

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Н.В. Ионина, В.В. Орлов, А.В. Павлов

ОПТОИНФОРМАТИКА

Экспериментальный практикум

**«ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ
ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА»**

Учебное пособие



Санкт-Петербург

2012

Н.В.Ионина, В.В.Орлов, А.В. Павлов Лабораторный практикум
«Оптические технологии искусственного интеллекта» / Учебное
пособие. Изд.2., дополненное – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – 73 с.

В пособии представлены методические материалы к лабораторным
работам по курсу «Оптические технологии искусственного
интеллекта».

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по
направлению подготовки бакалавров и магистров 200700 – Фотоника и
оптоинформатика.



В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в
результате которого определены 12 ведущих университетов России,
которым присвоена категория «Национальный исследовательский
университет». Министерством образования и науки Российской
Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018
годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-
Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики»

© Санкт-Петербургский национальный исследовательский
университет
информационных технологий, механики и оптики, 2012

©Н.В.Ионина, В.В.Орлов, А.В.Павлов 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лабораторная работа I.1. Комплексная пространственная фильтрация. Фурье-голограмма, как фильтр пространственных частот.	4
Лабораторная работа I.2. Голографическое распознавание образов. Исследование параметров отклика голографического коррелятора Ван дер Люгта.	11
Лабораторная работа I.3. Голографический коррелятор совместного преобразования.	23
Лабораторная работа I.3-бис. Голографический коррелятор совместного преобразования.	34
Лабораторная работа III.1 Векторно-матричный умножитель – простейший оптический процессор	45
Лабораторная работа № III-2 Оптический вентиль нечёткой (многозначной) логики	56
Лабораторная работа III.3. Реализация арифметики нечетких чисел методом Фурье-голографии	65

Комплексная пространственная фильтрация. Фурье-голограмма, как фильтр пространственных частот

Одна из операций, выполняемых системами искусственного интеллекта, состоит в преобразовании образов, хранимых в её памяти. В настоящей работе изучается одна из ключевых оптических информационных технологий – комплексная фильтрация Фурье-спектра (спектра пространственных частот) изображения. Если амплитудная фильтрация Фурье-спектра, изученная в курсе «Основы оптоинформатики», позволяет увеличить контраст мелких деталей изображения, уменьшить размытость изображения, обусловленную расфокусировкой оптической системы, уменьшить шумы, то комплексная фильтрация позволяет реализовать более сложные модели обработки за счет работы не только со спектром амплитуд, но и со спектром фаз. Комплексная пространственная фильтрация осуществляется путём модуляции Фурье-спектра изображения соответствующим амплитудно-фазовым фильтром. Роль такого фильтра выполняет Фурье-голограмма, на которой записан Фурье-образ изображения. Напомним, что голография – технология, позволяющая записывать и восстанавливать комплексные волновые поля.

Цель работы: Изучение преобразования изображения методом комплексной пространственной фильтрации его Фурье-спектра, осуществляемой Фурье-голограммой.

Задачи работы:

1. Экспериментальное исследование влияния на изображение комплексной пространственной фильтрации его Фурье-спектра.
2. Исследование свойств Фурье-голограмм.
3. Экспериментальное исследование зависимости локальной дифракционной эффективности Фурье-голограмм от условий их записи.

Краткие сведения из теории

При установке транспаранта с изображением в передней фокальной плоскости объектива (линзы), в его задней фокальной плоскости возникает Фурье-образ изображения или, что одно и то же,

его спектр пространственных частот. Математически данное свойство объектива описывается выражением

$$T\left(\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f}\right) = \iint t(x, y) \exp\left[-i2\pi\left(\frac{x_f x}{\lambda f} + \frac{y_f y}{\lambda f}\right)\right] dx dy, \quad (1)$$

где $t(x, y)$ – амплитудное пропускание транспаранта, освещаемого плоской волной, падающей по нормали, $T\left(\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f}\right)$ – Фурье-образ транспаранта, возникающий в задней фокальной плоскости линзы, λ – длина волны света, f – фокусное расстояние линзы, x_f, y_f – координаты в фокальной плоскости линзы. Аргументы $\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f}$ Фурье-образа $T\left(\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f}\right)$ имеют физический смысл пространственных частот ν_x, ν_y , а функция $T(\nu_x, \nu_y)$ – спектра пространственных частот транспаранта $t(x, y)$. Согласно (3), амплитуда и фаза световой волны в точке задней фокальной плоскости линзы с координатами x_f, y_f равна амплитуде и фазе Фурье-спектра амплитудного пропускания транспаранта на пространственных частотах $\nu_x = \frac{x_f}{\lambda f}, \nu_y = \frac{y_f}{\lambda f}$.

Если за первой линзой установить вторую так, чтобы ее передняя фокальная плоскость совпадала с задней первой линзы, то вторая линза, выполнив второе Фурье-преобразование, сформирует в своей задней фокальной плоскости изображение транспаранта, перевёрнутое сверху вниз и справа налево. Такой переворот изображения обусловлен тем, что два последовательных Фурье-преобразования дают исходную функцию, но с обратными знаками аргументов: $f(x, y) \rightarrow f(-x, -y)$.

Если в задней фокальной плоскости первой линзы (Фурье-плоскости) установить амплитудно-фазовую маску (фильтр) с амплитудным пропусканием $H(\nu_x, \nu_y)$, то она промодулирует Фурье-спектр изображения, который примет вид $H(\nu_x, \nu_y)T(\nu_x, \nu_y)$. В результате такой модуляции изображение, возникающее в задней фокальной плоскости второй линзы, будет иметь вид

$$t_1(x, y) = \iint t(\eta, \xi) h(-x - \eta, -y - \xi) d\eta d\xi.$$

Данное выражение есть свёртка исходного перевёрнутого изображения $t(x, y)$ с функцией $h(x, y)$, представляющей собой Фурье-образ амплитудного пропускания $H(v_x, v_y)$ амплитудно-фазового фильтра. Таким образом, комплексная пространственная фильтрация Фурье-спектра позволяет преобразовывать изображение путём его свёртки с заданной функцией.

Пространственную фильтрацию можно осуществить, записывая голограмму в Фурье-плоскости (Рис. 1). Такая голограмма называется Фурье-голограммой, поскольку на ней записывается Фурье-спектр изображения. При освещении голограммы опорной волной она восстанавливает Фурье-спектр, несколько отличающийся от исходного. Отличия возникают в силу ограниченности динамического диапазона регистрирующей среды, используемой для записи голограммы, и, как следствие, нелинейной зависимости амплитудного пропускания голограммы от экспозиции $\tau(E)$. Для того, чтобы голограмма восстанавливала волновое поле без искажений, необходимо, чтобы она записывалась на линейном участке зависимости $\tau(E)$ (рис. 2). Однако, линейный участок динамического диапазона слишком мал, чтобы на нём записать всю Фурье-голограмму. Дело в том, что Фурье-спектр изображений имеет большой перепад интенсивности: интенсивность низких пространственных частот в сотни раз больше интенсивности высоких. В случае если величина экспозиции выходит за пределы динамического диапазона, то голограмма вообще не записывается (рис. 3).

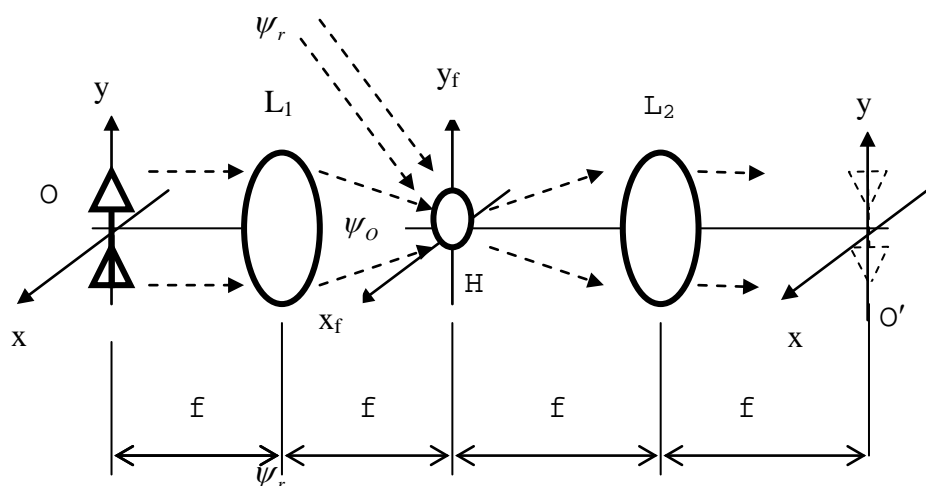


Рис. 1. Схема записи и восстановления Фурье-голограммы H
 ψ_r – опорная волна, ψ_o – объектная волна, O – объект, O' – восстановленное изображение объекта, L_1 и L_2 – линзы, f – их фокусные расстояния, x, y и x_f, x_y – оси координат.

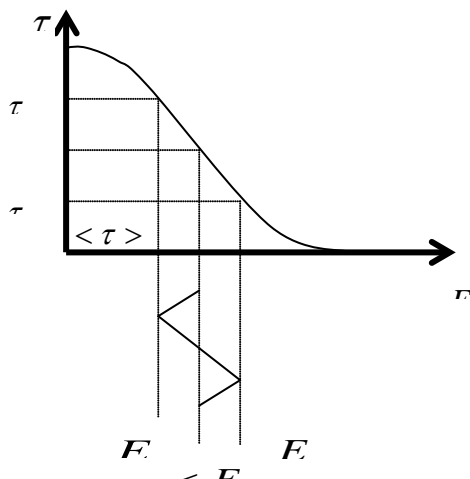


Рис. 2. Запись голограммы на линейном участке зависимости амплитудного пропускания фотопластинки τ от экспозиции E . $\langle \tau \rangle$ – среднее значение амплитудного пропускания, $\langle E \rangle$ – среднее значение экспозиции.

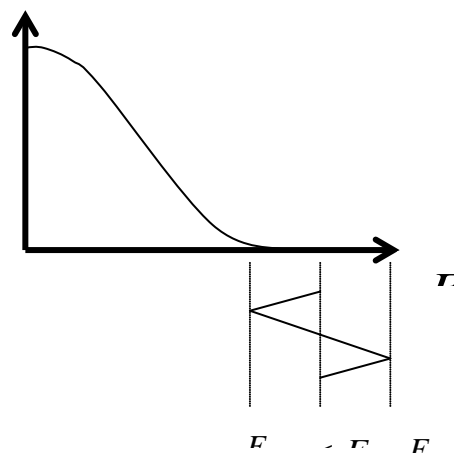


Рис. 3. Случай, когда величина экспозиции E выходит за пределы динамического диапазона регистрирующей среды. $\langle E \rangle$ – среднее значение экспозиции.

Меняя экспозицию при записи голограммы на линейном участке, можно записать либо низкочастотную, либо высокочастотную часть фурье-спектра изображения. Локальная дифракционная эффективность голограммы максимальна на линейном участке и приближается к нулю на нелинейном участке по мере увеличения экспозиции. (Под локальной дифракционной эффективностью голограммы понимается дифракционная эффективность её маленького участка размером несколько микрон.) Поэтому восстановленный голограммой фурье-спектр будет отличаться от исходного спектра либо более интенсивными низкими пространственными частотами, либо более интенсивными высокими, в зависимости от того, какой участок спектра записан на линейном участке зависимости $\tau(E)$. Действие голограммы состоит в модуляции амплитуды исходного спектра локальной дифракционной эффективностью голограммы. Отметим, что увеличение амплитуды высоких частот и уменьшение амплитуды низких приводит в восстановленном изображении к увеличению удельного веса мелких деталей изображения, к уменьшению удельного веса фона, на котором они наблюдаются и к оконтуриванию крупных деталей изображения.

Локальная дифракционная эффективность голограммы существенно зависит от соотношения амплитуд опорной и объектной волн. Она максимальна, когда амплитуды равны. Поэтому для получения максимальной дифракционной эффективности для той части фурье-спектра, которая записывается на линейном участке

зависимости $\tau(E)$ необходимо, чтобы амплитуда опорной волны была равна амплитуде и данной части Фурье-спектра.

Экспериментальная установка

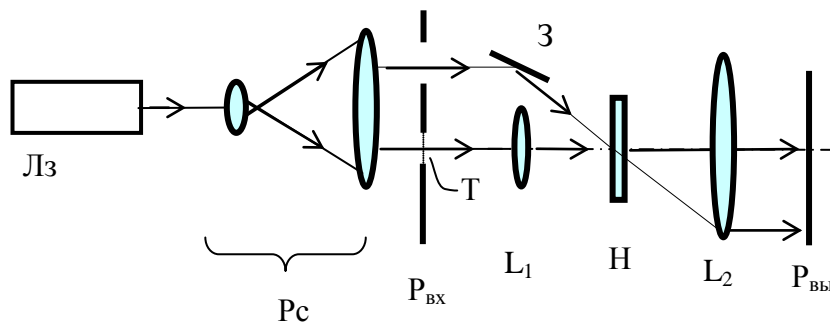


Рис. 4. Схема установки для записи и восстановления Фурье-голограммы

Лз – лазер гелий-неоновый.

Рс – расширитель пучка.

L₁, L₂ – линзы, осуществляющие в схеме преобразование Фурье,

Н – Фурье-голограмма.

Р_{вх} – входная плоскость системы (передняя фокальная плоскость линзы L₁)

Т – транспарант с изображением,

З – зеркало,

Р_{вых} – выходная плоскость системы (задняя фокальная плоскость линзы L₂)

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с экспериментальной установкой.
2. Осмотреть в белом свете, с помощью лупы, штриховую миру используемую как объект.
3. Включить блок питания He-Ne лазера и восстановить изображение с голограммы № 1, на которой на линейном участке зависимости $\tau(E)$ записана низкочастотная часть спектра. Наблюдать восстановленное изображение и отметить его характерные особенности.
4. Перемещая кассету с фотопластинкой, ввести в опорный пучок голограмму № 2, на которой на линейном участке зависимости $\tau(E)$ записана высокочастотная часть спектра. Наблюдать восстановленное изображение и отметить его характерные особенности.

5. Перемещая кассету с фотопластинкой, ввести в опорный пучок голограмму № 3, , на которой благодаря диффузному освещению миры на линейном участке зависимости $\tau(E)$ записан весь Фурье-спектр миры. Наблюдать восстановленное изображение и отметить его характерные особенности.

6. Измерить локальную дифракционную эффективность голограмм № 1, 2 и её зависимость от пространственной частоты. Для этого:
- перекрыть заслонкой опорный пучок и осветить голограмму объектной волной, которая в данном случае фокусируется на голограмме в дифракционно ограниченную точку диаметром 5 микрон,
 - измерить интенсивность объектной волны J_o ,
 - измерить зависимость интенсивности восстановленной опорной волны J_R от величины смещения голограммы l ,
 - рассчитать локальную дифракционную эффективность по формуле $\eta = \frac{J_R}{J_o}$.
 - рассчитать пространственную частоту ν , записанного на голограмме Фурье-образа по формуле $\nu = \frac{l}{\lambda f}$, где $\lambda=6328$ нм – длина волны излучения He-Ne лазера, $f=250$ мм – фокусное расстояние линзы, осуществляющей Фурье-преобразование.
- Найденные значения занести в таблицы.

Табл. 1. Зависимость локальной дифракционной эффективности голограммы №1 от пространственной частоты фурье-образа.

Пространственная частота, (мм ⁻¹)									
Локальная дифракционная эффективность									

Табл. 2. Зависимость локальной дифракционной эффективности голограммы №2 от пространственной частоты фурье-образа.

Пространственная частота, (мм ⁻¹)									
Локальная дифракционная эффективность									

7. Построить графики зависимости локальной дифракционной эффективности двух Фурье-голограмм от пространственной частоты записанного на них Фурье-образа.

8. Составить отчет по результатам выполненной работы, в котором проанализировать полученные результаты.

Контрольные вопросы

1. Какое преобразование испытывает изображение в результате комплексной пространственной фильтрации его Фурье-образа?

2. В чём состоят характерные особенности Фурье-голограммы?

3. От какой характеристики регистрирующей среды зависит способность Фурье-голограммы восстанавливать Фурье-спектр изображения без искажений?

4. В чём характерная особенность спектра пространственных частот изображения?

Литература

1. В.Н. Васильев, А.В. Павлов, «Оптические технологии искусственного интеллекта», СПб, ИТМО, 2005.

2. Г.И. Василенко, Л.М. Цибульский, «Голографические распознающие устройства», М., Радио и связь, 1985.

Лабораторная работа I.2

Голографическое распознавание образов. Исследование параметров отклика голографического коррелятора Ван дер Люгта

Устройства, системы и технологии, служащие для хранения, передачи и обработки информации, являются базовыми составляющими любых систем искусственного интеллекта.

В данной работе рассматривается голографическое устройство, обрабатывающее поступающее на его вход изображение так, что параметры выходного оптического сигнала (отклика) позволяют сравнить это изображение с эталонным изображением, идентифицировать его, т.е. распознать образ.

Это устройство называется голографическим коррелятором, поскольку оно реализует корреляционный алгоритм распознавания, в котором решение о степени сходства изображений принимается по результату вычисления функции взаимной корреляции эталонного и объектного (распознаваемого) изображений.

Эффективно реализовать такой алгоритм позволяют методы голографии Фурье.

Цель работы: Изучение голографического способа реализации корреляционного алгоритма распознавания образов на примере схемы голографического коррелятора Ван дер Люгта.

Задачи работы:

1. Получение корреляционного отклика (сигнала распознавания) от изображения объекта.
2. Экспериментальное исследование свойства инвариантности корреляционного отклика к сдвигу изображения объекта, измерение зависимости координаты отклика от сдвига изображения объекта.
3. Экспериментальное исследование свойства не инвариантности (критичности) корреляционного отклика к повороту изображения, измерение зависимости интенсивности отклика от поворота изображения.
4. Экспериментальное исследование критичности корреляционного отклика (сигнала распознавания) к сдвигу голографического согласованного фильтра: исследование

зависимости интенсивности отклика от величины сдвига Фурье-голограммы перпендикулярно оптической оси.

Краткие сведения из теории

Корреляционный алгоритм распознавания образов основан на построении (или вычислении) **функции взаимной корреляции** двух функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$

$$K(\Delta) = f_1(x) \otimes f_2(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2^*(x - \Delta) dx, \quad (1)$$

и на **прямой теореме корреляции**, согласно которой Фурье-образ функции корреляции двух функций равен произведению Фурье-образа одной функции на комплексно сопряженный Фурье-образ другой функции:

$$F(f_1(x) \otimes f_2(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2^*(x - \Delta) dx \exp(-j\omega \Delta) d\Delta =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(z) f_2^*(z) dx \exp(j\omega(z - x)) dz =, \quad (2)$$

$$\left(\int_{-\infty}^{+\infty} f_2(z) \exp(-j\omega z) dz \right)^* \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) \exp(-j\omega x) dx = F_1(\nu) F_2^*(\nu)$$

(здесь $z=x-\Delta$, а символ F обозначает операцию преобразования Фурье).

Голографический коррелятор Ван дер Люгта вычисляет функцию взаимной корреляции двух изображений: эталонного и объектного посредством реализации выражения (2).

Также говорят, что голографический коррелятор для формирования функции взаимной корреляции реализует принцип согласованной фильтрации. При этом в качестве согласованного фильтра применяется Фурье-голограмма эталонного объекта. Отметим, что согласованный фильтр – частный случай комплексного фильтра, исследованного в предыдущей работе.

Напомним **принцип согласованной фильтрации**. Пусть анализируемое (объектное) изображение описывается функцией $f(x,y)$, эталонное изображение (образ) описывается функцией $s(x,y)$, а $v(x,y)$ представляет аддитивный шум, искажающий изображение.

Распознающее устройство должно сформировать сигнал, (сигнал распознавания) позволяющий принять решение о наличии или отсутствии распознаваемого (эталонного) образа в исследуемом изображении. Эта задача решается использованием линейного фильтра имеющего в спектральной плоскости, передаточную характеристику

$$\text{вида } H(\omega_x, \omega_y) = \frac{cS^*(\omega_x, \omega_y)}{|V(\omega_x, \omega_y)|^2}, \text{ где } S^*(\omega_x, \omega_y) - \text{ комплексно сопряженный}$$

спектр (Фурье-образ) эталонной функции $s(x, y)$, $|V(\omega_x, \omega_y)|^2$ - спектральная плотность мощности шума $v(x, y)$, c - нормирующий множитель. Известно, что фильтр с передаточной характеристикой такого вида является оптимальным в том смысле, что в классе линейных систем он обеспечивает наилучшее обнаружение опознаваемого образа в шумах. При белом шуме $|V(\omega_x, \omega_y)|^2 = \text{Const}$ фильтр такого типа, т.е. с передаточной характеристикой вида

$$H(\omega_x, \omega_y) = cS^*(\omega_x, \omega_y) \quad (3)$$

называют согласованным [1,2], а метод согласованной фильтрации, как видно, идентичен корреляционному (сравните (3) с третьей строкой в выражении (2)).

Изготовление согласованного фильтра для заданных оптической системы распознавания и сигнала – в общем случае серьезная техническая задача, поскольку фильтр должен модулировать как амплитуду, так и фазу световой волны (спектр любой функции, кроме функции Гаусса, – комплексная функция). Применение голографической технологии позволяет относительно просто и эффективно решить задачу изготовления согласованного фильтра. Голографический фильтр обладает замечательным свойством модулировать фазу, не смотря на то, что сам фильтр представляет собой амплитудный транспарант. Метод был предложен в 1963г. сотрудником Мичиганского университета Ван дер Люгтом и заключается в записи Фурье-голограммы заданного (эталонного) образа (изображения). Параметры такой голограммы соответствуют параметрам согласованного фильтра.

Принципиальная оптическая схема голографического коррелятора Ван дер Люгта, реализующего корреляционный алгоритм распознавания образов методом голографической согласованной фильтрации, приведена на рис.1.

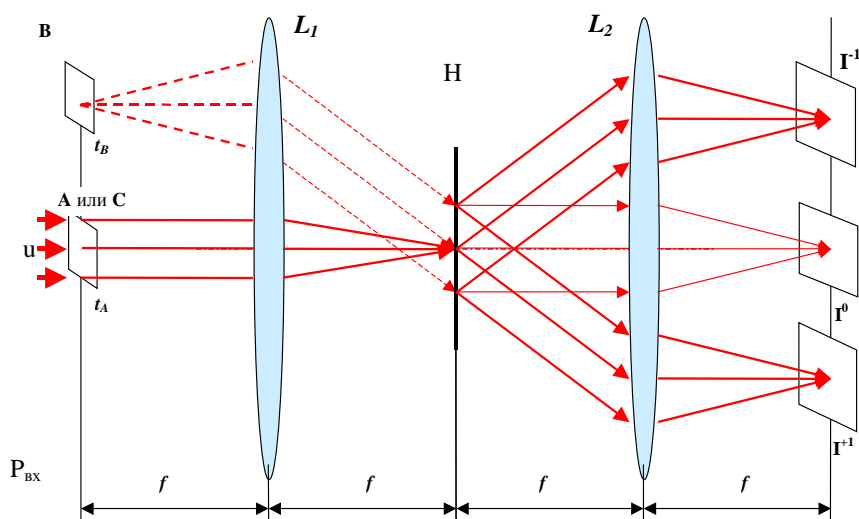


Рис. 1 Принципиальная схема голографического коррелятора Ван дер Люгта

L_1, L_2 – линзы, осуществляющие в схеме преобразование Фурье,

H – Фурье-голограмма эталонного объекта (А),

$P_{вх}$ – входная плоскость системы (передняя фокальная плоскость линзы L_1)

А, В, С – транспаранты, t -пропускание транспарантов,

Γ^i - области локализации в задней фокальной плоскости второй Фурье-преобразующей линзы дифрагировавших пучков ($i=0, +1, -1$)

f – фокусное расстояние линз L_1 ,

Приведенную на рис.1 схему называют еще $4f$ схемой Фурье-голографии, поскольку ее элементы располагаются на расстояниях, равных фокусному расстоянию линз и общая длина схемы равна $4f$.

Принцип действия коррелятора Ван дер Люгта

Пусть во входной плоскости $P_{вх}$ (плоскость изображений) рассматриваемой схемы помещены два транспаранта А и В, амплитудное пропускание которых описывается комплексными функциями $t_A(x,y)$ и $t_B(x,y)$, где (x,y) – пространственные координаты в плоскости $P_{вх}$. Транспаранты освещаются плоской волной с комплексной амплитудой u . Для простоты выражений примем, что u равна единице, тогда комплексная амплитуда поля за транспарантами описывается функциями $t_A(x,y)$ и $t_B(x,y)$ соответственно.

В этом случае в задней фокальной плоскости линзы L_1 формируется поле с комплексной амплитудой вида (далее для упрощения выражений опустим координаты)

$$F(t_A) + F(t_B), \quad (3)$$

где символ F означает преобразование Фурье.

При помещении в эту плоскость светочувствительной регистрирующей среды на ней будет зарегистрировано распределение интенсивности J интерферирующих волновых полей

$$J = (F(t_A) + F(t_B))(F(t_A) + F(t_B))^*, \quad (4)$$

где астериск означает комплексное сопряжение. Величина экспозиции E регистрирующей среды, в качестве которой используется фотопластинка для записи голограмм, описывается выражением

$$E = JT, \quad (5)$$

где T – время экспонирования голограмм. После экспозиции и соответствующей обработки (проявления) будет зарегистрирована голограмма H . Предположим, что амплитудное пропускание голограммы t_H линейно зависит от экспозиции.

$$t_H = t_{H0} + \alpha E = \tau_0 + \alpha JT, \quad (6)$$

где t_{H0} – пропускание не экспонированных участков фотопластинки. Для дальнейшего анализа достаточно учитывать второе слагаемое выражения (6), описывающее переменную составляющую амплитудного пропускания голограммы. Из (6) следует, что передаточная функция H голограммы пропорциональна интенсивности излучения J при записи голограммы:

$$H \propto J = (F(t_A) + F(t_B))(F(t_A) + F(t_B))^* = \\ F(t_A)F^*(t_A) + F(t_A)F^*(t_B) + F(t_B)F^*(t_A) + F(t_B)F^*(t_B) \quad (7)$$

Заметим, что в этом выражении третий член согласован со спектром эталонного изображения t_A . Для того, чтобы это выражение описывало согласованный фильтр необходимо, чтобы $F(t_B) = Const$, что

достигается при использовании в качестве объекта В точечного источника излучения.

При установке проявленной голограммы в положение, соответствующее положению регистрирующей среды при записи голограммы, и помещении объектного изображения t_C (опознаваемый образ) в плоскость P_{BX} вместо эталонного изображения t_A , поле за голограммой будет иметь вид

$$\begin{aligned} & F(t_C) \left((F(t_A) + F(t_B)) (F(t_A) + F(t_B))^* \right) = \\ & F(t_C) \left(F(t_A) F(t_A)^* \right) + F(t_C) \left(F(t_A) F(t_B)^* \right) + \\ & + F(t_C) \left(F(t_B) F(t_A)^* \right) + F(t_C) \left(F(t_B) F(t_B)^* \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Члены, входящие в это выражение, описывают комплексные амплитуды компонентов дифрагировавшей на голограмме волны, распространяющихся в разных направлениях, а именно:

$F(t_C) \left(F(t_A) F(t_A)^* \right)$ и $F(t_C) \left(F(t_B) F(t_B)^* \right)$ распространяются в направлении распространения $F(t_C)$ и формируют нулевой порядок дифракции Γ^0 ;

$F(t_C) \left(F(t_A)^* F(t_B) \right)$ распространяется в направлении распространения $F(t_B)$ и формирует +1 порядок дифракции Γ^+ ;

$F(t_C) \left(F(t_A) F(t_B)^* \right)$ распространяется в направлении, комплексно сопряженном с направлением распространения $F(t_B)$, (т.е. симметричном относительно нулевого порядка дифракции) и формирует -1 порядок дифракции Γ^- .

Соответственно, в задней фокальной плоскости второй Фурье-преобразующей линзы L_2 формируются три области – три порядка дифракции:

компоненты $F \left(F(t_C) \left(F(t_A) F(t_A)^* \right) \right)$ и $F \left(F(t_C) \left(F(t_B) F(t_B)^* \right) \right)$ формируют нулевой порядок дифракции, который в рамках данного рассмотрения нас не интересует;

в +1 порядке дифракции формируется распределение амплитуд

$$F \left(F(t_C) \left(F(t_A)^* F(t_B) \right) \right), \quad (9)$$

в -1 порядке дифракции распределение амплитуд имеет вид

$$F \left(F(t_C) \left(F(t_A) F(t_B)^* \right) \right). \quad (10)$$

Если функция $t_B(x) = \delta(x)$, т.е. является дельта-функцией Дирака и описывает точечный источник излучения (напомним, что Фурье-образ дельта-функции Дирака – константа), то к выражениям (7) и (8) можно применить теоремы корреляции и свертки, соответственно, что даст распределение амплитуд в +1 порядке дифракции

$$F\left(F(t_C)\left(F(t_A)^* F(t_B)\right)\right) = F\left(F(t_C)F(t_A)^*\right) = t_C \otimes t_A, \quad (11)$$

и в -1 порядке дифракции

$$F\left(F(t_C)\left(F(t_A)F(t_B)^*\right)\right) = F\left(F(t_C)F(t_A)\right) = t_C * t_A, \quad (12)$$

где символы \otimes и $*$ обозначают операции корреляции и свертки.

4-f схему Фурье-голографии, в которой используют распределение амплитуд, формируемое в +1 порядке дифракции, называют коррелятором Ван дер Люгта. Фурье-голограмма при этом по определению (3) является согласованным фильтром, поскольку третий член в выражении для передаточной функции голограммы (5), формирующий +1 порядок дифракции, равен комплексно сопряженному Фурье-образу эталонного изображения t_A

$$H^{+1} = F(t_B)F^*(t_A) = c \cdot F^*(t_A). \quad (13)$$

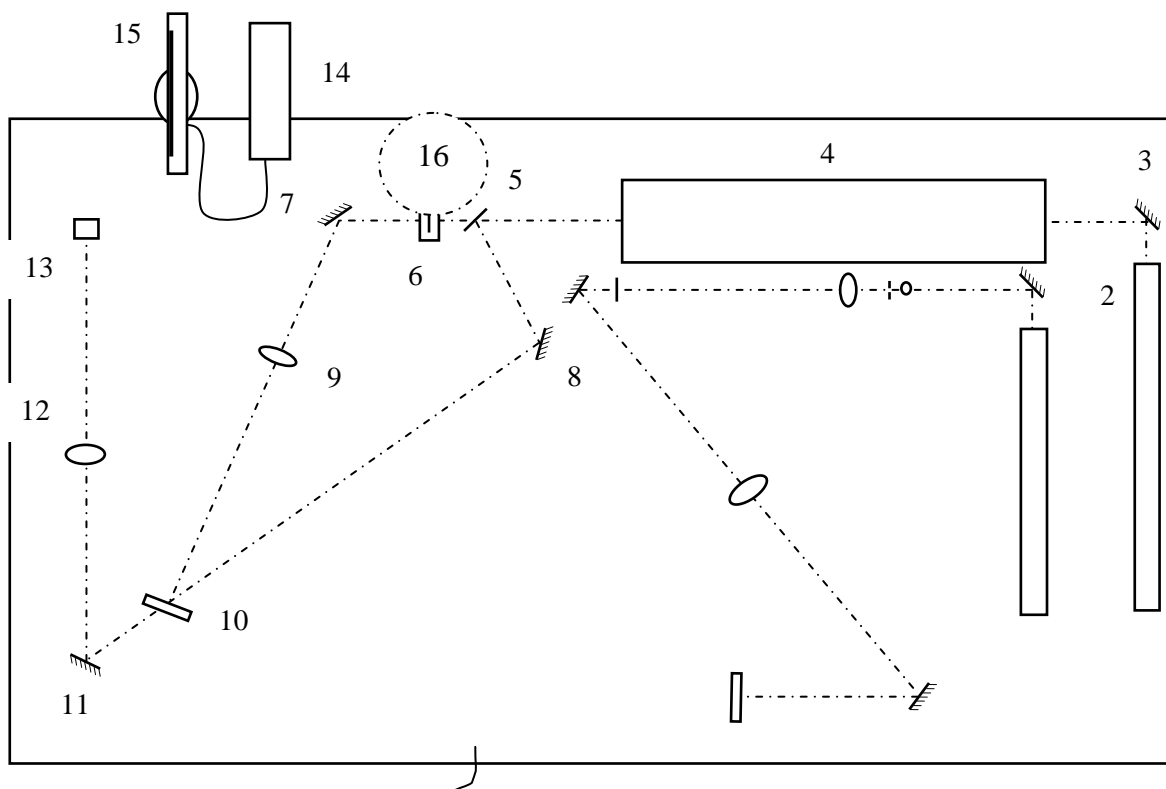
Фурье-голограмма должна располагаться в месте её записи с высокой точностью. Её смещение перпендикулярно оптической оси на величину

$$\Delta = \frac{\lambda f}{D} \quad (14)$$

приводит к исчезновению корреляционного отклика. В этом выражении f – фокусное расстояние линзы L_1 (рис. 1), λ – длина волны света, D – размер транспаранта. Выражение (12) определяет расстояние от максимума до первого минимума в распределении интенсивности в фокальной плоскости линзы L_1 , при дифракции каждой плоской компоненты фурье-спектра объекта на прямоугольной апертуре, ограничивающей объект. Каждая компонента Фурье-спектра объекта фокусируется в плоскости голограммы в дифракционную точку данного размера.

Лабораторная установка «голографический коррелятор Ван дер Люгта»

Лабораторная установка «голографический коррелятор Ван дер Люгта» состоит из совокупности оптико-механических узлов (зеркал, объективов), лазера и голограммы, установленных на амортизированной плите. В качестве распознаваемого (объектного) образа, формирующего корреляционный отклик, в установке используется транспарант в виде фотографии танка.



1

Рис. 2. Схема установки

На виброизолированной плите 1 расположены: 2- He-Ne лазер, 3,7,8,11 – зеркала, 4 – расширитель пучка, 5 – светоделительное зеркало, 6 – транспарант с изображением объекта, 9, 12 – Фурье-преобразующие линзы, 10 – голограмма – голографический согласованный фильтр, 13 – ВЭБ-камера без объектива. Рядом с плитой расположены: компьютер 14 и монитор 15, 16 – рабочее место. Узлы, не обозначенные цифрами, относятся к другой установке, также собранной на плите 1.

Транспарант 6, расположенный в передней фокальной плоскости линзы 9, освещается плоской волной, вышедшей из расширителя пучка 4. В задней фокальной плоскости линзы 9 установлена фотопластинка, на которой записана Фурье-голограмма. При записи голограммы опорной волной служит плоская волна, отражённая от зеркала 8. Для формирования корреляционного отклика, голограмма освещается объектной волной, формируемой транспарантом 6 и линзой 9. При

этом опорная волна перекрывается диафрагмой. Голограмма восстанавливает волну, которая, отражаясь от зеркала 11, падает на линзу 12. В фокальной плоскости линзы 12 формируется корреляционный отклик. ВЭБ- камера 13 используется без объектива и установлена в положение при котором её ПЗС матрица находится в фокальной плоскости линзы 12. Изображение корреляционного отклика наблюдается на экране монитора 15.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с экспериментальной установкой.
- 2. Включить блок питания He-Ne лазера, включить компьютер.**
3. Осмотреть в белом свете копию транспаранта с изображением объекта, подлежащего распознаванию.
4. Наблюдать распределение интенсивности в корреляционном поле объекта на экране монитора, для чего запустить программу web-camera, находящуюся на рабочем столе компьютера.

Указанные ниже операции сдвига и поворота первый раз должны выполняться под контролем преподавателя, поскольку их выполнение неопытным оператором может привести к разюстировке установки и невозможности получения корреляционного отклика, а значит и зачета.

5. Наблюдать изменение корреляционного отклика при:
 - а) сдвиге объекта перпендикулярно оптической оси,
 - б) повороте объекта вокруг оптической оси,
 - с) сдвиге голограммы перпендикулярно оптической оси.

При выполнении этого пункта спросить у преподавателя, какими подвижками оптико-механических узлов надо воспользоваться и в каких пределах их можно изменять.

6. Исследовать свойство инвариантности корреляционного алгоритма к сдвигу изображения. Измерить зависимость положения корреляционного отклика и его полуширины от сдвига объекта перпендикулярно оптической оси. Для выполнения данной операции создать свою папку, в которую записывать изображения корреляционного поля при различных положениях объекта. Для этого сдвигать транспарант из исходного положения, которое принять за начало координат (0.00), в соответствии со значениями сдвига, указанными в таблице 1. (Таблицы создать, заполнить и сохранить в ранее созданной Вами папке). При каждом положении транспаранта

сохранять изображение корреляционного поля, щёлкая левой кнопкой мышки по опции “image”. Номер изображения записать в соответствующую графу табл.1 Сохранённое изображение появляется на экране монитора под своим номером. После записи последнего изображения вернуть транспарант в исходное положение.

Табл. 1. Зависимость смещения корреляционного отклика от сдвига транспаранта

Сдвиг транспаранта, (мм)	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00
Номер сохраненного изображения					
Смещение отклика, (пиксели)					
Полуширина отклика, (пиксели)					

Использовать записанные изображения для анализа свойства инвариантности к сдвигу согласно пункту 9.

7. Исследовать свойство неинвариантности корреляционного алгоритма к повороту изображения. Измерить зависимость интенсивности корреляционного отклика от поворота объекта вокруг оптической оси. Для выполнения данной операции записать изображения корреляционного поля при различных углах поворота объекта вокруг оптической оси. Значения поворота транспаранта из исходного положения (0) указаны в таблице 2. При каждом положении транспаранта сохранять изображение корреляционного поля, щёлкая левой кнопкой мышки по опции “image”. Сохранённое изображение появляется на экране монитора под своим номером. После записи последнего изображения вернуть транспарант в исходное положение.

Табл. 2. Зависимость амплитуды корреляционного отклика от угла поворота транспаранта

Угол поворота транспаранта, (минуты)	0	15	30	45	60
Номер сохраненного изображения					
Амплитуда отклика, отн.ед.					

Использовать записанные изображения для анализа свойства неинвариантности к повороту согласно пункту 10.

8. Исследовать свойство неинвариантности корреляционного алгоритма к сдвигу голограммы. Определить величину сдвига голограммы, при котором корреляционный отклик исчезает. Для этого перемещать голограмму (голографический согласованный фильтр), установленную на подвижном столике, перпендикулярно оптической оси в горизонтальном направлении, наблюдая изображение на экране монитора. Перемещать голограмму до исчезновения отклика сначала в сторону увеличения значений шкалы горизонтальной подвижки столика, затем в сторону уменьшения. Записать оба отсчёта шкалы подвижки столика. Столик вернуть в исходное положение. Величину сдвига голограммы, при которой корреляционный отклик исчезает найти, как разность значений двух отсчётов, делённую на два. (Одно деление шкалы равно 10 мкм).

9. Для измерения зависимости положения корреляционного отклика и его полуширины от сдвига объекта перпендикулярно оптической оси запустить программу Mathcad “Сдвиг” и далее следовать её указаниям. Измеренные значения положения и полуширины внести в таблицу 1.

10. Для измерения зависимости интенсивности корреляционного отклика от поворота объекта вокруг оптической оси запустить программу Mathcad “Поворот” и далее следовать её указаниям. Измеренные значения интенсивности внести в таблицу 2.

Обработка полученных результатов

1. По графикам зависимости положения корреляционного отклика и его полуширины от смещения объекта перпендикулярно оптической оси сделать выводы о характере данных зависимостей.

2. По графикам зависимости интенсивности корреляционного отклика от угла поворота объекта вокруг оптической оси, определить угол поворота объекта, при котором интенсивность отклика уменьшается в два раза.

3. Сравнить расчётное и измеренное значения смещения голограммы перпендикулярно оптической оси, при которых корреляционный отклик исчезает. Для расчёта воспользоваться соотношением (12) при следующих значениях $f=500$ мм, $\lambda=628$ нм, $D=12$ мм.

5. Составить отчет по результатам выполненной работы, включив в него графики и таблицы.

Контрольные вопросы

1. Дать краткое описание корреляционного алгоритма распознавания образов, сопровождая его соответствующими математическими формулами.
2. Описать принцип согласованной фильтрации.
3. Дать математическое выражение для прямой теоремы корреляции.
4. Указать, по отношению к каким трансформациям объекта корреляционный отклик инвариантен и к каким не инвариантен.
5. Предполагая, что для формирования опорной волны использовался точечный источник излучения ($t_B(x) = \delta(x)$), пользуясь формулой (8), дать математическое описание восстановления голограммы **H** этим же точечным источником. Рассмотреть порядки дифракции голограммы и определить порядок, в котором формируется волновое поле объекта.

Литература

1. **В.Н. Васильев, А.В. Павлов, «Оптические технологии искусственного интеллекта», СПб, ИТМО, 2005.**
2. Г.И. Василенко, Л.М. Цибулькин, «Голографические распознающие устройства», М., Радио и связь, 1985.

Лабораторная работа I.3

Голографический коррелятор совместного преобразования

Устройства, системы и технологии, служащие для хранения, передачи и обработки информации, являются базовыми составляющими любых систем искусственного интеллекта.

В данной работе рассматривается голографическое устройство, оптическим путем осуществляющее обработку поступающего на вход изображения объекта так, что параметры выходного оптического сигнала (отклика) позволяют идентифицировать объект с заданным эталоном, т.е. распознавать образы.

При этом используется корреляционный алгоритм распознавания, когда решение о степени сходства принимается по результату вычисления функции взаимной корреляции двух изображений: эталонного (заданного) и объектного (распознаваемого).

Эффективно реализовать такой алгоритм позволяют методы голографии Фурье, двумя различными способами. Один способ реализуется голографическим коррелятором Ван дер Люгта, другой коррелятором совместного преобразования.

Цель работы: Изучение голографического способа реализации корреляционного алгоритма распознавания образов, коррелятором совместного преобразования.

Задачи работы:

1. Получение корреляционных откликов (сигналов распознавания) от изображений одинаковых и разных образов (объектов).
2. Экспериментальное исследование свойства инвариантности корреляционного отклика к сдвигу записанной голограммы перпендикулярно оптической оси.
3. Экспериментальное исследование зависимости интенсивности корреляционного отклика от величины экспозиции при записи голограммы.
4. Наблюдение возникновения высших порядков дифракции голограммы при нелинейном режиме её записи.

Краткие сведения из теории

При распознавании образов, для оценки степени сходства образов, широко используется функция взаимной корреляции функций, описывающих образы. Функция взаимной корреляции функций $f_1(x)$, $f_2(x)$ определяется выражением

$$K(\Delta) = f_1(x) \otimes f_2(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2^*(x - \Delta) dx. \quad (1)$$

В голографическом корреляторе совместного преобразования с помощью Фурье-голограммы формируется произведение Фурье-образов функций $f_1(x)$, $f_2(x)$, описывающих сравниваемые образы. Затем по полученному произведению Фурье-образов, с помощью линзы, выполняющей второе Фурье-преобразование, находится функция взаимной корреляции функций $f_1(x)$, $f_2(x)$. Данное преобразование основано на следующем соотношении, связывающем Фурье-образ функции взаимной корреляции $F(f_1(x) \otimes f_2(x))$ с Фурье-образами $F_1(\nu) = F(f_1(x))$, $F_2(\nu) = F(f_2(x))$ функций $f_1(x)$, $f_2(x)$. Здесь F обозначает операцию преобразования Фурье.

$$\begin{aligned} F(f_1(x) \otimes f_2(x)) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2^*(x - \Delta) dx \exp(-j\omega \Delta) d\Delta = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2^*(z) dx \exp(j\omega(z - x)) dz = \int_{-\infty}^{+\infty} f_2^*(z) \exp(j\omega z) dz \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) \exp(-j\omega x) dx = \\ &= \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f_2(z) \exp(-j\omega z) dz \right)^* \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) \exp(-j\omega x) dx = F_1(\nu) F_2^*(\nu) \end{aligned} \quad (2)$$

Данное соотношение является математическим выражением **прямой теоремы корреляции**: Фурье-образ функции корреляции двух функций равен произведению Фурье-образа одной функции на комплексно сопряженный Фурье-образ другой функции. Применение голографической технологии позволяет относительно просто найти корреляционную функцию двух изображений, представленных транспарантами, амплитудное пропускание которых описывается комплексными функциями.

Принцип действия коррелятора совместного преобразования

На рис.1 представлена схема коррелятора совместного преобразования на этапе записи фурье-голограммы. Для создания коррелятора совместного преобразования записывается фурье-голограмма транспарантов А и В, установленных в плоскости $P_{ВХ}$. В данном случае можно сказать, что Фурье-спектр одного объекта служит опорной волной при записи другого спектра, как объектной волны. Амплитудное пропускание транспарантов описывается комплексными функциями $t_A(x,y)$ и $t_B(x,y)$, где (x,y) - пространственные координаты в плоскости $P_{ВХ}$. Транспаранты освещаются плоской волной с комплексной амплитудой p . Для простоты выражений примем, что p равна единице, тогда комплексная амплитуда поля за транспарантами описывается функциями $t_A(x,y)$ и $t_B(x,y)$.

В задней фокальной плоскости линзы L_1 формируется поле с комплексной амплитудой вида (далее для упрощения выражений опустим координаты)

$$F(t_A) + F(t_B), \quad (3)$$

где F обозначает преобразование Фурье.

При помещении в эту плоскость светочувствительной регистрирующей среды на ней, после экспозиции и соответствующей обработки (проявления), будет зарегистрирована голограмма H .

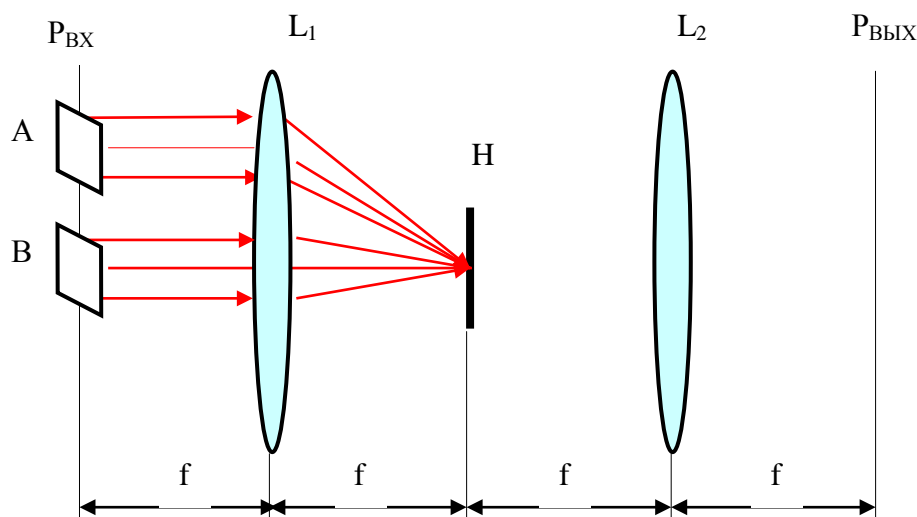


Рис. 1. Принципиальная оптическая схема записи голограммы-картины интерференции двух Фурье-спектров

L_1, L_2 – линзы, осуществляющие в схеме преобразование Фурье,

H – регистрирующая среда, на которой записывается Фурье-голограмма,

$P_{ВХ}$ – входная плоскость системы (передняя фокальная плоскость линзы L_1),

A, B – транспаранты со сравниваемыми изображениями,

$P_{ВЫХ}$ – выходная плоскость системы (задняя фокальная плоскость линзы L_2)

f – фокусное расстояние линз L_1, L_2 .

Строго говоря, понятия опорного и предметного пучков голограммы в этом случае физического смысла не имеют – в начале мы сказали, что один пучок можно рассматривать как опорный, а другой как объектный, а можно и наоборот. На голограмме записываются совместно спектры (точнее - картина интерференции спектров) двух изображений. Амплитудное пропускание голограммы t_H , при его линейной зависимости от экспозиции, будет пропорционально интенсивности волнового поля

$$\begin{aligned} t_H &= \kappa \left\{ \left[F(t_A) + F(t_B) \right] \left[F(t_A) + F(t_B) \right]^* \right\} = \\ &= \kappa \left[|F(t_A)|^2 + |F(t_B)|^2 \right] + \kappa \left[F(t_A) F(t_B)^* \right] + \kappa \left[F(t_B) F(t_A)^* \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где: κ – коэффициент пропорциональности, зависящий от времени экспонирования регистрирующей среды, её свойств и обработки, астериск означает комплексное сопряжение.

Полученная голограмма устанавливается в положение, соответствующее положению среды при записи голограммы. В плоскость $P_{ВХ}$ помещается точечный источник излучения S . Испускаемая им сферическая волна, пройдя через линзу L_1 , трансформируется в плоскую волну, освещающую голограмму H (Рис.2.). Комплексная амплитуда волнового поля, возникающего при этом за голограммой, описывается выражением

$$\begin{aligned} u &= p t_H = \\ &= p \kappa \left[|F(t_A)|^2 + |F(t_B)|^2 \right] + p \kappa \left[F(t_A) F(t_B)^* \right] + p \kappa \left[F(t_B) F(t_A)^* \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где P – комплексная амплитуда плоской волны, падающей на голограмму.

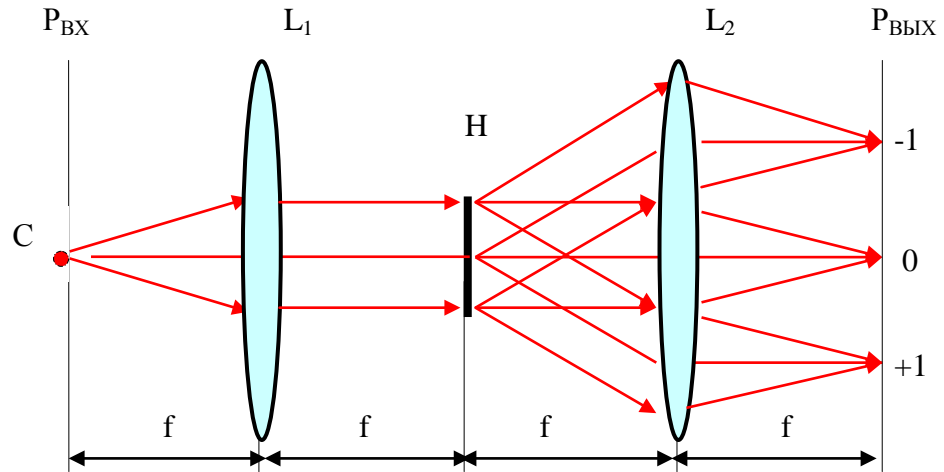


Рис. 2. Принципиальная оптическая схема коррелятора совместного преобразования. Этап получения корреляционной функции.

С – точечный источник излучения,

Н – Фурье-голограмма,

+1, 0, -1 – области локализации волновых полей первого, нулевого и минус первого порядков дифракции в выходной плоскости.

Члены, входящие в выражение (5) описывают комплексные амплитуды волн трёх порядков дифракции, голограммы. Волна

$$p\kappa \left[|F(t_A)|^2 + |F(t_B)|^2 \right]$$

распространяется по направлению распространения падающей на голограмму волны и представляет собой нулевой порядок дифракции. Волны

$$p\kappa \left[F(t_A)F(t_B)^* \right] \text{ и } p\kappa \left[F(t_B)F(t_A)^* \right]$$

представляют собой волны, дифрагировавшие в +1 и -1 порядки дифракции.

В фокальной плоскости P_{ВЫХ} второй Фурье-преобразующей линзы L₂ волны трёх порядков дифракции пространственно разделяются. Волна нулевого порядка дифракции

$$p\kappa F \left[|F(t_A)|^2 + |F(t_B)|^2 \right]$$

локализуется в окрестности оптической оси коррелятора (Рис. 2). В рамках нашего рассмотрения она нас не интересует. Волна +1 порядка дифракции

$$p\kappa F[F(t_A)F(t_B)^*] \quad (6)$$

локализуется ниже оптической оси, волна -1 порядка дифракции

$$p\kappa F[F(t_B)F(t_A)^*] \quad (7)$$

выше оптической оси.

Опуская в выражениях (6) и (7) постоянные множители и выполнив Фурье-преобразование, получим

$$F[F(t_A)F(t_B)^*] = \int_{-\infty}^{\infty} t_A(\eta) t_B^*(\eta + x) d\eta \quad (8)$$

$$F[F^*(t_A)F(t_B)] = \left[\int_{-\infty}^{\infty} t_A(\eta) t_B^*(\eta - x) d\eta \right]^* \quad (9)$$

Выполнив в правых частях равенств (8), (9) инверсию координат x : $x \rightarrow -x$, получим

$$F[F(t_A)F(t_B)^*] = \int_{-\infty}^{\infty} t_A(\eta) t_B^*(\eta - x) d\eta = t_A \otimes t_B \quad (10)$$

и

$$F[F^*(t_A)F(t_B)] = \int_{-\infty}^{\infty} t_B(\eta + x) t_A^*(\eta) d\eta = t_B \otimes t_A. \quad (11)$$

Из равенств (10), (11) следует, что в $+1$ порядке дифракции формируется функция взаимной корреляции функций t_A и t_B , в -1 порядке дифракции функция взаимной корреляции функций t_B и t_A . Значения модулей двух данных функций корреляции симметричны относительно оптической оси коррелятора, а фазы комплексно сопряжены.

Лабораторная установка голографического коррелятора совместного преобразования

Лабораторная установка голографического коррелятора совместного преобразования состоит из лазера, голограмм, зеркал, объективов, установленных на амортизированной плите. На рис. 3 представлена схема установки на этапе записи голограммы.

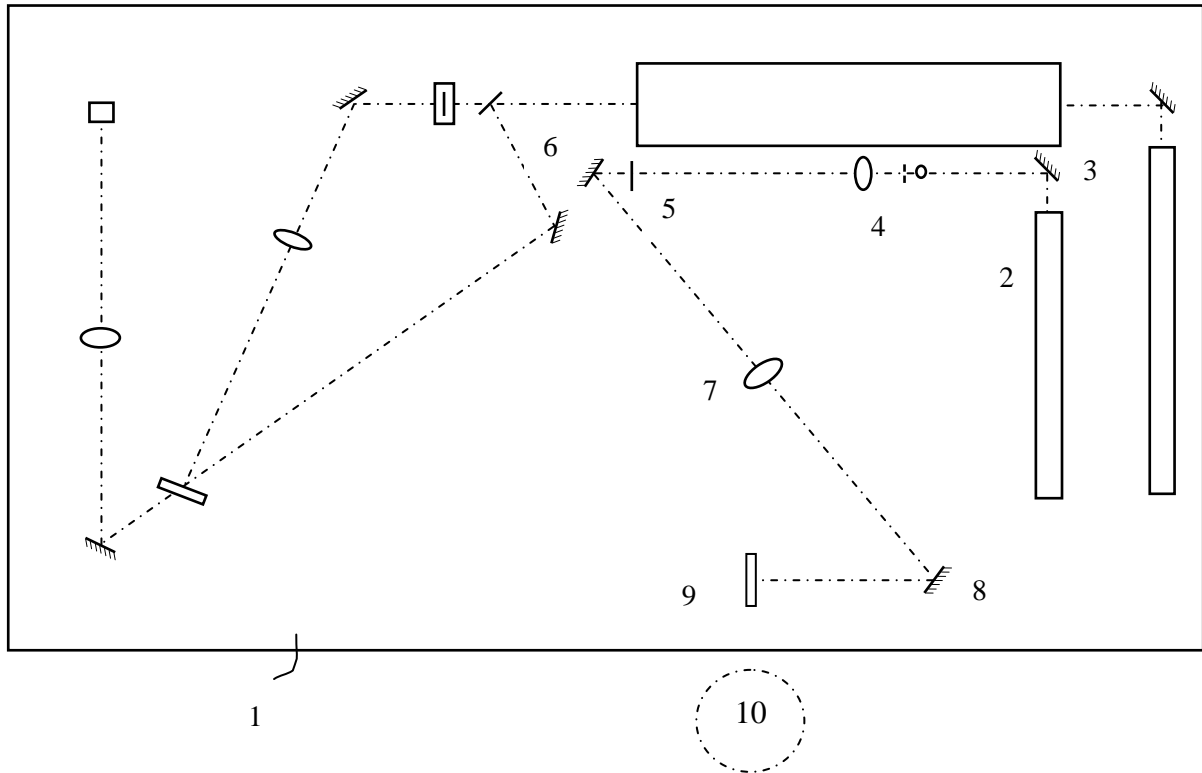


Рис. 3. Схема установки голографического коррелятора совместного преобразования на этапе записи голограммы Фурье-спектров изображений

На плите 1 расположены: 2 – излучатель He-Ne лазера, 3,6,8, – зеркала, 4 – коллиматор (расширитель пучка), 5 – транспарант с изображением двух объектов, 7 – линза, 9 – фотопластинка, на которой записывается голограмма, 10 – рабочее место студента. Узлы, не обозначенные цифрами, относятся к другой установке, также собранной на плите 1.

На транспаранте 5, расположенном в передней фокальной плоскости линзы 9, представлены два изображения, корреляционная функция которых вычисляется. Транспарант 5 освещается плоской волной, сформированной расширителем пучка 4. В задней фокальной плоскости линзы 7 установлена фотопластинка, на которой записывается голограмма фурье-спектров изображений. На одной фотопластинке записывается несколько голограмм на разных участках фотопластинки с разными объектами при разных экспозициях голограмм.

Записанные голограммы используются для получения корреляционного отклика, в соответствии со схемой на рис. 4. Транспарант 5 выводится из пучка, фотопластинка 9 с голограммой

устанавливается на подвижном столике перед линзой 7 и освещается плоской волной, формируемой расширителем пучка 4. В фокальной плоскости линзы 7 формируется корреляционный отклик. Изображение корреляционного отклика увеличивается и проецируется микрообъективом 13 на экран, в качестве которого используется лист плотной белой бумаги. После визуального наблюдения интенсивность корреляционного отклика измеряется с помощью фотодиода и мультиметра.

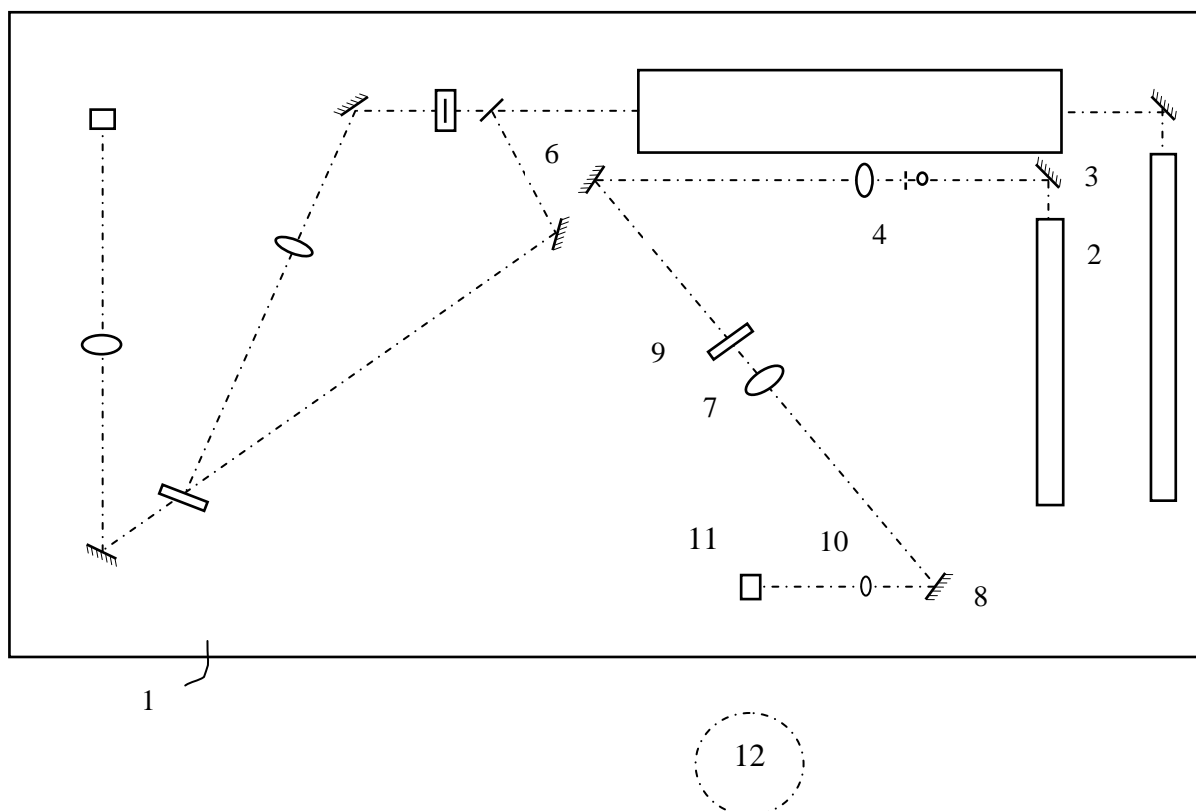


Рис. 4. Схема установки голографического коррелятора совместного преобразования на этапе наблюдения корреляционного отклика

На плите 1 расположены: 2 – излучатель He-Ne лазера, 3,6,8, – зеркала, 4 – расширитель пучка, 7 – линза, 9 – фотопластинка, с записанной на ней голограммой, 10 – микрообъектив, 11-фотодиод, 12 – рабочее место студента.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с экспериментальной установкой.

2. Включить блок питания He-Ne лазера.

3. Осмотреть транспаранты подлежащих распознаванию объектов: двух одинаковых объектов А и А и двух разных объектов А и Б.

4. Установить фотопластинку с голограммами перед линзой 7, в пучок подающей на неё плоской волны излучения He-Ne лазера. На фотопластинке записано 4 голограммы с разными экспозициями двух одинаковых объектов и 4 голограммы с разными экспозициями двух различных объектов. Используя лист белой плотной бумаги, расположить его за линзой 7, и поочерёдно наблюдать порядки дифракции всех голограмм, смещая фотопластинку с голограммами поперёк оптической оси

5. С помощью фотодиода ФД-24 и мультиметра измерить относительные интенсивности первых порядков дифракции всех голограмм. Результаты измерений представить в таблице 1.

Таблица 1.

№ голограммы	1	2	3	4	5	6	7	8
Объекты	А и А	А и А	А и А	А и А	А и Б	А и Б	А и Б	А и Б
Относительная экспозиция	1	3	9	27	1	3	9	27
Интенсивность 1-го порядка дифракции мв								
Интенсивность корреляционного пика мв								

6. Наблюдать корреляционный отклик полученный от голограммы № 4 в фокальной плоскости линзы 7. Для этого использовать микроскоп и светофильтр, установленный перед зеркалом 8, уменьшающий интенсивность света попадающего в глаза. Затем, используя микрообъектив, увеличить изображение корреляционного отклика, спроецировав его на экран, установленный вблизи фотодиода. В качестве экрана использовать белый лист плотной бумаги. Убедится в инвариантности корреляционного отклика к смещению голограммы поперёк оптической оси.

Зарисовать расположение максимумов корреляционного отклика расположенных на горизонтальной и вертикальной линиях, проходящих через центральный максимум.

7. Используя фотодиод и мультиметр, измерить относительные интенсивности центральных максимумов корреляционных откликов

полученных от всех голограмм. Измеренные значения занести в таблицу № 1.

8. Составить отчет по результатам выполненной работы, в котором представить результаты выполненных наблюдений и измерений и дать объяснение:

- чем обусловлено появление высших (т.е. отличных от 0 и ± 1) порядков дифракции голограммы?

- чем обусловлено наблюдаемое число максимумов интенсивностей корреляционного отклика на горизонтальной и вертикальной линиях, проходящих через центральный максимум?

Контрольные вопросы

1. Дать краткое описание алгоритма распознавания образов коррелятором совместного преобразования, сопроводив его соответствующими математическими формулами.

2. Дать математическое выражение для прямой теоремы корреляции.

3. От чего зависит угловое расстояние между нулевым порядком дифракции и первыми порядками дифракции голограммы?

4. Способен ли коррелятор совместного преобразования распознавать одинаковые объекты в случае изменения масштаба изображений объектов или их поворотов вокруг оптической оси?

5. При выполнении работы Вы наблюдали возникновение высших порядков дифракции голограмм, хотя согласно теоретическому анализу должно возникать только три порядка дифракции: 0 и -1, 1. Дело в том, что при теоретическом анализе предполагалось, что амплитудное пропускание голограммы t_H линейно зависит от экспозиции E при записи голограммы $E = JT$, где J -интенсивность излучения, T -время экспонирования голограмм:

$$t_H = t_{H0} + \alpha E, \quad (12)$$

где t_{H0} – пропускание не экспонированных участков фотопластинки. На практике имеет место нелинейная зависимость, которую можно

аппроксимировать полиномом. Ограничившись полиномом второй степени получим

$$t_H = t_{H0} + \alpha E + \beta E^2 + \gamma E^3. \quad (13)$$

Показать, что при такой зависимости амплитудного пропускания голограммы от экспозиции возникнут вторые и третьи порядки дифракции.

Литература

1. В.Н. Васильев, А.В. Павлов, «Оптические технологии искусственного интеллекта», СПб, ИТМО, 2005.
2. Г.И. Василенко, Л.М.Цибулькин, «Голографические распознающие устройства», М., Радио и связь, 1985.

Лабораторная работа I.3-бис

Голографический коррелятор совместного преобразования

Устройства, системы и технологии, служащие для хранения, передачи и обработки информации, являются базовыми составляющими любых систем искусственного интеллекта.

В данной работе рассматривается голографическое устройство, оптическим путем осуществляющее обработку поступающего на вход изображения объекта так, что параметры выходного оптического сигнала (отклика) позволяют идентифицировать объект с заданным эталоном, т.е. распознавать образы.

При этом используется корреляционный алгоритм распознавания, когда решение о степени сходства принимается по результату вычисления функции взаимной корреляции двух изображений: эталонного (заданного) и объектного (распознаваемого).

Эффективно реализовать такой алгоритм позволяют методы голографии Фурье, двумя различными способами. Один способ реализуется голографическим коррелятором Ван дер Люгта, другой коррелятором совместного преобразования.

Цель работы: Изучение голографического способа реализации корреляционного алгоритма распознавания образов, коррелятором совместного преобразования.

Задачи работы:

1. Получение корреляционных откликов (сигналов распознавания) от изображений двух одинаковых и двух разных образов (объектов).
2. Исследование зависимости несущей пространственной частоты голограммы от параметров схемы записи голограммы.
3. Экспериментальное исследование свойства инвариантности корреляционного отклика к сдвигу записанной голограммы перпендикулярно оптической оси.
4. Наблюдение возникновения высших порядков дифракции голограммы при нелинейном режиме её записи.

Краткие сведения из теории

При распознавании образов, для оценки степени сходства образов, широко используется функция взаимной корреляции функций, описывающих образы. Функция взаимной корреляции функций $f_1(x)$, $f_2(x)$ определяется выражением

$$K(\Delta) = f_1(x) \otimes f_2(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2^*(x - \Delta) dx. \quad (1)$$

В голографическом корреляторе совместного преобразования с помощью Фурье-голограммы формируется произведение Фурье-образов функций $f_1(x)$, $f_2(x)$, описывающих сравниваемые образы. Затем по полученному произведению Фурье-образов, с помощью линзы, выполняющей второе Фурье-преобразование, находится функция взаимной корреляции функций $f_1(x)$, $f_2(x)$. Данное преобразование основано на следующем соотношении, связывающем Фурье-образ функции взаимной корреляции $F(f_1(x) \otimes f_2(x))$ с Фурье-образами $F_1(v) = F(f_1(x))$, $F_2(v) = F(f_2(x))$ функций $f_1(x)$, $f_2(x)$. Здесь F обозначает операцию преобразования Фурье.

$$\begin{aligned} F(f_1(x) \otimes f_2(x)) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2^*(x - \Delta) dx \exp(-j\omega \Delta) d\Delta = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2^*(z) dx \exp(j\omega(z - x)) dz = \int_{-\infty}^{+\infty} f_2^*(z) \exp(j\omega z) dz \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) \exp(-j\omega x) dx = \\ &= \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f_2(z) \exp(-j\omega z) dz \right)^* \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) \exp(-j\omega x) dx = F_1(v) F_2^*(v) \end{aligned} \quad (2)$$

Данное соотношение является математическим выражением **прямой теоремы корреляции**: Фурье-образ функции корреляции двух функций равен произведению Фурье-образа одной функции на комплексно сопряженный Фурье-образ другой функции. Применение голографической технологии позволяет относительно просто найти корреляционную функцию двух изображений, представленных транспарантами, амплитудное пропускание которых описывается комплексными функциями.

Принцип действия коррелятора совместного преобразования

На рис. 1 представлена схема коррелятора совместного преобразования на этапе записи Фурье-голограммы. Для создания коррелятора совместного преобразования записывается Фурье-голограмма транспарантов А и В, установленных в плоскости $P_{ВХ}$. В данном случае можно сказать, что Фурье-спектр одного объекта служит опорной волной при записи другого спектра, как объектной волны. Амплитудное пропускание транспарантов описывается комплексными функциями $t_A(x,y)$ и $t_B(x,y)$, где (x,y) – пространственные координаты в плоскости $P_{ВХ}$. Транспаранты освещаются плоской волной с комплексной амплитудой p . Для простоты выражений примем, что p равна единице, тогда комплексная амплитуда поля за транспарантами описывается функциями $t_A(x,y)$ и $t_B(x,y)$.

В задней фокальной плоскости линзы L_1 формируется поле с комплексной амплитудой вида (далее для упрощения выражений опустим координаты)

$$F(t_A) + F(t_B), \quad (3)$$

где F обозначает преобразование Фурье.

При помещении в эту плоскость светочувствительной регистрирующей среды на ней, после экспозиции и соответствующей обработки (проявления), будет зарегистрирована голограмма H .

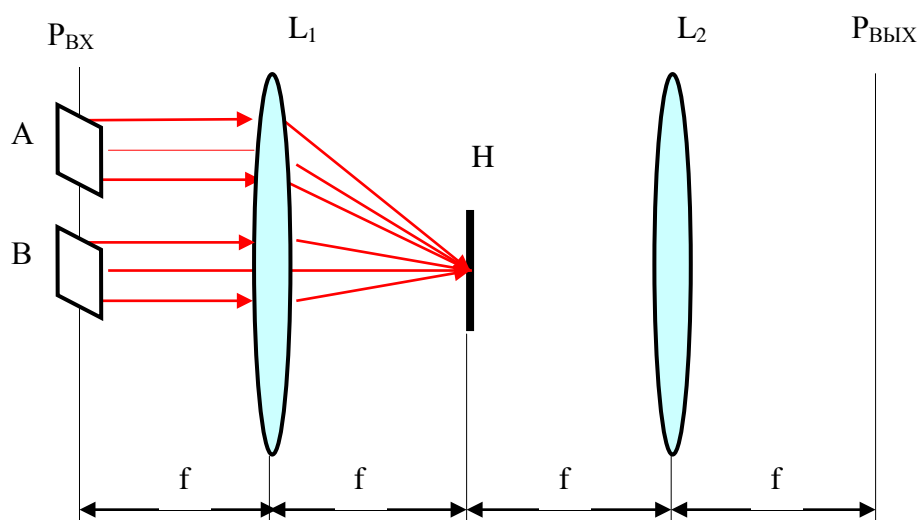


Рис. 1. Принципиальная оптическая схема записи голограммы-картины интерференции двух Фурье-спектров

L_1, L_2 – линзы, осуществляющие в схеме преобразование Фурье,

H – регистрирующая среда, на которой записывается Фурье-голограмма,

$P_{ВХ}$ – входная плоскость системы (передняя фокальная плоскость линзы L_1),

A, B – транспаранты со сравниваемыми изображениями,

$P_{ВЫХ}$ – выходная плоскость системы (задняя фокальная плоскость линзы L_2)

f – фокусное расстояние линз L_1, L_2 .

Строго говоря, понятия опорного и предметного пучков голограммы в этом случае физического смысла не имеют – в начале мы сказали, что один пучок можно рассматривать как опорный, а другой как объектный, а можно и наоборот. На голограмме записываются совместно спектры (точнее - картина интерференции спектров) двух изображений. Амплитудное пропускание голограммы t_H , при его линейной зависимости от экспозиции, будет пропорционально интенсивности волнового поля

$$\begin{aligned} t_H &= \kappa \left\{ [F(t_A) + F(t_B)] [F(t_A) + F(t_B)]^* \right\} = \\ &= \kappa \left[|F(t_A)|^2 + |F(t_B)|^2 \right] + \kappa [F(t_A)F(t_B)^*] + \kappa [F(t_B)F(t_A)^*] \end{aligned} \quad (4)$$

где: κ - коэффициент пропорциональности, зависящий от времени экспонирования регистрирующей среды, её свойств и обработки, астериск означает комплексное сопряжение.

Полученная голограмма устанавливается в положение, соответствующее положению среды при записи голограммы. В плоскость $P_{ВХ}$ помещается точечный источник излучения S . Испускаемая им сферическая волна, пройдя через линзу L_1 , трансформируется в плоскую волну, освещающую голограмму H (Рис.2.). Комплексная амплитуда волнового поля, возникающего при этом за голограммой, описывается выражением

$$u = pt_H = p\kappa \left[|F(t_A)|^2 + |F(t_B)|^2 \right] + p\kappa [F(t_A)F(t_B)^*] + p\kappa [F(t_B)F(t_A)^*], \quad (5)$$

где P – комплексная амплитуда плоской волны, падающей на голограмму.

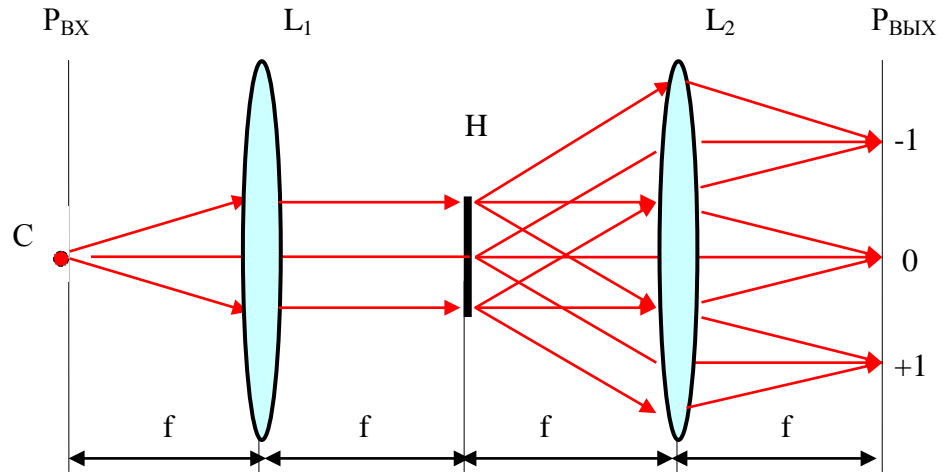


Рис. 2. Принципиальная оптическая схема коррелятора совместного преобразования. Этап получения корреляционной функции.

С - точечный источник излучения,
 Н - фурье-голограмма,
 +1, 0, -1 - области локализации волновых полей первого, нулевого и минус первого порядков дифракции в выходной плоскости.

Члены, входящие в выражение (5) описывают комплексные амплитуды волн трёх порядков дифракции, голограммы. Волна

$$PK \left[|F(t_A)|^2 + |F(t_B)|^2 \right]$$

распространяется по направлению распространения падающей на голограмму волны и представляет собой нулевой порядок дифракции. Волны

$$PK \left[F(t_A)F(t_B)^* \right] \text{ и } PK \left[F(t_B)F(t_A)^* \right]$$

представляют собой волны, дифрагировавшие в +1 и -1 порядки дифракции.

В фокальной плоскости P_{ВЫХ} второй Фурье-преобразующей линзы L₂ волны трёх порядков дифракции пространственно разделяются. Волна нулевого порядка дифракции

$$PKF \left[|F(t_A)|^2 + |F(t_B)|^2 \right]$$

локализуется в окрестности оптической оси коррелятора (Рис.2). В рамках нашего рассмотрения она нас не интересует. Волна +1 порядка дифракции

$$p\kappa F[F(t_A)F(t_B)^*] \quad (6)$$

локализуется ниже оптической оси, волна -1 порядка дифракции

$$p\kappa F[F(t_B)F(t_A)^*] \quad (7)$$

выше оптической оси.

Опуская в выражениях (6) и (7) постоянные множители и выполнив фурье-преобразование, получим

$$F[F(t_A)F(t_B)^*] = \int_{-\infty}^{\infty} t_A(\eta) t_B^*(\eta + x) d\eta \quad (8)$$

$$F[F^*(t_A)F(t_B)] = \left[\int_{-\infty}^{\infty} t_A(\eta) t_B^*(\eta - x) d\eta \right]^* \quad (9)$$

Выполнив в правых частях равенств (8), (9) инверсию координат x : $x \rightarrow -x$, получим

$$F[F(t_A)F(t_B)^*] = \int_{-\infty}^{\infty} t_A(\eta) t_B^*(\eta - x) d\eta = t_A \otimes t_B \quad (10)$$

и

$$F[F^*(t_A)F(t_B)] = \int_{-\infty}^{\infty} t_B(\eta + x) t_A^*(\eta) d\eta = t_B \otimes t_A \quad (11)$$

Из равенств (10), (11) следует, что в +1 порядке дифракции формируется функция взаимной корреляции функций t_A и t_B , в -1 порядке дифракции функция взаимной корреляции функций t_B и t_A . Значения модулей двух данных функций корреляции симметричны относительно оптической оси коррелятора, а фазы комплексно сопряжены.

Лабораторная установка голографического коррелятора совместного преобразования

Лабораторная установка голографического коррелятора совместного преобразования, используемая на этапе записи голограмм, представлена на рис. 3.

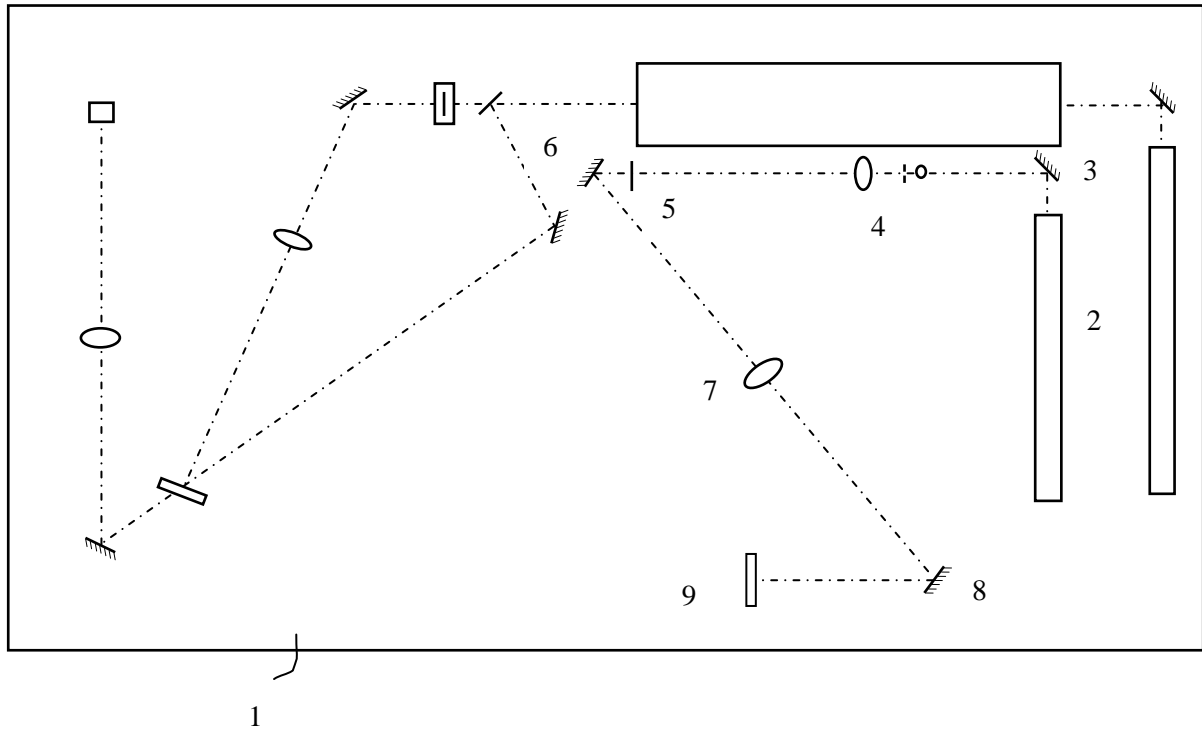


Рис. 3. Схема установки голографического коррелятора совместного преобразования на этапе записи голограммы Фурье-спектров изображений

На плите 1 расположены: 2 – излучатель He-Ne лазера, 3,6,8, – зеркала, 4 – расширитель пучка, 5 – транспарант с изображением двух объектов, 7 – линза, 9 – фотопластинка, на которой записывается голограмма. Узлы, не обозначенные цифрами, относятся к другой установке, также собранной на плите 1.

На транспаранте 5, расположенном в передней фокальной плоскости линзы 7, представлены два изображения, корреляционная функция которых находится. Транспарант 5 освещается плоской волной, сформированной расширителем пучка 4. В задней фокальной плоскости линзы 7 установлена фотопластинка, на которой записывается голограмма Фурье-образов изображений. На одной фотопластинке записывается несколько голограмм с разными объектами.

Записанные голограммы используются для получения корреляционного отклика, на установке, представленной на рис. 4. Фотопластинка 9 с голограммой устанавливается перед линзой 10 и освещается плоской волной, формируемой расширителем пучка, состоящим из микрообъектива 5 с микродиафрагмой и объектива 6. В фокальной плоскости линзы 10 формируется корреляционный отклик,

изображение которого с помощью ПЗС камеры 12 передаётся на экран монитора компьютера 13.

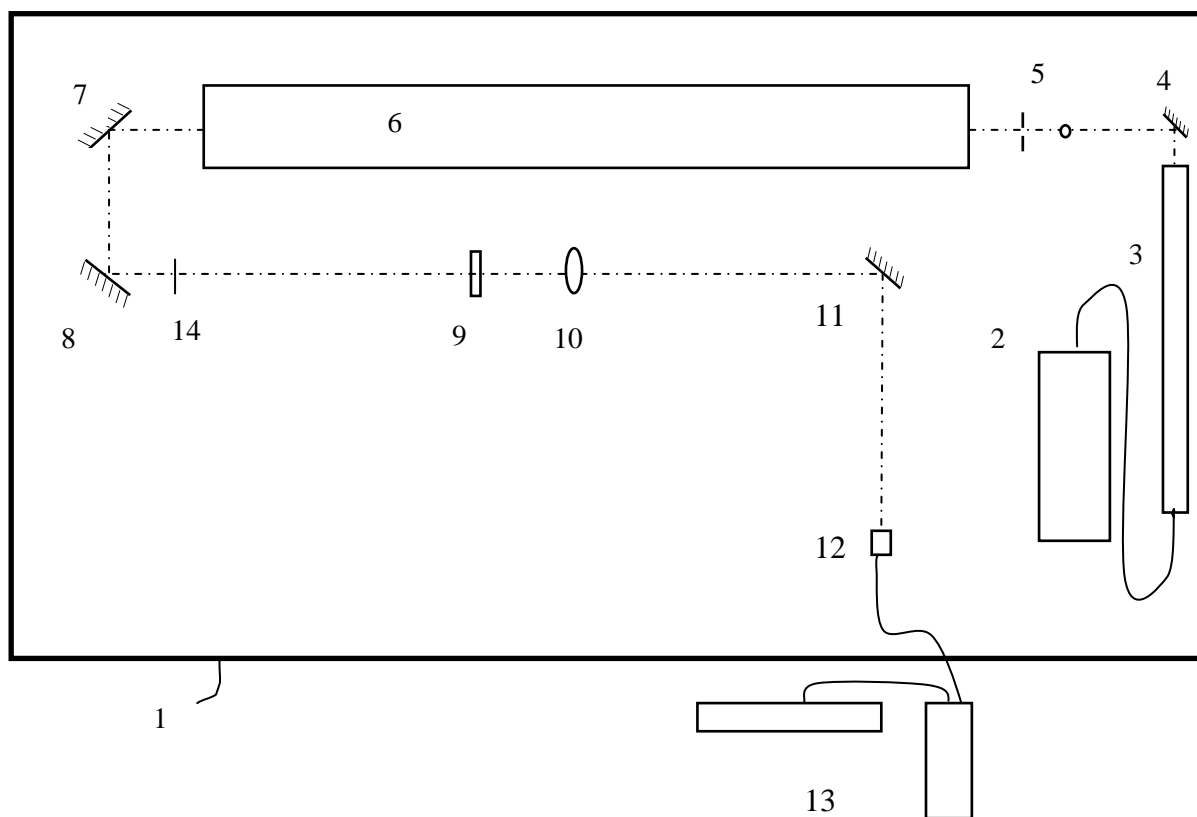


Рис. 4. Схема установки голографического коррелятора совместного преобразования на этапе наблюдения корреляционного отклика

На плите 1 расположены: 2 – блок питания лазера, 3 – излучатель He-Ne лазера, 4, 7, 8, 11 – зеркала, 5 – микрообъектив с микродиафрагмой, 6 – объектив с фокусным расстоянием 1600 мм, находящийся в массивном корпусе коллиматора от оптической скамьи, 9 – объект, установленный в передней фокальной плоскости линзы 10, 10 – линза с фокусным расстоянием 1000 мм, 12 – ПЗС-матрица (сокр. от «прибор с зарядовой связью») или CCD-матрица (сокр. от [англ. CCD](#), «Charge-Coupled Device»), установленная в задней фокальной плоскости линзы, 13 – компьютер с монитором.

На этой же установке исследуется распределение интенсивности, возникающее при записи голограммы коррелятора совместного преобразования. Для этого в передней фокальной плоскости линзы 10, в держатель 14, устанавливается транспарант с изображениями двух объектов. В задней фокальной плоскости линзы 10 возникает картина

интерференции фурье-образов объектов, изображение которой с помощью ПЗС матрицы 12 выводится на экран монитора 13.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с экспериментальной установкой и включить блок питания He-Ne лазера.

2. Исследовать зависимость несущей пространственной частоты записи голограммы от расстояния между объектами. В качестве объектов используются два одинаковых объекта представляющих собой растры из отверстий диаметром 0,327 мм, ограниченные диафрагмами диаметром 2,3 мм. Первая пара объектов находится на расстоянии 10 мм друг от друга и представлена на транспаранте №1. Вторая пара объектов находится на расстоянии 5 мм друг от друга и представлена на транспаранте №2.

Установить транспарант №1 в держатель, находящийся в передней фокальной плоскости линзы. Получить на экране монитора и сохранить изображение интерференционной картины, для чего воспользоваться ПЗС камерой 12 (рис. 4) управляемой программой Autostar Suite.

Выполнить аналогичную операцию с транспарантом №2.

Измерить период интерференционных картин в пикселях. Для этого открыть программу Mathcard “Измерение периода” и загрузить в неё изображения двух интерференционных картин. Программа создаст два графика распределения интенсивности двух интерференционных картин. Измерить число пикселей находящихся между двумя вертикальными линиями каждого графика, предварительно установив эти линии на максимумы интерференционной картины. Разделить число пикселей на число интерференционных полос между линиями. Полученное значение будет искомым периодом.

Рассчитать пространственную частоту каждой интерференционной картины (несущую пространственную частоту записи голограммы) по формуле

$$\nu = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2}}{\lambda} \text{ мм}^{-1}, \quad (12)$$

где θ – угол между интерферирующими волнами, $\lambda = 632,8 \text{ нм}$ длина волны света. Найти период интерференционных картин

$$d = \frac{1}{\nu} \text{ мм} \quad (13)$$

3. Установить фотопластинку 9 с голограммами перед линзой 10, в световой пучок He-Ne лазера. На фотопластинке записано 3 голограммы. Первая голограмма записана с двумя одинаковыми объектами, вторая голограмма с двумя объектами незначительно отличающимися друг от друга и третья голограмма с двумя различными объектами. Поочерёдно вводя голограммы в световой пучок наблюдать порядки дифракции голограмм.

4. Для всех трёх голограмм наблюдать на экране монитора функции взаимной корреляции объектов и сохранить их изображения. Для получения изображений, для каждой голограммы, используя угловые подвижки поворотного зеркала 11, ввести в ПЗС камеру 12 световой пучок первого порядка дифракции. Открыть программу Mathcad “Функция взаимной корреляции” и загрузить в неё изображения функций взаимной корреляции. Программа построит графики этих функций. Измерить максимальные значения функций взаимной корреляции.

5. Составить отчет по результатам выполненной работы, в котором представить результаты выполненных наблюдений, полученные графики, измеренные и расчётные величины.

Контрольные вопросы

1. Дать краткое описание алгоритма распознавания образов коррелятором совместного преобразования сопроводив его соответствующими математическими формулами.
2. Дать математическое выражение для прямой теоремы корреляции.
3. От чего зависит угловое расстояние между нулевым и первым порядками дифракции голограммы?
4. Способен ли коррелятор совместного преобразования распознавать одинаковые объекты в случае изменения масштаба изображений объектов или их поворотов вокруг оптической оси?
5. При выполнении работы Вы наблюдали возникновение высших порядков дифракции голограмм, хотя согласно теоретическому анализу должно возникать только три порядка дифракции: 0 и -1, 1. Причина несоответствия выводов теории и результата эксперимента в том, что при теоретическом анализе предполагалось, что амплитудное пропускание голограммы t_H линейно зависит от экспозиции E при

записи голограммы $E = JT$, где J -интенсивность излучения, T -время экспонирования голограмм:

$$t_H = t_{H0} + \alpha E, \quad (12)$$

где t_{H0} -пропускание не экспонированных участков фотопластинки. На практике имеет место нелинейная зависимость, которую можно аппроксимировать полиномом. Ограничившись полиномом третьей степени получим

$$t_H = t_{H0} + \alpha E + \beta E^2 + \gamma E^3. \quad (13)$$

Показать, что при такой зависимости амплитудного пропускания голограммы от экспозиции возникнут вторые и третьи порядки дифракции.

Литература

1. В.Н. Васильев, А.В. Павлов, «Оптические технологии искусственного интеллекта», СПб, ИТМО, 2005.
2. Г.И. Василенко, Л.М.Цибулькин, «Голографические распознающие устройства», М., Радио и связь, 1985.

Лабораторная работа Ш.1

Векторно-матричный умножитель – простейший оптический процессор

Цель работы: Познакомиться с возможностями оптических систем для выполнения вычислительно затратных математических операций.

Задачи, решаемые в работе:

1. Изучить вариант схемы оптического процессора – векторно-матричного умножителя (ВМУ).
2. Изучить принцип действия макета оптического процессора.
3. Освоить способы представления математических объектов (операндов): вектора и матрицы в оптическом процессоре.
4. Исследовать особенности выполнения оптическим процессором операции умножения вектора на матрицу.

СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Некоторые математические операции, запись которых на бумаге занимает совсем немного места и времени, для своего выполнения требуют достаточно больших вычислительных ресурсов – как времени, так и объема оперативной памяти для запоминания промежуточных результатов. К числу таких операций относятся, например, умножение вектора на матрицу, интегральные операции типа сверки, преобразование Фурье и некоторые другие.

Электронная элементная база позволяет реализовать математические операции строго последовательно, что в случае вышеуказанных операций ведет к существенным временным затратам и, следовательно, к снижению скорости вычислений. Для таких вычислительно затратных операций оптика предлагает естественную альтернативу электронной элементной базе в силу следующих атрибутов оптических систем:

1. Естественного параллелизма представления и обработки двумерных массивов информации (изображений);
2. Реализации самих вычислительных операций со скоростью света. Скорость вычислений в целом ограничивается, в первую очередь, скоростями работы устройств ввода и вывода информации в оптических процессорах.

В данной работе внимание уделено реализации оптическим методом операции умножения вектора на матрицу. Эта операция часто используется как в рамках традиционных вычислительных процедур, так и в таких новых направлениях, как нейрокомпьютинг,

искусственные нейронные сети и, шире, в рамках технологий искусственного интеллекта. Широкое применение этой математической операции в интеллектуальных информационных системах обусловлено, прежде всего, тем, что простые операции произведения векторов и умножения вектора на матрицу позволяют реализовать различные модели ассоциативной памяти, которая является основой любой системы искусственного интеллекта, так как без памяти нет и интеллекта.

Так векторно-матричный формализм применяется для описания состояния и поведения искусственных нейронных сетей. В рамках этого подхода состояния нейронных слоев описываются посредством векторов-строк. Размерность такого вектора равна количеству нейронов в слое, состояние (уровень активации или возбуждения) каждого нейрона характеризуется значением соответствующего компонента вектора. В простейших моделях нейроны, объединенные в один слой, не связаны друг с другом, межнейронные связи устанавливаются только между нейронами разных слоев. Множество таких межнейронных связей представляют матрицей, называемой матрицей связей.

Простой и удобный метод формирования матрицы связей \hat{W} между двумя слоями нейронной сети, например, слоями A и B, дает модель произведения вектора-столбца \vec{A}^T на вектор-строку \vec{B} : $\vec{A}^T \vec{B} = \hat{W}$ [1], где T – символ транспонирования. Размер матрицы связей \hat{W} - $n \times m$, где количество строк n соответствует числу нейронов слоя A, а количество столбцов m – числу нейронов слоя B. Элемент w_{nm} матрицы \hat{W} (элемент матрицы связей)- это вес (или сила) соответствующий связи n -го нейрона слоя A с m -ым нейроном слоя B. Данный метод формирования матрицы \hat{W} может рассматриваться как реализация биологически мотивированного правила обучения Хэбба [2].

В оптической системе матрице (тензору с валентностью 2) может соответствовать плоский транспарант (или тонкая голограмма), коэффициент пропускания каждой ячейки которого (дифракционная эффективность элементарной тонкой голограммы) пропорционален или равен величине соответствующего элемента матрицы.

Связь вектора-строки с матрицей может быть описана тензором с валентностью 3 и реализована в оптическом устройстве с использованием объемных регистрирующих сред.

Связь двух матриц можно описать тензором с валентностью 4. Технические методы получения такого рода оптических элементов в нашем трехмерном мире пока не известны (существуют способы организации такого типа связи с использованием пространственных, временных, частотных и др. каналов, но они не являются моделью именно тензора связи).

В данной работе студентам надлежит изучить действие оптического устройства (векторно-матричного умножителя), выполняющего операцию умножения вектора-строки на матрицу. Операция формирования матрицы как произведения двух векторов в работе студентами не исследуется, используется уже готовая матрица.

ПРИНЦИПИАЛЬНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

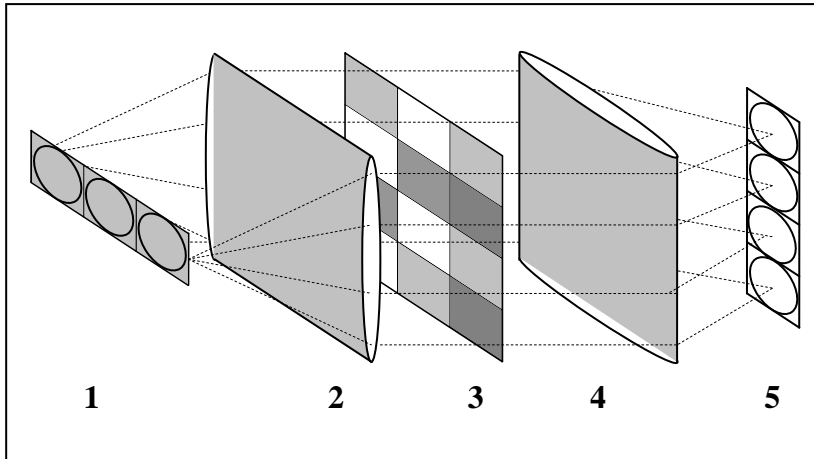


Рис. 1. Принципиальная схема оптического векторно-матричного умножителя (ВМУ)

1 – линейка полупроводниковых лазеров (3 шт., длина волны излучения 650 нм),

2 и 4 – цилиндрические линзы,

3 – матрица нейтральных светофильтров 3×4,

5 – линейка фотодиодов (4 шт.)

Приведенная оптическая схема математически описывается операцией умножения вектора \vec{A} на матрицу \hat{W} . Вектор \vec{A} (первый операнд) вводится в процессор как вектор, каждый элемент которого a_n пропорционален интенсивности излучения соответствующего лазера линейки полупроводниковых лазеров 1. Цилиндрическая линза 2 «растягивает» излучение каждого лазера по вертикали – каждый лазер освещает свой столбец матрицы 3. Матрица фильтров 3 реализует второй операнд – матрицу \hat{W} , на которую надо умножить вектор \vec{A} . Пропускание τ_{mn} каждого фильтра матрицы 3 равно величине соответствующего элемента матрицы \hat{W} . Цилиндрическая линза 4 собирает свет, прошедший через каждую строку фильтров матрицы 3,

на соответствующем приемнике линейки фотодиодов 5. Распределение интенсивности света на линейке фотодиодов 5 описывается четырехкомпонентным вектором \vec{B} – произведением вектора \vec{A} на матрицу \hat{W} . Каждая компонента b_n вектора \vec{B} равна сумме интенсивностей излучения лазеров 1, промодулированных соответствующей строкой матрицы 3 (умноженных на пропускания соответствующих фильтров 3) (рис. 1).

Рассмотренная оптическая схема использует особенности излучения линейчатых полупроводниковых лазеров, имеющих большую расходимость в одном направлении (вертикальном на рис.1) и малую расходимость в направлении перпендикулярном первому. В сочетании с использованием цилиндрических линз это позволяет сформировать (с точностью до неравномерности индикатрисы излучения лазеров 1) на входе каждого светофильтра n -ого столбца матрицы 3 световой сигнал, пропорциональный компоненту a_n вектора \vec{A} , что необходимо для реализации алгоритма умножения вектора на матрицу. В нашем случае матрица светофильтров имеет 3 столбца, что равно числу компонентов вектора \vec{A} , и 4 строки, что равно числу компонент вектора \vec{B} .

Индикатриса излучения лазеров не равномерна: интенсивность излучения монотонно уменьшается по мере отклонения направления излучения от оптической оси лазера, что приводит к некоторой разнице значений интенсивностей падающего излучения для элементов одного столбца матрицы светофильтров. Неравномерность индикатрисы вызывает погрешности при измерении компонент вектора \vec{B} . Для устранения этих погрешностей измеряется неравномерность индикатрисы излучения лазеров. Затем пропускания светофильтров матрицы светофильтров умножаются на коэффициенты описывающие неравномерность индикатрисы. В результате находятся скорректированные пропускания светофильтров, учитывающие неравномерность индикатрисы излучения лазеров. При использовании в расчётах скорректированных пропусканий светофильтров индикатриса излучения лазеров считается равномерной.

Напомним некоторые правила вектор-матричного умножения. При умножении вектора \vec{A} , представленного в виде вектор-столбца,

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

на матрицу \hat{W}

$$\hat{W} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} \end{pmatrix} \quad (2)$$

возникает вектор \vec{B}

$$\vec{B} = \hat{W}\vec{A}, \quad (3)$$

компоненты которого b_n следующим образом выражаются через компоненты a_n вектора \vec{A} и элементы w_{nm} матрицы \hat{W}

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11}a_1 + w_{12}a_2 + w_{13}a_3 \\ w_{21}a_1 + w_{22}a_2 + w_{23}a_3 \\ w_{31}a_1 + w_{32}a_2 + w_{33}a_3 \\ w_{41}a_1 + w_{42}a_2 + w_{43}a_3 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Последнее выражение эквивалентно равенству

$$b_n = \sum_{m=1}^M w_{nm} a_m, \quad (5)$$

где $n = 1 \dots N$, N – число компонент вектора \vec{B} , M – число компонент вектора \vec{A} . Знак суммирования часто опускают:

$$b_n = w_{nm} a_m,$$

подразумевая при этом, что суммирование выполняется по дважды повторяющемуся индексу m . Если применить операцию транспонирования к равенству (3)

$$(\vec{B} = \hat{W}\vec{A})^T, \quad (6)$$

то оно принимает вид

$$\vec{B}^T = \vec{A}^T \hat{W}^T, \quad (7)$$

где \vec{A}^T и \vec{B}^T есть вектора-строки

$$\begin{aligned} \vec{A}^T &= (a_1, \dots, a_m), \\ \vec{B}^T &= (a_1, \dots, a_n), \end{aligned} \quad (8)$$

матрица \hat{W}^T представляет собой матрицу транспонированную по отношению к матрице \hat{W} . Она отличается от матрицы \hat{W} тем, что первая строка матрицы \hat{W} становится первым столбцом матрицы \hat{W}^T , вторая строка матрицы \hat{W} становится вторым столбцом матрицы \hat{W}^T и так далее.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомиться с экспериментальной установкой.
2. Включить питание линейки полупроводниковых лазеров 1.
3. Съюстировать оптическую схему (линзу 2, матрицу 3, линзу 4 и линейку 5) так, чтобы:
 - а – линейка лазеров 1 находилась в передней фокальной плоскости линзы 2;
 - б – излучение лазеров проходило через центры элементов матрицы 3 и фокусировалось линзой 4 в плоскости линейки фотодиодов 5.
4. Измерить индикатрису излучения лазеров. Для этого вынуть из установки матрицу светофильтров и пользуясь переключателем фотодиодов и мультиметром измерить интенсивность излучения на каждом фотодиоде при поочерёдном открытии одного из трёх лазеров. Излучение остальных двух лазеров перекрывается полосками чёрной бумаги. Интенсивность излучения, падающего на фотодиоды, измерять по току фотодиодов, для чего включить мультиметр в режим измерения тока. Результаты измерений занести в таблицу 1, указав размерность измеренных величин.

Таблица 1. Индикатрисы излучения лазеров, выраженные токами фотодиодов.

<div style="display: inline-block; transform: rotate(-45deg);"> Номер лазера \ Номер фотодиода </div>	1	2	3
1			
2			
3			
4			

5. Измерить пропускания светофильтров матрицы светофильтров. Для измерения пропускания светофильтров вставить в установку матрицу светофильтров и повторить измерения пункта 4. При этом будут измерены индикатрисы излучения лазеров, модулированные пропусканием светофильтров. Результаты измерений занести в таблицу 2, указав размерность измеренных величин.

Таблица 2. Индикатрисы рассеяния лазеров, модулированные пропусканием светофильтров, выраженные токами фотодиодов.

Номер лазера \ Номер фотодиода	1	2	3
1			
2			
3			
4			

6. Измерить вектор – результат вектор-матричного умножения. Для этого открыть все три лазера и, пользуясь переключателем фотодиодов и мультиметром, измерить интенсивность излучения на каждом фотодиоде, то есть измерить каждую компоненту вектора. Интенсивность излучения измерять по току фотодиодов. Результаты измерений занести в таблицу 3, указав размерность измеренных величин.

Таблица 3. Компоненты вектора, возникшего в результате вектор-матричного умножения, выраженные токами фотодиодов.

Номер компоненты вектора.	Значение компоненты вектора
1	
2	
3	
4	

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

7. Найти пропускания всех элементов матрицы светофильтров, разделив элементы таблицы 2 на соответствующие элементы таблицы 1. Полученные значения вставить в таблицу 4.

Таблица 4. Пропускания элементов матрицы светофильтров.

Номер строки матрицы \ Номер столбца матрицы	1	2	3
1			
2			
3			
4			

8. Нормировать каждый столбец таблицы 1 на максимальное значение, содержащееся в нём. Полученные значения вставить в таблицу 5. Каждый столбец таблицы 5 представляет собой нормированную индикатрису излучения одного из лазеров.

Таблица 5. Нормированные индикатрисы излучения лазеров.

Номер фотодиода \ Номер лазера	1	2	3
1			
2			
3			
4			

9. Скорректировать пропускания матрицы светофильтров с целью учёта неравномерность индикатрисы излучения лазеров. Для чего перемножить соответствующие элементы таблицы 4 и таблицы 5. Полученные значения вставить в таблицу 6.

Таблица 6. Скорректированные пропускания элементов матрицы светофильтров.

Номер строки матрицы \ Номер столбца матрицы	1	2	3
1			
2			
3			
4			

10. Вычислить вектор \vec{B} – результат вектор-матричного произведения, используя любую из формул (3) или (7) (вручную или используя любую из имеющихся на лабораторном компьютере программ). В качестве трёх компонент вектора \vec{A} использовать максимальные значения в каждом из трёх столбцов таблицы 1, в качестве элементов матрицы \hat{W} использовать значения таблицы 6. Найденный вектор представить в таблице 7.

Таблица 7. Вычисленный вектор – результат вектор-матричного произведения.

Номер компоненты вектора	Значение компоненты вектора
1	
2	
3	
4	

11. Сравнить вектор, полученный в эксперименте на лабораторной установке, представленный в таблице 3, и вычисленный вектор \vec{B} , представленный в таблице 7. Для этого найти и сравнить модули двух векторов и найти угол между векторами.

Модуль вектора

$$\vec{B} = (b_1, \dots, b_m)$$

определяется выражением

$$|\vec{B}| = \sqrt{\sum_{i=1}^m b_i^2}.$$

Косинус угла φ между векторами

$$\vec{C} = (c_1, \dots, c_m),$$

$$\vec{B} = (b_1, \dots, b_m)$$

находится как частное скалярного произведения векторов и произведения их модулей:

$$\cos \varphi = \frac{(\vec{A} \vec{B})}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{a_i b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^m a_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m b_i^2}}.$$

В данном случае находится угол между двумя векторами, лежащими в четырёхмерном пространстве.

Найденные значения модулей векторов и угла между векторами представить в таблице 8.

Таблица 8. Параметры измеренного и вычисленного векторов

	Модули векторов	Угол между векторами в градусах
Измеренный вектор		
Вычисленный вектор		

Небольшое неравенство двух векторов обусловлено тем, что все измерения выполнялись с некоторыми погрешностями: погрешности измерений индикатрисы излучения лазеров, пропускания светофильтров матрицы и т.д.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В каких областях информатики используется операция умножения вектора на матрицу? Чем обусловлено ее широкое применение?

2. Раскройте формулу для произведения двух матриц. Размер матриц выберите самостоятельно.
3. Как характер индикатрисы излучения используемых в схеме ВМУ лазеров влияет на результаты вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Корн, Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Лань, 2003.
2. В.Н. Васильев, А.В. Павлов, «Оптические технологии искусственного интеллекта», СПбГУ ИТМО, 2005.
3. П.А. Белов, В.Г. Беспалов, В.Н. Васильев, С.А. Козлов, А.В. Павлов, К.Р. Симовский, Ю.А. Шполянский, «Оптические процессоры: достижения и новые идеи», Сб. «Проблемы когерентной и нелинейной оптики» под ред. И.П. Гурова и С.А. Козлова, СПбГУ ИТМО, 2006.

Лабораторная работа № III-2

Оптический вентиль нечёткой (многозначной) логики

Известно, что алгебра, в том числе, и алгебра логики, порождается оператором отрицания. В частности, оператор отрицания, определенный на интервале $[0,1]$ и с областью значений $[0,1]$, порождает нечеткую (многозначную) логику, более адекватную обычной человеческой, чем строгая Булева логика. В оптике оператор отрицания может быть реализован процессом фоторегистрации. В этом случае свойства алгебры логики как абстрактной математической конструкции физически обусловлены свойствами реальных регистрирующих сред и процессов их физико-химической обработки.

Цель работы: Изучение возможности реализации операторов многозначной логики оптическими методами.

Задачи, решаемые в работе:

1. Ознакомление с оптической системой, представляющей собой оптический вентиль нечеткой логики, которая реализует основные логические операторы: конъюнкции, дизъюнкции, тавтологии, противоречия, стрелки Пирса, сложения.
2. Изучение операторов многозначной логики, реализуемых в данной работе.

Сведения из теории:

Европейская культурная традиция со времен Аристотеля предъявляет к логике требования строгости, полноты и непротиворечивости. Любое высказывание может иметь только два значения истинности – истина или ложь. Третьего не дано (закон исключенного третьего). Эта классическая логика была формализована на языке математики (алгебра логики) в конце XIX века в виде Булевой логики.

Однако, в повседневной жизни человек оперирует нестрогой логикой, его суждения и высказывания зачастую противоречивы, а цели, которые он ставит себе в жизни, несовместны. Но, как ни странно, эти не строгость и противоречивость обыденной логики отнюдь не мешают людям успешно достигать жизненных целей. В рамках Европейской культурной традиции это нонсенс, поскольку неполнота и противоречия рассматриваются в ней либо как следствие временного незнания, которое в ходе прогресса науки должно быть устранено, либо как признак слабости интеллекта (т.н. «женская

логика»). Но как быть с тем непреложным фактом, что очень многие успешные представительницы прекрасного пола используют именно «женскую логику»? Быть может, неполнота и противоречивость не дефект логики, но атрибут мира и мышления?

Как в классической физике на рубеже XIX – XX веков возник мировоззренческий кризис, разрешившийся сменой парадигмы – принятием квантовой теории и теории относительности, так и в классической логике возник своеобразный кризис, разрешившийся признанием неполноты, не строгости и противоречивости не недостатками, но напротив, атрибутами мышления. Нетрудно увидеть аналогии между принципом неопределенности Гейзенберга и сформулированным основателем теории нечетких множеств Л.Заде принципом несовместимости: "По мере возрастания сложности исследуемых нами систем наша способность делать точные и в то же время значимые суждения об их поведении уменьшается, вплоть до некоторого порога, за которым точность и осмысленность (релевантность) становятся практически несовместимыми характеристиками". При этом необходимо иметь в виду, что тот мировоззренческий кризис, о котором сказано выше, актуален только для человека, сформировавшегося в рамках Европейской культурной традиции. Для т.н. «Восточного» взгляда на мир, неполнота, нечеткость и противоречивость как мышления, так и мира, всегда были очевидны.

Логика, отличная от Булевой, в настоящее время принято определять термином **«неклассические логики»**. Иногда также используется термин **«нечеткие логики»**. Неклассические логики можно разделить на две большие группы – **многозначные и нечеткозначимые**.

К первой группе относятся логики, в которых значения истинности высказываний могут принимать не только значения 0 и 1, как в Булевой, где 0 – ложь, 1 – истина, но из интервала $[0,1]$ (дискретного или непрерывного). Первые многозначные логики были предложены еще в начале XX века - трехзначные логики Лукашевича, k-значные логики Поста и др.

В нечеткозначимых логиках значения истинности принимают нечетко определенные значения. Например, высказывание может быть почти истинно, примерно истинно, не совсем истинно и т.п.. Эти логики имеют своим математическим основанием теорию нечетких множеств (понятие нечеткого множества было введено в 1965г. Лотфи Заде).

В данной работе исследуется возможность реализации операторов многозначной логики методами геометрической оптики (поскольку не принимается во внимание и не используется

фундаментальное явление дифракции) с использованием процессов, происходящих в реальных регистрирующих средах. Фундаментальное значение процесса фоторегистрации для построения логики как алгебраической конструкции определяется тем, что этот процесс может рассматриваться как оптическая реализация оператора отрицания, а именно оператор отрицания определяет свойства алгебры (детальное изложение этого аппарата вынесено в приложение).

Традиционное определение логического вентиля - переключатель, дающий на выходе результат булевой операции (**AND, OR, NOT, XOR**) над входными сигналами. Для многозначной логики понятие вентиля расширяется – это устройство, вычисляющее значение истинности высказывания, состоящего из двух (или нескольких) операндов (элементарных высказываний), связанных логическим оператором. Оптический вентиль – вентиль, реализованный оптическими методами.

Используемый в данной работе подход базируется на следующих положениях

1. Примем, что значение истинности некоторого высказывания A представлено, например, транспарантом. Это допущение по определению ведет к многозначной логике, поскольку интервал значений пропускания τ транспаранта суть интервал значений истинности $[0,1]$.

В данной работе используется простейший вариант – транспарант с постоянным по площади пропусканием. В реальных устройствах пропускание может изменяться как по координатам, так и во времени (ввод и вычисления в реальном времени), для чего используются специальные пространственно-временные модуляторы света.

2. Определим унарную операцию отрицания как отображение $N: [0,1] \rightarrow [0,1]$, удовлетворяющую следующим аксиомам:

$$N(1) = 0, \quad N(0) = 1, \quad (1)$$

$$\forall a, b \in [0,1]; a \geq b \Rightarrow N(a) \leq N(b). \quad (2)$$

Отрицание строгое (инволюция), если $N(N(a)) = a$

3. Рассмотрим типичную для ряда регистрирующих сред и пространственно-временных модуляторов света зависимость их пропускания (τ) от плотности энергии падающего света (H), представленную на рис. 1.

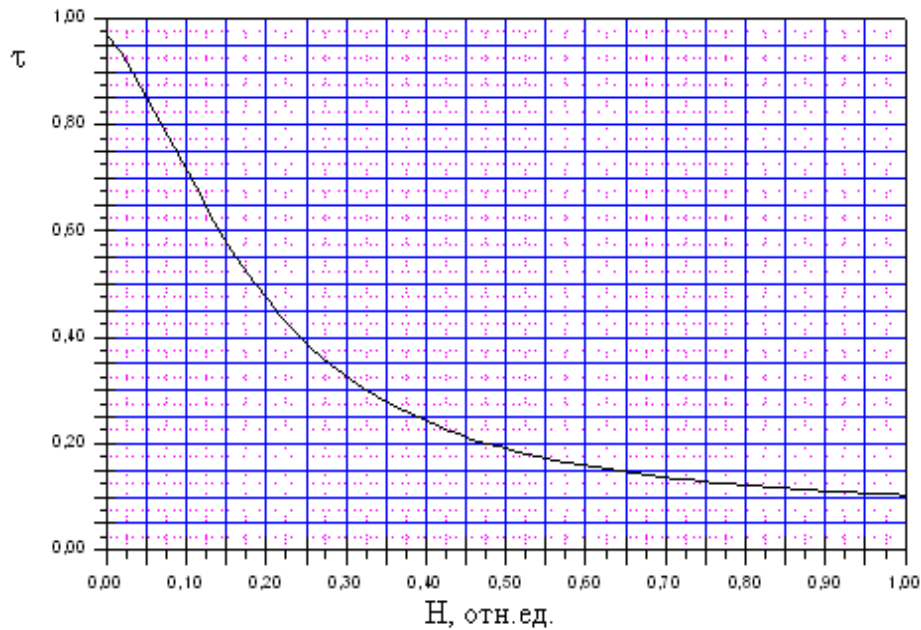


Рис. 1

Как видно, τ уменьшается с увеличением H и зависимость $\tau(H)$ не удовлетворяет граничным условиям (1). Условие $\tau_{\max}=1$ физически не реализуемо, так как при прохождении излучения через реальную среду всегда существуют потери на отражение и поглощение.

На практике обычно применяют нормировку $\tau_{\max}=1$, $\tau_{\min}=0$, $a_{\max}=1$, $a_{\min}=0$, в этом случае зависимость $\tau(a)$ удовлетворяет аксиоматическому определению операции отрицания (2–3), т.е. правомочно рассмотрение среды или устройства, реализующего убывающую зависимость $\tau(H)$ (как показано на Рис. 1), в качестве оператора отрицания $\tau(a) \equiv N(a)$.

4. Операция отрицания позволяет выразить N -дуальность операций конъюнкции и дизъюнкции в форме законов де Моргана :

$$N(a \wedge b) = N(a) \vee N(b) \quad (3.a)$$

$$N(a \vee b) = N(a) \wedge N(b). \quad (3.b)$$

Если N – инволюция, то применив операцию отрицания к обеим частям равенств (3.a), (3.в), выразим конъюнкцию через дизъюнкцию и наоборот:

$$a \wedge b = N(N(a) \vee N(b)) \quad (4.a)$$

$$a \vee b = N(N(a) \wedge N(b)). \quad (4.b)$$

5. Операция конъюнкции реализуется при использовании двух последовательно расположенных транспарантов, освещаемых светом

(Рис. 2). Пропускание каждого транспаранта, принимающее значение в интервале $[0,1]$, соответствует значению одного из операндов. Интенсивность света прошедшего через транспаранты, нормированная к максимальному значению, равна произведению пропусканий двух транспарантов и представляет собой значение операции конъюнкции операндов a и b

$$a \wedge b = \tau_a \cdot \tau_b,$$

где τ_a, τ_b – пропускания транспарантов равные значения операндов a и b

$$\tau_a = a,$$

$$\tau_b = b.$$

Максимальная интенсивность света имеет место, когда пропускание обоих транспарантов равно 1.

6. Операция дизъюнкции выполняется в соответствии с равенством (4.b), выражающим дизъюнкцию через конъюнкцию

$$a \vee b = N(N(a) \wedge N(b)) = N(\tau_a \cdot \tau_b).$$

Операция конъюнкции $a \wedge b$, как и ранее, выполняется с помощью двух транспарантов, однако, в данном случае пропускания транспарантов τ_a, τ_b равны не значениям операндов a и b , а их отрицаниям:

$$\tau_a = N(a),$$

$$\tau_b = N(b).$$

7. Используя классические семантические правила (правила исчисления истинности сложного высказывания) для многозначной логики, получим приведенную в табл.1 реализацию логических операторов оптической схемой на рис. 2.

Табл. 1. Реализация операторов многозначной логики оптической схемой на Рис. 2. τ_a и τ_b – пропускания транспарантов.

Логическая связка	Формула	Пропускание транспарантов		Результат измерений
Конъюнкция	$a \wedge b$	$\tau_a = a$	$\tau_b = b$	$a \wedge b$
Дизъюнкция	$a \vee b = N(N(a) \wedge N(b))$	$\tau_a = N(a)$	$\tau_b = N(b)$	$N(a) \wedge N(b)$

Экспериментальная установка (принципиальная оптическая схема эксперимента):

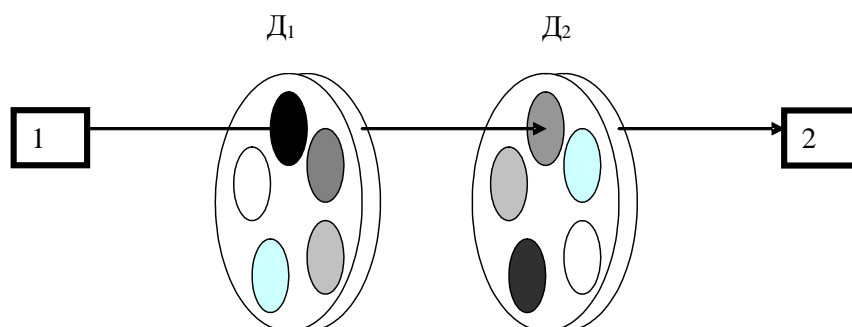


Рис. 2. Схема экспериментальной установки.

1 – Источник излучения (лазер),

D_1 и D_2 – диски в окна которых установлены транспаранты. В качестве транспаранта с единичным пропусканием используется окно без транспаранта.

2 – фотодиод-приемник излучения и мультиметр, измеряющий ток фотодиода.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с элементами оптической схемы.
2. Включить лазер и выставить фотодиод, а также рабочие окна дисков D_1 и D_2 по оси системы, определяемой лучом лазера.
3. Выставить на оси свободные от транспарантов окна дисков D_1 и D_2 (окна №7) и измерить мультиметром ток фотодиода, величина которого пропорциональна интенсивности источника излучения I_{Max} . В дальнейшем это значение будет использоваться для нормировки всех измеренных значений.
4. Поочередно выставляя на оптической оси каждое из окон дисков D_1 и D_2 , измерить интенсивности I_{ij} тока фотодиода. Результаты измерений представить в относительных единицах в Таблице.2.

Табл. 2. – Результаты измерений интенсивности излучения, прошедшего через рабочие окна дисков D_1 и D_2

$D_1 \backslash D_2$	Окно 1	Окно 2	Окно 3	Окно 4	Окно 5	Окно 6	Окно 7
Окно 1	I_{11}	I_{12}	I_{13}	I_{14}	I_{15}	I_{16}	I_{17}
Окно 2	I_{21}	I_{22}	I_{23}	I_{24}	I_{25}	I_{26}	I_{27}

Окно 3	I_{31}	I_{32}	I_{33}	I_{34}	I_{35}	I_{36}	I_{37}
Окно 4	I_{41}	I_{42}	I_{43}	I_{44}	I_{45}	I_{46}	I_{47}
Окно 5	I_{51}	I_{52}	I_{53}	I_{54}	I_{55}	I_{56}	I_{57}
Окно 6	I_{61}	I_{62}	I_{63}	I_{64}	I_{65}	I_{66}	I_{67}
Окно 7	I_{71}	I_{72}	I_{73}	I_{74}	I_{75}	I_{76}	I_{77}

Обработка экспериментальных данных:

1. Используя данные таблицы 2, рассчитать пропускание τ_{ij} каждого сочетания окон дисков D_1 и D_2 по формуле

$$\tau_{ij} = \frac{I_{ij}}{I_{Max}}, \quad I_{Max} = I_{77},$$

где i – номер окна диска D_1 , j – номер окна диска D_2 . Данные внести в таблицу.3.

Транспаранты диска D_1 задают значения операнда А, диска D_2 операнда В.

2. Построить 2-D поверхность значений конъюнкции, как функции значений операндов А и В. Значения операнда А, заданно значениями τ_{i7} , $i = 1, \dots, 7$, значения операнда В значениями τ_{7j} , $j = 1, \dots, 7$.

3. Для реализации операции дизъюнкции, пользуясь таблицей 3 и графиком Рис.1 определить значения операндов А и В и их дизъюнкции. Данные занести в таблицу 4. Построить 2-D поверхность дизъюнкции, как функции значений операндов А и В. Значения операнда А, заданно значениями $N(\tau_{i7})$, $i = 1, \dots, 7$, значения операнда В значениями $N(\tau_{7j})$, $j = 1, \dots, 7$.

Табл. 3. Данные расчета τ_{ij} для построения логической операции конъюнкции операндов А и В.

$A \backslash B$	Окно 1	Окно 2	Окно 3	Окно 4	Окно 5	Окно 6	Окно 7
Окно 1	τ_{11}	τ_{12}	τ_{13}	τ_{14}	τ_{15}	τ_{16}	τ_{17}
Окно 2	τ_{21}	τ_{22}	τ_{23}	τ_{24}	τ_{25}	τ_{26}	τ_{27}
Окно 3	τ_{31}	τ_{32}	τ_{33}	τ_{34}	τ_{35}	τ_{36}	τ_{37}
Окно 4	τ_{41}	τ_{42}	τ_{43}	τ_{44}	τ_{45}	τ_{46}	τ_{47}
Окно 5	τ_{51}	τ_{52}	τ_{53}	τ_{54}	τ_{55}	τ_{56}	τ_{57}

5							
Окно 6	τ_{61}	τ_{62}	τ_{63}	τ_{64}	τ_{65}	τ_{66}	τ_{67}
Окно 7	τ_{71}	τ_{72}	τ_{73}	τ_{74}	τ_{75}	τ_{76}	τ_{77}

Табл. 4. Данные расчета $N(\tau_{ij})$ для построения логической операции дизъюнкции операндов А и В.

$A \backslash B$	Окно 1	Окно 2	Окно 3	Окно 4	Окно 5	Окно 6	Окно 7
Окно 1	$N(\tau_{11})$	$N(\tau_{12})$	$N(\tau_{13})$	$N(\tau_{14})$	$N(\tau_{15})$	$N(\tau_{16})$	$N(\tau_{17})$
Окно 2	$N(\tau_{21})$	$N(\tau_{22})$	$N(\tau_{23})$	$N(\tau_{24})$	$N(\tau_{25})$	$N(\tau_{26})$	$N(\tau_{27})$
Окно 3	$N(\tau_{31})$	$N(\tau_{32})$	$N(\tau_{33})$	$N(\tau_{34})$	$N(\tau_{35})$	$N(\tau_{36})$	$N(\tau_{37})$
Окно 4	$N(\tau_{41})$	$N(\tau_{42})$	$N(\tau_{43})$	$N(\tau_{44})$	$N(\tau_{45})$	$N(\tau_{46})$	$N(\tau_{47})$
Окно 5	$N(\tau_{51})$	$N(\tau_{52})$	$N(\tau_{53})$	$N(\tau_{54})$	$N(\tau_{55})$	$N(\tau_{56})$	$N(\tau_{57})$
Окно 6	$N(\tau_{61})$	$N(\tau_{62})$	$N(\tau_{63})$	$N(\tau_{64})$	$N(\tau_{65})$	$N(\tau_{66})$	$N(\tau_{67})$
Окно 7	$N(\tau_{71})$	$N(\tau_{72})$	$N(\tau_{73})$	$N(\tau_{74})$	$N(\tau_{75})$	$N(\tau_{76})$	$N(\tau_{77})$

Выводы по работе.

Оцените, как изменяется значение истинности в результате операций конъюнкции и дизъюнкции относительно значений истинности операндов Im_A и Im_B (истинность возрастает, уменьшается, не изменяется).

Контрольные вопросы:

1. Что такое неклассические логики? В каком смысле они неклассические? Какие неклассические логики Вы знаете?
2. Что такое истинностное отображение?
3. Дайте определение логической операции отрицания. Какой реальный физический процесс может быть описан операцией отрицания?
3. Удовлетворяет ли зависимость, приведенная на Рис.1, определению инволюции?

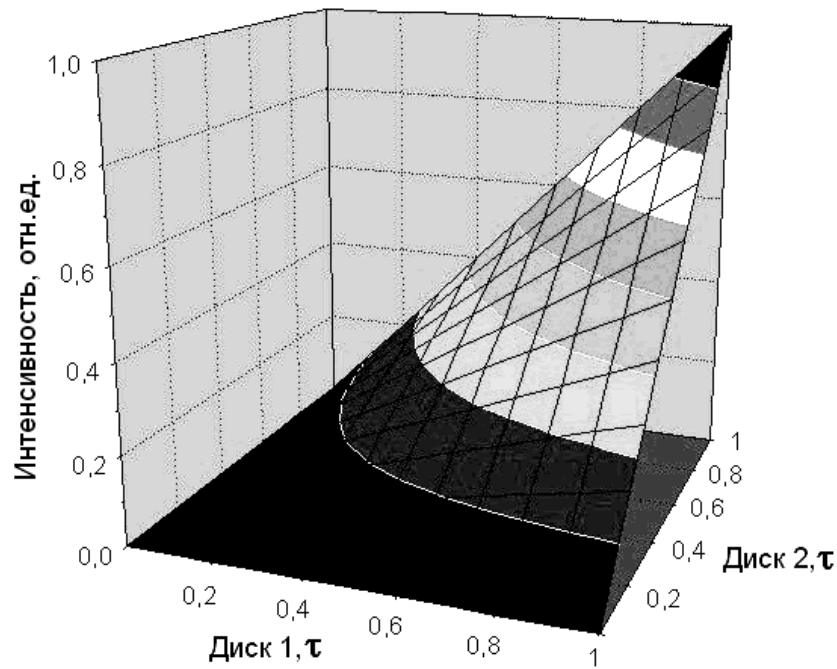


Рис. 3. Графическая интерпретация логической операции
 КОНЪЮНКЦИИ

Литература:

1. Э. Трильяс, К. Альсина, А. Вальверде. нужны ли в теории нечетких множеств операции MAX, MIN и 1-j? / В кн. «Нечеткие множества и теория возможностей» под ред. Р.Р. Ягера. – М.: 1986.- С. 199-228.
2. Г. Биркгоф. Теория решеток. – М.:Наука, 1984.- 568с.
3. W.M. Faucett, «Compact Semigroup Irreducibly Connected between Two Idempotents», Proc. Math. Soc. 6(1955). 741-747.

Лабораторная работа III.3

Реализация арифметики нечетких чисел методом Фурье-голографии

Для формализации на языке математики такого атрибута человеческого мышления, как нечеткость, была предложена теория нечетких множеств. Один из разделов этой теории – арифметика нечетких чисел. Привлекательность этого подхода обусловлена возможностью применения традиционных методов теории управления для анализа нечетких систем.

Цель работы: Изучение возможности реализации арифметики нечетких чисел методом Фурье-голографии.

Задачи, решаемые в работе:

1. Ознакомление с основами теории нечетких чисел
2. Изучение операторов арифметики нечетких чисел, реализуемых в данной работе.

Сведения из теории:

Основатели современной математики, работавшие во второй половине XIX – начале XX веков уделили много внимания понятию числа. Казалось бы, что может быть более строгое и четко определенное, чем число? Тем не менее, во второй половине XX века появилось новое, парадоксальное на первый взгляд понятие нечеткого числа.

Попробуем посмотреть на число как на множество. Точнее, как на нечеткое множество. В этом случае обычное, классическое число может быть представлено как подмножество числовой оси, функция принадлежности которого описывается δ -функцией. Нечеткое число определяется как унимодальное (имеющее один максимум), нормальное (максимальное значение равно 1) нечеткое подмножество числовой оси, имеющее функцию принадлежности

$$\mu_A : R \rightarrow [0,1] , \quad (1)$$

где R – множество действительных чисел, а $F(R) = \{\mu | \mu : R \rightarrow [0,1]\}$ – множество всех нечетких подмножеств числовой оси.

Нечеткое число называется нормальным, если

$$\max_x \mu_A(x) = 1, x \in R . \quad (2)$$

Нечеткое число называется выпуклым если $\forall x, y, z \in R, x \leq y \leq z$

$$\mu_A(y) \geq \mu_A(x) \wedge \mu_A(z), \mu_A \in F(R) .$$

В качестве примера на рис. 1. приведены четкое число 2 (δ -функция) и два треугольных нечетких числа 3 и 5. Эти числа имеют разные функции принадлежности, их моды (максимумы), соответствуют отметкам 3 и 5 на числовой оси.

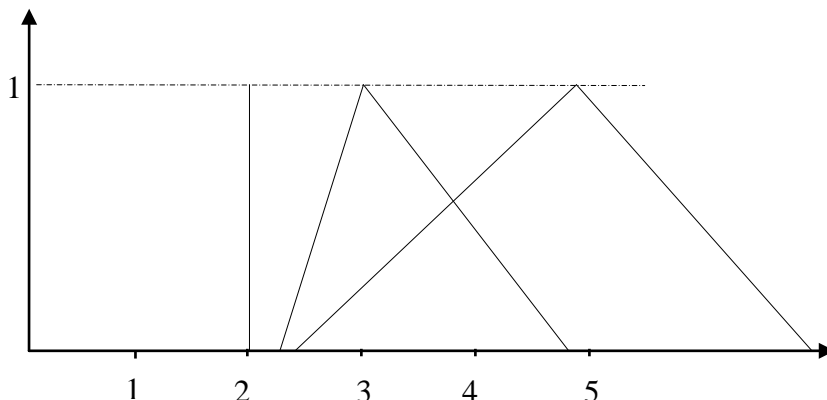


Рис. 1

Один из способов порождения последовательности чисел основан на аксиомах Пеано. Пусть мы имеем число некоторый элемент модели, который назовем числом 1. Прибавив его к самому себе мы получим следующий элемент – число 2. Прибавив к нему начальный элемент, получим число 3, и так далее. Таким образом, мы получим числовую последовательность, свойства элементов этой последовательности определяются свойствами первого элемента (числа 1) и свойствами операции сложения.

С детства мы привыкли, что есть операция обычного, арифметического сложения. Но математика позволяет ввести различные виды операции сложения, объединенные понятием абстрактного сложения.

Операция сложения.

Определим элементы нашей модели x как отображения (1)

$$\mu_A : R \rightarrow [0,1]$$

Где R_X – универсальное множество, в нашем случае – числовая ось. Введем аксиоматическое определение операции сложения (абстрактного) как коммутативной, ассоциативной и неубывающей бинарной операции

$$[0,1] \oplus [0,1] \rightarrow [0,1]$$

С нейтральным элементом 0, т.е.

$$\forall \mu; \mu \oplus 0 = 0 \oplus \mu = \mu. \quad (3)$$

Можно ввести аксиоматическое определение сложения (абстрактного) более подробно, а именно в виде следующего набора аксиом:

$$1 \oplus 1 = 1$$

$$z > x, w > y, \Rightarrow \mu(x) \oplus \mu(y) \geq \mu(z) \oplus \mu(w) \quad (4)$$

$$\mu(x) \oplus \mu(y) = \mu(y) \oplus \mu(x)$$

$$\mu(x) \oplus (\mu(y) \oplus \mu(z)) = (\mu(x) \oplus \mu(y)) \oplus \mu(z)$$

Нетрудно видеть, что обычное арифметическое сложение, к которому мы все привыкли с детства, удовлетворяет этому аксиоматическому определению. Однако, этому аксиоматическому определению удовлетворяет еще и множество других операций. В частности, этому определению удовлетворяет операция свертки, реализуемая в -1 порядке дифракции схемы Фурье-голографии.

Покажем, что если Фурье-голограмма тонкая, т.е. обладает свойством угловой инвариантности, то операция свертки позволяет построить последовательность элементов модели.

Эталонное изображение Im_1 , с которого записана Фурье-голограмма, есть первый элемент модели. Восстановление голограммы эталонным изображением Im_1 даст в минус первом порядке дифракции второй элемент модели как результат абстрактного сложения

$$Im_1 \oplus Im_1 = Im_1 * Im_1 = Im_2 \quad (5)$$

Восстановление голограммы элементом Im_2 (например, при обращении волнового фронта) даст третий элемент

$$Im_1 \oplus Im_2 = Im_1 * Im_2 = Im_3,$$

и так далее. Эта процедура последовательного построения элементов модели полностью соответствует первоначально предложенным для натурального числового ряда аксиомам Пеано.

Заметим, что мы не накладывали никаких ограничений на элементы модели! Если изображение Im_1 удовлетворяет определению нечеткого числа (например, зависимость пропускания транспаранта от координаты $t(x, y)$), то схема Фурье-голографии реализует сложение нечетких чисел.

Аддитивный ноль (нейтральный по сложению элемент)

Обратим внимание, что дельта-функция (точечный опорный источник) удовлетворяет аксиоматическому определению нейтрального по сложению элемента (аддитивного нуля).

$$\mu(x) * \delta = \mu(x)$$

Действительно, при восстановлении голограммы точечным источником восстанавливается эталонное изображение. Для схемы фурье-голографии аксиома нейтрального по сложению элемента имеет вид

$$Im_1 * \delta = Im_1 \quad (6)$$

Операция вычитания

Операция вычитания определяется как сложение с элементом, аддитивно противоположным вычитаемому. По определению, аддитивно противоположный $Im(y)$ элемент есть $Im(-y)$. Тогда, поскольку сложение суть свертка, то вычитание определяется

$$Im(z) = Im(x) - Im(y) = Im(x) \oplus Im(-y) = Im(x) * Im(-y) = Im(x) \otimes Im(y) \quad (7)$$

где \otimes – символ операции корреляции. Здесь мы воспользовались изученным ранее (лекция 2) свойством симметрии Фурье-преобразования. Таким образом, в построенной нами алгебре операция корреляции имеет смысл вычитания.

Экспериментальная установка

Принципиальная схема установки приведена на рис.1. В +1 порядке дифракции формируется функция взаимной корреляции, т.е. реализуется операция вычитания; в -1 порядке дифракции – свертка, т.е. реализуется операция сложения.

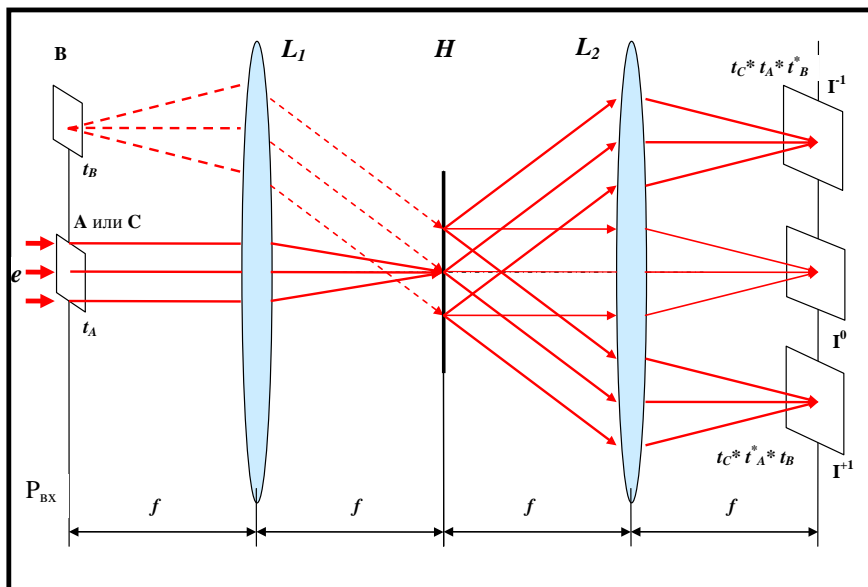


Рис. 2. 4-f схема голографии Фурье (принципиальная схема).

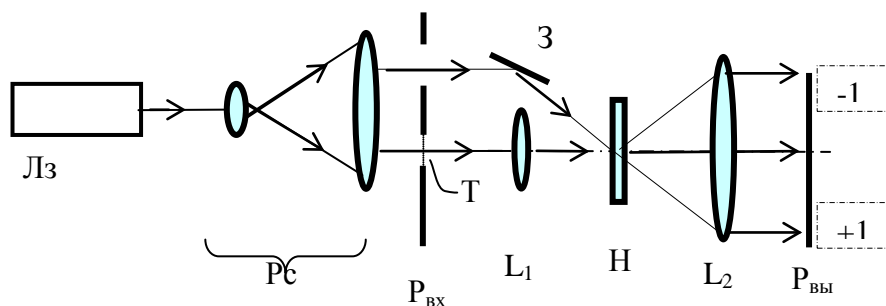


Рис. 3. Схема установки

Лз – лазер гелий-неоновый.

Рс – расширитель пучка.

L_1, L_2 – линзы, осуществляющие преобразование Фурье,

Н – Фурье-голограмма.

$P_{ВХ}$ – входная плоскость системы (передняя фокальная плоскость линзы L_1)

Т – транспарант с изображением,

З – зеркало,

$P_{ВЫХ}$ – выходная плоскость системы (задняя фокальная плоскость линзы L_2)

+1 и -1 – области локализации в выходной плоскости +1 и -1 порядков дифракции, соответственно.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с элементами схемы.
2. Включить блок питания He-Ne лазера.
3. Осмотреть в белом свете транспарант, распределение пропускания которого представляет нечеткое число 1, с которого была записана Фурье-голограмма.
4. Установить транспарант на подвижный столик Н.
5. Установить за транспарантом фотодиод ФД-24К, соединить его с мультиметром.
6. Смещая транспарант на столике Р перпендикулярно оптической оси, построить зависимость сигнала, снимаемого с фотодиода, от положения транспаранта. Данные занести в табл.1. , ввести их в компьютер и построить профиль (сечение) - зависимости пропускания транспаранта от координаты.
7. Вынуть транспарант из столика Н. Убрать фотодиод.
8. Осветить голограмму плоским пучком. Поместить видеокамеру в положение в выходной плоскости, соответствующее -1 порядку дифракции, и записать изображение в файл «1».

9. Перекрыть плоский пучок. Поместить транспарант во входную плоскость, осветить его предметным пучком, а на столик Н установить голограмму. Видеокамеру установить в положение +1.
10. Подвижками столика Н съюстировать голограмму по критерию максимального значения сигнала в +1 порядке дифракции. Сигнал контролировать по экрану монитора. Записать изображение в файл «0».
11. Переместить видеокамеру в -1 порядок дифракции и записать изображение в файл «2».

Обработка результатов.

1. Данные измерения пропускания транспаранта занести в Табл.1.

	координата			
Показания фотодиода $I_{фд}$				
Пропускание ($I_{фд}/I_{фд макс}$)				

2. Провести нормировку по формуле $I_{фд}/I_{фд макс}$.
3. Пользуясь компьютерной программой построить, графическое изображения зависимости пропускания транспаранта от координаты.
4. Изображения, записанные в файлы «0», «1» и «2» преобразовать в формат bmp и, пользуясь программой PROFILER построить сечения. Все три графика записать в файл.
5. Сравнить сечения транспаранта и изображения в файле «1», определить масштаб.
6. Сравнить сечения изображений в файлах «1», «2», «0» и определить, что происходит при сложении, и что при вычитании.
7. Результаты и выводы записать в отчет.

Выводы по работе.

1. Оцените, как изменяется значение функции принадлежности в результате выполнения операций сложения и вычитания.
2. Почему ширина функции принадлежности нечеткого числа 0, полученного в результате вычитания, не равно 0?

Контрольные вопросы:

1. Что такое нечеткое число?
2. «Обычное» арифметическое сложение является частным случаем сложения абстрактного или наоборот?

3. Что такое нейтральный по сложению элемент?
4. Как определяется операция вычитания (абстрактного)?
5. Функция принадлежности результата сложения двух нечетких чисел должна быть шире, уже или остаться без изменений относительно функций принадлежности слагаемых? Почему?
6. Какая операция, реализуемая схемой Фурье-голографии, удовлетворяет аксиоматическому определению абстрактного сложения?
7. Какая операция, реализуемая схемой Фурье-голографии, удовлетворяет аксиоматическому определению вычитания (абстрактного)?
8. Как в терминах построенной арифметики может трактоваться операция восстановления Фурье-голограммы плоской волной?

Литература.

1. Новак В., Перфильева И., Мочкорж И., Математические принципы нечеткой логики / Пер.с англ. М., Физматлит, 2006. – 352 с.
2. Аверкин, А.Н., И.З. Батыршин, А.Ф. Блишун, В.Б. Силов, В.Б. Тарасов. – Под ред. Д.А. Поспелова. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / М.: Наука, 1986. – 312 с.



В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»

Кафедра фотоники и оптоинформатики <http://phoi.ifmo.ru>
Заведующий – профессор, д.ф.-м.н., лауреат премии Ленинского Комсомола С. А. Козлов

Основное направление работы кафедры определено ее названием и связано с развитием нового поколения информационно-телекоммуникационных систем, основанных на оптических технологиях.

Кафедра готовит бакалавров и магистров по направлению 200700 «Фотоника и оптоинформатика». Подготовка ведется в тесном сотрудничестве с компаниями, работающими в области фотоники и оптоинформатики. Со второго курса студенты получают возможность участвовать в работе этих компаний, в научно-исследовательских и опытно конструкторских проектах НИУ ИТМО и других научно-инновационных центров Санкт-Петербурга, проводимых по госзаказу Министерства РФ, российским и международным грантам и контрактам.

Лекционные курсы, которые читают ведущие специалисты кафедры, включают изучение физических основ и техники оптической записи, обработки и передачи информации; знакомят студентов с аналоговыми и цифровыми оптическими вычислениями, оптическими технологиями искусственного интеллекта, квантовой информатикой. Значительное внимание уделяется современным технологиям программирования и инновационному менеджменту.

На кафедре разработаны и действуют уникальные лабораторные практикумы по изучению лазерных систем, голографических технологий записи, преобразования и воспроизведения информации, оптических вычислений, оптических процессоров для систем искусственного интеллекта, фемтосекундной оптике и фемтотехнологиям.

Научным консультантом кафедры по направлениям «Голография» и «Оптоинформатика» долгое время был академик РАН Ю.Н.Денисюк.

Среди студентов и аспирантов кафедры – победители конкурсов лучших научных работ, проводимых Российской Академией наук, Министерством образования РФ, крупнейшими мировыми научными обществами и фондами, такими как РФФИ, INTAS, SPIE, CRDF, OSA и др.

Иони́на Ната́лия Влади́мировна, Орлов Вячеслав Васи́льевич, Павлов
Александр Влади́мирович

ОПТОИНФОРМАТИКА

Экспериментальный практикум
«ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ
ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА»

Учебное пособие

В авторской редакции
Компьютерная верстка
Дизайн
Редакционно-издательский отдел НИУ ИТМО
Зав. РИО
Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99
Подписано к печати
Заказ №
Тираж
Отпечатано на ризографе

А.В.Павлов
А.В.Павлов
Н.Ф. Гусарова