a = "C'"
                   | return LCn if a = "C"
                   | return Lrn if a = "r"

Показатели := for i ∈ 0..Число_сред - 1
               | a1,0 ← Показатель(Номераi, Параметры6,1)
               | a1,1 ← Показатель(Номераi, Параметры7,1)
               | a1,2 ← Показатель(Номераi, Параметры8,1)

Показатели =  $\begin{pmatrix} 1.5163 & 1.513895 & 1.521955 \\ 1.5163 & 1.513895 & 1.521955 \end{pmatrix}$ 

```

Рис.18. Программа определения номера элемента по имени марки

В первом столбце матрицы «Показатели» помещаются показатели преломления на основной линии, во втором и третьем – на пограничных линиях спектра.

### 3.2.3. Формирование матрицы ЗПС

Матрица ЗПС включает в себя информацию о пространственном положении всех граней по ходу главного луча. Она содержит 3 строки и 2N столбцов, где N – число граней (зеркал) системы. Матрица формируется в



результате обработки входной таблицы «ЗПС». Вектор нормали к грани в плоскости главного сечения, если известен угол  $\alpha$  к оси OZ может быть получен по формуле:

$$N = M_y \left( - \left( \alpha \pm \frac{\pi}{2} \right) \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = M_y \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (29)$$

Здесь из двух возможных направлений нормали выбрано одно. Векторы нормалей к граням крыши, ребро которой составляет с осью OZ угол  $\alpha$ , определяются из формул:

$$N_{\text{КРЫША}} = M_y \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) M_x \left( \pm \frac{\pi}{4} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (30)$$

Справедливость этих формул следует из того факта, что совмещение орта аппликата с нормалью грани осуществляется поворотом относительно оси OY на угол  $\alpha \pm \frac{\pi}{2}$ . Поэтому орт нормали находится с помощью обратного преобразования, применённого к орту аппликата. Совмещение же орта аппликата с нормалью граней крыши требует дополнительного поворота на угол  $45^\circ$  около оси OX. В обратном преобразовании последовательность поворотов меняется на обратную, а углы - на противоположные, как это указано в (30).

Если главное сечение повёрнуто в пространстве относительно эталонного, лежащего в плоскости OXZ, то требуются дополнительные преобразования, повороты системы координат относительно исходной системы координат, указанные в таблице «ЗПС».

Документ построения матрицы ЗПС приведён на рис.19, в котором

1. По числу строк таблицы «ЗПС» определяется число сечений.
2. Задаются матричные функции поворотов относительно координатных осей.
3. Описывается программа поворота или орта аппликата (параметр A – текстовая переменная), или вектора A. Параметр B – матрица поворота, используется для формирования матрицы «крыши».
4. Программа «Матрица» формирует матрицу ЗПС по ходу главного луча. Счётчик j отслеживает число столбцов матрицы. В цикле по сечениям:
  - Открывается счётчик «o» столбцов таблицы ЗПС,
  - Открывается «бесконечный» цикл,
  - Пополняется счётчик столбцов,
  - Извлекается значение угла грани,
  - «Бесконечный» цикл прерывается, если в строке появляется текстовая переменная и формируется вектор t признаков Призма (1)-Зеркало(0),

- Пополняется счётчик столбцов матрицы,
- Вычисляется число граней в текущем сечении
- Извлекаются координаты точки на грани из таблицы ЗПС и формируется вектор координат,
- Извлекается информация об осях дополнительного поворота,
- Осуществляется поворот орта аппликата до получения орта нормали,  $B$  – единичная матрица,
- Происходит, если необходимо, поворот координат точки на грани.
- В заключение векторы  $b$  объединяются в искомую матрицу.
- Выводятся три элемента: матрица ЗПС, вектор числа элементов в сечениях, вектор признаков сечений.

Число\_сечений :=  $\frac{\text{rows}(\text{ЗПС})}{3}$       Число\_сечений = 2

$$M_x(\alpha) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad M_y(\alpha) := \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad M_z(\alpha) := \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Поворот(ось1,  $\alpha$ , ось2,  $\beta$ , u, B, A) :=  $a \leftarrow \text{if}(\text{IsString}(A), M_y\left(\frac{\pi}{2} - u \cdot \text{deg}\right) \cdot B \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, A)$

Матрица :=  $j \leftarrow -1$

```

for i ∈ 0..Число_сечений - 1
  a ← -1
  while 1
    o ← o + 1
    gi ← o - 2
    a ← ЗПС3,i,o
    if IsString(a)
      ti ← if(substr(a,0,1) = "П", 1, 0)
      break
    j ← j + 2
    (x z) ← {ЗПС2+3·i,o ЗПС1+3·i,o}
    bj-1 ← (x 0 z)T
    (ось1 α ось2 β) ← {ЗПС3,i,0 ЗПС3,i,1 ЗПС3,i+1,0 ЗПС3,i+1,1}
    bj ← Поворот{ось1, α, ось2, β, a, Mx(0), ""}
    bj-1 ← Поворот{ось1, α, ось2, β, a, Mx(0), bj-1}
  c ← b0
  for i ∈ 1..j
    c ← augment{c, bi}
  (c g t)T

```

Матрица<sub>0</sub> =

|   | 0 | 1 | 2 | 3 | 4      | 5  | 6      | 7 | 8 | 9 | 10 | 11     | 12    | 13    | 14    | 15 |   |
|---|---|---|---|---|--------|----|--------|---|---|---|----|--------|-------|-------|-------|----|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.707 | 30 | -0.707 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0      | 30    | 0     | 0     | 0  |   |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0      | 0  | 0      | 0 | 0 | 0 | 0  | -0.707 | 0     | 0.707 | 0     | 0  |   |
| 2 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0.707  | 0  | -0.707 | 0 | 1 | 0 | 1  | 0      | 0.707 | 0     | 0.707 | 0  | 1 |

Рис.19. Формирование матрицы ЗПС

Информация об оптических средах ЗПС помещается в матрицу «Среды», которая формируется одноимённой программой (рис.20).

```

Среды :=
  n ← cols{Матрица0}
  for i ∈ 0..n-1
    hi ← (-1)i · (1 1 1)T
  v0 ← 0
  for i ∈ 0..Число_сечений-1
    vi+1 ← vi + {Матрица1}i
  v ← v·2
  for i ∈ 0..Число_сечений-1
    if {Матрица2}i
      hvi+1 ← {ПоказателиT}(i)
      for m ∈ 1..{Матрица1}i-1
        hvi+1+2·m-1 ← {ПоказателиT}(i)
        hvi+1+2·m ← -{ПоказателиT}(i)
      hvi+1-1 ← (1 1 1)T
  p ← h0
  for i ∈ 1..n-1
    p ← augment{p, hi}

```

|         |   |   |       |       |        |       |        |       |   |
|---------|---|---|-------|-------|--------|-------|--------|-------|---|
|         | 0 | 1 | 2     | 3     | 4      | 5     | 6      | 7     |   |
| Среды = | 0 | 1 | 1.516 | 1.516 | -1.516 | 1.516 | -1.516 | 1.516 | 1 |
|         | 1 | 1 | 1.514 | 1.514 | -1.514 | 1.514 | -1.514 | 1.514 | 1 |
|         | 2 | 1 | 1.522 | 1.522 | -1.522 | 1.522 | -1.522 | 1.522 | 1 |
|         | 8 | 9 | 10    | 11    | 12     | 13    | 14     | 15    |   |
|         | 0 | 1 | 1.516 | 1.516 | -1.516 | 1.516 | -1.516 | 1.516 | 1 |
|         | 1 | 1 | 1.514 | 1.514 | -1.514 | 1.514 | -1.514 | 1.514 | 1 |
|         | 2 | 1 | 1.522 | 1.522 | -1.522 | 1.522 | -1.522 | 1.522 | 1 |

Рис.20. Матрица «Среды»

Комментарии к программе «Среды».

- Размерность матрицы «Среды» совпадает с размерностью матрицы ПЗС:  $3 \times n$ . Число строк – по числу линий спектра, число столбцов по удвоенному числу элементов ЗПС.
- В первом цикле формируется матрица сред для зеркальной системы: в нечётных столбцах 1, в чётных -1.
- Формируется вектор  $v$  – начальных значений столбцов матрицы ПЗС для сечений.
- Цикл по сечениям призм.
- Сначала происходит заполнение столбцов, относящихся к среде призмы за первой гранью.
- Потом в цикле по числу элементов в сечении формируются показатели преломления остальных граней призмы.

- По завершении цикла происходит корректировка показателя преломления среды за последней гранью, где находится воздух.
- В конце программы из векторов  $h$  собирается матрица  $p$  – матрица сред.

Если какая-либо грань ПЗС замещается крышей, информация о чём находится во вторых строках первых двух столбцов таблицы ПЗС, то в данном комплексе с помощью программы «Крыши» (рис.21) формируются матрицы крыш размерностью  $3 \times 4$  и вектор. Вектор номеров рёбер крыш, замещающих соответствующие грани в объединяющей все сечения матрице системы. Число крыш в одном сечении не больше двух.

```

Крыши :=
  k ← -1
  m ← 0
  G ← Матрица1
  K ← "нет"
  N ← G0
  for i ∈ 0.. Число_сечений - 1
    m ← m + Gi-1 - 1 if i > 0
    for j ∈ 0.. 1
      if ЗПС3·i+2,j ≠ 0
        k ← k + 1
        o ← ЗПС3·i+2,j
        (x z) ← {ЗПС2+3·i,o ЗПС1+3·i,o}
        c ← (x 0 z)T
        a ← ЗПС3·i,o
        (ось1 α ось2 β) ← {ЗПС3·i,0 ЗПС3·i,1 ЗПС3·i+1,0 ЗПС3·i+1,1}
        b1 ← Поворот(ось1, α, ось2, β, a, Mx( $\frac{\pi}{4}$ ), "")
        b2 ← Поворот(ось1, α, ось2, β, a, Mx( $-\frac{\pi}{4}$ ), "")
        c ← Поворот(ось1, α, ось2, β, a, Mx(0), c)
        Kk ← augment(c, b1, c, b2)
        Nk ← m + o - 2
  (N)
  (K)
  Крыши = ( 4
            "нет" )

```

Рис.21. Формирование матриц крыши

Комментарии к программе «Крыши».

- $k$  – счётчик числа крыш в системе,
- $m$  – счётчик полного числа граней по сечениям,
- $G$  – вектор числа граней по сечениям ПЗС,
- Если в системе нет крыш, то  $K$  и  $N$  приготовлены к выводу.
- В цикле по сечениям пополняется счётчик полного числа граней и открывается цикл по двум возможным крышам в сечении,
- Если крыша присутствует, соответствующая ячейка ЗПС отлична от нуля, то пополняется счётчик числа крыш и определяется номер индекса грани (номер столбца в таблице ЗПС), замещаемой крышей.
- В дальнейшем координаты точки ребра «с» и орты нормалей «b1» и «b2» вычисляются аналогично как в программе «Матрица».
- В конце цикла путём объединения векторов формируется матрица крыши, и вектор номеров, начиная с нуля, граней ПЗС, замещаемых крышей.
- В завершении работы программы выводится два элемента: вектор номеров рёбер крыш и вектор матриц крыш

### 3.3. Трассировка лучей через ЗПС

#### 3.3.1. Пересечение

Воздействие призмы на пучок лучей описывается операциями трассировки: пересечение луча с плоскостью, преломление и отражение. Плоскость задаётся ортом нормали к плоскости  $N$  и точкой плоскости  $A$ . Для произвольной точки плоскости  $X$  вектор  $X-A$ , очевидно, лежит в плоскости, поэтому скалярное произведение орта нормали и этого вектора равно нулю. Поэтому в векторном виде уравнение плоскости имеет вид

$$N(X-A)=0. \quad (31)$$

Матрица луча  $(C,L)$  это объединение вектора «С» точки на луче и оптического лучевого вектора  $L$ , равного произведению показателя преломления среды, в которой распространяется луч, и направляющих косинусов луча. Произвольная точка «В» на луче, отстоящая от точки «С» на расстояние «s», записывается в виде

$$B = C + \frac{L}{n}s \quad (32)$$

Если  $s$  – длина луча до пересечения его с плоскостью, то подставляя вместо координат  $X$  в (31) координаты точки  $B$  после преобразований получаем

$$s = -\frac{N(C-A)}{NL}n \quad (33)$$

Подстановка (33) в (32) даёт координаты точки пересечения заданного луча и плоскости:

$$B = C - \frac{N(C - A)}{NL} L. \quad (34)$$

### 3.3.2. Преломление, отражение.

Ранее была получена формула (14), связывающая падающий  $L$  и преломлённый (отражённый в случае  $n' = -n$ )  $L'$  лучевые векторы:

$$L' = L + N \left[ \text{sign}(n'(L, N)) \sqrt{n'^2 - n^2 + (L, N)^2} - (L, N) \right]$$

Приведённое выражение справедливо для любой поверхности, плоской и неплоской, и в частности может быть использовано для анализа влияния погрешностей отступления граней призматических систем от плоскостности. Совместно с алгоритмом нахождения точки встречи луча с поверхностью (34) это выражение составляет основу математической модели произвольной ЗПС.

Отражение луча от крыши имеет пространственную неопределённость. «Крыша» делит пучок пространственно, поэтому последовательность отражений для произвольного луча изначально неизвестна. Для определения последовательности граней необходимо определить, какая из точек пересечения луча с гранью находится ближе (рис.22). Пересечение луча  $(A, L)$  с гранями крыши 1 и 2 даёт точки пересечения  $B$  и  $C$ . Так как расстояние  $|B - A| < |C - A|$ , то первой встречает луч грань 1 и затем отражается от грани 2. Такая операция осуществляется программой «Крыша» (рис.23).

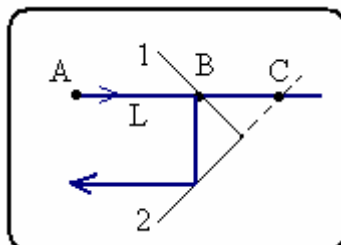


Рис.22. Точки пересечения луча с гранью призмы

Трассировка через ЗПС луча, задаваемого матрицей луча  $U$ , осуществляется программой «Система» (Рис.24). Входными параметрами кроме матрицы луча служат:  $P$  – матрица ЗПС,  $\Pi$  – матрица сред,  $K$  – структура из двух элементов, полученных в результате программы «Крыши»: вектора, номеров граней в ЗПС, замещённых крышей, и соответствующих вектору матриц крыш,  $\lambda$  – номер линии спектра (0 – основная, 1 и 2 – побочные),  $op$  – оптический путь луча.

В основе программы лежит цикл по элементам ЗПС, зеркалам, граням и рёбрам. Момент совпадения текущей переменной цикла с номером ребра крыши фиксируется вспомогательной программой «Совпадение». Если в системе крыши отсутствуют, то вторым элементом структуры  $K$  является текстовая переменная «нет». Это фиксируется выводом числа «ноль». В противном случае определяется число крыш и в цикле по крышам ищется требуемое совпадение и запоминается номер крыши по ходу элементов ЗПС.

Чтобы этот номер был отличен от нуля, так как он используется в дальнейшем в качестве логической переменной, к нему прибавляется единица.

$$\begin{array}{l}
 \text{Крыша}(X, L, K, \text{op}) := \left\{ \begin{array}{l}
 x \leftarrow X - \frac{K^{(1)} \cdot (X - K^{(0)})}{K^{(1)} \cdot L} \cdot L \\
 y \leftarrow X - \frac{K^{(3)} \cdot (X - K^{(2)})}{K^{(3)} \cdot L} \cdot L \\
 \text{if } |X - x| < |X - y| \\
 \quad \left\{ \begin{array}{l}
 \text{op} \leftarrow \text{op} + |X - x| \\
 p \leftarrow L - 2 \cdot K^{(1)} \cdot (L \cdot K^{(1)}) \\
 z \leftarrow x - \frac{K^{(3)} \cdot (x - K^{(2)})}{K^{(3)} \cdot p} \cdot p \\
 \text{op} \leftarrow \text{op} + |z - x| \\
 p \leftarrow p - 2 \cdot K^{(3)} \cdot (p \cdot K^{(3)})
 \end{array} \right. \\
 \text{otherwise} \\
 \quad \left\{ \begin{array}{l}
 \text{op} \leftarrow \text{op} + |X - y| \\
 p \leftarrow L - 2 \cdot K^{(3)} \cdot (L \cdot K^{(3)}) \\
 z \leftarrow y - \frac{K^{(1)} \cdot (y - K^{(0)})}{K^{(1)} \cdot p} \cdot p \\
 \text{op} \leftarrow \text{op} + |y - z| \\
 p \leftarrow p - 2 \cdot K^{(1)} \cdot (p \cdot K^{(1)})
 \end{array} \right. \\
 (z \ p \ \text{op})^T
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Рис.23. Программа пересечения луча с крышей

Комментарии к программе.

- 1) Входными параметрами служат: X–координаты точки на наддающем на «крышу» луча, L–оптический вектор луча, K–матрица крыши, ор–оптическая длина луча до точки X.
- 2) По формуле (34) вычисляются координаты точек пересечения x и y с гранями крыши.
- 3) С помощью альтернативного оператора «если» определяется, какая из точек пересечения с гранями крыши находится ближе к точке падения X.
- 4) Для той грани, которая ближе поворачивается оптический путь,
- 5) далее по (14) вычисляется оптический вектор отражённого луча,
- 6) определяется координата точки пересечения с другой гранью,
- 7) ещё раз поворачивается счётчик оптического пути и

- 8) вычисляется оптический вектор отражённого от «крыши» луча.
- 9) При выходе из программы формируется три величины: координаты точки на выходной грани крыши, оптический вектор луча и оптический путь луча до выхода из крыши.

|   |  |
|---|--|
| <pre> Совпадение(i,K) :=   return 0 if IsString{K<sub>1</sub>}   n ← rows{K<sub>0</sub>}   for j ∈ 0..n-1       return j+1 if i = {K<sub>0</sub>}<sub>j</sub>       return 0 otherwise </pre> | <pre> Система(P,Π,U,K,λ,op) :=   k ← cols(P)   X<sub>0</sub> ← U<sup>&lt;0&gt;</sup>   L<sub>0</sub> ← U<sup>&lt;1&gt;</sup>   Ag<sub>0</sub> ← 0   m ← -1   for i ∈ 0..k-1       if Совпадение(i,K)           a ← Крыша[X<sub>1</sub>,L<sub>1</sub>,{K<sub>1</sub>}<sub>Совпадение(i,K)-1</sub>,op]           X<sub>i+1</sub> ← a<sub>0</sub>           L<sub>i+1</sub> ← a<sub>1</sub>           op ← op + a<sub>2</sub>·Π<sub>λ,2,i</sub>           otherwise           n0 ← Π<sub>λ,2,i</sub>           n1 ← Π<sub>λ,2,i+1</sub>           X<sub>i+1</sub> ← X<sub>i</sub> - <math>\frac{P^{&lt;2,i+1&gt;} \cdot (X_i - P^{&lt;2,i&gt;})}{P^{&lt;2,i+1&gt;} \cdot L_i} \cdot L_i</math>           τ ← L<sub>i</sub>·P<sup>&lt;2,i+1&gt;</sup>           d ← τ<sup>2</sup> + n1<sup>2</sup> - n0<sup>2</sup>           if τ<sup>2</sup> + 1 - n0<sup>2</sup> &lt; 0               m ← m + 1               Ag<sub>m</sub> ← i + 1               return "полное внутреннее отражение" if d &lt; 0               L<sub>i+1</sub> ← L<sub>i</sub> + P<sup>&lt;2,i+1&gt;</sup>·(sign(n1·τ)√d - τ)               op ← op +  X<sub>i+1</sub> - X<sub>i</sub> ·Π<sub>λ,2,i</sub>               {X L<sub>k</sub> op Ag}<sup>T</sup> </pre> |
|---|--|

*Рис.24. Программа трассировки луча через ЗПС*

В программе «Система» число граней ЗПС извлекается из числа столбцов матрицы ЗПС. Начальные координаты точки на луче и лучевой вектор извлекается из матрицы луча U. Подготавливается вектор, в который будут заноситься номера граней, требующих серебрения. Открывается счётчик таких граней m.

Далее в цикле по элементам:



- Проверяется наличие крыши и в положительном случае программа обращается к программе «Крыша» (рис.23). Происходит обновление параметров луча и суммируется оптический путь.

- В противном случае извлекаются величины показателя преломления до и после текущего элемента ЗПС из матрицы сред, находится точка пересечения луча с плоскостью.

- Преломление или отражение луча осуществляется в соответствии с формулой (14). При этом происходит проверка в необходимости серебрить преломляющую поверхность и формируется соответствующий вектор.

- Выводятся 4 величины: Координаты точек луча на гранях, лучевой вектор на последней грани, оптический путь и вектор номеров граней, требующих серебрения.

Блок-схема алгоритма трассировки одного луча через призму представлена на рис.25, а программа, составленная по этому алгоритму, приведена на рис.26.

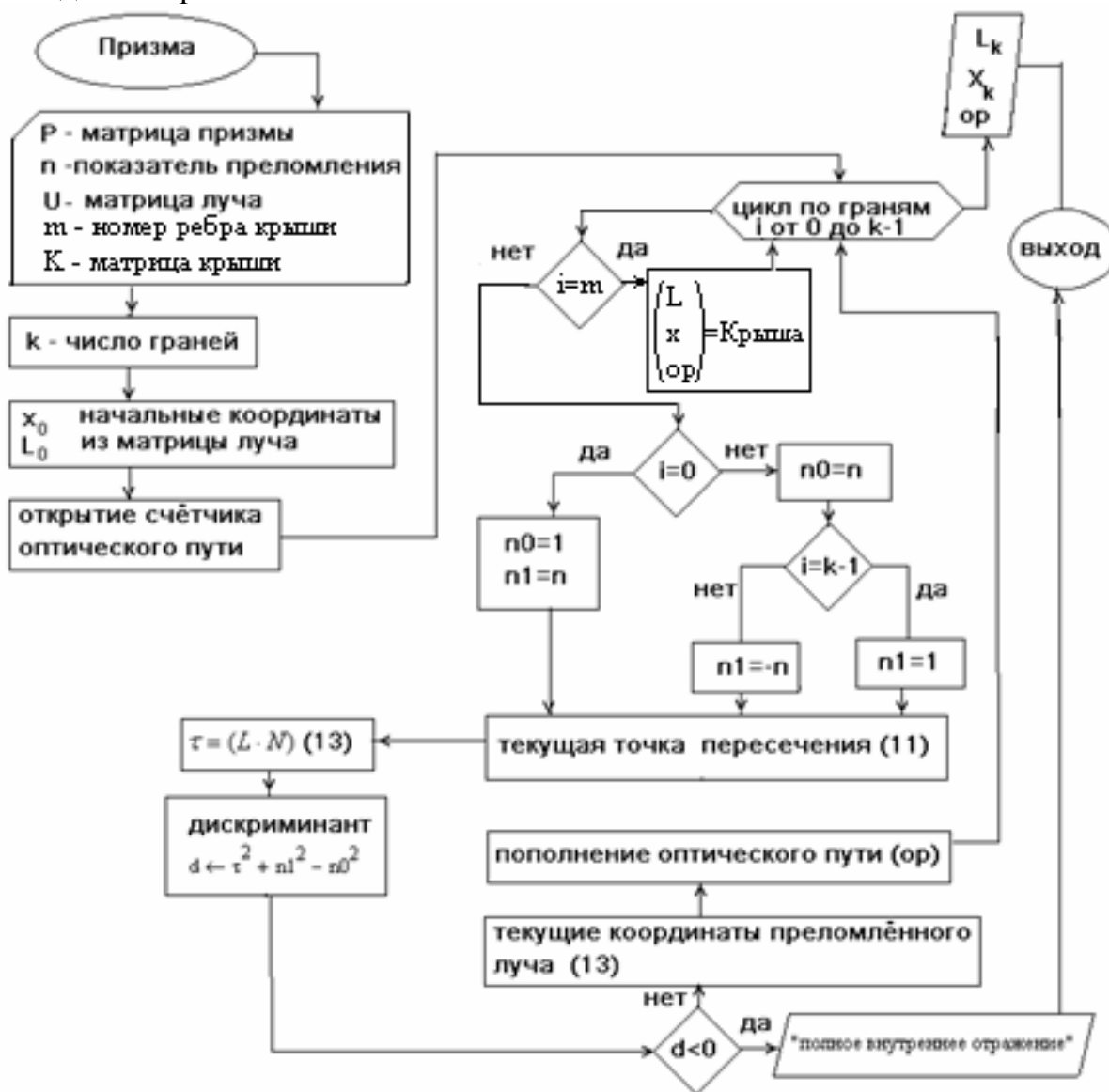


Рис.25. Алгоритм трассировки луча через призму

Трассировка пучка через призму осуществляется введением ранжированной переменной по числу лучей в пучке. Для этого во входную грань призмы вписывается круг. Круг разбивается на точки одним из способов, рассмотренных ранее. Определяется число лучей, строится пучок лучей. В цикле по ранжированной переменной находятся матрицы лучей пучка на выходе из призмы. По завершении работы программы «Призма» для всего пучка в распоряжении имеется массив матриц лучей на выходной грани.

Полагая, что плоскость изображения в призме параллельна последней грани, то есть её нормаль совпадает с нормалью грани, а координаты точки изображения получены в результате работы программы «Призма» (рис.24), то плоскость изображения известна. Используя формулу луча, находим пятно изображения путём пересечения пучка с плоскостью изображения.

Рассмотрим пример. Пента призма (рис.7) переносит изображение точки предмета, расположенной перед призмой на расстоянии 1м, и имеет координаты (5,0,-1000). Материал призмы: К8. Основная длина волны D, побочная – F.

С помощью программы «Изображение» находим координаты точки изображения на основной длине волны. Матрица плоскости изображения

имеет вид:  $\begin{pmatrix} 1022,517 & 1 \\ 0 & 0 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$ . Плоскость параксиального изображения для линии F лежит на 84 мкм ближе к выходной грани призмы. Эта разность характеризует продольную хроматическую аберрацию призмы. Поперечная хроматическая аберрация определяется разностью диаметров хроматических пятен рассеяния в плоскости установки. Координаты точек пересечения пучка лучей с плоскостью изображения находим с использованием уравнения луча. Программа нахождения координат пятна рассеяния представлена на рис.27. Входными параметрами служат: Матрица плоскости установки M, вектор матриц пучка U и вектор оптических путей. В программе:

- 1) По числу строк вектора пучка определяется число лучей.
- 2) В цикле по лучам определяется длина луча, оптический путь и координаты в плоскости установки текущего луча.

Разность диаметров пятен, поперечная хроматическая аберрация, составила 0,83 мкм, что в угловой мере равно 0,08 угл. сек.

```

Призма(P, U, n, m, K) :=
  k ← cols(P)
  X0 ← U<0>
  L0 ← U<1>
  op ← 0
  for i ∈ 0..k-1
    if i = m
      a ← Крышка(Xi, Li, K, op)
      Xi+1 ← a0
      Li+1 ← a1
      op ← a2
    otherwise
      n0 ← if(i = 0, 1, n)
      n1 ← if(i = k-1, 1, if(i = 0, n, -n))
      Xi+1 ← Xi -  $\frac{P^{<2i+1>} \cdot (X_i - P^{<2i>})}{P^{<2i+1>} \cdot L_i} \cdot L_i$ 
      τ ← Li · P<2i+1>
      d ← τ2 + n12 - n02
      return "полное внутреннее отражение" if d < 0
      Li+1 ← Li + P<2i+1> · (sign(n1 · τ) √d - τ)
      op ← op + |Xi+1 - Xi| · n
  (
    Xk
    Lk
    op
  )

```

Рис.26. Трассировка луча через призму

```

PL(M, Uv, op) :=
  k ← rows(Uv)
  for i ∈ 0..k-1
    s ←  $\frac{[M^{<0>} - (Uv_i)^{<0>}] \cdot M^{<1>}}{(Uv_i)^{<1>} \cdot M^{<1>}}$ 
    opi ← opi + s
    yi ← (Uvi)<0> + (Uvi)<1> · s
  (
    y
    op
  )

```

Рис.27. Нахождение координат пятна рассеяния

### 3.4. Параксиальное изображение через призму

Идеальная призма, предназначенная для преобразования направления пучков лучей, эквивалентна плоскопараллельной пластинке и системе зеркал. Аберрации призмы возникают на входной и выходной плоскостях. Внутренние грани действуют как зеркала и аберраций не вносят.

Параксиальное изображение точечного предмета, создаваемое преломляющей плоскостью лежит на перпендикуляре к плоскости с основанием в точке В (рис.28).

$$A'' = B - \frac{n'}{n}(B - A) \quad (35)$$

Уравнение (35) может быть обобщено и на отражение ( $n'=-1, n=1$ ):

$$A' = B + (B - A) = 2B - A. \quad (36)$$

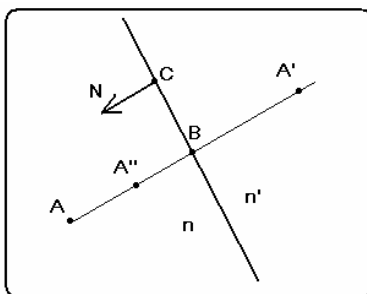


Рис.28. Параксиальное изображение точечного предмета

Точка В находится как пересечение луча из точки А, идущего перпендикулярно к плоскости (см. ниже «Пересечение»). Цепочка преобразований:

- 1) Луч, направленный в точку В, определяется матрицей луча (A,N).
- 2) Для точки В существует скаляр, такой что:  $B = A + Ns$ . В этом уравнении два неизвестных: вектор В и скаляр s.
- 3) Для получения второго уравнения воспользуемся тем обстоятельством, что точка В принадлежит плоскости и вектор В-С перпендикулярен нормали N, тогда их скалярное произведение:  $(B-C)N=0$ .
- 4) Исключая из этих двух уравнений точку В, получаем уравнение:

$$[(A-C) + Ns]N = 0$$

- 5) из которого находим скаляр:

$$s = (C-A)N.$$

- 6) Подставляем это решение в уравнение луча, получаем:

$$B = A + Ns.$$

- 7) С помощью (35) находим координаты точки параксиального изображения:

$$A' = A + \left(1 - \frac{n'}{n}\right)N \cdot s \quad (37)$$

Блок-схема программы представлена на рис. 30.

Для тестирования программы можно построить точки предмета и изображения совместно с контуром призмы (рис.29) и убедиться, что изображение ориентировано в поперечном направлении без смещения.

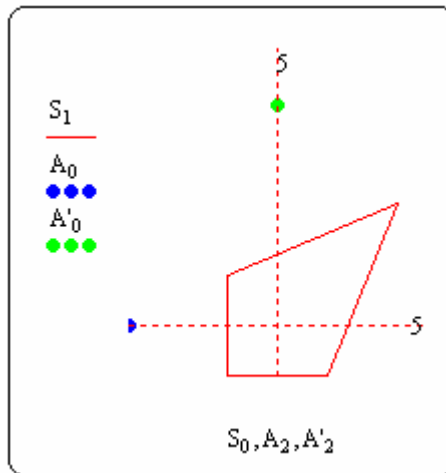


Рис.29. Совмещение точек предмета и призмы

Смещение в продольном направлении зависит от показателя преломления и длины развёртки призмы. При  $n=1$  продольное смещение равно длине развёртки минус передний отрезок до точки предмета.

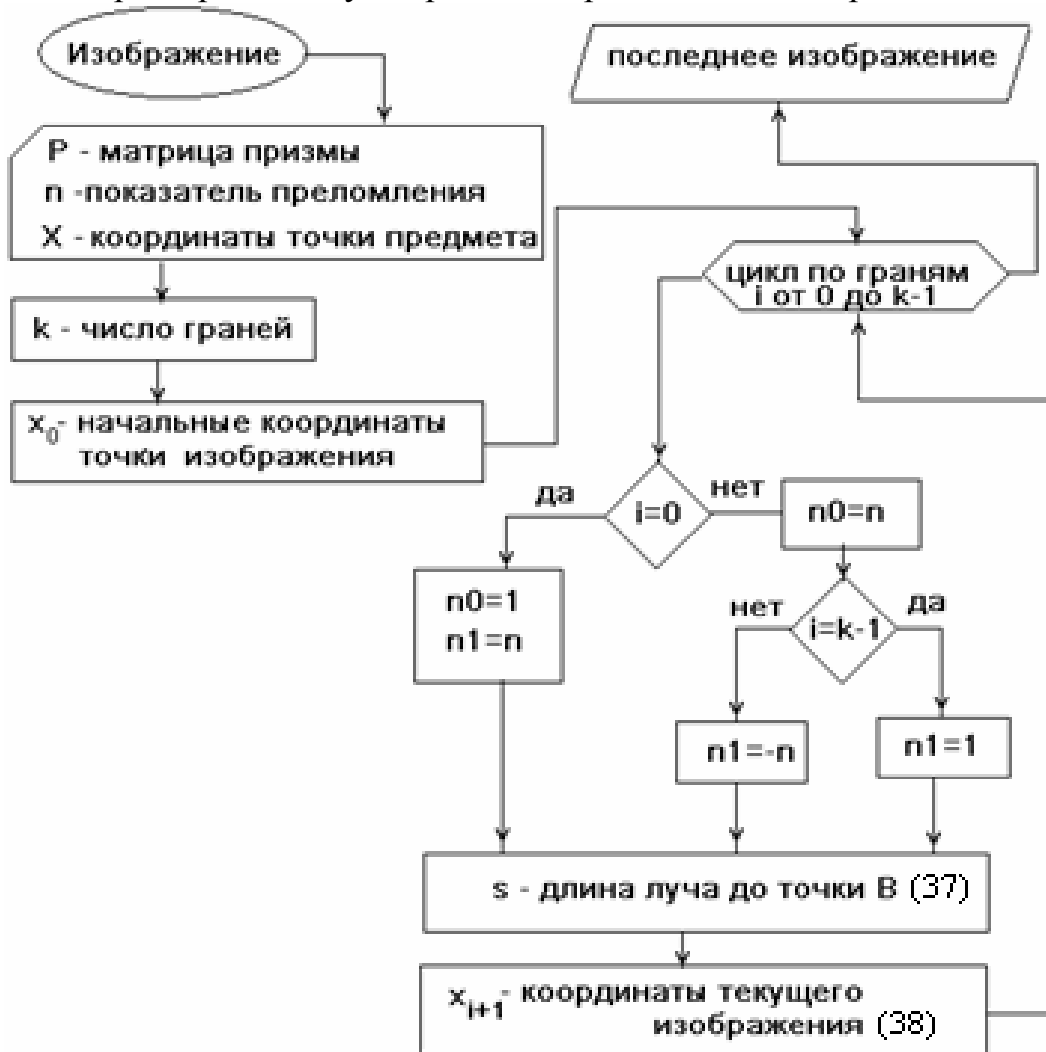


Рис.30. Алгоритм совмещения изображения и предмета

### 3.5. Исследование погрешностей призмы

Располагая пятном рассеяния и массивом направляющих косинусов пучка на выходе и задав погрешности положения граней, можно исследовать влияние погрешностей. Каждая грань, включая ребро крыши, имеет две составляющие погрешностей: в плоскости сечения и в сагиттальной плоскости. Нормали с учётом погрешностей определяются формулой (6). Чтобы определить погрешность угла между смежными гранями достаточно из скалярного произведения нормалей вычесть номинальное значение угла. Все погрешности соберём в матрицу размерностью  $2 \times k$ ,  $k$ - число граней, считая ребро крыши за грань, и добавим погрешность угла крыши. Фрагмент документа во формированию погрешностей представлен на рис.31:

$$M_p := \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{deg}}{60} \quad \alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 2.749 \\ -1.178 \\ -1.571 \end{pmatrix} \quad m := 2 \quad P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.383 & 10 & -0.924 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & -0.924 & 0 & 0.383 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Рис.31. Погрешности призмы

Здесь  $M_p$  матрица погрешностей в минутах, третий столбец относится к погрешностям ребра и угла крыши, в первой строке погрешности в плоскости сечения, во второй строке – погрешности пирамидальности,  $m$  – номер грани с крышей,  $\alpha$  – вектор углов нормалей граней призмы и ребра крыши, приводящих орт оси аппликат коллинеарно нормали,  $P$  – матрица призмы. Программа формирования матриц призмы и крыши с учётом погрешностей приведена на рис.32:

Пусть  $U_i$  – вектор, элементами которого служат оптические направляющие косинусы  $i$ -луча.

1. Средний луч:  $p_i = (U_i)_0$ ,  $q_i = (U_i)_1$ ,  $m_i = (U_i)_2$ .  $p_c = \text{mean}(p)$ ,  $q_c = \text{mean}(q)$ ,  $m_c = \text{mean}(m)$ .
2. Скалярное произведение средних лучей для двух состояний системы даст угловое расхождение, или погрешность направления.
3. Для двух различных показателей преломления скалярное произведение средних лучей даст представление об угловом хроматизме.

```

Порр( $M_p, \alpha, P, m$ ) :=
| B ← P
| k ←  $\frac{\text{cols}(P)}{2}$ 
|  $K_{2,3} \leftarrow 0$ 
|  $c \leftarrow (0 \ 0 \ 1)^T$ 
| for  $i \in 0..k-1$ 
|    $B^{(2i+1)} \leftarrow M_y(-\alpha_i + Mp_{0,i}) \cdot M_x(Mp_{1,i}) \cdot c$  if  $i \neq m$ 
| if  $m > 0$ 
|    $a \leftarrow M_y(-\alpha_i + Mp_{0,m}) \cdot M_x\left(Mp_{1,m} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot c$ 
|    $b \leftarrow M_y(-\alpha_i + Mp_{0,m}) \cdot M_x\left(Mp_{1,m} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot c$ 
|    $K \leftarrow \text{augment}(P^{(2m)}, a, P^{(2m)}, b)$ 
|  $(B \ K)^T$ 

```

Рис.32. Формирование матрицы призмы и крышки с учетом погрешностей

### 3.6. Призменные системы

В системе призм плоскости главного сечения занимают произвольные положения. Пусть внешняя (глобальная) система координат связана с первой призмой. Нормали векторов к граням будем по-прежнему определять через поворот системы координат до совмещения оси аппликат с нормалью. В частности, это преобразование можно осуществить с помощью двух поворотов (рис.33).

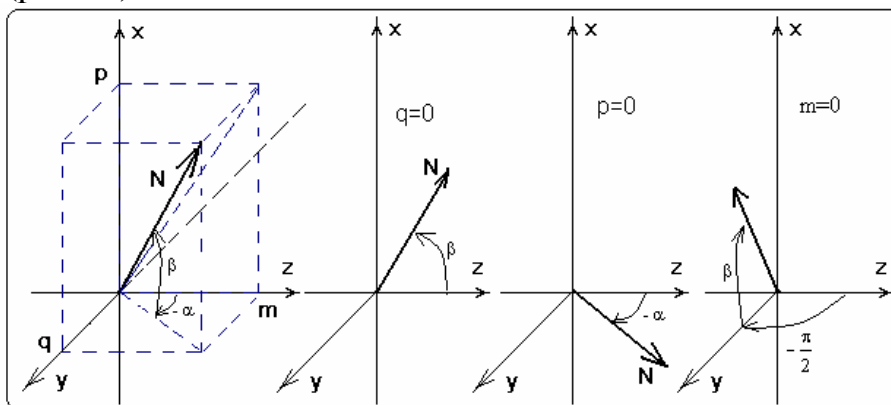


Рис.33. Поворот системы координат

Сначала совмещается ось OZ с проекцией нормали на горизонтальную плоскость OYZ (рис.33) при повороте вокруг вертикальной оси OX в положительном или отрицательном направлении в зависимости от знака орта q. Затем поворотом около оси OY совмещается ось аппликат с нормалью к искомой грани.

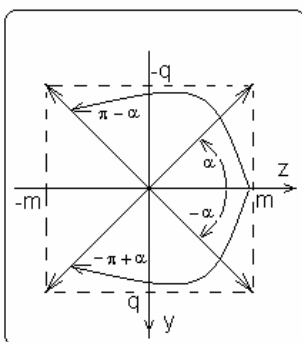


Рис.34. Поворот по OYZ

Искомая нормаль будет определяться выражением:

$$G = \begin{cases} M_Y(\arcsin(p))M_X \left( -\text{sign}(q) \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - \text{sign}(m)) - \text{arctg} \left( \left| \frac{m}{q} \right| \right) \right\} \right), & q \neq 0, \\ M_Y(\arcsin(p)) & q = 0. \end{cases} \quad (38)$$

Из (38) следует, что нормаль призмы определяется следующими величинами: три значения знаковой функции для ортов  $p, q, m$  и два острых угла, составленных 1) проекцией нормали на горизонтальную плоскость с осью OZ и 2) острым углом наклона к горизонтальной плоскости.



## ЗАДАНИЕ

### Задание 1

1. Уяснить физический смысл программ Круг<sub>c</sub> и Контур. Скопировать их себе в файл. Дать текстовые комментарии операторам программ.
2. По блок-схеме (рис.14) составить программу Круг в Маткад.
3. Используя данные своего варианта задания (табл.7), провести вычисления: точек разбиения круга по равномерной и случайной сеткам; построить графики точек разбиения; для обоих случаев построить гомоцентрические пучки; для источника с радиусом  $r$  построить множество излучающих точек, расположенных по равномерному закону и два типа пучков, опирающихся на точки входного зрачка с равномерным и случайным разбиениями.

Таблица 7

| N              | 1    | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8    | 9   | 10  | 11  | 12  |
|----------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|
| R              | 15   | 20  | 25  | 30  | 35  | 40  | 45  | 50   | 55  | 60  | 65  | 70  |
| S              | -100 | -95 | -90 | -85 | -80 | -75 | 75  | 80   | 85  | 90  | 95  | 100 |
| $u^{\circ}$    | 5    | 10  | 15  | 20  | 25  | 30  | -30 | -25  | -20 | -15 | -10 | -5  |
| $\phi^{\circ}$ | 0    | 45  | 90  | 135 | 180 | -45 | -90 | -135 | 30  | 60  | 120 | 150 |
| r              | 1    | 2   | 3   | 4   | 1   | 2   | 3   | 4    | 1   | 2   | 3   | 4   |

4. Сформировать интерфейс программ. Для этого все вычислительные блоки поместить в область и закрыть её. Исходные параметры определить перед областью. Комментарии, объясняющие суть переменных можно поместить в соответствующие идентификаторы, при этом интервалы между словами заполняются символом «подчерк». Для выбора режимов вычислений «равномерный» - «случайный» используйте скрипты: Главное меню: Вставка/Элемент/Флажок или Переключатель или Кнопка. Графики точек разбиения и границ пучков помещаются после области.

### Задание 2

1. Составить вектор углов  $\alpha$  для формирования матрицы призмы, соответствующей Вашему варианту.
2. С использованием формулы (29) образовать вектор нормалей призмы.
3. Составить вектор точек координат граней.
4. С помощью функции augment образовать матрицу призмы.
5. Скопировать программу «Контур\_призмы».
6. С помощью программы получить вектор координат контура призмы.
7. Построить контур и нанести на него координаты точек граней из п.2.1 (рис.4).

### Задание 3

1. Составить программу нахождения изображения по алгоритму, изображённому на блок-схеме (рис.30).
2. Построить график зависимости расстояния между последней гранью и изображением от расстояния между передней гранью и точкой предмета.

### Задание 4

1. По блок-схеме (рис.25) проанализировать программу трассировки луча через призму (рис.29), вставить комментарии.
2. Построить пучок лучей, падающих на входную грань, задавшись расходимостью пучка, равным 3 угл. мин.
3. Произвести трассировку пучка. Определить положение изображения.
4. Заменив в выходных параметрах программы «Призма»  $X_k$  на  $X$ , то есть вместо координат луча на последней грани вывести координаты лучей на всех гранях, проанализировать световые размеры пучка на гранях. Координаты точек лучей на гранях приводятся в вертикальную плоскость с помощью преобразования по формуле (14). После преобразования разность между крайними координатами  $X$  и  $Y$  даст размер светового эллипса на грани. Для наглядности можно построить световые пятна.

### Задание 5

1. Найти передаточные коэффициенты погрешностей углов призмы по отклонению выходного пучка от номинального направления  $A_i$ [мин./мин],  $i=1,k$ , задавая погрешности в минутах и вычисляя угол отклонения в мин. Передаточный коэффициент – это отношение выходного изменения направления пучка к угловой погрешности.
2. Рассчитать допуски на углы по формуле  $\Delta q = \frac{\Delta \xi}{\sqrt{kA}}$ , где в числителе стоит суммарная погрешность, например 10-20'. Она зависит от назначения призмы в схеме,  $k$  – число первичных погрешностей.
3. Поместив предмет на бесконечность, и задавшись погрешностью угла крыши, определить угол двоения изображения и допуск на крышу, если суммарная ошибка двоения не превышает 20''.

### Задание 6

1. Присоедините к Вашей призме призму с номером  $\text{mod}(N+6,12)$ , не учитывая в ней крышу, и определите по формуле (17) направление нормалей. Составьте матрицу системы призм.
2. Проведите вычисления, аналогичные проведённым с одной призмой.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1) И.В.Пейсахсон. Оптика спектральных приборов. Машиностроение, Л., 1970.
- 2) М. Д. Мальцев, Расчёт допусков на оптические детали. - М.: Машиностроение, 1974, с. 103 – 117.
- 3) Вычислительная оптика. Справочник, под ред. Русинова М.М. - Л.: Машиностроение, 1984, с.309-310.
- 4) М. Н. Сокольский, Допуски и качество оптического изображения. - Л.: Машиностроение, 1989, глава 4, с.164-180.
- 5) А.И.Тудоровский. Теория оптических приборов.
- 6) Г.В. Погарев, Н.Г. Киселёв, Оптические юстировочные задачи. – Л.: Машиностроение, 1989, 260 с.
- 7) Ю. Т. Кожевников, Оптические призмы. - М.: Машиностроение, 1984. – 184 с.
- 8) Справочник конструктора оптико-механических приборов. Ред. Кругер М.Я., Панов В.А. – Л.: Машиностроение, 1968, с.225-253.
- 9) Бурбаев А.М., Егоров А.П., Смирнов А.П., Оценка клиновидности развёртки отражательной призмы. Научно-технический вестник. ГУ ИТМО, вып.34, 2006., с.174-178
- 10) А.П.Смирнов, Компьютерное моделирование измерительных процессов. Практикум в среде MathCAD на примерах из механики и оптики. СПб, ГУ ИТМО, 2006, 9
- 11) М.Герцбергер. «Современная геометрическая оптика». М. 1962, с.17-19.



В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»

---

## **КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРИЗАЦИИ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ**

Кафедра Компьютеризации и проектирования оптических приборов была основана в 1939 году. Она была призвана подготавливать инженеров по проектированию военных оптических приборов.

Возглавил кафедру известный специалист в области военных оптико-механических приборов профессор К.Е. Солодилов. На кафедру из Государственного оптического института пришли работать профессора Резунов М.А. и Цуккерман С.Т. Под их руководством на кафедре проводилась также и научно-исследовательская работа. Были разработаны, например, конструкции новых прицелов: пулеметного ПП1, авиационного АСП, ракурсного курсового.

В послевоенный период времени до 1970 года кафедру возглавлял профессор С.Т. Цуккерман, с 1971 по 1984 гг. заведовал кафедрой Сухопаров С.А., в 1985–90 гг. руководил кафедрой заслуженный деятель науки и техники профессор Зверев В.А.. С 1990 кафедрой заведует их ученик профессор Латыев С.М.

Выпускники кафедры всегда славились как хорошие конструкторы, благодаря сильной проектно-конструкторской и научно-педагогической школе, созданной Солодиловым К.Е., Цуккерманом С.Т., Резуновым М.А., Кулагиным В.В., Сухопаровым С.А.. Сотрудниками школы написано около двадцати монографий, учебных пособий и справочников по проектированию оптических приборов, ставших настольными книгами студентов и инженерно-технических работников оптической промышленности.

Основные научные направления работы кафедры связаны с разработкой теоретических основ конструирования оптических приборов, их точностного расчета и юстировки, автоматизацией функционирования приборов и их проектирования, а также с созданием автоматизированных измерительных фотоэлектрических приборов.

На кафедре были разработаны приборы различного назначения:

- Прибор для измерения скоростей и давления жидкостей;
- Кинематомер для контроля точности зубчатых колес и редукторов;
- Стенд для контроля прецизионных муфт;
- Телевизионный дальномер;
- Стенд для контроля надежности биноклей;
- Фотоэлектрический автоколлиматор;
- Цифровой индикатор перемещений.

По результатам научных исследований аспирантами и сотрудниками кафедры были защищены десятки кандидатских и докторских диссертаций.

В настоящее время кафедра имеет четыре специализации выпускников:

- «Специальные оптические приборы» – подготовка инженеров (магистров) по разработке, юстировке, контролю и обслуживанию оптической техники военного назначения, а также космическим и гражданским приборам, которые эксплуатируются в специальных условиях или имеют особые характеристики;
- «Сборка, юстировка, испытание и контроль оптических приборов»- подготовка инженеров (бакалавров) по производству и эксплуатации оптических приборов.
- «Метрология и сертификация оптико-электронных приборов» - подготовка инженеров (бакалавров) для метрологических служб и организаций осуществляющих сертификацию продукции.

Студенты, обучающиеся на кафедре, имеют усиленную подготовку по использованию средств автоматизированного конструирования, контролю, юстировке и испытанию приборов, вопросам обеспечения точности их функционирования.

На кафедре имеются учебные лаборатории: Приборов технического зрения; Военных приборов; Оптических приборов; Контроля и юстировки приборов, Метрологии и сертификации оптико-электронных приборов, а также Конструкторский класс. Ряд учебных занятий по военным и космическим приборам проводится в лабораториях базовых кафедр при ГОИ и ЛОМО.

По учебной и научной работе кафедра имеет многолетнее сотрудничество с Техническим университетом Ильменау (Германия), благодаря которому наиболее успевающие студенты, аспиранты и сотрудники кафедры стажировались в лабораториях этого университета.

Смирнов Александр Павлович  
Филатов Алексей Борисович

**Моделирование функциональных устройств  
оптических приборов  
Часть 2  
Зеркально-призмные устройства**

**Пособие к выполнению практических работ по дисциплине  
«Компьютерное моделирование конструктивных параметров  
функциональных устройств оптических приборов»**

В авторской редакции

Дизайн

Вёрстка

Редакционно-издательский отдел НИУ ИТМО

Зав. РИО

Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99

Подписано к печати

Заказ №

Тираж

Отпечатано на ризографе

А.Б. Филатов

А.Б. Филатов

Н.Ф. Гусарова

