МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

А.А. Усольцев

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

Учебное пособие

Санкт-Петербург

2013

Усольцев А.А. Электрические машины/Учебное пособие. СПб: НИУ ИТМО, 2013, – 416 с.

В пособии рассмотрены устройство и принцип действия электрических машин. Изложены основные положения теории электрических машин; описаны физические процессы, свойства и характеристик основных типов машин, режимы их работы, а также основные способы управления электрическими машинами.

Пособие предназначено для студентов электромеханических специальностей ВУЗОВ.

Рекомендовано к печати учёным советом факультета компьютерных технологий и управления, 13.11.2012, протокол №9.

В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики».

© Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 2013

© А.А. Усольцев, 2013

ВВЕДЕНИЕ

Энергия движущихся зарядов, электрических и магнитных полей, т.е. электрическая энергия, за исключением электромагнитных волн высокочастотной части спектра непосредственно не воспринимается и не используется людьми в практической деятельности. Однако она легко преобразуется в другие виды энергии – механическую и тепловую, а также может быть получена из них обратным преобразованием. Кроме того, электрическую энергию можно без существенных потерь передавать на значительные расстояния. Эти свойства предопределили её использование в качестве промежуточной формы в процессе передачи на расстояние механической и тепловой энергии. Электрические машины являются в этом процессе главным звеном, т.к. с их помощью осуществляется двухстороннее преобразование механической и электрической энергии, а также преобразование параметров электрической энергии.

На рис. В.1 показана структурная схема передачи тепловой и механической энергии (W_T и W_M) от источников (SW_T и SW_M) к приёмникам (RW_T и RW_M)

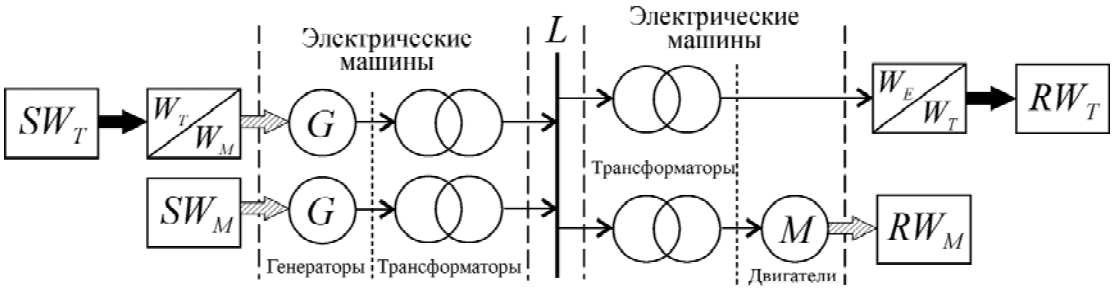


Рис. В.1

посредством промежуточного преобразования в электрическую энергию. В промышленных масштабах электрическую энергию получают преобразованием механической энергии с помощью генератора (*G*). Источниками механической энергии, используемыми для приведения в движение генераторов, обычно являются потоки воды, пара, газов или воздуха. Если источником энергии является теплота, выделяющаяся при химических или ядерных реакциях, то она предварительно преобразуется в механическую энергию (W_T / W_M) газовыми или паровыми турбинами. Для минимизации потерь электрической энергии в линиях передачи (*L*) напряжение на выходе генератора повышается трансформатором, а при отборе из линии понижается до уровня, обеспечивающего эффективное и безопасное преобразование в механическую или тепловую форму.

Подавляющее большинство электрических машин строится на основе явлений, возникающих при взаимодействии электрических зарядов, движущихся в проводнике, с магнитным полем, которые описываются законом электромагнитной индукции. Поэтому машины этого типа называются индукционными машинами. Существует также целый ряд электрических машин, в которых для аналогичных преобразований используются иные физические явления, однако в традиционных курсах эти устройства не рассматриваются.

Обычно в понятие электрические машины включаются индукционные электромеханические преобразователи (генераторы и двигатели), а также статические преобразователи электрической энергии – трансформаторы. Это связано с тем, что физические процессы в трансформаторах имеют много общего с процессами в электромеханических преобразователях, и при анализе трансформаторы можно использовать в качестве удобной модели.

Механическая энергия в генераторах и в большей части двигателей имеет форму вращательного движения. Поэтому их называют вращающимися электрическими машинами. В данном курсе мы будем рассматривать именно этот тип электромеханических преобразователей, что, однако, не препятствует распространению результатов анализа на машины с поступательным движением.

Электрические машины используются практически во всех областях техники. Их мощности находятся в пределах от долей ватта до десятков и сотен мегаватт. Знание принципов работы, конструкций и характеристик электрических машин является необходимым условием их оптимального выбора и эффективного применения в решении широкого круга технических задач.

Современные механизмы, приводимые в движение электродвигателями, требуют регулирования механических координат: положения, скорости вращения, ускорения, вращающего момента. Быстрое развитие силовой электроники и микропроцессорной техники в последние десятилетия позволило на основе глубоких знаний процессов в электрических машинах разработать и реализовать новые принципы управления двигателями с помощью импульсных полупроводниковых преобразователей. В некоторых случаях эти принципы управления полностью изменили представление о свойствах, характеристиках и областях применения тех или иных машин. В первую очередь это относится к наиболее распространённым асинхронным двигателям с короткозамкнутым ротором.

Высокоэффективное преобразование энергии электрическими машинами, а также простота и точность обработки информации, представленной в форме электрических токов или потенциалов, позволяют использовать их не только в энергетике, но также в измерительных и вычислительных системах (датчики механических величин, измерительные приборы, вычислительные устройства и др.). Однако специфика задач, решаемых этими типами электрических машин, требует рассмотрения их в специальных курсах.

Раздел 1. Физические основы устройства электрических машин

Глава 1. Основные понятия теории магнитного поля

1.1. Магнитное поле и магнитная индукция

Преобразование электрической энергии в машинах индукционного типа осуществляется с помощью электромагнитных полей.

Магнитным полем называется пространство, состояние и свойства которого определяются движением электрических зарядов. Магнитному полю присущи два проявления: силовое воздействие на движущиеся электрические заряды и возбуждение электрического поля при изменении его состояния.

Магнитное поле в каждой точке характеризуется двумя величинами: вектором магнитной индукции $\mathbf{B}$ и вектором напряжённости $\mathbf{H}$.

Магнитная индукция может быть определена по механической силе, действующей на движущиеся в поле заряды, а также по электродвижущей силе, наводимой в движущемся проводнике или в неподвижном проводнике, находящемся в переменном магнитном поле.

Из опыта известно, что на линейный проводник с током i и длиной l, находящийся в однородном магнитном поле, действует сила, величина которой определяется как

$$\mathbf{F} = i\mathbf{B} \times \mathbf{l};\ F = \left|\mathbf{F}\right| = iBl\sin\left(\widehat{\mathbf{B},\mathbf{l}}\right), \qquad (1.1)$$

где $\mathbf{B}$ – вектор индукции магнитного поля, $\mathbf{l}$ – вектор, направление которого соответствует расположению проводника.

Выражение (1.1) позволяет определить индукцию как силу, действующую на проводник длиной в один метр, расположенный перпендикулярно вектору $\mathbf{B}$, по которому протекает ток силой в один ампер. Единицей измерения индукции является тесла [Тл]=[В·с/м^2].

В общем случае сила, действующая на произвольный проводник с током равна

$$\mathbf{F} = i\oint \mathbf{B} \times d\mathbf{l}. \qquad (1.2)$$

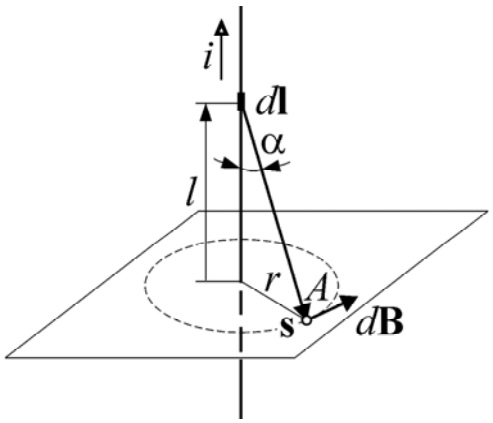


Рис. 1.1

Опыт показывает, что в однородной среде вокруг прямолинейного проводника с током образуется магнитное поле, вектор индукции которого в каждой точке пространства располагается в плоскости перпендикулярной проводнику и совпадает по направлению с касательной к окружности с центром на оси проводника (рис. 1.1).

Определить величину индукции в любой точке A можно на основании закона Био-Савара, если предположить, что каждый элемент тока $id\mathbf{l}$ создаёт своё магнитное поле и

полная индукция в данной точке равна геометрической сумме элементарных составляющих

$$d\mathbf{B} = k\frac{i}{s^3}d\mathbf{l}\times\mathbf{s};\;\; dB = \left|d\mathbf{B}\right| = k\frac{i\cdot dl}{s^2}\sin\left(\widehat{d\mathbf{l},\mathbf{s}}\right), \qquad (1.3)$$

где $\mathbf{s}$ – вектор, имеющий величину, равную расстоянию от элемента $d\mathbf{l}$ до точки A, и направленный к этой точке.

Таким образом, элементарная магнитная индукция $d\mathbf{B}$ в однородной среде направлена нормально к плоскости, проходящей через $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{s}$, пропорциональна величине элементарного тока $i\cdot dl$, обратно пропорциональна квадрату расстояния s и пропорциональна синусу угла между направлениями тока $id\mathbf{l}$ и $\mathbf{s}$.

Коэффициент пропорциональности k зависит от физических свойств среды и от выбора единиц измерения. В международной системе единиц СИ коэффициент k для вакуума равен $k = \mu_0/(4\pi)$, где $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная или магнитная проницаемость вакуума. Для любой другой среды $k = \mu_a/(4\pi)$, где $\mu_a = \mu\mu_0$ – абсолютная магнитная проницаемость, обычно представляемая через магнитную проницаемость вакуума с помощью безразмерной величины μ, называемой относительной магнитной проницаемостью.

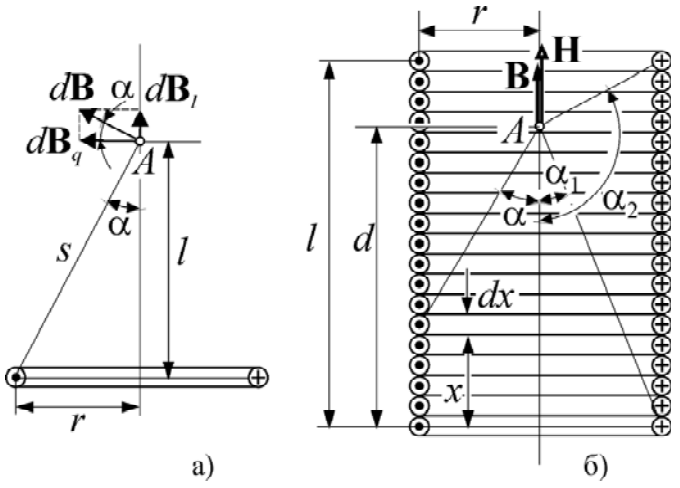


Рис. 1.2

В дальнейшем мы увидим, что магнитная проницаемость всех сред кроме ферромагнитных ничтожно мало отличается от магнитной проницаемости вакуума, и поэтому в практических расчётах для них можно принять $\mu_a \approx \mu_0$ и $\mu \approx 1$.

Направления элементарных магнитных индукций $d\mathbf{B}$, создаваемых всеми элементарными токами $id\mathbf{l}$ в точке A, совпадают. Поэтому при определении полной индукции их можно суммировать арифметически

$$B_L = \int dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dl}{s^2}\sin\alpha\,. \qquad (1.4)$$

Из рис. 1.1 следует, что

$$l = r\,\mathrm{ctg}\alpha;\; dl = -\frac{r}{\sin^2\alpha}d\alpha;\; r = s\sin\alpha;\; \frac{1}{s^2} = \frac{\sin^2\alpha}{r^2}.$$

Отсюда

$$B_L = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{\pi}^{0}\left(-\frac{r}{\sin^2\alpha}\cdot\frac{\sin^2\alpha}{r^2}\sin\alpha\right)d\alpha = \frac{\mu_0 i}{4\pi r}\cos\alpha\Big|_{\pi}^{0} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}. \qquad (1.5)$$

Значение индукции в точке A, лежащей на оси кольцевого проводника и удалённой от его плоскости на расстояние l (рис. 1.2, *а*), можно определить

суммируя элементарные магнитные индукции $d\mathbf{B}$ с учётом того, что угол между направлениями тока $id\mathbf{l}$ и $\mathbf{s}$ равен 90°. Тогда

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{s^2}.$$

Элементарную индукцию $d\mathbf{B}$ можно разложить на две составляющие, одна из которых направлена вдоль оси кольцевого проводника

$$dB_l = dB\sin\alpha = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{s^2}\sin\alpha, \qquad (1.6)$$

а другая – перпендикулярно этой оси

$$dB_q = dB\sin\alpha = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{s^2}\cos\alpha. \qquad (1.7)$$

Элементарные токи, расположенные диаметрально, создают противоположно направленные поперечные составляющие dB_q, которые взаимно компенсируются. Поэтому полная магнитная индукция в точке A на оси кольцевого проводника определяется суммированием продольных составляющих

$$B_R = \int dB_l = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_0^{2\pi r}\frac{dl}{s^2}\sin\alpha = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{2\pi r}{s^2}\sin\alpha = \frac{\mu_0 i}{2}\frac{r^2}{s^3} = \frac{\mu_0 i}{2}\frac{\sin^3\alpha}{r}. \qquad (1.8)$$

Пользуясь выражением (1.8) можно определить значение магнитной индукции на оси цилиндрической катушки (соленоида) длиной l, состоящей из расположенных вплотную w витков (рис. 1.2, *б*). Разделив всю длину l на элементы dx, каждый из которых представляет собой кольцевой ток $\frac{w}{l} i\,dx$, можно определить индукцию суммированием

$$B_S = \mu_0\frac{wi}{2l}\int_0^{l}\frac{\sin^3\alpha}{r}dx. \qquad (1.9)$$

Выражение (1.9) с учётом того, что

$$d - x = r\,\mathrm{ctg}\,\alpha;\ dx = \frac{r}{\sin^2\alpha}d\alpha,$$

можно привести к виду

$$B_S = \mu_0\frac{wi}{2l}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\,d\alpha = \mu_0\frac{wi}{2l}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right). \qquad (1.10)$$

В случае бесконечно длинного соленоида $\alpha_1 = 0;\ \alpha_2 = \pi$ и магнитная индукция на его оси будет равна

$$B_{S\infty} = \mu_0\frac{wi}{l}. \qquad (1.11)$$

Расчётную векторную величину, равную отношению магнитной индукции к магнитной проницаемости среды в той же точке, называют напряжённостью магнитного поля

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_a. \qquad (1.12)$$

В однородной среде напряжённость магнитного поля можно определить через элементарные составляющие

$$d\mathbf{H} = \frac{i}{4\pi s^3} d\mathbf{l} \times \mathbf{s};\;\; dH = \left|d\mathbf{H}\right| = \frac{i \cdot dl}{4\pi s^2} \sin\left(\widehat{d\mathbf{l},\mathbf{s}}\right), \qquad (1.13)$$

повторив выкладки, проделанные для определения индукции.

Тогда напряжённости магнитных полей линейного проводника и бесконечно длинного соленоида в точках, соответствующих рис. 1.1 и 1.2 , будут равны соответственно

$$H_L = \frac{i}{2\pi r};\; H_{S\infty} = \frac{wi}{l}. \qquad (1.14)$$

Из выражений (1.13), (1.14) следует, что единицей напряжённости магнитного поля является А/м.

1.2. Магнитный поток

Магнитным потоком называется поток вектора магнитной индукции через какую-либо поверхность. Он определяется как

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{s} = \int_S B \cos\left(\widehat{\mathbf{B}, d\mathbf{s}}\right) ds,$$

где $d\mathbf{s}$ – вектор, соответствующий элементарной площади ds поверхности S и направленный по отношению к ней нормально (рис. 1.3, *а*)

Если магнитная индукция нормальна к поверхности ds, то

$$d\Phi = B\, ds \Rightarrow B = \frac{d\Phi}{ds},$$

т.е. магнитная индукция является плотностью магнитного потока в данной точке поля.

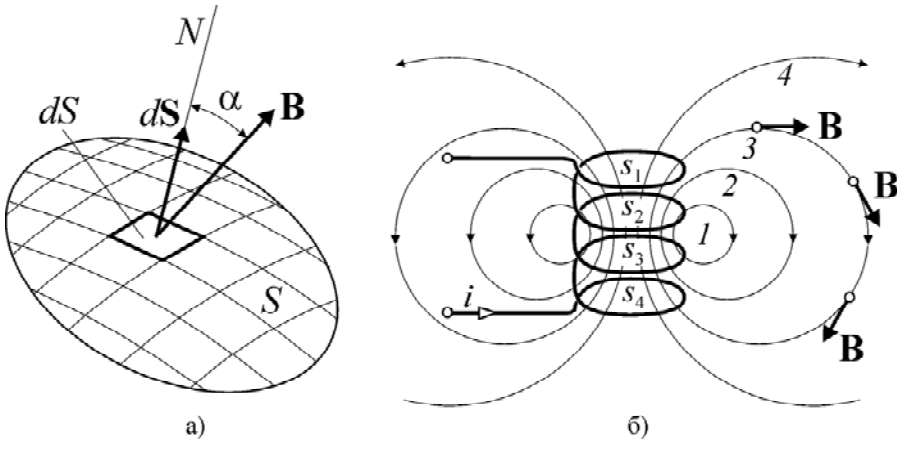


Рис. 1.3

Магнитный поток измеряется в веберах [Вб]=[В·с].

Магнитную индукцию можно графически представить линиями, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением индукции, а число линий, приходящееся на единицу поверхности, расположенной нормально к вектору **B**, равно численному значению индукции (рис. 1.3, *б*). Тогда магнитный поток через какую-либо поверхность будет равен числу линий, проходящих через эту поверхность.

Линии индукции магнитного поля представляют собой непрерывные линии, замкнутые сами на себя и не имеющие ни начала, ни конца. Математиче-

ски принцип непрерывности магнитных линий формулируется следующим образом:

$$\Phi = \oint_s \mathbf{B} d\mathbf{s} = 0,$$

т.е. магнитный поток, проходящий через любую замкнутую поверхность, равен нулю.

Понятие магнитного потока можно использовать применительно к любой сколь угодно сложной поверхности, например, к поверхности, образованной витками катушки на рис. 1.3, *б*. Если допустить, что каждый виток почти замкнут, то эту поверхность упрощённо можно представить в виде нескольких простых плоских поверхностей s_1, s_2, s_3 и s_4, ограниченных отдельными витками. Значит, подсчитав число линий индукции, проходящих через эти поверхности, можно определить магнитные потоки, сцепляющиеся с каждым витком, а затем и полный магнитный поток через всю поверхность электрического контура катушки Ψ:

$$\Psi = \Phi_{s_1} + \Phi_{s_2} + \Phi_{s_3} + \Phi_{s_4} = \sum_{k=1}^{4} \Phi_{s_k} .$$

Пусть линии индукции на рис. 1.3, *б* являются единичными магнитными линиями. Тогда

$$\Phi_{s_1} = \Phi_{s_4} = 4; \; \Phi_{s_2} = \Phi_{s_3} = 8; \; \Psi = 4 + 8 + 8 + 4 = 24.$$

Величина Ψ называется потокосцеплением. Его можно определить также, суммируя число сцеплений каждой единичной линии с витками катушки. Так первая и вторая линии на рис. 1.3, *б* сцепляются с двумя витками ($\Psi_1 = \Psi_2 = 2$), а третья и четвёртая с чётырьмя ($\Psi_3 = \Psi_4 = 4$). Отсюда с учетом симметрии картины магнитного поля

$$\Psi = 2(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3 + \Psi_4) = 2 \cdot (2 + 2 + 4 + 4) = 24.$$

Если магнитное поле создаётся несколькими токами или витками, которые могут принадлежать разным электрическим цепям, то магнитный поток, сцепляющийся с каким-либо контуром, будет равен алгебраической сумме потоков, создаваемых отдельными токами.

1.3. Намагниченность

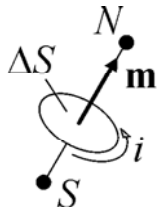


Рис. 1.4

Постоянный ток *i*, текущий по замкнутому контуру, ограниченному небольшой площадью ΔS, называется магнитным диполем (рис. 1.4). Он имеет своё магнитное поле, параметры которого определяются величиной тока и диаметром контура.

Магнитный диполь можно характеризовать вектором $\mathbf{m}$, называемым магнитным моментом диполя, величина которого равна

$$\mathbf{m} = \mu_0 i \cdot \Delta\mathbf{S},$$

где $\Delta\mathbf{S}$ – вектор, нормальный к плоскости контура тока.

Как известно, физические тела состоят из молекул и атомов. Атомы же можно представить как ядра, содержащие положительные заряды, и вращаю-

щиеся вокруг них электроны. Электроны являются материальными частицами, обладающими массой и минимально возможным отрицательным зарядом. Электроны, движущиеся вокруг ядра, являются элементарными токами $i = e_0 f$, где $e_0 = 1{,}592 \cdot 10^{-19}$ – заряд электрона в кулонах; f_0 – частота вращения по орбите в Гц. Следовательно, атомы представляют собой магнитные диполи. Магнитный момент каждого электрона, движущегося по круговой орбите радиусом *r*, равен

$$m_o = \mu_0 i \cdot \Delta S = \mu_0 \frac{e_0 \omega_0}{2\pi} \pi r^2 = \frac{1}{2} \mu_0 e_0 r^2 \omega_0; \; \mathbf{m}_o = -\frac{1}{2} \mu_0 e_0 r^2 \boldsymbol{\omega}_0,$$

где $\omega_0 = 2\pi f_0$ – угловая частота вращения электрона.

Отрицательный знак в этом выражении связан с тем, что под электрическим током понимают движение положительных зарядов. Магнитный момент m_o называется орбитальным моментом.

Так как электрону присущ не только заряд e_0, но и масса покоя $m_0 = 9 \cdot 10^{-31}$ кг, то движущийся электрон обладает также моментом количества движения

$$G_o = m_0 \cdot v \cdot r = m_0 r^2 \omega_0; \; \mathbf{G}_o = m_0 r^2 \boldsymbol{\omega}_0.$$

Отношение орбитального момента к моменту количества движения электрона является константой

$$\frac{m_o}{G_o} = \frac{\mu_0 e_0}{2 m_0} = \text{const}.$$

Кроме движения по орбитам электроны вращаются вокруг собственной оси и обладают определённым механическим моментом количества движения G_s, называемым спином электрона. Благодаря спину электрон помимо механического момента обладает также, независимо от циркуляции вокруг ядра, магнитным моментом спина или спиновым моментом равным

$$m_s = 0{,}923 \cdot 10^{-30} \text{ В·с·м}.$$

Отношение спинового момента к моменту количества движения также является константой

$$\frac{m_s}{G_s} = \frac{\mu_0 e_0}{m_0} = \text{const}.$$

Сумма магнитных моментов, приходящихся на единицу объёма, называется намагниченностью или магнитной поляризацией:

$$\lim_{V \to 0} \frac{\sum \mathbf{m}}{V} = \mathbf{J}$$

Намагниченность измеряется в тех же единицах, что и магнитная индукция. В большинстве случае направление вектора намагниченности совпадает с направлением напряжённости магнитного поля и её можно представить как

$$\mathbf{J} = \kappa \mathbf{H}, \qquad (1.15)$$

где κ – коэффициент магнитной восприимчивости.

В нейтральном состоянии магнитные моменты, присущие электронам благодаря циркуляции и спинам, взаимно уравновешиваются и во внешнем пространстве магнитное поле диполей не проявляется.

Когда же тело попадает в магнитное поле, то между ним и диполями возникают силы взаимодействия, изменяющие ориентацию диполей. Если в результате переориентации общий магнитный поток уменьшается, то такое явление называется диамагнетизмом. В случае если под действием внешнего поля магнитный поток увеличивается, то явление называется парамагнетизмом.

Диамагнетизм свойственен всем веществам, но выражен крайне слабо. Коэффициент магнитной восприимчивости диамагнетиков κ составляет $(-10^{-6}\ldots-10^{-4})\mu_0$. Для большинства веществ он перекрывается более мощным парамагнитным явлением так, что внешнее поле усиливается. Однако коэффициент магнитной восприимчивости при этом составляет $(10^{-7}\ldots10^{-5})\mu_0$.

Индукцию магнитного поля с учётом (1.12) и (1.15) можно представить в виде

$$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H} + \mathbf{J} = \mu_0\mathbf{H} + \kappa\mathbf{H} = \mu_a\mathbf{H}, \qquad (1.16)$$

где $\mu_a = \mu_0 + \kappa = \mu\mu_0$ – абсолютная магнитная проницаемость среды. Она слагается из магнитной проницаемости вакуума и магнитной восприимчивости среды. Отношение $\mu = \mu_a / \mu_0$ называется относительной магнитной проницаемостью среда. Для диамагнетиков $\mu < 1 \approx 1$, а для парамагнетиков $\mu > 1 \approx 1$. Отличие магнитной проницаемости этих веществ от проницаемости вакуума столь мало, что в большинстве случаев им пренебрегают.

1.4. Уравнения Максвелла

Преобразование электрической энергии в машинах осуществляется с помощью электромагнитных полей, математическое описание которых в наиболее общей форме соответствует уравнениям Максвелла.

Первое уравнение устанавливает соотношение между электрическим током и напряжённостью магнитного поля

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \frac{dq}{dt} = i, \qquad (1.17)$$

где $\mathbf{H}$ и $d\mathbf{l}$ – векторы напряжённости магнитного поля и элементарного перемещения вдоль замкнутого контура, а $i = dq/dt$ – полный ток, проходящий через поверхность, ограниченную контуром интегрирования, и включающий токи проводимости и смещения.

Это уравнение количественно характеризует магнитное поле, возникающее при движении электрических зарядов, а также при изменении электрического поля, т.к. в его правую часть входит полный ток, включающий ток смещения в вакууме.

В случае медленно изменяющихся полей током смещения в правой части уравнения (1.17) можно пренебречь. Тогда в этом уравнении будет учитываться

только ток проводимости, и оно будет соответствовать закону, называемому законом полного тока. Его можно сформулировать следующим образом:

> линейный интеграл вектора напряжённости магнитного поля, взятый по замкнутому контуру, равен полному электрическому току, проходящему через поверхность, ограниченную этим током.

Ток в правой части уравнения (1.17) называется намагничивающей силой (НС). Она измеряется в единицах измерения тока – амперах. Единицей измерения напряжённости магнитного поля является ампер на метр [А/м].

Если контур интегрирования можно разделить на n участков, в пределах которых поле однородно и направление пути $d\mathbf{l}$ на каждом участке выбрать совпадающим с направлением вектора напряжённости $\mathbf{H}$, то интеграл в (1.17) можно заменить суммой произведений напряжённостей на длину участков:

$$\sum_{k=1}^{n} H_k l_k = \sum \pm I \,. \tag{1.18}$$

Если при этом контур интегрирования проходит по оси катушки с числом витков w и током I, то в правой части вместо суммы токов будет произведение Iw.

Связь магнитного поля с электрическим была открыта Фарадеем и называется законом электромагнитной индукции. Максвелл обобщил этот закон на случай произвольной среды и в этом виде он получил название второго закона Максвелла. Применительно к замкнутым контурам закон электромагнитной индукции в формулировках Фарадея и Максвелла идентичен. В соответствии с законом Фарадея электродвижущая сила, действующая вдоль какого-либо контура и численно равная линейному интегралу вектора напряжённости электрического поля $\mathbf{E}$, взятому вдоль контура, равна скорости изменения магнитного потока Ф, взятой с обратным знаком

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}, \tag{1.19}$$

Выражение (1.19) справедливо для любого замкнутого контура, не обязательно образованного проводником. В общем случае этот контур может быть и воображаемым контуром, расположенным целиком в диэлектрике или частично в проводящей среде и частично в диэлектрике. Во всех без исключения случаях при изменении во времени магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную любым контуром, в нём возникает электродвижущая сила, определяемая этим уравнением.

Уравнение (1.19) свидетельствует, что при изменении во времени магнитного поля в том же пространстве возникает поле электрическое. Таким образом, магнитное и электрическое поля связаны между собой, и являются двумя сторонами единого электромагнитного процесса, называемого электромагнитным полем.

В простейшем случае одного контура с электрическим током i магнитный поток, сцепляющийся с ним, определяется только током контура и называется потоком (потокосцеплением) самоиндукции:

$$\Psi_L = Li. \qquad (1.20)$$

Коэффициент L называется коэффициентом самоиндукции или индуктивностью контура.

Очевидно, что при неизменном токе изменение размеров и формы контура, а также свойств окружающей среды вызовет изменение потокосцепления Ψ_L. Изменение потокосцепления приведёт к возникновению ЭДС самоиндукции

$$e_L = -\frac{d\Psi_L}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L\frac{di}{dt} - i\frac{dL}{dt}. \qquad (1.21)$$

Если с течением времени индуктивность контура не меняется ($L = \text{const}$), то

$$e_L = -L\frac{di}{dt}. \qquad (1.22)$$

Отрицательный знак в выражениях (1.21) и (1.22) свидетельствует, что индуцированная ЭДС стремится вызвать ток, направленный таким образом, чтобы воспрепятствовать изменению магнитного потока. Это положение является правилом Ленца и представляет собой принцип электромагнитной инерции.

Глава 2. Ферромагнетизм

2.1. Намагничивание и перемагничивание ферромагнетиков

Особую группу веществ по характеру реакции на воздействие магнитного поля составляют железо, кобальт, никель и некоторые другие материалы и сплавы. Во внешнем относительно слабом магнитном поле они способны приобретать большую намагниченность. Эти металлы объединяют названием ферромагнетики, а явления, связанные с их намагничиванием, называют ферромагнетизмом. У ферромагнетиков нет линейной зависимости между магнитной индукцией и напряжённостью поля. Магнитная проницаемость и магнитная восприимчивость

$$\mu_a = \mu_0 + \kappa = B/H = \text{var} \;\text{ и }\; \kappa = J/H = \text{var}$$

не имеют постоянного значения. При этом

$$\mu_a / \mu_0 = \mu \gg 1.$$

Ферромагнетики имеют кристаллическую структуру. Из опыта известно, что их намагничивание связано только с ориентацией спинов электронов. При этом в структуре вещества существуют отдельные области с преобладающим направлением спинов, называемые областями спонтанного намагничивания или магнитными доменами. При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты доменов взаимно уравновешиваются так, что общая намагниченность вещества равна нулю.

Однако достаточно иногда даже очень слабого внешнего поля, чтобы это равновесие было нарушено и магнитные моменты некоторых доменов оказались ориентированными по внешнему магнитному полю, а ферромагнетик оказался сильно намагниченным. По мере увеличения напряжённости намагничен-

ность возрастает до тех пор, пока не будет достигнуто состояние, при котором магнитные моменты всех доменов будут ориентированы по направлению внешнего поля (точка *m* на рис. 2.1, *а*). Это состояние называется магнитным насыщением. Дальнейшее увеличение напряжённости поля уже не будет влиять на намагниченность вещества.

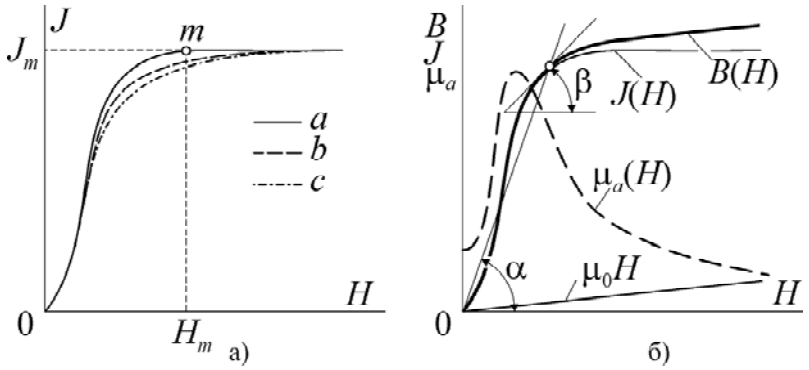


Рис. 2.1

Вид кривой $J(H)$ для монокристалла ферромагнетика зависит от направления внешнего поля по отношению к осям кристалла. Легче всего кристалл намагничивается вдоль ребёр кристаллической решётки (кривая *а* на рис. 2.1, *а*). Труднее всего вдоль большой диагонали кристалла (кривая *с* на рис. 2.1, *а*), и некоторая средняя намагниченность достигается в направлении диагоналей граней кристалла (кривая *b* на рис. 2.1, *а*).

Пользуясь выражением (1.16) и кривой $J(H)$ можно построить зависимость индукции магнитного поля в ферромагнетике от напряжённости – $B(H)$. Она представляет собой сумму ординат кривой $J(H)$ и прямой линии индукции в вакууме $B = \mu_0 H$. Так как в области насыщения $J = \text{const}$, то характеристика $B(H)$ в этой области становится линейной с наклоном, соответствующим магнитной постоянной μ_0 (рис. 2.1, *б*).

Каждой точке кривой $B(H)$ на рис. 2.1, *б* соответствует значение магнитной проницаемости $\mu_a = B/H = \text{tg}\alpha$. На начальном участке при слабом поле она относительно мала, а затем резко увеличивается, достигая максимума. После этого проницаемость по мере насыщения снижается. Кроме абсолютной магнитной проницаемости μ_a состояние ферромагнетика при малых изменениях напряжённости поля характеризуется дифференциальной магнитной проницаемостью $\dfrac{dB}{dH} = \text{tg}\beta$, представляющей собой тангенс угла наклона касательной к кривой намагничивания. Как видно из рис. 2.1, *б*, она может существенно отличаться от μ_a.

Если по достижении насыщения постепенно уменьшать напряжённость поля *H*, то магнитные моменты отдельных доменов будут возвращаться в исходное состояние. Однако при исчезновении внешнего поля $H = 0$ ферромагнетик сохранит некоторую остаточную намагниченность $J_r = B_r$ (рис. 2.2). Для уменьшения индукции до нуля нужно создать внешнее магнитное поле с противоположным направлением и напряжённостью $-H_c$, называемой коэрцитивной или задерживающей силой. Дальнейшее увеличение напряжённости обрат-

ного поля приведёт к состоянию насыщения ферромагнетика с противоположным направлением индукции.

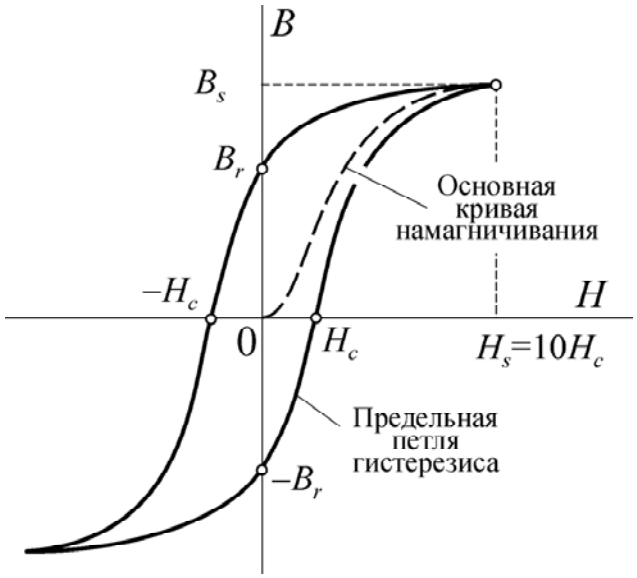


Рис. 2.2

При циклическом изменении внешнего поля от $+H_s$ до $-H_s$ намагниченность и индукция ферромагнетика будут изменяться по кривой, имеющей замкнутую форму и называемой петлёй гистерезиса. Термин происходит от греческого υστερησιζ – отставание, и связан с тем, что изменение индукции магнитного поля происходит с запаздыванием по отношению к изменению напряжённости. Это приводит к тому, что величина индукции определяется не только значением напряжённости внешнего поля в данный момент времени, но также и предшествующим значением индукции.

Петля гистерезиса характеризуется значениями максимальной и остаточной индукции B_s и B_c, а также коэрцитивной силой H_c. Если перемагничивание производится до состояния насыщения, то соответствующая кривая называется предельной петлёй гистерезиса (рис. 2.2).

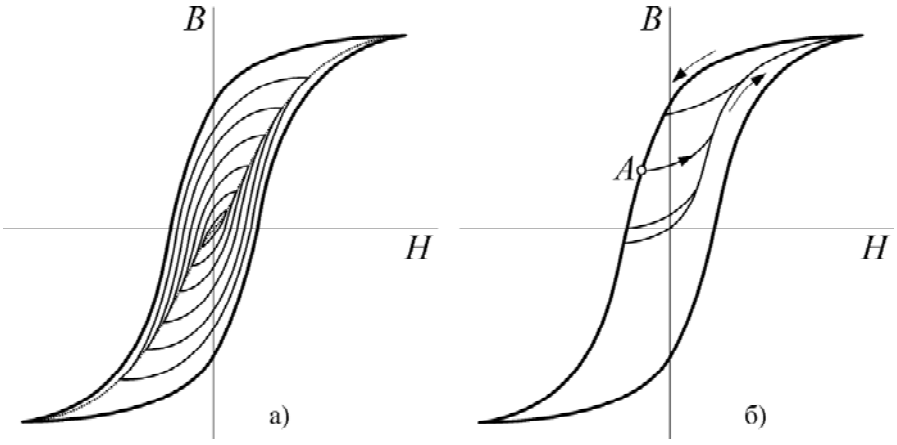


Рис. 2.3

В случае симметричного перемагничивания, т.е. когда максимальные значения напряженности магнитного поля в обоих направлениях одинаковы, кривые $B(H)$ образуют петли внутри предельной кривой (рис. 2.3, *а*). При этом вершины симметричных циклов располагаются на кривой, называемой основной кривой намагничивания.

Если после доведения ферромагнетика до состояния насыщения уменьшать напряжённость, а затем, начиная от какой-нибудь точки *A*, начать её увеличивать, то магнитная индукция будет возрастать по т.н. кривой возврата, приближаясь к основной кривой намагничивания но, не пересекая её (рис. 2.3, *б*).

1.2.2. Энергия магнитного поля

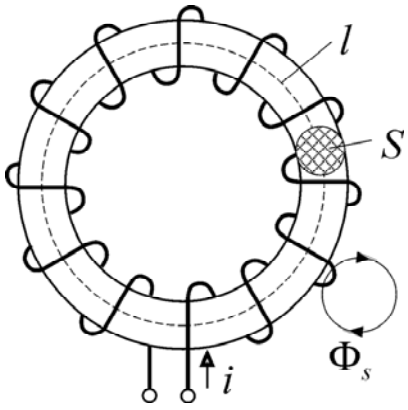


Рис. 2.4

В магнитном поле содержится энергия, распределённая по пространству, занимаемому полем. Она соответствует работе, затраченной электрическим током при создании поля.

Пусть магнитное поле создаётся током, протекающим по обмотке тороидальной катушки с числом витков w и сопротивлением R (рис. 2.4). При подключении обмотки к источнику питания ток в ней установится не сразу, а постепенно, т.к. магнитный поток охватывающий витки обмотки наводит ЭДС самоиндукции

$$e_L = -w\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

которая препятствует нарастанию тока.

Уравнение Кирхгофа для электрической цепи обмотки имеет вид

$$u = iR - e_L = iR + \frac{d\Psi}{dt}.$$

Энергия dW_Q, поступающая от источника питания за время dt, равна

$$uidt = i^2Rdt + id\Psi \;\Leftrightarrow\; dW_Q = dW_T + dW_M.$$

Часть этой энергии $dW_T = i^2Rdt$ рассеивается в виде тепла в сопротивлении обмотки, а другая часть

$$dW_M = id\Psi, \qquad (2.1)$$

если при этом не совершается никакой работы, увеличивает энергию магнитного поля.

Напряжённость магнитного поля на оси катушки в соответствии с (1.18) равна $H = iw/l$. Поэтому силу тока можно представить как $i = Hl/w$. В то же время потокосцепление тороидальной катушки равно $\Psi = w\Phi = wBS$.

Подставляя в (2.1) выражения для потокосцепления и тока, найдём энергию магнитного поля в виде

$$W_M = \int_0^{\Psi} dW_M = \int_0^{\Psi} id\Psi = \int_0^{\Phi} iwd\Phi = \int_0^{B} H\cdot l\cdot SdB = V\int_0^{B} HdB. \qquad (2.2)$$

Если разделить обе части на V, то мы получим выражение для плотности энергии, которое справедливо также для неоднородного магнитного поля, т.к. любое поле в бесконечно малых пределах можно рассматривать, как однородное, т.е.

$$\frac{dW_M}{dV} = \int_0^{B} HdB$$

В том случае, если магнитная проницаемость среды во всех точках магнитного поля одинакова ($\mu_a = \text{const}$), то плотность энергии равна

$$\frac{dW_M}{dV} = \int_0^B HdB = \int_0^H H\mu_a dH = \frac{\mu_a H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_a} = \frac{BH}{2}. \qquad (2.3)$$

При $\mu_a = \text{const}$ энергию магнитного поля можно выразить также через индуктивность

$$W_M = \int_0^\Psi dW_M = \int_0^\Psi id\Psi = \int_0^{i_\infty} iLdi = \frac{Li_\infty^2}{2}, \qquad (2.4)$$

где i_∞ – конечное значение тока. Это позволяет определить индуктивность как удельную меру энергии магнитного поля, т.к. она равна двойному её значению при единичном токе.

2.2. Потери энергии при перемагничивании

Если между магнитной индукцией и напряжённостью поля нет линейной зависимости, то, полгая индукцию магнитного поля во всех точках нормальной плоскости одинаковой, плотность энергии можно определить интегрированием по кривой намагничивания. Разбивая контур интегрирования на отдельные участки, начиная от нулевого значения индукции, с учётом симметрии петли гистерезиса получим

$$\frac{dW_M}{dV} = \oint HdB = 2\left(\int_0^{B_s} HdB + \int_{B_s}^{B_r} HdB + \int_{B_r}^{0} HdB \right). \qquad (2.5)$$

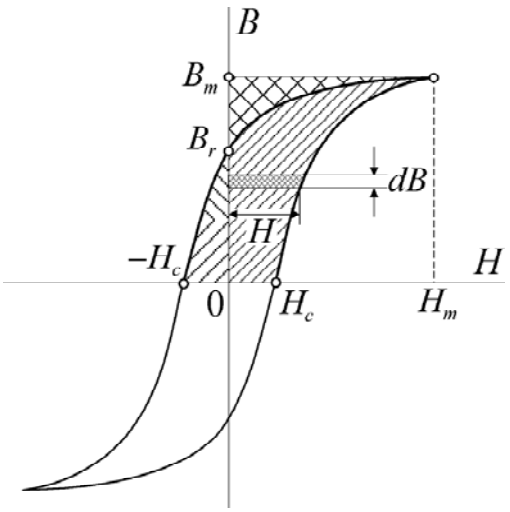


Рис. 2.5

Каждый интеграл в выражении (2.5) представляет собой площадь фигуры, ограниченной осью ординат и соответствующим участком петли гистерезиса (рис. 2.5). При намагничивании от нуля до максимального значения индукции B_m затрачивается удельная энергия равная площади $S_{0H_cH_mB_m0}$. Снижение напряжённости поля от максимального значения H_m до нуля уменьшает удельную энергию поля, т.е. вызывает возврат энергии в источник тока пропорциональный площади $S_{B_mH_mB_rB_m}$. Размагничивание материала от остаточной индукции B_r до нуля потребует энергии, пропорциональной площади $S_{B_r-H_c0B_r}$. Таким образом, удельная энергия, затрачиваемая при одном полном цикле перемагничивании равна

$$\frac{dW_M}{dV} = \oint HdB = 2hb\left(S_{0H_cH_mB_m0} - S_{B_mH_mB_rB_m} + S_{B_r-H_c0B_r} \right) = hbS_H,$$

т.е. соответствует площади петли гистерезиса S_H в соответствующих масштабах по осям напряженности и индукции *h* и *b*.

Энергия, расходуемая при перемагничивании, выделяется в ферромагнетике виде тепла.

Потери энергии, связанные с перемагничиванием, называются также потерями от гистерезиса. Это название отражает то обстоятельство, что при отсутствии явления гистерезиса ($H_c = 0$) потери на перемагничивание будут нулевыми, т.к. нулевой будет площадь гистерезисной петли.

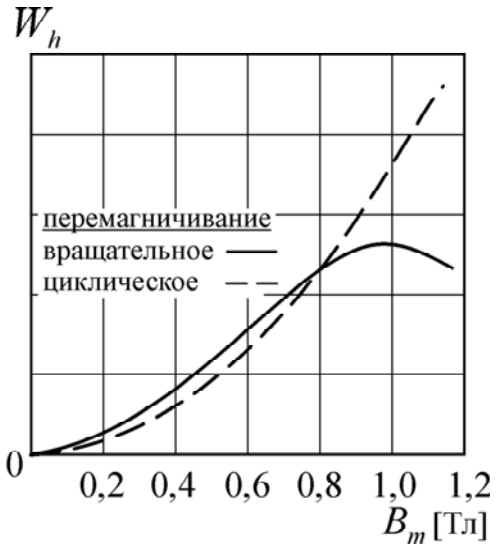


Рис. 2.6

Потери энергии за один цикл перемагничивания всего объёма ферромагнетика определяются площадью петли гистерезиса, построенной в координатах i и Ψ, которая называется вебер-амперной характеристикой. Действительно, например, для катушки на рис. 2.4 справедливо $H = wi/l = k_i i$ и $B = \Psi/(wS) = k_\Psi \Psi$, т.е. вебер-амперная характеристика $\Psi = f(i)$ представляет собой зависимость $B = f(H) \Rightarrow k_\Psi \Psi = f(k_i i)$, перестроенную с учётом масштабных коэффициентов $k_i = w/l$ и $k_\Psi = 1/(wS)$, соответствующих размерам реального ферромагнитного тела. Тогда потери энергии в объёме $V = lS$ в соответствии с (2.3) равны

$$W_h = V\frac{dW_M}{dV} = lS\oint HdB = \oint l\cdot S\cdot HdB = \oint l\cdot S\cdot k_i\cdot i\cdot k_\Psi d\Psi = \oint id\Psi .$$

На основании экспериментальных исследований Штейнметцом (*Steinmetz*) была предложена формула для вычисления потерь мощности при симметричном перемагничивании, обусловленных явлением гистерезиса

$$P_h = \eta f B_m^n V \qquad (2.6)$$

где $\eta = 1{,}5\ldots 0{,}005\times 10^{-4}$ – безразмерный коэффициент, характеризующий материал сердечника; f – частота питания в Гц; V – объём сердечника в м^3; B_m – максимальное значение магнитной индукции в цикле перемагничивания в Тл. Значение мощности потерь удовлетворительно сходится с опытом, если

$$n = \begin{cases} 2{,}0_{0<B_m<0{,}1\ \text{Тл}} \\ 1{,}6_{0{,}1<B_m<1{,}0\ \text{Тл}} \\ 2{,}0_{1{,}0<B_m<1{,}6\ \text{Тл}} \end{cases}$$

Следует заметить, что перемагничивание ферромагнетика может происходить не только в результате изменения направления внешнего поля, связанного с изменением направления тока в катушке, но также при вращении ферромагнетика в неизменном магнитном поле или при вращении поля относительно ферромагнетика. В этом случае перемагничивание называют вращательным. Потери на гистерезис при вращательном перемагничивании при малых значе-

ниях индукции практически такие же, как при циклическом. Однако при максимальной индукции выше 0,8…1,0 Тл потери снижаются и значительно отличаются от потерь при циклическом перемагничивании (рис. 2.6).

2.3. Потери от вихревых токов

Когда магнитный поток, пронизывающий сплошные проводящие тела, претерпевает изменения, то в них в соответствии с законом электромагнитной индукции наводятся электродвижущие силы и появляются электрические токи. Электрические заряды, образующие эти токи, движутся по замкнутым контурам в плоскостях, нормальных направлению магнитного потока и напоминают траектории движения частиц в вихревых потоках. Это сходство послужило причиной названия их вихревыми токами.

Следует заметить, что вихревые токи образуются независимо от того, находится ли тело в неподвижном магнитном потоке, величина которого изменяется во времени, или оно перемещается относительно магнитного потока. В обоих случаях в соответствии с правилом Ленца вихревые токи создают эффекты, которые препятствуют изменениям, вызывающим появление этих токов. Если токи возникают в теле, находящемся в неподвижном переменном магнитном потоке, то они возбуждают собственное магнитное поле, которое стремится ослабить вызвавшее их изменение основного магнитного потока. При движении проводящего тела в постоянном магнитном поле вихревые токи создают усилие, препятствующее движению.

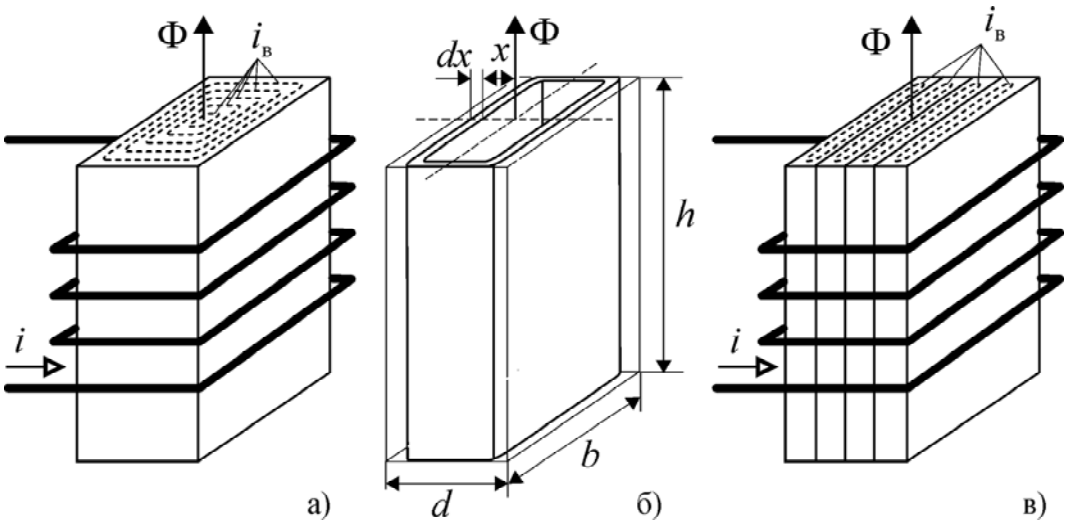


Рис. 2.7

Из картины распределения вихревых токов на рис. 2.7, *а* видно, что размагничивающее действие будет неодинаковым в различных частях поперечного сечения стрежня. Центральная часть охватывается наибольшим числом контуров вихревых токов, поэтому их МДС в центре максимальна. На поверхности же МДС вихревых токов равна нулю. Поэтому размагничивание в центре будет максимальным и магнитный поток будет распределён по сечению неравномерно, увеличиваясь от центра к краям. Это явление будет выражено тем резче, чем

больше частота магнитного потока, а также магнитная проницаемость, удельная проводимость и толщина стержня. При высоких частотах магнитный поток распределяется только в очень тонком поверхностном слое.

В условиях работы на низких частотах размагничивание и тормозные проявления вихревых токов, а также связанные с этим потери энергии обычно незначительны. Более существенными являются потери в виде выделения тепла от их протекания. Поэтому именно эти потери называются потерями от вихревых токов.

Определим потери от протекания вихревых токов в стержне на рис. 2.7, *б*, который пронизывается переменным магнитным потоком Ф, направленным вдоль оси стержня. Пусть ширина стержня значительно превосходит его толщину $b \gg d$. Выделим в теле стержня полый цилиндр шириной *b*, высотой *h* и толщиной стенок dx, отстоящих от центра на расстояние *x*. Тогда магнитный поток Φ_x, пронизывающий цилиндр, наводимая в нём ЭДС E_x и сопротивление вдоль контура протекания тока r_x будут равны:

$$\Phi_x = 2bxB;\ E_x = 4k_f f \Phi_{x\max} = 8k_f fbxB_m;\ r_x = \frac{1}{\gamma}\frac{2b}{hdx},$$

где: k_f – коэффициент формы кривой ЭДС; f – частота тока в обмотке в Гц; B_m – максимальная индукция в Тл; γ – удельная проводимость материала стержня; $\Phi_{x\max}$ – амплитуда магнитного потока в Вб.

Мощность, выделяемую в виде тепла в элементарном цилиндре, можно определить как

$$dP_x = \frac{E_x^2}{r_x} = 32bh\gamma k_f^2 f^2 B_m^2 x^2 dx,$$

а полную мощность –

$$P_f = \int_0^{d/2} dP_x = 32bh\gamma k_f^2 f^2 B_m^2 \int_0^{d/2} x^2 dx = \frac{4}{3}\gamma bhd^3 k_f^2 f^2 B_m^2 = \xi f^2 B_m^2 V, \quad (2.7)$$

где $\xi = \frac{4}{3}\gamma d^2 k_f^2$ – коэффициент, пропорциональный удельной проводимости и квадрату толщины стержня, а $V = bhd$ – объём стержня.

Энергия, преобразуемая в тепло вихревыми токами, может быть очень большой. Поэтому все конструктивные элементы электрических машин, пронизываемые переменным магнитным потоком, изготавливаются из изолированных друг от друга листов, толщина которых выбирается в зависимости от частоты. Чем выше частота, тем тоньше должны быть листы при той же величине удельных потерь, чтобы уменьшением толщины *d* компенсировать их увеличение, связанное с ростом *f*. Разделение магнитопровода на пластины называется «шихтованием», от нем. *Schichte* – слой. Оно выполняется вдоль направления магнитного потока. Отдельные пластины сердечника изолируются друг от друга лаком или окалиной, возникающей на их поверхности при термообработке.

Так как потери пропорциональны квадрату толщины пластин, то, казалось бы, их можно уменьшить до сколь угодно малого значения. Однако с увеличением числа пластин при тех же габаритах конструкции увеличивается суммарная толщина изоляции и уменьшается сечение стали. Это приводит к увеличению магнитной индукции и соответствующему возрастанию не только потерь от вихревых токов, но также и от гистерезиса. Поэтому выбор толщины пластин производится с учётом множества факторов. Для элементов машин, подверженных переменному перемагничиванию с частотами, не превышающими 100 Гц, используют электротехническую сталь толщиной 0,35 и 0,5 мм.

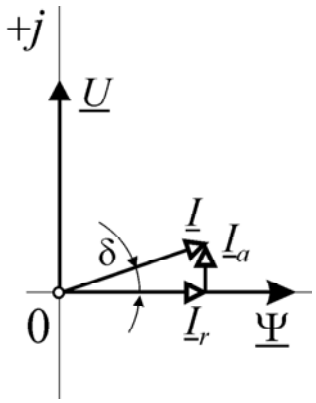


Рис. 2.8

Вторым способом снижения потерь от вихревых токов является увеличение удельного сопротивления материала. Для этого в состав электротехнических сталей включают кремний. При 2…3,5% содержания кремния потери от вихревых токов снижаются в 4…5 раз.

Мощность P_f потребляется от источника электрической энергии, питающего катушку. При пренебрежимо малых потерях в обмотке катушки, возбуждающей магнитное поле, и отсутствии потерь на перемагничивание, т.е. если в магнитном поле находится немагнитное тело, мощность потерь от вихревых токов соответствует активной составляющей тока $\underline{I}_a$ и может быть определена как

$$P_f = UI_a = UI\cos\varphi .$$

Уменьшение магнитного потока, вызванное размагничивающим действием вихревых токов, компенсируется соответствующим увеличением реактивного тока катушки, возбуждающей магнитное поле. На практике это возрастание потребляемой реактивной мощности незначительно и обычно им пренебрегают.

2.4. Влияние гистерезиса на форму кривых тока и напряжения

Нелинейность зависимости $B = f(H)$ является причиной появления высших гармоник тока или напряжения катушки, возбуждающей магнитное поле.

Пусть катушка, возбуждающая магнитное поле, питается от источника синусоидального напряжения $u = U_m \cos\omega t$. Пренебрегая потерями в ней, можно определить потокосцепление катушки как

$$u = -e = \frac{d\Psi}{dt} \Rightarrow \Psi = \int \left(U_m \cos\omega t\right) dt = \frac{U_m}{\omega}\sin\omega t = \Psi_m \sin\omega t ,$$

т.е. оно изменяется по синусоидальному закону с частотой питающего напряжения.

Построим синусоиду потокосцепления и соответствующую ей вебер-амперную характеристику катушки (рис. 2.9). Затем для каждой точки синусоиды потокосцепления по вебер-амперной характеристике определим значение тока и построим это значение для того же момента времени. В качестве приме-

ра на рис. 2.9 показано построение одной такой точки по линиям проекций *a*-*b*-*c*. В результате мы получим кривую тока $i(t)$, существенно отличающуюся от синусоиды.

Следовательно, при синусоидальном напряжении питания ток в катушке будет несинусоидальным. Анализ электрической цепи в этом случае можно выполнить разложением кривой тока в ряд Фурье или путём её замены эквивалентной синусоидой. Обычно при расчётах пользуются эквивалентной синусоидой, т.к. гармонический анализ существенно усложняет задачу и не всегда оправдан, в связи с тем, что кривая тока строится по статистически усреднённым параметрам вебер-амперной характеристики и статистическая погрешность может превышать или быть соизмеримой с погрешностью перехода к эквивалентной синусоиде.

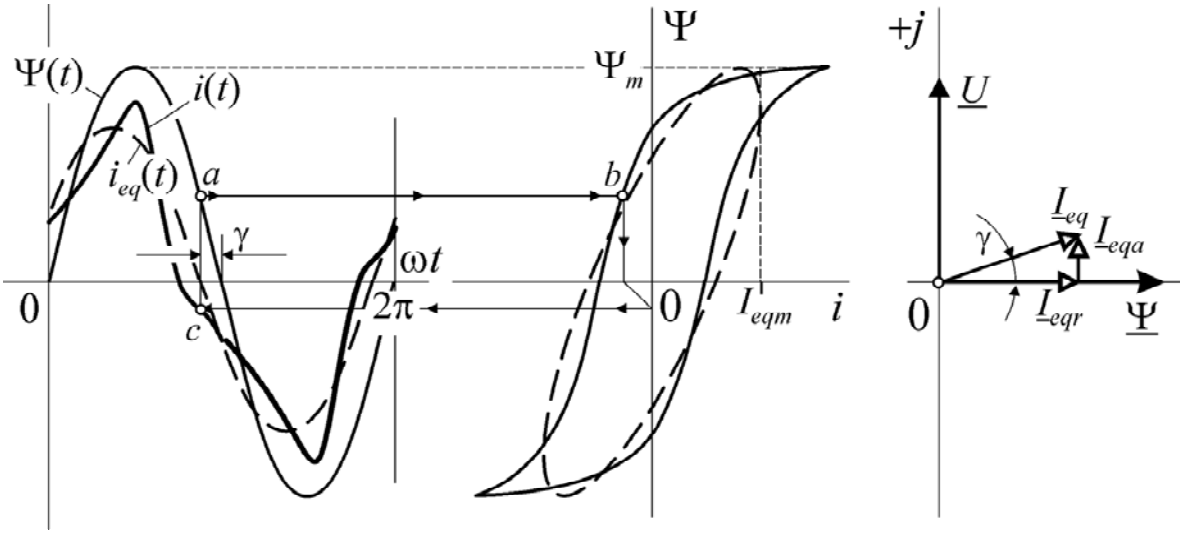


Рис. 2.9

Переход к эквивалентной синусоиде выполняется при соблюдении двух условий:

1. равенство действующих значений реального и эквивалентного тока $I = I_{eq}$ и
2. равенство активной мощности, потребляемой катушкой с реальным и эквивалентным током $P = P_{eq}$.

Так как при этой замене ток становится синусоидальным и магнитный поток также является синусоидальной функцией времени, то траекторией точки на плоскости вебер-амперной характеристики, характеризующей состояние ферромагнетика в каждый момент времени, будет эллипс (рис. 2.9). Следовательно, замена кривой тока эквивалентной синусоидой означает замену истинной кривой $\Psi = f(i)$ эквивалентным эллипсом. Причём, из второго условия следует, что площадь эквивалентного эллипса будет равна площади петли гистерезиса $\Psi = f(i)$, т.к. эта площадь равна энергии, затрачиваемой на один цикл перемагничивания материала магнитопровода и потребляемой катушкой от источника питания.

Энергия, затрачиваемая на перемагничивание, выделяется в материале сердечника в виде тепла. Это находит отражение в фазовом сдвиге эквивалентной синусоиды тока i_{eq} относительно потокосцепления Ψ, составляющем угол γ. Угол γ называется углом магнитного запаздывания или углом магнитных потерь (рис. 2.9). При отсутствии потерь на перемагничивание эквивалентный эллипс вырождается в отрезок прямой линии и фазовый сдвиг тока относительно потока становится равным нулю, а относительно напряжения $\pi/2$.

Эквивалентный ток катушки можно разложить на активную и реактивную составляющие. Активная составляющая тока соответствует потерям энергии в ферромагнетике, затрачиваемой на перемагничивание в течение одного цикла

$$W_h = UI_{eq\,a}/f = UI_{eq}\cos\gamma/f\,,$$

а реактивная составляющая – намагничивающей силе, формирующей магнитный поток.

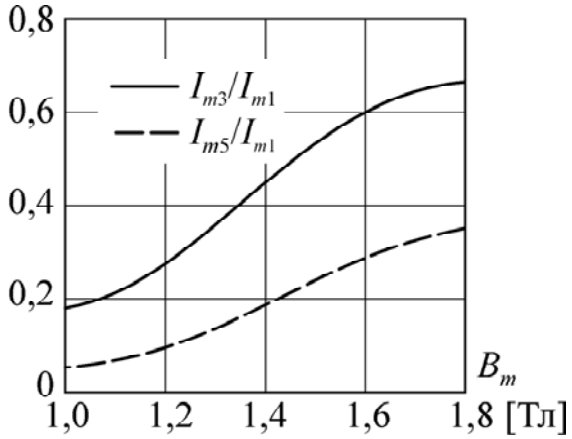


Рис. 2.10

Несмотря на то, что гармонический анализ обычно не используется в практических расчётах электрических машин некоторые особенности влияния высших гармоник на характеристики и свойства машин приходится учитывать. Из рис. 2.9, *а* следует, что кривая тока симметрична относительно оси абсцисс, поэтому ряд Фурье, соответствующий этой кривой, будет содержать только нечётные гармоники. Причём наиболее сильно будет выражена третья гармоника, а все последующие значительно слабее.

Относительное содержание высших гармоник увеличивается с ростом амплитуды магнитной индукции. На рис. 2.10 показаны характерные кривые для относительных амплитуд третьей и пятой гармоник для электротехнической стали. Из этого рисунка видно, что при обычных для силовых машин значениях индукции 1,4…1,5 Тл амплитуда третьей гармоники достигает половины от амплитуды основной гармоники. Это явление, как мы увидим в дальнейшем, существенно сказывается на работе трёхфазных машин.

В электрических машинах часто возникают условия, при которых обмотка, возбуждающая магнитное поле, питается от источника тока $i = I_m \sin\omega t$. В этом случае кривую потокосцепления $\Psi(t)$ можно построить с помощью проекций точек синусоиды тока на вебер-амперную характеристику аналогично тому, как это было сделано при построении кривой тока на рис. 2.9. Из рис. 2.11 видно, что полученная кривая несинусоидальна. В ней также как в кривой тока на рис. 2.9 сильно выражена третья гармоника, однако она имеет иную начальную фазу, поэтому в области максимума потокосцепление изменяется медленно.

Дифференцируя кривую $\Psi(t)$, мы получим несинусоидальную кривую ЭДС $e(t) = -u(t)$. Значит, при синусоидальном токе падение напряжения на катушке будут несинусоидальным.

Переходя к эквивалентной синусоиде потокосцепления $\Psi_{eq}(t)$ при условии равенства площадей эквивалентного эллипса и вебер-амперной характеристики $\Psi = f(i)$, мы получим соответствующие эквивалентные синусоиды ЭДС и напряжения.

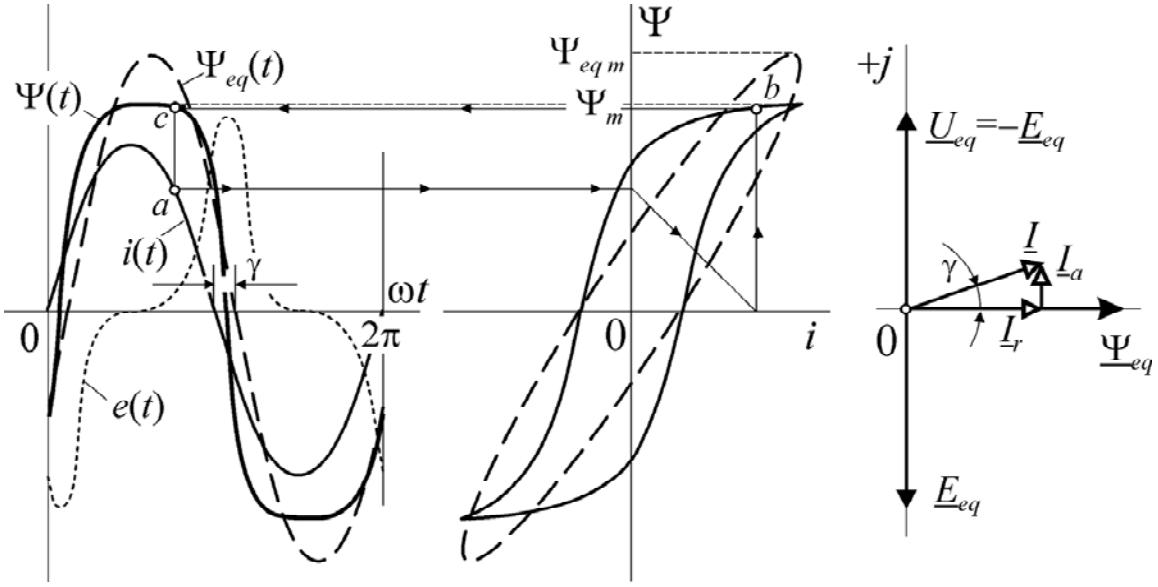


Рис. 2.11

Если питание катушки от источника ЭДС и от источника тока производится при условии равенства максимальных значений тока и потокосцепления, то вебер-амперные характеристики будут одинаковыми в обоих режимах. Однако амплитуда эквивалентного тока $i_{eq\,m}$ будет меньше амплитуды реального тока i_m, а амплитуды эквивалентного потокосцепления $\Psi_{eq\,m}$, ЭДС $e_{eq\,m}$ и напряжения $u_{eq\,m}$ – больше, чем соответствующие реальные значения.

Очевидно, что при отсутствии потерь $\gamma = 0$ и фазовый сдвиг между током в катушке и потокосцеплением отсутствует. Однако это не исключает наличия высших гармоник в кривых тока или напряжения, т.к. они связаны только с нелинейностью ветвей вебер-амперной характеристики.

В катушке с сердечником из немагнитного, но проводящего материала, при синусоидальном изменении потока Ψ ток *i* будет также синусоидальным. Однако он будет смещён на угол δ, соответствующий потерям от протекания вихревых токов. Следовательно, вебер-амперная характеристика такой катушки будет эллиптической. Если же в сердечнике одновременно существуют вихревые токи и происходит перемагничивание, то характеристика $\Psi = f(i)$ представляет собой нечто среднее между эллипсом и гистерезисной петлёй. Потери от перемагничивания зависят от частоты линейно, а потери от вихревых токов являются квадратичной функцией от частоты. Поэтому при низких частотах вебер-

амперная характеристика имеет вид гистерезисной петли, а по мере роста частоты приближается к эллипсу.

2.5. Катушка с ферромагнитным сердечником

Заменив кривую тока или напряжения эквивалентной синусоидой можно построить линейную схему замещения катушки с ферромагнитным сердечником в виде активно-индуктивного двухполюсника и соответствующую векторную диаграмму (рис. 2.12).

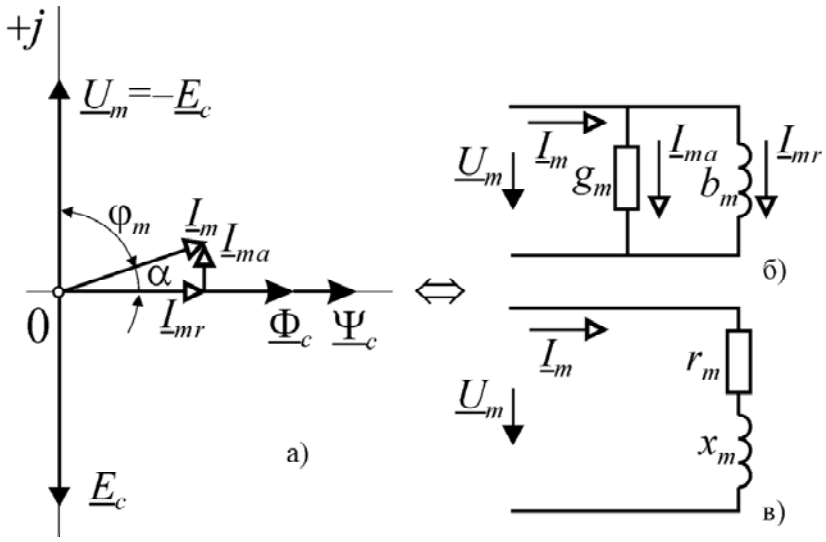


Рис. 2.12

Направим вдоль вещественной оси вектор $\underline{\Phi}_c$, изображающий магнитный поток в сердечнике (рис. 2.12, *а*). Тогда индуктированная этим потоком в обмотке катушки ЭДС $e_c = -d\Psi_c / dt$, где $\Psi_c = w\Phi_c$ – потокосцепление с w витками обмотки, будет отставать от потока Φ_c на угол $\pi/2$, а уравновешивающее её напряжение $u_m = -e_c$ будет опережать поток Φ_c на такой же угол. При отсутствии потерь в сердечнике и в катушке ток в обмотке i_m совпадает по фазе с магнитным потоком Φ_c и отстаёт от напряжения на угол $\pi/2$, т.е. катушка представляет собой чисто индуктивный двухполюсник, потребляющий от источника питания только реактивный ток $\underline{I}_m = \underline{I}_{mr}$, расходуемый на формирование магнитного поля в сердечнике. В этом случае катушка обладает только реактивной проводимостью

$$b_m = \frac{I_{mr}}{U_m} = \frac{\sqrt{2}I_{mr}}{\omega\Psi_{cm}} = \frac{\sqrt{2}I_{mr}}{\omega w\Phi_{cm}}, \qquad (2.8)$$

где I_{mr}, U_m – действующие значения тока и напряжения, а Ψ_{cm} – амплитуда потокосцепления.

При наличии потерь на перемагничивание и вихревые токи ток в обмотке катушки I_m будет иметь активную составляющую I_{ma}, совпадающую по фазе с напряжением. Эту составляющую и соответствующее значение активной проводимости g_m можно найти как

$$I_{ma} = \frac{P_{\text{Fe}}}{U_m};\ g_m = \frac{I_{ma}}{U_m} = \frac{P_{\text{Fe}}}{U_m^2}, \qquad (2.9)$$

где $P_{\text{Fe}} = P_h + P_f$ – мощность, расходуемая на покрытие потерь, связанных с перемагничиванием P_h и с вихревыми токами P_f.

Очевидно, что двухполюсник с параллельными проводимостями g_m и b_m можно заменить эквивалентным двухполюсником с последовательным соединением активного и индуктивного сопротивлений (рис. 2.12, *в*)

$$r_m = \frac{g_m}{g_m^2 + b_m^2};\ x_m = \frac{b_m}{g_m^2 + b_m^2};\ L_m = \frac{x_m}{\omega} \qquad (2.10)$$

С точки зрения анализа электромагнитных процессов схемы замещения на рис. 2.12, *б* и *в* полностью равноценны. Однако разделение тока намагничивания I_m на активную и реактивную составляющие в схеме на рис. 2.12, *б* лучше отражает реальные физические явления. В то же время расчёты удобнее вести с помощью схемы замещения на рис. 2.12, *в*.

Угол фазового сдвига магнитного потока Φ_c относительно тока в обмотке $\underline{I}_m$ определяется величиной активной составляющей тока, т.е. величиной потерь на гистерезис и вихревые токи, и называется углом магнитного запаздывания или углом магнитных потерь, его можно вычислить из соотношений

$$\cos\varphi_m = \sin\alpha = \frac{P_{\text{Fe}}}{U_m I_m}. \qquad (2.11)$$

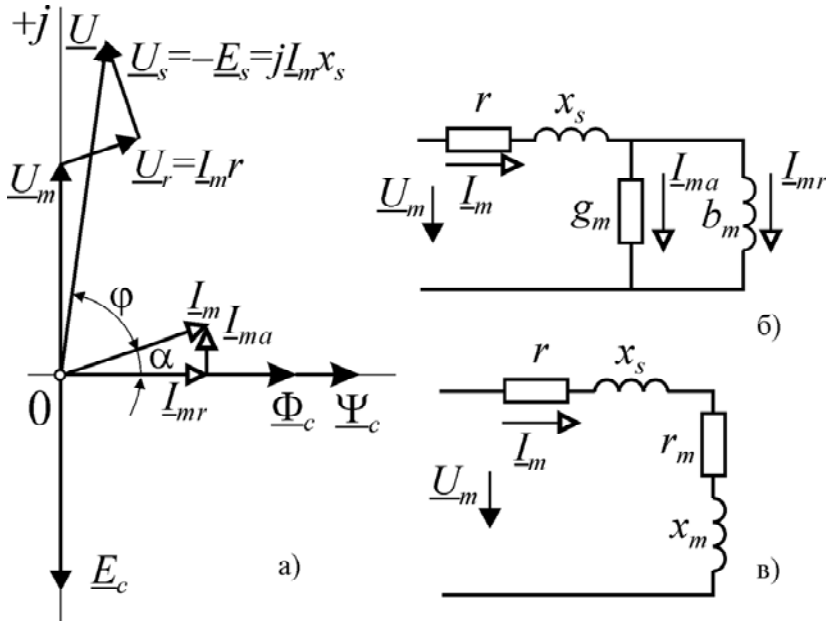


Рис. 2.13

Векторная диаграмма и схема замещения на рис. 2.12 учитывает только электромагнитные процессы в сердечнике катушки. Однако протекающий в обмотке ток намагничивания I_m нагревает её и вызывает потери энергии

$$P_w = I_m^2 r,$$

где r – активное сопротивление обмотки, на котором создаётся падение напряжения $U_r = I_m r$.

Кроме того, часть магнитного потока катушки замыкается вне сердечника, образуя т.н. магнитный поток рассеяния (Φ_s на рис. 2.4). Этот поток не влияет на процессы в сердечнике, однако наводит в обмотке катушки ЭДС $e_s = -d\Psi_s / dt = -L_s di_0 / dt$, пропорциональную силе тока i_m. Электродвижущая сила потока рассеяния уравновешивается напряжением $u_s = -e_s;\ \underline{U}_s = j\underline{I}_0 x_s$.

Таким образом, полную векторную диаграмму, учитывающую все процессы в катушке с ферромагнитным сердечником, можно получить из диаграммы

на рис. 2.12, дополнив её вектором падения напряжения на активном сопротивлении обмотки $\underline{U}_r = \underline{I}_m r$, параллельным вектору тока $\underline{I}_m$, и вектором $\underline{U}_s = j\underline{I}_m x_s$, опережающим вектор тока на угол $\pi/2$, где $x_s = \omega L_s = \omega \Psi_{sm} / \left(\sqrt{2} I_m\right)$ – индуктивное сопротивление, учитывающее потокосцепление рассеяния, амплитуда которого равна Ψ_{sm}. Очевидно, что вектор падения напряжения на обмотке катушки получается суммированием $\underline{U} = \underline{U}_m + \underline{U}_r + \underline{U}_s$.

Полные схемы замещения катушки с ферромагнитным сердечником на рис. 2.13 *б* и *в* получаются путём дополнения схем замещения на рис. 2.12 последовательным соединением сопротивлений r и x_s. В полной схеме активные сопротивления r и r_m учитывают тепловые потери соответственно в обмотке катушки и в сердечнике, а индуктивные сопротивления x_s и x_m – ЭДС, которые наводятся в обмотке магнитным потоком рассеяния и потоком, замыкающимся по сердечнику.

2.6. Магнитные свойства ферромагнитных материалов

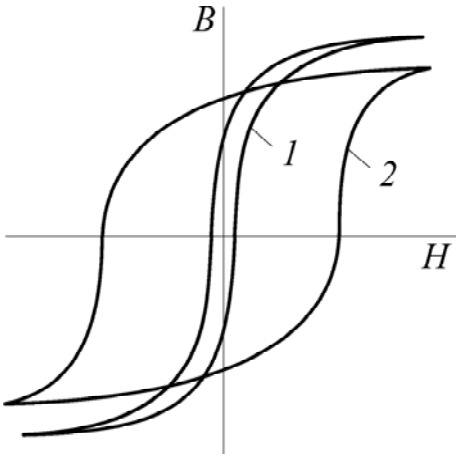


Рис. 2.14

В зависимости от выполняемых функций и условий работы в машинах используются ферромагнитные материалы с различными параметрами петли гистерезиса. Материалы с узкой петлёй и малыми значениями коэрцитивной силы и остаточной индукции (кривая *1* на рис. 2.14) называются магнитомягкими. Они используются в элементах машин подвергающихся периодическому намагничиванию в противоположных направлениях, т.к. в этом случае потери энергии за один цикл перемагничивания, пропорциональные площади петли гистерезиса, будут минимальными.

Основным материалом, используемым в электротехнических устройствах для изготовления магнитопроводов, является электротехническая сталь, представляющая собой сплав железа с кремнием (кремния до 5%). Она обладает высокой магнитной проницаемостью и малыми потерями на перемагничивание и вихревые токи.

Для тех частей электрических машин, которые намагничиваются в одном направлении, применяют главным образом литую стать, реже чугун. Части машин, в которых стать подвергается попеременному периодическому перемагничиванию, выполняют из листовой стали.

Листовая сталь обладает магнитной анизотропией. Особенно сильно она выражена у холоднокатаной текстурованной стали, магнитные свойства которой в направлении прокатки значительно выше.

В машинах с частотой тока до 100 Гц обычно применяется сталь толщиной 0,5 мм, а иногда, в особенности в трансформаторах, сталь толщиной 0,35 мм. При более высоких частотах используется более тонкая сталь.

Для постоянных магнитов используют материалы с широкой петлёй, с большой коэрцитивной силой и остаточной индукцией (кривая *2* на рис. 2.14). Такие материалы называются магнитовёрдыми.

Таблица 2.1

Параметры петли гистерезиса

Материал	B_s [Тл]	B_r [Тл]	H_c [А/м]	μ_{max}	Область применения
Электротехническая сталь	2,1	1,1	40	1500	Магнитопроводы
Пермаллой (FeNi)	1,1	0,6	5	90000	Магнитные экраны
Чугун	1,6	0,5	500	600	Магнитопроводы
Специальные сплавы (FeAlNi)	1,0…1,5	0,55…1,0	20…120 $\times 10^3$	<10	Постоянные магниты

Наиболее распространённым материалом постоянных магнитов являются специальные стали с добавлением хрома, вольфрама, кобальта и никеля, которые при большой остаточной индукции обладают также высокой коэрцитивной силой.

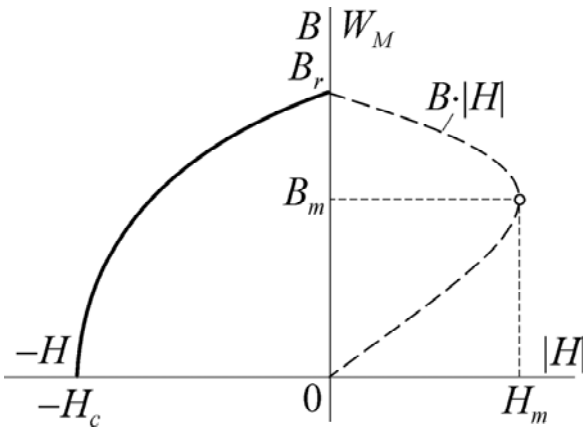


Рис. 2.15

Рабочая точка материала постоянного магнита находится на предельной петле гистерезиса во втором квадранте (рис. 2.15). Эта часть петли называется кривой размагничивания.

Помимо величины остаточной индукции B_r и коэрцитивной силы H_c для постоянных магнитов большое значение имеет удельная энергия материала. В соответствии с (2.3) она определяется как

$$W_M = \frac{1}{V}\int_V \frac{BH}{2} dV ,$$

где B и H – индукция и напряжённость магнитного поля в разных точках объёма магнита V.

Так как для множества точек определить B и H затруднительно, то расчёт ведётся по значениям, соответствующим нейтральному (среднему) сечению в предположении, что во всех других точках они одинаковы. Тогда

$$W_M = \frac{BH}{2} .$$

На границах кривой размагничивания энергия магнита очевидно равна нулю, а т.к. кривая не имеет разрывов, то между граничными точками зависимость $W_M = f(B)$ имеет максимум. Значения индукции B_m и напряженности поля H_m, соответствующие максимуму энергии (рис. 2.15), зависят от формы кривой размагничивания. Энергия возрастает с увеличением выпуклости кривой. При идеальной прямоугольной форме она равна $W_{M\square} = B_r H_c / 2$. Для оптимального использования магнита нужно, чтобы в рабочем режиме он находился в состоянии, соответствующем максимуму энергии или как можно ближе к нему. В этом случае при прочих равных условиях у машины будет минимальная масса и габариты, т.е. максимальная удельная мощность.

Отношение удельной энергии реального магнита к энергии идеального называется коэффициентом формы кривой размагничивания $\gamma = B_m H_m / (B_r H_c)$. У современных материалов он составляет $\gamma = 0{,}3 \ldots 0{,}65$.

Глава 3. Магнитные цепи

Электромагнитная система является важнейшей частью всех вращающихся электрических машин, а также индукционных статических преобразователей. Она формирует магнитное поле и воздействует на него в процессе преобразования электроэнергии.

Магнитные поля в машинах возбуждаются либо электрическим током, протекающим по проводникам, которым придаётся определённая форма, и называемым обмотками или катушками, либо постоянными магнитами.

Для получения сильных магнитных полей и формирования их структуры в электрических машинах используют ферромагнитные конструкции, называемые магнитопроводами.

Совокупность технических устройств и объектов, возбуждающих магнитные поля и формирующих пути для их распространения, называется магнитной цепью.

3.1. Законы Ома и Кирхгофа для магнитных цепей

Уравнения, связывающие отдельные величины, характеризующие магнитные поля, формально имею такую же структуру, как уравнения, относящиеся к электрическим полям и электрическим цепям. Это позволяет использовать для анализа магнитных полей понятия и методы, используемые при исследовании цепей электрических.

Пусть нам известна картина линий индукции магнитного поля и требуется определить зависимость между магнитным потоком и намагничивающим током. Если магнитное поле можно разделить вдоль контура магнитного потока Ф на *n* участков, в пределах которых оно однородно, то в силу непрерывности магнитного потока для него справедливо

$$\Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2 = \ldots = B_n S_n = \mu_{a1} H_1 S_1 = \mu_{a2} H_2 S_2 = \ldots = \mu_{an} H_n S_n ,$$

где B_k, μ_{ak} и H_k – магнитная индукция, магнитная проницаемость среды и напряжённость магнитного поля на *k*-м участке, имеющем площадь поперечного сечения S_k.

С другой стороны, линейный интеграл напряжённости магнитного поля вдоль контура магнитного потока равен намагничивающей силе

$$\oint Hdl = H_1 l_1 + H_2 l_2 + \ldots + H_p l_p = wi,$$

где wi – намагничивающая сила, создающая поток Ф, а l_k – длина *k*-го участка.

Определив из первого ряда равенств напряжённости магнитного поля на всех участках и подставив их во второе уравнение, получим

$$\frac{\Phi l_1}{\mu_{a1} S_1} + \frac{\Phi l_2}{\mu_{a2} S_2} + \ldots + \frac{\Phi l_n}{\mu_{an} S_n} = wi.$$

Отсюда значение магнитного потока

$$\Phi = \frac{wi}{\frac{l_1}{\mu_{a1} S_1} + \frac{l_2}{\mu_{a2} S_2} + \ldots + \frac{l_n}{\mu_{an} S_n}} = \frac{wi}{\sum_{k=1}^{n} \frac{l_k}{\mu_{ak} S_k}} = \frac{wi}{r_\mu} = wig_\mu. \qquad (3.1)$$

Каждое слагаемое знаменателя имеет структуру, аналогичную структуре выражения сопротивления электрического проводника, а знаменатель в целом – сопротивления последовательно соединённых проводников.

Соотношение (3.1) называется законом Ома для магнитных цепей. Оно позволяет по аналогии с электрической цепью считать произведение числа витков на силу тока катушки, создающей магнитное поле, магнитодвижущей силой (МДС), а отношение МДС к магнитному потоку – магнитным сопротивлением r_μ. Величина обратная магнитному сопротивлению называется магнитной проводимостью и измеряется в генри, т.е. в единицах индуктивности.

Уравнение (3.1) позволяет установить связь между индуктивностью и магнитной проводимостью. Умножим обе его части на число витков *w*

$$w\Phi = w^2 g_\mu i \Rightarrow \Psi = w^2 g_\mu i = Li.$$

Значит, индуктивность катушки равна

$$L = w^2 g_\mu, \qquad (3.2)$$

т.е. она по существу является магнитной проводимостью, а т.к. проводимость в общем случае зависит от выбора контура, по которому замыкается магнитный поток, то индуктивность, как мы увидим в дальнейшем, можно связать с системой координат пространства магнитного поля и использовать понятие индуктивности в каком-либо направлении.

Из выражения (3.2) следует, что индуктивность катушки с ферромагнитным сердечником является переменной величиной, т.к. нелинейной переменной величиной, зависящей от тока в катушке, является магнитная проводимость $g_\mu(i) = \mu_a(i) S / l$. Характер зависимости $L(i)$ соответствует кривой $\mu_a(H)$ на рис. 2.1, *б*.

Выражение (3.2) показывает сильную квадратичную зависимость индуктивности от числа витков катушки намагничивания, что также можно будет проследить далее при детальном рассмотрении магнитных полей электрических машин.

Следует заметить, что аналогия между электрическим током и магнитным потоком, а также между электрическими и магнитными цепями чисто формальная. Они отличаются по самому своему существу. Ток в электрической цепи представляет собой явление динамическое, на его поддержание требуется непрерывная затрата энергии, в то время как установившийся магнитный поток есть статическое явление. Энергия на его создание затрачивается только в начале, а на поддержание потока никакой энергии не требуется.

К магнитным цепям вполне применимы также законы Кирхгофа. Так, например, для магнитной цепи на рис. 3.1 магнитный поток в среднем стержне равен сумме магнитных потоков в крайних стержнях

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 .$$

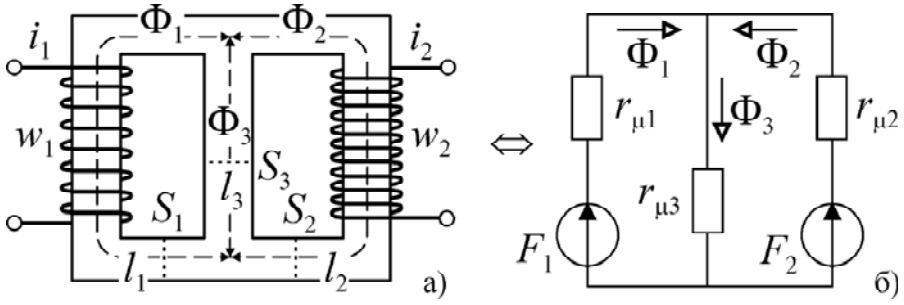


Рис. 3.1

Это соотношение аналогично первому закону Кирхгофа, который для магнитных цепей можно сформулировать как равенство нулю алгебраической суммы магнитных потоков, сходящихся в узлах магнитной цепи.

Уравнение закона полного тока для любого контура вдоль линии магнитной индукции можно представить в виде суммы падений магнитного напряжения, уравновешиваемой суммой МДС витков или обмоток, через которые проходит рассматриваемый магнитный поток

$$\oint Hdl = \sum_{m=1}^{p} w_m i_m = \sum_{n=1}^{q} \Phi_n r_{\mu n}$$

где магнитное напряжение n-го участка магнитной цепи определяется как $U_{mn} = H_n l_n = \Phi_n r_{\mu n}$. Это выражение называется уравнением второго закона Кирхгофа для магнитных цепей.

3.2. Расчёт неразветвлённой магнитной цепи

Неразветвлённой магнитной цепью называется цепь, по всем элементам которой замыкается один и тот же магнитный поток. Если пренебречь небольшим замыкающимся по воздуху потоком рассеяния Φ_s, то к неразветвлённым можно отнести магнитную цепь на рис. 3.2, *а*.

Конструкция, которая показана на рис. 3.2, *а*, и состоящая из катушки с числом витков *w*, установленной на стержень стального магнитопровода с воздушным зазором δ, благодаря её простоте довольно часто используется в электрических машинах. Однако на примере этой конструкции , несмотря на её простоту, можно выявить основные свойства более сложных магнитных цепей электрических машин.

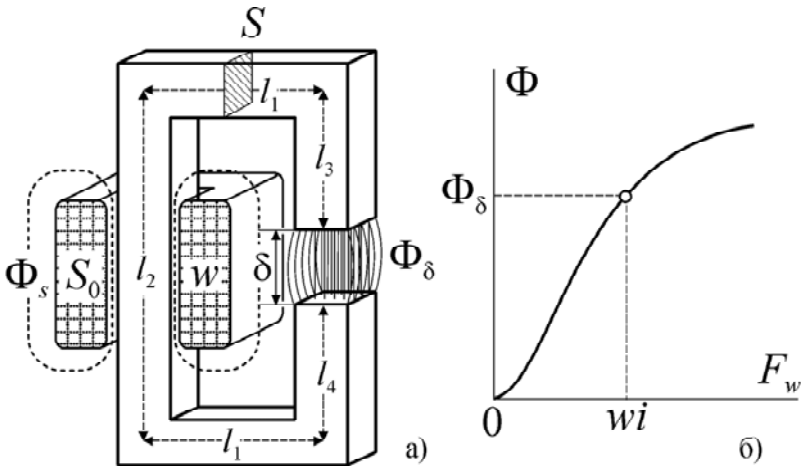


Рис. 3.2

Пусть, например, требуется найти значение магнитного потока в зазоре магнитопровода Φ_δ при заданном числе витков и силе тока в катушке. Непосредственное использование для этой цели выражения (3.1) невозможно, т.к. магнитная проницаемость ферромагнитного сердечника зависит от величины магнитной индукции и в общем случае в разных частях магнитопровода будет разной. Поэтому для каждого участка магнитопровода, имеющего постоянное сечение *S* нужно, задавшись значением магнитного потока Φ_δ, вычислить магнитную индукцию $B_k = \Phi_\delta / S_k$, а затем по кривой намагничивания стали найти значения напряжённости магнитного поля H_k, соответствующие значениям индукции B_k. После этого, зная длину средней линии участка магнитопровода l_k, можно найти величину МДС, необходимой для проведения по нему магнитного потока $F_k = H_k l_k$. Суммируя МДС по всему контуру магнитного потока, мы получим МДС катушки F_w при заданном магнитном потоке

$$F_1 + F_2 + \ldots + F_0 = H_1 l_1 + H_2 l_2 + + H_\delta \delta = F_w, \qquad (3.3)$$

где $H_\delta = B_\delta / \mu_0$ – напряжённость магнитного поля в воздушном зазоре δ. Точное значение магнитной индукции в зазоре B_δ нужно определять с учётом выпучивания магнитного потока, увеличивающего площадь сечения. Однако для малых величин зазора выпучиванием силовых линий можно пренебречь и определять значение индукции по площади сечения магнитопровода.

Определив МДС F_w для ряда значений магнитного потока и построив кривую $\Phi = f(F_w)$ можно найти поток, соответствующий заданному значению МДС катушки $F_w = wi$. Современные математические пакеты компьютерных программ позволяют вместо построения кривой $\Phi = f(F_w)$ решить эту задачу методом последовательных приближений, задав таблицей кривую намагничивания материала магнитопровода.

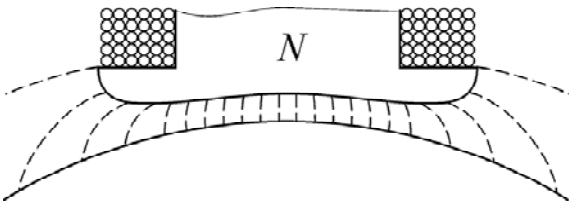


Рис. 3.3

Воздушный зазор обычно обладает наибольшим магнитным сопротивлением. Например, в случае слабо насыщенного стального магнитопровода, имеющего одинаковое сечение по всему контуру, магнитное напряжение зазора в один миллиметр будет эквивалентно магнитному напряжению сердечника с длиной средней линии в 1,5 метра*. Поэтому при наличии зазора и малом насыщении стали магнитный поток и индукцию можно определить как

$$\Phi_\delta = \frac{wi}{r_{\mu\delta}} = \frac{wi\mu_0 S}{\delta};\ \ B_\delta = \frac{\Phi_\delta}{S} = \frac{wi\mu_0}{\delta}. \qquad (3.4)$$

Используя неравномерный воздушный зазор, можно получить требуемое нелинейное распределение магнитной индукции в его пространстве (рис. 3.3).

Устройства управления, принцип действия которых основан на регулировании воздушного зазора магнитной цепи широко используются в технике.

Рассмотрим в качестве примера электромагнитное устройство, эскиз которого приведён на рис. 3.4, *а*. Оно представляет собой катушку с ферромагнитным сердечником, часть которого сделана подвижной и может перемещаться, изменяя длину воздушного зазора δ. Подвижная часть магнитопровода называется ярмом. Магнитная цепь этого устройства ничем не отличается от магнитной цепи катушки на рис. 3.1, *а*, за исключением того, что её воздушный зазор разделён на две части. Но т.к. магнитная цепь неразветвлённая и по всем её элементам замыкается один и тот же магнитный поток, то оба зазора можно объединить в один с длиной 2δ, а участок ярма включить в состав сердечника. Тогда вебер-амперная характеристика магнитной цепи будет аналогична характеристике, приведённой на рис. 3.2, *б*.

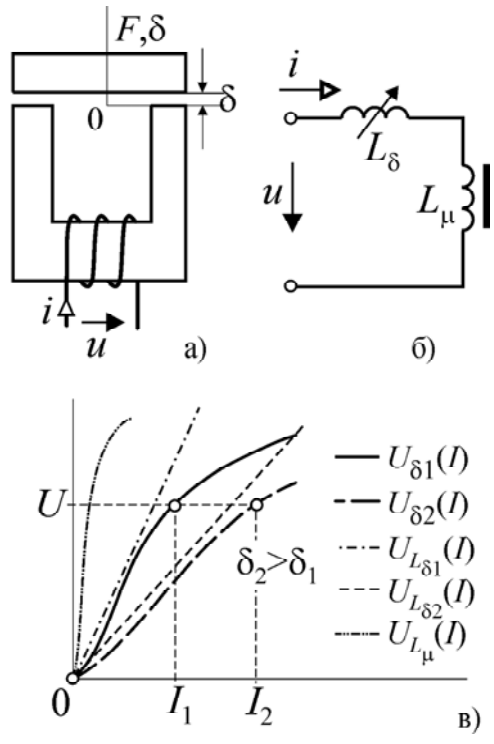


Рис. 3.4

Учитывая, что обмотка подключена к источнику переменного синусоидального тока с частотой ω, можно, пренебрегая потоком рассеяния и потерями в обмотке, перейти от вебер-амперных характеристик магнитопровода и воздушного зазора к вольтамперным характеристикам в соответствии с соотношением $u = d\Psi/dt \ \Rightarrow\ U = \omega\Psi$. Эти характеристики показаны на рис. 3.4, *в*.

* см. таблицу 2.1

Если пренебречь потерями энергии в обмотке и магнитным потоком рассеяния, то схема замещения электрической цепи катушки будет иметь вид рис. 3.4, *б*. Она представляет собой последовательное соединение линейного индуктивного элемента, соответствующего индуктивности воздушного зазора L_δ, и нелинейного индуктивного элемента, соответствующего индуктивности магнитопровода L_μ. Следовательно, ВАХ электрической цепи $U_\delta(I) = U_{L_\delta}(I) + U_{L_\mu}(I)$ представляет собой характеристику, построенную путём суммирования абсцисс ВАХ характеристик элементов L_δ и L_μ.

При изменении воздушного зазора будет изменяться наклон его ВАХ $U_{L_\delta}(I)$. Соответственно будет изменяться и ВАХ $U_\delta(I)$ и при постоянном напряжении питания $U = \text{const}$ будет изменяться ток в цепи катушки. На рис. 3.4, *в* показаны характеристики, соответствующие двум размерам воздушного зазора $\delta_2 > \delta_1$. При увеличении зазора его индуктивность уменьшается L_δ, уменьшаются также общая индуктивность цепи $L = L_\delta + L_\mu$ и её индуктивное сопротивление $X_L = \omega L$. В результате этого ток в цепи возрастает.

Магнитодвижущая сила катушки определяется произведением числа витков на величину тока. Поэтому её можно обеспечить при малом количестве витков, но большом токе, или при малом токе, но большом количестве витков обмотки. Однако если заданы размеры сечения катушки S_0 и напряжение источника питания *U*, то *w* и *i* невозможно выбрать произвольно.

Действительно, пусть задана площадь сечения обмотки S_0 (рис. 3.2, *а*); коэффициент заполнения этой площади сечением провода k_S; средняя длина витка l_w; сечение провода S_w и его удельная проводимость γ. Тогда

$$w \cdot S_w = k_S \cdot S_0;\ r = \frac{U}{i} = \frac{wU}{F_w} = \frac{wl_w}{\gamma S_w} = \frac{w^2 l_w}{\gamma k_S S_0}$$

$$\Downarrow$$

$$w = \gamma k_S S_0 \frac{U}{l_w F_w};\ i = \frac{F_w}{w} = \frac{F_w^2 l_w}{\gamma k_S S_0 U}$$

Таким образом, при заданной МДС F_w число витков катушки и ток в ней определяются геометрическими размерами обмотки и напряжением источника питания.

Обмотку обычно выполняют в виде плотно намотанного на каркас провода и располагают на одном из стержней магнитопровода (рис. 3.2, *а*). Поэтому отдельные трубки магнитного потока могут замыкаться вне сердечника и образуют магнитные потоки рассеяния Φ_s. Эти потоки при анализе электромагнитных процессов учитываются путём введения коэффициента рассеяния, представляющего собой либо отношение величины потоков рассеяния к полному потоку, либо отношение полного потока к полезному потоку. Во вращающихся

электрических машинах потоки рассеяния составляют 10…20%, а в трансформаторах 5…15% от полного потока.

3.3. Расчёт разветвлённой магнитной цепи

Более сложную задачу представляет расчёт разветвлённой магнитной цепи. Рассмотрим её на примере магнитной цепи на рис. 3.5, *а*.

Для точек *a* и *b* магнитной цепи справедливо

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_3, \tag{3.5}$$

а для контуров, проходящих через стержни 1 и 2 с одной стороны и через стержни 2 и 3 с другой,

$$w_1 i_1 = \int_b^a H_1 dl_1 + \int_a^b H_3 dl_3 = F_1 + F_3;\ w_2 i_2 = \int_b^a H_2 dl_2 + \int_a^b H_3 dl_3 = F_2 + F_3,$$

т.е.

$$\begin{aligned} F_3 &= w_1 i_1 - F_1; \\ F_3 &= w_2 i_2 - F_2. \end{aligned} \tag{3.6}$$

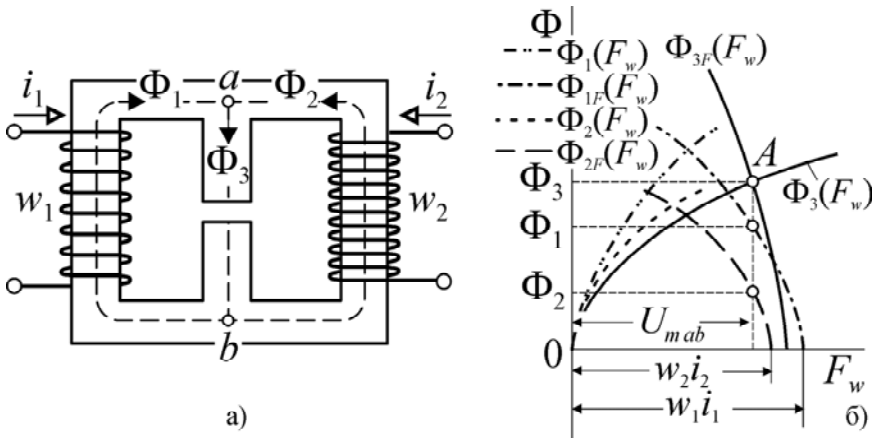


Рис. 3.5

Для графического решения задачи, определяемой уравнениями (3.5) и (3.6), сначала нужно для каждого стержня получить зависимость между потоками и МДС – $\Phi_1(F_w)$, $\Phi_2(F_w)$ и $\Phi_3(F_w)$ аналогично тому, как это было сделано для неразветвлённой цепи. После чего построить кривые зависимостей магнитных потоков в первом и втором стержнях с учётом действующих МДС катушек $\Phi_{1F}(F_w) = w_1 i_1 - \Phi_1(F_w)$ и $\Phi_{2F}(F_w) = w_2 i_2 - \Phi_2(F_w)$. Складывая ординаты этих кривых можно найти зависимость магнитного потока в третьем стержне от потоков в крайних стержнях с учётом МДС катушек $\Phi_{3F}(F_w)$. Магнитный поток в третьем стержне Φ_3 будет соответствовать ординате точки пересечения кривой $\Phi_{3F}(F_w)$ с характеристикой $\Phi_3(F_w)$ (точка А на рис. 3.5, *б*), а абсцисса этой точки – магнитному напряжению между узлами магнитной цепи U_{mab}. Тогда магнитные потоки в крайних стержнях Φ_1 и Φ_2 определятся как ординаты кривых $\Phi_{1F}(F_w)$ и $\Phi_{2F}(F_w)$, соответствующие U_{mab}.

3.4. Цепь с постоянным магнитом

Постоянными магнитами называются ферромагнитные тела, обладающие остаточным магнетизмом, т.е. такие тела, которые будучи намагничены, создают магнитное поле без внешнего источника электрического тока.

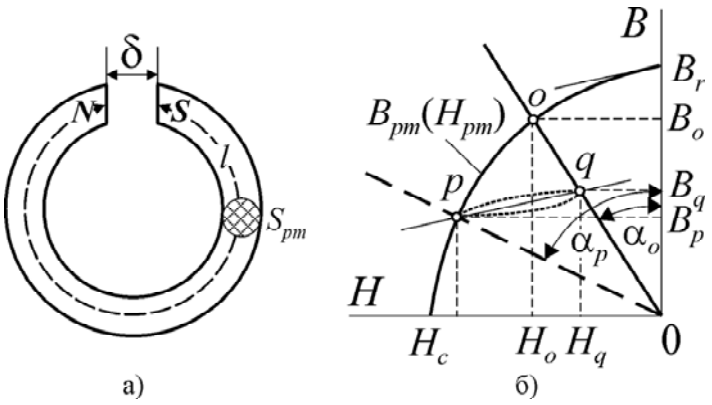


Рис. 3.6

В современных электрических машинах для возбуждения магнитных полей очень часто используются постоянные магниты. Они изготавливаются из специальных магнитотвёрдых материалов с большой коэрцитивной силой. После механической обработки магнит помещается в поле мощного электромагнита и несколькими циклами перемагничивания выводится на предельную петлю гистерезиса. В результате после отключения питания электромагнита состояние постоянного магнита характеризуется частью петли гистерезиса, находящейся во втором квадранте и называемой кривой размагничивания. Поскольку постоянный магнит в машинах является источником МДС, то напряжённость магнитного поля кривой размагничивания считают положительной (рис. 3.6, *б*).

Рассмотрим часто встречающуюся на практике магнитную цепь, представляющую собой постоянный магнит с воздушным зазором δ, показанную на рис. 3.6, *а*. Задачей расчёта магнитной цепи с постоянным магнитом является определение магнитной индукции в зазоре.

В рассматриваемой магнитной цепи отсутствует внешний источник МДС. Поэтому падение магнитного напряжения вдоль средней линии магнита $H_{pm}l$ уравновешивается падением магнитного напряжения в воздушном зазоре

$$H_{pm}l = \Phi_\delta r_{\mu\delta},$$

где $\Phi_\delta = \Phi_{pm} = B_{pm}S_{pm}$ – магнитный поток в зазоре, равный потоку в теле магнита Φ_{pm} при условии, что магнитный поток рассеяния пренебрежимо мал; $r_{\mu\delta} = \dfrac{\delta}{\mu_0 S_\delta}$ – магнитное сопротивление воздушного зазора.

Отсюда

$$H_{pm}l = B_{pm}S_{pm}r_{m\delta} \Rightarrow \frac{H_{pm}}{B_{pm}} = r'_{\mu\delta}, \qquad (3.7)$$

где $r'_{\mu\delta} = r_{\mu\delta}\dfrac{S_{pm}}{l}$ – величина, имеющая размерность обратную размерности магнитной проницаемости и называемая коэффициентом размагничивания. Этот

коэффициент называется также приведённым магнитным сопротивлением зазора, т.к. умножением на отношение S_{pm}/l реальное магнитное сопротивление $r_{\mu\delta}$, соответствующее длине и площади зазора, пересчитывается на длину средней линии и площадь поперечного сечения магнита, т.е. приводится к его геометрическим размерам.

Из выражения (3.7) следует, что коэффициент размагничивания представляет собой тангенс угла между осью ординат и прямой линией, проходящей через начало координат и пересекающей кривую размагничивания в точке, соответствующей напряжённости H_{pm} и величине индукции магнита B_{pm}. Определив построением этой прямой рабочую точку магнита, несложно найти индукцию в воздушном зазоре как $B_\delta = B_{pm} S_{pm} / S_\delta$.

Коэффициент размагничивания пропорционален магнитному сопротивлению зазора. Если зазор заполнить магнитомягким материалом с практически нулевым значением $r_{\mu\delta} \approx 0$ и довести материал до насыщения, то после снятия внешнего магнитного поля индукция в среднем сечении магнита будет равна остаточной индукции B_r. При восстановлении зазора рабочая точка магнита переместится в положение, соответствующее $r_{\mu\delta} > 0$, например, в точку *o* на рис. 3.6, *б* и индукция при этом уменьшится до значения $B_o < B_r$, т.е. материал размагнитится. Если после этого зазор увеличить ещё больше, то возникнет новое состояние, например, в точке *p* с ещё меньшим значением индукции $B_p < B_o < B_r$. Восстановление зазора до первоначальной величины, соответствующей углу α_o, не вернёт рабочую точку магнита в положение *o*. Вместо этого она переместится по кривой частного цикла гистерезиса в точку *q*, которая соответствует прежнему значению магнитного сопротивления зазора, т.к. лежит на линии 0*o*, но материал при этом окажется размагниченным до значения индукции $B_q < B_o$. Возврат к состоянию в точке *o* после размагничивания до точки *p* возможен только путём повторного намагничивания до насыщения.

Если величину зазора периодически изменять, то состояние магнита будет изменяться по кривой частного цикла гистерезиса *pq*. Ширина петли цикла перемагничивания обычно очень мала, поэтому при расчётах её заменяют прямой линией *pq*, называемой линией возврата. Наклон линий возврата в различных точках кривой размагничивания незначительно отличается от наклона касательной в точке остаточной индукции материала B_r, поэтому их проводят параллельно касательной.

Эффект размагничивания при увеличении воздушного зазора имеет большое значение для практики изготовления и эксплуатации электрических машин с постоянными магнитами, т.к. при уменьшении магнитной индукции снижается КПД машины. Поэтому если это возможно, то намагничивание постоянных магнитов производится в собранной или в полусобранной машине. После чего дальнейшие технологические операции или ремонт должны производиться та-

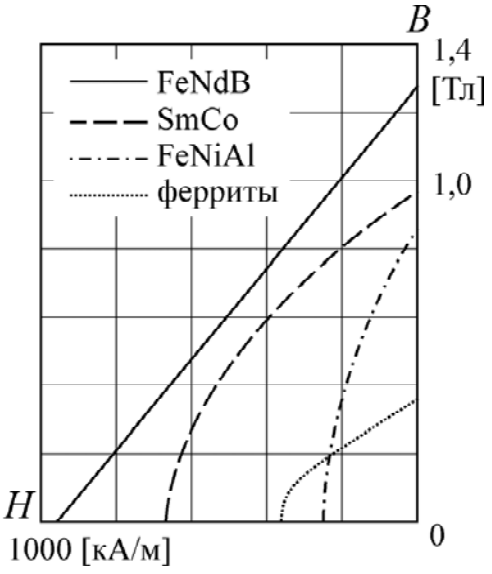


Рис. 3.7

ким образом, чтобы величина рабочего воздушного зазора не увеличивалась. Например, якорь двигателя постоянного тока после намагничивания не должен смещаться в осевом направлении и, тем более, извлекаться из статора.

На рис. 3.7 показаны типичные кривые размагничивания для различных материалов постоянных магнитов. Ферриты на основе бария или стронция имеют наихудшие характеристики, дёшевы и технологичны. Они используются в машинах широкого применения с невысокими показателями качества. В более ответственных изделиях применяются магниты из сплавов железа с никелем и алюминием. Предельные энергетические показатели достигаются при использовании магнитов из сплавов редкоземельных металлов, однако их применение сдерживается высокой стоимостью.

3.5. Преобразование энергии в электромагнитных системах

Рассмотрим баланс энергии в простейшей электромагнитной системе, представляющей собой катушку с ферромагнитным сердечником и регулируемым воздушным зазором (рис. 3.4, *а*). Пренебрегая остаточной намагниченностью и явлением гистерезиса, можно построить для различных величин воздушного зазора δ вебер-амперные характеристики, вид которых существенно зависит от δ (рис. 3.8, *а*).

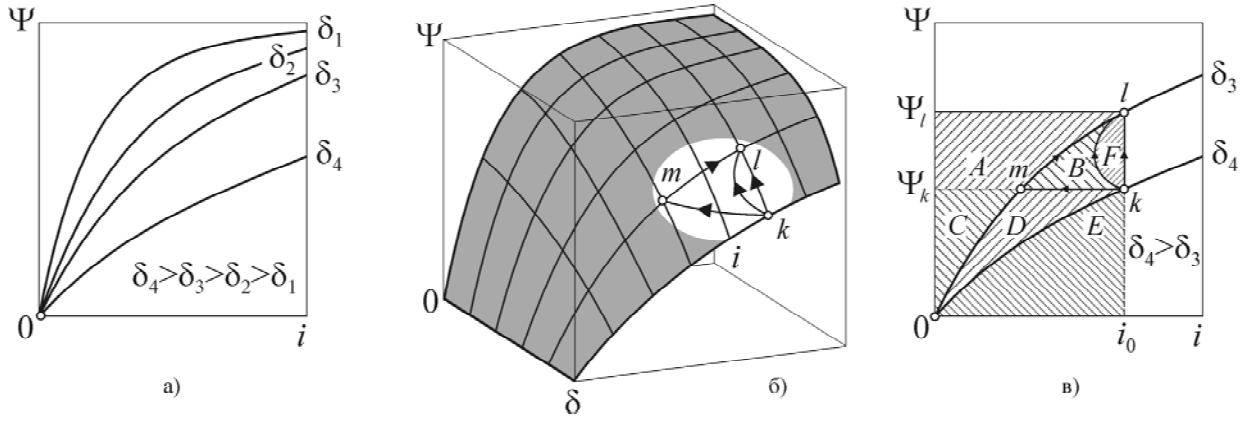


Рис. 3.8

Для непрерывного множества значений зазора вебер-амперные характеристики образуют поверхность намагничивания $\Psi(i,\delta)$, показанную на рис. 3.8, *б*.

Пусть катушка питается от источника тока со значением $i = i_0$. Рассмотрим явления, сопровождающие изменения состояния системы при изменении зазора на величину $\Delta\delta = \delta_3 - \delta_4$ за время *t*. При этом от источника питания потребляет-

ся электрическая энергия ΔW_E, которая за вычетом потерь в активном сопротивлении катушки расходуется на изменение энергии магнитного поля ΔW_M и на механическую работу ΔA_F, связанную с перемещением якоря,

$$\Delta W_E = \int_0^t \left(ui - i^2 r\right) dt = \int_0^t ei\, dt = \Delta W_M + \Delta A_F . \qquad (3.8)$$

Используя закон Фарадея, электрическую энергию можно представать в виде

$$\Delta W_E = \int_0^t \frac{d\Psi}{dt} i\, dt = \int_{\Psi_k}^{\Psi_l} i(\Psi, \delta)\, dt . \qquad (3.9)$$

При постоянном значении тока

$$\Delta W_E = i_0 \left(\Psi_l - \Psi_k\right) = i_0 \Delta\Psi . \qquad (3.10)$$

Из этого выражения следует, что потребляемая электрическая энергия графически равна сумме площадей на рис. 3.8, *в*

$$\Delta W_E = A + B + F . \qquad (3.11)$$

Так как переход от δ_4 к δ_3 сопровождается увеличением потокосцепления, то потребляемая энергия положительна.

Переход из одного состояния в другое на рис. 3.8, *в* происходит по прямой kl, а на поверхности $\Psi(i, \delta)$ по линии kl.

Приращение энергии магнитного поля равно разности значений энергии в начальной и конечной точках, т.е.

$$\Delta W_M = W_{Ml} - W_{Mk} = \left(C + A\right) - \left(C + D\right) = A - D . \qquad (3.12)$$

Подставляя (3.11) и (3.12) в уравнение (3.8), получим механическую работу, связанную с изменением состояния системы:

$$\Delta A_F = \Delta W_E - \Delta W_M = \left(A + B + C\right) - \left(A - D\right) = B + D + F > 0 . \qquad (3.13)$$

Полученное приращение механической энергии положительно, следовательно, при уменьшении воздушного зазора механическая работа совершается магнитным полем. При движении якоря катушки на него действует сила, среднее значение которой равно

$$\widetilde{F} = \frac{\Delta A_F}{\Delta\delta} = \frac{B + D + F}{\delta_3 - \delta_4} < 0 . \qquad (3.14)$$

Направление перемещения $\Delta\delta$ и действующая сила отрицательны, т.е. сила действует в направлении отрицательного приращения воздушного зазора, стремясь его уменьшить.

Рассмотренный выше случай соответствует питанию катушки от источника тока. На практике обычно источник питания обладает малым внутренним сопротивлением и приближается по свойствам к источнику ЭДС. Тогда уравнение Кирхгофа для электрической цепи катушки имеет вид

$$u = ri + d\Psi / dt . \qquad (3.15)$$

Пусть изменение зазора и начальный ток катушки будут такими же, как в случае питания от источника тока, тогда начальное и конечное состояние системы будут соответствовать тем же точкам на плоскости вебер-амперных характеристик на рис. 3.7, *в*. Однако изменение зазора будет сопровождаться отклонением тока от значения $i_0 = u/r$, т.к. при этом $d\Psi/dt \neq 0$. Поэтому фазовая траектория на плоскости вебер-амперных характеристик при изменении состояния системы уже не будет прямой линией *kl*, а будет некоей кривой *kl*, точную форму которой можно получить совместным решением уравнения (3.15) и уравнения движения механической системы якоря катушки.

Если теперь вернуться к уравнению баланса энергии, то окажется, что электрическая энергия уменьшились на величину площади *F*, т.е.

$$\Delta W_E = A + B,$$

в то время как приращение энергии магнитного поля осталось прежним. Следовательно, уменьшилась механическая работа и среднее значение силы действующей на якорь катушки. Это связано с уменьшением тока в катушке за счёт действия ЭДС индукции при движении якоря.

Таким образом, механическая работа при питании от источника ЭДС при прочих равных условиях будет меньше, чем при питании от источника тока.

Ещё одним частным случаем изменения состояния системы является режим, при котором остаётся неизменным потокосцепление. Это возможно, если активное сопротивление и напряжение практически равны нулю, тогда из уравнения (3.15) следует, что $d\Psi/dt = 0 \Rightarrow \Psi = \text{const}$, т.е. постоянный магнитный поток создаёт короткозамкнутая цепь с нулевым активным сопротивлением.

В этом случае фазовая траектория будет соответствовать линии *kml* на рис. 3.8, *в*. На участке *km* якорь движется при снижающемся токе и неизменном потокосцеплении. В точке *m* движение прекращается и начинается увеличение тока при неподвижном якоре. Так как на втором участке движение отсутствует, то здесь механическая работа не производится, а вся электрическая энергия преобразуется в энергию магнитного поля.

Пользуясь обозначением площадей на рис. 3.8, *в*, для участка *km* траектории можно записать

$$\Delta W_E = i\Delta\Psi = 0;$$

$$\Delta W_M = W_{Mk} - W_{Mm} = C - (C + D) = -D;\ \Delta A_F = \Delta W_E - \Delta W_M = D.$$

Следовательно, на этом этапе электрическая энергия от источника не потребляется, а энергия, запасённая в магнитном поле, преобразуется в механическую работу.

Для участка *ml* траектории справедливо

$$\Delta A_F = 0;$$

$$\Delta W_M = W_{Mm} - W_{Ml} = (A + C) - C = A;\ \Delta W_E = \Delta W_M + \Delta W_F = A.$$

Таким образом, средняя сила в процессе изменения состояния системы с постоянным потокосцеплением уменьшается по сравнению с силой при постоянном токе в отношении

$$\frac{D}{B+D+F}.$$

Рассуждая аналогично, можно определить приращения энергий для общего случая изменения всех трёх переменных: тока, потокосцепления и зазора через соответствующие площади на рис. 3.9 как

$$\Delta W_E = A + B;\ \Delta W_M = A - D = A;\ \Delta A_F = B + D.$$

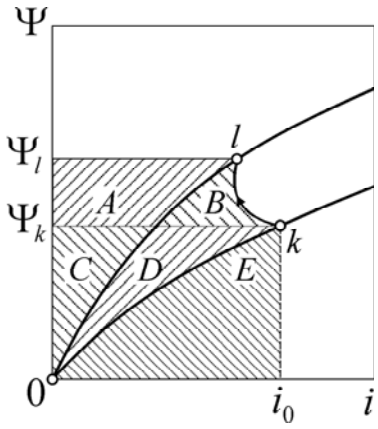


Рис. 3.9

Сопоставляя все полученные выражения для механической работы можно сделать очень важный вывод о том, что механическая энергия, необходимая для изменения состояния системы, равна площади, ограниченной кривыми намагничивания и фазовой траекторией перехода из одного состояния в другое на плоскости вебер-амперных характеристик. Это позволяет получить наглядное представление о характеристиках системы при качественном анализе процессов.

Таким образом, если определена площадь между начальной и конечной вебер-амперными характеристиками, а также фазовая траектория переходного режима системы, то среднее значение силы можно определить как

$$\widetilde{F} = \frac{\Delta A_F}{\Delta\delta}. \qquad (3.16)$$

В частных случаях неизменного тока или потокосцепления уравнение силы можно представить в более удобной форме через другие виды энергии.

Например, при постоянном потокосцеплении потребляемая электрическая энергия равна нулю и средняя сила, действующая на якорь, равна:

$$\widetilde{F} = -\left.\frac{\Delta W_M}{\Delta\delta}\right|_{\Psi=\text{const}}. \qquad (3.17)$$

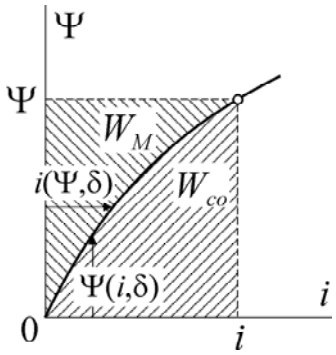


Рис. 3.10

В случае возбуждения магнитного поля неизменным током средняя сила определяется выражением (3.14), числитель которого представляет собой разность площадей, лежащих ниже конечной и начальной кривых намагничивания. Эти площади часто используются при анализе энергетического состояния системы и получили название коэнергии. Пользуясь полученным выше представлением о механической работе, совершаемой при изменении состояния электромагнитной системы, а также тем, что вебер-амперная характеристика при бесконечно большом воздушном за-

зоре совпадает с осью абсцисс, понятию коэнергии можно придать определённый физический смысл, как механической работы, совершаемой при уменьшении бесконечно большого воздушного зазора до заданного значения δ при постоянном токе в катушке.

По аналогии с интегралом, определяющим энергию магнитного поля, коэнергия для какого-либо заданного значения тока i равна

$$W_{co} = \int_0^i \Psi(i,\delta)di\,.$$

Между коэнергией и энергией магнитного поля существует очевидное соотношение

$$W_M + W_{co} = \Psi i\,, \tag{3.18}$$

отражающее тот факт, что площадь прямоугольника со сторонами i и Ψ равна сумме площадей, лежащих выше и ниже любой линии, соединяющей противоположные углы (рис. 3.10). Энергия магнитного поля и коэнергия являются взаимно дополняющими, комплементарными величинами, между которыми существует однозначное соответствие.

Таким образом, средняя сила при возбуждении неизменным током, выраженная через коэнергию, равна

$$\widetilde{F} = \left.\frac{W_{coe} - W_{cob}}{\Delta\delta}\right|_{i=\text{const}} = \left.\frac{\Delta W_{co}}{\Delta\delta}\right|_{i=\text{const}}, \tag{3.19}$$

где $\Delta W_{co} = W_{coe} - W_{cob}$ – изменение коэнергии от начального W_{cob} до конечного W_{coe} значения.

Переходя в выражениях (3.18) и (3.19) к пределу при $\Delta\delta \to 0$, получим

$$F = -\left.\frac{dW_M}{d\delta}\right|_{\Psi=\text{const}} \tag{3.20}$$

и

$$F = \left.\frac{dW_{co}}{d\delta}\right|_{i=\text{const}}. \tag{3.21}$$

Очевидно, что силы, определённые по выражениям (3.20) и (3.21) одинаковы во всех случаях. Воспользоваться этими выражениями можно, если известны уравнения для поверхности намагничивания (см. рис. 3.8, *б*) или уравнения, позволяющие аппроксимировать часть этой поверхности. Однако некоторые важные для практики выводы можно сделать из общего анализа состояния электромагнитной системы.

Все три переменные, определяющие энергетическое состояние электромагнитной системы, Ψ, i и δ могут быть функциями времени, но независимыми переменными могут быть только две из них. Наиболее важными для анализа процессов являются случаи, когда независимыми функциями времени являются Ψ и δ, а также i и δ.

Элементарную механическую работу, совершаемую при перемещении якоря на величину $d\delta$ можно представить в виде

$$dA_F = Fd\delta . \qquad (3.22)$$

Тогда уравнение баланса энергии (3.8) для элементарных приращений с учётом того, что $dW_E = id\Psi$, примет вид

$$Fd\delta = id\Psi - dW_M . \qquad (3.23)$$

Обозначим энергию магнитного поля как функцию $W_M = W_M(\Psi,\delta)$, указав в скобках независимые переменные. Тогда элементарное приращение энергии будет равно

$$dW_M = \frac{\partial W_M}{\partial \Psi} d\Psi + \frac{\partial W_M}{\partial \delta} d\delta .$$

Подставляя это выражение в уравнение (3.23), получим

$$Fd\delta = id\Psi - \frac{\partial W_M}{\partial \Psi} d\Psi - \frac{\partial W_M}{\partial \delta} d\delta$$

$$\Downarrow \qquad (3.24)$$

$$Fd\delta = -\frac{\partial W_M}{\partial \delta} d\delta + \left(i - \frac{\partial W_M}{\partial \Psi} \right) d\Psi$$

Так как приращения переменных $d\Psi$ и $d\delta$ независимы и $d\Psi$ отсутствует в левой части уравнения (3.24), то коэффициент при этом приращении в правой части должен быть равен нулю, т.е.

$$i - \frac{\partial W_M}{\partial \Psi} = 0 \Rightarrow i = \frac{\partial W_M(\Psi,\delta)}{\partial \Psi} .$$

Тогда

$$F = -\frac{\partial W_M(\Psi,\delta)}{\partial \delta} . \qquad (3.25)$$

В этом уравнении потокосцепление Ψ является независимой переменной, а т.к. напряжение источника питания равно ЭДС $e = d\Psi / dt$, то выражение (3.25) соответствует электромагнитной системе, управляемой напряжением.

Если в качестве независимых переменных принять ток i и перемещение δ, то из (3.18) следует

$$W_M = \Psi i - W_{co}(i,\delta)$$

$$\Downarrow$$

$$dW_M = d(\Psi i) - dW_{co}(i,\delta) = \Psi di + id\Psi - \left(\frac{\partial W_{co}}{\partial i} di + \frac{\partial W_{co}}{\partial \delta} d\delta \right)$$

Подставляя это выражение в уравнение (3.23), получим

$$Fd\delta = id\Psi - \Psi di - id\Psi + \left(\frac{\partial W_{co}}{\partial i} di + \frac{\partial W_{co}}{\partial \delta} d\delta \right)$$

$$\Downarrow \qquad (3.26)$$

$$Fd\delta = \frac{\partial W_{co}}{\partial \delta} d\delta + \left(\frac{\partial W_{co}}{\partial i} - \Psi \right) di$$

Так как независимое приращение di отсутствует в левой части уравнения (3.26), то

$$\frac{\partial W_{co}}{\partial i} - \Psi = 0 \Rightarrow \Psi = \frac{\partial W_{co}}{\partial i}$$

и

$$F = \frac{\partial W_{co}(i,\delta)}{\partial \delta}. \qquad (3.27)$$

Это выражение получено при условии, что ток катушки является независимой переменной, т.е. оно соответствует электромагнитной системе, управляемой током.

Следует заметить, что выражения (3.25) и (3.27) для силы, действующей на якорь при поступательном движении, легко распространить на случай вращательного движения якоря путём замены линейного перемещения δ на угол поворота ϑ, а силы на вращающий момент M, т.е.

$$M = -\frac{\partial W_M(\Psi,\vartheta)}{\partial \vartheta}, \qquad (3.28)$$

и

$$M = \frac{\partial W_{co}(i,\vartheta)}{\partial \vartheta}. \qquad (3.29)$$

Очевидно, что выражения (3.25) и (3.27) для силы, действующей на якорь катушки, и выражения (3.28) и (3.29) для электромагнитного момента соответствуют одним и тем же величинам. Различие знаков в них отражает только комплементарность энергии и коэнергии магнитного поля, т.е. тот факт, что увеличение одной величины вызывает равное уменьшение другой.

Выражение (3.25) можно преобразовать к виду

$$F\partial\delta = \partial A_F = -\partial W_M(\Psi,\delta).$$

Левая часть этого уравнения соответствует работе, при элементарном перемещении якоря $d\delta$, а правая – изменению энергии поля при перемещении. Положительная величина работы означает, что она совершается за счёт силы, действующей на якорь со стороны магнитного поля. Следовательно, механическое воздействие в электромагнитной системе всегда направлено таким образом, чтобы минимизировать энергию поля.

В электромеханических преобразователях подвижная и неподвижная части всегда разделены воздушным зазором. Поэтому кривые намагничивания достаточно близки к прямым линиям, и во многих случаях их можно представить линейными функциями без внесения существенной погрешности, а электромагнитная система преобразователей, в которых отсутствуют ферромагнетики, всегда линейна.

Линейные электромагнитные системы принято характеризовать индуктивностью

$$\Psi = L(\delta)\cdot i. \qquad (3.30)$$

Величина индуктивности $L(\delta)$ может быть любой однозначной функцией от δ. В соответствии с выражением (3.2) её можно представить через магнитную проводимость или через магнитное сопротивление

$$L(\delta) = w^2 g_M(\delta) = \frac{w^2}{r_M(\delta)}. \tag{3.31}$$

Следует заметить, что $L(\delta)$ определяется только геометрическими размерами электромагнитной системы и магнитной проницаемостью ферромагнетика, если он образует часть пути, по которому замыкается магнитный поток.

Пользуясь выражениями (3.30) и (3.31) можно найти энергию электромагнитной системы

$$\begin{gathered} W_M = \int_0^{\Psi} i d\Psi = \int_0^{\Psi} \frac{\Psi}{L(\delta)} d\Psi = \frac{\Psi^2}{2L(\delta)} = \frac{L(\delta) i^2}{2}; \\ W_M = \int_0^{w\Phi} i d\Psi = \int_0^{w\Phi} \frac{F_w}{w} d(w\Phi) = \int_0^{w\Phi} \frac{r_M(\delta) w\Phi}{w^2} d(w\Phi) = \frac{r_M(\delta)\Phi^2}{2} = \frac{F_w^2}{2 r_M(\delta)} \end{gathered} \tag{3.32}$$

где $F_w = wi$ – МДС катушки.

Магнитная коэнергия равна:

$$W_{co} = \int_0^{i} \Psi di = \int_0^{i} L(\delta) i \, di = \frac{L(\delta) i^2}{2},$$

т.е., как и следовало ожидать, в линейных системах $W_{co} = W_M$.

Выражения (3.32) позволяют определить электромагнитную силу как

$$\begin{gathered} F = -\frac{\partial W_M(\Psi, \delta)}{\partial \delta} = -\frac{1}{2}\Psi^2 \frac{d}{d\delta}\left[\frac{1}{L(\delta)}\right] = -\frac{1}{2}\Phi^2 \frac{d\, r_M(\delta)}{d\delta}; \\ F = \frac{\partial W_{co}(i, \delta)}{\partial \delta} = \frac{1}{2} i^2 \frac{d\, L(\delta)}{d\delta} = \frac{1}{2} F_w^2 \frac{d}{d\delta}\left[\frac{1}{r_M(\delta)}\right]. \end{gathered} \tag{3.33}$$

Из этих выражений следует, что электромагнитная сила действует таким образом, чтобы минимизировать магнитное сопротивление системы или, что то же самое, максимально увеличить её индуктивность.

Выражения для электромагнитной силы *F* и вращающего момента *M*, а также выводы, полученные на основании рассмотрения системы в виде катушки с подвижным якорем, распространяются на любое механическое перемещение по любой координате пространства *x* или ϑ, если в результате этого перемещения происходит изменение энергии магнитного поля, т.е. в общем случае

$$F = -\frac{\partial W_M(\Psi, x)}{\partial x} = \frac{\partial W_{co}(i, x)}{\partial x}; \tag{3.34}$$

и

$$M = -\frac{\partial W_M(\Psi, \vartheta)}{\partial \vartheta} = \frac{\partial W_{co}(i, \vartheta)}{\partial \vartheta}. \tag{3.35}$$

Глава 4. Воздействие магнитного поля на электрический ток в проводниках

4.1. Поверхностный эффект

Плотность переменного тока, протекающего через одиночный проводник, неодинакова в различных точках его поперечного сечения вследствие того, что движущиеся заряды создают внутри проводника магнитное поле. Если провод мысленно разделить на элементарные проводники параллельные продольной оси, то величина внутреннего магнитного потока, сцепляющегося с каждым проводником, будет зависеть от его расположения. Максимальным будет потокосцепление элементарного проводника, расположенного на оси провода, и нулевым у проводников, расположенных на внешней поверхности. В соответствии с законом электромагнитной индукции изменяющийся во времени магнитный поток будет наводить в элементарных проводниках ЭДС, пропорциональную величине потокосцепления и направленную встречно, т.е. снижающую величину тока. Следовательно, уменьшение тока будет максимальным на оси провода и нулевым на его поверхности, иначе говоря, ток будет вытесняться на поверхность проводника.

Явление вытеснения тока к внешней поверхности проводника под действием собственного внутреннего переменного магнитного поля называется поверхностным эффектом или скин-эффектом.

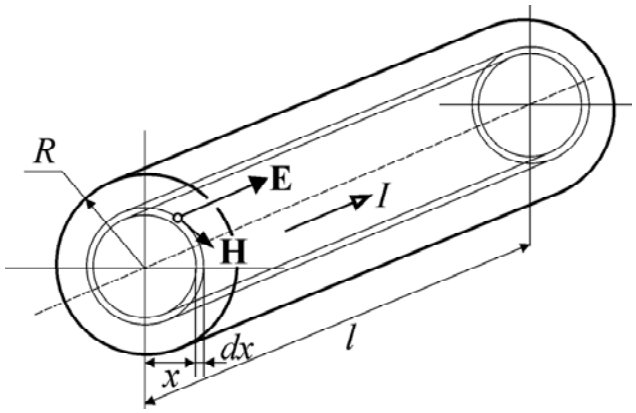


Рис. 4.1

Рассмотрим это явление на примере прямолинейного круглого проводника, удалённого на значительное расстояние от других источников магнитных и электрических полей. Тогда во всех равноудалённых от оси проводника точках векторы напряжённости электрического поля **E** будут одинаковыми и направленными вдоль оси проводника, а векторы напряжённости магнитного поля **H** будут перпендикулярны к радиусам (рис. 4.1).

Для того чтобы найти распределение плотности тока внутри проводника $\delta = \gamma E$, выделим внутри проводника две цилиндрические поверхности с радиусами x и $x + dx$.

Энергия, проходящая за время dt через поверхность радиусом x на длине l проводника, равна

$$dW_x = 2\pi x l E H dt,$$

а энергия через поверхность радиусом $x + dx$

$$d\left(W_x + \frac{\partial W_x}{\partial x}dx\right) = 2\pi x l E H dt + \frac{\partial}{\partial x}\left(2\pi x l E H\right)dx dt.$$

Разность значений этих энергий есть энергия, сообщаемая за время dt объёму $2\pi xldx$.

Часть этой энергии преобразуется в тепло так, что в каждой единице объёма поглощается $\gamma E^2 dt$, а другая часть переходит в энергию магнитного поля, изменяя её от величины $\frac{\mu_a H^2}{2}$ до величины $\frac{\mu_a H^2}{2} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mu_a H^2}{2}\right)dt$.

Поэтому приращение энергии можно представить в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(2\pi xlEH\right)dxdt = 2\pi xldx\left[\gamma E^2 + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mu_a H^2}{2}\right)\right]dt .$$

Разделив обе части этого уравнения на $2\pi xldxdt$ и взяв соответствующие производные, получим уравнение

$$\left(\frac{H}{x} + \frac{\partial H}{\partial x}\right)E + \frac{\partial E}{\partial x}H = \gamma E^2 + \mu_a \frac{\partial H}{\partial t}H ,$$

которое распадается на два уравнения:

$$\frac{H}{x} + \frac{\partial H}{\partial x} = \gamma E$$

и

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \mu_a \frac{\partial H}{\partial t} .$$

При синусоидальном изменении E и H с частотой ω эти уравнения можно представить в символической форме

$$\frac{\underline{H}}{x} + \frac{d\underline{H}}{dx} = \gamma \underline{E} \qquad (4.1)$$

и

$$\frac{d\underline{E}}{dx} = j\mu_a \omega \underline{H} . \qquad (4.2)$$

Дифференцируя по x уравнение (4.2), можно исключить из (4.1) $\underline{H}$ и $d\underline{H}/dx$, а взяв производную от уравнения (4.1) и подставляя $d\underline{E}/dx$ из (4.2), получим уравнение для $\underline{H}$, т.е.

$$\frac{d^2\underline{E}}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{d\underline{E}}{dx} - j\omega\mu_a\gamma\underline{E} = 0 \qquad (4.3)$$

и

$$\frac{d^2\underline{H}}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{d\underline{H}}{dx} - \left(j\omega\mu_a\gamma + \frac{1}{x^2}\right)\underline{H} = 0 . \qquad (4.4)$$

Уравнения (4.3) и (4.4) можно привести к виду т. н. бесселевых уравнений соответственно нулевого и первого порядка путём введения переменной

$$u = kx\sqrt{-j} = kx \cdot -e^{-j\pi/4} = kx \cdot e^{j3\pi/4} ,$$

где

$$k = \sqrt{\omega\mu_a\gamma} = \sqrt{4\pi\omega\mu\gamma 10^{-7}} . \qquad (4.5)$$

Тогда

$$dr = \frac{du}{kx\sqrt{-j}};\ dr^2 = \frac{du^2}{kx\sqrt{-j}};\ j\omega\mu_a\gamma = jk^2$$

и уравнения (4.3) и (4.4) приводятся к виду

$$\frac{d^2\underline{E}}{du^2}+\frac{1}{u}\frac{d\underline{E}}{du}+\underline{E}=0 \qquad (4.6)$$

и

$$\frac{d^2\underline{H}}{du^2}+\frac{1}{u}\frac{d\underline{H}}{du}+\left(1-\frac{1}{u^2}\right)\underline{H}=0. \qquad (4.7)$$

Решением уравнений (4.6) и (4.7) являются функции Бесселя первого рода нулевого $J_0(u)$ и первого порядка $J_1(u)$:

$$\underline{E}=\underline{C}_0 J_0(\underline{u}) \qquad (4.8)$$

и

$$\underline{H}=\underline{C}_1 J_1(\underline{u}), \qquad (4.9)$$

где $\underline{C}_0$ и $\underline{C}_1$ – комплексные постоянные интегрирования, зависящие от частоты и величины тока в проводнике, а также от удельной проводимости и диаметра провода.

Функции Бесселя $J_0(\underline{u})$ и $J_1(\underline{u})$ представляют собой бесконечные ряды. Они могут быть вычислены в виде комплексных чисел с любой желаемой точностью, определяемой числом членов ряда

$$J_0(\underline{u})=b_0 e^{-j\beta_0} \text{ и } J_1(\underline{u})=-\frac{dJ_0(\underline{u})}{du}=b_1 e^{-j\beta_1}. \qquad (4.10)$$

Из уравнений (4.1), (4.2), (4.9) и (4.10) можно найти распределение плотности тока по сечению проводника в виде:

$$\underline{\delta}(x)=\underline{\delta}_0 b_0 e^{-j\beta_0}, \qquad (4.11)$$

где $\underline{\delta}_0=\dfrac{k\underline{I}}{2\pi R b_{1R} e^{-j(\beta_{1R}+\pi/4)}}$ – плотность тока на оси проводника, а b_{1R} и β_{1R} – модуль и аргумент функции Бесселя первого порядка $J_1(\underline{u})$ для поверхности проводника.

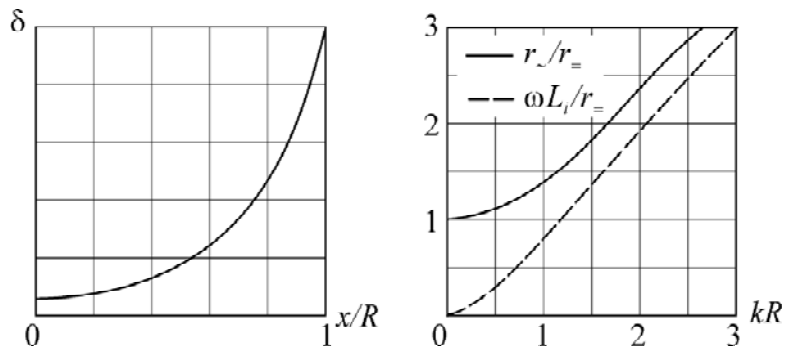


Рис. 4.2

На рис. 4.2 показан характерный вид кривой распределения плотности тока по сечению проводника. Вследствие неравномерной плотности тока эффективная площадь сечения проводника уменьшается и его активное сопротивление увеличивается.

Комплексное сопротивление любого отрезка проводника складывается из активного сопротивления $r_{\sim}$ и индуктивного сопротивления ωL, которое обусловлено внешним магнитным потоком, замыкающимся вне проводника, и внутренним магнитным потоком, замыкающимся внутри него, т.е. $L=L_e+L_i$, где L_e и L_i – индуктивности от внешнего и внутреннего потоков. Потокосцепление с внешним магнитным полем для всех элементов проводника одинаково, а потокосцепление с внутрен-

ним полем изменяется по мере изменения расстояния от оси проводника, снижаясь до нуля на наружной поверхности. Используя выражение для плотности распределения тока по сечению проводника (4.11), можно определить соотношение комплексного сопротивления проводника $\underline{z} = r_{\sim} + j\omega L_i$ и его активного сопротивления при постоянном токе $r_{=} = \rho l / \left(\pi R^2\right)$ как

$$\frac{r_{\sim} + j\omega L_i}{r_{=}} = \frac{\underline{\delta}(R)}{\delta_{=}} = \frac{kR}{2}\frac{b_{0R}}{b_{1R}} e^{j\left(\beta_{1R} - \frac{\pi}{4} - \beta_{0R}\right)}$$

где $\underline{\delta}(R)$ и $\delta_{=} = I / \left(\pi R^2\right)$– плотность тока на поверхности проводника и плотность тока в нём при равномерном распределении.

Выделяя вещественную и мнимую составляющие в правой части этого выражения, получим соотношения

$$\frac{r_{\sim}}{r_{=}} = \frac{kR}{2}\frac{b_{0R}}{b_{1R}} \cos\left(\beta_{1R} - \frac{\pi}{4} - \beta_{0R}\right) \qquad (4.12)$$

и

$$\frac{\omega L_i}{r_{=}} = \frac{kR}{2}\frac{b_{0R}}{b_{1R}} \sin\left(\beta_{1R} - \frac{\pi}{4} - \beta_{0R}\right). \qquad (4.13)$$

Характер зависимостей (4.12) и (4.13) показан на рис. 4.2. Из этого рисунка видно, что активное сопротивление проводника на переменном токе за счёт эффекта вытеснения всегда выше, чем на постоянном. Соотношение

$$\xi = r_{\sim} / r_{=} > 1$$

называется коэффициентом поверхностного эффекта. Его можно вычислить по упрощённой формуле

$$\xi = \begin{cases} 1 + \left.\dfrac{\varepsilon^4}{3}\right|_{\varepsilon<1} \\ \varepsilon + \dfrac{1}{4} + \left.\dfrac{3}{64\varepsilon}\right|_{\varepsilon>1} \end{cases}$$

где $\varepsilon = \dfrac{kR}{\sqrt{8}} = \dfrac{\pi R}{2}\sqrt{4 \cdot 10^{-7} f \mu\gamma}$.

4.2. Эффект близости

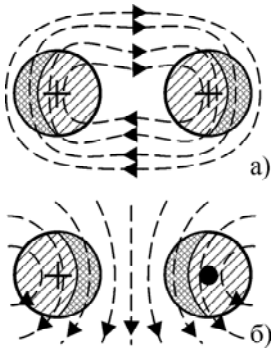


Рис. 4.3

Магнитные поля близко расположенных параллельных проводников воздействуют на движущиеся в них заряды. Это также приводит к неравномерной плотности распределения тока по сечению провода и называется эффектом близости.

Механизм перераспределения тока по сечению в результате близости проводов совершенно аналогичен явлению вытеснения тока. Отличие заключается только в том, что в данном случает воздействие на электрические заряды осуществляется со стороны внешнего магнитного поля. Ес-

ли токи в соседних проводах направлены в одну сторону, то потокосцепления элементарных проводников, расположенных ближе к соседнему проводу, будут больше, чем у удалённых проводников. Поэтому больше будут и наводимые в них ЭДС, под действием которых уменьшаются элементарные токи. В результате плотность тока в близлежащих областях сечений обоих проводов уменьшается, а в удалённых областях увеличивается, как это показано на рис. 4.3, *а* плотной штриховкой. В случае встречного направления токов в проводах эффект близости будет противоположным. Потокосцепления элементарных проводников в близлежащих областях сечений будут меньше, поэтому в эти области и будут вытесняться токи (рис. 4.3, *б*).

4.3. Вытеснение тока в проводах, уложенных в пазы магнитопровода

Обмотки электрических машин обычно располагаются в пазах магнитопровода. Это существенно меняет картину внешнего магнитного поля и увеличивает степень его воздействия на протекающий ток.

Предположим, что в пазу находятся провода прямоугольного сечения, по которым протекает одинаковый ток (рис. 4.4, *а*). Вследствие неравномерного распределения магнитного потока по высоте паза, вызванного существенным различием магнитной проницаемости ферромагнетика, воздуха и проводов, потокосцепления элементарных проводников в разных слоях будут разными. Соответственно разными, будут и наводимые в них ЭДС, а также плотность протекающего тока.

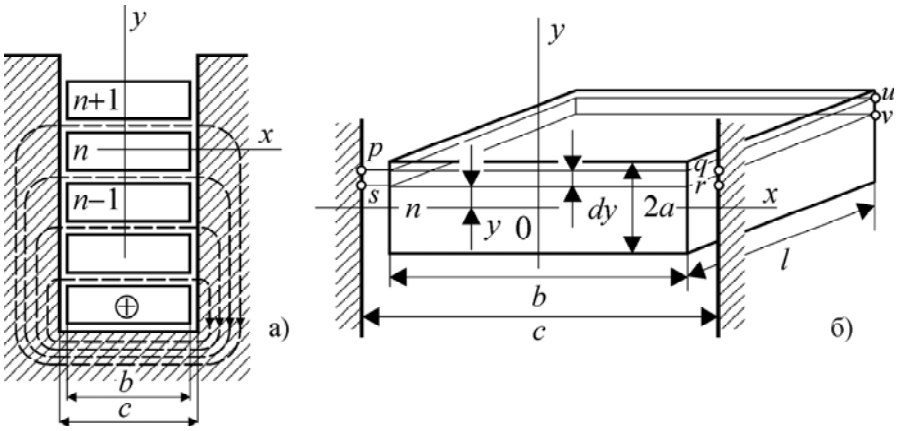


Рис. 4.4

Для определения распределения плотности тока в *n*-м проводе, считая от основания паза, выберем систему координат, показанную на рис. 4.4. Применим к контуру *pqrs* высотой *dy* на рис. 4.4, *б* закон полного тока

$$\left(H+\frac{\partial H}{\partial y}dy\right)c-Hc=\gamma Ebdy\Rightarrow\frac{\partial H}{\partial y}=\frac{b}{c}\gamma E\,, \qquad (4.14)$$

и закон электромагнитной индукции к контуру *quvr*

$$-\left(E+\frac{\partial E}{\partial y}dy\right)l+El=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_a Hldy\right)=-\mu_a ldy\frac{\partial H}{\partial t}\Rightarrow\frac{\partial E}{\partial y}=\mu_a\frac{\partial H}{\partial t}\,. \qquad (4.15)$$

Если ток в проводах изменяется по синусоидальному закону, то уравнения (4.14) и (4.15) можно представить в символической форме

$$\frac{d\underline{H}}{dy} = \frac{b}{c}\gamma\underline{E} \tag{4.16}$$

и

$$\frac{d\underline{E}}{dy} = j\omega\mu_a\underline{H}\,. \tag{4.17}$$

Дифференцированием уравнений (4.16) и (4.17) по dy и соответствующей перекрёстной подстановкой получим следующие дифференциальные уравнения

$$\frac{d^2\underline{H}}{dy^2} = \nu^2\underline{H} \tag{4.18}$$

и

$$\frac{d^2\underline{E}}{dy^2} = \nu^2\underline{E}\,, \tag{4.19}$$

где

$$\nu = e^{j\pi/4}\sqrt{\frac{b}{c}\omega\mu_a\gamma}\,. \tag{4.20}$$

Решение уравнений (4.18) и (4.19) можно получить в виде

$$\underline{E} = \underline{A}_1 e^{-\nu y} + \underline{A}_2 e^{\nu y}\,, \tag{4.21}$$

$$\underline{H} = \frac{1}{j\omega\mu_a}\frac{\partial\underline{E}}{\partial y} = \frac{\nu}{j\omega\mu_a}\left(-\underline{A}_1 e^{-\nu y} + \underline{A}_2 e^{\nu y}\right). \tag{4.22}$$

Постоянные интегрирования $\underline{A}_1$ и $\underline{A}_2$ можно определить по значениям напряжённости магнитного поля на верхней поверхности n-го провода ($y = a$)

$$\underline{H}_n = \frac{n\underline{I}}{c} = \frac{\nu}{j\omega\mu_a}\left(-\underline{A}_1 e^{-\nu a} + \underline{A}_2 e^{\nu a}\right)$$

и напряжённости магнитного поля на нижней поверхности ($y = -a$)

$$\underline{H}_{(n-1)} = \frac{(n-1)\underline{I}}{c} = \frac{\nu}{j\omega\mu_a}\left(-\underline{A}_1 e^{\nu a} + \underline{A}_2 e^{-\nu a}\right).$$

Тогда после преобразований получим

$$\underline{E}_n = \frac{j\omega\mu_a\underline{I}}{c\nu}\cdot\frac{n\,\mathrm{ch}[\nu(a+y)] - (n-1)\,\mathrm{ch}[\nu(a-y)]}{\mathrm{sh}(2a\nu)}. \tag{4.23}$$

$$\underline{H}_n = \frac{1}{j\omega\mu_a}\frac{d\underline{E}}{dy} = \frac{\underline{I}}{c}\cdot\frac{n\,\mathrm{sh}[\nu(a+y)] + (n-1)\,\mathrm{sh}[\nu(a-y)]}{\mathrm{sh}(2a\nu)}. \tag{4.24}$$

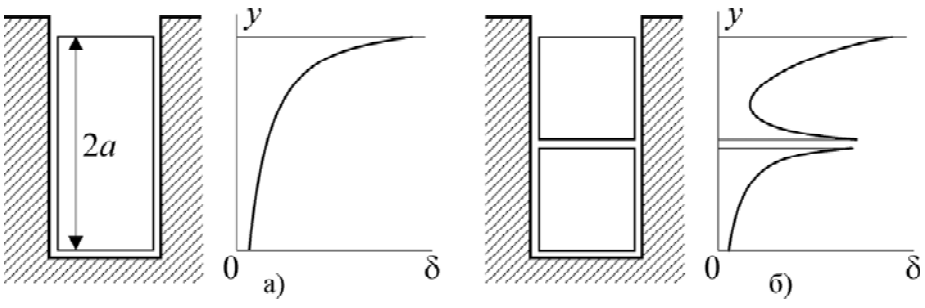


Рис. 4.5

Распределение плотности тока в n-м проводе можно найти из (4.23) как $\delta_n(y) = \gamma\left|\underline{E}_n\right|$. На рис. 4.5 по казаны характерные кривые распределения. В случае одного провода в пазу ток вытесняется в верхние слои и кривая $\delta(y)$ монотонна (рис.

4.5, *а*). Если в пазу расположено несколько проводов, то на распределение тока в верхних проводах влияют также магнитные поля нижних проводов (рис. 4.5, *б*). Следует также заметить, что плотность тока в проводах различается по высоте паза не только по модулю, но и по фазе.

Неравномерное распределение плотности тока по сечению провода приводит к увеличению тепловых потерь. Их можно определить как

$$P_{\sim n} = bl\int_{-a}^{+a} \gamma \left|\underline{E}_n\right|^2 dy = r_{\sim n} I^2 . \qquad (4.25)$$

Потери в том же проводе при равномерном распределении тока равны

$$P_{=} = \frac{l}{\gamma b} I^2 = r_{=} I^2 .$$

Интегрируя уравнение (4.25) и вычислив отношение $P_{\sim} / P_{=}$, получим относительное увеличение активного сопротивления, создаваемое эффектом вытеснения тока,

$$\frac{P_{\sim n}}{P_{=}} = \frac{r_{\sim n}}{r_{=}} = k_r = \varphi(\xi) + n(n-1)\psi(\xi), \qquad (4.26)$$

где:
$$\varphi(\xi) = \xi \frac{\operatorname{sh} 2\xi + \sin 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi} \qquad (4.27)$$

и $\psi(\xi) = 2\xi \dfrac{\operatorname{sh}\xi - \sin\xi}{\operatorname{ch}\xi + \cos\xi}$, а $\xi = 2ka = 2a\sqrt{\dfrac{b}{c}\omega\mu_a\gamma}$.

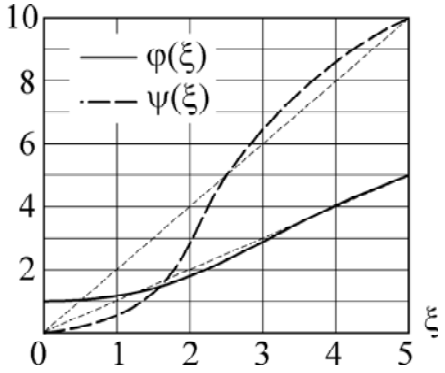


Рис. 4.6

Кривые $\varphi(\xi)$ и $\psi(\xi)$ показаны на рис. 4.6. Первое слагаемое в выражении (4.26) соответствует коэффициенту увеличения сопротивления первого провода, т.е. провода, расположенного на дне паза. Второе слагаемое влияет только на распределение тока во втором и последующих проводах, т.е. по сути учитывает эффект их близости.

Аргументом функций $\varphi(\xi)$ и $\psi(\xi)$ является безразмерная величина ξ, представляющая собой высоту провода $2a$, умноженную на коэффициент $k = \sqrt{\dfrac{b}{c}\omega\mu_a\gamma}$, размерность которого 1/м. При условии $k = \dfrac{1}{2a}$ $\xi = 1$ и функция $\varphi(1) \approx 1$. Следовательно, величину

$$\frac{1}{k} = 2a_{eq} = \sqrt{\frac{c}{b\omega\mu_a\gamma}} \qquad (4.28)$$

можно рассматривать как эквивалентную высоту провода $2a_{eq}$, а коэффициент $\xi = a / a_{eq}$ как относительную высоту.

В случае пренебрежимо малой толщины изоляции по сравнению с шириной паза $b \approx c$. Если при этом в пазу находится один провод и занимает весь паз по высоте h, т.е. $h \approx 2a$, то

$$2a_{eq} = \sqrt{\frac{1}{\omega \mu_a \gamma}}, \tag{4.29}$$

и эту величину можно считать эквивалентной глубиной паза h_{eq}, а ξ – относительной глубиной паза.

Пользуясь выражением (4.24) и сопоставляя энергию магнитного поля на переменном и постоянном токе, можно найти коэффициент изменения индуктивности провода k_L. Для одиночного провода в пазу он равен

$$k_L = \frac{L_{\sim}}{L_{=}} = \frac{3}{2\xi} \cdot \frac{\operatorname{sh} 2\xi - \sin 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi}. \tag{4.30}$$

Из всех параметров, определяющих степень влияния эффекта вытеснения на активное сопротивление и индуктивность, только частота тока ω может изменяться в результате изменения условий эксплуатации электрической машины. На рис. 4.7 показаны типичные кривые зависимостей $k_r(\omega)$ и $k_L(\omega)$ для одиночного провода. Очевидно, что при нулевой частоте, т.е. при постоянном токе, оба коэффициента равны единице и ток распределяется по сечению провода равномерно. По мере увеличения частоты эффект вытеснения проявляется всё более отчётливо и активное сопротивление увеличивается, а индуктивность уменьшается. Увеличение глубины паза h усиливает эффект вытеснения.

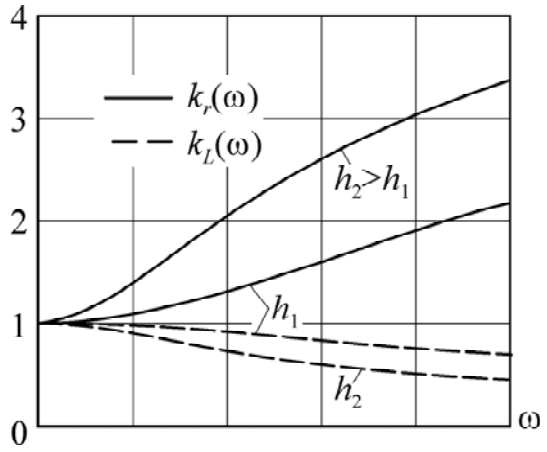


Рис. 4.7

В мощных электрических машинах секции обмотки часто состоят из одного витка, занимающего большую часть паза. В этом случае эффект вытеснения приводит к существенному возрастанию сопротивления и, соответственно, тепловых потерь. Для уменьшения влияния неравномерности распределения тока по сечению проводника, его разделяют на несколько параллельных изолированных проводов, которые изгибают таким образом, чтобы каждый из них по мере смещения вдоль паза занимал положение во всех слоях. Этот метод называется транспозицией. В результате транспозиции активные сопротивления и индуктивности проводов выравниваются, и неравномерность распределения тока по ним устраняется.

Раздел 2. Трансформаторы

Трансформатором называется электромагнитное статическое устройство, предназначенное для преобразования параметров электрической энергии в цепях переменного тока. С помощью трансформаторов можно изменить число фаз, величину напряжения, тока, начальной фазы и частоты, т.е. любого из параметров, определяющих напряжение или ток в цепи. Они изготавливаются на мощности от долей милливатта до сотен мегаватт и имеют вес от долей грамма до нескольких сотен тонн.

Вся электрическая энергия, вырабатываемая промышленным способом, проходит несколько стадий преобразования напряжения с помощью трансформаторов. Вырабатывать энергию с напряжениями безопасными и удобными для потребителя невыгодно, т.к. при таких напряжениях очень дорогой будет её передача и распределение. Передача энергии производится при напряжениях от 110 до 1150 кВ. Производство энергии при таких напряжениях невозможно, т.к. невозможно выполнить в этих условиях электрическую изоляцию генераторов. Напряжение генераторов обычно не превосходит 35 кВ, поэтому с помощью трансформаторов это напряжение повышается до уровня линии электропередачи, а у потребителя оно несколькими ступенями понижается до 380/220 В. Однако многие устройства не могут работать и при таком напряжении, в частности устройства автоматики, бытовой техники, компьютеры и т.п. Поэтому они содержат один или несколько трансформаторов, преобразующих сетевое напряжение к необходимому для них уровню питания.

Кроме преобразования величины напряжения или тока, трансформаторы выполняют очень важные функции согласования сопротивлений источника и нагрузки для обеспечения максимума мощности, передаваемой от одного элемента электронного устройства другому.

Отсутствие электрической связи между обмотками трансформатора позволяет использовать его для гальванического разделения («развязки») электрических цепей.

Анализ электромагнитных процессов в трансформаторе позволяет лучше понять работу других электрических машин, в которых электромеханические преобразования также осуществляются посредством магнитного поля.

Глава 5. Устройство и принцип действия

Простейший трансформатор состоит из замкнутого магнитопровода и двух обмоток в виде цилиндрических катушек (рис. 5.1).

Одна из обмоток подключается к источнику переменного синусоидального тока с напряжением u_1 и называется первичной обмоткой. К другой обмотке подключается нагрузка трансформатора. Эта обмотка называется вторичной обмоткой. Передача энергии из одной обмотки в другую осуществляется путём электромагнитной индукции.

Переменный синусоидальный ток i_1, протекающий по первичной обмотке трансформатора, возбуждает в магнитопроводе переменный магнитный поток Φ_c, который пронизывает витки обеих обмоток и наводит в них ЭДС

$$e_1 = -w_1(d\Phi_c / dt) \text{ и } e_2 = -w_2(d\Phi_c / dt)$$

с амплитудами пропорциональными числам витков w_1 и w_2. При подключении ко вторичной обмотке нагрузки в ней под действием ЭДС e_2 возникает переменный синусоидальный ток i_2 и устанавливается некоторое напряжение u_2. Электрическая связь между первичной и вторичной обмотками трансформатора отсутствует и энергия во вторичную обмотку передаётся посредством магнитного поля, возбуждаемого в сердечнике.

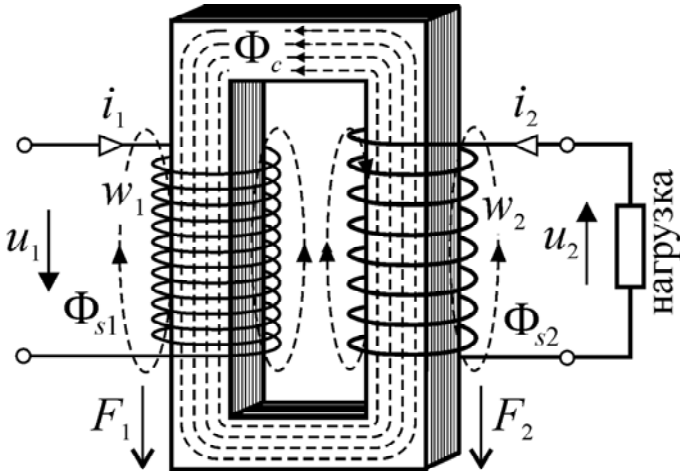


Рис. 5.1

По отношению к нагрузке вторичная обмотка трансформатора является источником электрической энергии с ЭДС e_2. Пренебрегая потерями в обмотках трансформатора можно считать, что напряжение питающей сети $U_1 \approx E_1$, а напряжение в нагрузке $U_2 \approx E_2$. Так как ЭДС обмоток пропорциональны числам витков, то соотношение напряжений питания трансформатора и нагрузки также определяется соотношением чисел витков обмоток, т.е.

$$U_1 / U_2 \approx E_1 / E_2 = w_1 / w_2 = k . \qquad (5.1)$$

Величина *k* называется *коэффициентом трансформации*. Следовательно, для получения требуемого напряжения в нагрузке нужно изготовить трансформатор с заданным соотношением чисел витков первичной и вторичной обмоток, т.е. с заданным коэффициентом трансформации. Если на одном магнитопроводе разместить несколько обмоток с разными числами витков, то каждая из них будет отдельным источником электроэнергии с напряжением, определяемым числом её витков, и такой трансформатор называется многообмоточным.

Если число витков вторичной обмотки меньше числа витков первичной $w_2 < w_1$, то $k > 1$ и напряжение в нагрузке будет меньше напряжения на входе трансформатора. Такой трансформатор называется понижающим. В противном случае, т.е. при $k < 1$, трансформатор называется повышающим. Трансформатор обладает свойством обратимости, т.е. в результате переключения обмоток он может работать как повышающий трансформатор или как понижающий. Однако обычно его конструкция и параметры оптимизированы для определенного типа преобразования.

Обмотка, подключаемая к сети с более высоким напряжением, называется обмоткой высшего напряжения (ВН). Вторая обмотка называется обмоткой низшего напряжения (НН).

Силовые трансформаторы чаще всего бывают однофазными и трёхфазными. Поток энергии в этих трансформаторах достигает значительных величин, значительны в них и потери энергии. Это требует принятия особых мер по отводу тепла. Трансформаторы, в которых отвод тепла производится потоком воздуха, называются «сухими» трансформаторами. В тех случаях, когда воздушным потоком невозможно отвести тепловую энергию так, чтобы обеспечить ограничение температуры изоляции обмоток на допустимом уровне, для охлаждения используют жидкую среду, погружая трансформатор в бак со специальным трансформаторным маслом, которое одновременно выполняет роль хладоагента и электрической изоляции. Такие трансформаторы называются «масляными». Трансформаторное масло за счёт конвекции, создаваемой различием плотности холодных и нагретых слоёв, омывает обмотки и магнитопровод. Обладая значительно более высокой теплопроводностью, чем воздух, оно эффективно отводит тепло к стенкам бака и трубам или пластинам радиатора. Электрическая прочность трансформаторного масла также значительны выше, чем воздуха, что существенно облегчает задачу обеспечения требуемых параметров изоляции обмоток и увеличивает её надёжность. Благодаря этим особенностям масляные трансформаторы обладают лучшими массогабаритными показателями, чем сухие трансформаторы.

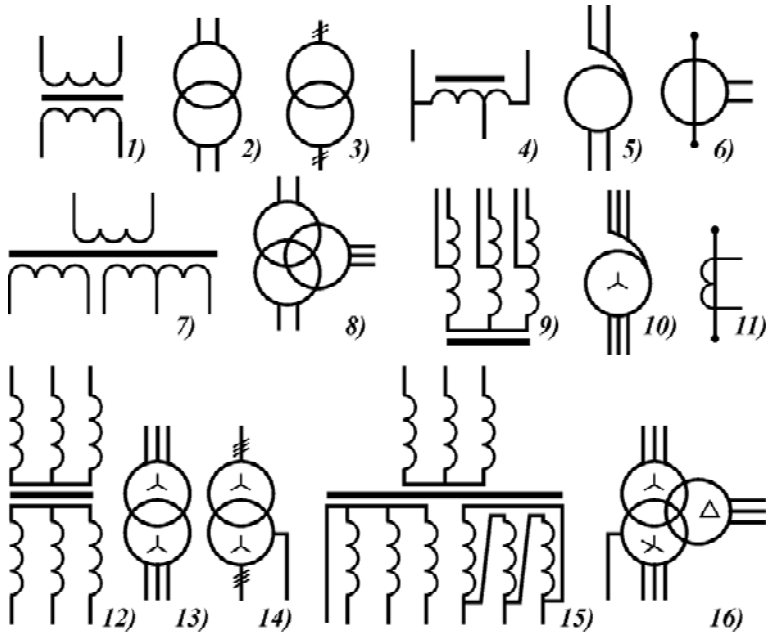


Рис. 5.2

Кроме силовых существует целый ряд трансформаторов специального назначения: выпрямительные, сварочные, измерительные и др. Однако основные вопросы теории являются общими для всех видов трансформаторов.

На рис. 5.2 показаны условные обозначения однофазных двухобмоточных (*1…3*) и многообмоточных (*7*, *8*) трансформаторов, а также трёхфазных трансформаторов (*12…16*). Здесь же показаны обозначения однофазных (*4*, *5*) и трёхфазных (*9*, *10*) автотрансформаторов и измерительных трансформаторов напряжения (*6*) и тока (*11*).

Условия работы и свойства трансформатора определяются системой параметров, называемых номинальными, т.е. значениями величин, соответствующих расчётному режиму работы трансформатора. Они указываются в справочных данных и на табличке, прикрепляемой к изделию.

Номинальными параметрами трансформатора являются:

- первичное линейное напряжение U_{1N}, в В или кВ;
- вторичное линейное напряжение U_{2N}, измеряемое при отключённой нагрузке и номинальном первичном напряжении, в В или кВ;
- токи первичной и вторичной обмоток I_{1N} и I_{2N}, в А или кА;
- полная мощность S_N, равная для однофазных и трёхфазных трансформаторов соответственно $S_N = U_{1N} I_{1N}$, $S_N = \sqrt{3} U_{1N} I_{1N}$, в В·А или кВ·А.

Каждый трансформатор рассчитан для работы в сети переменного тока определённой частоты. Трансформаторы общего назначения рассчитаны на промышленную сеть частотой 50 Гц. В устройствах автоматики и связи применяются трансформаторы с рабочими частотами 400, 500 и 1000 Гц. Повышение рабочей частоты трансформатора позволяет при прочих равных условиях существенно уменьшить массу и габариты изделия. Действительно, напряжение первичной обмотки примерно равно ЭДС, наводимой в ней магнитным потоком в сердечнике Φ_c, а полная мощность, например, однофазного трансформатора равна

$$S_N = U_{1N} I_{1N} \approx E_{1N} I_{1N} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} w_1 f \Phi_{cm} I_{1N} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} w_1 f S_c B_{cm} S_i j_N =$$

$$= C \cdot f S_c \cdot B_{cm} S_i j_N = \text{const}$$

где B_{cm} и j_N – заданные номинальные значения индукции в сердечнике и плотности тока в обмотке, а $S_c \sim l^2$ и S_i – поперечное сечение сердечника и суммарное сечение w_1 витков обмотки. Следовательно, увеличение частоты питания f позволяет пропорционально уменьшить сечение сердечника при той же мощности трансформатора, т.е. уменьшить в квадрате его линейные размеры l.

5.1. Магнитопроводы трансформаторов

Магнитопровод трансформатора служит для увеличения взаимной индукции обмоток и в общем случае не является необходимым элементом конструкции. При работе на высоких частотах, когда потери в ферромагнетике становятся недопустимо большими, а также при необходимости получения линейных характеристик, применяются трансформаторы без сердечника, т.н. воздушные трансформаторы. Однако в подавляющем большинстве случаев магнитопровод является одним из трёх основных элементов трансформатора. По конструкции магнитопроводы трансформаторов подразделяются на стрежневые и броневые.

Сердечник однофазного стержневого трансформатора имеет два стержня и два ярма, образующих замкнутый магнитопровод (рис. 5.3, *а*). Каждая обмотка

состоит из двух частей, расположенных на разных стержнях, причём эти части могут соединяться между собой как параллельно, так и последовательно. Близкое расположение одной обмотки внутри другой обеспечивает увеличение электромагнитной связи между ними.

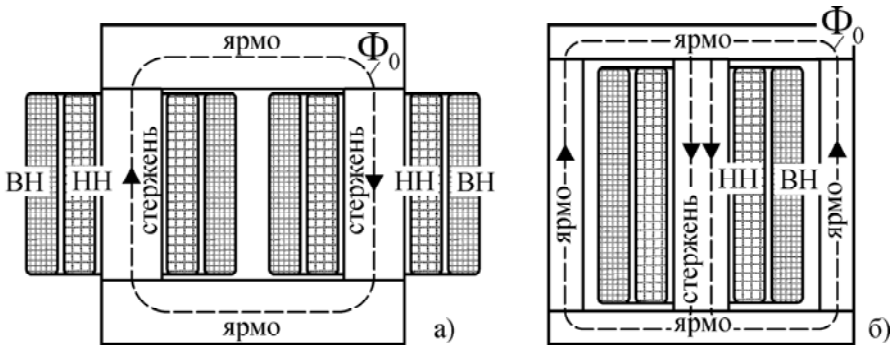


Рис. 5.3

Однофазный трансформатор броневой конструкции имеет один стержень с обмотками и развитые ярма, охватывающие обмотки снаружи подобно «броне» (рис. 5.3, *б*). Магнитный поток в стержне вдвое больше, чем в ярмах, поэтому их сечение обычно делают в два раза меньшим.

В броневых трансформаторах электромагнитная связь обмоток несколько больше, чем в стержневых, однако они сложнее по конструкции и менее технологичны. Поэтому броневой тип магнитопровода используется только в маломощных трансформаторах.

Сердечник трансформатора собирают из штампованных листов электротехнической стали. По способу сочленения стержней с ярмами различают стыковые и шихтованные* конструкции.

В стыковых конструкциях (рис. 5.4, *а* и *б*) стержни и ярма собирают отдельно. После этого на стержни устанавливают обмотки, а затем с помощью болтов и стяжек к стержням присоединяют ярма. Места стыков стержней и ярем разделяют изоляционными прокладками для исключения замыкания листов и возникновения вихревых токов. Наличие воздушных зазоров в стыках стержней и ярем значительно увеличивает магнитное сопротивление магнитопровода и вызывает увеличение намагничивающего тока. Кроме того, при сборке возможно повреждение изоляционных прокладок и замыкание листов. Поэтому стыковые сердечники применяются очень редко.

Чаще используются шихтованные сердечники, где стержни и ярма собирают вместе, причём стыки в соседних слоях пакета располагают в разных местах (рис. 5.4, *в* и *г*). Такая конструкция существенно усложняет технологию сборки трансформатора, однако при этом уменьшается магнитное сопротивление и, соответственно, намагничивающий ток. Кроме того, шихтованная конструкция значительно жёстче и не требует сложных креплений ярем и стержней.

Сердечники трансформаторов мощностью до 1000 В·А часто изготавливают из штампованных Ш-образных пластин и яремных полос (рис. 5.4, *д*). При сборке листы вводят внутрь катушки обмотки с разных сторон, в результате чего положение стыка в соседних слоях чередуется. Иногда используются также

* здесь смысл термина шихтование отличается от данного ранее в разделе 2.3

цельные пластины с одним зазором, который создаётся прорезью на стержне (рис. 5.4, *е*). В этом случае при сборке сердечника лепесток стержня временно отгибают и вводят внутрь катушки. Эта конструкция позволяет минимизировать величину воздушного зазора, но значительно усложняет сборку пакета магнитопровода.

В современных маломощных трансформаторах обычно используют ленточные разрезные магнитопроводы (рис. 5.4, *ж* и *з*). Стальную ленту при изготовлении сердечника наматывают на шаблон, а затем разрезают поперёк и вставляют внутрь катушек обмоток. После этого половинки сердечника стягивают хомутами.

В измерительных, разделительных и согласующих трансформаторах часто применяют ленточные или ферритовые тороидальные сердечники без воздушного зазора (рис. 5.4, *и*). При прочих равных условиях они позволяют обеспечить максимально возможную электромагнитную связь обмоток, однако технология изготовления таких трансформаторов значительно сложнее и требует применения специальных челночных намоточных станков.

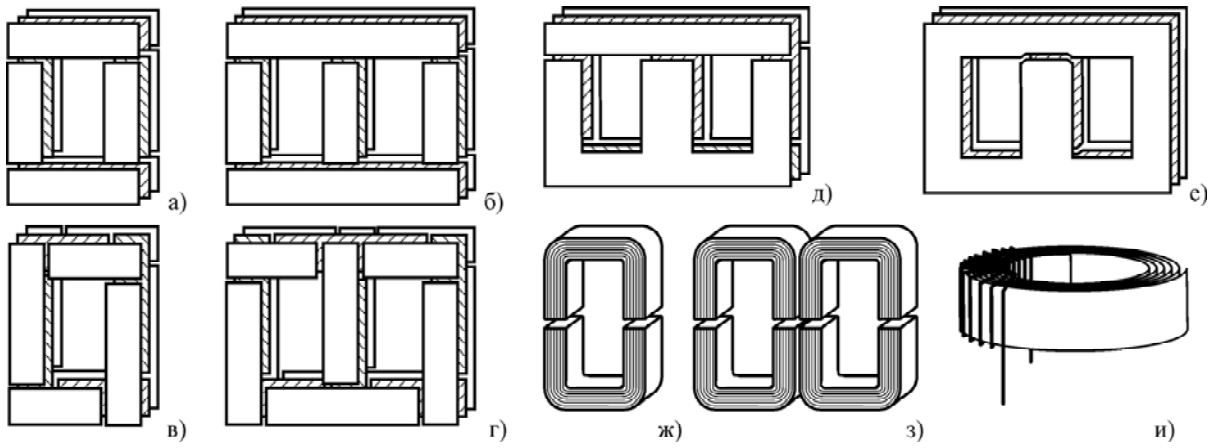


Рис. 5.4

Материал и геометрические размеры сердечника определяют намагничивающий ток трансформатора и магнитные потери. Расчёт реактивной составляющей намагничивающего тока обычно производится путём вычисления энергии магнитного поля сердечника или его намагничивающей (реактивной) мощности.

Если B_m и H_m соответственно амплитуды индукции и напряжённости магнитного поля, то максимальная энергия в единице объёма поля равна

$$W'_{\max} = B_m H_m / 2,$$

а реактивная мощность на единицу объёма –

$$Q'_{\mathrm{Fe}} = \omega W'_{\max} = \pi f B_m H_m.$$

Тогда реактивная мощность, расходуемая на возбуждение магнитного поля в сердечника объёмом V или весом G, будет равна

$$Q_{\text{Fe}} = Q'_{\text{Fe}} V = \frac{Q'_{\text{Fe}} G}{\gamma} = \frac{\pi f B_m H_m}{\gamma} G = q_{\text{Fe}} G ,$$

где γ – плотность стали сердечника, а

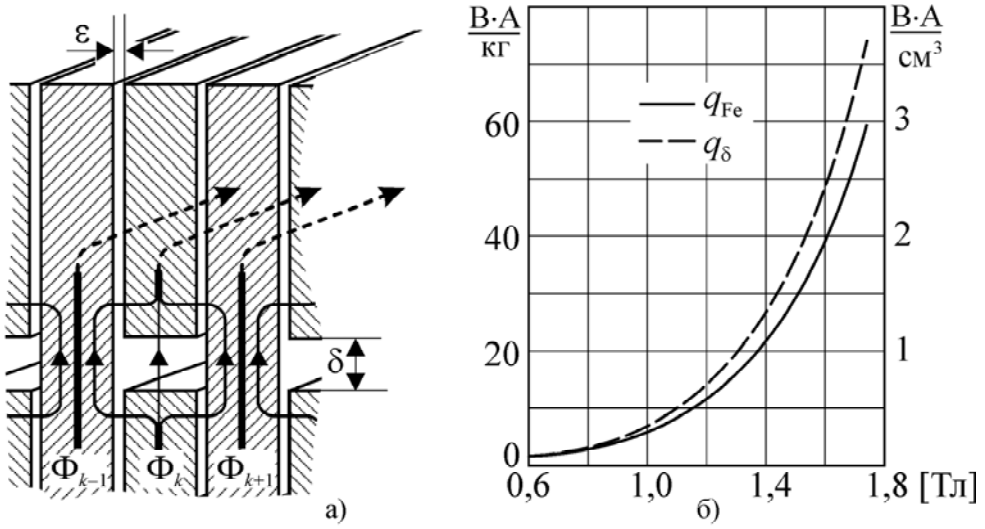


Рис. 5.5

$$q_{\text{Fe}} = \frac{\pi f B_m H_m}{\gamma} = \frac{\pi f B_m^2}{\mu_a (B_m) \cdot \gamma} - \qquad (5.2)$$

реактивная мощность, приходящаяся на единицу веса стали.

Величину $q_{\text{Fe}} = f(B_m)$ в принципе можно вычислить, зная кривую намагничивания $B_m = f(H_m)$. Однако на практике пользуются полученными опытным путём справочными данными для соответствующей марки стали. На рис. 5.5, *б* в качестве примера приведена типичная кривая $q_{\text{Fe}} = f(B_m)$.

Реактивную мощность, необходимую для возбуждения магнитного поля в воздушном зазоре, можно представить как

$$Q_\delta = n q_\delta V = n q_\delta \delta S_\delta ,$$

где n – количество зазоров в сердечнике; $V = \delta S_\delta$ – объём воздушного зазора величиной δ и площадью S_δ; q_δ – реактивная мощность, приходящаяся на единицу объёма зазора.

В стыковых сердечниках, где весь магнитный поток проходит через зазор. Зависимость $q_\delta = f(B_m)$ практически квадратичная и не зависит от марки стали. В шихтованных сердечниках зазоры одного слоя (*k*-й слой на рис. 5.5, *а*) шунтируются листами другого слоя (*k*-1-й и *k*+1-й слои на рис. 5.5, *а*). В результате шунтирования индукция в зазоре уменьшается, а в соседних листах в области зазора увеличивается. Эффект шунтирования зависит от соотношения толщины изоляции пластин ε и величины зазора δ, а также от магнитной проницаемости стали. Поэтому для шихтованных сердечников также существуют опытные

кривые $q_\delta = f(B_m)$, определяемые маркой стали. Характерный вид такой кривой показан на рис. 5.5, *б*.

Так как реактивная намагничивающая мощность трансформатора

$$Q_m = mE_1 I_{mr}$$

где m – число фаз, а E_1 – действующее значение ЭДС, наводимой магнитным потоком сердечника в первичной обмотке, то реактивный намагничивающий ток равен

$$I_{mr} = \frac{Q_m}{mE_1} = \frac{q_{\text{Fe}}(B_{mc})G_c + q_{\text{Fe}}(B_{my})G_y + nq_\delta(B_{m\delta})V_\delta}{mE_1}. \qquad (5.3)$$

Здесь G_c и G_y – веса стержней и ярем трансформатора, а $q_{\text{Fe}}(B_{mc})$, $q_{\text{Fe}}(B_{my})$ и $q_\delta(B_{m\delta})$ – удельные мощности, соответствующие амплитудам магнитных индукций в стержнях B_{mc}, ярмах B_{my} и в зазорах $B_{m\delta}$.

Магнитные потери в сердечнике, также как реактивная мощность, определяются по справочным кривым удельных потерь $p_{\text{Fe}} = f(B_m)$, соответствующих толщине пластин и марке стали,

$$P_{\text{Fe}} = p_{\text{Fe}}(B_{mc})G_c + p_{\text{Fe}}(B_{my})G_y.$$

Отсюда активная составляющая намагничивающего тока

$$I_{ma} = \frac{P_{\text{Fe}}}{mE_1} = \frac{p_{\text{Fe}}(B_{mc})G_c + p_{\text{Fe}}(B_{my})G_y}{mE_1}, \qquad (5.4)$$

а полный намагничивающий ток

$$I_m = \sqrt{I_{ma}^2 + I_{mr}^2}. \qquad (5.5)$$

Намагничивающий ток в силовых трансформаторах составляет при номинальном напряжении 0,5…5% от номинального тока, причём большее значение относится к трансформаторам малой мощности.

5.2. Обмотки трансформаторов

Конструкция обмоток трансформаторов должна удовлетворять условиям высокой электрической и механической прочности, а также термостойкости. Кроме того, технология их изготовления должна быть по возможности простой, а потери в обмотках минимальными.

Обмотки изготавливаются из медного или алюминиевого провода. Плотность тока в медных обмотках масляных трансформаторов находится в пределах 2…4,5 А/мм^2, а в сухих трансформаторах 1,2…3,0 А/мм^2. Верхние пределы относятся к более мощным трансформаторам. В алюминиевых обмотках плотность тока на 40…45% меньше. Провода обмоток могут быть круглого сечения площадью 0,02…10 мм^2 или прямоугольного сечения площадью 6…60 мм^2. Во многих случаях катушки обмоток наматываются из нескольких параллельных проводников.

Обмоточные провода покрыты эмалевой и хлопчатобумажной или шёлковой изоляцией. В сухих трансформаторах применяются провода с термостойкой изоляцией из стекловолокна.

По способу расположения на стержнях обмотки подразделяются на концентрические (рис. 5.6, *а*) и чередующиеся (рис. 5.6, *б*). Концентрические обмотки выполняются в виде цилиндров, геометрические оси которых совпадают с осью стержней. Ближе к стержню обычно располагается обмотка низшего напряжения, т.к. это позволяет уменьшить изоляционный промежуток между обмоткой и стержнем. В чередующихся обмотках катушки ВН и НН поочерёдно располагают вдоль стрежня по высоте. Такая конструкция позволяет увеличить электромагнитную связь между обмотками, но значительно усложняет изоляцию и технологию изготовления обмоток, поэтому в силовых трансформаторах чередующиеся обмотки не используются.

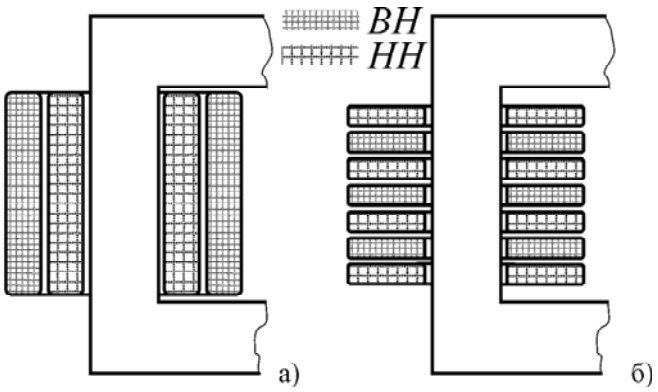


Рис. 5.6

Одним важнейших элементов конструкции обмоток трансформатора является изоляция. Различают главную и продольную изоляцию.

Главной называется изоляция обмотки от стержня, бака и других обмоток. Её выполняют в виде изоляционных промежутков, электроизоляционных каркасов и шайб. При малых мощностях и низких напряжениях функцию главной изоляции выполняет каркас из пластика или электрокартона, на который наматываются обмотки, а также несколько слоёв лакоткани или картона, изолирующих одну обмотку от другой.

Продольной называется изоляция между различными точками одной обмотки, т.е. между витками, слоями и катушками. Межвитковая изоляция обеспечивается собственной изоляцией обмоточного провода. Для междуслойной изоляции используются несколько слоёв кабельной бумаги, а междукатушечная изоляция осуществляется либо изоляционными промежутками, либо каркасом или изоляционными шайбами.

Конструкция изоляции усложняется по мере роста напряжения обмотки ВН и у трансформаторов, работающих при напряжениях 200…500 кВ, стоимость изоляции достигает 25% стоимости трансформатора.

Глава 6. Схема замещения двухобмоточного трансформатора

6.1. Магнитное поле трансформатора

Магнитное поле любой электрической машины является сложным развивающимся во времени трёхмерным пространственным физическим явлением, модель которого в виде системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений можно получить только с принятием целого ряда допущений и определения начальных данных. В инженерной практике такие модели не приме-

няются. Здесь, как было показано в первой части пособия, магнитные поля описываются с помощью скалярных (одномерных) величин, одной из которых является магнитный поток.

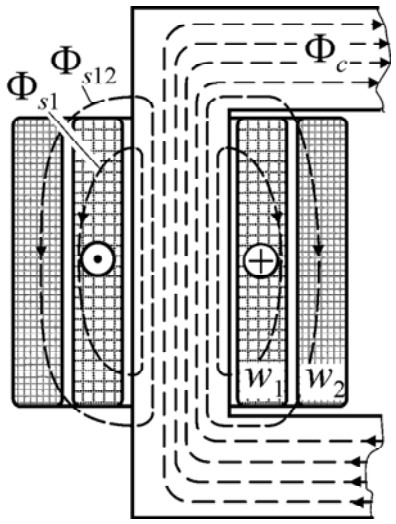


Рис. 6.1

В магнитном поле трансформатора можно условно выделить магнитный поток, полностью замыкающийся по сердечнику, и магнитные потоки, частично или полностью замыкающиеся вне сердечника.

Поток, замыкающийся по сердечнику (Φ_c на рис. 6.1), сцепляется со всеми витками обеих обмоток трансформатора и образует основную магнитную связь между ними. Он формируется МДС, т.е. токами, обеих обмоток

Пусть при питании первичной обмотки током i_1 цепь вторичной обмотки трансформатора разомкнута и расчётным или опытным путём определено значение магнитного потока в сердечнике Φ_c. Тогда собственную индуктивность первичной обмотки можно определить как

$$L_{c1} = \Psi_{c1} / i_1 = w_1 \Phi_c / i_1 . \qquad (6.1)$$

Индуктивность L_{c1} можно выразить также через магнитное сопротивление сердечника

$$r_{\mu c} = \sum_k \frac{l_k}{\mu_{ak} S_k}, \qquad (6.2)$$

где l_k, μ_k и S_k – длина, магнитная проницаемость и площадь сечения *k*-го участка сердечника, и магнитный поток

$$\Phi_c = \frac{F_1}{r_{\mu c}} = \frac{w_1 i_1}{r_{\mu c}} \qquad (6.3)$$

в виде

$$L_{c1} = w_1^2 / r_{\mu c} . \qquad (6.4)$$

Подключив к источнику питания вторичную обмотку трансформатора при разомкнутой цепи первичной обмотки, можно аналогично найти собственную индуктивность вторичной обмотки от потока в сердечнике

$$L_{c2} = w_2^2 / r_{\mu c} . \qquad (6.5)$$

и взаимную индуктивность обмоток от потока в сердечнике

$$M_c = \sqrt{L_{c1} L_{c2}} = w_1 w_2 / r_{\mu c} . \qquad (6.6)$$

Магнитный поток в сердечнике одинаков независимо от того, какой из обмоток он создаётся. Поэтому одинаково и магнитное сопротивление в выражениях (6.4)-(6.6). Вследствие этого справедливы также соотношения

$$L_{c2} w_1^2 / w_2^2 = L_{c2} k^2 = L_{c1} = M_c k . \qquad (6.7)$$

Некоторая часть полного магнитного потока трансформатора замыкается вне сердечника по контурам, проходящим в немагнитной среде (воздух, масло, медь и др.), и при этом отдельные магнитные линии сцепляются с неполными и различными числами витков обмоток. Так ток первичной обмотки i_1 кроме потока Φ_c создаёт также поток Φ_{s1}, сцепляющийся только с её собственными витками, а также поток Φ_{s12}, сцепляющийся с витками вторичной обмотки (см. рис. 6.1). Этим магнитным потокам соответствует собственная индуктивность первичной обмотки

$$L_{s1} = \Psi_{s1} / i_1$$

и взаимная индуктивность

$$M_{s12} = \Psi_{s12} / i_1 .$$

Аналогично при питании вторичной обмотки возникают магнитные потоки Φ_{s2} и Φ_{s21}, определяемые индуктивностями

$$L_{s2} = \Psi_{s2} / i_2$$

и

$$M_{s21} = \Psi_{s21} / i_2 .$$

При этом

$$M_{s12} = M_{s21} = M_s .$$

Полные собственные индуктивности обмоток трансформатора равны

$$L_1 = L_{c1} + L_{s1};\ L_2 = L_{c2} + L_{s2} \qquad (6.8)$$

а полная взаимная индуктивность

$$M = M_c + M_s . \qquad (6.9)$$

Степень электромагнитной связи обмоток можно охарактеризовать коэффициентом связи

$$c = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} < 1 .$$

Если бы весь магнитный поток трансформатора замыкался только по сердечнику, то $L_{s1} = L_{s2} = M_s = 0;\ L_1 = L_{c1};\ L_2 = L_{c2};\ M = M_c$, и тогда с учётом соотношений (6.7)

$$c = \frac{M_c}{\sqrt{L_{c1} L_{c2}}} = 1 ,$$

т.е. наличие магнитных потоков вне сердечника ухудшает магнитную связь обмоток. Уменьшение электромагнитной связи называется электромагнитным рассеянием, а магнитные потоки Φ_{s1}, Φ_{s2}, Φ_{s12} и Φ_{s21} – потоками рассеяния.

Собственно, ухудшение электромагнитной связи обмоток связано не с наличием магнитных потоков рассеяния, а с тем, что они образуют разные потокосцепления с обеими обмотками. Если бы было возможно полностью совместить обе обмотки в пространстве, то коэффициент связи был бы равен единице независимо от путей, по которым замыкаются магнитные потоки, и независимо от наличия или отсутствия сердечника. Очевидно, что выполнение этого условия невозможно. Однако броневая конструкция сердечника позволяет сущест-

венно улучшить связь обмоток. В то же время, расположение обмоток на разных стержнях приводит к значительному возрастанию потоков Φ_{s1} и Φ_{s2} при уменьшении потоков Φ_{s12} и Φ_{s21}, что используется в технике для определённых задач.

Контуры, по которым замыкаются магнитные потоки Φ_{s1}, Φ_{s2}, Φ_{s12} и Φ_{s21} обладают значительно более высокими магнитными сопротивлениями. Поэтому

$$L_{c1} \gg L_{s1};\ L_{c2} \gg L_{s2};\ M_c \gg M_s$$

и в силовых трансформаторах коэффициент связи составляет $c = 0{,}998 \ldots 0{,}9995$.

Так как в трансформаторах с ферромагнитным сердечником магнитные потоки Φ_{s12} и Φ_{s21} очень слабо влияют на взаимную индуктивность обмоток, то обычно их влиянием пренебрегают и в понятие потоков рассеяния включают только потоки Φ_{s1} и Φ_{s2}, т.е. определяют магнитный поток рассеяния, как поток, сцепляющийся только с одной из обмоток и характеризующийся только собственной индуктивностью.

Наличие значительных немагнитных участков, по которым замыкаются контуры потоков рассеяния, обладающих постоянным значением магнитной проводимости, практически исключает влияние нелинейности магнитной проводимости ферромагнитных участков. Поэтому индуктивности потоков рассеяния можно считать постоянными величинами, т.е. $L_{s1} \approx \text{const}$ и $L_{s2} \approx \text{const}$.

В отличие от потоков рассеяния магнитный поток в сердечнике сцепляется с витками обеих обмоток и посредством этого потока энергия передаётся из цепи первичной обмотки в цепь обмотки вторичной. Поэтому он называется также основным или главным магнитным потоком. Причём в этом определении существенным является признак сцепления с обеими обмотками, а не среда, по которой основной поток замыкается. Сердечник может вообще отсутствовать в трансформаторе (такие трансформаторы называются воздушными), и роль основного потока в этом случае будут выполнять потоки Φ_{s12} и Φ_{s21}.

6.2. Уравнения напряжений трансформатора

Предположим, что магнитный поток в сердечнике трансформатора изменяется во времени по синусоидальному закону

$$\Phi_c = \Phi_{cm} \sin \omega t, \qquad (6.10)$$

где Φ_{cm} – амплитуда потока.

Магнитная проницаемость материала сердечника столь велика, что магнитный поток, сцепляющийся с обеими обмотками, практически полностью замыкается в нём. Тогда можно считать, что потокосцепления обмоток равны $\Psi_{c1} = w_1 \Phi_c$ и $\Psi_{c2} = w_2 \Phi_c$, и наводимые этим потоком в обмотках трансформатора ЭДС определяются в виде

$$e_1 = -\frac{d\Psi_{c1}}{dt} = -w_1 \frac{d\Phi_c}{dt} = -\omega w_1 \Phi_{cm} \cos\omega t = \omega w_1 \Phi_{cm} \sin(\omega t - \pi/2) = \\ = E_{1m} \sin(\omega t - \pi/2) \tag{6.11}$$

и

$$e_2 = -\frac{d\Psi_{c2}}{dt} = -w_2 \frac{d\Phi_c}{dt} = -\omega w_2 \Phi_{cm} \cos\omega t = \omega w_2 \Phi_{cm} \sin(\omega t - \pi/2) = \\ = E_{2m} \sin(\omega t - \pi/2). \tag{6.12}$$

Таким образом, ЭДС обмоток синфазны и отстают по фазе от магнитного потока на угол $\pi/2$, а их амплитуды и действующие значения

$$E_1 = E_{1m}/\sqrt{2} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} w_1 \Phi_{cm} = 4,44 f w_1 \Phi_{cm}, \tag{6.13}$$

$$E_2 = E_{2m}/\sqrt{2} = 4,44 f w_2 \Phi_{cm} \tag{6.14}$$

при прочих равных условиях определяются числами витков w_1 и w_2. Отсюда следуют отмеченные ранее в выражении (5.1) соотношения для коэффициента трансформации

$$k = E_1 / E_2 = w_1 / w_2. \tag{6.15}$$

Помимо ЭДС, наводимых в обмотках магнитным потоком в сердечнике, в них также наводятся ЭДС переменными потоками рассеяния. То обстоятельство, что магнитные потоки рассеяния по определению сцепляются только с одной из обмоток, позволяет представить их потокосцепления с первичной и вторичной обмотками как $\Psi_{s1} = L_{s1} i_1$ и $\Psi_{s2} = L_{s2} i_2$. Тогда ЭДС, наводимые потоками рассеяния в обмотках, будут равны

$$e_{s1} = -\frac{d\Psi_{s1}}{dt} = -L_{s1} \frac{di_1}{dt} \tag{6.16}$$

и

$$e_{s2} = -\frac{d\Psi_{s2}}{dt} = -L_{s2} \frac{di_2}{dt} \tag{6.17}$$

Если первичная обмотка трансформатора подключена к питающей сети с напряжением u_1, то это напряжение уравновешивается в контуре первичной обмотки падением напряжения на её активном сопротивлении r_1, а также ЭДС основного магнитного потока e_1 и потока рассеяния e_{s1}, причём ЭДС, в силу правила Ленца, имеют противоположный знак по отношению к току в цепи i_1. В контуре электрической цепи вторичной обмотки действуют ЭДС основного магнитного потока e_2 и потока рассеяния e_{s2}, а также падения напряжения на активном сопротивлении обмотки r_2 и на нагрузке u_2. Если нагрузка пассивная, то знак падения напряжения на ней совпадает со знаком тока в цепи i_2, а знаки ЭДС противоположны знаку (направлению) тока. С учётом этих условий для электрических цепей первичной и вторичной обмоток можно составить уравнения Кирхгофа в дифференциальной форме

$$u_1 = r_1 i_1 - e_{s1} - e_1 = r_1 i_1 + L_{s1}\frac{di_1}{dt} - e_1; \qquad (6.18)$$

$$r_2 i_2 - e_{s2} - e_2 + u_2 = 0 \Rightarrow e_2 = r_2 i_2 - e_{s2} + u_2 = r_2 i_2 + L_{s2}\frac{di_2}{dt} + u_2 \qquad (6.19)$$

или в символической форме

$$\underline{U}_1 = r_1\underline{I}_1 - \underline{E}_{s1} - \underline{E}_1 = r_1\underline{I}_1 + j\omega L_{s1}\underline{I}_1 - \underline{E}_1 = r_1\underline{I}_1 + jx_{s1}\underline{I}_1 - \underline{E}_1; \qquad (6.20)$$

$$\underline{E}_2 = r_2\underline{I}_2 - \underline{E}_{s2} + \underline{U}_2 = r_2\underline{I}_2 + j\omega L_{s2}\underline{I}_2 + \underline{U}_2 = r_2\underline{I}_2 + jx_{s2}\underline{I}_2 + \underline{U}_2, \qquad (6.21)$$

где: $r_1, x_{s1} = \omega L_{s1}$ и $r_2, x_{s2} = \omega L_{s2}$ – омические и индуктивные сопротивления рассеяния первичной и вторичной обмотки при частоте питающей сети $\omega = 2\pi f$; $u_2, \underline{U}_2 = \underline{Z}_l\underline{I}_2$ – падение напряжения на нагрузке, обладающей комплексным сопротивлением $\underline{Z}_l$.

Обычно падения напряжения на активном и индуктивном сопротивлениях обмоток трансформатора невелики, т.е. $r_1 I_1 \ll E_1$; $x_{s1} I_1 \ll E_1$ и $r_2 I_2 \ll U_2$; $x_{s2} I_2 \ll U_2$. Поэтому можно считать, что напряжение питания уравновешивается ЭДС, наводимой в первичной обмотке основным магнитным потоком,

$$\underline{U}_1 \approx -\underline{E}_1, \qquad (6.22)$$

а падение напряжения на нагрузке равно ЭДС вторичной обмотки

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_l\underline{I}_2 \approx \underline{E}_2. \qquad (6.23)$$

Отсюда следует приближённое выражение для коэффициента трансформации (5.1)

$$k \approx U_1 / U_2. \qquad (6.24)$$

6.3. Уравнения МДС и токов трансформатора

В случае протекания токов в обеих обмотках трансформатора магнитное поле формируется суммарной МДС F_{12}

$$F_{12} = F_1 + F_2 = i_1 w_1 + i_2 w_2, \qquad (6.25)$$

и амплитуда основного магнитного потока равна

$$\Phi_{cm} = \frac{\sqrt{2}\,|\,\underline{F}_{12}\,|}{r_\mu} = \frac{\sqrt{2}\,|\,\underline{I}_1 w_1 + \underline{I}_2 w_2\,|}{r_\mu}, \qquad (6.26)$$

где r_μ – магнитное сопротивление сердечника.

Из выражений (6.13) и (6.22) следует, что

$$\Phi_{cm} = \frac{E_1}{4{,}44 f w_1} \approx \frac{U_1}{4{,}44 f w_1} = \text{const}, \qquad (6.27)$$

т.е. основной магнитный поток при постоянном значении напряжения и частоты питания практически не зависит от режима работы трансформатора. Степень приближения в этом равенстве зависит от величины сопротивлений первичной обмотки r_1 и x_{s1}. Чем меньше их значения, тем меньше меняется магнитный поток при изменении величины тока первичной обмотки.

Представим результирующую МДС обеих обмоток в уравнении (6.25) F_{12} в виде МДС некоего тока намагничивания i_m, протекающего в первичной обмотке

$$F_{12} = i_m w_1 = i_1 w_1 + i_2 w_2 . \qquad (6.28)$$

Уравнение (6.28) называется уравнением МДС трансформатора. Если обе части этого уравнения поделить на число витков первичной обмотки, то мы получим уравнение токов в дифференциальной форме

$$i_m = i_1 + i_2 w_2 / w_1 = i_1 + i_2 / k = i_1 + i_2' \qquad (6.29)$$

или в символической форме

$$\underline{I}_m = \underline{I}_1 + \underline{I}_2' , \qquad (6.30)$$

где $i_2' = i_2 / k$; $\underline{I}_2' = \underline{I}_2 / k$ – ток вторичной обмотки, приведённый к числу витков первичной обмотки, т.е. такой ток вторичной обмотки, который создаст в обмотке с числом витков w_1 МДС, равную МДС вторичной обмотки. Действительно

$$i_2' w_1 = i_2 \frac{w_2}{w_1} w_1 = i_2 w_2 .$$

Так как постоянный магнитный поток при неизменном значении магнитного сопротивления возможен только при постоянном значении создающей его МДС, то из выражений (6.27)-(6.29) следует, что

$$\underline{F}_{12} = \underline{I}_m w_1 = \underline{I}_1 w_1 + \underline{I}_2 w_2 \approx \text{const} \Rightarrow \underline{I}_m \approx \text{const}$$

В режиме холостого хода, т.е. когда цепь вторичной обмотки разомкнута и $i_2 = 0$, намагничивающий ток равен току первичной обмотки

$$i_m = i_{10} \Leftrightarrow \underline{I}_m = \underline{I}_{10} .$$

Чем больше нагрузка трансформатора, тем больше намагничивающий ток отличается от тока холостого хода i_{10}. Однако для нагрузок, не превышающих номинальную, можно считать, что $\underline{I}_m \approx \underline{I}_{10}$.

Намагничивающий ток трансформатора, аналогичен намагничивающему току катушки с ферромагнитным сердечником, рассмотренной в разделе 1.2.7. Его активная составляющая определяется потерями энергии в ферромагнетике, а реактивная составляющая зависит от величины магнитного потока и магнитной проводимости сердечника. В трансформаторе с идеальным сердечником, не имеющим потерь и обладающим бесконечно большой магнитной проводимостью, намагничивающий ток равен нулю. Тогда

$$\underline{I}_m = 0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 / k \Rightarrow k = I_2 / I_1 , \qquad (6.31)$$

т.е. коэффициент трансформации равен отношению токов вторичной и первичной обмоток. В реальном трансформаторе это равенство является приближённым, но выполняется не хуже, чем равенство (6.15). Приравнивая значения коэффициента трансформации из выражений (6.15) и (6.22), получим

$$k \approx \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow U_1 I_1 \approx U_2 I_2 .$$

Следовательно, как и следовало ожидать, полные мощности на входе и на выходе трансформатора приблизительно одинаковы.

Из первого равенства (6.31) следует, что в идеальном трансформаторе токи первичной и вторичной обмоток находятся в противофазе. В реальном трансформаторе это условие также выполняется с хорошим приближением.

6.4. Схема замещения трансформатора

Уравнения (6.20) и (6.21) можно представить в виде схем замещения, показанных на рис. 6.2, *а* и *б*. Начала первичной и вторичной обмоток трансформатора на схемах обозначены соответственно прописной и строчной буквой *a*, а концы обмоток – аналогичными начертаниями буквы *x*.

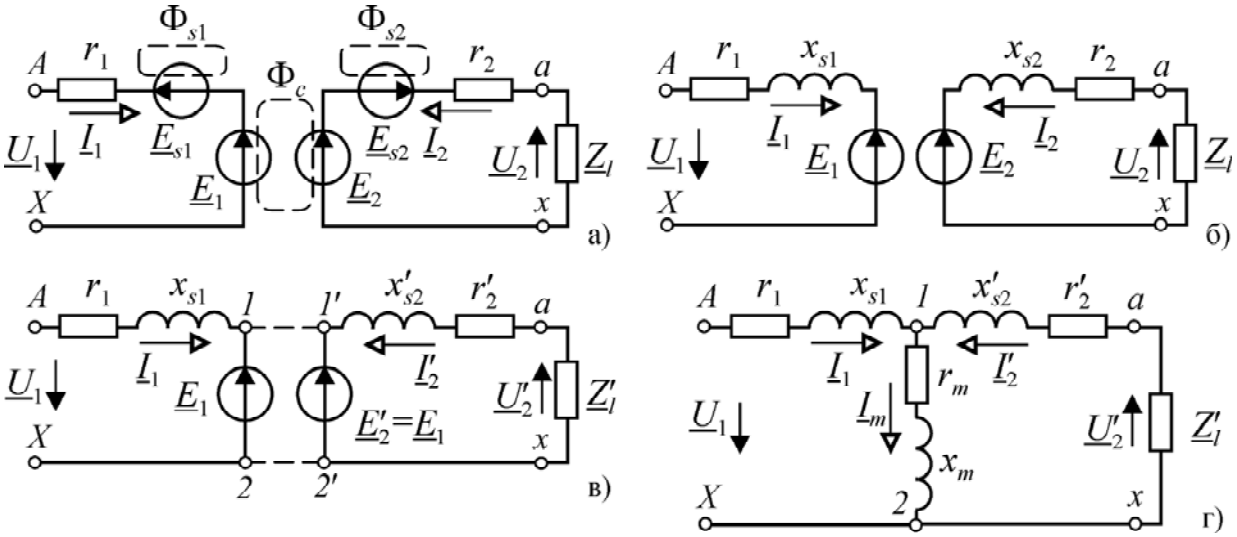


Рис. 6.2

Схемы на рис. 6.2, *а* и *б* представляют собой две электрически несвязанные цепи и в них уравнение токов (6.30) в явном виде не учитывается. Отсутствие электрической связи цепей первичной и вторичной обмоток требует использования при анализе понятия взаимной индуктивности, что с практической точки зрения неудобно. Связать электрически эти цепи можно, если ЭДС основного магнитного потока $\underline{E}_1$ и $\underline{E}_2$ будут одинаковыми, например, если $\underline{E}_2 = \underline{E}_1$. Тогда точки $1,1'$ и $2,2'$ будут эквипотенциальными и их можно соединить между собой, заменив при этом два соединённых параллельно одинаковых источника ЭДС одним источником с ЭДС равной $\underline{E}_1$.

Величина ЭДС $\underline{E}_2$ определяется числом витков вторичной обмотки $E_2 = 4,44 w_2 f \Phi_{0m}$. Умножив обе части уравнения (6.21) на коэффициент трансформации *k*, получим

$$k\underline{E}_2 = kr_2\underline{I}_2 + jkx_{s2}\underline{I}_2 + k\underline{U}_2, \qquad (6.32)$$

где $kE_2 = E_2' = \frac{w_1}{w_2} 4{,}44 w_2 f \Phi_{cm} = E_1$. Таким образом, после этой математической операции ЭДС источника вторичной обмотки становится равной ЭДС источника первичной обмотки.

Математически операция умножения уравнения (6.21) на k вполне корректна, но после этого уравнение уже не соответствует процессам преобразования энергии в исходной цепи. Действительно, возникают неравенства мощностей, преобразуемых в электрической цепи с новыми параметрами $kr_2 I_2^2 \neq r_2 I_2^2;\ kx_{s2} I_2^2 \neq x_{s2} I_2^2$, а также мощностей в нагрузке $P_l = U_2^2 / r_l \neq k^2 U_2^2 / r_l;\ Q_l = U_2^2 / x_l \neq k^2 U_2^2 / x_l$, где r_l и x_l – соответственно активное и реактивное сопротивления нагрузки. Для выполнения условия инвариантности мощностей при преобразовании электрической цепи вторичной обмотки нужно умножить и разделить первые два слагаемых в правой части уравнения на k и отнести делитель к значению тока $\underline{I}_2$. Тогда $k^2 R_2 (I_2 / k)^2 = R_2 I_2^2;\ k^2 X_{s2} (I_2 / k)^2 = X_{s2} I_2^2$. Кроме того, нужно умножить на k^2 комплексное сопротивление нагрузки $\underline{Z}_l$. Тогда уравнение (6.32) примет вид

$$\underline{E}'_2 = \underline{E}_1 = r_2' \underline{I}'_2 + j x_{s2}' \underline{I}'_2 + \underline{U}'_2, \qquad (6.33)$$

где $$r_2' = k^2 r_2;\ x_{s2}' = k^2 x_{s2};\ \underline{Z}'_l = k^2 \underline{Z}_l;\ \underline{I}'_2 = I_2 / k;\ \underline{U}'_2 = k \underline{U}_2 \qquad (6.34)$$

– приведённые параметры и величины электрической цепи вторичной обмотки. Это уравнение называется уравнением вторичной обмотки приведённого трансформатора.

Схема замещения, соответствующая уравнению (6.33), показана на рис. 6.2, *в*. Если в ней объединить эквипотенциальные точки и заменить два одинаковых источника ЭДС одним, то образуется ветвь, в которой в соответствии с уравнением токов (6.30) будет протекать намагничивающий ток $\underline{I}_m$.

Чтобы учесть в схеме тепловые потери в магнитопроводе и реактивную мощность, расходуемую на формирование магнитного поля в сердечнике, нужно заменить ЭДС в ветви намагничивания $\underline{E}_1$ эквивалентным падением напряжения на резисторе r_m и индуктивном сопротивлении x_m, соблюдая при этом условие

$$\underline{U}_{12} = -\underline{E}_1 = j 4{,}44 f w_1 \underline{\Phi}_{cm} = \left(r_m + j x_m\right) \underline{I}_m, \qquad (6.35)$$

аналогично тому, как это было сделано в разделе 2.5 при построении схемы замещения катушки с ферромагнитным сердечником. Мощность $r_m I_m^2$, рассеиваемая активным сопротивлением r_m, будет равна мощности тепловых потерь в сердечнике, а реактивная мощность $x_m I_m^2$ – мощности, расходуемой на возбуждение поля, образующего магнитный поток в сердечнике. Следует заметить, что намагничивающий ток в общем случае не является реальным током, протекающим между узлами *1 и 2* электрической цепи рис. 6.2, *г*. Этот ток, как и вся схема замещения, является расчётным эквивалентом электромагнитных про-

цессов в трансформаторе. Он представляет собой часть тока первичной обмотки, расходуемую на возбуждение магнитного поля и компенсацию тепловых потерь в магнитопроводе. Намагничивающий ток можно условно выделить из тока первичной обмотки аналогично тому, как, например, из реального тока в электрической цепи выделяют активную и реактивную составляющие.

Таким образом, схема замещения рис. 6.2, *г* соответствует уравнениям токов и состояния электрических цепей обмоток приведённого трансформатора, т.е. трансформатора, у которого реальная вторичная обмотка заменена обмоткой с числом витков равным числу витков первичной. Такой трансформатор является расчётным эквивалентом энергетических и электромагнитных соотношений реального трансформатора. Схема замещения приведённого трансформатора позволяет исследовать все процессы, связанные с работой трансформатора, как в статических режимах, так и в переходных процессах. При этом все величины, относящиеся ко вторичной обмотке, имеют приведённые значения и для получения реальных значений их нужно пересчитать в соответствии с (6.34).

Схему замещения трансформатора можно изобразить более компактно, если использовать комплексные сопротивления

$$\underline{Z}_1 = r_1 + jx_{s1};\ \underline{Z}'_2 = r'_2 + jx'_{s2};\ \underline{Z}_m = r_m + jx_m .$$

В результате получается простая Т-образная схема замещения, соответствующая пассивному четырёхполюснику (рис. 6.3, *а*). Комплексные сопротивления первичной и вторичной обмоток $\underline{Z}_1$ и $\underline{Z}'_2$ практически не зависят от вели-

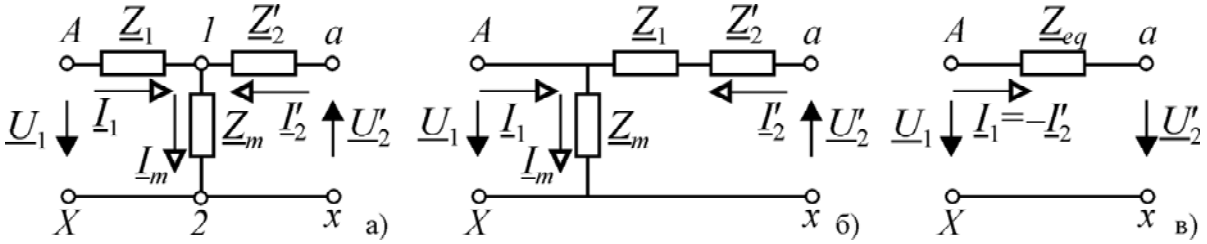


Рис. 6.3

чины токов в них и напряжения питания U_1, т.е. $\underline{Z}_1 = \text{const}$ и $\underline{Z}'_2 = \text{const}$. Их значения примерно одинаковы $\underline{Z}_1 \approx \underline{Z}'_2$ и при этом индуктивные составляющие обычно больше активных ($r_1 > x_{s1}$, $r_2 > x_{s2}$).

Активная и индуктивная составляющие комплексного сопротивления ветви намагничивания $\underline{Z}_m$ существенно зависят от величины напряжения питания U_1. Это связано с тем, что при изменении напряжения изменяется магнитный поток в сердечнике трансформатора, Следовательно, изменяется величина тепловых потерь, т.е. активной проводимости g_m ветви намагничивания, а также магнитная проницаемость сердечника и связанная с ней величина индуктивной проводимости b_m. В первом приближении потери мощности в сердечнике квад-

ратично зависят от напряжения $P_{\text{Fe}} \sim B_c^2 \sim \Phi_c^2 \sim E_1^2 \approx U_1^2$, а т.к. в соответствии с (1.31) $g_m = P_{\text{Fe}} / U_1^2$, то активная проводимость ветви намагничивания при изменении U_1 остаётся почти постоянной $g_m \approx C_g = \text{const}$. Индуктивную проводимость ветви намагничивания b_m в выражении (1.30) можно представить также как $b_m = 1/(\omega L_c)$, где $L_c = f(\Phi_c)$ – индуктивность магнитного потока в сердечнике, зависящая от его величины. При средних и больших значениях магнитной индукции индуктивность L_c с ростом потока уменьшается, а проводимость растёт, т.е. $b_m \xrightarrow{\Phi_c \to \infty} \infty$. Магнитный поток и напряжение U_1 связаны между собой практически линейной зависимостью, поэтому с увеличением U_1 активное и индуктивное сопротивления ветви намагничивания уменьшаются. Действительно,

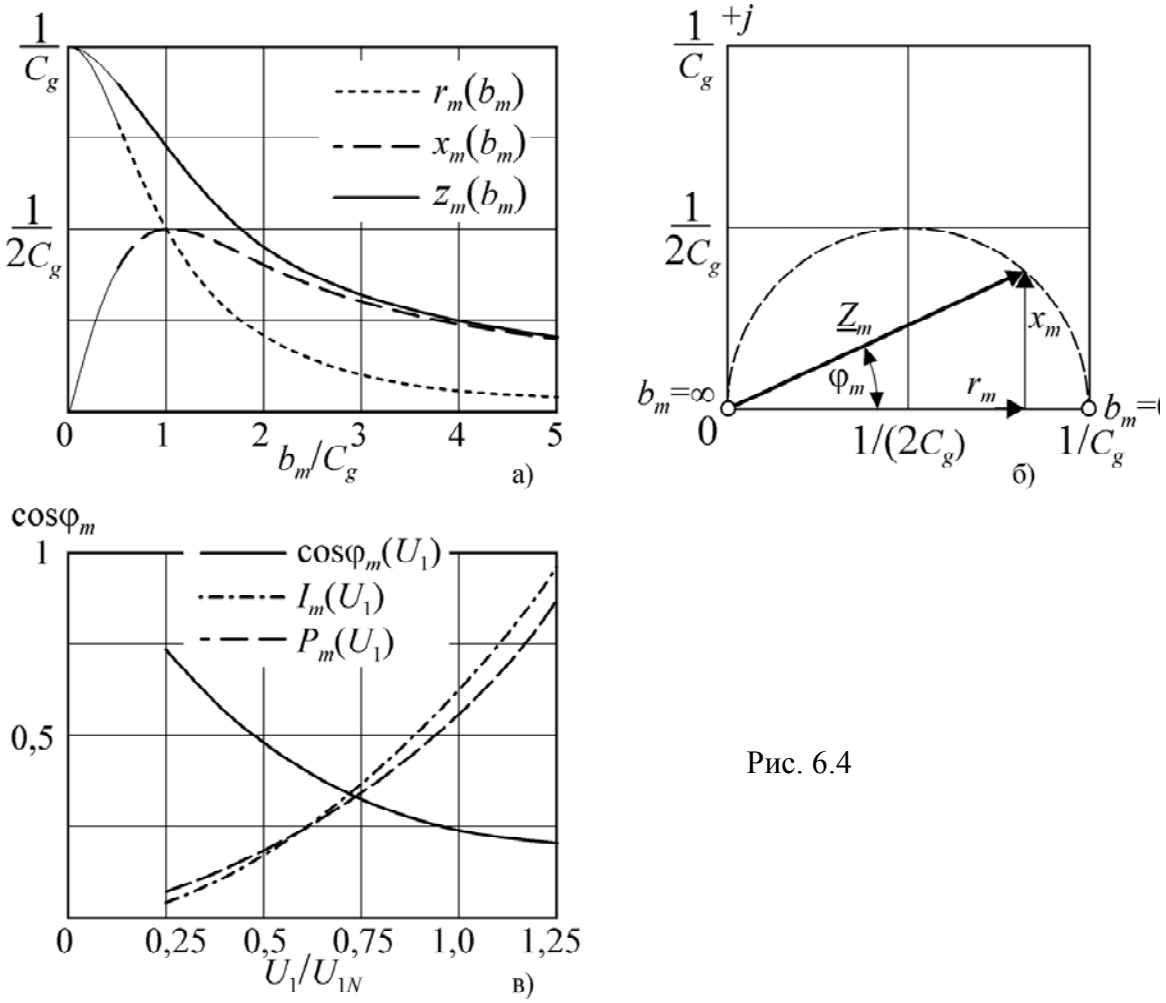


Рис. 6.4

$$r_m = \frac{g_m}{g_m^2 + b_m^2} = \frac{C_g}{C_g^2 + b_m^2} = \frac{1}{C_g\left[1 + \left(b_m / C_g\right)^2\right]} \xrightarrow{b_m \to \infty} 0;$$

$$x_m = \frac{b_m}{g_m^2 + b_m^2} = \frac{b_m}{C_g^2 + b_m^2} = \frac{b_m / C_g}{C_g\left[1 + \left(b_m / C_g\right)^2\right]} \xrightarrow{b_m \to \infty} 0. \qquad (6.36)$$

Зависимости составляющих сопротивления $\underline{Z}_m$ и его модуля от индуктивной проводимости b_m показаны на (рис. 6.4, *а*). Так как индуктивная проводимость b_m является нелинейной функцией от магнитного потока и, соответственно, напряжения U_1, то построить зависимости $r_m(U_1)$, $x_m(U_1)$ и $z_m(U_1)$ можно только располагая кривой намагничивания сердечника и его геометрическими размерами. Однако характер этих функций будет аналогичен кривым на рис. 6.4, *а*, т.к. переход к новой переменной приведёт просто к нарушению линейности масштаба оси абсцисс.

Выражения (6.36) являются параметрической формой уравнения окружности диаметром $1/C_g$ с центром в точке $[1/(2C_g); 0]$, т.е. годографом вектора комплексного сопротивления ветви намагничивания при изменении напряжения питания трансформатора является окружность (рис. 6.4, *б*). Исключив области вблизи точек $b_m = 0$ и $b_m = \infty$, которые не имеют физического смысла, можно сделать вывод о том, что угол φ_m и соответствующий коэффициент мощности $\cos\varphi_m$ при изменении b_m и U_1 изменяются в широких пределах. Коэффициент мощности уменьшается по мере увеличения напряжения, т.к. при этом увеличивается насыщение сердечника и его магнитная проницаемость уменьшается. Это приводит к относительному увеличению реактивных составляющих сопротивления, проводимости и тока намагничивания (см. рис. 6.4, *б* и *в*).

Поскольку активная проводимость ветви намагничивания g_m не зависит от напряжения U_1, то активная мощность, соответствующая тепловой энергии, рассеиваемой в сердечнике, является квадратичной функцией от входного напряжения трансформатора $P_{\text{Fe}} = g_m U_1^2$.

Обычно работа трансформатора исследуется при $U_1 = \text{const}$. В этом случае $b_m \approx \text{const}$ и комплексное сопротивление ветви намагничивания можно считать постоянным $\underline{Z}_m = \text{const}$.

Сопротивление намагничивающей ветви Z_m на несколько порядков больше сопротивлений первичной и вторичной обмоток

$$Z_m \gg Z_1 \approx Z'_2, \qquad (6.37)$$

поэтому ветвь намагничивания можно вынести на входные зажимы трансформатора (рис. 6.3, *б*). Это несколько увеличит ток намагничивания, т.к. теперь он будет определяться вместо ЭДС E_1 входным напряжением U_1. Изменится и падение напряжения на сопротивлении $\underline{Z}_1$, т.к. по нему будет протекать $\underline{I}'_2$ вместо тока $\underline{I}_1 = \underline{I}_m - \underline{I}'_2$, но это изменение будет несущественным, потому что ток намагничивания $\underline{I}_m$ составляет несколько процентов от номинального тока первичной обмотки. В целом схема замещения на рис. 6.3, *б* позволяет упростить расчёты, не внося при этом существенной погрешности.

Соотношение (6.37) позволяет ещё более упростить схему замещения путём исключения из неё ветви намагничивания. В этом случае схема замещения преобразуется к комплексному эквивалентному сопротивлению $\underline{Z}_{eq} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2$, включенному последовательно в цепь приведённой нагрузки (рис. 6.3, *в*). Такая схема замещения широко используется на практике для расчёта характеристик силовых трансформаторов.

6.5. Опытное определение параметров схемы замещения

Параметры схемы замещения трансформатора определяются по результатам опытов холостого хода и короткого замыкания.

Режимом холостого хода трансформатора называется режим при разомкнутой цепи вторичной обмотки. В этом режиме трансформатор по существу является катушкой с ферромагнитным сердечником. Поэтому процессы и явления, рассмотренные в разделе 2.5, полностью соответствуют этому режиму, включая векторную диаграмму.

Основой для расчёта работы трансформатора в режиме холостого хода является схема замещения рис. 6.2, *б* и уравнения Кирхгофа (6.20), (6.21) и (6.33) с учётом (6.35). Полагая в них $\underline{I}_1 = \underline{I}_0$ и $\underline{I}_2 = 0$, получим

$$\begin{cases} \underline{U}_{10} = r_1\underline{I}_0 + jx_{s1}\underline{I}_0 - \underline{E}_1 = r_1\underline{I}_0 + jx_{s1}\underline{I}_0 + r_m\underline{I}_0 + jx_m\underline{I}_0 = \\ \qquad = \left[\left(r_1 + r_m\right) + j\left(x_{s1} + x_m\right)\right]\underline{I}_0 = \underline{Z}_0\underline{I}_0; \\ \underline{U}_2 = \underline{E}_2 = \underline{E}_1 / k; \\ \underline{I}_1 = \underline{I}_0 = \underline{I}_m \end{cases} . \qquad (6.37)$$

Из первого уравнения (6.37) следует, что в режиме холостого хода путём измерения напряжения U_{10} и тока I_0 первичной обмотки, а также потребляемой ею активной мощности P_0 можно определить активную и индуктивную составляющие комплексного сопротивления $\underline{Z}_0$

$$z_0 = \frac{U_{10}}{I_0};\ r_0 = r_1 + r_m = \frac{P_0}{I_0^2};\ x_0 = x_{s1} + x_m = \sqrt{z_0^2 - r_0^2};$$
$$\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{U_{10}I_0}. \qquad (6.38)$$

Второе уравнение (6.37) позволяет определить коэффициент трансформации *k*, если измерить ЭДС E_1 и E_2, наводимые магнитным потоком в сердечнике трансформатора. При разомкнутой цепи вторичной обмотки напряжение на её выводах в точности равно ЭДС $U_{20} = E_2$. В то же время, напряжение на первичной обмотке отличается от ЭДС $\underline{E}_1$ на величину падения напряжения $\underline{Z}_1\underline{I}_0$. Ток первичной обмотки трансформатора в режиме холостого хода даже при номинальном напряжении питания $U_{10} = U_{1N}$ составляет 3…10% от тока при номинальной нагрузке, причём меньшие значения соответствуют трансформаторам большей мощности. Поэтому падения напряжения на активном сопро-

тивлении обмотки r_1 и на индуктивном сопротивлении потока рассеяния x_{s1} пренебрежимо малы и $U_{10} \approx E_1$. Следовательно, отношение напряжений на первичной и вторичной обмотках в режиме холостого хода будет достаточно хорошим приближением к значению коэффициента трансформации

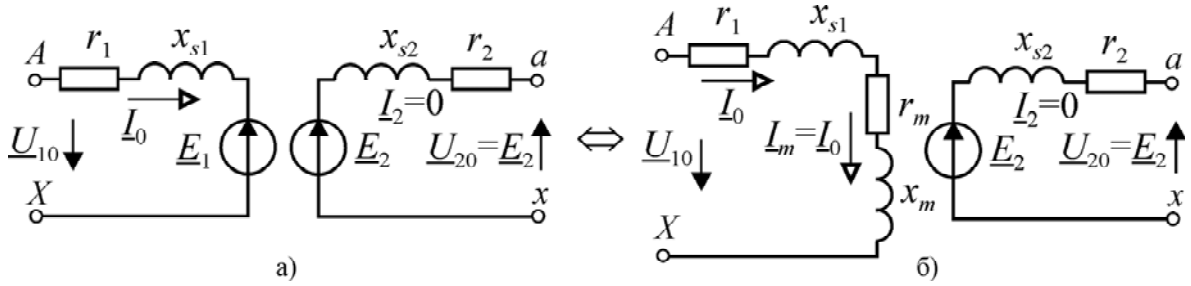


Рис. 6.5

$$k = \frac{w_1}{w_2} = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{U_{10}}{U_{20}} \tag{6.39}$$

Активная мощность, потребляемая трансформатором из сети P_0, расходуется на покрытие тепловых потерь в первичной обмотке P_1 и в сердечнике P_{Fe}

$$P_0 = P_1 + P_{\text{Fe}} = r_1 I_0^2 + P_{\text{Fe}} \approx P_{\text{Fe}}, \tag{6.40}$$

однако потери в обмотке при токе холостого хода пренебрежимо малы, т.к. этот ток очень мал по сравнению с номинальным током. Поэтому потребляемая мощность практически соответствует потерям энергии в магнитопроводе, называемым потерями в «стали».

Цепь первичной обмотки трансформатора в режиме холостого хода представляет собой активно-индуктивный двухполюсник (рис. 6.5, *б*), поэтому ток холостого хода содержит активную и реактивную составляющие. Они соответствуют активной и реактивной мощности, потребляемой трансформатором. Обычно активная мощность не превышает 10% реактивной мощности и угол магнитных потерь с учётом приближённого равенства (6.40) составляет

$$\alpha = \arccos\left(\frac{P_0}{U_{10} I_0}\right) < 5°. \tag{6.41}$$

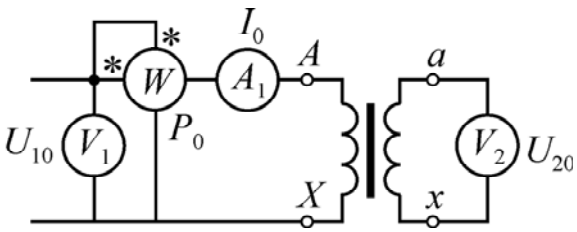


Рис. 6.6

Опыт холостого хода выполняется по схеме рис. 6.6. На первичную обмотку подаётся номинальное напряжение $U_{10} = U_{1N}$, а ко вторичной обмотке подключается вольтметр V_2 с возможно бóльшим входным сопротивлением так, чтобы $I_2 = U_{20} / r_{V_2} \approx 0$.

По результатам измерений вычисляются активная и индуктивная составляющие входного сопротивления r_0 и x_0, коэффициент трансформации k и мощность потерь в «стали» $P_{\text{Fe}} \approx P_0$.

Напряжение на вторичной обмотке трансформатора в опыте холостого хода считается номинальным напряжением $U_{20} = U_{2N}$ и указывается в справочных данных.

Опыт холостого хода обычно проводят при различных пониженных значениях напряжения в диапазоне $0{,}3U_{1N} \le U_{10} \le 1{,}1U_{1N}$ и по полученным данным строят характеристики холостого хода, представляющие собой зависимости $I_0, P_0, \cos\varphi_0, r_0, x_0$ от U_{10}. Типичный вид этих характеристик соответствует кривым, построенным на рис. 6.4 для ветви намагничивания, т.к. основные процессы в опыте холостого хода связаны с электромагнитными явлениями в сердечнике трансформатора.

Нелинейность характеристик $U_{10}(I_0)$ и $\cos\varphi_0(U_{10})$ исключает возможность корректного определения параметров схемы замещения трансформатора по результатам опыта холостого хода, проведённого при напряжении питания, отличающемся от значения напряжения в режиме, для которого предполагается использование схемы замещения в качестве модели.

Опыт короткого замыкания является, наряду с опытом холостого хода, обязательным при испытаниях трансформатора, а также при определении параметров схемы замещения. Под режимом короткого замыкания понимают режим, при котором выводы вторичной обмотки замкнуты между собой. Такой режим при номинальном или близком к номинальному напряжении питания является аварийным и может привести к разрушению трансформатора. Однако при пониженном напряжении он безопасен и используется для определения параметров обмоток. В этом случае он называется опытом короткого замыкания

В опыте короткого замыкания напряжение питания первичной обмотки $U_{1к}$ постепенно увеличивают от нуля до такого значения, при котором ток в обмотке достигнёт номинальной величины. $I_{1к} = I_{1N}$. При этом величина напряжения $U_{1к}$ обычно составляет 5…10% от номинального значения.

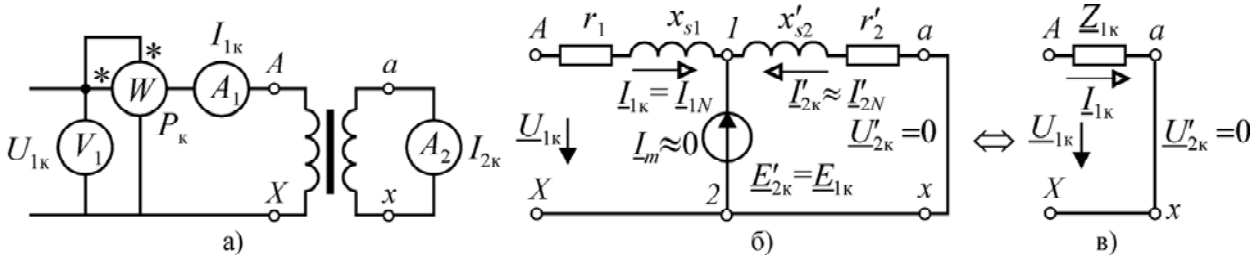


Рис. 6.7

Основой для расчёта работы трансформатора в опыте короткого замыкания является схема замещения рис. 6.2, *г* и уравнения Кирхгофа (6.20), (6.30) и (6.33)

При очень низком напряжении питания ток намагничивания близок к нулю. Полагая в уравнениях Кирхгофа $\underline{U}'_2 = 0$ и $\underline{I}_m = 0$, получим

$$\begin{cases} \underline{U}_{1к} = r_1\underline{I}_{1к} + jx_{s1}\underline{I}_{1к} - \underline{E}_1 = \underline{Z}_1\underline{I}_{1к} - \underline{E}_1; \\ \underline{E}'_2 = \underline{E}_1 = r'_2\underline{I}'_{2к} + jx'_{s2}\underline{I}'_{2к} = \underline{Z}'_2\underline{I}'_{2к}; \\ \underline{I}_{1к} + \underline{I}'_{2к} = 0 \Rightarrow \underline{I}_{1к} = -\underline{I}'_{2к} = -\underline{I}_{2к}/k \end{cases} . \qquad (6.42)$$

Подставляя выражение для ЭДС $\underline{E}_1$ из второго в первое уравнение (6.42), получим с учётом третьего уравнения

$$\underline{U}_{1к} = \underline{Z}_1\underline{I}_{1к} + \underline{Z}'_2\underline{I}_{1к} = \underline{Z}_к\underline{I}_{1к}, \qquad (6.43)$$

где $\underline{Z}_к = r_к + jx_к = (r_1 + r'_2) + j(x_{s1} + x'_{s2})$ – комплексное сопротивление короткого замыкания.

Схемы замещения, соответствующие уравнениям (6.42) и (6.43) показаны на рис. 6.7, *б* и *в*.

При номинальной нагрузке в первичной и вторичной обмотках протекают токи номинальной величины, т.е. такие токи, на которые рассчитана конструкция трансформатора. При этом в соответствии с уравнением (6.30) приведённый ток вторичной обмотки отличается от тока первичной обмотки на величину тока намагничивания

$$\underline{I}'_{2N} = \underline{I}_{mN} - \underline{I}_{1N},$$

но $I_{mN} \ll I_{1N}$, поэтому для режима короткого замыкания, где $I_m \ll I_{mN} \approx 0$, тем более справедливо приближённое равенство

$$\underline{I}'_{2N} \approx -\underline{I}_{1N}. \qquad (6.44)$$

Следовательно, при номинальном токе первичной обмотки в опыте короткого замыкания ток вторичной обмотки также будет практически номинальным.

Третье уравнение в (6.42) позволяет путём измерения токов первичной и вторичной обмоток определить в опыте короткого замыкания коэффициент трансформации

$$k \approx I_{2к}/I_{1к}. \qquad (6.45)$$

Причём погрешность полученного значения будет одного порядка с погрешностью расчёта по данным опыта холостого хода (6.39).

Измерив величину напряжения $U_{1к}$, тока $I_{1к}$ и активной мощности $P_{1к}$, потребляемой первичной обмоткой в опыте короткого замыкания, можно определить параметры сопротивления короткого замыкания

$$z_к = \frac{U_{1к}}{I_{1к}};\ r_к = r_1 + r'_2 = \frac{P_{1к}}{I^2_{1к}};\ x_к = x_{s1} + x'_{s2} = \sqrt{z^2_к - r^2_к};$$
$$\cos\varphi_к = \frac{P_{1к}}{U_{1к}I_{1к}}, \qquad (6.46)$$

а затем, полагая $r_1 \approx r'_2 = r_к/2$ и $x_{s1} \approx x'_{s2} = x_к/2$, можно, пользуясь результатами опыта холостого хода, найти параметры обмоток схемы замещения и параметры ветви намагничивания

$$r_m = r_0 - r_1;\ x_m = x_0 - x_{s1}. \qquad (6.47)$$

Как уже отмечалось ранее в разделе 6.1, индуктивности потоков рассеяния обмоток являются практически постоянными величинами, поэтому полное сопротивление короткого замыкания $z_к$ и его составляющие не зависят от $U_{1к}$ и $I_{1к}$. Соответствующие этим особенностям характеристики короткого замыкания показаны на рис. 6.8, *а*. В некоторых случаях может наблюдаться незначительная нелинейность характеристик $I_{1к}(U_{1к})$ и $\cos\varphi_к(U_{1к})$ вследствие увеличения реактивной составляющей тока с ростом напряжения. Это связано с увеличением магнитной проводимости на начальном участке кривой намагничивания стали, по которой частично замыкаются потоки рассеяния

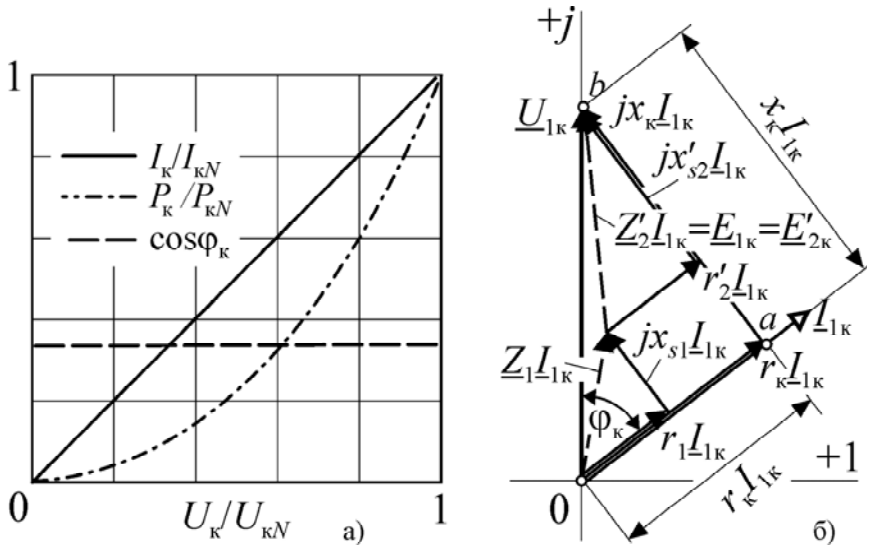


Рис. 6.8

Активная мощность, потребляемая трансформатором в опыте короткого замыкания, преобразуется в тепло в обмотках трансформатора, а также в его сердечнике. Однако потери в сердечнике здесь составляют доли процента от потерь, соответствующих номинальному режиму или режиму холостого хода, т.к. основной магнитный поток Φ_c в опыте короткого замыкания в десятки раз меньше, чем в других режимах. Кроме этих составляющих существуют дополнительные потери, создаваемые магнитными потоками рассеяния, которые частично замыкаются по металлическим элементам конструкции (бак, болты, стяжки и др.) и индуцируют в них вихревые токи. Однако главную часть составляют потери в обмотках трансформатора, поэтому потребляемую активную мощность называют также мощностью потерь в «меди»:

$$P_{1к} = r_1 I_1^2 + r'_2 I'^2_2 = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 \approx (r_1 + r'_2) I_1^2 \approx P_{\text{Cu}}.$$

Напряжение $U_{1к} = U_{кN}$, при котором ток первичной обмотки равен номинальному значению $I_{1к} = I_{1N}$, называется напряжением короткого замыкания и обозначается $u_к$. Оно обычно выражается в процентах от номинального напряжения

$$u_{к\%} = \left(u_к / U_{1N}\right) \cdot 100 \qquad (6.48)$$

и указывается в справочных данных. В соответствии со схемой замещения рис. 6.7, Напряжение короткого замыкания можно разделить на активную и реактивную составляющие

$$u_{\text{к}a\%} = u_{\text{к}\%}\cos\varphi_{\text{к}} = u_{\text{к}\%}r_{\text{к}}/z_{\text{к}};$$
$$u_{\text{к}r\%} = u_{\text{к}\%}\sin\varphi_{\text{к}} = u_{\text{к}\%}x_{\text{к}}/z_{\text{к}}. \qquad (6.49)$$

Напряжение короткого замыкания позволяет, в частности, оценить ток короткого замыкания при номинальном напряжении питания

$$I_{1\text{кз}} = \frac{U_{1N}}{z_{\text{к}}} = \frac{U_{1N}I_{1N}}{u_{\text{к}}} = I_{1N}\frac{100}{u_{\text{к}\%}}, \qquad (6.50)$$

Значит, если, например, напряжение короткого замыкания равно 5%, то при коротком замыкании вторичной обмотки ток первичной обмотки будет в двадцать раз больше номинального.

Уравнения (6.42) можно представить в виде векторной диаграммы на рис. 6.8, *б*. Обычно при построении вектор напряжения на первичной обмотке $\underline{U}_{1\text{к}}$ совмещают с осью мнимых чисел. Тогда вектор тока $\underline{I}_{1\text{к}}$ будет располагаться в первом квадранте под углом $\varphi_{\text{к}}$ к вектору напряжения $\underline{U}_{1\text{к}}$. Построив векторы падения напряжения на активных и индуктивных сопротивлениях первичной и вторичной обмоток $r_1\underline{I}_{1\text{к}}$, $jx_{s1}\underline{I}_{1\text{к}}$, $r_2'\underline{I}_{1\text{к}}$, $jx_{s2}'\underline{I}_{1\text{к}}$, мы получим прямоугольный треугольник $0ab$, называемый треугольником короткого замыкания. Катетами этого треугольника являются активная и реактивная составляющие напряжения короткого замыкания

$$\underline{0a} = r_1\underline{I}_{1\text{к}} + r_2'\underline{I}_{1\text{к}} = r_{\text{к}}\underline{I}_{1\text{к}} = \underline{U}_{\text{к}a};$$
$$\underline{ab} = jx_{s1}\underline{I}_{1\text{к}} + jx_{s2}'\underline{I}_{1\text{к}} = jx_{\text{к}}\underline{I}_{1\text{к}} = \underline{U}_{\text{к}r},$$

а гипотенузой

$$\underline{0b} = \left[(r_1 + r_2') + j(x_{s1} + x_{s2}')\right]\underline{I}_{1\text{к}} = \underline{Z}_{\text{к}}\underline{I}_{1\text{к}} = \underline{U}_{\text{к}} -$$

собственно напряжение короткого замыкания.

В процессе работы трансформатора в нём выделяется большое количество тепла, и температура всей конструкции изменяется. Это приводит к изменению активных сопротивлений обмоток. Опыт короткого замыкания проводится быстро и температура обмоток при этом изменяется несущественно по отношению к температуре окружающей среды. Следовательно, для использования значений величин, полученных в опыте короткого замыкания при температуре θ, в расчётах, соответствующих установившимся температурным режимам, их приводят к нормированным рабочим температурам ($\theta_N = +75°\text{C}$ для трансформаторов с изоляцией классов термостойкости *A*, *E*, *B* и $\theta_N = +115°\text{C}$ с изоляцией классов *F*, *H*, *C*) в соответствии с выражениями

$$r_{\text{к}\theta} = r_{\text{к}}\left[1 + \alpha\left(\theta_N - \theta\right)\right];\ z_{\text{к}\theta} = \sqrt{r_{\text{к}\theta}^2 + x_{\text{к}}^2};$$
$$\cos\varphi_{\text{к}\theta} = \frac{r_{\text{к}\theta}}{z_{\text{к}\theta}};\ u_{\text{к}\theta\%} = \frac{z_{\text{к}\theta}I_{1\text{к}}}{U_{1N}}100,$$

где $\alpha = 0{,}004$ – температурный коэффициент сопротивления для меди и алюминия.

В случае использования трансформатора в какой-либо системе питания совместно с другими трансформаторами, а также в качестве преобразователя или формирователя информационных сигналов, необходимо знать какие выводы первичной и вторичной обмоток соответствуют одинаковой полярности наводимых в них ЭДС, т.е. какие выводы соответствуют началам или концам обмоток.

В соответствии с ГОСТ начало и конец обмотки высшего напряжения двухобмоточного трансформатора обозначаются соответственно прописными буквами латиницы *A* и *X*, а у обмотки низшего напряжения теми же строчными буквами *a* и *x*.

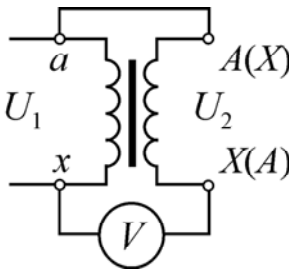


Рис. 6.9

Если по каким-либо причинам выводы трансформатора не обозначены, их определяют опытным путём. Для этого первичную и вторичную обмотки соединяют последовательно по схеме рис. 6.9.

Показания вольтметра *V* в зависимости от согласования выводов обмоток соответствуют сумме или разности напряжений

$$U_V = U_1 \pm U_2 .$$

Если обмотки соединены последовательно согласно, т.е. к выводу *a* подключён вывод *X*, то показания равны сумме $U_{V+} = U_1 + U_2$. В случае встречного подключения, когда к выводу *a* подключён вывод *A*, показания вольтметра соответствуют разности $U_{V-} = U_1 - U_2 < U_{V+}$. Таким образом, выполнив измерения при двух вариантах соединения, можно однозначно определить начала и концы обеих обмоток.

Глава 7. Работа трансформатора под нагрузкой

7.1. Физические процессы в трансформаторе

Уравнение Кирхгофа для цепи первичной обмотки трансформатора имеет вид

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - \underline{E}_1 . \qquad (7.1)$$

Это означает, что при всех режимах работы величина магнитного потока такова, что индуктируемая им ЭДС $\underline{E}_1$ совместно с падением напряжения $\underline{Z}_1 \underline{I}_1$ уравновешивает приложенное напряжение $\underline{U}_1$.

При подключении нагрузки ко вторичной обмотке в ней возникает ток $\underline{I}_2$ и создаваемая этим током МДС $w_2 \underline{I}_2 = w_1 \underline{I}'_2$, формирует в сердечнике свой магнитный поток, вызывающий изменение потока, существовавшего в режиме холостого хода. Однако при постоянном напряжении питания магнитный поток существенно измениться не может, поэтому в первичной обмотке появляется дополнительная составляющая тока $\underline{I}'_1$, МДС которой $w_1 \underline{I}'_1$ компенсирует влияние МДС вторичной обмотки на магнитный поток. Таким образом,

$$w_1 \underline{I}'_1 = -w_2 \underline{I}_2 = -w_1 \underline{I}'_2 \Rightarrow \ \underline{I}'_1 = -\underline{I}'_2 . \qquad (7.2)$$

Назовём ток $\underline{I}'_1$ нагрузочной составляющей первичного тока. Тогда, преобразовав уравнение токов (6.30) с учётом равенства (7.2), ток первичной обмотки можно представить суммой намагничивающей $\underline{I}_m$ и нагрузочной составляющих $\underline{I}'_1$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_m + \underline{I}'_1 . \qquad (7.3)$$

Так как с изменением нагрузки изменяется ток $\underline{I}_1$, а также падение напряжения $\underline{Z}_1\underline{I}_1$, то при постоянном напряжении питания $U_1 = \text{const}$ в соответствии с (7.1) несколько изменяется также ЭДС $\underline{E}_1$. Это означает, что пропорционально изменяется основной магнитный поток Φ_c (см. выражение 6.13) и, соответственно, ток намагничивания I_m.

7.2. Векторная диаграмма

Векторные диаграммы являются графическим представлением уравнений Кирхгофа. Они позволяют получить наглядное представление о фазовых соотношениях токов и напряжений в различных элементах схемы замещения, проследить влияние той или иной величины или параметра на электромагнитные процессы. Используя геометрические соотношения в векторных диаграммах часто можно получить математические выражения для неочевидных связей величин в электрических цепях.

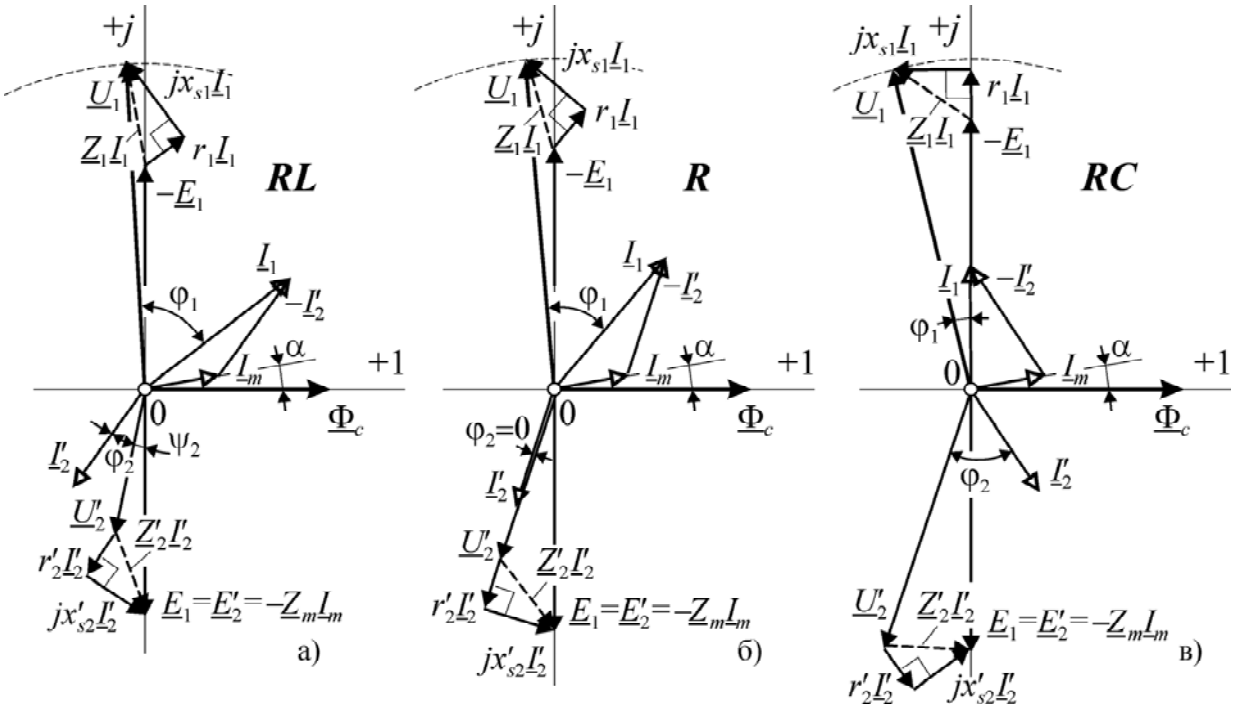


Рис. 7.1

Построение диаграммы лучше начинать с векторов, взаимосвязь которых не зависит от режима работы трансформатора. Такими векторами являются векторы основного магнитного потока $\underline{\Phi}_c$, тока намагничивания $\underline{I}_m$, а также ЭДС

$\underline{E}_1 = \underline{E}'_2$, наводимой основным магнитным потоком в первичной и вторичной обмотках приведённого трансформатора.

Начальную фазу основного магнитного потока можно принять равной нулю и построить на вещественной оси вектор $\underline{\Phi}_c$, а затем вектор $\underline{I}_m$, опережающий основной поток на угол магнитных потерь α. Тогда вектор ЭДС $\underline{E}_1 = \underline{E}'_2$, отстающий от магнитного потока на 90° расположится на отрицательной полуоси мнимых чисел (рис. 7.1).

Для дальнейшего построения необходимо задаться характером нагрузки трансформатора. Пусть, например, нагрузка имеет активно-индуктивный характер ($\varphi_2 > 0$). Тогда вектор тока вторичной обмотки $\underline{I}'_2$ будет отставать от вектора ЭДС $\underline{E}'_2$ на некоторый угол $\psi_2 > \varphi_2$ (рис. 7.1, *а*). Вычитая из вектора $\underline{E}'_2$ вектор падения напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния вторичной обмотки $jx'_{s2}\underline{I}'_2$, направленный перпендикулярно вектору тока $\underline{I}'_2$, и параллельный вектору $\underline{I}'_2$ вектор падения напряжения на активном сопротивлении $r'_2\underline{I}'_2$, мы получим вектор напряжения вторичной обмотки $\underline{U}'_2$.

Теперь, в соответствии с (6.30), можно построить вектор тока в первичной обмотке $\underline{I}_1$, как разность векторов тока намагничивания $\underline{I}_m$ и тока $\underline{I}'_2$.

После определения положения вектора тока первичной обмотки $\underline{I}_1$ можно приступить к построению векторов, соответствующих уравнению (6.20). Для построения вектора напряжения на входе трансформатора $\underline{U}_1$ суммируем вектор ЭДС $-\underline{E}_1$, вектор падения напряжения на активном сопротивлении первичной обмотки $r_1\underline{I}_1$, совпадающий по направлению с вектором тока $\underline{I}_1$, и вектор падения напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния $jx_{s1}\underline{I}_1$, опережающий вектор тока на 90°.

На рис. 7.1, *б* и *в* аналогичным образом построены векторные диаграммы для чисто активной и активно-ёмкостной нагрузки, когда вектор тока $\underline{I}'_2$ совпадает по направлению с вектором $\underline{U}'_2$ ($\varphi_2 = 0$) и когда он опережает его на угол $\varphi_2 < 0$.

Анализ диаграммы на рис. 7.1, *а* позволяет заключить, что увеличение тока нагрузки $\underline{I}'_2$ приведёт к увеличению тока $\underline{I}_1$ и, соответственно, размеров треугольника падений напряжения в первичной обмотке $\underline{Z}_1\underline{I}_1$. При заданной постоянной величине модуля вектора $\underline{U}_1$ такое изменение размеров возможно только при условии соответствующего уменьшения модуля вектора $-\underline{E}_1$, что означает уменьшение основного магнитного потока Φ_c и намагничивающего тока $\underline{I}_m$. В случае активно-ёмкостной нагрузки с достаточно большим значени-

ем $|\varphi_2|$ увеличение тока $\underline{I}'_2$ приводит к некоторому увеличению ЭДС E_1 и, соответственно, магнитного потока Φ_c. Таким образом, активно-индуктивная и активная нагрузка уменьшают поток, т.е. размагничивают сердечник трансформатора, а активно-ёмкостная нагрузка при определённых условиях может его подмагничивать. Векторные диаграммы на рис. 7.1 построены при одинаковых значениях модуля тока $\underline{I}'_2$ и на них достаточно ясно прослеживается влияние характера нагрузки на магнитный поток Φ_c, а также на напряжение вторичной обмотки U_2 и ток первичной I_1.

Следует заметить, что на рис. 7.1 векторы $\underline{I}_m$, $r_1\underline{I}_1$, $jx_{s1}\underline{I}_1$, $r'_2\underline{I}'_2$ и $jx'_{s2}\underline{I}'_2$ показаны в сильно увеличенном масштабе для того, чтобы было возможно проследить их положение относительно других векторов. На самом деле ток намагничивания более чем на порядок меньше токов в обмотках, а падения напряжения во столько же раз меньше ЭДС основного магнитного потока.

7.3. Внешняя характеристика

Внешней характеристикой называется зависимость вторичного напряжения трансформатора от тока нагрузки $U_2 = f(I_2)$. Эта характеристика имеет большое значение для эксплуатации трансформатора, т.к. стандартом на качество электроэнергии определяется допустимое отклонение напряжения в сети от номинального значения. Обычно оно не должно превышать ±5%. Отклонение напряжения опасно для многих видов нагрузки трансформатора, поэтому нужно уметь произвести его оценку.

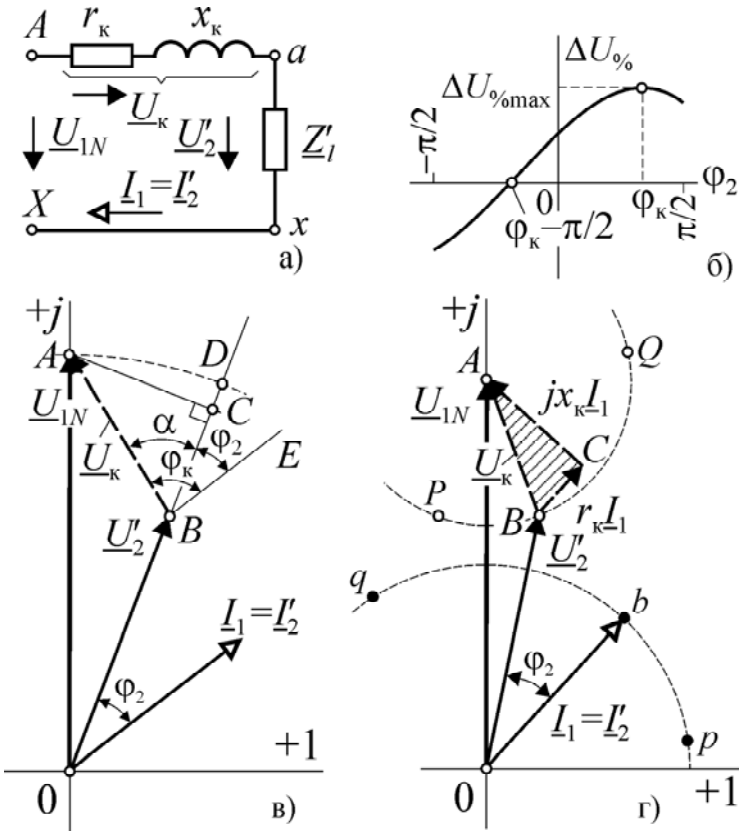


Рис. 7.2

Для этого используют упрощённую схему замещения трансформатора рис. 7.2, *а*, в которой исключена цепь намагничивания. На практике это вполне допустимо, т.к. намагничивающий ток I_m при номинальном напряжении на первичной обмотке составляет несколько процентов и существенно не влияет на результат вычисления. Измене-

ние напряжения в нагрузке происходит за счёт падения напряжения $U_к$ на активном и индуктивном сопротивлениях обмоток трансформатора $r_к$ и $x_к$.

Для оценки отклонения напряжения от номинального значения используется величина, называемая процентным изменением напряжения трансформатора

$$\Delta U_{\%} = \frac{U_{2N} - U_2}{U_{2N}} \cdot 100 = \frac{U_{1N} - U'_2}{U_{1N}} \cdot 100.$$

Расчётную формулу для $\Delta U_{\%}$ можно получить из векторной диаграммы рис. 7.2, *в*. На ней вектор напряжения первичной обмотки $\underline{U}_{1N}$ совмещён с положительной полуосью мнимых чисел. Отклонение напряжения равно разности модулей векторов $\underline{U}_{1N}$ и $\underline{U}'_2$, поэтому если от начала координат на линии продолжения вектора $\underline{U}'_2$ построить отрезок $0D = 0A = m_u U_{1N}$, то искомая величина в некотором масштабе m_u будет равна отрезку *BD*.

Напряжение $U_к$ обычно не превышает 10…15% от номинального, поэтому угол между векторами $\underline{U}_{1N}$ и $\underline{U}'_2$ мал и отрезок *BD* приблизительно равен отрезку *BC*, осекаемому перпендикуляром, опущенным из точки *A* на линию 0*D*. Тогда

$$\Delta U_{\%} = \frac{BD}{0D} \cdot 100 \approx \frac{BC}{0D} \cdot 100. \qquad (7.4)$$

Проведём через точку *B* линию *BE* параллельно вектору тока $\underline{I}_1$. Угол α прямоугольного треугольника *ABC* можно определить как $\alpha = \varphi_к - \varphi_2$, где $\varphi_к = \operatorname{arctg}(x_к / r_к)$. Отсюда.

$$BC = U_к \cos(\varphi_к - \varphi_2) \qquad (7.5)$$

Падение напряжения $U_к$ пропорционально величине тока нагрузки $U_к = z_к I'_2 = z_к I_1$. Введём понятие коэффициента нагрузки трансформатора как отношения тока вторичной обмотки к его номинальному значению $\beta = I_2 / I_{2N} = I'_2 / I'_{2N}$. Тогда $U_к = \beta u_к$, где $u_к$ – напряжение $U_к$ при номинальном токе. Отсюда с учётом выражений (7.4) и (7.5) получим –

$$\Delta U_{\%} = \beta u_{к\%} \cos(\varphi_к - \varphi_2) = \beta\left(u_{кa\%} \cos\varphi_2 + u_{кr\%} \sin\varphi_2\right). \qquad (7.6)$$

Процентное изменение напряжения $\Delta U_{\%}$ положительно, если $U_2 < U_{2N}$. Из выражения (7.6) следует, что при активной и активно-индуктивной нагрузке с увеличением угла сдвига фаз φ_2 напряжение на вторичной обмотке трансформатора U_2 уменьшается, и достигает минимума при $\varphi_к - \varphi_2 = 0$, т.е. когда $\varphi_2 = \varphi_к$ и $\Delta U_{\%} = \Delta U_{\%\max} = \beta u_{к\%}$ (рис. 7.2, *б*). В случае активно-ёмкостной нагрузки ($\varphi_2 < 0$) при условии $\varphi_2 = \varphi_к - \pi/2$ значение $\Delta U_{\%}$ равно нулю (рис. 7.2, *б*), поэтому напряжение U_2 равно номинальному и не зависит от величины на-

грузки. Дальнейшее уменьшение φ_2 ($\varphi_2 < \varphi_к - \pi/2$) приводит к изменению знака $\Delta U_{\%}$, при этом напряжение U_2 будет больше напряжения холостого хода.

Выражение (7.6) позволяет при известном коэффициенте нагрузки β и коэффициенте мощности $\cos\varphi_2$ определить абсолютное значение напряжения на вторичной обмотке и построить внешнюю характеристику $U_2(I_2)$:

$$U_2 = U_{2N}\left(1 - \frac{\Delta U_{\%}}{100}\right). \qquad (7.7)$$

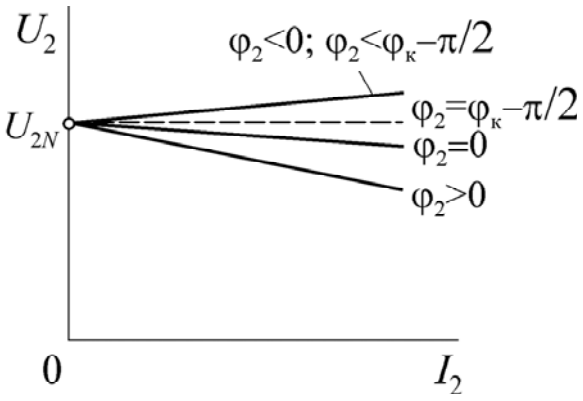


Рис. 7.3

Очевидно, что это выражение является линейной функцией от тока I_2, поэтому независимо от характера нагрузки, кроме случая $\varphi_2 = \varphi_к - \pi/2$, отклонение напряжения от номинального значения U_{2N} линейно возрастает с увеличением I_2 (рис. 7.3).

Более наглядно зависимость выходного напряжения трансформатора от характера нагрузки можно проследить с помощью векторной диаграммы рис. 7.2, *г*. Если, сохраняя полное сопротивление $Z'_l = \text{const}$, изменять угол φ_2, то конец вектора тока $\underline{I}_1 = \underline{I}'_2$ будет перемещаться по дуге окружности *pq* радиусом $|\underline{I}_1| = \text{const}$. Напряжение первичной обмотки $\underline{U}_{1N} = \text{const}$, поэтому прямоугольный треугольник *ABC*, образованный векторами $r_к\underline{I}_1$, $jx_к\underline{I}_1$ и $\underline{U}_к = \underline{Z}_к\underline{I}_1$, при повороте вектора $\underline{I}_1$ будет вращаться в противоположную сторону относительно вершины *A*, сохраняя свои размеры, а точка *B*, соответствующая положению конца вектора приведённого напряжения нагрузки $\underline{U}'_2$ – скользить по дуге *PQ* окружности радиусом $Z_к I_1$. На рисунке отдельно показаны две пары точек *p*-*P* и *q*-*Q*, соответствующие активно-индуктивной и активно-ёмкостной нагрузкам, по ним хорошо видно, что в первом случае $U'_{2p} \ll U_1$, а во втором – $U'_{2q} \gg U_1$.

7.4. Преобразование энергии и коэффициент полезного действия

Поток электрической энергии, потребляемой трансформатором от источника питания, частично преобразуется в тепло в самом трансформаторе, а вся оставшаяся часть передаётся в нагрузку. Кроме того, между трансформатором и источником питания происходит постоянный периодический обмен энергией, связанный с формированием электромагнитных полей и количественно определяемый потребляемой реактивной мощностью.

Преобразование активной мощности трансформатором показано на диаграмме рис. 7.4, *а*. Количественную оценку составляющих мощности можно произвести, пользуясь схемой замещения на рис. 6.2, *г*.

Первичная обмотка потребляет из питающей сети мощность

$$P_1 = U_1 I_1 \cos\varphi_1 .$$

Часть этой мощности рассеивается в самой первичной обмотке

$$\Delta P_1 = r_1 I_1^2 ,$$

а другая часть – в сердечнике трансформатора

$$\Delta P_{\text{Fe}} = E_1 I_m \cos\varphi_m = E_1 I_{ma} = r_m I_m^2 .$$

Оставшаяся часть активной мощности передаётся магнитным полем во вторичную обмотку

$$P_{em} = E_2' I_2' \cos\psi_2 = E_1 I_2' \cos\psi_2 ,$$

где ψ_2 – угол сдвига фаз между ЭДС и током вторичной обмотки. Она называется электромагнитной мощностью и, за вычетом потерь во вторичной обмотке

$$\Delta P_2 = r_2 I_2^2 = r_2' I_2'^2 ,$$

передаётся в нагрузку.

Таким образом, уравнение баланса активной мощности для трансформатора имеет вид

$$P_1 = P_2 + \Delta P = P_2 + \Delta P_{\text{Fe}} + \Delta P_{\text{Cu}} , \qquad (7.8)$$

где $\Delta P = \Delta P_{\text{Fe}} + \Delta P_{\text{Cu}} = \Delta P_{\text{Fe}} + \Delta P_1 + \Delta P_2$ – суммарная мощность потерь в трансформаторе, складывающаяся из мощности потерь в «стали» ΔP_{Fe} и «меди» ΔP_{Cu} первичной и вторичной обмоток (ΔP_1 и ΔP_2).

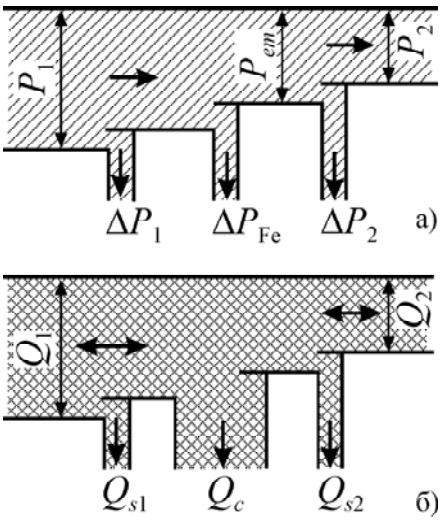


Рис. 7.4

Помимо активной мощности трансформатор потребляет из сети реактивную мощность, расходуемую на формирование магнитных и электрических полей. Здесь следует заметить, что реактивная мощность, в отличие от активной, в принципе ни во что не преобразуется. Она в течение четверти периода накапливается в магнитном или в электрическом поле, а в течение следующей четверти периода возвращается в источник питания в точности в том же количестве. Реактивная мощность непосредственно не преобразуется в другие неэлектрические виды энергии, однако её наличие необходимо для работы всех электрических машин. Чтобы не усложнять изложение материала в дальнейшем применительно к реактивной мощности мы будем пользоваться термином «потребление», понимая под этим количество энергии, участвующей в обмене между источником питания и электрической машиной. При этом по аналогии с активной мощностью, положительное значение будет соответствовать потреблению реактивной мощности, а отрицательное её генерированию.

Таким образом, трансформатор потребляет из сети реактивную мощность,

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin\varphi_1 ,$$

которая, в соответствии со схемой замещения на рис. 6.2, *г*, расходуется на создание магнитных полей рассеяния первичной и вторичной обмоток

$$Q_{s1} = x_1 I_1^2;\ Q_{s2} = x_2 I_2^2 = x_2' I_2'^2,$$

а также магнитного поля в сердечнике

$$Q_c = E_1 I_m \sin\varphi_m = E_1 I_{mr} = x_m I_m^2.$$

Оставшаяся часть реактивной мощности передаётся в нагрузку

$$Q_2 = Q_1 - Q_{s1} - Q_c - Q_{s2} = U_2 I_2 \sin\varphi_2 = U_2' I_2' \sin\varphi_2.$$

В случае активно-ёмкостной нагрузки $Q_2 < 0$ и она является источником реактивной мощности. Если при этом $Q_1 < 0$, то поток реактивной мощности или энергии направлен от нагрузки в источник питания. Если же $Q_2 < 0$ и $Q_1 > 0$, то реактивная мощность потребляется обеими обмотками и расходуется на формирование магнитных полей трансформатора.

Оценка необратимых потерь энергии в трансформаторе производится с помощью коэффициента полезного действия. При этом используются некоторые традиционные термины и понятия.

Тепловые потери энергии в магнитопроводе $\Delta P_{\text{Fe}} \approx P_0$ зависят от напряжения питания и частоты, а т.к. эти величины при нормальной эксплуатации трансформатора остаются постоянными, то потери в «стали» также сохраняют своё значение и называются *постоянными потерями*.

Потери в обмотках ΔP_{Cu} зависят от протекающего по ним тока и изменяются при изменении нагрузки. Поэтому этот вид потерь называется *переменными потерями*. Зависимость потерь в «меди» от тока квадратичная. Пользуясь понятием коэффициент нагрузки β и полагая, что опыт короткого замыкания проводится при номинальном токе первичной обмотки, потери в «меди» можно представить как $\Delta P_{\text{Cu}} = r_{\text{к}} I_{\text{к}}^2 = \beta^2 r_{\text{к}} I_{1N}^2 = \beta^2 P_{\text{к}}$

Активная мощность, потребляемая нагрузкой, также зависит от тока. Поэтому, пренебрегая изменением напряжения, т.е., полагая $U_2 \approx U_{2N}$, её можно представить в виде $P_2 = U_2 I_2 \cos\varphi_2 \approx \beta U_{2N} I_{2N} \cos\varphi_2 = \beta S_N \cos\varphi_2$, где $S_N = U_{2N} I_{2N}$ – номинальная полная мощность трансформатора, приводимая в справочных данных.

Раскрывая выражения для составляющих активной мощности в уравнении (7.8), можно определить КПД трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\beta S_N \cos\varphi_2}{\beta S_N \cos\varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_{\text{к}}}. \qquad (7.9)$$

Из выражения (7.9) следует, что КПД трансформатора зависит от характера ($\cos\varphi_2$) и коэффициента нагрузки. Функция $\eta = f(\beta)$ имеет максимум при некотором оптимальном значении β_m –

$$\beta_m = \sqrt{P_0 / P_{\text{к}}}. \qquad (7.10)$$

Это означает, трансформатор будет работать с максимальным значением КПД при полной нагрузке ($\beta_m = 1{,}0$) в том случае, если потери в «стали» равны потерям в «меди».

Подставляя (7.10) в (7.9), получим выражение для максимального значения КПД трансформатора

$$\eta_{\max} = \frac{\beta_m S_N \cos\varphi_2}{\beta_m S_N \cos\varphi_2 + 2P_0} = \frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_2 + d}. \qquad (7.11)$$

где $d = \dfrac{2P_0}{\beta_m S_N} = 2\sqrt{\overline{p}_0 \overline{p}_{\text{к}}}$ – некоторая константа, определяемая относительными потерями в «стали» $\overline{p}_0 = P_0 / S_N$ и в «меди» $\overline{p}_{\text{к}} = P_{\text{к}} / S_N$. Таким образом, величина максимально возможного КПД определяется коэффициентом мощности нагрузки.

Функция $\eta_{\max}(\cos\varphi_2)$ монотонна, а функция $\eta_{\max}(\varphi_2)$ в диапазоне углов $0 \le \varphi_2 \le \pi/2$ имеет максимум. Для его определения найдём производную $\partial\eta_{\max} / \partial\varphi_2$ и угол φ_2, соответствующий условию $\partial\eta_{\max} / \partial\varphi_2 = 0$:

$$\frac{\partial\eta_{\max}}{\partial\varphi_2} = -\frac{d\sin\varphi_2}{\left(\cos\varphi_2 + d\right)^2} = 0\Big|_{\varphi_2 = 0}.$$

Следовательно, максимально возможный КПД трансформатора равен $\dfrac{1}{1+d}$ и достигается при чисто активной нагрузке.

Из рис. 7.5, *а* видно, что при снижении нагрузки относительно оптимальной КПД уменьшается быстрее, чем при её увеличении. Произведём оценку этого явления. Для этого в выражение (7.9) введём относительный коэффициент нагрузки $\overline{\beta} = \beta / \beta_m$. Тогда оно примет вид

$$\eta = \frac{\overline{\beta}}{\overline{\beta} + D\left(1 + \overline{\beta}^2\right)}. \qquad (7.12)$$

где $D = \dfrac{d}{2\cos\varphi_2}$.

Для оценки градиента функции $\eta\left(\overline{\beta}\right)$ возьмём производную

$$\varepsilon = \frac{\partial\eta}{\partial\overline{\beta}} = \frac{D\left(1 - \overline{\beta}^2\right)}{\left[\overline{\beta} + D\left(1 + \overline{\beta}^2\right)\right]^2}. \qquad (7.13)$$

Зависимость $\varepsilon\left(\overline{\beta}\right)$ показана на рис. 7.5, *б*. При нагрузке выше оптимальной вплоть до двойного значения КПД изменяется очень медленно, снижаясь на 5…7% по отношению к максимальному значению. Следовательно, для обеспечения высокого КПД при значительных колебаниях мощности нагрузки транс-

форматор нужно проектировать с таким расчётом, чтобы $\beta_m = 0,45\ldots0,65$, т.е. чтобы трансформатор работал с максимальным КПД при нагрузке, составляющей 45…65% от номинальной. Тогда при изменении нагрузки в пределах 30…100% снижение КПД составит не более 5…7% от максимального значения. Причём это снижение будет минимальным при чисто активной нагрузке, т.к. $D \xrightarrow{\cos\varphi_2 \to 1} \min$, что является одной из причин необходимости снижения потребления потребителями реактивной мощности.

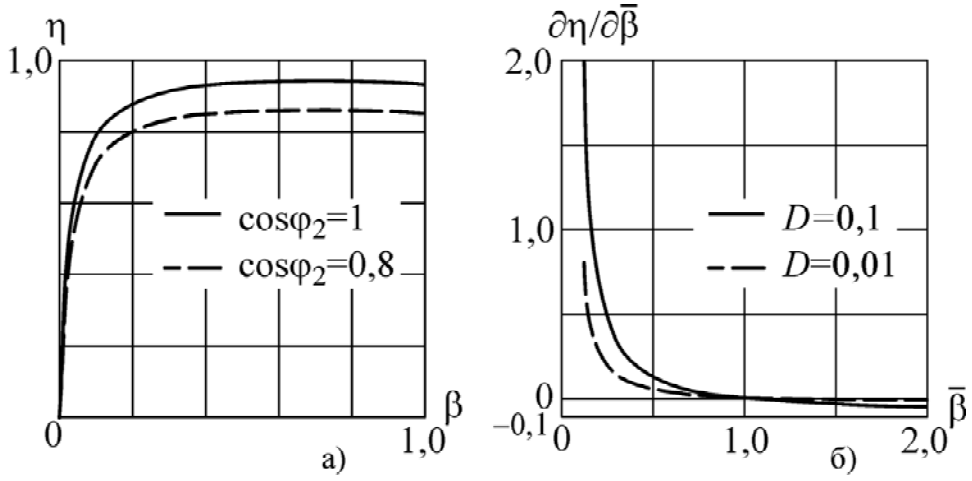


Рис. 7.5

Трансформатор является высокоэффективным преобразователем электрической энергии. Коэффициент полезного действия мощных трансформаторов доходит до 99,5%. Однако справочное значение КПД не отражает эффективности использования трансформатора, т.к. обычно его нагрузка меняется в широких пределах, как по величине, так и по характеру. Например, если в течение половины рабочего времени нагрузка трансформатора была активно индуктивной, а в течение второй половины число активной, то отношение количества энергии W_2, переданной потребителю, к количеству энергии W_1, полученной из сети, будет существенно ниже, чем при работе только с активной нагрузкой. Аналогично понизится КПД, рассчитанный по количеству энергии, если нагрузка в течение длительного времени будет значительно меньше номинальной. Поэтому на практике для силовых трансформаторов используют понятие КПД по энергии за определённый промежуток времени (обычно за год)

$$\eta_W = W_2 / W_1,$$

отражающее эффективность их эксплуатации.

7.5. Регулирование вторичного напряжения

Изменения напряжения в сети питающей трансформатор, а также изменение падения напряжения в самом трансформаторе вследствие изменения нагрузки вызывают колебания вторичного напряжения. В трансформаторах блоков питания электронной аппаратуры часто возникает необходимость точной

подстройки вторичного напряжения. Задачи подобного рода могут быть решены путём изменения коэффициента трансформации $k = w_1 / w_2$, т.е. числа включённых в работу витков первичной или вторичной обмотки. Для этого обмотка выполняется с рядом ответвлений, и для регулирования напряжения производится переключение этих ответвлений с помощью коммутационной аппаратуры.

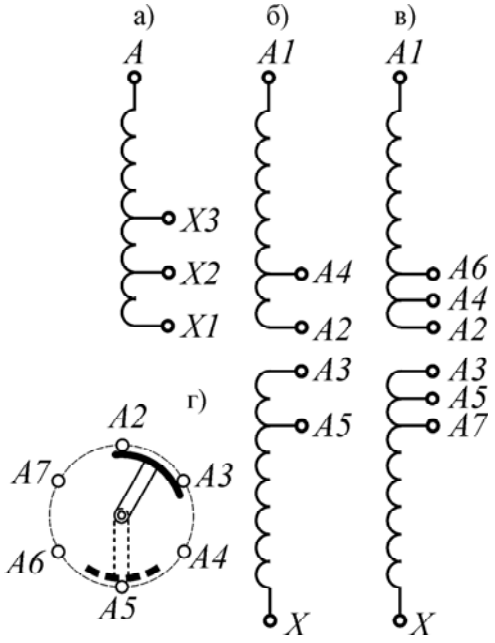


Рис. 7.6

Трансформаторы с переключением числа витков в отключённом состоянии изготавливаются с регулированием напряжения относительно номинального на ±5% или на ±2,5% и ±5%, а трансформаторы с регулированием напряжения под нагрузкой позволяют сделать это в пределах 6…10% с шагом 1,25…1,67%.

Обычно ответвления делаются у обмотки высшего напряжения. Она имеет большее количество витков, что позволяет более точно выполнить отбор требуемого напряжения. Кроме того, на стороне высшего напряжения ток меньше, поэтому более компактной получается коммутационная аппаратура.

Регулировочные ответвления делают либо в конце обмотки, либо в середине (рис. 7.6, *а-в*). Выбор того или иного способа выполнения отводов зависит в основном от конструкции обмотки. Например, в многослойной цилиндрической обмотке отводы проще выполнить в наружном слое, т.е. в конце обмотки.

Количество отводов зависит от требуемого шага и диапазона регулирования. Обмотки на рис. 7.6, *а* и *б* позволяют получить два значения напряжения, отличающиеся от номинального на ±5%, а обмотка на рис. 7.6, *в* – четыре значения в том же диапазоне. На рис. 7.6, *г* приведена схема коммутатора для этой обмотки.

Переключать отводы обмотки можно при отключённом от сети трансформаторе или без отключения. В последнем случае необходимо обеспечить переключение без разрыва цепи рабочего тока. Коммутатор на рис. 7.6, *г* не позволяет этого сделать, т.к. в промежуточных состояниях соседние контакты разомкнуты, например, в положении, показанном на рисунке штриховой линией.

Для осуществления коммутации под нагрузкой используют контроллеры с двумя подвижными контактами *S1* и *S2*, в цепь которых включен токоограничивающий реактор со средней точкой *P* (рис. 7.7). Если расстояние между осями подвижных контактов равно половине расстояния между осями неподвижных контактов *X1…X3*, а ширина подвижных контактов меньше промежутка между неподвижными контактами, то переключение с одного отвода обмотки на другой производится в четыре этапа.

В исходном состоянии *1* оба подвижных контакта замкнуты на контакт *X3* и ток нагрузки обтекает обе половины реактора в разных направлениях. Магнитодвижущие силы половин реактора имеют противоположное направление, поэтому магнитный поток в сердечнике практически отсутствует, индуктивное сопротивление реактора очень мало, и он не оказывает никакого влияния на цепь нагрузки. При смещении подвижных контактов в направлении $X2$ размыкается цепь контакта *S2*, и весь ток нагрузки переключается на одну половину реактора. В следующем состоянии подвижные контакты оказываются на соседних неподвижных контактах, и часть обмотки трансформатора $X3 - X2$ замыкается через реактор. При этом ток в замкнутом контуре, показанный на рисунке штриховой линией, обтекает половины реактора в одинаковых направлениях. Это вызывает намагничивание сердечника и резкое увеличение индуктивного сопротивления реактора по отношению к этому току. Дальнейшее смещение подвижных контактов приводит к размыканию контура, а затем оба контакта перемещаются в конечное положение *5*.

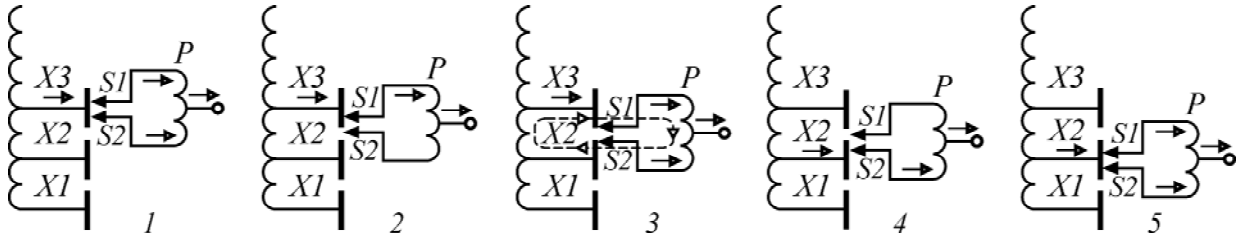


Рис. 7.7

Размыкание цепей с большими токами скользящими (подвижными) контактами невозможно. Поэтому при переключении отводов обмоток трансформаторов большой мощности подвижные контакты *S1* и *S2* перемещают независимо друг от друга и последовательно с ними включают контакторы, которые размыкают цепь перед тем, как подвижные контакты смещаются в положения *2* и *4*. В результате чего они в момент перемещения оказываются обесточенными.

Вместо реактора можно использовать также токоограничивающие сопротивления, однако это требует более сложной коммутационной аппаратуры, т.к. во избежание значительных потерь, в статических состояниях резисторы должны быть замкнутыми накоротко.

В настоящее время переключение отводов обмоток трансформатора осуществляют полупроводниковыми ключами, что значительно упрощает процесс коммутации и повышает надёжность коммутационной аппаратуры.

Глава 8. Трёхфазные трансформаторы

8.1. Магнитные системы трёхфазных трансформаторов

Вся электрическая энергия, производимая промышленным способом, передаётся и распределяется трёхфазными сетями. Преобразование напряжения в трёхфазной сети можно осуществлять тремя однофазными трансформаторами или специальным трансформатором, в котором магнитопроводы фаз объединены в общую магнитную систему. В первом случае магнитные системы фаз не-

зависимы и такой трансформатор называется трёхфазной трансформаторной группой или групповым трансформатором. Трансформатор со связанной магнитной системой из трёх стержней называется трёхстержневым трансформатором.

Трёхфазные трансформаторы легче и дешевле группы из трёх однофазных, однако, в сетях большой мощности для преобразования напряжений используют и групповое решение. Это связано с тем, что изготовление и доставка крупного трёхфазного трансформатора могут быть сложнее, чем трёх однофазных, или просто быть невозможными. Кроме того, выход из строя одной фазы в трансформаторной группе не требует замены или ремонта всего преобразователя. Это повышает надёжность системы, т.к. для устранения неисправности достаточно иметь резервный однофазный трансформатор, а повреждение нескольких фаз одновременно маловероятно.

Объединение магнитопроводов в трёхфазных трансформаторах создаёт помимо электрической связи магнитную связь между фазами, которая должна учитываться при анализе электромагнитных процессов.

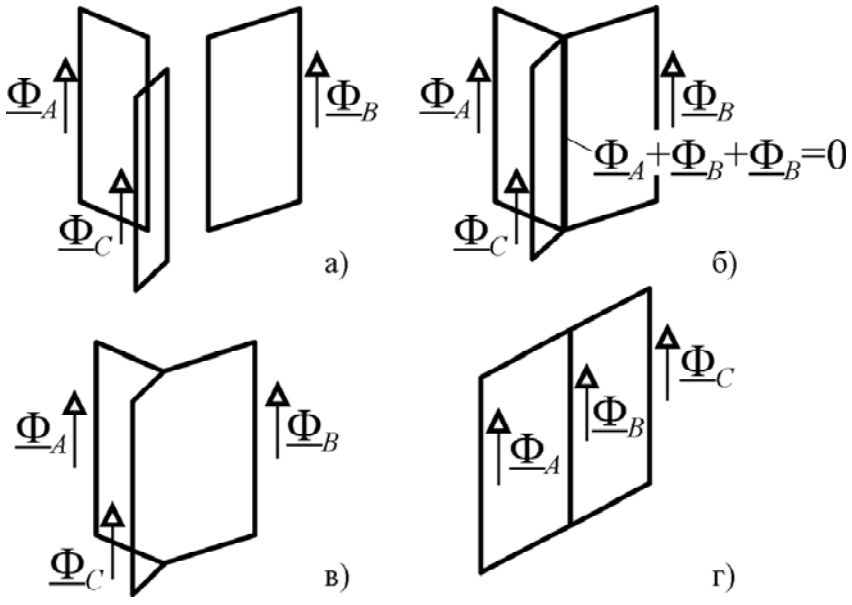


Рис. 8.1

На рис. 8.1, *а* схематично показаны три магнитопровода однофазных трансформаторов, работающих в трёхфазной сети и образующих несвязанную магнитную систему. Симметричные фазные токи создают в сердечниках этих трансформаторов симметричную систему магнитных потоков $\underline{\Phi}_A, \underline{\Phi}_B, \underline{\Phi}_C$. Если магнитопроводы объединить в один (рис. 8.1, *б*), то суммарный магнитный поток в центральном стержне по условию симметрии будет равен нулю

$$\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C = 0. \qquad (8.1)$$

Значит, этот стержень, не меняя режима работы магнитной цепи, можно удалить. В результате мы получим симметричный магнитопровод трёхфазного трансформатора со связанной магнитной системой (рис. 8.1, *в*), однако изготавливать такую сложную пространственную конструкцию по многим причинам нецелесообразно. Поэтому стержни магнитопровода располагают в одной плоскости (рис. 8.1, *г*) и магнитные цепи отдельных фаз становятся несимметричными, т.к. длина магнитной цепи фаз *A* и *C* больше, чем фазы *B*.

Рассмотрим влияние асимметрии магнитной цепи трёхстержневого трансформатора на токи в обмотках. Пусть идеальный трансформатор, т.е. трансформатор, в котором отсутствуют потери в обмотках и в сердечнике, а также магнитные потоки рассеяния, работает в режиме холостого хода. Тогда при симметричном питании магнитные потоки $\underline{\Phi}_A$, $\underline{\Phi}_B$ и $\underline{\Phi}_C$ образуют симметричную трёхфазную систему. Причём магнитные потоки в этой системе отстают по фазе от соответствующих фазных напряжений на угол 90° (рис.8.2, *б*).

Падения магнитного напряжения между узлами магнитной цепи *eb* на рис. 8.2, *а* равны

$$(r_{\mu c} + 2r_{\mu y})\underline{\Phi}_A = r_{\mu c}\underline{\Phi}_B = (r_{\mu c} + 2r_{\mu y})\underline{\Phi}_C, \qquad (8.2)$$

где $r_{\mu c} = r_{\mu ad} = r_{\mu be} = r_{\mu cf}$; $r_{\mu y} = r_{\mu ab} = r_{\mu bc} = r_{\mu de} = r_{\mu ef}$ – магнитные сопротивления соответственно стержней и каждой половины верхнего или нижнего ярма.

Если $\underline{F}_A$, $\underline{F}_B$ и $\underline{F}_C$ комплексные амплитуды МДС обмоток, то для магнитной цепи на рис. 8.2, *а* для контуров *edab* и *efcb* при принятых положительных направлениях и с учётом равенств (8.2) можно составить уравнения по второму закону Кирхгофа

$$\begin{aligned}(r_{\mu c} + 2r_{\mu y})\underline{\Phi}_A - r_{\mu c}\underline{\Phi}_B &= \underline{F}_A - \underline{F}_B;\\ (r_{\mu c} + 2r_{\mu y})\underline{\Phi}_C - r_{\mu c}\underline{\Phi}_B &= \underline{F}_C - \underline{F}_B.\end{aligned} \qquad (8.3)$$

Кроме того, если обмотки соединены по схеме без нулевого провода, то

$$\underline{F}_A + \underline{F}_B + \underline{F}_C = 0. \qquad (8.4)$$

Решая систему уравнений (8.3) и (8.4) относительно МДС, получим

$$\begin{aligned}\underline{F}_A &= (r_{\mu c} + 2r_{\mu y})\underline{\Phi}_A + \frac{2}{3}r_{\mu y}\underline{\Phi}_B;\\ \underline{F}_B &= r_{\mu c}\underline{\Phi}_B + \frac{2}{3}r_{\mu y}\underline{\Phi}_B;\\ \underline{F}_C &= (r_{\mu c} + 2r_{\mu y})\underline{\Phi}_C + \frac{2}{3}r_{\mu y}\underline{\Phi}_B.\end{aligned} \qquad (8.5)$$

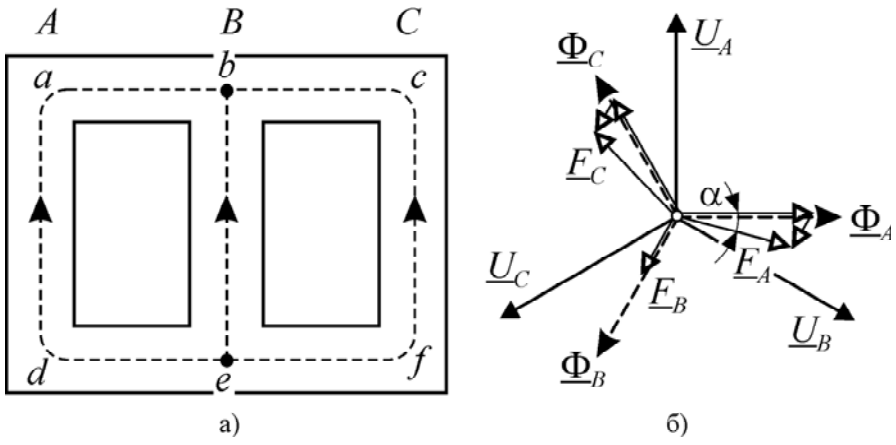


Рис. 8.2

Из этих выражений следует, что МДС F_B зависит только от магнитного потока в собственном стержне Φ_B, поэтому она совпадает с ним по фазе (рис. 8.2, *б*). В то же время, две другие МДС помимо магнитных потоков в собственных стержнях определяются также магнитным потоком в стерж-

не фазы *B* и являются суммой двух составляющих, одна из которых совпадает по фазе с потоком в собственном стержне, а другая совпадает по фазе с потоком в стержне фазы *B*. В результате МДС фазы *A* отстаёт от магнитного потока собственного стержня на некоторый угол α, а МДС фазы *C* опережает поток на такой же угол.

Таким образом, МДС и, следовательно, намагничивающие токи $\underline{I}_{mA}$, $\underline{I}_{mB}$ и $\underline{I}_{mC}$ образуют несимметричные системы, в которых $F_A = F_C > F_B$ или соответственно $I_{mA} = I_{mC} > I_{mB}$. Асимметрия токов, как следует из выражений (8.5), определяется величиной магнитного сопротивления ярма $r_{\mu y}$. Действительно, МДС обмоток фаз *B* и *C* становятся независимыми, если $r_{\mu y} = 0$.

Асимметрия токов холостого хода проявляется, главным образом, в трансформаторах малой мощности, где ярмо играет относительно бóльшую роль. Здесь токи холостого хода фаз *A* и *C* превышают ток фазы *B* на 20…50%. Однако, т.к. ток холостого хода мал и составляет 3…10% от номинального значения, то асимметрия перестаёт сказываться на работе трансформатора уже при очень небольшой нагрузке. В соответствии с ГОСТ в качестве справочного значения принимается среднее арифметическое значение токов холостого хода трёх фаз.

8.2. Способы и группы соединений обмоток

Каждая из обмоток трёхфазного трансформатора, как первичная, так и вторичная, может быть соединена: а) звездой, б) треугольником, в) зигзагом. Эти соединения обозначаются буквами Y, Δ и Z соответственно. Наличие вывода нулевой точки соединения указывается в обозначении индексом – Y_0. Например, обозначение Y_0/Δ соответствует соединению обмоток высшего напряжения звездой с нулевым проводом, а обмоток низшего напряжения треугольником.

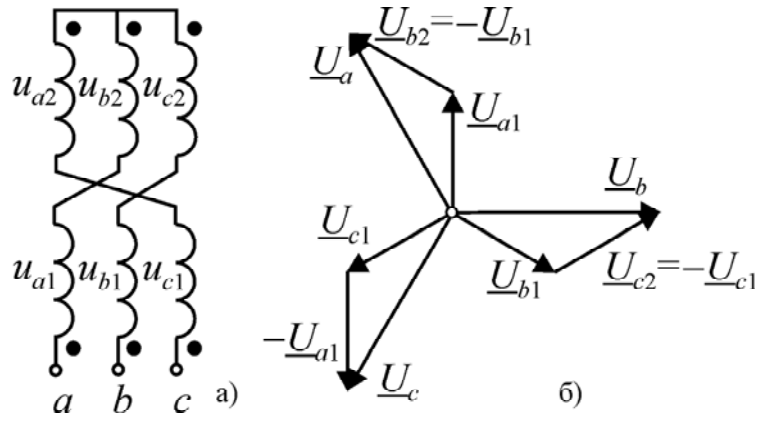


Рис. 8.3

Соединение зигзагом применяется редко только в специальных типах трансформаторов. В этой схеме каждая фазная обмотка состоит из двух одинаковых частей, размещённых на разных стержнях и соединённых последовательно встречно (рис. 8.3, *а*). Если половины обмоток, расположенные на одних и тех же стержнях, включить последовательно согласно и соединить полученные фазные обмотки звездой, то по сравнению с соединением зигзагом фазные ЭДС увеличатся в $2/\sqrt{3} = 1{,}15$ раз. Поэтому при одинаковых номинальных значениях напряжений количество

витков соединённой зигзагом обмотки и, соответственно, расход провода по сравнению с обмоткой, соединённой звездой, будет на 15% больше.

Независимо от способа соединения выводы обмоток называют – один началом, а другой концом. Для какой-либо одной фазной обмотки выбор начала и конца можно сделать произвольно. Если, например, за начало одной из обмоток принят вывод, двигаясь от которого вдоль витков мы совершаем движение по часовой стрелке, то для начал двух других обмоток это условие также должно выполняться.

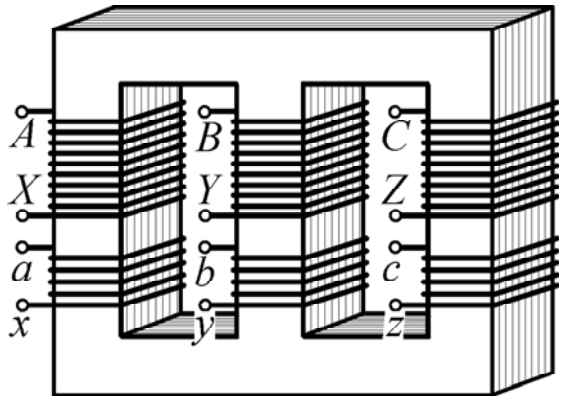


Рис. 8.4

Начала фазных обмоток высшего напряжения обозначаются первыми прописными буквами латиницы *A*, *B* и *C*, а концы – последними буквами *X*, *Y* и *Z* (рис. 8.4). Обмотки фаз низшего напряжения обозначаются теми же, но строчными буквами, т.е. *a,b,c* и *x,y,z*.

Для обеспечения возможности параллельного включения трансформаторов кроме схемы соединения обмоток и обозначения их выводов необходимо знать угол сдвига фаз между напряжениями на первичной и вторичной стороне. По величине этого угла соединения обмоток делят на группы. Принадлежность к той или иной группе соединения зависит от: а) направления намотки обмоток; б) способа обозначения выводов и в) способа соединения обмоток.

Пусть, например, обе обмотки, расположенные на одном стержне, намотаны в одну и ту же сторону и их верхние выводы приняты за начала обмоток (рис. 8.5, *а*). Тогда ЭДС, наводимые в обмотках основным магнитным потоком, будут синфазны. Синфазными будут и практически равные им по величине напряжения обмоток. На векторной диаграмме такие напряжения будут изображаться сонаправленными векторами.

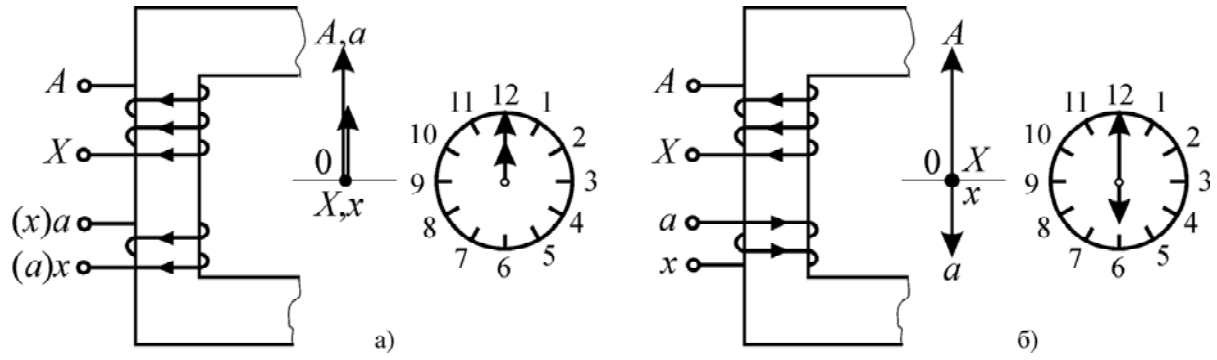


Рис. 8.5

Если первичная и вторичная обмотки намотаны в разные стороны (рис. 8.5, *б*), то полярности наводимых в них ЭДС при том же обозначении выводов будут противоположными, т.е. фазовый сдвиг между ними будут составлять 180°.

Соответственно противоположно направленными будут и векторы, изображающие эти ЭДС и напряжения обмоток. Очевидно, что такой же результат можно получить при одинаковом направлении намотки обмоток, поменяв местами обозначения выводов, как это указано в скобках на рис. 8.5, *а*. Если же одновременно изменить направление намотки и обозначение выводов, то фазовый сдвиг останется без изменения.

Таким образом, принимая вектор первичного напряжения $\underline{0A}$ за исходный, можно сказать, что в однофазном трансформаторе вектор вторичного напряжения $\underline{0a}$ либо совпадает с ним по направлению и угол фазового сдвига между напряжениями равен нулю, либо этот вектор имеет противоположное направление и угол фазового сдвига равен 180°.

Вместо указания численного значения угла фазового сдвига между напряжениями первичной и вторичной обмоток в трансформаторах используют часовой способ обозначения угла. При любых направлениях намотки и обозначении выводов однофазных и трёхфазных трансформаторов угол сдвига фаз может быть различным, но обязательно кратным 30°, поэтому для указания его значения используют циферблат часов. При этом вектор высшего линейного напряжения ассоциируют с минутной стрелкой, расположенной на цифре 12, а вектор низшего линейного напряжения принимают за малую стрелку «часов» и устанавливают в положение, соответствующее фазовому сдвигу. Полученное показание «часов» и служит обозначением группы соединения.

Например, соединение обмоток на рис. 8.5, *а* будет относиться к группе 12 или 0, а на рис. 8.5, *б* – к группе 6. Такие соединения однофазных трансформаторов обозначаются I/I-0 и I/I-6 соответственно, однако ГОСТ допускает только нулевую группу соединения I/I-0.

Рассмотрим теперь вопрос о группах соединений трёхфазных трансформаторов. Пусть, например, обмотки высшего и низшего напряжений намотаны в одинаковых направлениях, одинаково обозначены, соединены звездой и напряжения на первичной и вторичной стороне трансформатора образуют симметричные системы (рис. 8.6, *а*). Тогда векторы линейных напряжений первичной и вторичной обмоток будут направлены одинаково, и если совместить вектор $\underline{U}_{AB}$ с минутной стрелкой в положении 12(0) часов, то такое же положение займёт вектор низшего напряжения $\underline{U}_{ab}$. Значит, это соединение будет отнесено к нулевой группе и обозначено Y/Y-0, где первый символ, означающий схему соединения фазных

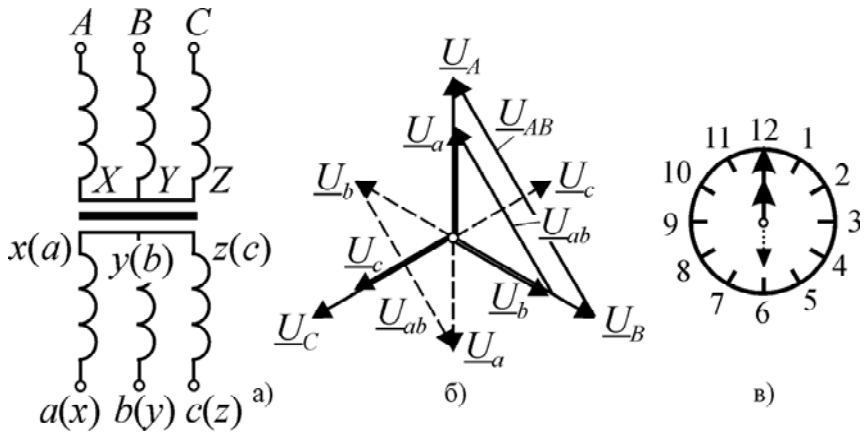


Рис. 8.6

обмоток, относится к обмотке высшего напряжения, а второй – к обмотке низшего напряжения.. Если поменять обозначения выводов первичной или вторичной обмотки на противоположное, например, как это указано в скобках на рис. 8.6, *а*, то начальная фаза всех напряжений, относящихся ко вторичной обмотке изменится на 180°. Соответственно изменится на противоположное и направление изображающих векторов (рис. 8.6, *б*). В результате новое соединение будет относиться к группе Y/Y-6.

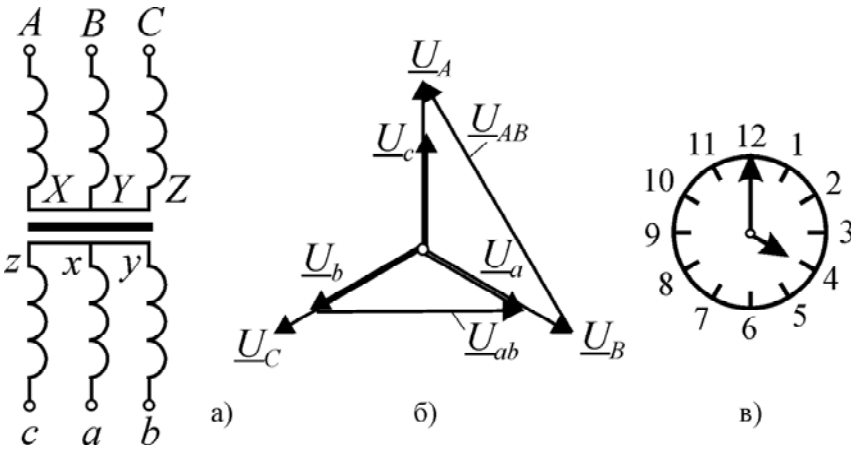


Рис. 8.7

Изменим теперь порядок обозначения фазных обмоток на стороне низшего напряжения, например, как это показано на рис. 8.7, *а*. Тогда напряжение в фазе *ax* будет синфазно с напряжением фазы *BY* обмотки высшего напряжения, а напряжения в фазах *by* и *cz* – синфазны с напряжениями фаз *CZ* и *AX* соответственно. В результате линейное напряжение u_{ab} будет отставать по фазе от линейного напряжения на первичной стороне u_{AB} на 120° и на такой же угол сместится вектор $\underline{U}_{ab}$ по отношению к вектору $\underline{U}_{AB}$. Поэтому новое соединение будет относиться к группе Y/Y-4.

Очевидно, что при соединении обеих обмоток треугольником при смещении обозначений и при изменении обозначений начал и концов фазных обмоток мы получим в точности такие же группы соединении, как при соединении Y/Y.

В случае соединения обмоток по схеме Y/Δ (рис. 8.8). Вектор низшего линейного напряжения $\underline{U}_{ab} = -\underline{U}_b$ будет смещён на 30° в сторону опережения по отношению к вектору высшего линейного напряжения $\underline{U}_{AB}$ (рис. 8.8, *б*), т.е. он займёт на циферблате положение соответствующее 11 часам. Значит, такое соединение будет отнесено к группе 11 и обозначено Y/Δ-11.

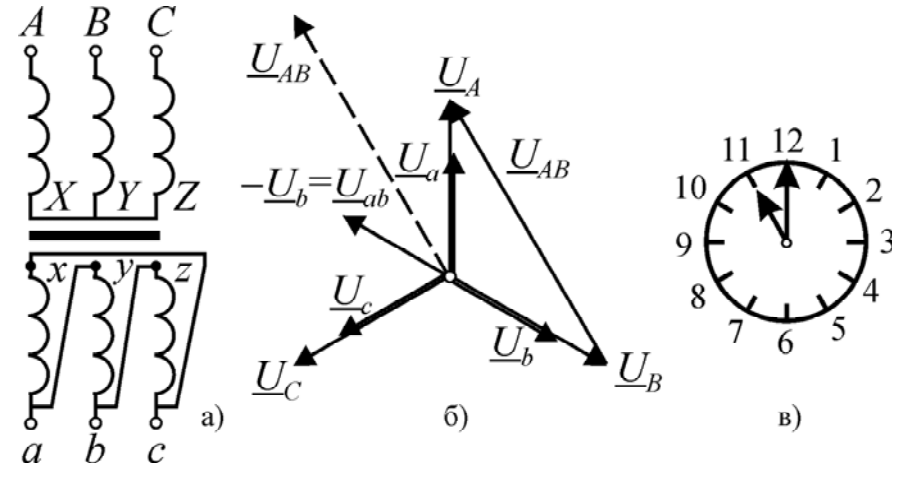


Рис. 8.8

Если поменять

местами обозначения фазных обмоток на стороне низшего напряжения, то все векторы, соответствующие вторичной обмотке, изменят направление на противоположное и фазовый сдвиг между линейными напряжениями составит 150°, что соответствует группе соединения Y/Δ-5.

Можно показать, что при всех возможных комбинациях обозначения выводов обмоток при включении их по одинаковым схемам (Y/Y или Δ/Δ) получаются все чётные группы соединений, а при включении по разным схемам (Y/Δ или Δ/Y) - все нечётные.

Несмотря на то, что различными соединениями и обозначениями обмоток можно получить все без исключения группы, стандартом предусмотрены только две из них – 0 и 11. На практике группе 0 соответствует один вид соединения Y/Y_0-0, используемый в трансформаторах с высшим напряжением до 35 кВ и низшим 230 В или 400 В, а группе 11 – четыре соединения Δ/Y_0-11, Y/Δ-11, Y_0/Δ-11 и Y/Z-11, которые используют в мощных и в специальных типах трансформаторов при более высоких напряжениях.

8.3. Особенности намагничивания сердечников

Трёхфазные трансформаторы представляют собой взаимосвязанную систему трёх электрических и магнитных цепей. Взаимное влияние процессов в каждой фазе на две другие создаёт различные эффекты, которые необходимо учитывать при выборе технических решений и при эксплуатации трансформаторов.

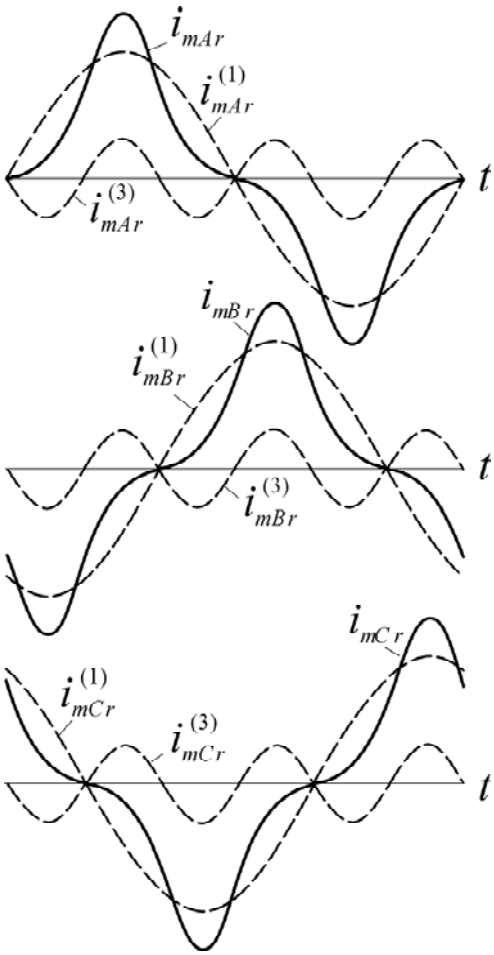


Рис. 8.9

Рассмотрим режим холостого хода в трёхфазном трансформаторе с соединением обмоток Y/Δ. Пусть вначале к сети с симметричным синусоидальным напряжением подключена обмотка, соединённая треугольником. Следовательно, магнитные потоки каждой фазы также будут синусоидальными, а намагничивающие токи, как и в однофазном трансформаторе, будут содержать высшие нечётные гармоники, причём во всех фазах эти гармоники будут располагаться по отношению к основной гармонике идентичным образом (рис. 8.9).

Однако если основные гармоники смещены по фазе по отношению друг к другу на угол 120°, то для высших гармоник это смещение составит $\nu \cdot 120°$, где ν – порядковый номер гармоники. Значит, гармоники кратные трём имеют нулевой фазовый сдвиг $3k \cdot 120° = k360° = 0°$. Поэтому в линейных то-

ках, представляющих собой разность двух фазных токов, эти гармоники будут отсутствовать, но в замкнутом контуре треугольника эти равные по величине и совпадающие по фазе токи образуют общий циркуляционный ток.

Если к трёхфазной сети подключить обмотку, соединённую звездой без нулевого провода, то гармоники кратные трём в фазных и в линейных токах будут отсутствовать, т.к. из условия $\sum i = 0$ для узла соединения звездой следует, в частности, $i_{mAr}^{(3k)} + i_{mBr}^{(3k)} + i_{mCr}^{(3k)} = 3i_{mr}^{(3k)} = 0$, что для синфазных токов возможно только при нулевом значении амплитуды. Однако в этом случае магнитный поток в сердечнике не может быть синусоидальным, т.к. это требует полного спектра гармоник тока. Значит, в спектре фазных магнитных потоков появятся кратные трём синфазные гармоники, которые будут индуцировать в соединённых треугольником обмотках равные по величине и совпадающие по фазе ЭДС соответствующих частот. Наиболее ярко выраженной из высших гармоник магнитного потока, очевидно, будет третья гармоника $\Phi_{\mathrm{Y}}^{(3)}$ и соответствующая ей ЭДС $E_{\Delta}^{(3)}$. Складываясь в замкнутом контуре треугольника, эти ЭДС возбудят циркуляционный ток $I_{\Delta}^{(3)} = E_{\Delta}^{(3)} / z_{ph} \approx E_{\Delta}^{(3)} / x_{ph}$, который вследствие преобладания индуктивной составляющей x_{ph} фазного сопротивления z_{ph} будет практически чисто индуктивным. Поэтому создаваемые этим током магнитные потоки $\Phi_{\Delta}^{(3)}$ почти полностью компенсируют потоки в первичной обмотке $\Phi_{\mathrm{Y}}^{(3)}$, и результирующие потоки фаз будут практически синусоидальными. Следовательно, отличие электромагнитных процессов при возбуждении магнитного поля со стороны обмотки, соединённой звездой, заключается только в том, что циркуляционный ток гармоник кратных трём возникает во вторичной обмотке.

Из изложенного следует, что в случае соединения одной из обмоток треугольником фазные магнитные потоки, ЭДС и напряжения остаются синусоидальными независимо от того, какая из обмоток является первичной, что является существенным преимуществом таких схем соединений. Причём это в равной степени относится как к трёхстержневым трансформаторам, так и к группе однофазных трансформаторов.

В случае если обе обмотки трансформатора соединены звездой без нулевого провода, то по выясненным выше причинам в намагничивающих токах первичной и вторичной обмоток гармоники кратные трём существовать не могут. Но тогда эти гармоники, и третья в первую очередь, будут присутствовать в магнитных потоках фаз и, следовательно, в фазных ЭДС и напряжениях, которые, очевидно, будут несинусоидальными. Однако линейные ЭДС и напряжения при этом будут синусоидальными, т.к. они являются разностью двух фазных величин, а равные по амплитуде синфазные составляющие при вычитании исключаются.

Величина гармоник кратных трём в фазных ЭДС и напряжениях может быть значительной, т.к. частота является множителем в выражении для амплитуды ЭДС, наводимой магнитным потоком. Значит, третья гармоника, состав-

ляющая 10% от величины первой гармоники магнитного потока, в спектре ЭДС будет составлять уже 30%.

В трёхфазной группе однофазных трансформаторов, а также в бронестержневых трансформаторах, магнитные потоки гармоник кратных трём в каждой фазе замыкаются по сердечнику аналогично потокам первой гармоники. Однако в трёхстержневом трансформаторе одинаковые по амплитуде синфазные потоки не могут замыкаться по сердечнику по той же причине, по которой контуры токов этих гармоник не могут замыкаться через узел обмотки, соединённой звездой без нулевого провода. Поэтому они замыкаются от одного ярма к другому через трансформаторное масло или воздух, через крепёжные детали и стенки бака, возбуждая в проводящих материалах конструкции вихревые токи, которые создают дополнительные потери энергии. В то же время, большое магнитное сопротивление контуров, по которым замыкаются потоки третьей и других кратных гармоник уменьшает их величину по сравнению с групповыми и бронестержневыми трансформаторами.

Наличие нулевого провода несколько улучшает положение, т.к. при этом возникают контуры, по которым могут замыкаться токи гармоник кратных трём. Однако эти контуры включают фазные сопротивления нагрузки или другие сопротивления, ограничивающие величину токов и снижающие эффект их воздействия.

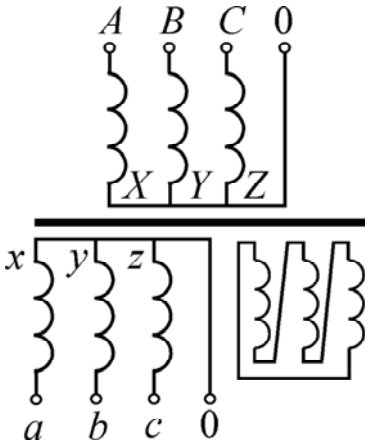


Рис. 8.10

Таким образом, в трёхфазных трансформаторах с соединением обмоток по схеме Y/Y возникают неблагоприятные явления в виде искажения фазных напряжений, а в трёхстержневых трансформаторах также добавочные потери от вихревых токов в элементах конструкции. Поэтому мощные трансформаторы с таким соединением обмоток не строят. Если же существует необходимость в мощном трансформаторе с заземлением нулевых точек с обеих сторон, то в нём создают дополнительную, третичную или компенсационную обмотку, соединённую треугольником, замкнутую на себя и рассчитанную только на токи третьей гармоники (рис. 8.10).

8.4. Несимметричная нагрузка трансформатора

Несимметричная нагрузка возникает обычно из-за неравномерного распределения потребителей по фазам трансформатора, а также в предельном случае при коротком замыкании одной или двух фаз нагрузки.

Асимметрия нагрузки вызывает появление асимметрии токов и напряжений, что неблагоприятно сказывается на работе потребителей, вплоть до возникновения у них аварийных режимов. Кроме того, в самом трансформаторе возникают добавочные потери, снижающие его КПД и нарушающие тепловой режим.

Для исследования несимметричных режимов в трёхфазных линейных электрических и магнитных цепях используют метод симметричных составляющих. Сущность этого метода заключается в возможности представления любой несимметричной трёхфазной системы величин эквивалентной суммой трёх симметричных трёхфазных систем с прямым, обратным и нулевым порядком чередования фаз. Это позволяет исследовать процессы отдельно для каждой симметричной системы, пользуясь известными методами, а затем суммировать результаты, полученные по трём составляющим.

На рис. 8.11 в качестве примера показана система векторов $\underline{A}$, $\underline{B}$ и $\underline{C}$, изображающих некую несимметричную трёхфазную систему величин (токов, напряжений, ЭДС, магнитных потоков и др.), а также её симметричные составляющие прямой ($\underline{A}_+$, $\underline{B}_+$,$\underline{C}_+$), обратной ($\underline{A}_-$, $\underline{B}_-$,$\underline{C}_-$) и нулевой ($\underline{A}_0$, $\underline{B}_0$,$\underline{C}_0$) последовательности. Для построений, показанных на рисунке, справедливо

$$\left.\begin{aligned}\underline{A} &= \underline{A}_+ + \underline{A}_- + \underline{A}_0\\ \underline{B} &= \underline{B}_+ + \underline{B}_- + \underline{B}_0\\ \underline{C} &= \underline{C}_+ + \underline{C}_- + \underline{C}_0\end{aligned}\right\} \qquad (8.6)$$

где $\underline{a} = e^{j2\pi/3}$ – оператор поворота трёхфазной системы.

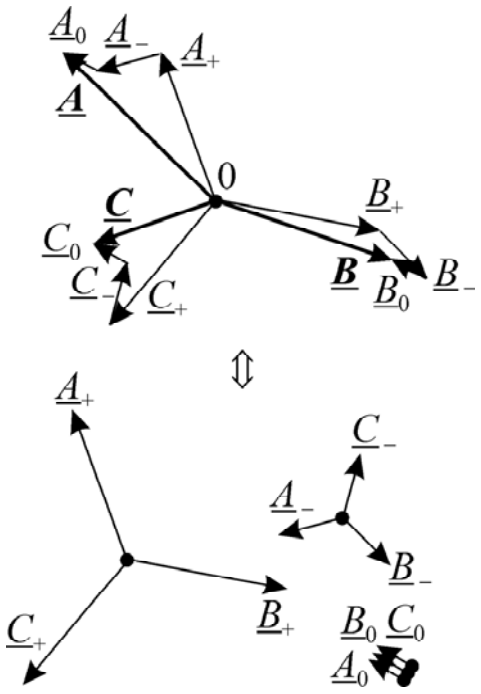


Рис. 8.11

Составляющие прямой и обратной последовательности представляют собой обычные симметричные трёхфазные системы равных по модулю векторов, смещённых по отношению друг к другу на 120°. Систему нулевой последовательности образую три одинаковых вектора с нулевым угловым смещением. Оригиналы величин, соответствующих векторному представлению составляющей нулевой последовательности, представляют собой три одинаковые по амплитуде, фазе и частоте синусоидальные функции.

Пользуясь тем, что каждую из трёх симметричных систем можно однозначно определить одним базовым вектором, выразив два других через оператор поворота и приняв в качестве базовых составляющие вектора $\underline{A}$, из уравнений (8.6) можно найти эти базовые векторы как

$$\left.\begin{aligned}\underline{A}_+ &= \left(\underline{A} + \underline{a}\cdot\underline{B} + \underline{a}^2\underline{C}\right)/3\\ \underline{A}_- &= \left(\underline{A} + \underline{a}^2\underline{B} + \underline{a}\cdot\underline{C}\right)/3\\ \underline{A}_0 &= \left(\underline{A} + \underline{B} + \underline{C}\right)/3\end{aligned}\right\} \qquad (8.7)$$

Следует заметить, что метод симметричных составляющих применим только к линейным электрическим и магнитным цепям, а т.к. трансформатор в принципе является нелинейным объектом, что, прежде всего, относится к ферромагнитному сердечнику, то полагают, что он ненасыщен, поэтому индуктивность основного магнитного потока является постоянной величиной. Это допущение не совсем корректно, поэтому результаты анализа, полученные методом симметричных составляющих, имеют в значительной степени качественный характер. Тем не менее, метод позволяет выявить основные эффекты, возникающие при нарушении симметрии нагрузки трансформатора.

В дальнейшем в этом разделе будем предполагать, что числа витков первичной и вторичной обмоток одинаковы, что позволяет исключить индексы, обозначающие приведённую обмотку. При этом общность выводов никоим образом не ограничивается, т.к. при различии чисел витков всегда можно произвести соответствующие пересчёты.

Работа трансформатора и сопротивления его обмоток не зависят от порядка чередования фаз. Если, например, одновременно поменять местами выводы *B* и *C* первичной обмотки, а также выводы *b* и *c* вторичной обмотки трансформатора, то режим работы потребителей и самого трансформатора не изменятся. Однако при этом изменится на обратный порядок чередования фаз. Значит, токи обратной последовательности преобразуются из одной обмотки в другую так же, как токи прямой последовательности. Поэтому схемы замещения трансформатора и её параметры для обеих составляющих одинаковы.

Если под несимметричной системой величин понимать линейные токи обмотки трансформатора, т.е.

$$\underline{A} = \underline{I}_a;\ \underline{B} = \underline{I}_b;\ \underline{C} = \underline{I}_c,$$

то в соответствии с (8.7) условием существования токов нулевой последовательности будет

$$\underline{I}_0 \neq 0 \Rightarrow\ \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c \neq 0. \qquad (8.8)$$

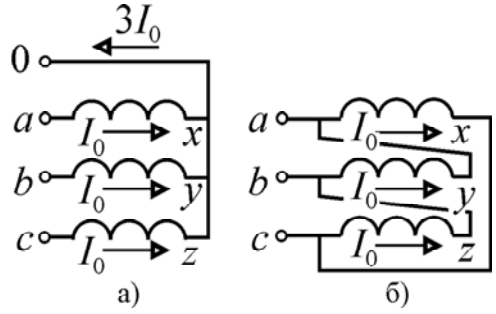


Рис. 8.12

Но при отсутствии нулевого провода $\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0$, значит, токи нулевой последовательности в линейных проводах возможны только в обмотке, соединённой звездой с нулевым проводом. При этом их величина равна одной трети значения тока нулевого провода (рис. 8.12, *а*).

Однако, не нарушая условия $\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0$, токи нулевой последовательности могут протекать в контуре обмотки соединённой треугольником как составляющие фазных токов (рис. 8.12, *б*). Действительно, фазные токи можно представить симметричными составляющими

$$\left.\begin{aligned}\underline{I}_{ax} &= \underline{I}_{ax+} + \underline{I}_{ax-} + \underline{I}_{ax0}\\ \underline{I}_{by} &= \underline{I}_{by+} + \underline{I}_{by-} + \underline{I}_{by0}\\ \underline{I}_{cz} &= \underline{I}_{cz+} + \underline{I}_{cz-} + \underline{I}_{cz0}\end{aligned}\right\}$$

и если $\underline{I}_{ax0} = \underline{I}_{by0} = \underline{I}_{cz0} = \underline{I}_0$, то

$$\left.\begin{aligned}\underline{I}_a &= \underline{I}_{ax} - \underline{I}_{by} = \left(\underline{I}_{ax+} - \underline{I}_{by+}\right) + \left(\underline{I}_{ax-} - \underline{I}_{by-}\right) + \underline{I}_0 - \underline{I}_0 = \underline{I}_{a+} + \underline{I}_{a-}\\ \underline{I}_b &= \underline{I}_{by} - \underline{I}_{cz} = \left(\underline{I}_{by+} - \underline{I}_{cz+}\right) + \left(\underline{I}_{by-} - \underline{I}_{cz-}\right) + \underline{I}_0 - \underline{I}_0 = \underline{I}_{b+} + \underline{I}_{b-}\\ \underline{I}_b &= \underline{I}_{cz} - \underline{I}_{ax} = \left(\underline{I}_{cz+} - \underline{I}_{ax+}\right) + \left(\underline{I}_{cz-} - \underline{I}_{ax-}\right) + \underline{I}_0 - \underline{I}_0 = \underline{I}_{c+} + \underline{I}_{c-}\end{aligned}\right\}$$

Следовательно, здесь также как в соединении обмотки звездой без нулевого провода линейные токи $\underline{I}_a$, $\underline{I}_b$ и $\underline{I}_c$ будут содержать только составляющие прямой и обратной последовательностей.

Токи нулевой последовательности создают в сердечниках, на которых расположены обмотки, магнитные потоки нулевой последовательности, т.е. одинаковые по величине синфазные потоки, отличающиеся по существу от потоков третьей гармоники тока намагничивания только частотой. Значит, в трёхфазной группе однофазных трансформаторов и в бронестержневом трансформаторе они будут замыкаться по сердечникам, создавая большие потоки, соизмеримые с рабочим потоком, если величина тока нулевой последовательности соизмерима с током холостого хода. В трёхстержневом трансформаторе синфазные потоки нулевой последовательности не могут замыкаться по стержням и образуют контур от ярма к ярму через внешние по отношению к сердечнику элементы конструкции. В этом случае магнитное сопротивление контура потоков нулевой последовательности относительно велико и его величина существенно меньше, чем в группе однофазных трансформаторов.

Магнитные потоки нулевой последовательности наводят в фазных обмотках ЭДС само- и взаимоиндукции точно так же как потоки прямой и обратной последовательности, поэтому для них также можно составить Т-образную схему замещения, параметры которой соответствуют индуктивностям этих потоков.

В трансформаторе с соединением обмоток $\mathrm{Y}_0/\mathrm{Y}_0$ токи и нулевой последовательности могут существовать в обеих обмотках. Поэтому вид схемы замещения полностью аналогичен схеме замещения для прямой последовательности (рис. 8.13, *а*). При отсутствии нулевого провода у одной из обмоток, соединённых звездой, соответствующая ветвь схемы замещения будет разомкнута, например, как это показано на рис. 8.13, *б* у первичной обмотки, но при этом в ней будет наводиться ЭДС потоком нулевой последовательности, создаваемым вторичной обмоткой. В случае соединения обмоток по схеме Y_0/Δ или Δ/Y_0 токи нулевой последовательности могут существовать в обеих обмотках, но обмотка, соединённая треугольником, замкнута для этих токов накоротко. Поэтому схема замещения соответствует режиму короткого замыкания (рис. 8.13, *в*).

Комплексные сопротивления первичной и вторичной обмоток для токов нулевой последовательности практически не отличаются от значений этих сопротивлений для токов прямой и обратной последовательности, т.е.

$$\underline{Z}_{10} \approx \underline{Z}_{1+} = \underline{Z}_{1-} = r_1 + jx_{s1};\ \underline{Z}_{20} \approx \underline{Z}_{1-} = \underline{Z}_{2-} = r_2 + jx_{s2}.$$

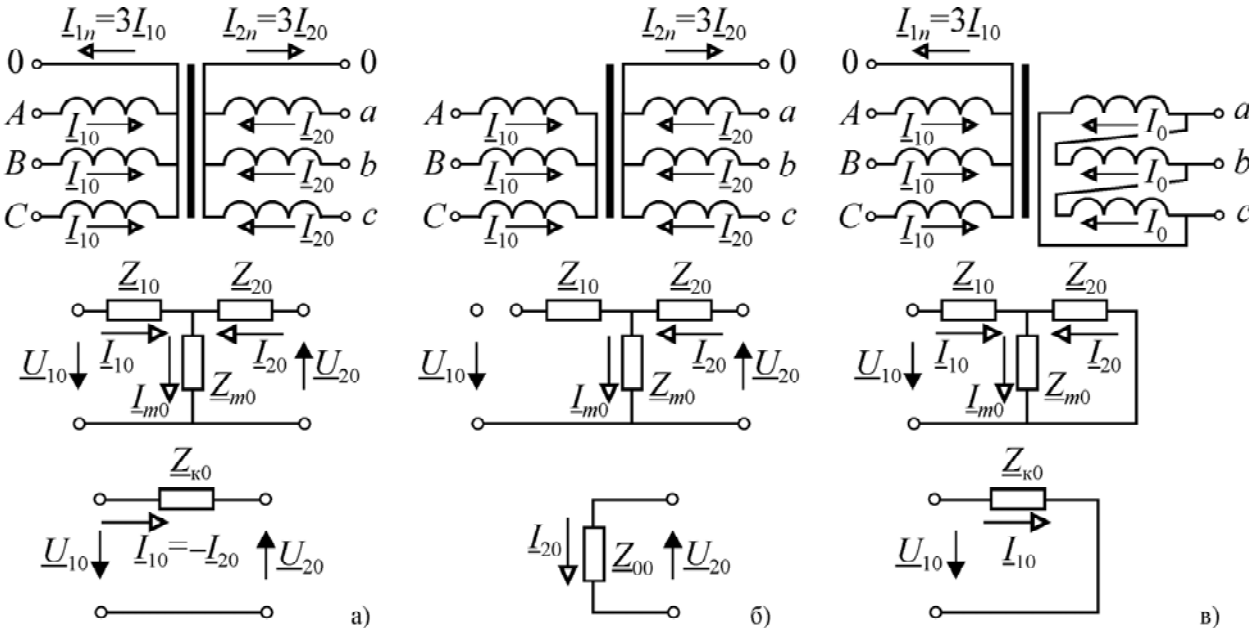


Рис. 8.13

Сопротивление намагничивающей ветви $\underline{Z}_{m0}$ у групповых и бронестержневых трансформаторов также практически не отличаются от сопротивления для токов прямой и обратной последовательности $\underline{Z}_m$, т.к. основные магнитные потоки нулевой последовательности замыкаются по тем же контурам, по которым замыкаются потоки двух других составляющих. У трёхстержневых трансформаторов $\underline{Z}_{m0}$ на один или два порядка меньше $\underline{Z}_m$, но приблизительно на порядок больше сопротивления короткого замыкания $\underline{Z}_{к0} \approx \underline{Z}_к = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$. Учитывая эти соотношения параметров и режимы работы трансформатора при различных соединениях обмоток, можно получить упрощённые схемы замещения, показанные на рис. 8.13 в нижнем ряду.

Во всех схемах замещения ЭДС, наводимая основным магнитным потоком нулевой последовательности, равна падению напряжения в намагничивающей ветви:

$$\underline{E}_0 = -\underline{Z}_{m0}\underline{I}_{m0}. \qquad (8.9)$$

В случае отсутствия токов нулевой последовательности МДС и токи первичной и вторичной обмоток в каждой фазе уравновешиваются

$$\underline{I}_A = -\underline{I}_a;\ \underline{I}_B = -\underline{I}_b;\ \underline{I}_C = -\underline{I}_c.$$

Поэтому взаимное влияние электромагнитных процессов в одних фазах на другие отсутствует и для каждой фазы справедливы схемы замещения вида рис. 6.3, которые можно использовать для расчёта фазных величин с учётом разли-

чия нагрузок, не раскладывая токи и напряжения на симметричные составляющие.

Падения напряжения ΔU при несимметричной нагрузке в разных фазах будут разными, однако эти различия будут небольшими, т.к. сопротивление короткого замыкания трансформатора $\underline{Z}_{\text{к}}$ относительно мало. Поэтому асимметрия нагрузки при отсутствии токов нулевой последовательности не вызывает существенного искажения фазных и линейных напряжений.

Ситуация меняется при появлении токов нулевой последовательности. При этом возможны два случая: 1) токи нулевой последовательности существуют в обеих обмотках и 2) они возникают только в одной обмотке.

В первом случае намагничивающим током нулевой последовательности можно пренебречь, т.к. $\underline{Z}_{m0} \gg \underline{Z}_1 \approx \underline{Z}_2$, и тогда

$$\underline{I}_{A0} = \underline{I}_{B0} = \underline{I}_{C0} = -\underline{I}_{a0} = -\underline{I}_{b0} = -\underline{I}_{c0}.$$

Следовательно, МДС токов нулевой последовательности взаимно уравновешиваются в каждой фазе трансформатора. Значит, эти токи трансформируются из одной обмотки в другую точно так же, как токи прямой и обратной последовательности и в этом случае нет необходимости в использовании метода симметричных составляющих при расчётах.

Нулевые составляющие падения напряжения в нагрузке $\underline{U}_{20}$ возникают только за счёт относительно небольших падений напряжения на сопротивлении короткого замыкания $\underline{Z}_{\text{к}}\underline{I}_{10}$. Поэтому асимметрия напряжений в трансформаторах с соединением обмоток Y_0/Y_0, Y_0/Δ и Δ/Y_0 относительно невелика.

В случае соединения обмоток трансформатора по схеме Y/Y_0 токи нулевой последовательности протекают только во вторичной обмотке и не уравновешиваются токами обмотки первичной. Эти токи являются чисто намагничивающими (см. рис. 8.13, *б*), поэтому ЭДС нулевой последовательности $\underline{E}_0 = -\underline{Z}_{m0}\underline{I}_{m0} = -\underline{Z}_{m0}\underline{I}_{20}$ может достигать больших значений и существенно искажать фазные ЭДС и напряжения. Если, например, ток нулевой последовательности равен току холостого хода, то в групповом трансформаторе $E_0 \approx E_1$, т.е. ЭДС нулевой последовательности равна ЭДС основного магнитного потока прямой последовательности.

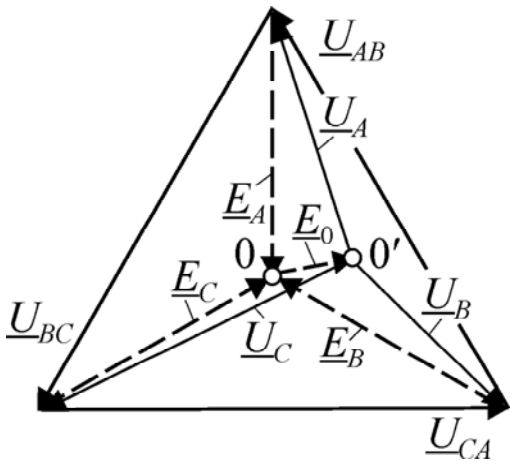


Рис. 8.14

Рассмотрим качественно искажения напряжений, создаваемые токами нулевой последовательности. Пусть первичная обмотка трансформатора подключена к источнику питания с симметричными линейными напряжениями с прямым порядком чередования фаз (рис. 8.14). На холостом ходу фазные напряжения также образуют симметричную систему прямой последовательности $\underline{U}_A \approx -\underline{E}_A; \underline{U}_B \approx -\underline{E}_B; \underline{U}_C \approx -\underline{E}_C$. При несимметричной нагрузке с об-

разованием токов всех последовательностей токи прямой и обратной последовательности вторичной обмотки будут уравновешены соответствующими токами первичной обмотки и не вызовут существенного искажения фазных напряжений. В то же время неуравновешенные со стороны первичной обмотки токи нулевой последовательности вторичной обмотки индуктируют в обеих обмотках ЭДС E_0, которые будут складываться с ЭДС основного магнитного потока. В результате образуется несимметричная система фазных напряжений

$$\underline{U}_A \approx -\underline{E}_A - \underline{E}_0; \underline{U}_B \approx -\underline{E}_B - \underline{E}_0; \underline{U}_C \approx -\underline{E}_C - \underline{E}_0,$$

нулевая точка которой $0'$ будет сильно смещена по отношению к нулевой точке симметричной системы фазных напряжений 0 (рис. 8.14). Величина ЭДС E_0 и её начальная фаза определяются величиной и фазой токов нулевой последовательности, которые, в свою очередь, определяются условиями нагрузки.

В групповых и бронестержневых трансформаторах сильные искажения, создающие угрозу аварийной ситуации у однофазных потребителей, появляются уже при незначительных по величине токах нулевой последовательности. Поэтому соединение Y/Y_0 в них обычно не применяется. Если же по каким-либо причинам это необходимо, то для устранения влияния токов нулевой последовательности у таких трансформаторов выполняется соединённая треугольником и замкнутая на себя третичная или компенсационная обмотка, совершенно аналогичная по функции третичной обмотке, применяемой для компенсации токов третьей гармоники тока намагничивания (см. раздел 8.3).

У трёхстержневых трансформаторов с соединением обмоток Y/Y_0 искажение фазных напряжений при прочих равных условиях существенно меньше. При этом величина тока в нулевом проводе ограничена ГОСТ до 25% от номинального тока, что соответствует максимально возможному значению тока нулевой последовательности в 8,3% от номинального.

Глава 9. Параллельная работа трансформаторов

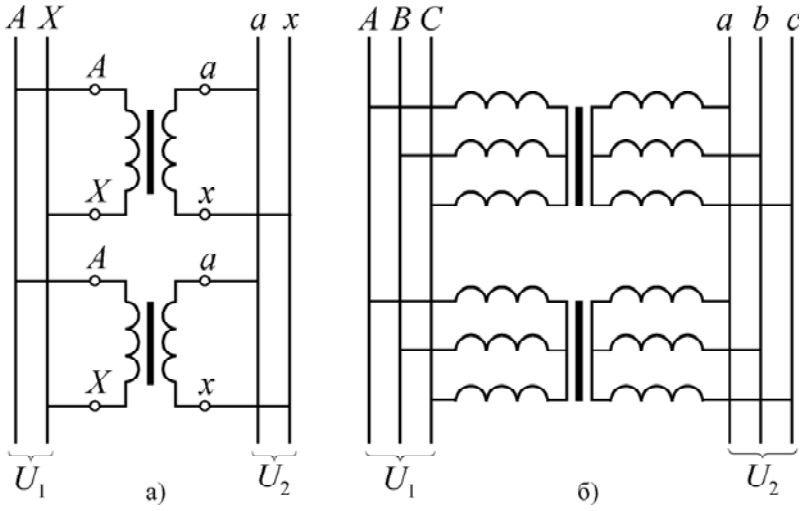


Рис. 9.1

Под параллельной работой понимается подключение нескольких трансформаторов к общей нагрузке при питании первичных обмоток от одной сети (рис. 9.1).

Параллельное подключение используется в тех случаях, когда по техническим или экономическим причинам требуется разделить общую мощность трансформатора.

При параллельной работе необходимо обеспечить условия, при которых каждый трансформатор нагружен близкой к номинальной мощностью и при этом не возникают дополнительные потери энергии, связанные с параллельным включением. К таким условиям относятся равенства:

1. коэффициентов трансформации;
2. групп соединений обмоток;
3. напряжений короткого замыкания.

Нарушение первых двух условий приводит к появлению уравнительных токов между обмотками трансформаторов, а нарушение третьего условия вызывает непропорциональное распределение мощности нагрузки. Следует заметить, что обязательным является выполнение только второго условия. Первое и третье условия обычно выполняются с допустимыми отклонениями.

При анализе процессов можно ограничиться параллельной работой однофазных трансформаторов, т.к. это эквивалентно работе одной фазы трёхфазного трансформатора.

9.1. Параллельная работа трансформаторов с неравными коэффициентами трансформации

Рассмотрим эту задачу на примере двух однофазных трансформаторов с коэффициентами $k_1 < k_2$ при соблюдении двух других условий параллельной работы.

Если напряжение первичной сети равно номинальным значениям каждого из параллельно включённых трансформаторов, т.е. $U_1 = U_{1N1} = U_{1N2}$, то

$$E_{21} \approx U_1 / k_1 > E_{22} \approx U_1 / k_2 .$$

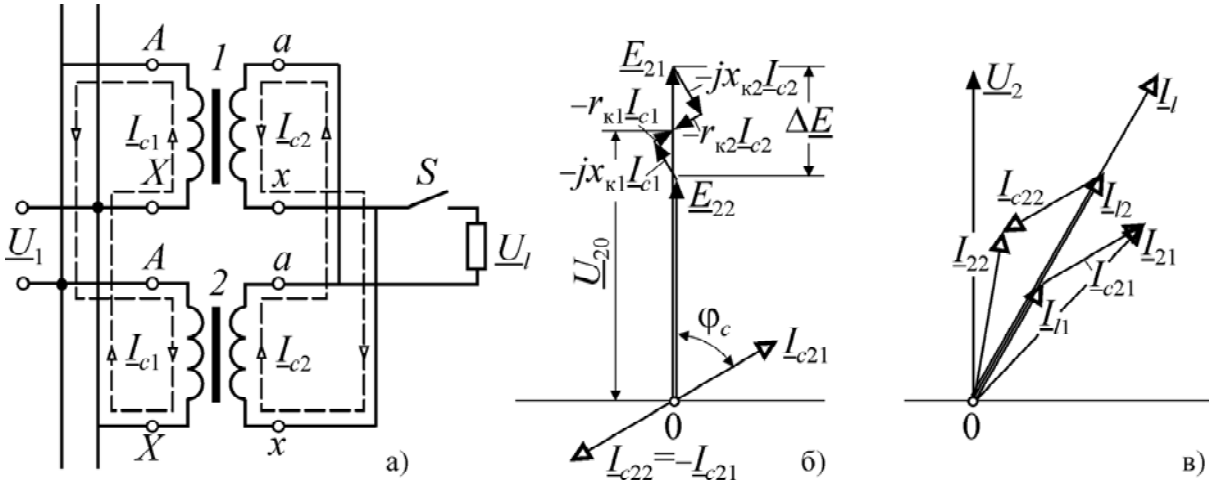


Рис. 9.2

Под действие разности ЭДС во вторичных обмотках $\Delta\underline{E} = \underline{E}_{21} - \underline{E}_{22}$ в них даже при отключённой нагрузке возникает уравнительный ток $\underline{I}_{c2}$, контур протекания которого показан на рис. 9.2, *а*. По отношению к этому току оба трансформатора находятся в режиме короткого замыкания, причём по обмоткам первого и второго трансформаторов уравнительный ток течёт в противоположных направлениях $\underline{I}_{c22} = -\underline{I}_{c21}$. Уравнительный ток во вторичных обмотках транс-

формируется в первичные обмотки, вызывая появление в них противоположно направленного тока $\underline{I}_{c1}$.

Если $\underline{Z}_{к1}$ и $\underline{Z}_{к2}$ комплексные сопротивления короткого замыкания первого и второго трансформаторов, то

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{E}_{21} - \underline{E}_{22}}{\underline{Z}_{к1} + \underline{Z}_{к2}} = \frac{\underline{U}_1\left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}\right)}{\underline{Z}_{к1} + \underline{Z}_{к2}} = \frac{\underline{U}_1\left(\frac{k_2 - k_1}{k_1 k_2}\right)}{\underline{Z}_{к1} + \underline{Z}_{к2}} = \frac{\frac{\underline{U}_1}{k}\left(\frac{k_2 - k_1}{k}\right)}{\underline{Z}_{к1} + \underline{Z}_{к2}}, \qquad (9.1)$$

где $k = \sqrt{k_1 k_2}$ – средний коэффициент трансформации, а $\underline{U}_1 / k = U_{2N}$ – среднее значение номинального вторичного напряжения.

Если принять за нулевую начальную фазу первичного напряжения $\underline{U}_1 = U_1$, то с учётом третьего условия ($u_{ка1} = u_{ка2}; u_{кr1} = u_{кr2}$) сумма комплексных сопротивлений короткого замыкания $\underline{Z}_{к1} + \underline{Z}_{к2}$ будет равна сумме полных сопротивлений $z_{к1} + z_{к2}$. Тогда из выражения (9.1) можно найти значение модуля уравнительного тока

$$I_c = \frac{U_{2N}\left(\frac{k_2 - k_1}{k}\right)}{z_{к1} + z_{к2}} = \frac{U_{2N}\left(\frac{k_2 - k_1}{k}\right)100}{\frac{z_{к1} I_{2N1}}{I_{2N1}}100 + \frac{z_{к2} I_{2N2}}{I_{2N2}}100} = \qquad (9.2)$$

$$= \frac{\Delta k_{\%}}{\frac{z_{к1} I_{2N1}}{U_{2N}}\frac{100}{I_{2N1}} + \frac{z_{к2} I_{2N2}}{U_{2N}}\frac{100}{I_{2N2}}100} = \frac{\Delta k_{\%}}{\frac{u_{к1\%}}{I_{2N1}} + \frac{u_{к2\%}}{I_{2N2}}},$$

где $\Delta k_{\%} = 100(k_2 - k_1)/k$ – относительная разность коэффициентов трансформации, выраженная в процентах, а I_{2N1} и I_{2N2} – номинальные значения токов вторичных обмоток трансформаторов.

Фазовое смещение уравнительного тока относительно $\Delta\underline{E}$ определяется отношением суммарных составляющих комплексных сопротивлений короткого замыкания

$$\varphi_c = \operatorname{arctg}\frac{x_{к1} + x_{к2}}{r_{к1} + r_{к2}} = \operatorname{arctg}\frac{u_{кr1} + u_{кr2}}{u_{ка1} + u_{ка2}}. \qquad (9.3)$$

Обычно уравнительный ток выражают в процентах от величины номинального тока одного из трансформаторов, например первого трансформатора. Тогда

$$I_{c\%} = \frac{I_c}{I_{2N1}}100 = \frac{\Delta k_{\%}}{u_{к1\%} + u_{к2\%}\frac{I_{2N1}}{I_{2N2}}}100 = \frac{\Delta k_{\%}}{u_{к1\%} + u_{к2\%}\frac{S_{N1}}{S_{N2}}}100 \qquad (9.4)$$

где S_{N1}, S_{N2} – номинальные полные мощности трансформаторов.

Протекающие во вторичных обмотках трансформаторов токи $\underline{I}_{c1}$ и $\underline{I}_{c2} = -\underline{I}_{c1}$ создают падения напряжений $r_{к1}\underline{I}_{c1}$, $jx_{к1}\underline{I}_{c1}$, $r_{к2}\underline{I}_{c2}$, $jx_{к2}\underline{I}_{c2}$, которые в сумме с соответствующими ЭДС определяют напряжение холостого хода $\underline{U}_{20}$ во вторичной сети (рис. 9.2, *б*):

$$\underline{U}_{20} = \underline{E}_{21} - r_{к1}\underline{I}_{c1} - jx_{к1}\underline{I}_{c1} = \underline{E}_{22} - r_{к2}\underline{I}_{c2} - jx_{к2}\underline{I}_{c2}.$$

Таким образом, за счёт падений напряжения, создаваемых уравнительными токами во вторичных обмотках, выравниваются напряжения холостого хода трансформаторов, чем и объясняется название токов. В рассматриваемом примере ЭДС первого трансформатора E_{21} понижается, а ЭДС второго трансформатора повышается до U_{20} (рис. 9.2, *б*).

При подключении нагрузки во внешней цепи появляется ток $\underline{I}_l$, который распределяется между трансформаторами. Складываясь с токами нагрузки $\underline{I}_{l1}$ и $\underline{I}_{l2}$, уравнительные токи создают неравенство токов и неравномерную нагрузку трансформаторов (рис. 9.2, *в*). При этом в зависимости от неравенства коэффициентов трансформации и соотношения мощностей трансформаторов уравнительный ток может составлять в результирующем токе значительную величину. Поэтому ГОСТ допускает различие коэффициентов трансформации $\Delta k < \pm 1\%$ для трансформаторов с коэффициентом трансформации меньше 3 и $\Delta k < \pm 0{,}5\%$ для всех остальных трансформаторов.

9.2. Параллельная работа трансформаторов, принадлежащих к разным группам

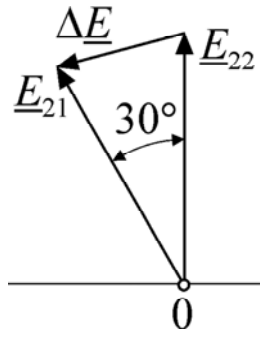


Рис. 9.3

Если один из трансформаторов принадлежит к группе 0, а второй к группе 11, то при одинаковых коэффициентах трансформации ЭДС вторичных обмоток $\underline{E}_{21}$ и $\underline{E}_{22}$ будут сдвинуты по отношению друг к другу на 30°. Следовательно, их разность составит

$$\Delta E = 2E_2 \sin 15° = 0{,}518E_2,$$

т.е. она будет больше половины номинального напряжения, что вызовет появление уравнительных токов в обмотках, многократно превышающих номинальные значения. Поэтому параллельное включение трансформаторов с различными группами соединения обмоток недопустимо.

9.3. Параллельная работа трансформаторов с неравными напряжениями короткого замыкания

Рассмотрим работу *n* параллельно соединённых трансформаторов, используя для этого упрощённую схему замещения (рис. 9.4).

Падения напряжения на всех трансформаторах одинаково

$$\Delta\underline{U} = \underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = \underline{U}'_{20} - \underline{U}'_2 = \underline{Z}\underline{I},$$

где $\underline{I}$ – ток нагрузки, а

$$\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_{к1}} + \frac{1}{\underline{Z}_{к1}} + \ldots + \frac{1}{\underline{Z}_{кn}}} = \frac{1}{\sum_{p=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{кp}}}.$$

Тогда токи отдельных трансформаторов

$$\underline{I}_1 = \frac{\Delta \underline{U}}{\underline{Z}_{к1}} = \frac{\underline{I}}{\underline{Z}_{к1} \sum_{p=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{кp}}}; \; \underline{I}_2 = \frac{\underline{I}}{\underline{Z}_{к2} \sum_{p=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{кp}}}; \ldots \underline{I}_n = \frac{\underline{I}}{\underline{Z}_{кn} \sum_{p=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{кp}}}. \qquad (9.5)$$

В общем случае соотношения активных и реактивных составляющих комплексных сопротивлений короткого замыкания у разных трансформаторов различны. Однако они отличаются незначительно, поэтому векторную сумму $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \ldots + \underline{I}_n = \underline{I}$ можно заменить арифметической

$$I_1 + I_2 + \ldots + I_n = I.$$

При этом условии комплексные величины в выражениях (9.5) можно заменить их модулями, а сумма полных мощностей трансформаторов будет равна полной мощности нагрузки S

$$S_1 + S_2 + \ldots + S_n = S.$$

Представим полные сопротивления короткого замыкания трансформаторов через напряжения короткого замыкания

$$z_{кq} = \frac{U_{кq}}{I_{1Nq}} = \frac{u_{кq\%}}{100} \frac{U_{1N}}{I_{1Nq}}. \qquad (9.6)$$

Подставляя эти выражения в (9.5) и заменяя при этом токи эквивалентными мощностями, получим в абсолютных и в относительных единицах

$$S_q = \frac{S}{\frac{u_{кq\%}}{S_{Nq}} \sum_{p=1}^{n} \frac{S_{Np}}{u_{кp\%}}} \Leftrightarrow \tilde{S}_q = \frac{S_q}{S_{Nq}} = \frac{S}{u_{кq\%} \sum_{p=1}^{n} \frac{S_{Np}}{u_{кp\%}}}. \qquad (9.7)$$

Значит

$$S_1 : S_2 : \ldots : S_n = \frac{1}{u_{к1\%}} : \frac{1}{u_{к2\%}} : \ldots : \frac{1}{u_{кn\%}},$$

т.е. нагрузка распределяется по трансформаторам обратно пропорционально их напряжениям короткого замыкания.

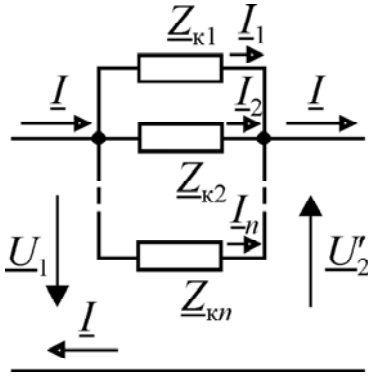


Рис. 9.4

Следовательно, при увеличении нагрузки первым достигнет номинальной мощности трансформатор с наименьшим значением напряжения короткого замыкания, в то время как другие трансформаторы будут недогружены, но при этом дальнейшее увеличение мощности будет недопустимым, т.к. приведёт к перегрузке достигшего предела трансформатора. Поэтому на параллельную работу рекомендуется

включать такие трансформаторы, отклонение $u_{к\%}$ которых от среднего арифметического значении всей группы отличается не более чем на ±10%, а отношение номинальных мощностей находится в пределах 3:1.

Глава 10. Переходные режимы трансформаторов

При всяком изменении одной или нескольких величин, определяющих работу трансформатора, – напряжения, частоты, нагрузки и др. – происходит переход от одного установившегося режима работы к другому. Обычно этот процесс длится очень недолго, но может сопровождаться явлениями, представляющими опасность для трансформатора – возникновением больших механических усилий между обмотками или их частями, неравномерным распределением напряжения между частями обмотки или даже отдельными витками, резким повышением температуры обмоток и т.д.

Наиболее распространёнными и значимыми для практики переходными режимами трансформатора являются включение под напряжение, внезапное короткое замыкание и перенапряжения, т.е. кратковременные импульсы напряжения, многократно превышающие номинальные значения.

10.1. Включение трансформатора под напряжение

Рассмотрим включение однофазного трансформатора в сеть с напряжением $u_1 = U_{1m}\sin\omega t$. Вначале предположим, что сердечник трансформатора ненасыщен. Тогда индуктивность первичной обмотки L_1 будет постоянной величиной, и переходный процесс будет описываться уравнением

$$U_{1m}\sin(\omega t + \alpha) = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt}, \qquad (10.1)$$

где $\alpha = \omega t_0$ – угол, соответствующий моменту подключения к сети $t = t_0$.

Как известно из курса электротехники, ток i_1 при переходном процессе можно представить в виде суммы двух составляющих

$$i_1 = i_{1\infty} + i_{1f}, \qquad (10.2)$$

одна из которых

$$i_{1\infty} = I_{1m}\sin(\omega t + \alpha - \varphi), \qquad (10.3)$$

где $I_{1m} = U_{1m}/\sqrt{r_1^2 + (\omega L_1)^2}$; $\varphi = \operatorname{arctg}(\omega L_1 / r_1)$, представляет собой установившийся ток, обусловленный напряжением сети u_1, а вторая составляющая

$$i_{1f} = -I_{1m}e^{-t/T_1}\sin(\alpha - \varphi), \qquad (10.4)$$

т.н. свободный ток, затухающий с постоянной времени $T_1 = L_1 / r_1$ (рис. 10.1).

Если включение происходит при $\alpha = \varphi$, то $i_{1f} = 0$ и установивший режим наступает сразу без переходного процесса. В случае $\alpha - \varphi = \pm\pi/2 \Rightarrow \alpha = \varphi \pm \pi/2$ свободный ток i_{1f} в момент включения максимален и равен амплитуде установившегося тока I_{1m}. Максимальное мгновенное значение тока наступает при-

мерно через половину периода после включения и составляет при достаточно большой постоянной времени $i_{1\max} \approx 2I_m$.

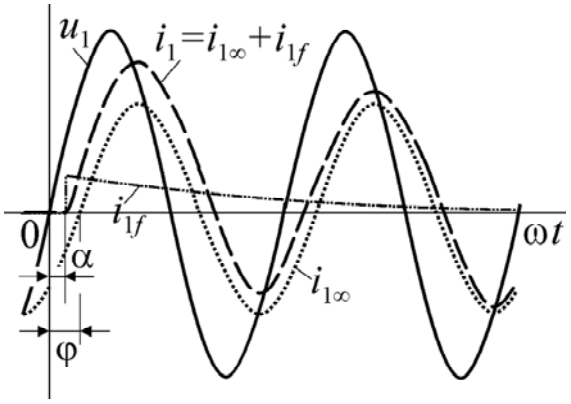


Рис. 10.1

В реальном трансформаторе столь значительное увеличении тока холостого хода приведёт к насыщению сердечника. Поэтому индуктивность обмотки будет изменяться в зависимости от величины тока ($L_1 \neq \text{const}$).

Полагая, что магнитный поток рассеяния пренебрежимо мал ($L_1 \approx L_c$) и индуктивность основного потока изменяется незначительно ($L_c \approx \text{const}$), ток холостого хода трансформатора можно определить через основной магнитный поток в сердечнике Φ_c следующим образом

$$L_1 i_1 \approx \Psi_c = w_1 \Phi_c \Rightarrow i_1 = w_1 \Phi_c / L_1 \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = w_1 \frac{\Phi_c}{dt}.$$

Тогда, заменив переменную в уравнении (10.1), получим

$$\frac{U_{1m}}{\omega}\sin(\omega t + \alpha) = \frac{r_1}{L_1}\Phi_c + \frac{d\Phi_c}{dt} = \frac{1}{T_1}\Phi_c + \frac{d\Phi_c}{dt}. \qquad (10.5)$$

Решение уравнения (10.14) найдём аналогично решению уравнения (10.1) в виде

$$\Phi_c = \Phi_{c\infty} + \Phi_{cf}, \qquad (10.6)$$

где

$$\Phi_{c\infty} = \Phi_{cm}\sin(\omega t + \alpha - \varphi);\ \Phi_{cf} = Ce^{-t/T_1}$$

$$\Phi_{cm} = L_1 U_{1m} / \left(w_1 \sqrt{r_1^2 + (\omega L_1)^2} \right);\ \varphi = \text{arctg}(\omega L_1 / r_1) \approx \pi / 2.$$

Постоянная интегрирования C определяется начальными условиями. В момент включения сердечник может иметь некоторый поток остаточного намагничивания $\pm\Phi_r$. Поэтому на основании решения (10.6) для момента времени $t = 0$ получим

$$\Phi_c(0) = \Phi_{c\infty}(0) + \Phi_{cf}(0) = \Phi_{cm}\sin(\alpha - \varphi) + C = \pm\Phi_{cr}$$

$$\Downarrow$$

$$C = -\Phi_{cm}\sin(\alpha - \varphi) \pm \Phi_{cr}$$

и следовательно,

$$\Phi_c = \Phi_{cm}\left\{\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \left[\sin(\alpha - \varphi) \mp \phi_{cr}\right]e^{-t/T_1}\right\},$$

где $\phi_{cr} = \Phi_c / \Phi_{cm} = 0{,}2 \ldots 0{,}3$ – относительное значение потока остаточного намагничивания.

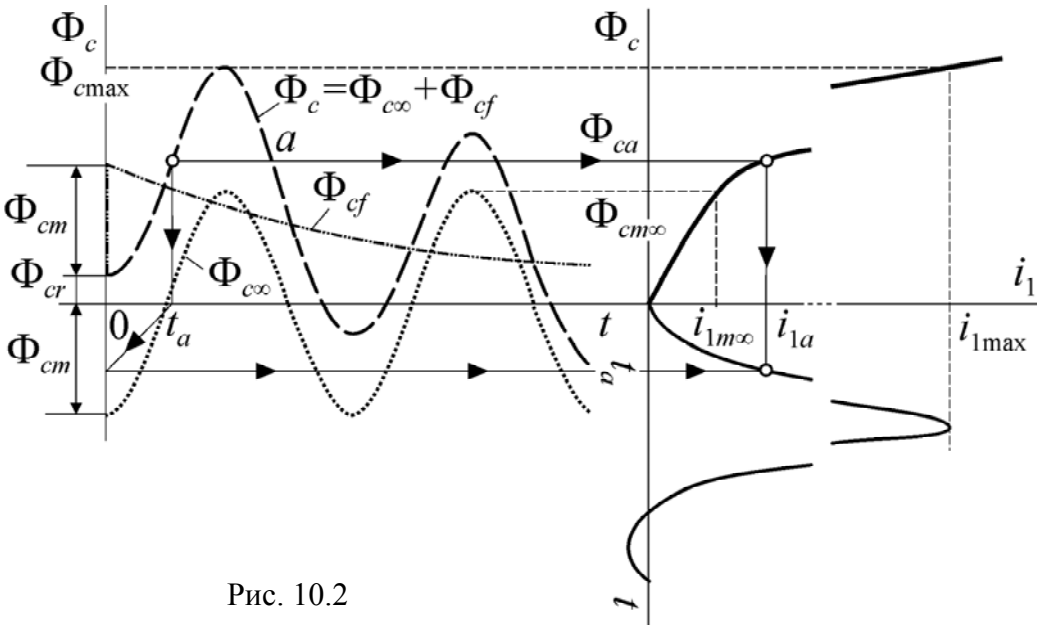


Рис. 10.2

Наиболее благоприятен момент включения, соответствующий условию

$$\sin(\alpha-\varphi)\pm\phi_{cr}=0 \Rightarrow \alpha=\varphi\mp\arcsin(\phi_{cr}).$$

В этом случае свободная составляющая магнитного потока равна нулю и установившийся режим наступает сразу после включения без перегрузок.

Наибольшие перегрузки трансформатора возникают, если угол включения $\alpha=\varphi\pm\pi/2$ и поток остаточного намагничивания Φ_r имеет противоположное направление по отношению к магнитному потоку установившегося режима $\Phi_{c\infty}$ в момент включения. Тогда примерно через половину периода поток в сердечнике достигает максимального значения (рис. 10.2), равного, если пренебречь затуханием свободной составляющей,

$$\Phi_{c\max}\approx 2\Phi_{cm}+\Phi_{cr}.$$

Таким образом, магнитный поток более чем в два раза превышает нормальное значение и, следовательно, сердечник очень сильно насыщается, что, в свою очередь, приводит к сильному возрастанию намагничивающего тока.

На рис. 10.2 показана магнитная характеристика трансформатора $\Phi_c=f(i_1)$. Если для каждой точки кривой магнитного потока $\Phi_c=f(t)$, например, для точки *a*, определить по кривой магнитной характеристики значение намагничивающего тока i_{1a}, а затем, приняв это значение в качестве ординаты, соответствующей моменту времени t_a, построить точку на плоскости i_1t, то мы получим кривую $i_1=f(t)$. Для лучшей детализации рисунка 2.42 часть осевой линия тока и соответствующих характеристик удалены.

Как следует из рис. 10.2, амплитуда тока намагничивания трансформатора $i_{1\max}$ в переходном режиме может в 100…150 раз превышать амплитуду установившегося тока $i_{1m\infty}$ и в 4…6 раз номинальный ток первичной обмотки. Для трансформатора этот ток не представляет опасности, т.к. переходный процесс протекает быстро. Однако такие броски тока могут вызывать срабатывание за-

щитной аппаратуры, что следует учитывать при её проектировании и настройке.

Так как $r_1 \ll \omega L_1$, то свободная составляющая тока затухает медленно в течение 6…8 с. В мощных трансформаторах переходный процесс продолжается иногда до 20 с.

Все рассмотренные на примере однофазного трансформатора явления наблюдаются также при включении трёхфазных трансформаторов. Однако в этом случае избежать появления сверхтоков не удаётся, т.к. свободная составляющая тока может отсутствовать только в одной из фаз.

10.2. Внезапное короткое замыкание трансформатора

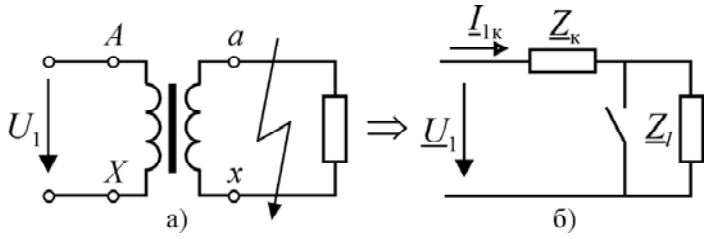


Рис. 10.3

В отличие от опыта короткого замыкания в условиях эксплуатации короткое замыкание при номинальном напряжении первичной обмотки обычно возникает в результате различных неисправностей в электрических сетях (электрический пробой или механическое повреждение изоляции, ошибочные действия персонала и др.). При этом в трансформаторе возникает переходный процесс, сопровождаемый большими токами, которые могут вызвать его повреждение.

Рассмотрим процесс внезапного короткого замыкания на зажимах вторичной обмотки однофазного трансформатора при неизменном номинальном значении напряжения (рис. 10.3).

При рассмотрении опыта короткого замыкания в разделе 6.5 было отмечено, что в установившемся режиме намагничивающий ток очень мал по сравнению с током обмотки, т.к. высокоомная ветвь намагничивания шунтирована низкоомной ветвью вторичной обмотки. Кроме того, ЭДС и основной магнитный поток в сердечнике при коротком замыкании приблизительно вдвое меньше, чем в номинальном режиме. Действительно, обычно $z_1 \approx z_2'$, поэтому согласно схеме замещения на рис. 6.7, *б*, $E_1 = I_1 z_2' \approx I_1 z_1 \approx U_1 / 2$. Вследствие этого при анализе процессов при внезапном коротком замыкании намагничивающим током можно пренебречь и положить в основу упрощённую схему замещения на рис. 10.3, *б*, параметры которой $r_к$ и $L_к$ можно считать постоянными.

В соответствии со схемой рис. 10.3, *б*, процесс короткого замыкания на вторичных зажимах трансформатора описывается уравнением

$$U_{1m} \sin(\omega t + \alpha) = r_к i_{1к} + L_к \frac{di_{1к}}{dt}, \qquad (10.6)$$

Это уравнение аналогично уравнению (10.1), т.к. они описывают, по сути, одинаковые процессы подключения катушки к источнику синусоидального напряжения. Следовательно, и решение уравнения будет иметь тот же вид

$$i_{1к} = i_{1к\infty} + i_{1кf}, \qquad (10.7)$$

где

$$i_{1к\infty} = I_{1кm}\sin(\omega t + \alpha - \varphi_к);\ I_{1кm} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{r_к^2 + x_к^2}};\ \varphi_к = \operatorname{arctg}\frac{x_к}{r_к} \qquad (10.8)$$

$$i_{1кf} = i_{1к0}e^{-t/T_к};\ T_к = L_к / r_к$$

Если до замыкания трансформатор работал под нагрузкой, то

$$i_{1к}(0) = i_{1l}(0) = I_{1кm}\sin(\alpha - \varphi_к) + i_{1к0} = I_{1lm}\sin(\alpha - \varphi_l)$$

$$\Downarrow$$

$$i_{1к0} = I_{1lm}\sin(\alpha - \varphi_l) - I_{1кm}\sin(\alpha - \varphi_к),$$

где I_{1lm} и φ_l – амплитуда и начальная фаза тока нагрузки.

Тогда ток короткого замыкания

$$i_{1к} = I_{1кm}\left\{\sin(\omega t + \alpha - \varphi_к) - \left[\sin(\alpha - \varphi_к) - I_{1lm}\sin(\alpha - \varphi_l)/I_{1кm}\right]e^{-t/T_к}\right\}. \qquad (10.9)$$

Таким образом, в отличие от переходного процесса при включении трансформатора в сеть, здесь свободная составляющая тока определяется не только параметрами трансформатора, но также величиной тока и характером нагрузки предшествующей короткому замыканию.

Наиболее благоприятный момент короткого замыкания, исключающий появление сверхтоков соответствует условию $i_{1к0} = 0$ или фазовому углу

$$\alpha = \varphi_к - \operatorname{arctg}\left[\frac{\sin(\varphi_l - \varphi_к)}{I_{1кm}/I_{1lm} - \cos(\varphi_l - \varphi_к)}\right], \qquad (10.10)$$

при котором произошло замыкание.

Если короткое замыкание произошло на холостом ходу, то

$$i_{1к} = I_{1кm}\left[\sin(\omega t + \alpha - \varphi_к) - \sin(\alpha - \varphi_к)e^{-t/T_к}\right]. \qquad (10.11)$$

Свободная составляющая тока короткого замыкания и его максимальное значение зависят от угла $\alpha - \varphi_к$. Наибольшей величины сверхтоки достигают при $\alpha - \varphi_к = \pm\pi/2$ приблизительно через половину периода от момента замыкания, т.е. при $t = \pi/\omega$. Тогда из выражения (10.11) максимальное или ударное значение тока

$$i_{1к\,уд} = I_{1кm}\left(1 + e^{-\pi r_к / x_к}\right). \qquad (10.12)$$

Множитель

$$k_{уд} = 1 + e^{-\pi r_к / x_к} = 1 + e^{-\pi u_{ка\%}/u_{кr\%}}. \qquad (10.13)$$

называется ударным коэффициентом и показывает во сколько раз максимальный ток при коротком замыкании превышает амплитудное значение установившегося режима. В зависимости от соотношения $x_к / r_к = u_{кr\%}/u_{ка\%} = \operatorname{tg}\varphi_к$ ударный коэффициент может находиться в пределах $1 < k_{уд} < 2$. Для мощных

трансформаторов $k_{\text{уд}} = 1,7\ldots1,8$, а для трансформаторов малой мощности $k_{\text{уд}} = 1,2\ldots1,3$.

Кратность установившегося тока короткого замыкания по отношению к номинальному значению можно определить через напряжение короткого замыкания в соответствии с выражением (6.50)

$$\frac{I_{1\text{к}}}{I_{1N}} = \frac{100}{u_{\text{к}\%}}.$$

У силовых трансформаторов $u_{\text{к}\%} = 3\ldots15\%$, поэтому относительное значение установившегося тока $I_{1\text{к}} / I_{1N} = 30\ldots6$, а максимального значения тока $I_{1\text{к}m} / I_{1mN} < 60\ldots12$.

В современных электрических системах трансформаторы и другие электрические установки защищены от токов короткого замыкания быстродействующими устройствами защиты, которые отключают аварийные участки в течение нескольких сотых или десятых долей секунды. Поэтому при внешних коротких замыканиях обмотки трансформатора не успевают нагреться до опасной температуры близкой к пределу термической прочности изоляции. Однако при внутренних коротких замыканиях отключение может произойти только на стороне первичной обмотки и если этого не происходит, то разрушается изоляция обмоток, и могут также частично расплавиться проводники.

При коротком замыкании допустимой считается температура 200…250°С. Приближённо температуру нагрева можно определить по формуле

$$\theta = 2,5\left(u_{\text{к}} / \tilde{j}\right)^2,$$

где $\tilde{j}$ – средняя плотность тока в А/мм^2.

Время нагревания обмотки до предельной температуры обычно не превышает 5…25 с. Однако время остывания до рабочей температуры после отключения составляет десятки минут, что объясняется условиями теплоотвода в окружающую среду.

Кроме тепловой нагрузки обмотки трансформатора подвергаются воздействию электромагнитных сил, величина которых пропорциональна квадрату тока, а т.к. кратность тока короткого замыкания может составлять несколько десятков единиц, то, например, при кратности более 30 силы, действующие на элементы обмотки, увеличиваются примерно в тысячу раз по сравнению с номинальной нагрузкой, что, безусловно, необходимо учитывать при разработке конструкции крепления обмотки.

10.3. Перенапряжения в трансформаторе

При работе в электрических сетях трансформаторы могут подвергаться воздействию импульсов напряжения, значительно превышающих номинальные. Такие импульсы называются перенапряжениями. Они могут возникать при коммутации (включение и отключение электроустановок, линий электропередачи, электрических машин и т.п.), при замыкании на землю через электрическую ду-

гу и при грозовых разрядах. Наиболее опасными являются перенапряжения, создаваемые грозовыми разрядами и называемые атмосферными перенапряжениями, т.к. амплитуда напряжения при ударах молний в линии электропередачи или вблизи них достигает значений в несколько миллионов вольт.

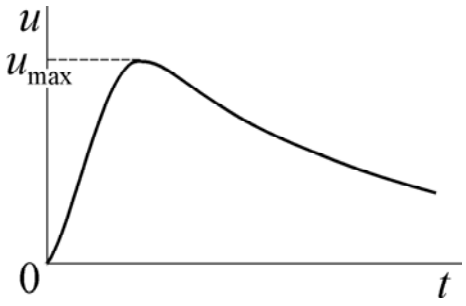


Рис. 10.4

В большинстве случаев атмосферные перенапряжения создают в линии электропередачи апериодические импульсы напряжения большой амплитуды и малой продолжительности. Они распространяются от места разряда вдоль линии в обе стороны в виде бегущей волны со скоростью, близкой к скорости света. Начальный участок импульса, на котором напряжение быстро нарастает, называется фронтом волны, а участок после максимума – хвостом волны (рис. 10.4).

Длительность импульса составляет обычно десятки микросекунд, а длительность фронта волны несколько единиц или доли микросекунды. При приближённом анализе волну с крутым фронтом можно заменить прямоугольной волной.

Фронт волны можно рассматривать как четверть периода синусоиды с амплитудой $u_{\max}$, тогда соответствующая фронту частота, составит $f = 1/\left(4t_f\right) = 10\ldots150$ кГц. При таких частотах индуктивное сопротивление обмоток трансформатора $x_L = 2\pi fL$ будет очень большим и, наоборот, сопротивление, соответствующее ёмкостям между витками и катушками обмоток, а также между ними и заземлёнными элементами конструкции (бак, сердечник и др.) – очень малым, т.к. $x_C = 1/\left(2\pi fC\right)$.

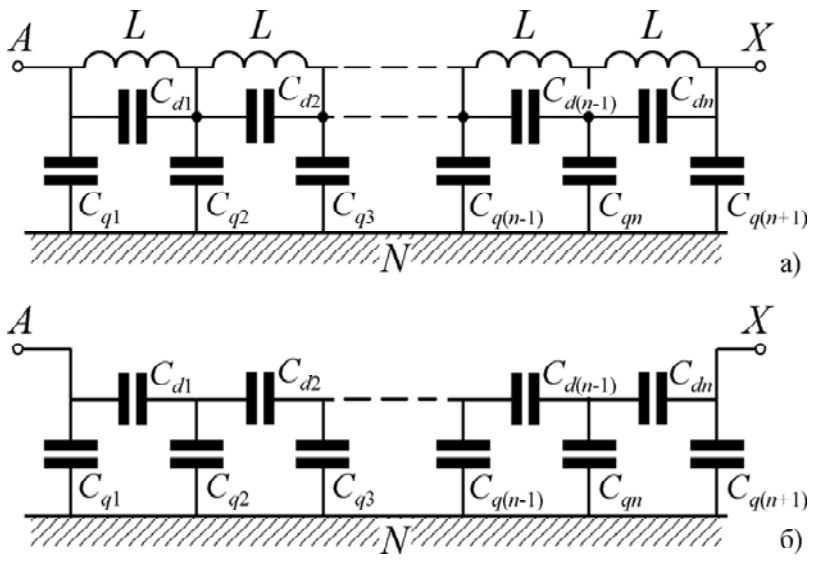


Рис. 10.5

Точный анализ процессов при перенапряжениях весьма затруднителен, т.к. практически невозможно учесть все связи между отдельными элементами обмоток и между ними и землёй. Поэтому для качественного анализа можно ограничиться упрощённой схемой замещения обмотки трансформатора при волновых процессах, показанной на рис. 10.5. Здесь индуктивности L представляют собой индуктивности витков и катушек, C_{dk} – ёмкости между этими элементами, называемые продольными ёмкостями,

а C_{qk} – ёмкости между указанными элементами и землёй, или т.н. поперечные ёмкости. Активные сопротивления элементов обмотки обычно не учитываются, т.к. они значительно меньше индуктивных сопротивлений.

Таким образом, продольные ёмкости обмотки соединены последовательно, и их эквивалентная ёмкость равна

$$C_d = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_{dk}}}.$$

Поперечные ёмкости соединены параллельно, и их полная ёмкость определяется как

$$C_q = \sum_{k=1}^{n+1} C_{qk}.$$

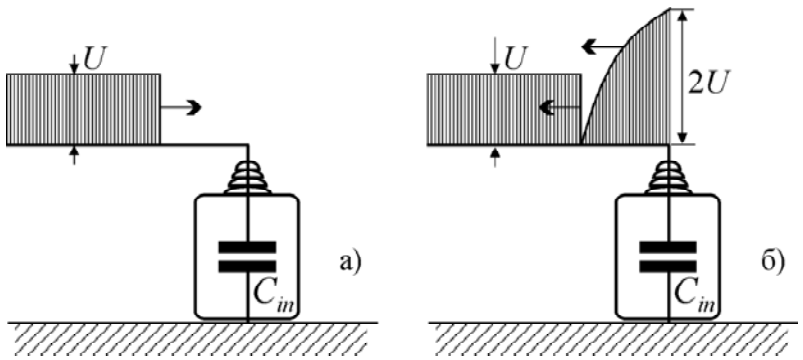


Рис. 10.6

При подходе волны к выводам обмотки напряжение на них очень быстро возрастает так, что ток, создаваемый волной, протекает не по виткам обмотки, а по её ёмкостной цепи (рис. 10.5, *б*). Поэтому обмотка трансформатора в целом представляет собой некоторую ёмкость C_{in}, называемую входной ёмкостью (рис. 10.6).

Процесс заряда входной ёмкости длится доли микросекунды, причём вначале напряжение на входе падает до нуля, а затем увеличивается до значения $2U$, и ёмкости витков приобретают потенциалы, называемые начальным распределением напряжения. Начальное распределение напряжения вдоль витков обмотки неравномерно, т.к. по мере продвижения от начала обмотки к её концу всё больше зарядов ответвляется через поперечные ёмкости на землю. Поэтому через ближайшие к началу обмотки продольные ёмкости протекает большой ток и накапливаются большие заряды, а затем их количество и, соответственно, напряжение на ёмкостях постепенно уменьшается.

Можно показать, что в случае заземления конца обмотки начальное распределение напряжения вдоль неё относительно земли определяется выражением

$$u_0(x) = U_0 \frac{\mathrm{sh}(\alpha x / l)}{\mathrm{sh}\alpha}, \qquad (10.14)$$

а при незаземлённом конце

$$u_0(x) = U_0 \frac{\mathrm{ch}(\alpha x / l)}{\mathrm{ch}\alpha}, \qquad (10.14)$$

где U_0 – начальное напряжение на входе обмотки; $0 \le x/l \le 1$ – относительное расстояние от конца обмотки длиной l, а $\alpha = \sqrt{C_q / C_d}$. – коэффициент, зависящий от соотношения между величинами продольной и поперечной ёмкости.

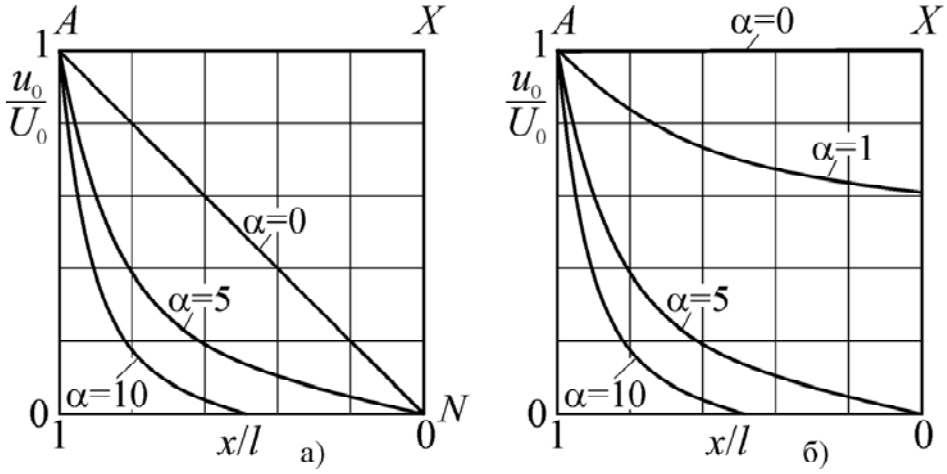


Рис. 10.7

На рис. 10.7 показаны кривые начального распределения напряжения для различных значений коэффициента α. Обычно $C_q > C_d$ и $\alpha = 5\ldots15$. Как следует из рисунка при таких значениях α напряжение распределяется очень неравномерно, и практически одинаково в заземлённой (рис. 10.7, *а*) и в незаземлённой (рис. 10.7, *б*) обмотке. Причём бóльшая часть напряжения приходится на первые витки и катушки обмотки. Следовательно, их изоляция нагружена в значительно большей степени и требует усиления.

Через некоторое время после прихода фронта волны каждая точка обмотки приобретает установившийся потенциал, и распределение напряжения в этой фазе процесса называется конечным распределением. Конечное распределение напряжения волны напряжения линейно. В обмотке с заземлённой нейтралью напряжение равномерно спадает вдоль обмотки до нуля, а в обмотке с изолированной нейтралью потенциалы всех элементов одинаковы. На рис. 10.8 конечные распределения в обмотке с заземлённой и с изолированной нейтралью отмечены индексами $\tau = \infty$. Теоретически такое распределение возможно и в начальной фазе процесса при условии $\alpha = 0$ (рис. 10.7). Тогда в трансформаторе не будет процесса перехода от одного состояния к другому, и конечное распределение установится сразу после прихода фронта волны. Однако это невозможно, т.к. условие $\alpha = 0$ соответствует отсутствию поперечных ёмкостей $C_q = 0$, а в реальных трансформаторах, как уже отмечалось, $C_q > C_d$.

Переход от начального распределения к конечному происходит путём колебаний, протекающих во времени и в пространстве. Анализ переходного процесса представляет значительную сложность, т.к. даже при самых простых допущениях функция $u(x,t)$ является дифференциальным уравнением в частных производных не ниже четвёртого порядка. Однако разность между начальным и конечным распределением можно разложить в ряд Фурье, рассматривая конечное распределение, как ось системы координат. Тогда кривые распределения

напряжения, соответствующие каждому моменту времени, будут располагаться в областях, показанных на рис. 10.8 штриховкой.

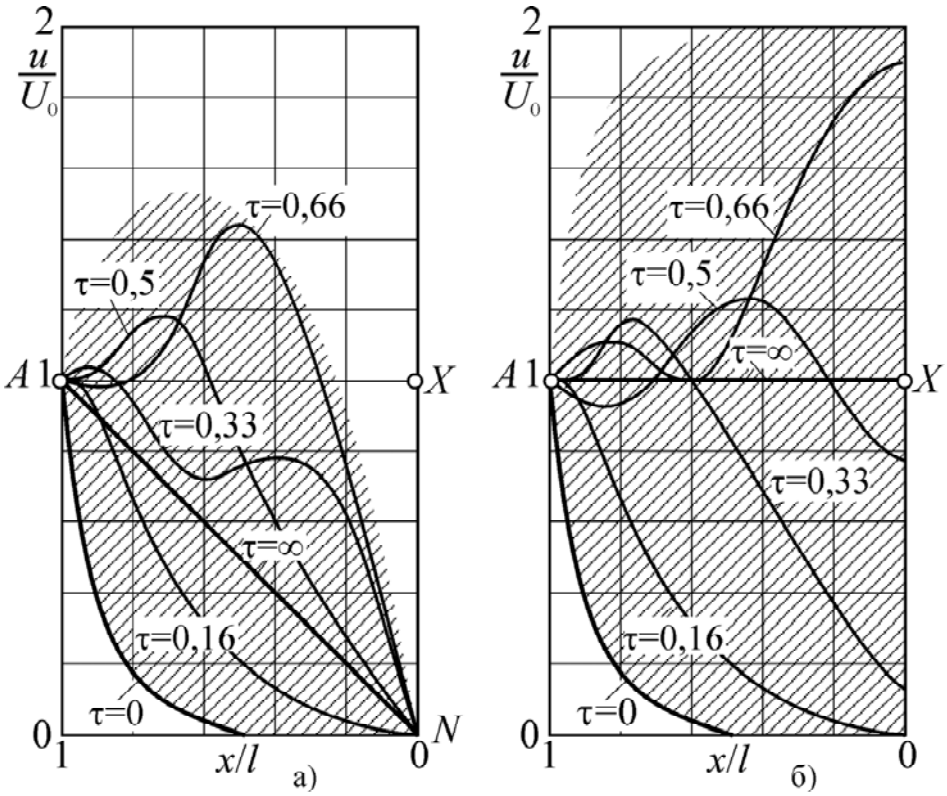


Рис. 10.8

Гармонические напряжения разных порядков распространяются вдоль обмотки с разными скоростями. Поэтому распределение напряжения непрерывно изменяется. На рис. 10.8 показаны кривые примерного распределения напряжения в различные моменты времени τ в долях периода колебания с момента установления начального распределения.

Из кривых рис. 10.8 следует, что значительные перепады напряжения возникают в переходном процессе не только в начале, но также в конце и в середине обмотки, что требует соответствующего усиления изоляции. Кроме того, напряжение в отдельных частях обмотки может превосходить напряжение падающей волны U_0. В частности, при незаземлённой нейтрали напряжение в конце обмотки почти удваивается и волна перенапряжения отражается от конца с почти двойной амплитудой.

Столь значительные перенапряжения могут вызвать повреждение изоляции. Поэтому в трансформаторах начальные и конечные катушки высоковольтных обмоток изготавливают с усиленной изоляцией, а нейтрали обмоток с напряжением выше 35 кВ заземляют. Кроме того, принимаются меры по изменению начального распределения напряжения так, чтобы эта кривая как можно более приближалась к кривой конечного распределения. Для этого, например, устанавливают экранные кольца у начала обмотки. Ёмкость такого экрана шун-

тирует продольные ёмкости начальных витков и изменяет их потенциал, снижая перепад напряжения.

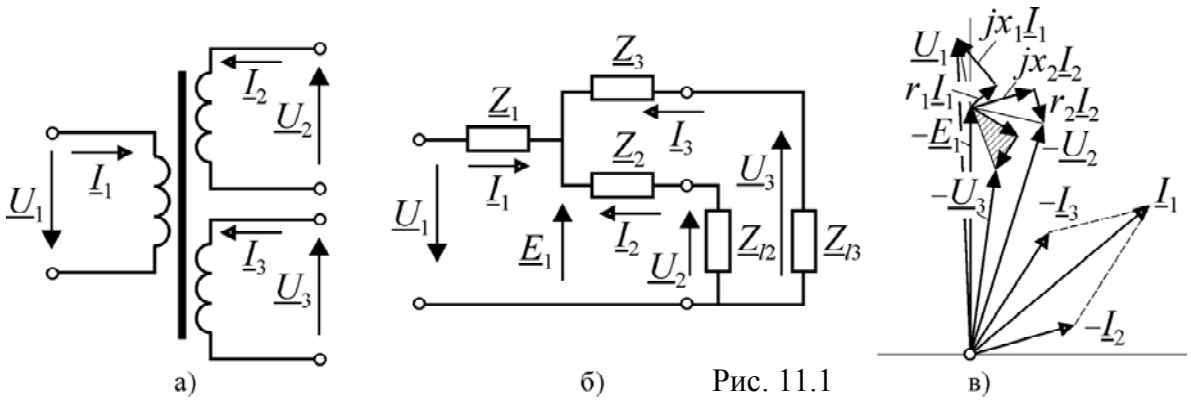
Глава 11. Разновидности трансформаторов

11.1. Многообмоточные трансформаторы

Многообмоточные трансформаторы имеют на стержне несколько обмоток в общем случае с разными числами витков. Это позволяет получить несколько напряжений и уменьшить тем самым количество трансформаторов.

Многообмоточные трансформаторы малой мощности широко используются в блоках питания в радиотехнике, автоматике и вычислительной технике. В качестве силовых трансформаторов в основном применяются трёхобмоточные трансформаторы.

Обмотки многообмоточного трансформатора могут иметь разные мощности. За номинальную принимается наибольшая из мощностей, и при анализе параметры всех остальных обмоток приводятся к числу витков этой обмотки.



а) б) Рис. 11.1 в)

Рассмотрим работу трёхобмоточного однофазного трансформатора с первичной обмоткой, обладающей наибольшей мощностью, и двумя вторичными обмотками (рис. 11.1, *а*).

Рабочий магнитный поток в трёхобмоточном трансформаторе создаётся МДС всех обмоток и при постоянном напряжении питания U_1 остаётся практически постоянным. Тогда постоянной будет и суммарная МДС обмоток

$$\underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \underline{F}_3 = w_1\underline{I}_1 + w_2\underline{I}_2 + w_3\underline{I}_3 = w_1\underline{I}_m = \text{const}.$$

Поделив это равенство на число витков первичной обмотки, получим уравнение токов

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 + \underline{I}'_3 = \underline{I}_m = \text{const},$$

где $I'_2 = I_2/k_2;\ I'_3 = I_3/k_3$ – приведённые токи вторичных обмоток, а $k_2 = w_1/w_2;\ k_3 = w_1/w_3$ – соответствующие коэффициенты трансформации.

Намагничивающий ток трансформатора относительно мал $\underline{I}_m \approx 0$, поэтому

$$\underline{I}_1 = -\underline{I}'_2 - \underline{I}'_3, \qquad (11.1)$$

и для анализа процессов можно использовать упрощённую схему замещения, приведённую на рис. 11.1, *б*[*]. Она имеет две ветви вторичных обмоток. Из этой схемы следует, что в трёхобмоточном трансформаторе изменение нагрузки одной обмотки вызывает изменение напряжения другой, т.к. при этом изменятся ток первичной обмотки, падение напряжения $\underline{Z}_1\underline{I}_1$ и, следовательно, ЭДС $E_1 = E'_2 = E'_3$.

Из уравнения токов (11.1) следует, что ток первичной обмотки является геометрической суммой токов вторичных обмоток и в общем случае он меньше, чем их арифметическая сумма. Поэтому сумма полных мощностей вторичных обмоток может превышать полную мощность первичной обмотки, если обе обмотки будут нагружены номинальными током. Учитывая то, что номинальная нагрузка вторичных обмоток может быть неодновременной первичную обмотку рассчитывают на мощность, меньшую, чем арифметическая сумма мощностей вторичных обмоток. Стандартом предусматриваются следующие соотношения мощностей – 1:1:1, 1:1:2/3, 1:2/3:2/3.

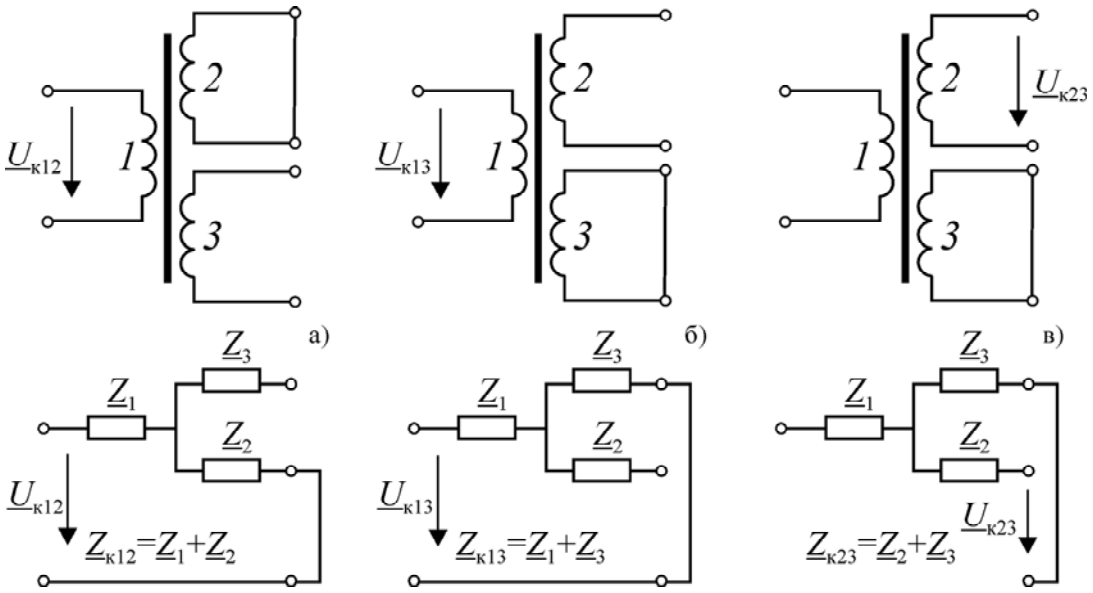


Рис. 11.2

Уравнения напряжений обмоток имеют вид аналогичный уравнениям двухобмоточного трансформатора:

$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{Z}_1\underline{I}_1 - \underline{E}_1; \\ \underline{E}'_2 &= \underline{Z}'_2\underline{I}'_2 + \underline{U}'_2; \\ \underline{E}'_3 &= \underline{Z}'_3\underline{I}'_3 + \underline{U}'_3, \end{aligned}\right\} \qquad (11.2)$$

где $\underline{Z}_1 = r_1 + jx_1$; $\underline{Z}'_2 = r'_2 + jx'_2$; $\underline{Z}'_3 = r'_3 + jx'_3$ – комплексные сопротивления обмоток, в которых активные составляющие являются величинами, соответствующими реальным значениям сопротивлений обмоток с учётом приведения, а ин-

[*] для упрощения рисунков 11.1 и 11.2 на них опущены апострофы, обозначающие приведённые величины

дуктивные составляющие являются некоторыми расчётными эквивалентами, обеспечивающими равенства (11.2).

Для экспериментального определения параметров схемы замещения трёхобмоточного трансформатора проводятся три опыта короткого замыкания по схемам рис. 11.2. По результатам опытов

$$\left.\begin{aligned} \underline{Z}_{к12} &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2 = (r_1 + r'_2) + j(x_1 + x'_2); \\ \underline{Z}_{к13} &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_3 = (r_1 + r'_3) + j(x_1 + x'_3); \\ \underline{Z}_{к23}k_2^2 &= \underline{Z}'_2 + \underline{Z}'_3 = (r'_2 + r'_3) + j(x'_2 + x'_3) \end{aligned}\right\}$$

можно найти

$$\left.\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= r_1 + jx_1 = \left(\underline{Z}_{к12} + \underline{Z}_{к13} - \underline{Z}_{к23}k_2^2\right)/2; \\ \underline{Z}'_2 &= r'_2 + jx'_2 = \left(\underline{Z}_{к12} + \underline{Z}_{к23}k_2^2 - \underline{Z}_{к12}\right)/2; \\ \underline{Z}'_3 &= r'_3 + jx'_3 = \left(\underline{Z}_{к13} + \underline{Z}_{к23}k_2^2 - \underline{Z}_{к12}\right)/2. \end{aligned}\right\}$$

Напряжения короткого замыкания трёхобмоточного трансформатора $u_{к12}, u_{к13}, u_{к23}$ определяются при токах, соответствующих номинальной мощности первичной обмотки.

Трёхфазные трансформаторы выполняются с группами соединений $Y_0/Y_0/\Delta-0-11$ или $Y_0/\Delta/\Delta-11-11$, а однофазные – с группой соединений $I/I/I-0-0$.

11.2. Автотрансформаторы

Автотрансформатор – это вид трансформатора, в котором между первичной и вторичной обмотками кроме магнитной существует также электрическая связь за счёт того, что часть обмотки принадлежит одновременно первичной и вторичной цепям. Обычный трансформатор можно включить по схеме автотрансформатора, если к концу первичной обмотки подключить начало вторичной или если нагрузку подключить к имеющимся отводам первичной обмотки. Однако при этом в полной мере не будут использованы те преимущества, которые имеет автотрансформатор.

Электромагнитные и электрические схемы понижающего и повышающего автотрансформаторов приведены на рис. 11.3 *а* и *б*.

Рассмотрим в качестве примера работу понижающего однофазного автотрансформатора рис. 11.3 *а*. Обмотка *ax* является вторичной и одновременно частью первичной обмотки *AX*.

Режим холостого хода автотрансформатора ничем не отличается от соответствующего режима двухобмоточного трансформатора. Подводимое к автотрансформатору напряжение U_1 равномерно распределяется по виткам $w_1 = w_{AX}$ первичной обмотки *AX*, а вторичное напряжение определяется как

$$U_2 = U_{ax} = \frac{U_1}{w_{AX}} w_{ax} = \frac{U_1}{w_1} w_2 = U_1 / k\,. \qquad (11.3)$$

Магнитный поток в сердечнике создаётся МДС обеих обмоток и, как во всех трансформаторах при постоянном напряжении питания и частоте сети, во всех режимах является практически постоянным, поэтому

$$\underline{F}_1 + \underline{F}_2 = w_1 \underline{I}_1 + w_2 \underline{I}_2 = w_1 \underline{I}_m = \text{const}\,.$$

Поделив это выражение на число витков первичной обмотки, получим уравнение токов

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 / k = \underline{I}_m\,.$$

Если пренебречь вследствие малости током намагничивания $\underline{I}_m$, то получим

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 / k = 0 \Rightarrow \underline{I}_1 = -\underline{I}_2 / k\,. \qquad (11.4)$$

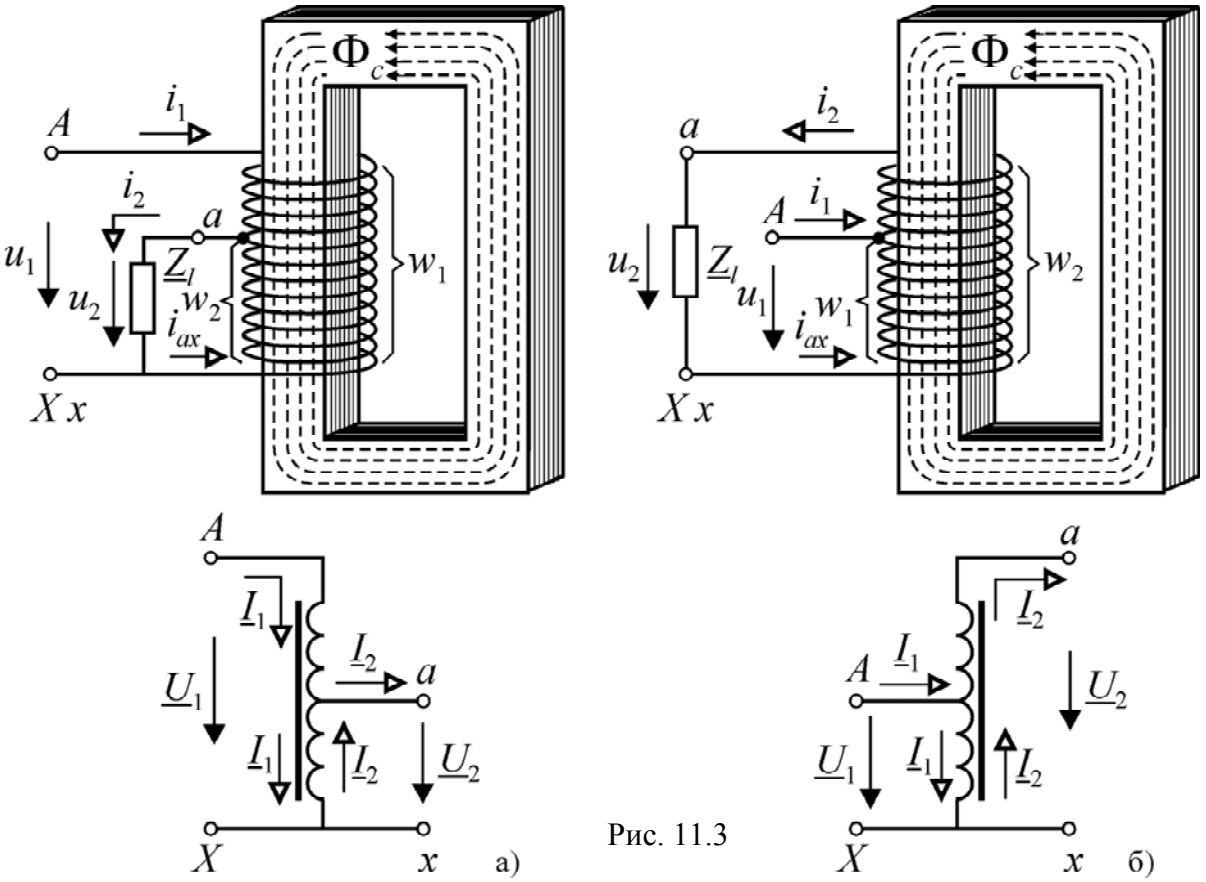


Рис. 11.3

Из равенства (11.4) следует, что токи в первичной и во вторичной обмотках автотрансформатора имеют противоположное направление.

Ток в общей части обмотки автотрансформатора равен геометрической сумме токов $\underline{I}_1$ и $\underline{I}_2$, т.е. с учётом (11.4)

$$\underline{I}_{ax} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = -\underline{I}_1 (k-1) = \underline{I}_2 (1 - 1/k)\,. \qquad (11.5)$$

Отсюда видно, что ток i_{ax} течёт согласно с током i_2 и встречно по отношению к току i_1. С учётом этого, а также того, что токи первичной и вторичной

обмоток всегда находятся в противофазе, выражение (11.5) можно представить арифметической разностью

$$I_{ax} = I_2 - I_1. \qquad (11.6)$$

Потери в «меди» обычного трансформатора равны $\Delta P_1 + \Delta P_2 = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2$. В автотрансформаторе ток I_1 течёт только по части обмотки *Aa*, активное сопротивление которой

$$r_{Aa} = r_1 \frac{w_{Aa}}{w_{AX}} = r_1 \frac{w_{AX} - w_{ax}}{w_{AX}} = r_1(1 - w_2 / w_1) = r_1(1 - 1/k). \qquad (11.7)$$

Значит потери в «меди» первичной обмотки равны

$$\Delta P_1 = r_1(1 - 1/k) I_1^2. \qquad (11.8)$$

Общая часть обмотки автотрансформатора играет роль вторичной обмотки, но ток в ней в $(1 - 1/k)$ раз меньше вторичного тока. Поэтому при заданной плотности тока сечение провода в общей части можно уменьшить во столько же раз, что пропорционально увеличит его активное сопротивление. Тогда потери в «меди» этой части обмотки составят

$$\Delta P_2 = \frac{r_2}{1 - 1/k} I_2^2 (1 - 1/k)^2 = r_2(1 - 1/k) I_2^2. \qquad (11.9)$$

Сопоставляя выражения (11.7)-(11.9) можно сделать вывод, что автотрансформатор можно рассматривать, как обычный трансформатор с уменьшенным в $(1 - 1/k)$ раз активным сопротивлением обмоток. Поэтому при прочих равных условиях потери мощности в его обмотках будут во столько же раз меньше.

В таком же соотношении уменьшается и вес меди, т.к. на участке *Aa* обмотка автотрансформатора имеет то же сечение, что и в обычном трансформаторе при той же плотности тока, но в $(1 - 1/k)$ раз меньшую длину, а на участке *ax* обмотка при той же длине имеет в $(1 - 1/k)$ раз меньшее сечение.

Индуктивные сопротивления обмоток автотрансформатора отличаются от соответствующих сопротивлений обычного трансформатора также как активные сопротивления, поэтому напряжение короткого замыкания автотрансформатора составляет

$$u_{\text{ка}} = u_{\text{к}}(1 - 1/k). \qquad (11.9)$$

Таким образом, по сравнению с обычным трансформатором все стороны треугольника короткого замыкания автотрансформатора в $(1 - 1/k)$ раз меньше, а ток короткого замыкания во столько же раз больше.

Уменьшение напряжения короткого замыкания автотрансформатора пропорционально снижает изменение напряжения в нагрузке, способствуя тем самым стабильной работе сети.

Полная мощность, передаваемая автотрансформатором в нагрузку $S_{\text{пр}} = U_1 I_1 = U_2 I_2$, называется проходной мощностью. Учитывая выражение (11.6), её можно разделить на две составляющие

$$S_{\text{пр}} = U_2 I_2 = U_2 \left(I_1 + I_{ax} \right) = U_2 I_1 + U_2 I_{ax} = S_{\text{э}} + S_{\text{р}} \qquad (11.10)$$

Здесь $S_э = U_2 I_1$ – мощность, передаваемая в нагрузку электрическим путём за счёт гальванической связи между обмотками; $S_р = U_2 I_{ax}$ – расчётная мощность, называемая так потому, что она определяет расчётные параметры магнитопровода. Расчётная мощность представляет собой мощность, передаваемую в нагрузку посредством магнитного поля. В обычном трансформаторе проходная мощность является расчётной. В автотрансформаторе расчётная мощность составляет только часть проходной, поэтому сечение магнитопровода можно уменьшить, снизив за счёт этого массу, габариты и стоимость.

Уменьшение объёма магнитопровода снижает потери в «стали», а т.к. в автотрансформаторе уменьшены также потери в «меди», то по сравнению с двухобмоточным трансформатором той же мощности, КПД автотрансформатора выше и достигает 99,7%.

Однако с увеличением коэффициента трансформации эти преимущества теряются. Действительно, при постоянной проходной мощности соотношение между электрической и электромагнитной мощностью определяется коэффициентом трансформации

$$\frac{S_э}{S_{пр}} = \frac{U_2 I_1}{U_2 I_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{k}; \quad \frac{S_р}{S_{пр}} = \frac{U_2 I_{ax}}{U_2 I_2} = \frac{I_{ax}}{I_2} = 1 - \frac{1}{k}$$

При $k = 1$ вся мощность передаётся электрическим путём и автотрансформатор просто не нужен, т.к. нагрузка подключена к первичной сети напрямую. По мере увеличения *k* доля электромагнитной мощности увеличивается, а электрической снижается (рис. 11.4). При $k = 2$ обе составляющие проходной мощности становятся одинаковыми, и при дальнейшем увеличении *k* отличие автотрансформатора от двухобмоточного трансформатора всё более сглаживается. Наличие в автотрансформаторе гальванической связи между обмотками требует выполнения изоляции в расчёте на высшее напряжение. Эта же особенность требует защиты приёмников от перенапряжений. Поэтому увеличение коэффициента трансформации выше двух становится нецелесообразным. Обычно его значение находится в пределах $k = 1{,}25 \ldots 2{,}0$.

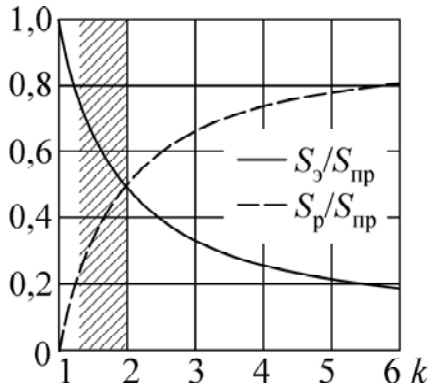


Рис. 11.4

Главной особенностью и причиной достоинств автотрансформаторов, как и его недостатков, является наличие электрической связи между обмотками. Она существенно ужесточает требования к изоляции обмотки и к подготовке обслуживающего персонала, т.к. на стороне низшего напряжения между проводами и землёй существует такое же напряжение как на стороне высшего напряжения. Кроме того, при коротком замыкании понижающего автотрансформатора ток существенно выше, т.к. напряжение короткого замыкания меньше, чем у двухобмоточного трансформатора (см. выражение 11.9). Это требует принятия особых мер защиты. Физически большой ток объясняется

тем, что при коротком замыкании он ограничивается только витками части первичной обмотки w_{Aa}.

Автотрансформаторы применяются в линиях передачи и распределения энергии для связи сетей с близкими значениями напряжений. Они применяются также для снижения тока при пуске мощных двигателей.

11.3. Трансформаторы с плавным регулированием напряжения

В разделе 7.5 были рассмотрены способы регулирования напряжения трансформаторов путём изменения числа включённых в работу витков одной из обмоток. Однако в ряде случаев возникает необходимость более плавного регулирования напряжения в широких пределах.

Одним из способов плавного регулирования напряжения является применение контактных щёток, скользящих по неизолированной поверхности однослойной обмотки автотрансформатора. Для исключения короткого замыкания витков при перемещении с одного витка на другой в автотрансформаторах используют двойные щётки с токоограничивающим резистором. Принцип работы этих щёток аналогичен рассмотренному в разделе 7.5 с той лишь разницей, что вместо токоограничивающего реактора используется резистор и вместо отводов обмотки щётки осуществляют переключение отдельных витков. Такие автотрансформаторы изготавливаются на мощности до 250 кВ·А и используются для регулирования освещения и в некоторых других случаях. Маломощные автотрансформаторы этого типа получили название лабораторных автотрансформаторов (ЛАТР). В них число витков w_2 при регулировании меняется в пределах $0 \le w_2 \le 1,2w_1$ и, соответственно изменяется напряжение

$$U_2 = U_1 \frac{w_2}{w_1} = 0 \ldots 1,2U_1$$

с дискретностью $\Delta U = U_1 / w_1$.

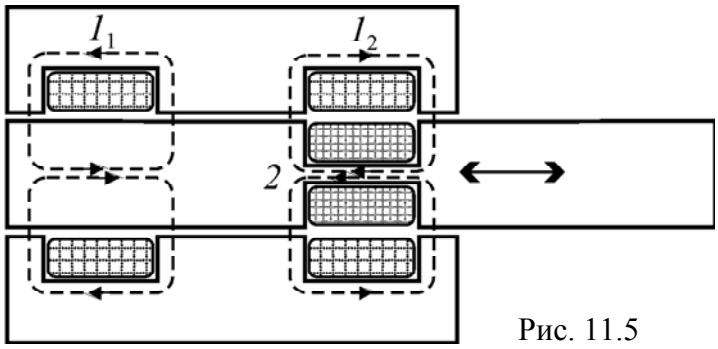


Рис. 11.5

Существуют технические решения задачи плавного регулирования напряжения переменного тока с использованием подвижных обмоток или сердечников, с помощью которых изменяют взаимную индуктивность между первичной и вторичной обмотками.

В качестве примера на рис. 11.5 показана конструктивная схема трансформатора с двумя кольцевыми первичными обмотками 1_1 *и* 1_2, расположенными в пазах магнитопровода и включёнными встречно параллельно, и вторичной обмоткой *2*, расположенной в кольцевом пазу на подвижном сердечнике. При движении сердечника влево из показанного на рисунке положения коэффициент взаимоиндукции между вто-

ричной обмоткой и обмоткой l_2 уменьшается почти до нуля в среднем положении. Соответственно уменьшается и вторичное напряжение. Затем при дальнейшем перемещении возрастает магнитная связь вторичной обмотки с обмоткой l_1. В результате напряжение вторичной обмотки увеличивается, но т.к. обмотки l_1 *и* l_2 формируют магнитные потоки встречного направления, то в левой половине хода сердечника фаза вторичного напряжения будет противоположной по отношению к фазе в правой половине. Таким образом, при полном перемещении сердечника напряжение регулируется в пределах $+U_2 \ldots -U_2$, соответствующих крайним положениям, когда вторичная обмотка находится напротив одной из первичных обмоток.

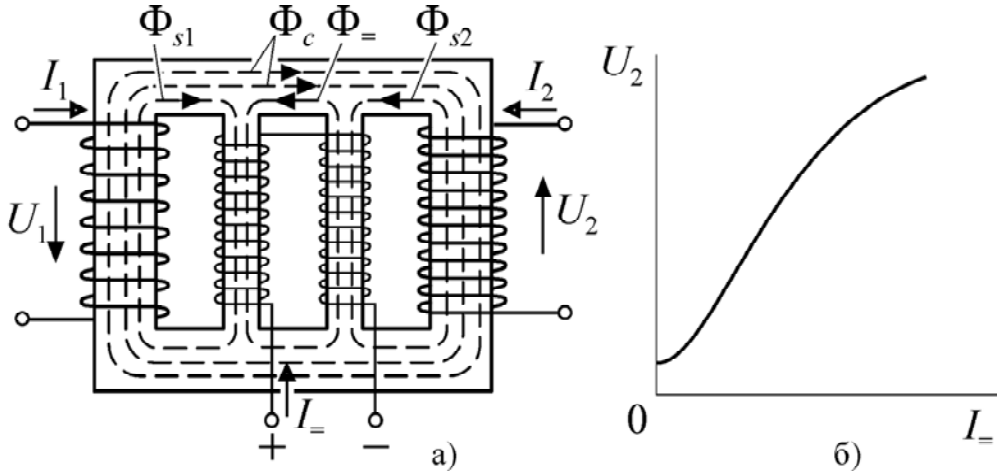


Рис. 11.6

Существует также большое количество технических решений, в которых взаимная индуктивность обмоток регулируется изменением магнитной проводимости сердечника с помощью дополнительной обмотки, питающейся от источника постоянного тока и называемой обмоткой подмагничивания.

На рис. 11.6, *а* показана магнитная цепь двухобмоточного трансформатора, рабочие обмотки которого расположены на разных стержнях, а между ними расположен магнитный шунт, разделённый на две части, на каждой из которых расположена половина подмагничивающей обмотки.

В отличие от обычного трансформатора здесь обмотки находятся на разных стержнях, вблизи которых расположены магнитные шунты, создающие для потоков рассеяния Φ_{s1} и Φ_{s2} контуры с малыми магнитными сопротивлениями. В этих условиях потоки и индуктивные сопротивления рассеяния весьма значительны. Соответственно велики и падения напряжения $jx_{s1}\underline{I}_1$ и $jx_{s2}\underline{I}_2$, что приводит к значительному уменьшению вторичного напряжения в трансформаторе.

Появление тока в подмагничивающей обмотке создаёт насыщение магнитных шунтов. В результате увеличивается их магнитное сопротивление, падения напряжения на индуктивных сопротивлениях рассеяния уменьшаются, а вторичное напряжение увеличивается (рис. 11.6, *б*).

11.4. Сварочные и печные трансформаторы

В технических устройствах для сварки, резки и плавления металлов часто используют электрический дуговой разряд или электрическую дугу. Для устойчивого горения дуги необходимо, чтобы её питание осуществлялось от источника тока, т.е. от источника с резко падающей внешней характеристикой. Кроме того, ток короткого замыкания источника должен быть ограничен. Такими свойствами обладает трансформатор с большим сопротивлением рассеяния и дросселем, включённым в цепь горения дуги (рис. 11.7, *а*).

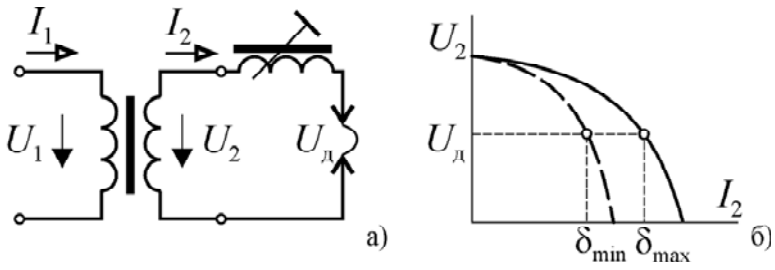


Рис. 11.7

Для увеличения потоков рассеяния обмотки трансформатора располагают на разных стержнях или на одном стержне, но на разной высоте. С увеличением потоков рассеяния возрастают падения напряжения $jx_{s1}\underline{I}_1$ и $jx_{s2}\underline{I}_2$, что увеличивает изменение напряжения вторичной обмотки, т.е. внешняя характеристика становится более крутой (рис. 11.7, *б*). Кроме этого, увеличивается также напряжение короткого замыкания и, как следствие, ограничивается ток.

Для регулирования сварочного тока сердечник дросселя выполняется с регулируемым воздушным зазором δ (см. раздел 3.2). Уменьшение зазора увеличивает индуктивность дросселя и снижает ток дуги.

Для ручной сварки используются трансформаторы с напряжением холостого хода 60…75 В и 30…40 В при номинальной нагрузке. Мощность сварочных трансформаторов достигает 1000 кВ·А, а трансформаторов дуговых сталеплавильных печей – 25000 кВ·А.

11.5. Трансформаторы для выпрямительных установок

Условия работы трансформаторов, питающих полупроводниковые выпрямители, имеют ряд существенных особенностей, которые должны учитываться при их проектировании и эксплуатации.

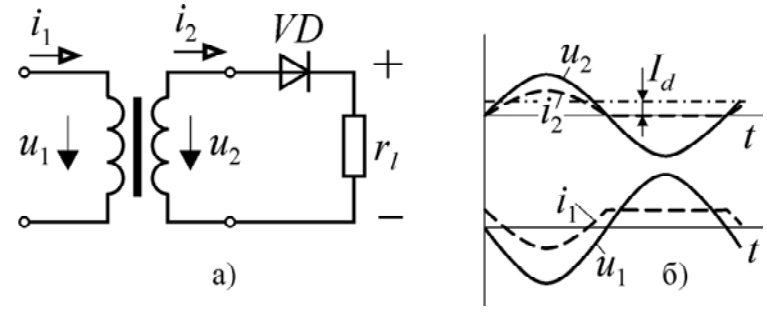


Рис. 11.8

Рассмотрим эти особенности на примере однофазного трансформатора, питающего однополупериодный выпрямитель (рис. 11.8, *а*). Такие выпрямители используются очень редко, однако в них наиболее отчётливо проявляются проблемы, связанные с нагрузкой подобного типа.

Ток во вторичной обмотке трансформатора i_2 в этом случае является пульсирующим (рис. 11.8, *б*), т.к. диод *VD* открывается только в течение одного полупериода, когда напряжение на аноде имеет положительный знак. Следовательно, этот ток помимо переменной составляющей $i_{2\sim}$, содержащей целый ряд высших гармоник, имеет также постоянную составляющую I_d.

Пренебрегая намагничивающим токов, уравнение МДС трансформатора можно представить в виде

$$i_1 w_1 + i_{2\sim} w_2 + I_d w_2 = 0 .$$

Ток первичной обмотки i_1 не содержит постоянной составляющей и не может компенсировать постоянную составляющую тока вторичной обмотки, поэтому МДС $I_d w_2$ создаёт в сердечнике трансформатора постоянный магнитный поток Φ_d, называемый потоком вынужденного подмагничивания, который вызывает дополнительное насыщение стали. Для того чтобы уменьшить влияние этого потока приходится увеличивать сечение сердечников и ярм, что ведёт к увеличению массы габаритов и стоимости трансформатора.

В случае использования трёхфазного однополупериодного выпрямителя магнитный поток вынужденного подмагничивания значительно меньше, т.к. он действует одновременно во всех стержнях и поэтому замыкается вне сердечника аналогично третьей гармонике или нулевой составляющей основного потока. Поток подмагничивания можно полностью устранить, если использовать вторичную обмотку, соединённую по схеме зигзаг с нулевым проводом. Объясняется это тем, что при соединении зигзагом на каждом стержне расположены две половины фазных обмоток, соединённые встречно, и создаваемые этими половинами потоки подмагничивания взаимно уравновешиваются. Отсутствие потока подмагничивания в трансформаторе с соединением вторичной обмотки зигзагом позволяет использовать в сочетании с ним однополупериодную схему выпрямления в установках большой мощности.

При питании двухполупериодных выпрямителей ток во вторичной обмотке протекает в течение обоих полупериодов и магнитный поток подмагничивания не возникает.

Кроме явления подмагничивания на работу трансформатора независимо от типа выпрямителя отрицательно влияет наличие высших гармоник тока, которые увеличивают потери энергии в трансформаторе и снижают его КПД. Спектр гармоник зависит от целого ряда факторов, главными из которых являются: тип выпрямителя и сглаживающего фильтра на его выходе, а также характер нагрузки.

Вследствие несинусоидальности токов первичной и вторичной обмоток их расчётные мощности неодинаковы, поэтому для оценки мощности выпрямительных трансформаторов используют понятие т.н. типовой мощности, равной полусумме мощностей обмоток

$$S_{\text{т}} = \frac{S_{1N} + S_{2N}}{2} = \frac{U_{1N}I_{1N} + U_{2N}I_{2N}}{2},$$

а также коэффициента типовой мощности

$$k_{\text{т}} = S_{\text{т}} / P_{dN} > 1,$$

где $P_{dN} = U_{dN}I_{dN}$ – мощность постоянного тока, потребляемая нагрузкой на выходе выпрямителя в номинальном режиме. Таким образом, коэффициент типовой мощности является своеобразным «КПД» выпрямительной установки, включающей трансформатор, выпрямитель и, возможно, фильтр нижних частот. Он показывает соотношение между мощностью, потребляемой нагрузкой на выходе установки, и мощностью трансформатора, необходимой для её питания. Очевидно, что значение коэффициента типовой мощности зависит в первую очередь от свойств выпрямителя.

Постоянные составляющие являются частью спектра напряжения и тока на выходе выпрямителя, поэтому их значения всегда меньше действующего значения напряжения на его входе, т.е. $U_d < U_2$ и $I_d < I_2$. Следовательно, коэффициент типовой мощности всегда больше единицы, а масса и габариты выпрямительных трансформаторов больше, чем трансформаторов той же мощности, работающих на синусоидальном токе. Это связано с тем, что полезная мощность определяется постоянной составляющей вторичного тока, а потери в трансформаторе полным спектром первичного и вторичного токов.

11.6. Трансформаторы для преобразования числа фаз

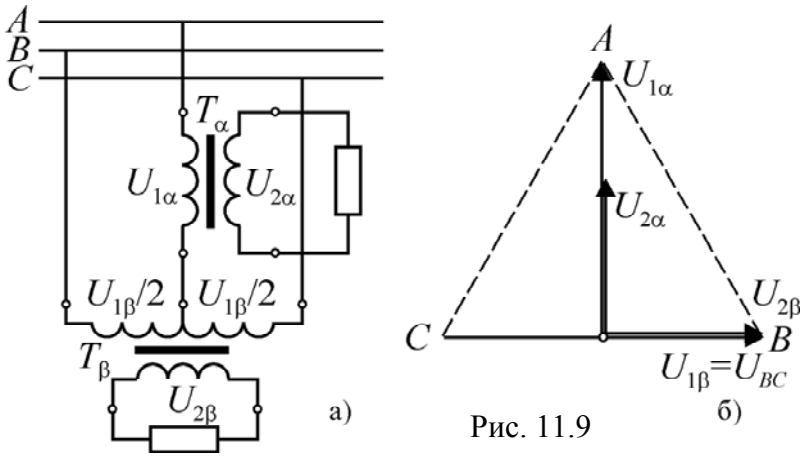


Рис. 11.9

В системах автоматики часто используются двухфазные электрические машины, питание которых иногда приходится осуществлять от трёхфазной сети. Преобразование трёхфазной сети в двухфазную αβ можно выполнить с помощью двух однофазных трансформаторов, включённых по схеме рис. 11.9, *а*.

Первичная обмотка трансформатора фазы α включена между линейным проводом фазы *A* и средней точкой первичной обмотки фазы β, которая подключена на линейное напряжение U_{BC}. Такое включение создаёт фазовый сдвиг первичных напряжений трансформаторов $U_{1\alpha}$ и $U_{1\beta}$ на угол 90° (рис. 11.9, *б*). Очевидно, что вторичные напряжения $U_{2\alpha}$ и $U_{2\beta}$ будут смещены относительно друг друга на такой же угол. Однако напряжение $U_{1\beta}$ по величине

$2/\sqrt{3}$ раз больше, чем $U_{1\alpha}$. Следовательно, для получения одинаковых по модулю вторичных напряжений коэффициенты трансформации должны соотноситься как $k_\alpha / k_\beta = \sqrt{3}/2$.

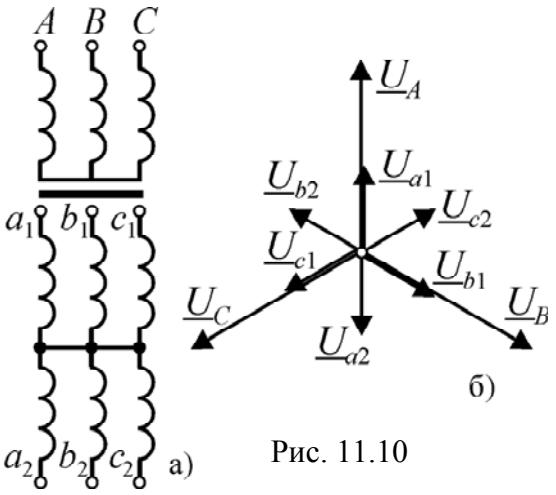


Рис. 11.10

Преобразование трёхфазной сети в шестифазную позволяет существенно улучшить параметры выпрямителей и оптимизировать сглаживающий фильтр. Задача преобразования решается выведением средней точки вторичных фазных обмоток и соединением их звездой (рис. 11.10, *а*).

Напряжения вторичных полуобмоток находятся в противофазе, поэтому в результате объединения их в звезду мы получаем шесть напряжений, смещенных относительно друг друга на 60° (рис. 11.10, *б*).

11.7. Преобразование частоты с помощью трансформаторов

Трансформаторы позволяют не только изменить величину или фазу напряжения, но также удвоить или утроить его частоту. На практике преобразование частоты с помощью трансформаторов в последние десятилетия в значительной мере утратило своё значение в связи с развитием полупроводниковых преобразователей частоты. Однако существуют технические задачи, где трансформаторные преобразователи могут успешно конкурировать с полупроводниковыми.

Рассмотрим в качестве примера утроение частоты. Утроитель частоты представляет собой трёхфазную группу однофазных трансформаторов, первичные обмотки которых соединены звездой (рис. 11.11).

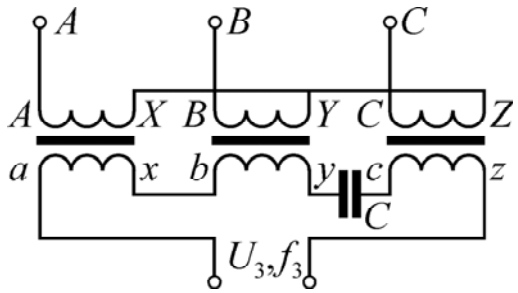


Рис. 11.11

В разделе 8.3 было показано, что намагничивающий ток трёхфазного трансформатора содержит третью гармонику, которая в случае соединения обмотки звездой без нулевого провода вызывает появление третьей гармоники в спектре магнитного потока. Причём этот эффект проявляется тем сильнее, чем больше насыщен сердечник трансформатора, и в групповых трансформаторах доля третьей гармоники существенно выше, чем в трёхстержневых. В отличие от обычных трансформаторов в утроителе частоты наличие третьей гармоники в спектре магнитного потока является необходимым условием его работы, поэтому здесь используют группу однофазных трансформаторов с большим коэффициентом насыщения магнитопровода. В результате третьи гармоники маг-

нитных потоков в сердечниках трансформаторов достигают больших значений и наводят во вторичных обмотках синфазные ЭДС тройной частоты E_3.

Так как вторичные обмотки трансформаторов соединены последовательно согласно, а ЭДС E_3 совпадают по фазе, то на выходе соединения они складываются арифметически и напряжение равно $U_3 \approx 3E_3$. В то же время ЭДС основной частоты во вторичных обмотках смещены по фазе относительно друг друга на 120° и при суммировании дают нулевое значение.

Для уменьшения падения напряжения в соединённых последовательно вторичных обмотках в цепь включаю конденсатор, компенсирующий их индуктивное сопротивление.

11.8. Импульсные трансформаторы и пик- трансформаторы

Импульсные трансформаторы применяются в различных устройствах для изменения амплитуды импульсов, исключения постоянной составляющей, одновременного формирования импульсов в нескольких гальванически несвязанных цепях управления и др.

Одно из главных требований, предъявляемых к импульсным трансформаторам, – минимальное искажение формы импульсов.

Для этого импульсные трансформаторы проектируют таким образом, чтобы сердечник был ненасыщенным. Материал сердечника должен обладать минимальной остаточной индукцией и коэрцитивной силой и максимальной магнитной проницаемостью. Для уменьшения магнитного потока рассеяния, а также паразитных ёмкостных связей между витками и между обмотками, их стараются делать с малым числом витков.

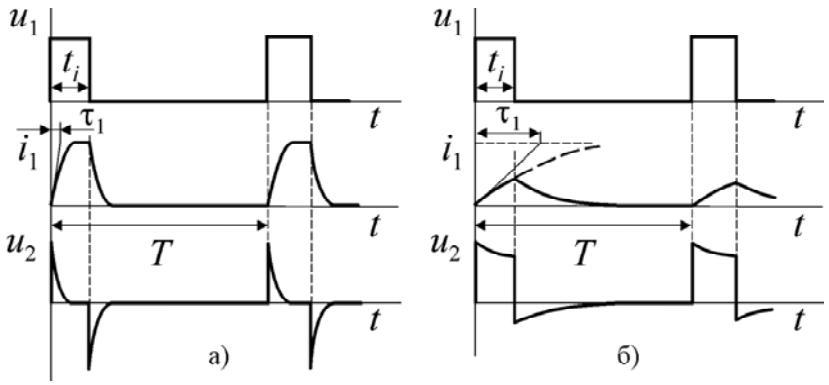


Рис. 11.12

Кроме того, между длительностью импульсов и параметрами трансформатора должны соблюдаться определённые соотношения. На рис. 11.12 показаны временные диаграммы работы импульсного трансформатора при различных соотношениях постоянной времени первичной обмотки $\tau_1 = L_1 / r_1$ и длительности импульсов t_i. При $t_1 > 3\tau_1$ ток первичной обмотки i_1 быстро достигает постоянного установившегося значения, после чего ЭДС вторичной обмотки $e_2 = M(di_1 / dt)$ обращается в нуль. В результате на выходе трансформатора формируются короткие импульсы, соответствующие фронтам входного сигнала (рис. 11.12, *а*). В случае $t_1 \ll \tau_1$ входной импульс

$u_1(t)$ прекращается до окончания переходного процесса в первичной обмотке и импульсы на выходе трансформатора $u_2(t)$ имеют незначительные искажения.

Трансформаторы применяются также для формирования коротких импульсов, синхронизированных со входным синусоидальным сигналом, которые обычно используются в преобразовательной технике для управления тиристорами и тиратронами.

В отличие от импульсных трансформаторов в пик-трансформаторах сердечник должен быть сильно насыщен, т.к. изменение формы сигнала на выходе трансформатора происходит за счёт нелинейности кривой намагничивания.

Существуют два вида пик-трансформаторов: с активным сопротивлением в первичной обмотке и с магнитным шунтом (рис. 11.13, *а* и *б*).

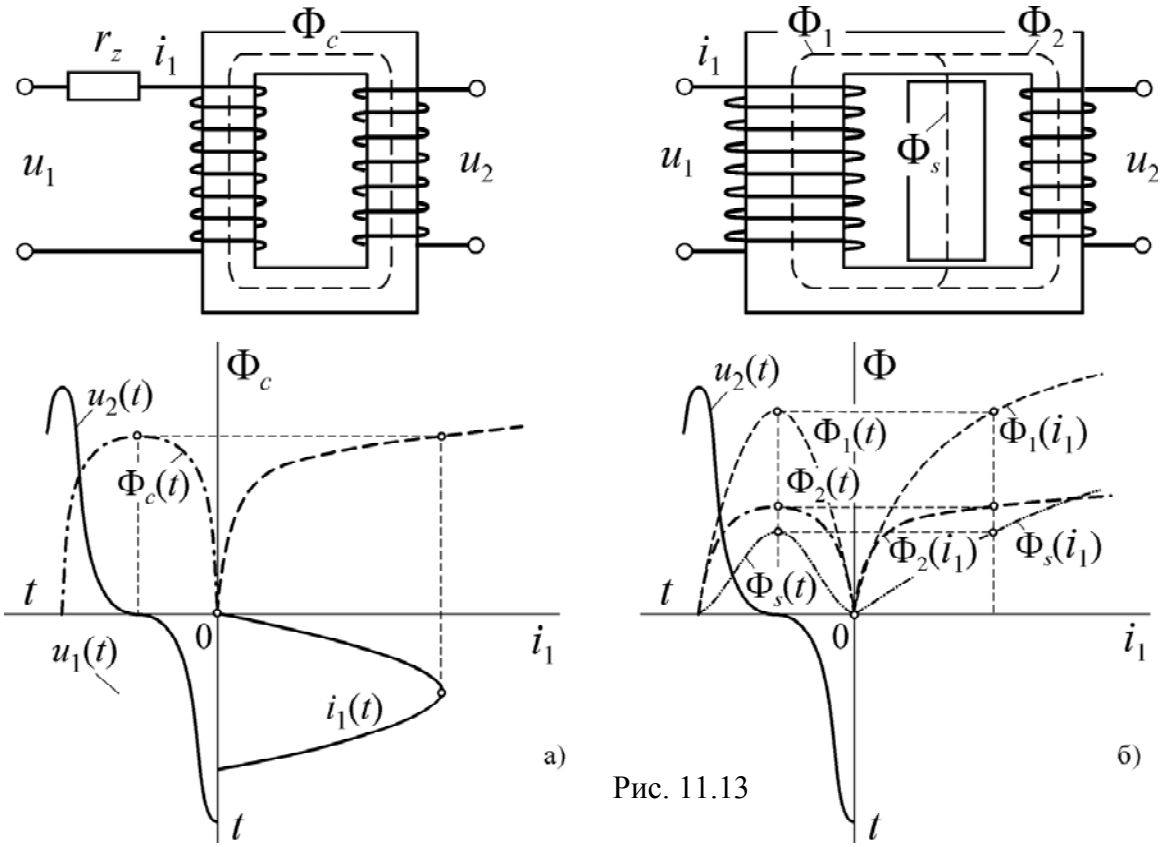


Рис. 11.13

Большое активное сопротивление r_z в цепи первичной обмотки пик-трансформатора придаёт источнику синусоидального сигнала свойства источника тока. При синусоидальном токе намагничивания магнитный поток в сердечнике несинусоидален и имеет уплощённую форму*. В результате напряжение вторичной обмотки $u_2(t) = -e_2(t) = w_2(d\Phi_c / dt)$ будет иметь форму пиков, максимумы которых совпадают с нулевыми значениями тока i_1.

* см. раздел 2.4

Недостатком пик-трансформатора такого типа является необходимость в относительно большом входном сигнале u_1 из-за значительного падения напряжения на добавочном сопротивлении.

Этот недостаток устраняется в пик-трансформаторе с магнитным шунтом (рис. 11.13, *б*). Здесь синусоидальный входной сигнал $u_1(t)$ формируется источником с низким внутренним сопротивлением, поэтому магнитный поток в стержне первичной обмотки $\Phi_1(t)$ также имеет форму синусоиды, в то время как намагничивающий ток $i_1(t)$ несинусоидален. Стержни магнитопровода трансформатора имеют разные площади поперечных сечений и, следовательно, разные значения индукции. Стержень, на котором расположена первичная обмотка, имеет самое большое сечение, шунт – сечение несколько меньше и самое малое сечение у стержня вторичной обмотки. В результате стрежень первичной обмотки и шунт находятся в ненасыщенном состоянии, а стержень вторичной обмотки сильно насыщен. Поэтому кривая магнитного потока $\Phi_2(t)$ имеет уплощённую форму с большой долей третьей гармоники в спектре

$$\Phi_2(t) \approx \Phi_{21m}\sin\omega t + \Phi_{23m}\sin 3\omega t + \Phi_{25m}\sin 5\omega t + .$$

Кроме различных сечений, в контуре магнитного шунта сделан воздушный зазор, обеспечивающий для этого участка магнитной цепи близкую к линейной магнитную характеристику. Синусоидальный магнитный поток в первом стержне является суммой двух других потоков

$$\Phi_1(t) = \Phi_s(t) + \Phi_2(t) = \Phi_{1m}\sin\omega t .$$

Следовательно, магнитный шунт создаёт контур, по которому замыкается магнитный поток третьей и других нечётных гармоник, возбуждаемых во втором стержне. Действительно,

$$\begin{aligned}\Phi_s(t) &= \Phi_{1m}\sin\omega t - \Phi_2(t) = \\ &= \Phi_{1m}\sin\omega t - \Phi_{21m} - \Phi_{23m}\sin 3\omega t - \Phi_{25m}\sin 5\omega t - \ldots = \\ &= (\Phi_{1m} - \Phi_{21m})\sin\omega t - \Phi_{23m}\sin 3\omega t - \Phi_{25m}\sin 5\omega t - \ldots = \\ &= \Phi_{s1m}\sin\omega t - \Phi_{23m}\sin 3\omega t - \Phi_{25m}\sin 5\omega t - \ldots\end{aligned}$$

При этом высшие гармоники в шунте находятся в противофазе по отношению к гармоникам во втором стержне, поэтому кривая магнитного потока имеет заострённую форму.

Уплощённая форма магнитного потока во втором стержне обеспечивает получение пикообразной формы ЭДС вторичной обмотки $e_2(t)$ аналогично пик-трансформатору с добавочным сопротивлением.

11.9. Измерительные трансформаторы

Измерительные трансформаторы напряжения и тока применяются: 1) для отделения цепей измерительных приборов и защитной аппаратуры от цепей с высоким напряжением с целью обеспечения безопасности обслуживания и снижения требований к изоляции приборов; 2) для преобразования напряжения и тока к величинам, доступным измерению стандартными приборами.

Трансформаторы напряжения включаются в цепь по схеме рис. 11.14, *а*. Поскольку сопротивление вольтметра очень велико, то они работают в режиме близком к холостому ходу. Погрешность, вносимая в измерение трансформатором, определяется величиной полных сопротивлений его обмоток. Чем меньше эти сопротивления, тем меньше погрешность, поэтому при проектировании измерительных трансформаторов стремятся уменьшить эти величины. Кроме того, необходимо обеспечить минимальные потери в трансформаторе и величину намагничивающего тока, а также относительную линейность характеристик. Для этого сердечники измерительных трансформаторов изготавливают из высококачественной стали и рассчитывают на работу при значениях магнитной индукции не превышающих $0{,}6\ldots0{,}8$ Тл.

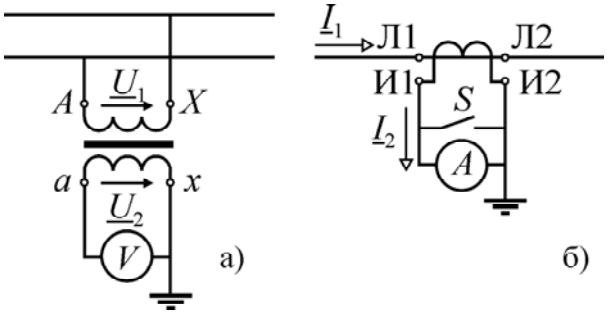


Рис. 11.14

Измерительные трансформаторы напряжения являются приборами с нормированной погрешностью, определяемой стандартными классами точности 0,2; 0,5; 1,0 и 3,0. Вторичные номинальные напряжения трансформаторов также нормированы и должны быть равны $100, 100/\sqrt{3}$ или $100/3$ В.

Измеряемое напряжение U_1 определяется по показаниям вольтметра во вторичной обмотке U_2:

$$U_1 = \frac{w_1}{w_2} U_2 = k_U U_2 ,$$

где $k_U = w_1 / w_2$ – коэффициент трансформации.

Кроме погрешности измерения модуля напряжения измерительные трансформаторы создают фазовый сдвиг между напряжениями $\underline{U}_1$ и $\underline{U}_2$ – δ_U. Он измеряется в угловых минутах и считается положительным, если вторичное напряжение опережает по фазе первичное. Угловая погрешность трансформатора никоим образом не сказывается на измерении напряжения, но влияет на измерение мощности, т.к. при этом производится одновременное измерение напряжения и тока с учётом их фазового смещения..

Ко вторичной обмотке измерительного трансформатора параллельно с вольтметром могут подключаться обмотка напряжения ваттметра, обмотки защитных реле, входы различных приборов и др.

Трансформаторы тока включаются в разрыв цепи или линии аналогично включению амперметра (Л1-Л2 на рис. 11.14, *б*). В цепь вторичной обмотки (И1-И2) могут последовательно подключаться амперметр, токовая обмотка ваттметра, датчики тока, реле токовой защиты и др.

Первичная обмотка трансформатора тока состоит из одного или нескольких витков, в то время как вторичная обмотка имеет большое число витков и к ней подключаются приборы с очень малым входным сопротивлением. Поэтому

рабочий режим трансформатора тока представляет собой практически режим короткого замыкания.

Согласно схеме замещения трансформатора на рис. 6.2, *г* приведённый ток во вторичной обмотке равен

$$\underline{I}'_2 = -\frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_m + \underline{Z}'_2 + \underline{Z}'_l}\underline{I}_1 .$$

Если $\underline{Z}'_2 + \underline{Z}'_l = 0$, то $I'_2 = -I_1$ и погрешность преобразования тока по модулю и по углу равна нулю. Поэтому необходимо стремится к тому, чтобы сумма $\underline{Z}'_2 + \underline{Z}'_l$ была минимально возможной и значительно меньше $\underline{Z}_m$.

Измеряемый ток I_1 можно определить выражением

$$I_1 = \frac{w_2}{w_1} I_2 = k_I I_2$$

где $k_I = w_2 / w_1$ – коэффициент трансформации, I_2 – значение тока по показаниям амперметра во вторичной обмотке.

Трансформаторы тока изготавливаются с классами точности 0,2; 0,5; 1,0; 3,0 и 10,0. Для первых трёх классов устанавливается также допустимая угловая погрешность δ_I: 10′, 40′ и 80′. Для остальных классов угловая погрешность не нормируется.

Номинальные первичные токи трансформаторов находятся в пределах от 5 А до 15 кА. Вторичный номинальный ток равен 5А.

В рабочем режиме трансформатора величина индукции в сердечнике составляет 0,08…0,1 Тл. Если разомкнуть цепь вторичной обмотки, то размагничивающее действие её тока исчезнет, и магнитный поток возрастёт в десятки и сотни раз. Соответственно этому возрастут потери в стали, что при длительной работе приведёт к перегреву сердечника и разрушению изоляции обмоток. Однако главную опасность представляет напряжение на зажимах разомкнутой обмотки, которое при синусоидальном токе первичной обмотки и сильном насыщении сердечника имеет пикообразную форму. В трансформаторах с большим коэффициентом k_I пиковые значения напряжения достигают нескольких тысяч вольт и представляют серьёзную опасность для персонала. Поэтому в цепь вторичной обмотки обязательно вводится шунтирующий ключ *S*, который должен замыкаться до того, как отключается амперметр или иные приборы, и всегда оставаться замкнутым при отсутствии нагрузки трансформатора.

Раздел 3. Общие вопросы теории бесколлекторных машин

Рассмотренные в предыдущем разделе трансформаторы относятся к статическим преобразователям электроэнергии, которые выполняют функцию оптимизации процесса передачи механической энергии на расстояние, но не являются необходимым звеном в этом процессе. Главную роль здесь играют электромеханические преобразователи, т.е. электрические машины, преобразующие механическую энергию в электрическую и называемые генераторами электроэнергии, а также машины, осуществляющие обратное преобразование и называемые двигателями.

Следует заметить, что любая электрическая машина обладает свойством обратимости, т.е. она может осуществлять преобразование энергии в обоих направлениях. Поэтому при изучении электрических машин понятия генератор и двигатель обычно означают режим работы электромеханического преобразователя, но на практике каждая машина оптимизируется под определённый вид преобразования и используется в этом качестве.

Все электромеханические преобразователи имеют подвижную часть, с помощью которой механическое усилие передаётся нагрузке, если преобразователь является двигателем, или воспринимается преобразователем, если машина является генератором электроэнергии. Подвижная часть электромеханического преобразователя независимо от характера движения (вращательное или поступательное) называется ротором (от лат. roto – вращаюсь), а неподвижная часть статором (от лат. sto – стою). Ротор в машинах с вращательным движением обычно расположен внутри статора, хотя существуют конструкции с внешним ротором.

Электрическая энергия, используемая преобразователем, может быть в форме постоянного или переменного синусоидального тока. В соответствии с этим электрические машины разделяются на два больших класса машин постоянного и переменного тока.

Машины переменного тока составляют основу современной электроэнергетики и за редким исключением все они являются бесколлекторными. Существуют два вида бесколлекторных машин: синхронные и асинхронные. Они отличаются своими свойствами, но имеют сходство конструкции и в основе их теории лежат процессы и явления, связанные с рабочей обмоткой – обмоткой статора. Поэтому прежде чем перейти к подробному изучению этих машин мы рассмотрим общие вопросы теории.

Источником электроэнергии практически всех бесколлекторных машин являются многофазные, преимущественно трёхфазные, сети. Для специальных задач используются двух и шестифазные сети, а в особых случаях и однофазные.

Однако независимо от числа фаз сети работа всех бесколлекторных машина основана на принципе вращающегося магнитного поля, формируемого, как правило, обмоткой статора.

В синхронных машинах наиболее распространённых типов ротор вращается с такой же скоростью как магнитное поле, т.е. синхронно с магнитным полем, и этот признак определяет название машин.

Синхронными машинами-генераторами производится практически вся электрическая энергия, и лишь небольшая её часть преобразуется синхронными двигателями в механическую энергию.

Асинхронные машины, в отличие от синхронных, используются главным образом в качестве двигателей. Название этих машин связано с тем, что скорость вращения ротора в рабочих режимах отличается от скорости вращения магнитного поля, т.е. ротор вращается несинхронно с магнитным полем или асинхронно.

Глава 12. Магнитные поля бесколлекторных машин

12.1. Формирование магнитного поля трёхфазной обмоткой

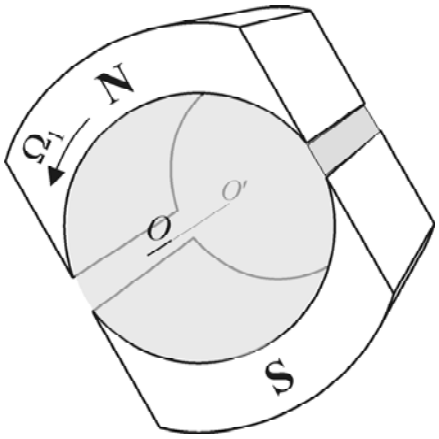


Рис. 12.1

Как уже упоминалось выше, основой работы бесколлекторных электрических машин является вращающееся магнитное поле, формируемое обмоткой статора.

Под вращающимся магнитным полем понимают поле, полюсы которого вращаются в пространстве относительно некоторой неподвижной оси с постоянной угловой скоростью. При этом магнитная индукция распределена между полюсами по синусоидальному закону и имеет постоянную амплитуду.

Зрительное представление вращающегося магнитного поля можно получить в виде двух полюсов постоянного магнита вращающихся с угловой частотой Ω_1 относительно оси *OO*', проходящей через центр пространства между полюсами (рис. 12.1). Такое представление качественно хорошо моделирует вращающееся магнитное поле и обладает большой наглядностью, поэтому в дальнейшем мы будем его использовать. Собственно все процессы в бесколлекторных электрических машинах можно воспроизвести, пользуясь этой механической моделью вращающегося магнитного поля. Однако в реальных машинах вращающееся магнитное поле получают с помощью неподвижной многофазной системы обмоток статора.

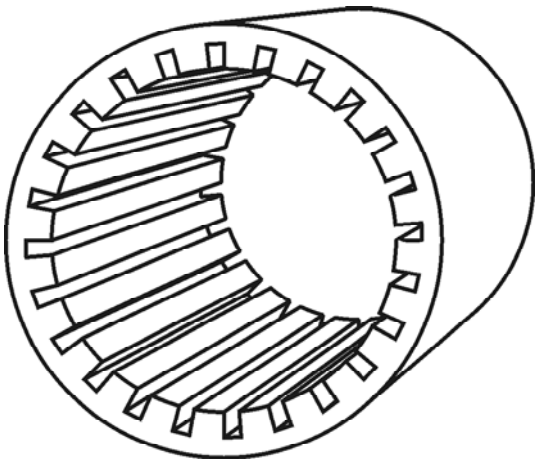


Рис. 12.2

Сердечник статора бесколлекторных машин представляет собой полый цилиндр, собранный из пластин электротехнической стали, имеющих форму

кольца с выемками на внутренней стороне, которые при сборке образуют продольные пазы для размещения обмоток (рис. 12.2). Шихтованная конструкция

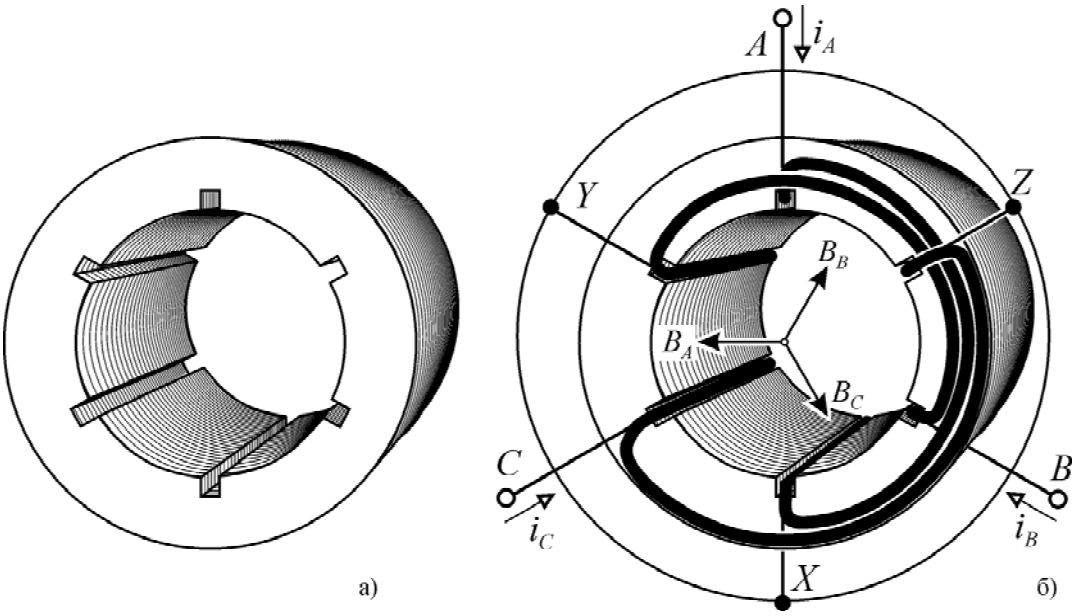


Рис. 12.3

сердечника всегда используется в машинах переменного тока для уменьшения потерь от вихревых токов и перемагничивания.

Выступы пакета сердечника между пазами называются зубцами, а всё пространство, занимаемое пазами и зубцами – зубцовой зоной.

Для рассмотрения принципа формирования вращающегося магнитного поля предположим, что сердечник статора имеет шесть пазов (рис. 12.3., *а*), в которые уложены фазные обмотки, соединённые звездой. Каждая обмотка представляет собой катушку, расположенную в диаметрально противоположных пазах и состоящую из некоторого числа витков (рис. 12.3, *б*). При этом оси фазных обмоток смещены в пространстве по окружности пакета сердечника на 120°.

При подключении обмоток к трёхфазному источнику питания с частотой $\omega_1 = 2\pi f_1$, протекающие в них токи

$$i_A = I_m \sin \omega_1 t;\ \ i_B = I_m \sin(\omega_1 t - 2\pi/3);\ \ i_C = I_m \sin(\omega_1 t + 2\pi/3),$$

возбуждают магнитные поля, оси полюсов которых направлены перпендикулярно плоскостям пазов расположения обмоток (рис. 12.3, *б*). Если пренебречь потерями в сердечнике, то магнитная индукция во всех точках полей обмоток будет изменяться во времени синхронно с токами. На оси полюсов величина индукции будет максимальной и её можно представить в виде

$$B_A = B_m \sin \omega_1 t;\ \ B_B = B_m \sin(\omega_1 t - 2\pi/3);\ \ B_C = B_m \sin(\omega_1 t + 2\pi/3).$$

В дальнейшем под осью полюсов магнитного поля мы будем понимать направление, перпендикулярное нейтрали, т.е. линии, проходящей через точки с нулевым значением индукции.

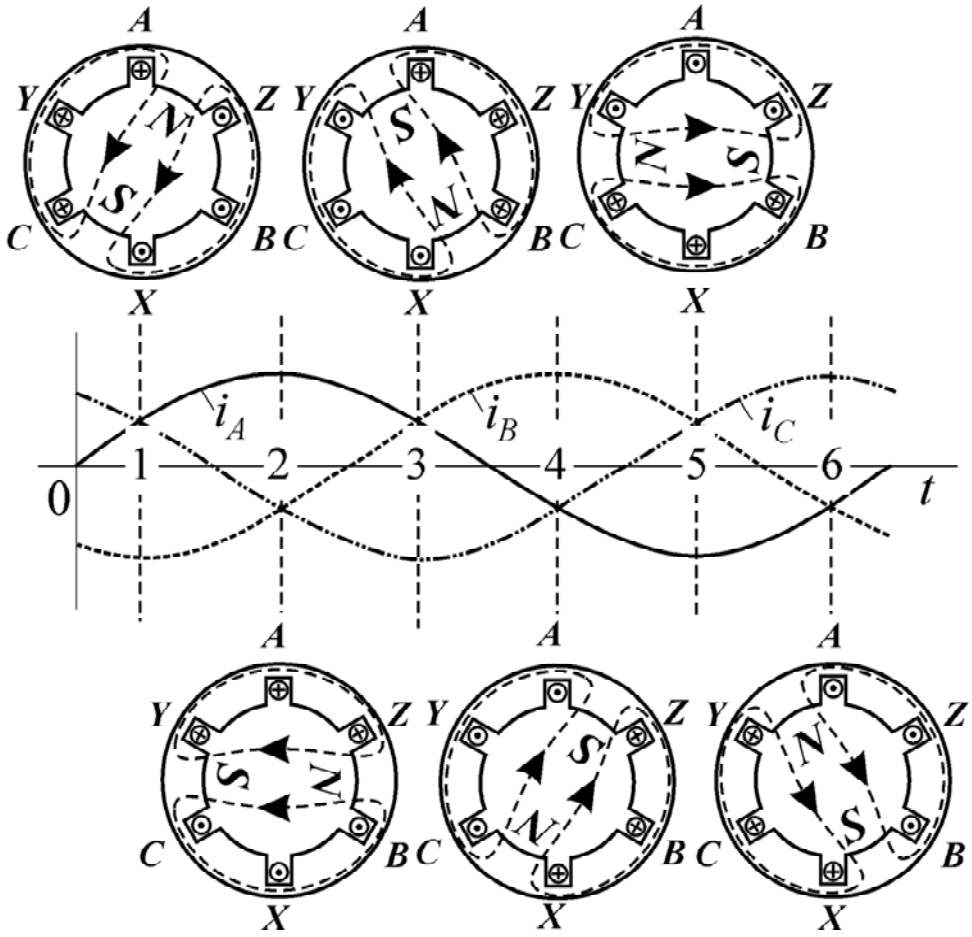


Рис. 12.4

Поля отдельных обмоток суммируются в пространстве внутри сердечника и образуют единое магнитное поле статора. Картину этого поля схематично можно проследить по нескольким точкам на рис. 12.4. Обозначим положительное направление тока в обмотке знаком «+» в точке её начала и знаком «·» в точке конца. Тогда для состояния *1* в пазах сердечника *A*, *Y* и *C* будет одно направление тока в проводниках, а в пазах *Z*, *B* и *X* другое. Общая картина магнитного поля для текущего момента будет соответствовать двум магнитным потокам, охватывающим пазы с одинаковыми направлениями токов, поэтому ось поля для состояния *1* будет направлена под углом 30° к оси *AX*. Такими же построениями можно определить, что через 1/6 часть периода магнитное поле сместится на 60° в направлении по часовой стрелке, а за один период частоты сети совершит полный оборот, т.е. скорость вращения магнитного поля будет равна угловой частоте сети $\Omega_1 = \omega_1 = 2\pi f_1$.

Такими же построениями можно убедиться в том, что при изменении порядка чередования фаз источника питания направление вращения магнитного поля меняется на противоположное.

Если вдвое увеличить число пазов сердечника и, разделив каждую обмотку на две части, разместить её так, чтобы начала и концы половин обмоток находились в пазах, смещённых по окружности статора на 90°, то при подключении к трёхфазной сети образуется магнитное поле с двойным числом полюсов (рис. 12.5). За один период частоты питания оно будет перемещаться в пространстве на 180°, т.е. угловая частота вращения будет в два раза меньше. Проведя аналогичные построения картины магнитного поля для обмоток, разделённых на z_p частей, можно убедиться, что при этом будут возбуждаться поля с числом пар

магнитных полюсов равным z_p, а угловая частота вращения поля будет уменьшаться в z_p раз, т.е.

$$\Omega_1 = \omega_1 / z_p, \tag{12.1}$$

где ω_1 – угловая частота питающей сети. Традиционно частоту вращения называют скоростью вращения и измеряют во внесистемных единицах – оборотах в минуту. Тогда выражение (12.1) можно представить в виде

$$n_1 = 60 f_1 / z_p, \tag{12.2}$$

где n_1 – скорость вращения магнитного поля в об/мин, а f_1 – частота питающей сети в герцах. Следовательно, при частоте промышленной сети 50 Гц возникает ряд возможных скоростей вращения магнитного поля: 3000, 1500, 1000, 750, 600… об/мин

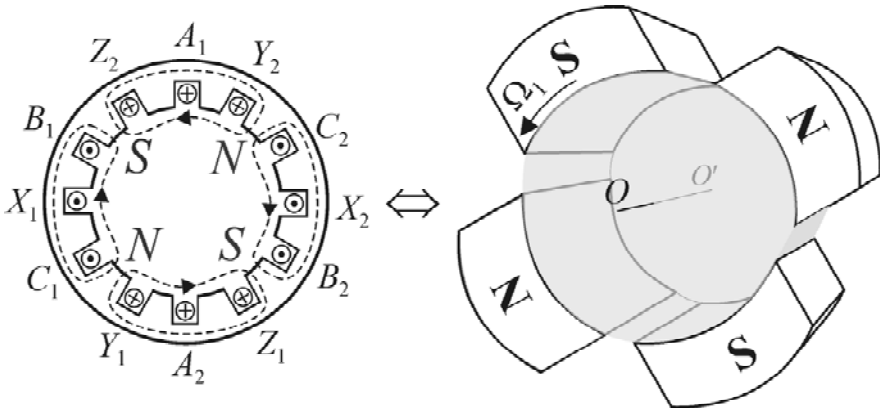


Рис. 12.5

Внутри сердечника статора электрической машины находится ротор, также имеющий сердечник, через который замыкается поток магнитного поля статора. Воздушный зазор между статором и ротором имеет весьма существенное значение для процесса преобразования энергии в электрической машине и называется рабочим зазором. В дальнейшем в этом разделе, если это не оговорено особо, мы будем предполагать, что ротор представляет собой ферромагнитный цилиндр, обладающий одинаковой магнитной проницаемостью во всех направлениях, и что ротор всегда находится внутри статора.

Величина дуги рабочего зазора, соответствующая одному полюсу магнитного поля называется полюсным делением

$$\tau = \frac{\pi D_s}{2 z_p}, \tag{12.3}$$

где D_s – внутренний диаметр статора. Полюсное деление в зависимости от решаемой задачи выражают также в различных мерах угла, соответствующего длине этой дуги

$$\tau = \frac{\pi}{z_p}; \; \tau = \frac{180°}{z_p}, \tag{12.4}$$

или числом зубцовых (пазовых) делений, понимая под зубцовым делением длину дуги зазора между центрами зубцов,

$$\tau = \frac{Z}{2z_p}, \qquad (12.5)$$

где Z – число пазов статора.

При анализе электрических машин часто требуется связать между собой состояние электромагнитных процессов с механическим угловым перемещением. Учитывая, что перемещение магнитного поля на два полюсных деления происходит в течение периода питающей сети, пространственный угол можно измерять мерой фазового угла периодической функции времени. Из выражений (12.4) можно получить соотношение между пространственным и электрическим углом как

$$2\tau = \frac{2\pi}{z_p} = 2\pi^{(el)};\ 2\tau = \frac{360^\circ}{z_p} = 360^{\circ(el)}$$
$$\Downarrow \qquad , \qquad (12.6)$$
$$1 = z_p 1^{(el)};\ 1^\circ = z_p 1^{\circ(el)}$$

где индексом *el* обозначены электрические (фазовые, временные) радианы и градусы.

12.2. Пульсирующее магнитное поле

Убедившись с помощью построений на рис. 12.4 в принципиальной возможности создания трёхфазной системой обмоток электрической машины вращающегося магнитного поля, рассмотрим теперь детально условия его возбуждения. Для этого предположим, что индукция магнитного поля каждой фазной обмотки распределена в рабочем зазоре по закону косинуса, т.е.

$$B_A(\alpha) = B_{0_A}\cos\alpha;\ \ B_B(\alpha) = B_{0_B}\cos\left[\alpha - 2\pi/3\right];\ \ B_C(\alpha) = B_{0_C}\cos\left[\alpha + 2\pi/3\right], \qquad (12.7)$$

где α – пространственный угол, отсчитываемый от оси полюсов магнитного поля обмотки фазы A, а $B_{0_A}, B_{0_B}, B_{0_C}$ – значения индукции на осях обмоток.

Изменение тока в обмотке вызывает пропорциональное изменение её МДС. Полагая сердечник ненасыщенным, можно считать, что и магнитная индукция в зазоре изменяется пропорционально току. При этом характер распределения МДС и индукции вдоль воздушного зазора, а также положение осей полюсов магнитного поля остаются неизменными.

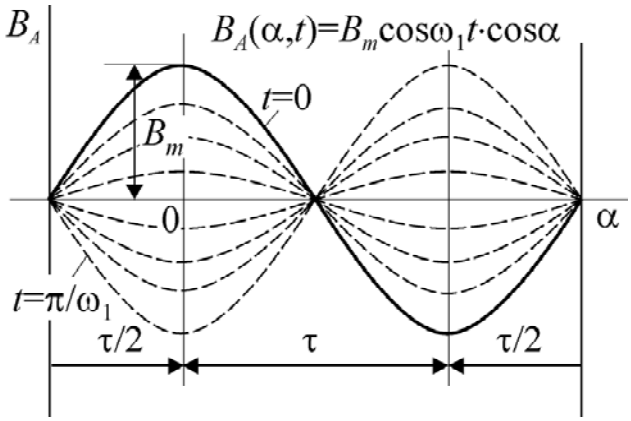


Рис. 12.6

Если в обмотке протекает переменный синусоидальный ток с частотой ω_1, то магнитный поток, сцепляющийся с обмоткой, и магнитная индукция в любой точке зазора также будут изменяться во времени по синусоидальному закону. Обозначив максимальную индукцию на оси полюсов

обмотки через B_m и начав отсчёт времени от момента, когда индукция имеет максимальное значение в фазе *A*, получим с учётом (12.7) выражения для индукции магнитных полей, создаваемых фазными обмотками

$$B_{0_A}(t) = B_m \cos\omega_1 t;\ B_{0_B}(t) = B_m \cos(\omega_1 t - 2\pi/3);\ B_{0_C}(t) = B_m \cos(\omega_1 t + 2\pi/3)$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{aligned} B_A(\alpha,t) &= B_m \cos\omega_1 t \cos\alpha; \\ B_B(\alpha,t) &= B_m \cos(\omega_1 t - 2\pi/3)\cos(\alpha - 2\pi/3); \\ B_C(\alpha,t) &= B_m \cos(\omega_1 t + 2\pi/3)\cos(\alpha + 2\pi/3) \end{aligned} \qquad (12.8)$$

На рис. 12.6 показано распределение индукции магнитного поля обмотки фазы *A* в зазоре для нескольких моментов времени в пределах периода изменения тока. Как следует из рисунка при питании фазной обмотки переменным током распределение индукции остаётся неизменным, а её величина во всех точках зазора изменяется во времени по синусоидальному закону. Такое магнитное поле называется пульсирующим полем. Точно такие же пульсирующие магнитные поля формируют две другие фазные обмотки. Отличие полей обмоток фаз *B* и *C* от поля фазы *A* заключается только в смещении осей этих полей в зазоре на угол $\pm 2\pi/3$ и в смещении фазы пульсаций на такой же угол.

12.3. Круговое магнитное поле

Найдём значение индукции в точке зазора, соответствующей некоторому углу α, в произвольный момент времени *t* при одновременной работе всех трёх обмоток. Для этого сложим выражения для фазных функций (12.8), предварительно представив произведения косинусов через соответствующие суммы, и учтём при этом возможность изменения порядка чередования фаз введением соответствующих знаков фазового сдвига временных функций

$$B_A(\alpha,t) = B_m \cos\omega_1 t \cos\alpha = \frac{B_m}{2}\left[\cos(\alpha - \omega_1 t) + \cos(\alpha + \omega_1 t)\right];$$

$$B_B(\alpha,t) = B_m \cos(\omega_1 t \mp 2\pi/3)\cos(\alpha - 2\pi/3) = \frac{B_m}{2}\left[\cos(\alpha \mp \omega_1 t) + \cos(\alpha \pm \omega_1 t - 4\pi/3)\right];$$

$$B_C(\alpha,t) = B_m \cos(\omega_1 t \pm 2\pi/3)\cos(\alpha + 2\pi/3) = \frac{B_m}{2}\left[\cos(\alpha \mp \omega_1 t) + \cos(\alpha \pm \omega_1 t + 4\pi/3)\right];$$

$$\begin{aligned} B(\alpha,t) &= B_A(\alpha,t) + B_B(\alpha,t) + B_C(\alpha,t) = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{3B_m}{2}\cos(\alpha \mp \omega_1 t) + \\ + \dfrac{B_m}{2}\left[\cos(\alpha \pm \omega_1 t) + \cancel{\cos(\alpha \pm \omega_1 t - 4\pi/3)} + \cos(\alpha \pm \omega_1 t + 4\pi/3)\right] \end{array} \right\} = \\ &= \frac{3B_m}{2}\cos(\alpha \mp \omega_1 t) \end{aligned} \qquad (12.9)$$

Здесь сокращение при суммировании связано с тем, что вторые слагаемые в каждом выражении фазных функций образуют симметричную трёхфазную систему, сумма составляющих которой тождественно равна нулю.

Отрицательный знак в функции $B(\alpha,t)$ соответствует прямому порядку чередования фаз, а положительный – обратному.

Выражение (12.9) справедливо только для магнитного поля с одной парой полюсов, т.к. аргумент косинусной функции представляет собой разность (сумму) пространственного и фазового углов, величины которых измеряются в общем случае разными единицами. Для корректного вычисления аргумента нужно либо пространственный угол α представить в электрических радианах, либо фазовый угол $\omega_1 t$ – в дуговых единицах, т.е.

$$B(\alpha,t)=\frac{3B_m}{2}\cos(\alpha z_p \mp \omega_1 t)\,. \qquad (12.10)$$

Определим физический смысл этого выражения. Пусть питание обмоток статора осуществляется от источника с прямым порядком чередования фаз. Найдём значение магнитной индукции в некоторой точке зазора, перемещающейся по нему с постоянной угловой частотой $\Omega_1=\omega_1/z_p$ в положительном направлении из начального положения ϑ, т.е. $\alpha=\Omega_1 t+\vartheta=\omega_1 t/z_p+\vartheta$. Тогда искомое значение индукции будет равно

$$B(\vartheta,t)=\frac{3B_m}{2}\cos\left(\frac{\omega_1 t}{z_p}z_p+\vartheta z_p-\omega_1 t\right)=\frac{3B_m}{2}\cos\left(\vartheta z_p\right)=\text{const}\,. \qquad (12.11)$$

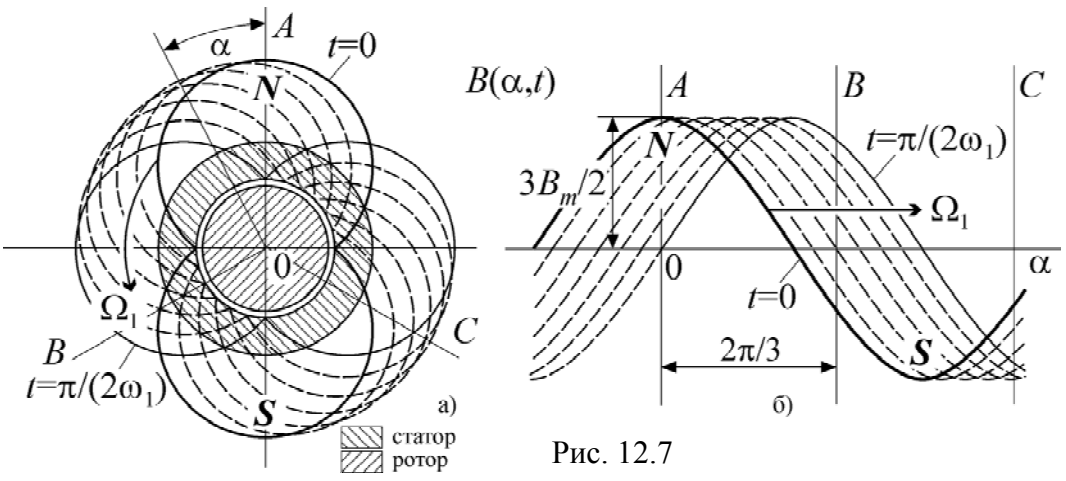


Рис. 12.7

Из выражения (12.11) следует, что магнитная индукция в произвольно заданной точке остаётся постоянной. Значит, магнитное поле неподвижно относительно любой точки, движущейся по зазору с угловой скоростью Ω_1, т.е. оно вращается в пространстве с этой скоростью. При этом из (12.11) также следует, что магнитная индукция имеет синусоидальное распределение по зазору с максимальным значением в полтора раза превышающим максимальную индукцию пульсирующих полей фазных обмоток.

Очевидно, что мы получим тот же результат, полагая, что точка движется в отрицательном направлении с той же угловой скоростью, т.е. $\alpha = -\Omega_1 t + \vartheta = -\omega_1 t / z_p + \vartheta$, а порядок чередования фаз обратный.

Таким образом, выражение (12.10) соответствует синусоидальной волне магнитной индукции движущейся (бегущей) по зазору в направлении, заданном порядком чередования фаз, с постоянной угловой скоростью, определяемой частотой питающей сети и числом пар полюсов магнитного поля, формируемого обмотками.

На рис. 12.7 показано распределение индукции в зазоре для нескольких моментов времени в пределах одной четверти периода в полярной системе координат с началом отсчёта от внутренней поверхности сердечника статора (рис. 12.7, *а*), а также в виде линейной развёртки зазора (рис. 12.7, *б*).

Так как в соответствии с (12.11) величина индукции в любой точке, движущейся синхронно с магнитным полем, неизменна, то годографом пространственного вектора, изображающего индукцию в этой точке является окружность. Поэтому такое магнитное поле называется круговым вращающимся полем.

Из выражений (12.9) следует, что пульсирующие магнитные поля фазных обмоток представляют собой суммы двух круговых магнитных полей с одинаковыми амплитудами волн, равными половине амплитуды пульсаций B_m и вращающимися (бегущими) в противоположных направлениях.

При выводе выражения (12.10) нами были приняты допущения, которые являются условиями получения кругового магнитного поля в электрической машине:

1. отсутствие насыщения сердечника;
2. магнитная симметрия машины, т.е. равенство магнитной проводимости во всех радиальных направлениях;
3. синусоидальное распределение в зазоре и равенство амплитудных значений магнитной индукции полей фазных обмоток;
4. равенство углов фазового сдвига МДС и пространственного смещения обмоток с точностью до знака.

12.4. Эллиптическое магнитное поле

Нарушение любого из перечисленных условий формирования кругового магнитного поля в электрической машине приводит к его искажению.

Рассмотрим случай, когда магнитное поле в машине формируется трёхфазной системой синусоидальных пульсирующих полей с различными амплитудами индукции и осями, произвольно смещёнными в пространстве. Это соответствует питанию обмоток от несимметричного трёхфазного источника переменного тока. Выберем некоторую ось за начало отсчёта и обозначим углы, образуемые с ней осями обмоток, через β_1, β_2 и β_3

Каждая обмотка формирует пульсирующее магнитное поле с индукцией на её оси, равной

$$B_{mk}\cos(\omega_1 t-\phi_k).$$

Это поле можно разложить на два круговых магнитных поля вращающихся в положительном и отрицательном направлениях с угловой скоростью ω_1 и представить эти поля вращающимися векторами

$$\underline{B}_{k+}=\frac{B_{mk}}{2}e^{j(\omega_1 t-\phi_k)}e^{j\beta_k}=\frac{B_{mk}}{2}e^{j(\omega_1 t-\phi_k+\beta_k)}=\frac{B_{mk}}{2}e^{j(\beta_k-\phi_k)}e^{j\omega_1 t}=\underline{B}_{0k+}e^{j\omega_1 t};$$

$$\underline{B}_{k-}=\frac{B_{mk}}{2}e^{-j(\omega_1 t-\phi_k)}e^{j\beta_k}=\frac{B_{mk}}{2}e^{-j(\omega_1 t-\phi_k-\beta_k)}=\frac{B_{mk}}{2}e^{j(\beta_k+\phi_k)}e^{-j\omega_1 t}=\underline{B}_{0k-}e^{-j\omega_1 t},$$

где индексами «+» и «-» обозначены направления вращения полей.

Суммируем все векторы начальных состояний полей с одинаковыми направлениями вращения, полагая аргументы суммарных векторов равными 2γ и 2δ,

$$\underline{B}_{0+}=\sum_{k=1}^{3}\underline{B}_{0k+}=B_{0+}e^{j2\gamma};\ \underline{B}_{0-}=\sum_{k=1}^{3}\underline{B}_{0k-}=B_{0-}e^{j2\delta},$$

а затем перейдем к новой системе координат, смещённой на угол $-(\gamma+\delta)$

$$\underline{B}'_{0+}=\underline{B}_{0+}e^{-j(\gamma+\delta)}=B_{0+}e^{j(\gamma-\delta)};\ \underline{B}'_{0-}=\underline{B}_{0-}e^{-j(\gamma+\delta)}=B_{0-}e^{-j(\gamma-\delta)}.$$

Тогда векторы индукции, изображающие вращающиеся круговые поля в смещённой системе координат, будут иметь вид

$$\underline{B}'_{+}=\underline{B}'_{0+}e^{j\omega t}=B_{0+}e^{j(\gamma-\delta)}e^{j\omega t}=B_{0+}e^{j(\omega t+\gamma-\delta)}=B_{0+}e^{j\vartheta}=B_{0+}\cos\vartheta+jB_{0+}\sin\vartheta;$$

$$\underline{B}'_{-}=\underline{B}'_{0-}{}^{-j\omega t}=B_{0-}e^{-j(\gamma-\delta)}e^{-j\omega t}=B_{0-}e^{-j(\omega t+\gamma-\delta)}=B_{0-}e^{-j\vartheta}=B_{0-}\cos\vartheta-jB_{0-}\sin\vartheta,$$

где $\vartheta=\omega_1 t+\gamma-\delta$.

Результирующий вектор магнитной индукции равен сумме векторов полей прямого и обратного вращения $\underline{B}'_{+}$ и $\underline{B}'_{-}$.

$$\underline{B}'=\underline{B}'_{+}+\underline{B}'_{-}=\left(B_{0+}+B_{0-}\right)\cos\vartheta+j\left(B_{0+}-B_{0-}\right)\sin\vartheta=x'+jy'$$

Отсюда, с учётом того, что $\cos^2\vartheta+\sin^2\vartheta=1$, $\cos\vartheta=x'/(B_{0+}+B_{0-})$ и $\sin\vartheta=y'/(B_{0+}-B_{0-})$, получим уравнение годографа вектора индукции в смещённой системе координат

$$\frac{\left(x'\right)^2}{\left(B_{0+}+B_{0-}\right)^2}+\frac{\left(y'\right)^2}{\left(B_{0+}-B_{0-}\right)^2}=1. \qquad (12.12)$$

Выражение (12.12) является уравнением эллипса с большой полуосью $\left(B_{0+}+B_{0-}\right)$ и малой полуосью $\left(B_{0+}-B_{0-}\right)$ (рис. 12.8). Это значит, что магнитное поле в зазоре машины представляет собой бегущую волну индукции с синусоидальным распределением, амплитуда которой изменяется по величине между наибольшим и наименьшим значениями, равными соответственно $\left(B_{0+}+B_{0-}\right)$ и $\left(B_{0+}-B_{0-}\right)$. Такое магнитное поле называется *эллиптическим вращающимся полем*.

Очевидно, что если одна из составляющих эллиптического поля отсутствует, то годографом результирующего вектора будет окружность, т.е. поле в машине будет круговым. Если амплитуды индукции полей прямого и обратного вращения одинаковы, т.е. $B_{0+} = B_{0-} = B_0$, то малая ось эллипса годографа равна нулю и

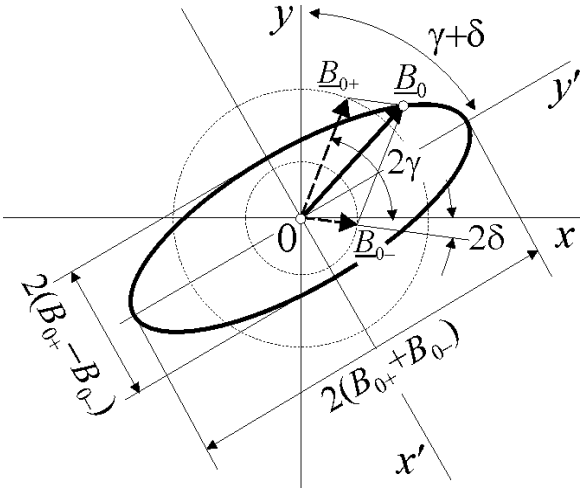


Рис. 12.8

$$\underline{B}' = \underline{B}'_{+} + \underline{B}'_{-} = 2B_0\cos\vartheta + j0 = \\ = 2B_0\cos(\omega t + \gamma - \delta) = x' + j0 .$$

Значит, в этом случае, как и следовало ожидать, поле в машине пульсирующее с амплитудой, равной двойной амплитуде составляющих прямого и обратного вращения, и осью, совпадающей с осью x' смещённой системы координат.

Представим вектор индукции $\underline{B}'$ комплексным числом $\underline{B}' = Be^{j\upsilon} = B_{0+}e^{j\vartheta} + B_{0-}e^{-j\vartheta}$. Тогда текущее значение угла υ в смещённой системе координат:

$$\upsilon = \arg(\underline{B}') = \operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}(\underline{B}')}{\operatorname{Re}(\underline{B}')}\right] = \operatorname{arctg}\left[\frac{B_{0+} - B_{0-}}{B_{0+} + B_{0-}}\operatorname{tg}\vartheta\right] = \operatorname{arctg}\left[k_e \cdot \operatorname{tg}\vartheta\right],$$

где $k_e = \dfrac{B_{0+} - B_{0-}}{B_{0+} + B_{0-}}$ – коэффициент формы эллипса, равный отношению размеров малой и большой полуосей.

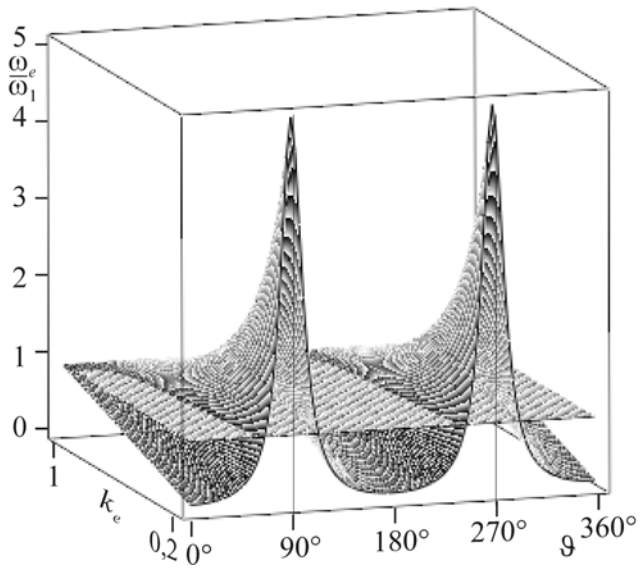


Рис. 12.9

Отсюда можно найти угловую скорость вращения вектора индукции, которая является производной от углового положения по времени

$$\omega_e = \frac{d\upsilon}{dt} = k_e\frac{\omega_1}{1-(1-k_e^2)\sin^2\vartheta} .$$

Следовательно, при эллиптическом поле вектор индукции вращается неравномерно. Максимальная частота вращения равна $\omega_{e\max} = \omega_1 / k_e$ и соответствует угловым положениям точки на малой оси эллипса (90° и 270° в смещённой системе координат), а минимальная – $\omega_{e\min} = \omega k_e$ соответствует

угловым положениям точки на большой оси эллипса, т.е. в смещенной системе координат углам 0° и 180° (рис. 12.9). Неравномерность вращения возрастает с уменьшением коэффициента формы эллипса $k_э$ и при пульсирующем поле функция $\omega_э(t)$ превращается в дельта-функцию с нулевой скоростью вращения при $\underline{B}' \neq 0$ и со скоростью, стремящейся к бесконечности при $\underline{B}' \to 0$.

Глава 13.Конструкции обмоток машин переменного тока

Обмотка статора должна формировать в машине переменного тока круговое вращающееся магнитное поле, т.е. обеспечивать выполнение условий 3 и 4 раздела 12.3. Из того, что перечислено в этих пунктах, принципиально невозможно обеспечить синусоидальное распределение магнитной индукции в зазоре, т.к. обмотка разделяется пазами на дискретные множества проводников.

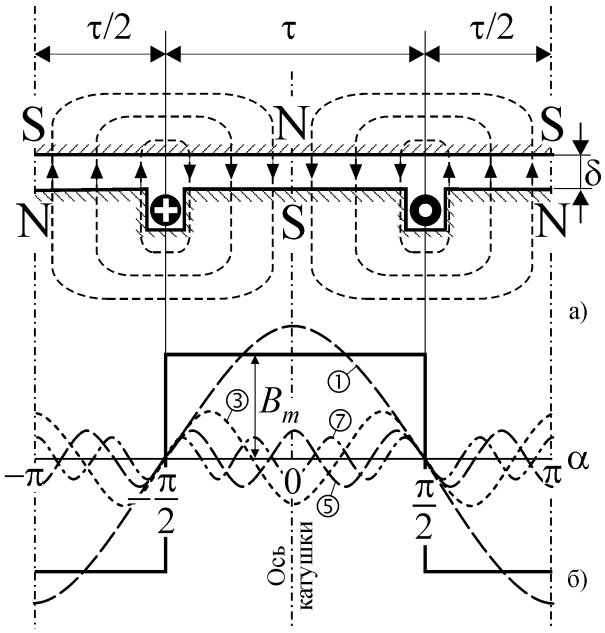


Рис. 13.1

Совокупность последовательно соединённых витков, расположенных в одних и тех же пазах и имеющая общую пазовую изоляцию, называется катушкой или секцией обмотки. В предельном случае катушка может состоять из одного витка, и тогда она называется одновитковой катушкой. Иначе катушка называется многовитковой. Во всех витках многовитковой катушки протекает один и тот же ток, поэтому её витки можно считать одним проводником с током равным $w_s i$, где w_s – число витков катушки (рис. 13.1, *а*). Пазы, в которые уложена катушка, могут располагаться, например, на расстоянии полюсного деления. При малой величине воздушного зазора δ распределение индукции магнитного поля катушки будет прямоугольным (рис. 13.1, *б*). Значит, объёдиняя в обмотку любое количество катушек и располагая их как угодно по пазам, мы можем создать только ступенчатое распределение индукции в зазоре, которое в большей или меньшей степени приближается к синусоидальному. Следовательно, одной из главных задач при конструировании обмоток машин переменного тока является обеспечение наилучшего приближения.

13.1. Конструкции пазовой части обмоток

Катушки обмотки, уложенные в пазы, частично располагаются внутри паза, а частично снаружи, образуя соединение проводников, находящихся в пазовой части. Часть катушки вне паза называется лобовой частью. Она непосредственно не участвует в главном процессе преобразования энергии машиной, т.к. не образует потокосцепления с магнитным потоком в зазоре. В отличие от ло-

бовой, пазовая часть является главным элементом обмотки и называется также активной частью.

Мощность машины определяет размеры и конструкцию элементов обмотки, а они, в свою очередь, технологию изготовления и выбор формы пазов.

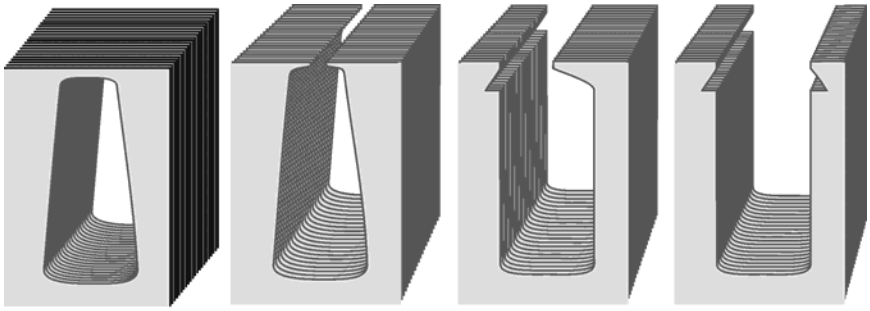


Рис. 13.2

По форме различают пазы трапецеидальные или грушевидные (рис. 13.2, *а* и *б*) и прямоугольные (рис. 13.2, *в* и *г*). Трапецеидальные и грушевидные пазы могут быть закрытыми (рис. 13.2, *а*) и полузакрытыми (рис. 13.2, *б*), а прямоугольные – полуоткрытыми (рис. 13.2, *в*) и открытыми (рис. 13.2, *г*). Чем больше закрыта прорезь паза, тем меньше магнитное сопротивление зубцовой зоны сердечника и тем меньше ток намагничивания.

Закрытые пазы требуют очень сложной технологии укладки обмотки либо способом протяжки провода со стороны лобовых частей, либо разрезанием лобовых частей, а затем вставки в паз и соединения разрезанной части. В связи с этим закрытые пазы в настоящее время практически не используются.

В машинах малой и средней мощности обмотки выполняют из круглого изолированного провода и используют полузакрытые пазы. Это связано с тем, что до укладки в пазы проводники секций (катушек) не соединены между собой, поэтому их можно по очереди вложить («всыпать») в узкую прорезь паза. После укладки пазы закрывают клиньями (рис. 13.3, *1*), и обмотку пропитывают специальными составами. В процессе пропитки все воздушные полости в пазу заполняются пропиточным лаком, который после затвердения скрепляет витки обмотки в монолитную конструкцию, повышая её теплопроводность, влагостойкость, а также электрическую и механическую прочность. Технология сборки обмотки в полузакрытый паз достаточно трудоёмка, но она позволяет увеличить теплоотвод от проводников и, соответственно, допустимую плотность тока, которая может достигать 5…6,5 А/мм^2, в то время как в открытых и полуоткрытых пазах она составляет 4…5,5 А/мм^2. Однако выбор формы паза зависит от конструкции катушек обмотки.

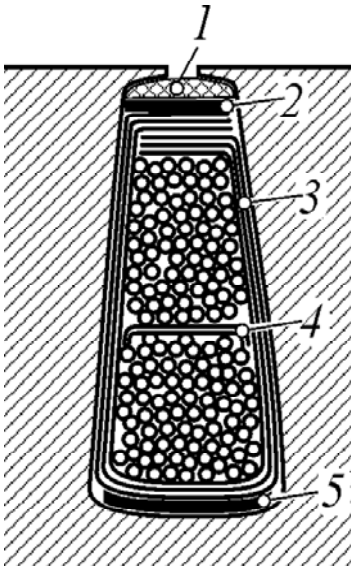


Рис. 13.3

Обмотки машин большой мощности выполняют из жёстких проводов прямоугольного сечения, которым до укладки придают нужную форму, изолируют

и собирают в секции. Такие секции невозможно вложить в полузакрытый паз. Если ширину секций обмотки можно сделать равной половине ширины паза, то используют полуоткрытые пазы и укладывают секции по очереди, постепенно заполняя паз в определённой последовательности. В противном случае используют открытые пазы.

Рис. 13.4

В некоторых машинах секции обмоток состоят из одного витка, занимающего значительную часть паза. В этом случае для исключения влияния вытеснения тока* проводник делят на несколько изолированных пластин, которые изгибают определённым образом и собирают в единое целое так, чтобы каждая пластина в пределах паза поочерёдно располагалась во всех слоях по высоте (рис. 13.4).

Электрическая изоляция обмотки является наиболее ответственным элементом конструкции машины, в значительной степени определяющим её массу, габариты, стоимость и надёжность. При этом самой сложной по конструкции и испытывающей наибольшие электрические, тепловые и механические нагрузки является пазовая изоляция. Конструкция изоляции и изоляционные материалы зависят от типа обмотки, рабочего напряжения и температуры. Кроме того, изоляция должна обладать достаточной механической прочностью, т.е. способностью сохранять изоляционные свойства при механических воздействиях, которые она испытывает в процессе сборки машины, а также при эксплуатации, т.к. через неё механические усилия передаются на корпус и ротор машины.

В общем случае изолируют друг от друга витки, катушки (секции) и слои обмотки в пазу, а также всю пазовую часть обмотки от сердечника, т.е. от корпуса машины.

В высоковольтных машинах большой мощности все эти виды изоляции имеют сложную конструкцию и технологию изготовления. Однако бóльшая часть электрических машин относится к низковольтным машинам малой и средней мощности. В таких машинах межвитковая изоляция представляет собой одно- или двухслойное лаковое покрытие обмоточного провода. В машинах с большими механическими воздействиями используют провод с дополнительной обмоткой поверхности хлопчатобумажной или шёлковой нитью.

Секции обмотки и/или слои изолируют друг от друга несколькими слоями синтетической плёнки или ткани, пропитанной различными составами (рис. 13.3, *4*).

Такими же материалами в один или несколько слоёв выстилают паз для создания электрической изоляции обмотки от корпуса машины (рис. 13.3, *3*), а в машинах большой мощности в паз закладывают выгнутые по форме паза изоляционные коробы. Кроме того, на дно паза (рис. 13.3, *5*) и поверх обмотки (рис. 13.3, *2*) под закрывающий паз клин (рис. 13.3, *1*) укладывают изоляционные прокладки.

* см. раздел 4.3

Изоляционные материалы, применяемые в конструкциях обмоток электрических машин, по термостойкости делятся на шесть классов, отличающихся друг от друга допустимой температурой нагрева, а также температурой, используемой для расчёта активного сопротивления обмотки*. В современных машинах используют в основном изоляционные материалы классов *B* и *F*.

Таблица 13.1

Термостойкость изоляционных материалов

Класс изоляции	**Предельно допустимая температура, ° C**	**Расчётная рабочая температура обмотки ° C**	**Характеристика материалов**
Y	90		Непропитанные волокнистые материалы из целлюлозы, хлопка, шёлка
A	105	75	Пропитанные волокнистые материалы из целлюлозы, хлопка, шёлка
E	120		Синтетические органические плёнки
B	130	115	Материалы на основе слюды, асбеста, и стекловолокна, применяемые с *органическими* связующими и пропитывающими составами
F	155		Материалы на основе слюды, асбеста, и стекловолокна, применяемые с *синтетическими* связующими и пропитывающими составами
H	180		Материалы на основе слюды, асбеста, и стекловолокна, применяемые с *кремнийорганическими* связующими и пропитывающими составами
C	>180		Слюда, керамические материалы, стекло, кварц, применяемые без связующих составов

Примечание: 1) цветом в таблице выделены классы изоляции современных машин общего применения;
2) класс Y в современных машинах не применяется.

Изоляция является необходимым элементом любой электрической машины, но активными материалами, обеспечивающими процесс преобразования энергии, являются сталь и медь. Поэтому уменьшение объёма изоляционных материалов положительно влияет на массогабаритные показатели изделия, а также на его стоимость. Эффективность использования площади паза, т.е. доля в нём активного материала, определяется коэффициентом заполнения

$$k_s = Nd^2 / S_s ,$$

* см. таблицу 13.1

где N – число проводников в пазу; d – диаметр изолированного провода, мм; S_s – площадь паза, мм^2. При ручной укладке обмотки $k_s = 0,70\ldots0,75$, а при машинной намотке $k_s = 0,70\ldots0,72$.

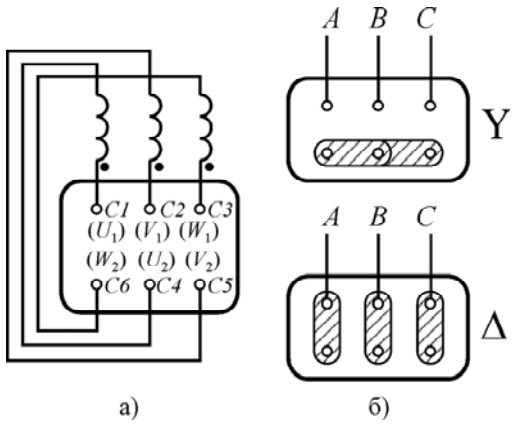


Рис. 13.5

Для выводов обмоток статора трёхфазных машин отечественным стандартом предусмотрены обозначения выводов обмоток, показанные на рис. 13.5, *а*. Там же в скобках показаны международные обозначения, используемые также в новых отечественных разработках. Следует обратить внимание на то, что выводы концов обмоток смещены по отношению к началам. Это сделано для того, чтобы одинаковыми прямыми перемычками обеспечить соединение обмоток звездой и треугольником (13.5, *а* и *б*).

13.2. Классификация обмоток

Как уже упоминалось выше, фазная обмотка, состоящая из одной катушки, активные стороны которой расположены в пазах на расстоянии полюсного деления, формирует магнитное поле с прямоугольным наихудшим распределением магнитной индукции. Такая обмотка называется сосредоточенной. Она находит применение в простейших конструкциях машин, но в машинах с высокими показателями качества используются только обмотки, состоящие из нескольких катушек, распределённых тем или иным способом по пазам сердечника, и называемые поэтому распределёнными обмотками.

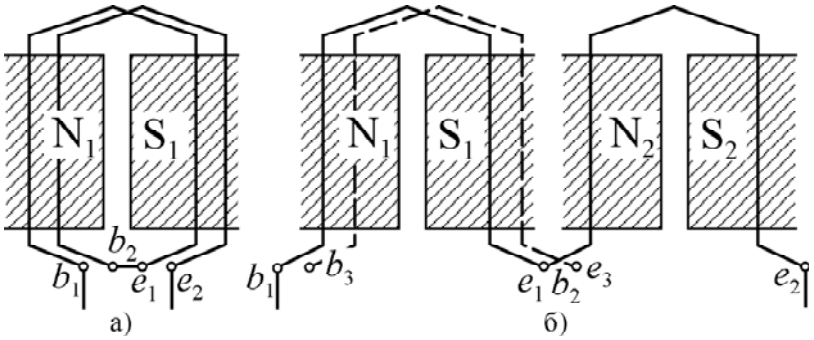


Рис. 13.6

Расстояние между активными сторонами катушки обмотки называется её шагом. Шаг обмотки обычно равен или близок к полюсному делению. Обмотки с шагом равным полюсному делению называются обмотками с полным или с диаметральным шагом. Для оптимизации распределения магнитной индукции в зазоре шаг обмотки уменьшают, и такие обмотки называются обмотками с укороченным шагом. Обмотки с укороченным шагом позволяют не только существенно улучшить форму кривой распределения индукции, но также уменьшить размер лобовой части, снижая тем самым расход обмоточного провода.

Укорочение шага возможно только в двухслойных обмотках. Однослойные обмотки имеют диаметральный шаг. Однако в машинах малой мощности однослойные обмотки находят применение, т.к. отсутствие межслоевой изоляции

позволяет улучшить коэффициент заполнения паза, что при малой его площади имеет большое значение. Кроме того, более простая технология укладки снижает стоимость однослойной обмотки.

Катушки распределённой многофазной обмотки укладывают подряд в соседние пазы. Число пазов, которое приходится на один полюс и фазу, очевидно равно

$$q = \frac{Z}{2mz_p}, \qquad (13.1)$$

где Z – общее число пазов сердечника статора, m – число фаз обмотки.

Чаще всего q является целым числом, но в мощных многополюсных машинах иногда используют обмотки с дробным значением q.

Если $q > 1$ то катушки, расположенные в соседних пазах, соединяют последовательно в катушечную группу. Число таких групп равно числу полюсов машины. Катушечные группы фазной обмотки можно соединять последовательно, параллельно или использовать различные смешанные последовательно-параллельные соединения. При этом образуются параллельные ветви обмотки.

По способу соединения катушек различают также петлевые и волновые обмотки. В петлевой обмотке следующая по схеме катушка располагается в соседнем пазу. В результате получается цепь, схема которой напоминает рисунок петель (рис. 13.6, *а*). В волновой обмотке следующая по схеме катушка смещёна на два полюсных деления, и внешний вид схемы имеет волнообразный рисунок (рис. 13.6, *б*). В электромагнитном отношении петлевые и волновые обмотки полностью идентичны. Очевидно, что в машине с одной парой полюсов создание волновой обмотки невозможно. Волновые обмотки применяют в машинах средней и большой мощности, обмотки которых состоят из одновитковых катушек. В этом случае витки имеют вид стержней и обмотка называется стержневой. Волновые стержневые обмотки имеют определённые преимущества перед петлевыми в конструкции изоляции и крепления обмотки. Кроме того, волновая обмотка позволяет существенно уменьшить длину соединений между катушечными группами, чем достигается значительная экономия меди.

13.3. Трёхфазные двухслойные обмотки

Рассмотрим принцип построения трёхфазной двухслойной петлевой обмотки, составив её схему. Такие схемы представляют собой развёртку внутренней поверхности сердечника, если его разрезать по образующей и развернуть в плоскость. Тогда пазовую часть обмотки изображают вертикальными параллельными линиями, которые обычно нумеруют в соответствии с номером паза. Катушки обмотки изображают замкнутыми контурами. Причём расположенную в верхнем слое сторону катушки, обозначают сплошной линией, а расположенную в нижнем слое – штриховой.

Пусть статор имеет двенадцать пазов и требуется выполнить трёхфазную обмотку с одной парой полюсов и с полным шагом $y = \tau$. Полюсное деление

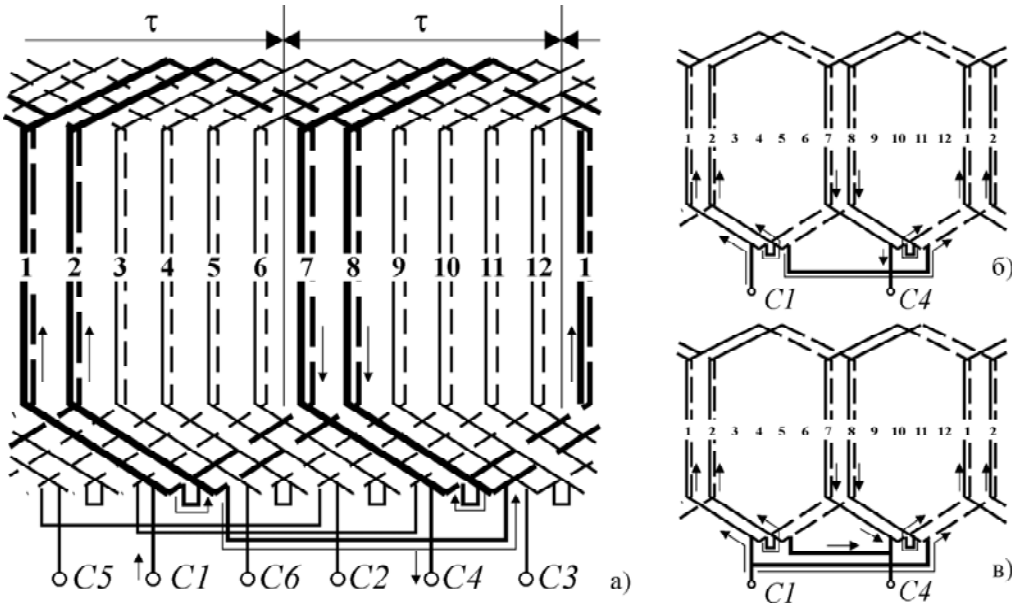


Рис. 13.7

этой обмотки составляет $\tau = Z/(2z_p) = 6$ пазовых делений, а число пазов на полюс и фазу $q = Z/(2mz_p) = 2$.Так как число полюсов равно двум, то в каждой фазной обмотке будет две катушечные группы, состоящие из $q = 2$ катушек.

Все катушки обмотки изготавливаются намоткой на шаблон, имеют одинаковые размеры и направление намотки. Один из концов катушки будем считать её началом, а другой – концом.

Построим схему для фазы *A*. Пусть соответствующая началу сторона первой катушки, расположена в верхнем слое первого паза (рис. 13.7, *а*), и её вывод является началом фазной обмотки *C1*. Тогда другая сторона этой катушки будет лежать в нижнем слое паза $1 + y = 1 + \tau = 7$.

Следующая катушка в этой группе должна находиться в соседних пазах, т.е. в верхнем и нижнем слое второго и восьмого паза соответственно, и соединяться с предыдущей катушкой последовательно-согласно. Поэтому конец первой катушки присоединён к началу второй.

Вторая катушечная группа строится совершенно аналогично первой со смещением на величину полюсного деления. Значит, её начало будет находиться в седьмом пазу.

После укладки катушечных групп их нужно соединить между собой. При выборе концов для соединения необходимо обеспечить правильное направление протекания условных токов или, что то же самое, направление обхода контуров катушек. Токи в катушках, лежащих в одном пазу должны протекать в одинаковых направлениях. Если принять направление тока в обмотке от её начала к концу, то в первом и втором пазах ток будет направлен снизу вверх, а в

седьмом и восьмом пазах – сверху вниз. Следовательно, во второй катушечной группе ток должен иметь противоположное направление – от конца к началу

Для получения нужных направлений тока можно соединить катушечные группы последовательно или параллельно. При последовательном встречном соединении концов обеих катушечных групп схема обмотки представляет собой одну ветвь, концом которой *C4* является начало второй катушечной группы (рис. 13.7, *б*). Но можно также создать встречно-параллельное соединение, объединив между собой начала и концы катушечных групп (рис. 13.7, *в*). В этом случае образуются две параллельные ветви обмотки. При одинаковых токах в катушках обе схемы обмоток эквивалентны, но схема с двумя параллельными ветвями обладает вчетверо меньшим входным сопротивлением.

Две другие фазные обмотки имеют совершенно аналогичную схему, но смещены по отношению к первой обмотке на $\pm Z/m = \pm 12/3 = \pm 4$ паза, т.е. начало второй обмотки *C2* расположено в $1+4=5$ пазу, а начало третьей обмотки *C3* в $1-4=1+2\cdot 4=9$ пазу.

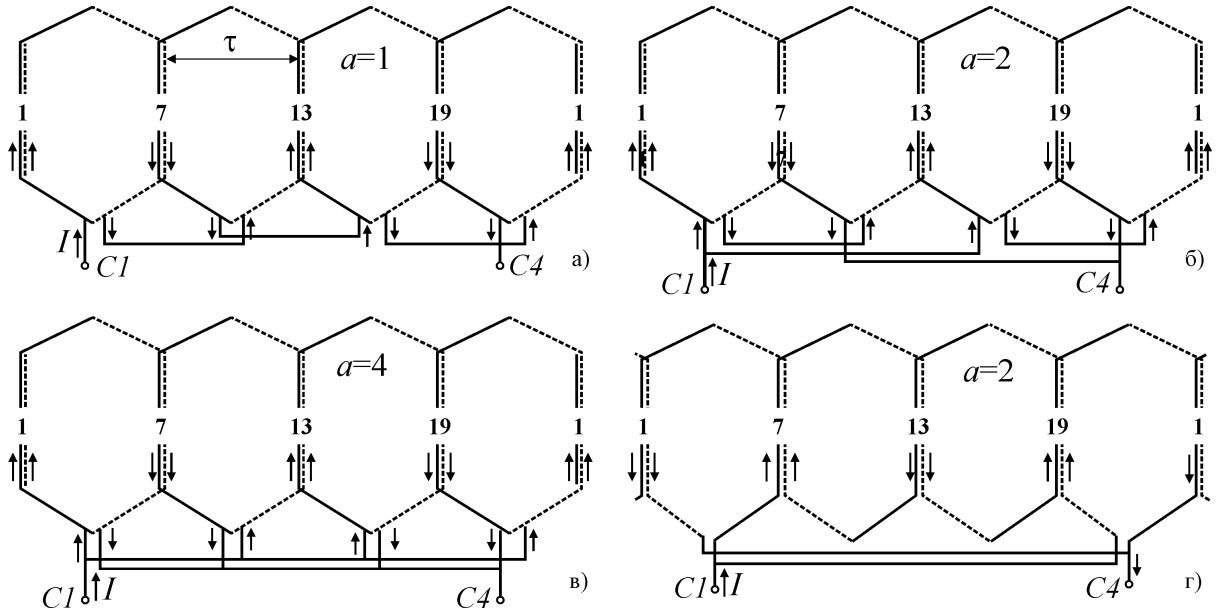


Рис. 13.8

Обмотки с бóльшим числом полюсов позволяют создать больше вариантов соединений катушечных групп. На рис. 13.8 *а-в* показаны все возможные схемы соединений петлевой обмотки с двумя парами полюсов и группами, условно состоящими из одной катушки. Схема на рис. 13.8 *а* представляет собой последовательное соединение, образующее одну ветвь. На рис. 13.8 *б* катушечные группы образуют смешанное соединение из двух параллельных ветвей, каждая из которых состоит из последовательного соединения двух катушек. И, наконец, на рис. 13.8 *в* все катушки соединены параллельно, но для обеспечения согласного направления протекания тока в пазах начала и концы катушек в точках соединения чередуются. На рис. 13.8, *г* в качестве примера показано соединение волновой обмотки в две параллельные ветви. Очевидно, что величина тока в ветвях соединения обратно пропорциональна их числу *a*, т.е. $I_z = I/a$.

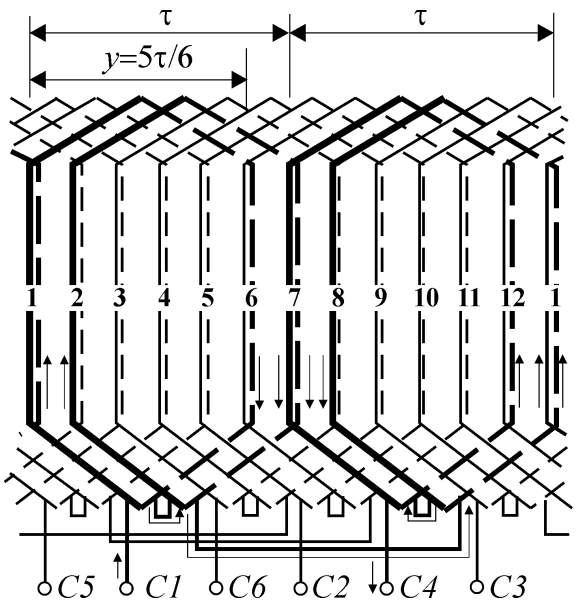


Рис. 13.9

Укоротим шаг обмотки в задаче на рис. 13.7 на одно пазовое деление, т.е. $y = 5\tau/6$. Теперь вторая сторона первой катушки расположится в нижнем слое шестого паза, а вторая катушка первой катушечной группы займёт верхний и нижний слой второго и седьмого паза соответственно (рис. 13.9).

Вторая катушечная группа фазной обмотки независимо от величины шага должна быть смещена на величину полюсного деления. Поэтому её катушки расположатся в пазах *7-12* и *8-1*.

Соединение катушечных групп в обмотке с укороченным шагом можно выполнить так же, как в обмотке с диаметральным шагом, т.е. последовательно-встречно или параллельно-встречно. На рис. 13.8 в качестве примера показано последовательное соединение.

13.4. Трёхфазные однослойные обмотки

Трёхфазные однослойные обмотки бывают концентрическими и шаблонными. Катушечные группы концентрических обмоток состоят из катушек с разным шагом, уменьшающимся по мере смещения к центру группы (рис. 13.10). Однако среднее значение шага всех q катушек группы равно полюсному делению

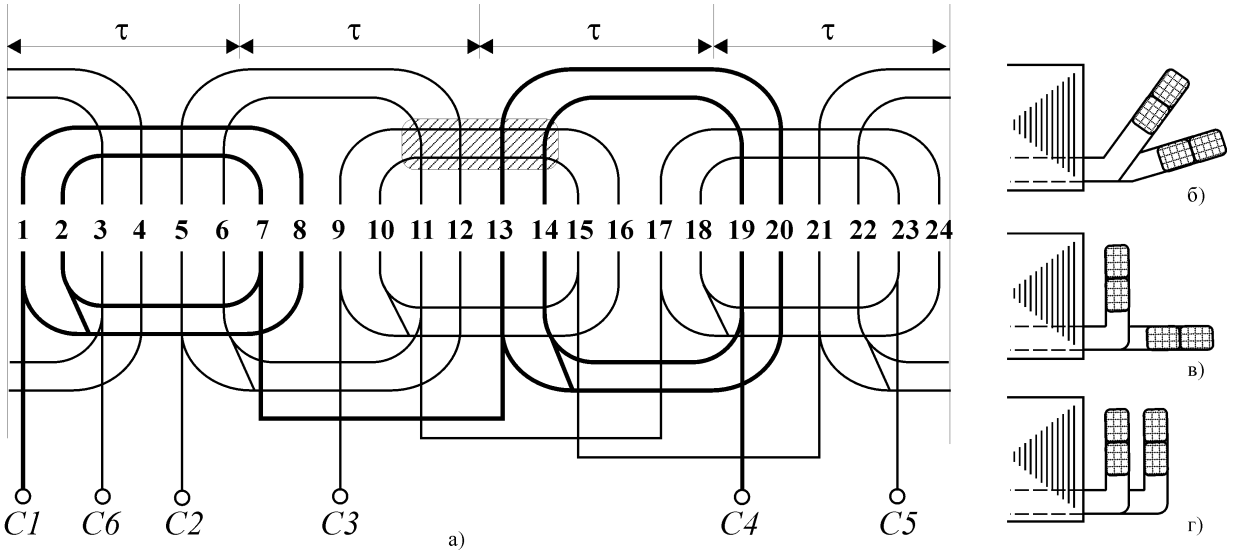


Рис. 13.10

$$\frac{1}{q}\sum_{k=1}^{q} y_k = \tau,$$

а т.к. стороны, соответствующие началам и концам катушек, лежат в соседних пазах, то шаг отдельных катушек равен

$$y_{k+1} = y_k - 2,$$

где $k = 1,2\ldots q$ – порядковый номер, отсчитываемый от наружной катушки, имеющей шаг $y_1 = \tau + \text{round}(q/2)$.

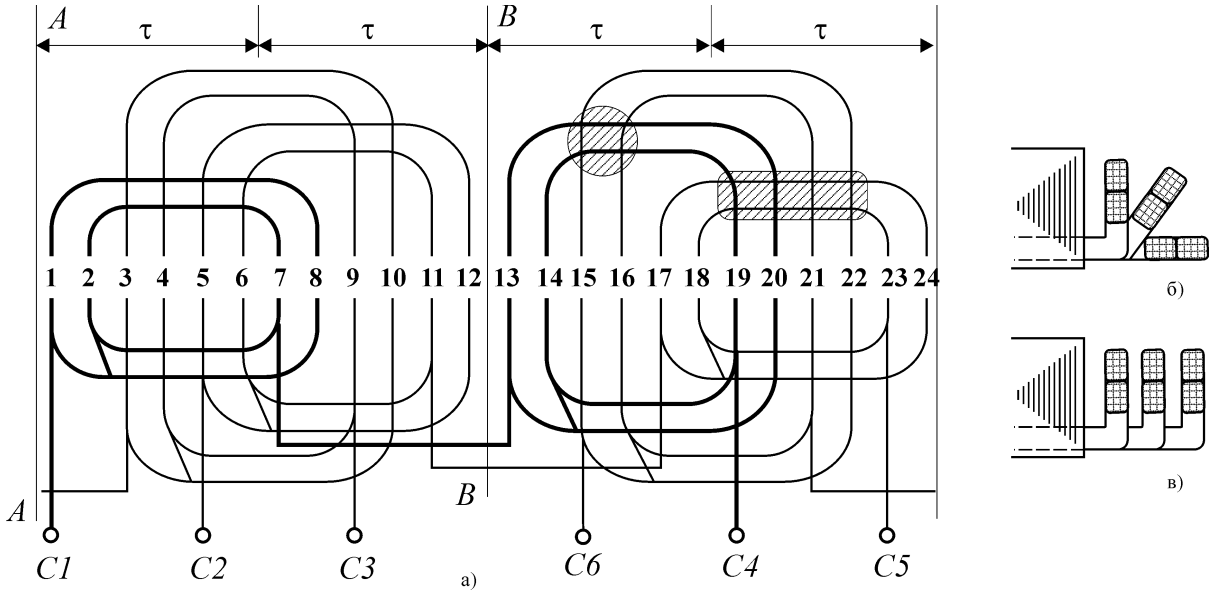


Рис. 13.11

Как видно из рис. 13.10, *а*, лобовые части концентрических обмоток обязательно пересекаются. Одна из таких точек пересечения показана на рисунке заштрихованной областью. Это требует изготовления катушечных групп с разными размерами лобовых частей и расположения их в разных плоскостях (рис. 13.10, *в-г*). Если можно исключить пересечения расположением лобовых частей в двух плоскостях, то обмотка состоит из катушечных групп только двух размеров. Такая обмотка называется двухплоскостной концентрической обмоткой.

Однако возможны случаи, когда двумя размерами катушечных групп и двумя плоскостями расположения лобовых частей решить задачу невозможно. Например, на рис. 13.11, *а* показана схема концентрической обмотки для разъёмного статора. Здесь фазные обмотки $C1-C4$ и $C2-C5$ выполнены так же, как на рис. 13.10, *а,* а катушки фазы $C3-C6$ находятся в тех же пазах, но «отогнуты» в противоположные стороны. В результате на осях *AA* и *BB* между пазами *24-1* и *12-13* лобовые части отсутствуют, и по этим осям сердечник статора можно разрезать и сделать разъёмным. Такая схема требует использования катушек трёх размеров и отгибания лобовых частей в трёх плоскостях (рис. 13.11, *б* и *в*), вследствие чего обмотка называется концентрической трёхплоскостной.

В концентрических обмотках не всегда удаётся обеспечить конструктивную симметрию параллельных ветвей и/или фазных обмоток. Поэтому возникает асимметрия активных и индуктивных сопротивлений, приводящая к дополнительным потерям в машине.

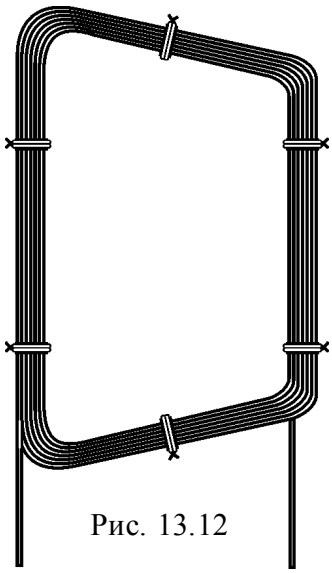


Рис. 13.12

По сравнению с двухслойными обмотками лобовые части концентрических обмоток обычно длиннее, что увеличивает расход материалов и потери энергии.

Шаблонные обмотки в отличие от концентрических имеют катушки одинаковых размеров, которые наматываются на одном и том же шаблоне. Для удобства укладки катушки шаблонных обмоток обычно имеют форму трапеции (рис. 13.12).

Схема простой шаблонной обмотки показана на рис. 13.13. При выходе из пазов лобовые части всей катушечной группы отгибаются в одну сторону. Шаг шаблонной обмотки является полным.

Шаблонные обмотки используются в машинах малой мощности, когда катушки наматываются из круглого провода диаметром до 2,5 мм. Такие катушки легко изгибаются и при укладке лобовым частям можно легко придать нужную форму.

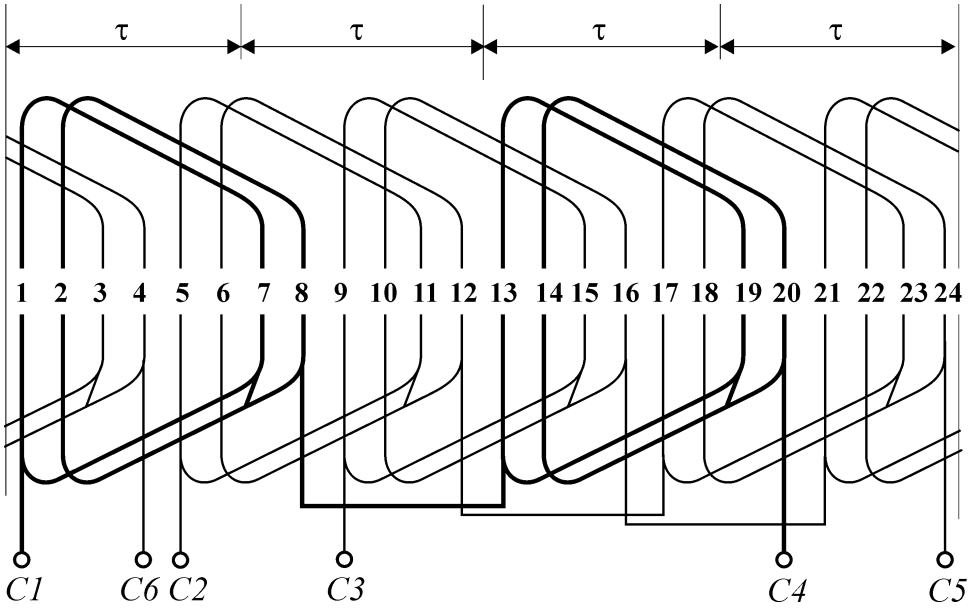


Рис. 13.13

13.5. Короткозамкнутая обмотка типа беличьей клетки

Короткозамкнутые обмотки роторов асинхронных двигателей представляют собой несколько стержней, расположенных в пазах сердечника, с лобовыми частями в виде двух колец, замыкающих обмотку (рис. 13.14, *а*). Электродвижущие силы, наводимые в соседних стержнях обмотки вращающимся магнитным полем, смещены по фазе на угол

$$\gamma = \frac{2\pi z_p}{Z}. \qquad (13.2)$$

Значит, такую конструкцию можно рассматривать как многофазную обмотку, в которой каждый стержень представляет собой отдельную фазу с числом витков в один проводник, т.е. в половину витка ($w = 1/2$).

Участки колец между стержнями обладают некоторым сопротивлением

$$\underline{Z}_r = r_r + jx_r ,$$

которое соизмеримо с сопротивлением стержня

$$\underline{Z}_s = r_s + jx_s .$$

Поэтому стержни замкнуты по существу не накоротко, а через сопротивления колец. Реальную схему замещения короткозамкнутой обмотки на рис. 13.14, *б* можно привести к эквивалентной схеме рис. 13.14, *г*, где сопротивления колец учтены в сопротивлениях стержней $\underline{Z}_{eq}$.

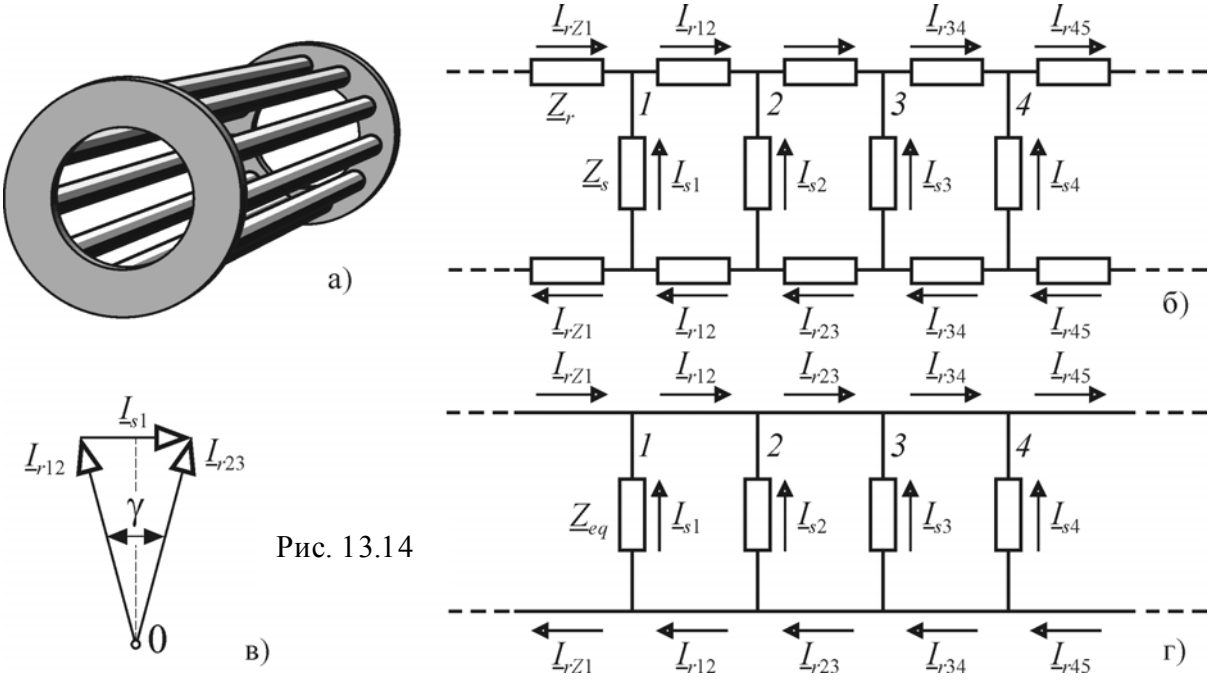


Рис. 13.14

Соотношение между током колец и током стержней можно установить с помощью уравнения Кирхгофа для любого из узлов, например, для узла, образуемого стержнем *2*

$$\underline{I}_{r12} + \underline{I}_{s12} - \underline{I}_{r23} = 0 \Rightarrow \underline{I}_{s12} = \underline{I}_{r23} - \underline{I}_{r12}$$

Этому уравнению, с учётом симметрии многофазной системы, соответствует векторная диаграмма на рис. 13.14, *в*, откуда

$$I_s = 2I_r \sin\frac{\gamma}{2} = 2I_r \sin\frac{\pi z_p}{Z} .$$

Пользуясь этим соотношением и требованием инвариантности потерь энергии в реальной и в эквивалентной схемах, можно найти эквивалентное активное сопротивление стержней

$$r_s I_s^2 + 2r_r I_r^2 = r_{eq} I_s^2 \Rightarrow r_{eq} = r_s + \frac{r_r}{2\sin^2\frac{\pi z_p}{Z}} .$$

Если угол γ достаточно мал ($Z/z_p > 6$), то синусную функцию можно заменить её аргументом

$$r_{eq} \approx r_s + r_r \frac{Z^2}{2\pi^2 z_p^2}$$

Аналогичные соотношения будут справедливы и для индуктивных сопротивлений рассеяния

$$x_{eq} = x_s + \frac{x_r}{2\sin^2 \frac{\pi z_p}{Z}} \approx x_s + x_r \frac{Z^2}{2\pi^2 z_p^2}.$$

Глава 14. Электродвижущие силы обмоток машин переменного тока

Одной из главных задач конструирования машин переменного тока является получение наилучшего приближения к синусоидальному распределению магнитной индукции в зазоре. Это достигается двумя способами: конструкцией обмоток и/или приданием зазору неравномерного профиля. Например, в явнополюсных синхронных генераторах радиус полюсных наконечников делают меньше радиуса внутренней расточки сердечника статора, в результате чего величина зазора у краёв наконечника больше, чем на его оси, и магнитная индукция на краях меньше, чем в центре наконечника (рис. 14.1). Тем не менее, в спектре кривой распределения индукции $B(\alpha)$ присутствуют нежелательные высшие нечётные гармоники. Рассмотрим сначала ЭДС, наводимую в обмотке основной гармоникой.

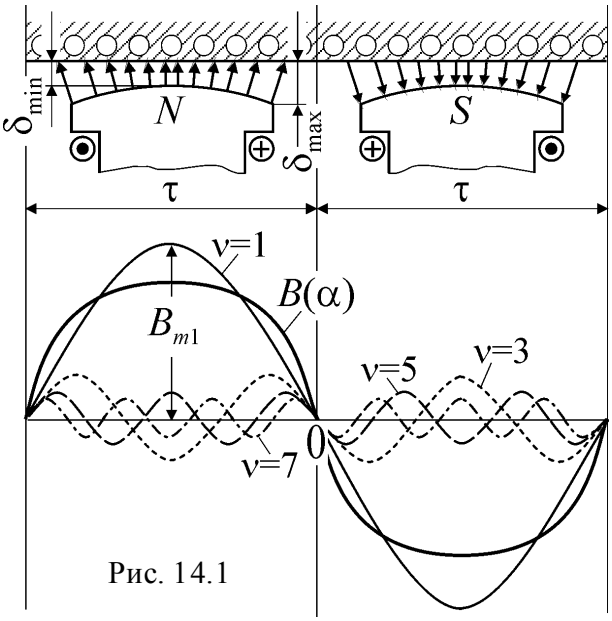


Рис. 14.1

14.1. ЭДС витка и катушки

Основная гармоника магнитного поля, движущаяся относительно проводников обмотки с линейной скоростью $v = 2\tau f_1$, наводит в каждом из них ЭДС

$$e_{l1} = B_{\delta 1} l v = 2 f_1 B_{\delta 1} l \tau .$$

При этом значение магнитной индукции в точке расположения проводника изменяется во времени по синусоидальному закону $B_{\delta 1} = B_{m1} \sin \omega_1 t$. Следовательно, и величина ЭДС также является синусоидальной функцией времени

$$e_{l1} = 2 f_1 B_{m1} l \tau \sin \omega_1 t = E_{ml} \sin \omega_1 t \qquad (14.1)$$

с амплитудой

$$E_{ml} = 2 f_1 B_{m1} l \tau \qquad (14.2)$$

и действующим значением

$$E_{l1} = \sqrt{2} f_1 B_{m1} l \tau . \qquad (14.3)$$

В ряде случаев в машинах переменного тока для улучшения формы кривой ЭДС обмотки делают скос пазов относительно образующей цилиндра внутренней расточки сердечника. Разделим проводник в скошенном пазу на элементарные проводники длиной Δl (рис. 14.2, *а*). Электродвижущие силы в элементарных проводниках будут одинаковыми по модулю, но смещёнными по фазе относительно друг друга на элементарный угол $\Delta\gamma$, а смещение по фазе между начальным и конечным элементарным проводником составит

$$\gamma_c = \frac{b_c}{\tau}\pi ,$$

где b_c – величина скоса.

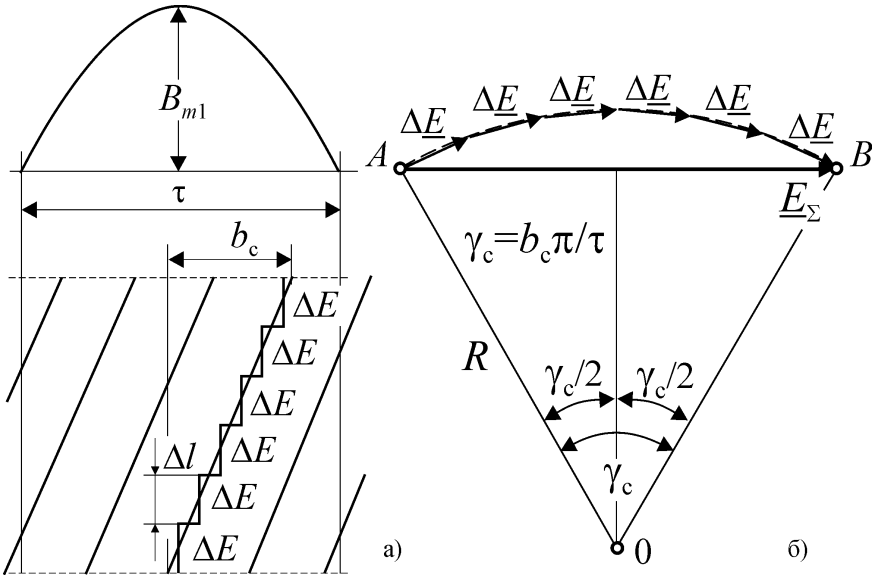


Рис. 14.2

Полное значение ЭДС проводника равно сумме элементарных ЭДС. Эти соотношения с учётом фазовых сдвигов можно изобразить векторной диаграммой, показанной на рис. 14.2, *б*. В пределе при $\Delta\underline{E} \to 0$ векторы элементарных ЭДС образуют дугу окружности, хордой которой, опирающейся на центральный угол γ_c, будет ЭДС проводника $\underline{E}_\Sigma = \underline{E}_{l1}$.

При отсутствии скоса пазов элементарные ЭДС складываются арифметически и их сумма равна длине дуги. Следовательно, отношение длины хорды к длине дуги

$$k_{c1} = \frac{2R\sin(\gamma_c/2)}{R\gamma_c} = \frac{\sin(\gamma_c/2)}{\gamma_c/2} = \frac{\sin\left(\frac{b_c}{\tau}\cdot\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{b_c}{\tau}\cdot\frac{\pi}{2}} \qquad (14.4)$$

определяет степень уменьшения ЭДС при скосе пазов, которое называется коэффициентом скоса пазов обмотки. Очевидно, что при отсутствии скоса $k_{c1} = \lim\limits_{b_c \to 0} = 1$

Таким образом, в общем случае правую часть выражений (14.2) и (14.3) нужно умножить на k_c и, следовательно,

$$E_{ml} = 2 f_1 B_{m1} l \tau k_c , \qquad (14.5)$$

$$E_{l1} = \sqrt{2} f_1 B_{m1} l \tau k_{c1} . \qquad (14.6)$$

Для улучшения формы кривой распределения магнитной индукции в зазоре шаг витков чаще всего укорачивают по сравнению с полюсным делением, так что относительный шаг обычно меньше единицы

$$\beta = y/\tau < 1. \qquad (14.7)$$

На рис. 14.3 показан виток с полным и с укороченным шагом. Электродвижущие силы наводятся только в активных сторонах витка *ab* и *cd*. Суммарная ЭДС витка равна геометрической разности ЭДС активных сторон

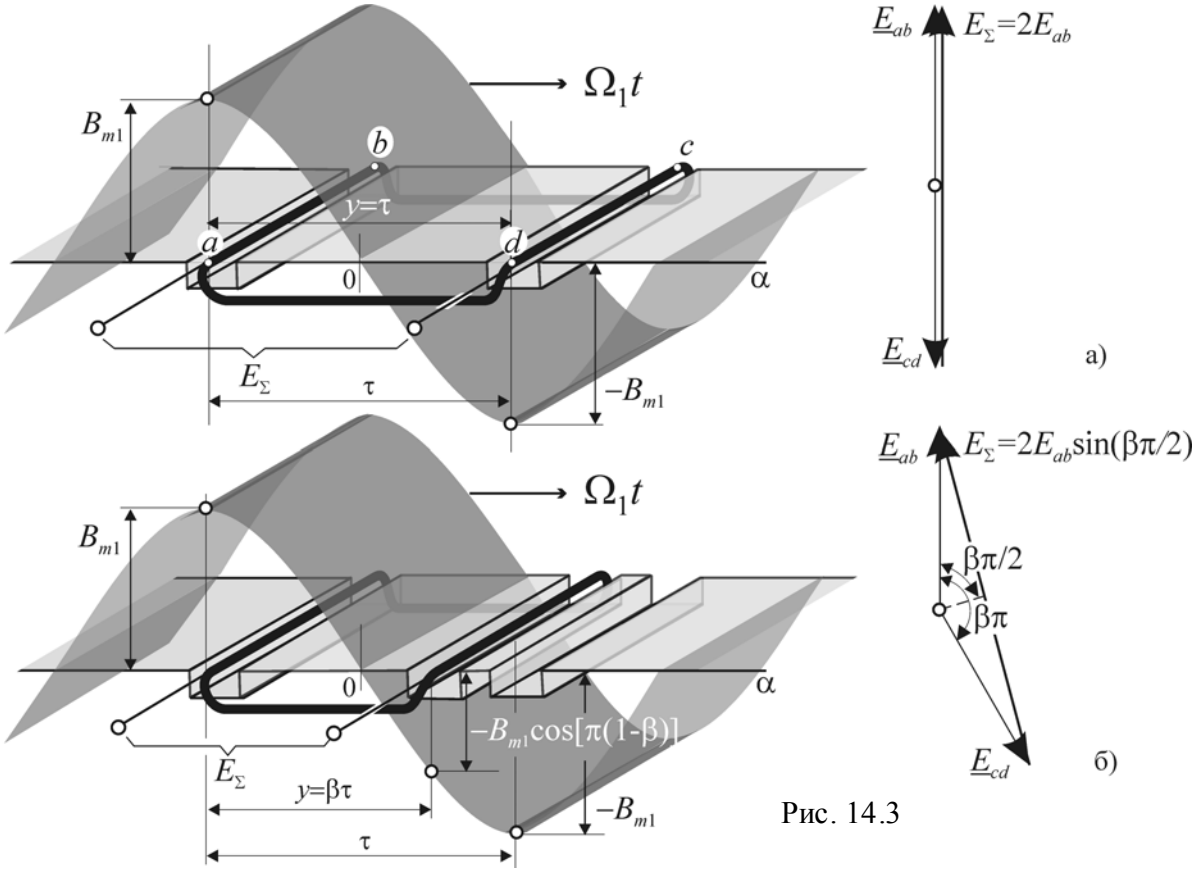


Рис. 14.3

$$\underline{E}_\Sigma = \underline{E}_{w1} = \underline{E}_{ab} - \underline{E}_{cd}.$$

Из векторной диаграммы на рис. 14.3, *б* следует, что модуль вектора ЭДС витка равен

$$E_\Sigma = E_{w1} = 2E_{ab}\sin(\beta\pi/2) = 2E_{ab}k_{y1}, \qquad (14.8)$$

где $k_y = \sin(\beta\pi/2) \le 1$ – коэффициент укорочения шага обмотки. Очевидно, что максимальное значение ЭДС соответствует полному шагу обмотки $y = \tau, \beta = 1 \Rightarrow k_{y1} = 1$.

В общем случае катушка содержит w_s последовательно соединённых витков, поэтому её ЭДС

$$E_{s1} = w_s E_{w1} = 2\sqrt{2} f_1 w_s k_{y1} k_{c1} B_{m1} l\tau. \qquad (14.9)$$

Магнитный поток одного полюса при синусоидальном распределении индукции

$$\Phi_1 = \widetilde{B}_1 l\tau = \frac{2}{\pi} B_{m1} l\tau , \qquad (14.10)$$

где $\widetilde{B}_1 = 2B_{m1}/\pi$ – среднее значение магнитной индукции первой гармоники. Подставив это выражение в (14.9) получим величину ЭДС катушки

$$E_{s1} = w_s E_{w1} = 4{,}44 f_1 w_s k_{y1} k_{c1} \Phi_1 . \qquad (14.11)$$

14.2. ЭДС катушечной группы и фазной обмотки

Катушечная группа представляет собой последовательное согласное соединение катушек. Катушки в группе располагаются в соседних пазах, поэтому ЭДС катушек смещены по фазе на угол соответствующий зубцовому (пазовому) делению

$$\gamma = 2\pi z_p / Z , \qquad (14.12)$$

а вся катушечная группа занимает по окружности сердечника электрический угол

$$\alpha = q\gamma = 2\pi z_p q / Z , \qquad (14.13)$$

называемый углом фазной зоны.

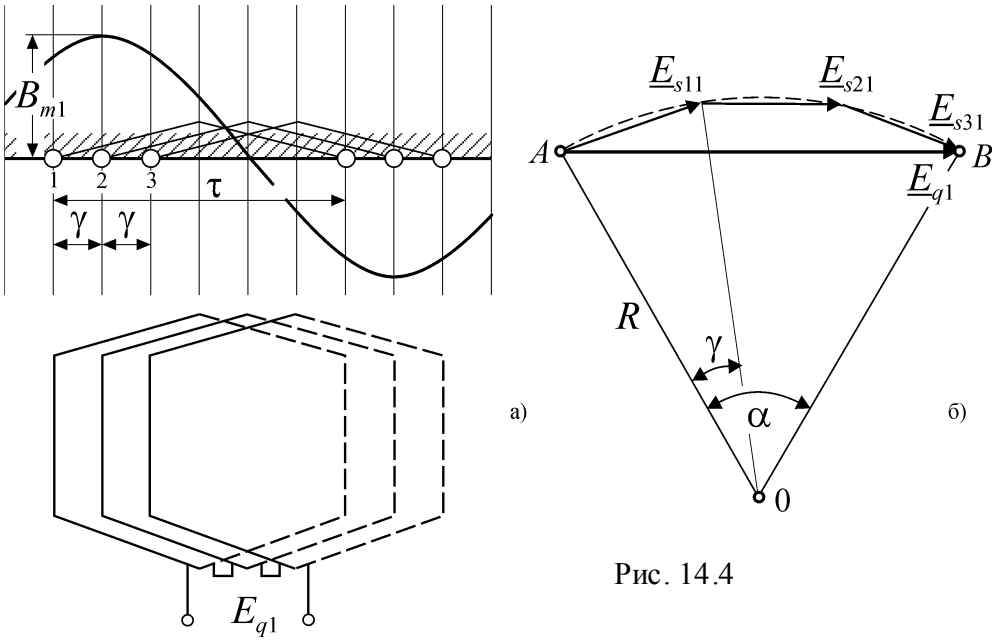


Рис. 14.4

Так как ЭДС катушек имеют фазовое смещение относительно друг друга, то ЭДС катушечной группы равна геометрической сумме ЭДС отдельных катушек, и эта сумма меньше арифметической суммы. Отношение

$$k_{p1} = \frac{E_{q1}}{qE_{s1}} \qquad (14.14)$$

называется коэффициентом распределения обмотки и характеризует уменьшение ЭДС вследствие распределения катушек по пазам. Отсюда ЭДС катушечной группы

$$E_{q1} = qE_{s1}k_{p1} \qquad (14.15)$$

Если вокруг векторов катушек описать окружность радиусом R (рис. 14.4, *б*), то из геометрических соотношений следует

$$E_{q1} = 2R\sin\frac{\alpha}{2};\ E_{s1} = 2R\sin\frac{\gamma}{2} = 2R\sin\frac{\alpha}{2q}.$$

Отсюда

$$k_{p1} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{q\sin\frac{\alpha}{2q}}. \qquad (14.16)$$

Очевидно, что коэффициент распределения обмотки равен единице только при $q = 1$, т.е. у сосредоточенной обмотки, состоящей только из одной катушки.

Если в пределах угла фазной зоны α увеличивать число пазов и катушек, то при $q = \infty$ мы получим т.н. равномерно распределённую обмотку, коэффициент распределения которой можно получить из (14.16), заменив ввиду малости в знаменателе синусную функцию её аргументом

$$k_{p1\infty} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}.$$

Этот коэффициент соответствует отношению длины хорды AB к длине дуги AB и является минимально возможным. Значит, диапазон возможных значений коэффициента распределения находится в пределах $1 \geq k_{p1} > k_{p1\infty}$.

Из выражений (14.11) и (14.15) получим

$$E_{q1} = 4,44 f_1 q w_s k_{w1} k_{c1} \Phi_1, \qquad (14.17)$$

где величина

$$k_{w1} = k_{y1} k_{p1}, \qquad (14.18)$$

называемая обмоточным коэффициентом, учитывает влияние укорочения шага и распределения обмотки по пазам. Коэффициент скоса пазов обычно не включают в обмоточный коэффициент, т.к. он влияет на ЭДС только в том случае, когда пазы скошены относительно магнитного поля. Если же поле ориентировано вдоль скошенных пазов, то $k_{c1} = 1$.

В многополюсной машине фазные обмотки содержат несколько катушечных групп, расположенных под разными полюсами. Обычно все группы содержат одинаковое число катушек и смещены относительно друг друга на целое число полюсных делений. В этом случае ЭДС всех катушечных групп одинаковы и совпадают по фазе или находятся в противофазе. Такие катушечные группы можно соединить последовательно согласно, чтобы ЭДС всех групп складывались арифметически. Возможно также параллельное и смешанное соединение. При этом ЭДС параллельных ветвей будут одинаковыми и синфазными. Если в каждой ветви соединено n катушечных групп, то ЭДС фазной обмотки равна $E_1 = nE_{q1}$ или с учётом (14.17)

$$E_1 = 4,44 f_1 k_{w1} k_{c1} w \Phi_1, \qquad (14.19)$$

где $w = nqw_s$ – число последовательно соединённых витков каждой параллельной ветви, называемое числом витков фазы. Если *s*-слойная обмотка ($s = 1,2$) заполняет все пазы и имеет *a* параллельных ветвей то число витков фазы равно

$$w = sz_p qw_s / a . \qquad (14.20)$$

Выражение (14.19) отличается от выражения (2.18) для ЭДС обмотки трансформатора только множителем $k_{w1}k_{c1}$, который при $b_c \neq 0, \beta \neq 1$ и $q > 1$ меньше единицы. Это объясняется тем, что при наличии скоса пазов и/или укорочения шага магнитный поток полюса сцепляется с катушкой неполностью, а в распределённой обмотке потокосцепления различных катушек обмотки различны в каждый момент времени. Величина $w_{1ef} = k_{w1}w_1$ называется эффективным числом витков обмотки.

14.3. ЭДС обмотки от высших гармоник магнитного поля

Как уже отмечалось выше, распределение магнитной индукции в зазоре машины не может быть синусоидальным и помимо основной содержит высшие пространственные гармоники. Высшие пространственные гармоники представляют собой магнитные поля с синусоидальным распределением индукции в зазоре и числом пар полюсов магнитного поля в ν раз больше z_p. Следовательно полюсное деление ν-й гармоники в ν раз меньше полюсного деления основной гармоники $\tau_\nu = \tau / \nu$. Таким образом, все выражения, полученные для основной гармоники будут справедливыми, если в них пространственные углы увеличить в ν раз. Тогда коэффициенты скоса пазов, укорочения шага и распределения ν-й гармоники будут равны соответственно

$$k_{c\nu} = \frac{\sin\left(\dfrac{\nu b_c}{\tau}\cdot\dfrac{\pi}{2}\right)}{\dfrac{\nu b_c}{\tau}\cdot\dfrac{\pi}{2}}, \qquad (14.21)$$

$$k_{y\nu} = \sin\frac{\nu\beta\pi}{2}, \qquad (14.22)$$

$$k_{p\nu} = \frac{\sin\dfrac{\nu\alpha}{2}}{q\sin\dfrac{\nu\alpha}{2q}}. \qquad (14.23)$$

Некоторые коэффициенты при вычислении по этим формулам могут быть отрицательными, что означает поворот фазы ЭДС ν-й гармоники на 180°.

Электродвижущая сила, наводимая ν-й гармоникой в фазной обмотке, определится аналогично выражению (14.19) с учётом отмеченных изменений

$$E_\nu = 4,44 f_\nu k_{w\nu} k_{c\nu} w\Phi_\nu , \qquad (14.24)$$

где магнитный поток ν-й гармоники

$$\Phi_\nu = \widetilde{B}_\nu l\tau_\nu = \frac{2}{\nu\pi} B_{m\nu} l\tau . \qquad (14.25)$$

Действующее значение суммарной или полной ЭДС фазной обмотки равно

$$E_\Sigma = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2 + \ldots + E_\nu^2 + \ldots} . \qquad (14.26)$$

Таблица 14.1

Коэффициенты распределения трёхфазной обмотки с фазной зоной 60°

ν \ q	1	2	3	4	5	6	∝
1	**1,0**	**0,966**	**0,960**	**0,958**	**0,957**	**0,957**	**0,955**
3	1,0	0,707	0,667	0,654	0,646	0,644	0,636
5	1,0	0,259	0,217	0,205	0,200	0,197	0,191
7	1,0	–0,259	–0,177	–0,158	–0,149	–0,145	–0,136
9	1,0	–0,707	–0,333	–0,270	–0,247	–0,236	–0,212
11	1,0	**–0,966**	–0,177	–0,126	–0,110	–0,102	–0,087
13	1,0	**–0,966**	0,217	0,126	0,102	0,092	0,073
15	1,0	–0,707	0,667	0,270	0,200	0,172	0,127

14.4. Улучшение формы кривой ЭДС

Высшие гармоники ЭДС вызывают ряд нежелательных явлений в электрических машинах. Поэтому необходимо принять меры к их подавлению. Все способы улучшения гармонического состава ЭДС основаны на том, что обмоточные коэффициенты и коэффициенты скоса пазов различны для различных гармоник. Если какой-либо из этих коэффициентов равен нулю, значит, соответствующая гармоника в спектре ЭДС отсутствует. Следовательно, укорочением шага, распределением обмотки по пазам и скосом пазов можно ослабить или подавить определённые гармоники ЭДС.

Если смещение осей фазных обмоток равно целому числу двойных полюсных делений высшей пространственной гармоники, то ЭДС, наводимые в обмотках этой гармоникой, будут синфазными. Значит, если фазовый сдвиг ЭДС в m-фазной машине составляет $\phi = 2\pi/m$, а полюсное деление ν-й гармоники $\tau_\nu = \pi/\nu$, то синфазными будут гармоники $\phi/(2\tau_\nu) \Rightarrow \nu = km;\ k = 1,2\ldots$, т.е. гармоники кратные числу фаз машины. Для наиболее распространённых трехфазных машин синфазными будут гармоники кратные трём.

В случае соединения обмоток звездой гармоники кратные трём в линейных напряжениях отсутствуют. При соединении обмоток треугольником эти гармоники суммируются в замкнутом контуре обмоток и образуют ток третьей гармоники, создающий падения напряжения внутри обмотки и дополнительные потери в ней. В линейных напряжениях эти гармоники также отсутствуют, но из-за наличия лишних потерь соединения обмоток треугольником стремятся избегать.

Таким образом, при конструировании обмоток трёхфазных машин необходимо принимать меры к подавлению гармоник не кратных трём.

Укорочением шага теоретически возможно подавить любую гармонику, если шаг обмотки сделать равным чётному числу полюсных делений этой гармоники. Тогда ЭДС, наводимые в активных сторонах витка, будут синфазными, а т.к. в контуре витка они действуют встречно, то суммарная ЭДС будет равна нулю. С учётом того, что все высшие гармоники нечетные и, соответственно, полный шаг обмотки равен нечетному числу полюсных делений τ_ν, минимальное достаточное для подавления ν-й гармоники укорочение шага составляет одно полюсное деление $\tau_\nu = \tau/\nu$ или $\beta = 1 - 1/\nu$.

Очевидно, что достичь одновременного подавления всех высших гармоник невозможно, поэтому нужно стремиться ослабить наиболее мощные гармоники в спектре, которыми обычно являются гармоники наименьшего порядка, т.е. пятая и седьмая. Оптимальным в этом случае является укорочение шага на $\tau/6$. При таком шаге $\beta = 5/6$ $k_{y5} = k_{y7} = 0{,}259$. Значит, ЭДС этих гармоник уменьшаются почти в четыре раза, в то время как коэффициент укорочения шага основной гармоники составляет $k_{y1} = 0{,}966$, и её ЭДС уменьшается незначительно.

Распределение обмотки по пазам также позволяет ослабить высшие гармоники ЭДС. Как следует из таблицы 14.1, в сосредоточенной обмотке ($q = 1$) ослабления гармоник не происходит. Если же $q > 1$, то коэффициент распределения многих гармоник $|k_{p\nu}| < k_{p1}$ и эти гармоники ЭДС значительно уменьшаются. Это связано с тем, что фазовый сдвиг ЭДС катушек для ν-й гармоники составляет $\gamma_\nu = \nu\gamma$, т.е. он в ν раз больше, чем для основной. В результате чего ЭДС высших гармоник складываются в катушечной группе под большими углами и их сумма уменьшается. При этом влияние распределения на основную гармонику ЭДС несущественно.

Если фазовые сдвиги ЭДС высшей и основной гармоник в катушках группы отличаются с точностью до знака на $2k\pi$, где $k = 1, 2, \ldots$, то их коэффициенты распределения по абсолютному значению будут одинаковыми. Такие гармоники $\nu = \nu_z$ называются гармониками зубцового порядка. Их порядок

$$\gamma_z = \pm\gamma_1 + 2k\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi z_p \nu_z}{Z} = \pm\frac{2\pi z_p}{Z} + 2k\pi \Rightarrow \nu_z = k\frac{Z}{z_p} \pm 1 = 2mqk \pm 1 \quad (14.27)$$

при $k = 1$ близок к количеству зубцов (пазов), приходящихся на пару полюсов Z/z_p, чем и обусловлено название гармоник. Для трёхфазной обмотки гармониками зубцового порядка будут

$$\nu_z = 6qk \pm 1 \xleftarrow{q=2} 11, 13, 23, \ldots\ ^*.$$

Из выражения (14.27) следует, что зубцовое (пазовое) деление гармоник порядка ν_z и основной гармоники отличаются на целое число двойных полюс-

* см. таблицу 14.1

ных делений $\gamma_z = \pm\gamma_1 + 2k\pi$. Следовательно, на целое число $2qk\pi$ будут отличаться и углы фазной зоны этих гармоник $\alpha_z = q\gamma_z = q(\pm\gamma_1 + 2k\pi) = \pm q\gamma_1$, значит, в соответствии с (14.16), одинаковыми с точностью до знака будут не только коэффициенты распределения, но и коэффициенты укорочения шага обмотки.

Таким образом, укорочением шага и выбором угла фазной зоны обмотки подавить гармоники зубцового порядка невозможно. Однако при увеличении q порядок гармоник ν_z увеличивается, а т.к. с увеличением порядка обычно уменьшается амплитуда, то увеличение q всё же способствует улучшению формы кривой ЭДС обмотки.

Ослабления высших гармоник ЭДС можно достичь также скосом пазов или полюсных наконечников. Если, например, выбрать величину скоса

$$b_c = 2\tau_\nu = 2\tau/\nu,$$

то в соответствии с (14.21) коэффициент скоса и ЭДС ν-й гармоники будут равны нулю.

Для подавления наиболее выраженной гармоники зубцового порядка ($k = 1$) нужно выбрать скос пазов равным

$$b_c = \frac{2\tau}{\nu_z} = \frac{2z_p\tau}{Z \pm z_p}.$$

На практике величину скоса выбирают обычно равной зубцовому делению

$$b_c = 2z_p\tau/Z,$$

что позволяет значительно уменьшить ЭДС всех гармоник зубцового порядка.

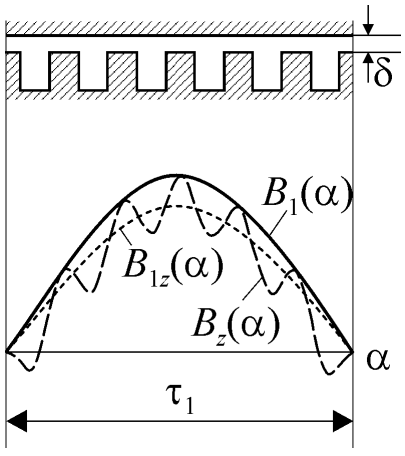


Рис. 14.5

Наличие пазов сердечника вызывает искажение кривой распределения магнитного поля. На рис. 14.5 показана синусоида распределения основной гармоники магнитной индукции для гладкого сердечника $B_1(\alpha)$ и кривая распределения при наличии пазов $B_z(\alpha)$. В зубцовой зоне при переходе от зубца к пазу меняется величина зазора и его магнитное сопротивление, что вызывает модуляцию магнитного потока и индукции. Если первоначальное распределение синусоидально, то при наличии пазов возникают т.н. зубцовые гармоники. Эти гармоники сами по себе не приводят к искажению формы кривой ЭДС. Однако они могут многократно увеличивать ЭДС гармоник зубцового порядка, если они содержатся в первоначальной кривой распределения магнитного поля. В случае если Z/z_p равно целому чётному числу, эффективной мерой борьбы с влиянием зубцовых гармоник является скос пазов или скос полюсных наконечников на одно зубцовое деление. При Z/z_p неравном целому чётному числу получаются т.н. дроб-

ные обмотки, которые без дополнительных мер обеспечивают хорошую форму кривой ЭДС.

Глава 15. Магнитодвижущие силы обмоток машин переменного тока

Изучение магнитных полей, создаваемых обмоткой переменного тока, невозможно без принятия ряда условий, позволяющих исключить сложные нелинейные зависимости, но сохранить при этом главные особенности электромагнитных явлений в машине. Основными допущениями, используемыми при анализе, являются:

1. магнитная проницаемость стали сердечника бесконечно велика ($\mu_{Fe} = \infty$);
2. воздушный зазор машины равномерный, т.е. сердечник не имеет пазов и явно выраженных полюсов;
3. активные стороны катушек расположены в воздушном зазоре и имеют бесконечно малую толщину;
4. величина зазора мала по сравнению с радиусом расточки статора и полюсным делением.

При этих условиях линии магнитной индукции в воздушном зазоре прямолинейны и перпендикулярны к поверхностям ротора и статора.

15.1. МДС катушечной группы с полным шагом

На рис. 13.1 показана картина линий магнитной индукции катушки с диаметральным шагом. Пусть число витков катушки равно w_s, и по ним протекает ток i_s. Тогда в соответствии с законом полного тока для любой магнитной линии справедливо

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = w_s i_s .$$

При принятых допущениях магнитные напряжения в стали равны нулю, поэтому

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = 2H\delta = w_s i_s . \qquad (15.1)$$

Отсюда магнитная индукция в зазоре

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0}{\delta}\frac{w_s i_s}{2} = \Lambda_\delta F_s , \qquad (15.2)$$

где $\Lambda_\delta = \mu_0 / \delta$ – удельная магнитная проводимость зазора, а F_s – МДС катушки. Из этого выражения следует линейная зависимость магнитной индукции в зазоре от МДС катушки, что позволяет ввести понятие пространственного распределения МДС, характер которого полностью идентичен распределению индукции.

Прямоугольную волну МДС можно разложить в ряд Фурье, состоящий из нечётных гармоник

$$F_s = F_{m1}\cos\alpha + F_{m3}\cos 3\alpha + \ldots + F_{m\nu}\cos\nu\alpha + \ldots \qquad (15.3)$$

с амплитудами

$$F_{m\nu} = \frac{4}{\nu\pi} F_m \sin \nu\pi/2 \qquad (15.4)$$

где F_m – амплитуда прямоугольной волны МДС.

Если ток катушки переменный

$$i_s = \sqrt{2} I_s \cos \omega_1 t ,$$

то в соответствии с (15.2) и (15.4) ряд (15.3) приобретает вид

$$F_s(\alpha, t) = \sum_{\nu=1,3,5\ldots} F_{m\nu} \cos \omega_1 t \cos \nu\alpha , \qquad (15.5)$$

где $F_{m\nu} = \frac{2\sqrt{2}}{\nu\pi} w_s I_s \sin \nu\pi/2$.

Следовательно, МДС катушки представляет собой бесконечный ряд неподвижных пространственных гармоник с синусоидальным распределением ($\cos \nu\alpha$), амплитуды которых пульсируют во времени по синусоидальному закону ($\cos \omega_1 t$). Прямоугольная волна МДС также пульсирует во времени, изменяясь в пределах от $+F_m$ до $-F_m$, определяемых числом витков w_s и действующим значением тока I_s

$$F_m = \frac{\sqrt{2}}{2} w_s I_s . \qquad (15.6)$$

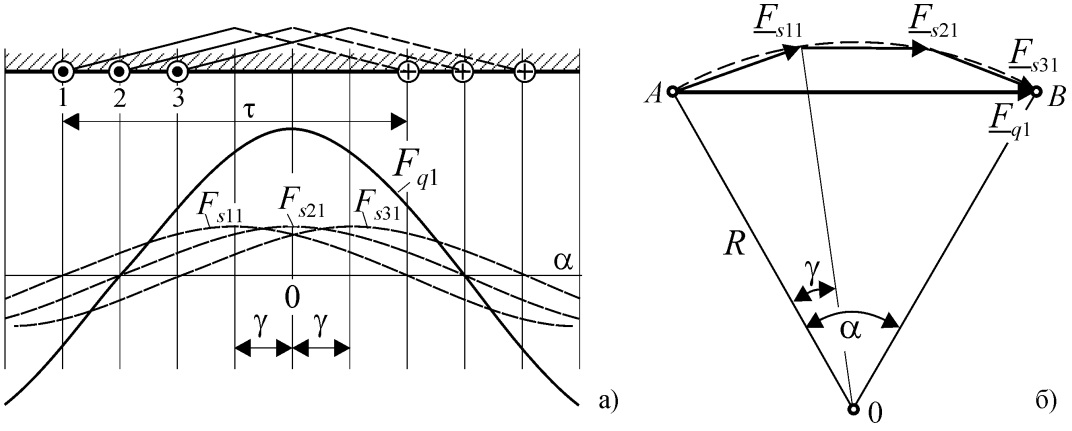


Рис. 15.1

На рис. 15.1, *а* изображена катушечная группа из трёх катушек ($q = 3$), смещённых на одно пазовое деление

$$\gamma = \frac{2\pi z_p}{Z} = \frac{\pi}{mq} .$$

На этом же рисунке показаны первые гармоники МДС катушек F_{s11}, F_{s21} и F_{s31}, а также суммарной МДС катушечной группы F_{q1} для нулевого момента времени, когда $\cos \omega_1 t = 1$.

Синусоидальные пространственные функции для любого момента времени можно представить векторами точно так же, как представляют векторами сину-

соидальные временные функции. Модуль такого пространственного вектора равен амплитуде основной гармоники кривой распределения соответствующей МДС, а угол – её пространственному смещению по отношению к некоторой точке зазора, выбранной в качестве начала отсчёта.

Таким образом, суммирование векторов пространственных гармоник МДС катушек можно выполнить точно так же, как суммирование временных гармоник ЭДС (рис. 15.1, *б*), причём фазовый сдвиг основных гармоник ЭДС катушек равен их пространственному смещению γ, поэтому

$$F_{q1} = qF_{s1}k_{p1}, \qquad (15.7)$$

где k_{p1} – коэффициент распределения, определяемый выражением (14.16).

Пространственное смещение МДС ν-й гармоники в ν раз больше, чем основной, поэтому для неё справедливо

$$F_{q\nu} = qF_{s\nu}k_{p\nu}, \qquad (15.8)$$

где $k_{p\nu}$ – коэффициент распределения, определяемый выражением (14.23).

15.2. МДС фазной обмотки

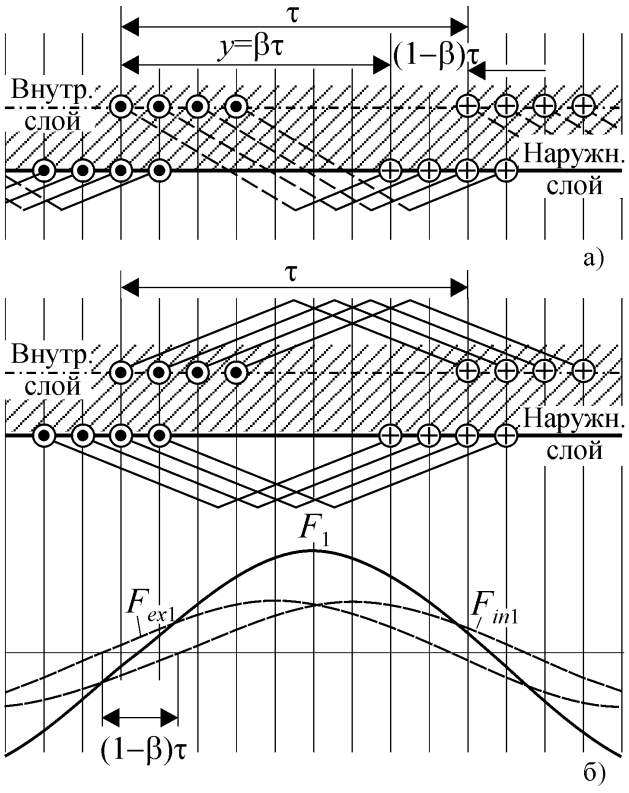


Рис. 15.2

Фазная обмотка с полным шагом представляет собой в общем случае sz_p катушечных групп, разделённых на a параллельных ветвей, где $s = 1,2$ – число слоёв обмотки. Поэтому амплитуда ν-й гармоники её МДС определяется умножением выражения (15.8) на sz_p / a.

Иначе вычисляется МДС обмотки с укороченным шагом. Такую обмотку ($y = \beta\tau, \beta < 1$) пересоединением лобовых частей можно представить в виде двух одинаковых катушечных групп с полным шагом, смещённых по отношению друг к другу на величину укорочения шага $(1-\beta)\tau$. На рис. 15.2 показано это преобразование, выполненное с сохранением направления и величины токов в катушечных сторонах. Очевидно, что при этом ЭДС и МДС обмотки не изменятся.

Из рис. 15.2 следует, что основные гармоники МДС катушечных групп верхнего и нижнего слоя пазов $F_{ex1} = F_{q1}$ и $F_{in1} = F_{q1}$ смещены по отношению друг к другу на угол укорочения шага $(1-\beta)\pi$. Значит амплитуда основной гармоники МДС обмотки равна их геометрической сумме

$$F_{m1} = 2F_{q1}\cos[(1-\beta)\pi/2] = 2F_{q1}\sin(\beta\pi/2) = 2F_{q1}k_{y1}$$

или с учётом (15.4) и (15.8)

$$F_{m1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} 2qk_{p1}k_{y1}w_s I_s, \qquad (15.9)$$

где $k_{y1} = \sin(\beta\pi/2)$ – коэффициент укорочения шага для первой гармоники.

Так как пространственные углы для высших гармоник больше углов для основной гармоники в ν раз, то МДС ν-й гармоники равна

$$F_{m\nu} = \frac{2\sqrt{2}}{\nu\pi} 2qk_{p\nu}k_{y\nu}w_s I_s = \frac{2\sqrt{2}}{\nu\pi} 2qk_{w\nu}w_s I_s, \qquad (15.10)$$

где $k_{w\nu} = k_{p\nu}k_{y\nu}$ – обмоточный коэффициент для ν-й гармоники, соответствующий выражениям (14.22) и (14.23) для коэффициентов распределения и укорочения шага обмотки.

Определив из (14.20) число витков катушки w_s и учитывая, что ток катушки в обмотке с a параллельными ветвями равен $I_s = I/a$, получим амплитудное значения МДС ν-й гармоники фазной обмотки, представленное через число последовательно соединённых витков w и действующее значение фазного тока I:

$$F_{m\nu} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_{w\nu}w}{\nu z_p} I = 0{,}9\frac{k_{w\nu}w}{\nu z_p} I. \qquad (15.11)$$

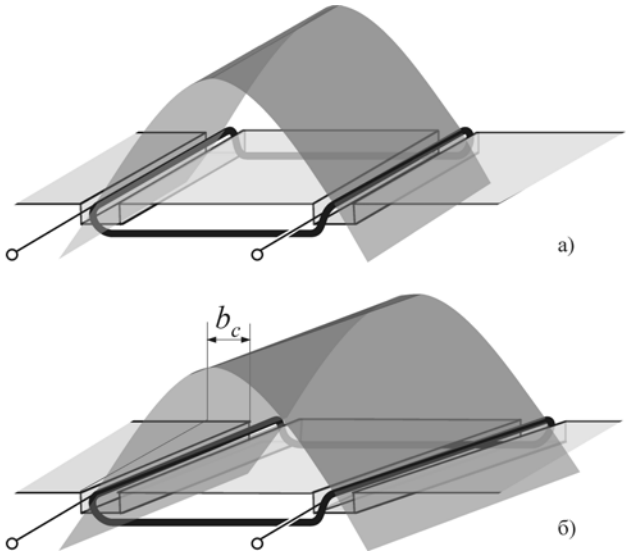


Рис. 15.3

Выражение (15.11) справедливо для одно- и двухслойных обмоток, с полным и с укороченным шагом, т.к. эти параметры учтены соответствующим обмоточным коэффициентом $k_{w\nu}$ и числом витков w.

Поскольку коэффициенты распределения и укорочения шага для МДС и для ЭДС вычисляются по одним и тем же выражениям, то меры, принимаемые для подавления высших гармоник ЭДС, приводят также к подавлению высших гармоник МДС за исключением скоса пазов. Он не влияет на МДС, т.к. волна МДС пространственно связана с проводниками и равномерно распределяется вдоль паза независимо от его конфигурации (рис. 15.3). Поэтому в выражение (15.11) коэффициент скоса пазов не входит и ослабление гармоник зубцового порядка в кривой МДС возможно только за счёт увеличения числа катушек в группе q, что приводит к возрастанию порядка гармоник ν_z и к соответствующему уменьшению их амплитуды.

Суммируя гармоники МДС с учётом амплитуды, синусоидально изменяющейся во времени, получим ряд

$$F_\nu(\alpha,t)=\sum_{\nu=1,3,5\ldots}F_{m\nu}\cos\omega_1 t\cos\nu\alpha=$$
$$=\sum_{\nu=1,3,5\ldots}\frac{F_{m\nu}}{2}\left[\cos(\nu\alpha-\omega_1 t)+\cos(\nu\alpha+\omega_1 t)\right]. \qquad (15.12)$$

Таким образом, все пространственные гармоники формируют магнитные поля, пульсирующие с частотой питающей сети ω_1, которые можно представить двумя синусоидальными волнами с половинной амплитудой вращающимися (бегущими) в противоположных направлениях с угловой частотой

$$\Omega_\nu=\frac{\omega_1}{\nu z_p}. \qquad (15.13)$$

15.3. МДС трёхфазной обмотки

Пусть начальная фаза МДС обмотки фазы *A* равна нулю и отсчёт пространственных углов ведётся от оси этой обмотки. Тогда при симметричном питании МДС ν-х гармоник фазных обмоток можно представить суммами, соответствующими выражению (15.12)

$$\left.\begin{aligned}
F_{\nu_A}(\alpha,t)&=\frac{F_{m\nu}}{2}\cos(\nu\alpha-\omega_1 t)+\frac{F_{m\nu}}{2}\cos(\nu\alpha+\omega_1 t);\\
F_{\nu_B}(\alpha,t)&=\frac{F_{m\nu}}{2}\cos\left[\nu(\alpha-2\pi/3)-\cos(\omega_1 t-2\pi/3)\right]+\\
&+\frac{F_{m\nu}}{2}\cos\left[\nu(\alpha-2\pi/3)+\cos(\omega_1 t-2\pi/3)\right];\\
F_{\nu_C}(\alpha,t)&=\frac{F_{m\nu}}{2}\cos\left[\nu(\alpha+2\pi/3)-\cos(\omega_1 t+2\pi/3)\right]+\\
&+\frac{F_{m\nu}}{2}\cos\left[\nu(\alpha+2\pi/3)+\cos(\omega_1 t+2\pi/3)\right].
\end{aligned}\right\} \qquad (15.14)$$

Суммируя волны МДС прямого и обратного вращения, можно заметить, что для нечётных гармоник кратных трём слагаемые обеих сумм образуют симметричные трёхфазные системы и, следовательно, равны нулю, т.е. МДС трёхфазной обмотки не содержит гармоник порядка $\nu=6k+3$ $(k=0,1,2,\ldots)$. В то же время, для гармоник порядка $\nu=6k+1$ $(k=0,1,2,\ldots)$ и $\nu=6k-1$ $(k=1,2,3,\ldots)$ в нуль обращаются суммы МДС обратного и прямого вращения соответственно, а амплитуда ненулевой суммы равна $3F_{m\nu}/2$. Значит, эти гармоники возбуждают круговые вращающиеся магнитные поля с прямым и обратным направлением вращения и амплитудами МДС

$$F_{m\nu}=1{,}35\frac{wk_{w\nu}}{\nu z_p}I. \qquad (15.15)$$

Угловые скорости вращения МДС гармоник порядка $\nu = 6k \pm 1$ очевидно определяются выражением (15.13).

При асимметрии фазных токов их можно разложить на симметричные составляющие. Очевидно, что полученные выше результаты справедливы для токов и МДС прямой последовательности. Токи обратной последовательности создают такие же МДС, как и токи прямой последовательности, но вращающиеся по отношению к ним в обратном направлении. Причём, обратное направление вращения будет и у всех высших гармоник. Следовательно, магнитные поля в машине будут эллиптическими. Обратно вращающиеся магнитные поля неблагоприятно влияют на работу машины, создавая тормозные моменты и дополнительные потери энергии.

Наличие нулевого провода при асимметрии фазных токов вызывает появление токов и МДС нулевой последовательности:

$$i_{a0} = i_{a0} = i_{a0} = \sqrt{2} I_0 \cos \omega_1 t$$

и

$$\left.\begin{aligned} F_{0\nu_A}(\alpha, t) &= F_{m0\nu} \cos \omega_1 t \cos \nu\alpha; \\ F_{0\nu_B}(\alpha, t) &= F_{m0\nu} \cos \omega_1 t \cos \nu(\alpha - 2\pi/3); \\ F_{0\nu_C}(\alpha, t) &= F_{m0\nu} \cos \omega_1 t \cos \nu(\alpha + 2\pi/3). \end{aligned}\right\}$$

Эти МДС синфазны и смещены в пространстве на угол $\nu 2\pi/3$. Для гармоник порядка $\nu = 6k + 3$ $(k = 0,1,2,\ldots)$ угол сдвига составляет $(2k+1)2\pi$, т.е. кратен 2π. Поэтому фазные МДС гармоник кратных трём складываются арифметически и образуют в машине пульсирующие магнитные поля. Фазные МДС гармоник порядка $\nu = 6k \pm 1$ образуют симметричные системы со сдвигом $4k\pi \pm 2\pi/3 = \pm 2\pi/3$, следовательно, их суммарные МДС равны нулю.

Таким образом, токи нулевой последовательности создают в машине только пульсирующие МДС гармоник $\nu = 3,9,15,\ldots$ с амплитудами

$$F_{0\nu} = 3F_{m0\nu} \frac{6\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{k_{w\nu} w}{\nu z_p} I_0 = 2,7 \frac{k_{w\nu} w}{\nu z_p} I_0 . \qquad (15.16)$$

Глава 16. Электромагнитный момент машины

В общем случае обмотки могут располагаться на статоре и на роторе и формировать собственные вращающиеся магнитные поля, результатом взаимодействия которых будет вращающий момент, действующий на обе части машины и стремящийся совместить оси полюсов полей.

При принятых в разделе 15 допущениях МДС, необходимая для проведения магнитного потока через воздушный зазор длиной δ, равна

$$F_\delta = H_\delta \delta \qquad (16.1)$$

Если МДС обмоток статора и ротора (F_s и F_r) распределены в зазоре по синусоидальному закону и угол между точками зазора, в которых величина этих МДС максимальна, составляет $\pi - \alpha$ (рис. 16.1), то амплитудное значение суммарной МДС равно

$$F_{m\delta}^2 = F_{ms}^2 + F_{mr}^2 + 2F_{ms}F_{mr}\cos(\pi-\alpha) = \\ = F_{ms}^2 + F_{mr}^2 - 2F_{ms}F_{mr}\cos\alpha \qquad (16.2)$$

В соответствии с выражением (1.25) плотность энергии магнитного поля с напряжённостью H равна

$$w_M = \frac{\mu_0 H^2}{2}.$$

При синусоидальном распределении МДС в зазоре $H_\delta = H_{m\delta}\cos\vartheta$, где ϑ – угол, отсчитываемый от оси магнитного поля. Тогда с учётом (16.1) и (16.2) плотность энергии определится как

$$w_{M\delta} = \frac{\mu_0}{2}\frac{1}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} H_\delta^2 d\vartheta = \frac{\mu_0 H_{m\delta}^2}{4} = \frac{\mu_0 F_{m\delta}^2}{4\delta^2},$$

а полная энергия магнитного поля в зазоре диаметром D и длиной l –

$$W_{M\delta} = w_{M\delta}V = \frac{\mu_0 F_{m\delta}^2}{4\delta^2}\pi Dl\delta = \\ = \frac{\mu_0\pi Dl}{4\delta}\left(F_{ms}^2 + F_{mr}^2 - 2F_{ms}F_{mr}\cos\alpha\right)$$

Отсюда электромагнитный момент машины

$$M = -\frac{\partial W_{M\delta}}{\partial\alpha} = -\frac{\mu_0\pi Dl}{2\delta}F_{ms}F_{mr}\sin\alpha. \qquad (16.3)$$

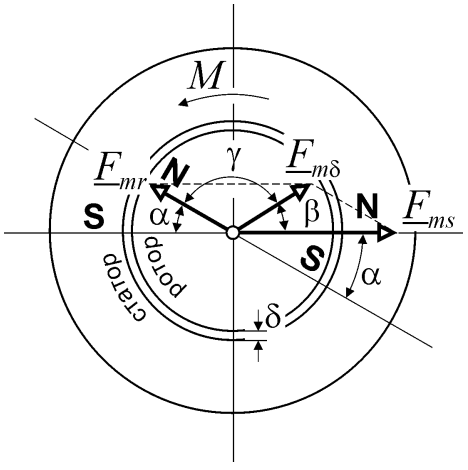


Рис. 16.1

Из этого выражения следует, что электромагнитный момент пропорционален амплитудным значениям МДС статора и ротора и синусу угла между осями полюсов магнитного поля. Отрицательный знак момента указывает на то, что он действует таким образом, чтобы уменьшить значение α и, тем самым, совместить оси полюсов магнитных полей. Следует также заметить, что при прочих равных условиях величина момента обратно пропорциональна длине воздушного зазора машины.

Все величины, входящие в выражение (16.3), кроме пространственного угла α являются константами. Следовательно, электрическая машина может создавать постоянный электромагнитный момент только в том случае, если $\alpha = \text{const}$, т.е. если магнитные поля статора и ротора неподвижны относительно друг друга.

Элементарные геометрические соотношения на рис. 16.1

$$F_{mr}\sin\alpha = F_{m\delta}\sin\beta \;\text{ и }\; F_{ms}\sin\alpha = F_{m\delta}\sin\gamma$$

позволяют представить электромагнитный момент в виде

$$M = -\frac{\mu_0\pi Dl}{2\delta}F_{mr}F_{m\delta}\sin\beta = -\frac{\mu_0\pi Dl}{2\delta}F_{ms}F_{m\delta}\sin\gamma \qquad (16.4)$$

Очевидно, что выражения (16.3) и (16.4) полностью эквивалентны и могут использоваться в зависимости от условий и задач моделирования процессов в машине.

Амплитудные значения МДС обмоток статора и ротора можно представить как $F_{ms} = \sqrt{2} k_{sF} w_s I_s$ и $F_{mr} = \sqrt{2} k_{rF} w_r I_r$, где k_{sF} и k_{rF} – коэффициенты, определяемые схемой и конструкцией обмоток; w_s и w_r – числа последовательных витков обмоток, а I_s и I_r – действующие значения токов. Тогда с учётом того, что $\mu_0 F_{m\delta} / \delta = B_{m\delta}$,

$$M = -\frac{\pi D l k_{rF} w_r}{\sqrt{2}} I_r B_{m\delta} \sin\beta = -\frac{\pi D l k_{sF} w_s}{\sqrt{2}} I_s B_{m\delta} \sin\gamma, \qquad (16.5)$$

т.е. электромагнитный момент машины в принципе ограничен по условию насыщения сердечника максимально возможной амплитудой магнитной индукции в зазоре $B_{m\delta}$, а также максимально допустимыми токами в обмотках статора и ротора, определяемыми возможностями теплоотвода.

Глава 17. Индуктивные сопротивления обмоток машин переменного тока

Магнитное поле машины переменного тока представляет собой чрезвычайно сложное четырёхмерное пространственно-временное физическое явление, точное математическое описание которого в принципе невозможно. Однако для практических задач такое описание не требуется. Достаточно в картине магнитного поля выделить функционально однородные элементы, которые можно представить простейшими моделями, обеспечивающими в целом достоверное отображение электромагнитных процессов.

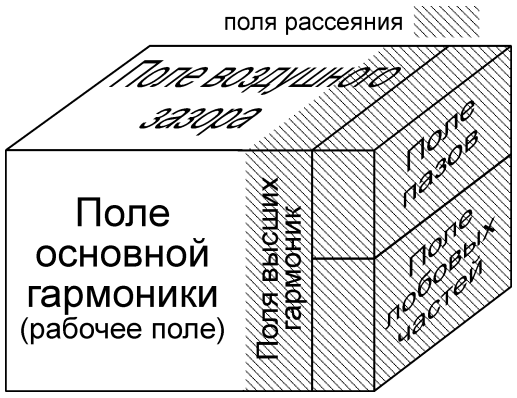


Рис. 17.1

Магнитное поле обмотки можно разделить на три пространственные зоны: 1) поле воздушного зазора, 2) поле пазов сердечника и 3) поле лобовых частей (рис. 17.1).

Преобразование энергии в машинах переменного тока, за исключением некоторых машин специального назначения, основано на действии основной гармоники магнитного поля воздушного зазора. Поэтому это поле называется также главным или рабочим полем машины. Магнитные поля пазов и лобовых частей обмотки относятся к полям рассеяния. К ним относятся также поля высших гармоник воздушного зазора. Эта часть поля рассеяния называется дифференциальным рассеянием, т.к. она представляют собой разность между общим магнитным полем воздушного зазора и полем основной гармоники (рис. 17.1).

Магнитный поток воздушного зазора замыкается по сердечникам статора и ротора машины. Бóльшая часть потока пазов и часть потока лобовых частей также замыкается через сердечник. Однако эти магнитные потоки, а также потоки высших гармоник поля зазора существенно меньше потока основной гар-

моники. Поэтому состояние материала сердечника практически зависит только от рабочего потока машины.

17.1. Поле воздушного зазора

Если статор и ротор не имеют пазов, то зазор является равномерным, искажение магнитного поля и насыщение сердечника в зубцовой зоне отсутствуют, и все гармоники МДС обмотки создают только гармоники магнитной индукции того же порядка ν. В этом случае амплитуда магнитной индукции *m*-фазной обмотки в зазоре длиной δ равна

$$B_{m\nu} = \Lambda_\delta F_\nu = \frac{\mu_0}{\delta} F_\nu = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{m\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{w k_{w\nu}}{\nu z_p} I \,. \qquad (17.1)$$

Наличие пазов искажает магнитное поле машины. В кривой распределения магнитной индукции возникают высшие гармоники (рис. 14.5). С достаточной для практических целей точностью можно считать, что наличие зубцов уменьшает амплитуду основной гармоники поля в

$$k_\delta = B_{m1} / B_{m1z} \qquad (17.2)$$

раз, где k_δ – коэффициент воздушного зазора. Поэтому удельная магнитная проводимость равна

$$\Lambda_\delta = \frac{\mu_0}{k_\delta \delta} \,. \qquad (17.3)$$

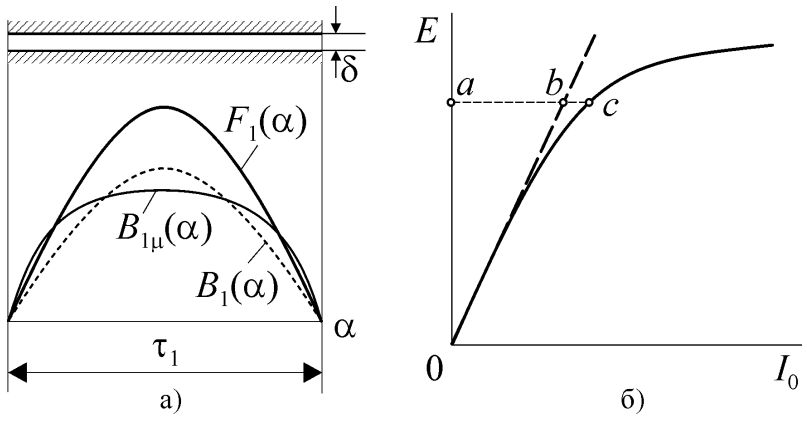


Рис. 17.2

При наличии пазов на обеих сторонах зазора значение k_δ нужно определять с учётом всех неравномерностей.

В действительности магнитная проницаемость стали конечна $\mu_{Fe} \neq \infty$, поэтому насыщение магнитной цепи приводит к уменьшению индукции в зазоре и к появлению высших гармоник (рис. 17.2, *а*). Насыщение сильнее проявляется в машинах с относительно малым зазором, как, например, в асинхронных машинах и должно учитываться при расчётах.

Степень насыщения магнитной цепи определяется по магнитной характеристике машины $\Phi_\delta = f(F)$ или по характеристике холостого хода $E = f(I_0)$. Обе характеристики имеют одинаковый характер, т.к. МДС обмотки F и ток намагничивания I_0, а также магнитный поток в зазоре Φ_δ и наводимая этим потоком ЭДС E при постоянной скорости вращения связаны между собой линейными зависимостями.

На начальном участке при отсутствии насыщения сердечника вся МДС расходуется на формирование магнитного потока в зазоре $F = F_\delta + F_{\text{Fe}} \approx F_\delta$, поэтому зависимость $E = f(I_0)$ линейная (рис. 17.2, *б*). По мере увеличения магнитного потока сталь насыщается, магнитное сопротивление её увеличивается и для проведения магнитного потока по контуру сердечника требуется всё бóльшая величина МДС F_{Fe}. Отношение полной МДС к МДС воздушного зазора называется коэффициентом насыщения, Графически он соответствует отношению отрезков

$$k_\mu = \frac{ab + bc}{ab} = \frac{ac}{ab} = \frac{F_\delta + F_{\text{Fe}}}{F_\delta}. \qquad (17.4)$$

Обычно в силовых машинах $k_\mu = 1{,}35\ldots1{,}75$. Малая величина k_μ свидетельствует о слабом насыщении и, следовательно, о завышенных размерах сердечника. Сильное насыщение вызывает резкое увеличение тока намагничивания, что приводит к росту потерь в обмотке и, кроме того, требует увеличения сечения провода.

Можно считать, что основная гармоника поля в зазоре под влиянием насыщения уменьшается в k_μ раз. Тогда вместо выражения (17.3) следует использовать

$$\Lambda_\delta = \frac{\mu_0}{k_\mu k_\delta \delta}. \qquad (17.5)$$

Величину

$$\delta' = k_\mu k_\delta \delta \qquad (17.6)$$

называют эквивалентным воздушным зазором.

Магнитный поток ν-й гармоники поля в зазоре равен

$$\Phi_\nu = \widetilde{B}_\nu \tau_\nu l_\delta = \frac{2}{\pi} B_{m\nu} \frac{\tau}{\nu} l_\delta .$$

Подставив сюда $B_{m\nu}$ из (17.3) с учётом (17.5), получим

$$\Phi_\nu = \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{k_\mu k_\delta \delta} \cdot \frac{m 2\sqrt{2}}{\pi^2} \cdot \frac{k_{w\nu} w}{\nu^2 z_p} I . \qquad (17.7)$$

17.2. Главные индуктивные сопротивления

Выражение для ЭДС самоиндукции в обмотке статора, наводимой магнитным потоком основной гармоники, можно найти, если в (14.24) подставить значение потока из (17.7) при $\nu = 1$

$$E_1 = \frac{4 m_1 f_1}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{k_\mu k_\delta \delta} \cdot \frac{k_{w1}^2 w_1^2}{z_p} I_1 = x_{\delta 1} I_1 \text{ }^*. \qquad (17.8)$$

Отсюда главное собственное индуктивное сопротивление

* в этом разделе индексами 1 и 2 обозначены величины, относящиеся к обмотками статора и ротора соответственно

$$x_{\delta 1} = \frac{4m_1 f_1}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{k_\mu k_\delta \delta} \cdot \frac{k_{w1}^2 w_1^2}{z_p} = m_1 k_{w1}^2 w_1^2 \chi_1, \qquad (17.9)$$

где $\chi_1 = \dfrac{4f_1}{\pi} \cdot \dfrac{\mu_0 \tau l_\delta}{z_p k_\mu k_\delta \delta}$.

Аналогично для обмотки ротора

$$x_{\delta 2} = \frac{4m_1 f_2}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{k_\mu k_\delta \delta} \cdot \frac{k_{w2}^2 w_2^2}{z_p} = m_2 k_{w1}^2 w_2^2 \chi_1 f_2 / f_1. \qquad (17.10)$$

Главные взаимные индуктивные сопротивления можно определить из выражений для ЭДС взаимной индукции E_{12} и E_{21}, если в выражениях (14.24) и (17.7) использовать разные индексы, т.е.

$$\left.\begin{aligned} E_{12} &= 2\pi f_2 k_{w2} w_2 k_c \Phi_1 / \sqrt{2} = x_{\delta 12} I_1 \Rightarrow x_{\delta 12} = m_1 k_{w1} w_1 k_{w2} w_2 k_c \chi_1 f_2 / f_1; \\ E_{21} &= 2\pi f_1 k_{w1} w_1 k_c \Phi_2 / \sqrt{2} = x_{\delta 21} I_1 \Rightarrow x_{\delta 11} = m_1 k_{w1} w_1 k_{w2} w_2 k_c \chi_1. \end{aligned}\right\} \qquad (17.11)$$

Как и следовало ожидать, индуктивные сопротивления пропорциональны частоте тока и квадрату чисел витков или произведению чисел витков двух обмоток, а также обратно пропорциональны величине воздушного зазора δ.

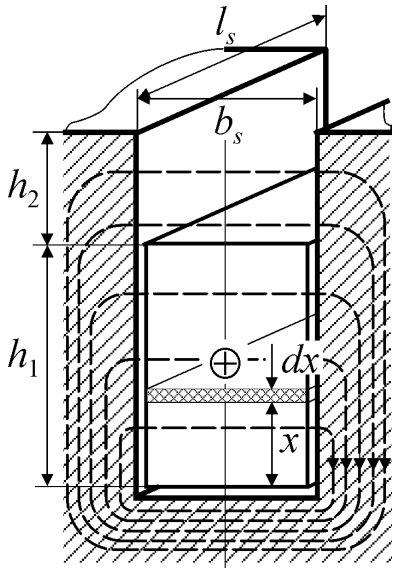


Рис. 17.3

17.3. Индуктивное сопротивление рассеяния

Рассмотрим поле рассеяния в пазу прямоугольной формы, полагая, что $\mu_{Fe} = \infty$ и что линии магнитной индукции пересекают паз прямолинейно и перпендикулярно боковым стенкам (рис. 17.3).

В нижней части паза высотой h_1 магнитный поток создаётся током $\dfrac{x}{h_1} w_s i_s$ и сцепляется с числом витков $\dfrac{x}{h_1} w_s$. Отсюда

$$H_1(x) = \frac{x}{h_1} w_s i_s = \frac{B_1(x)}{b_s} \mu_0$$

$$\Downarrow \qquad (17.12)$$

$$B_1(x) = \frac{\mu_0}{b_s} \frac{x}{h_1} w_s i_s$$

В верхней части паза высотой h_2 индукция определяется полным током катушки

$$B_2(x) = \frac{\mu_0}{b_s} w_s i_s. \qquad (17.13)$$

Магнитные потоки рассеяния через элементарную площадь $l_s dx$ в нижней и в верхней части паза и создаваемые ими потокосцепления равны

$$\left.\begin{aligned} d\Phi_1 = B_1 l_s dx \;\Rightarrow\; d\Psi_1 = \frac{x}{h_1} w_s d\Phi_1; \\ d\Phi_2 = B_2 l_s dx \;\Rightarrow\; d\Psi_2 = w_s d\Phi_2. \end{aligned}\right\} \qquad (17.14)$$

Тогда полное потокосцепление рассеяния с проводниками катушечной стороны составит

$$\begin{aligned} \Psi_s &= \int_0^{h_1} d\Psi_1 + \int_{h_1}^{h_2} d\Psi_2 = \\ &= \int_0^{h_1} \frac{\mu_0}{b_s} w_s^2 i_s l_s \frac{x^2}{h_1^2} dx + \int_{h_1}^{h_1+h_2} \frac{\mu_0}{b_s} w_s^2 i_s l_s dx = \\ &= \mu_0 w_s^2 i_s l_s \lambda_s \end{aligned} \qquad (17.15)$$

где $\lambda_s = \frac{h_1}{3b_s} + \frac{h_2}{b_s}$ – безразмерная величина, называемая относительной магнитной проводимостью рассеяния паза.

Параллельная ветвь однослойной обмотки с числом витков w имеет $n_s = 2z_p q / a$ катушечных сторон и число витков в пазу $w_s = wa/(z_p q)$. Учитывая это, можно найти потокосцепление рассеяния пазовой части обмотки

$$\Psi_{\sigma s} = n_s \Psi_s = n_s \mu_0 w_s^2 i_s l_s \lambda_s = \frac{2\mu_0}{z_p q} w^2 l_s \lambda_s i_s = L_{\sigma s} i_s \qquad (17.16)$$

и индуктивное сопротивление рассеяния

$$x_{\sigma s} = 2\pi f L_{\sigma s} = 4\pi \mu_0 f \frac{w^2}{z_p q} l_s \lambda_s . \qquad (17.17)$$

Более детальный анализ показывает, что укорочение шага обмотки уменьшает индуктивность пазового рассеяния в $(3\beta+1)/4$ раза. Тогда окончательно для индуктивного сопротивления получим

$$x_{\sigma s} = 2\pi f L_{\sigma s} = 4\pi \mu_0 f \frac{w^2}{z_p q} l_s \lambda_s \frac{3\beta+1}{4}. \qquad (17.18)$$

Если сердечник имеет радиальные вентиляционные каналы, то, полагая, что поле в этих каналах вдвое слабее поля в пазах, вместо длины сердечника l_s в выражениях (17.14)-(17.18) используют расчётную длину поля рассеяния

$$l'_s = l_s - n_v b_v / 2, \qquad (17.19)$$

где n_v и b_v – число и ширина вентиляционных каналов.

Основная и высшие пространственные гармоники магнитного поля создают в лобовой части обмотки вращающиеся магнитные поля очень сложной структуры. Кроме того, поля лобовых частей статора сцепляются с лобовыми частями обмотки ротора и наоборот. Аналитическое исследование полей лобового рассеяния даже при значительных упрощениях представляет значительную сложность и приводит к выражениям непригодным для практического ис-

пользования. Поэтому для оценки индуктивного сопротивления пользуются эмпирическими формулами, которым можно придать вид, аналогичный выражению (17.17), если относительную магнитную проводимость определить как

$$\lambda_o = 0{,}34\frac{sqk_{y1}^2}{l'_s}(l_o - 0{,}64\beta\tau), \qquad (17.20)$$

где l_o – средняя длина лобовой части; $s = 1{,}2$ – число слоёв обмотки и k_{y1} – коэффициент укорочения шага для основной гармоники магнитного поля.

Ещё более сложной задачей является оценка дифференциального рассеяния. Её можно сделать по приближённой формуле относительной проводимости

$$\lambda_d \approx (0{,}7\ldots1)\frac{\pi D}{12Z\delta k_\delta}. \qquad (17.21)$$

Полное индуктивное сопротивление рассеяния обмотки является суммой сопротивлений пазового, лобового и дифференциального полей

$$x_\sigma = x_{\sigma s} + x_{\sigma o} + x_{\sigma d} = 4\pi\mu_0 f\frac{w^2}{z_p q}l'_\delta(\lambda_s + \lambda_o + \lambda_d). \qquad (17.22)$$

Относительные магнитные проводимости λ_s, λ_o и λ_d в асинхронных машинах имеют примерно одинаковые значения в пределах $1\ldots3$. В синхронных машинах из-за большого зазора дифференциальное рассеяние меньше пазового и лобового.

Значительная часть контуров, по которым замыкаются магнитные потоки рассеяния, проходит по воздуху. Поэтому насыщение сердечника при токах $I < 1{,}5I_N$ на них практически не влияет. Однако при бóльших значениях тока потоки рассеяния сильно возрастают и вызывают насыщение зубцовой зоны, что приводит к уменьшению x_σ на 15…30%.

Глава 18. Геометрическое подобие машин

Параметры машин, образующих ряд возрастающей мощности, изменяются с определённой закономерностью, знание которой часто позволяет находить правильные технические решения при проектировании электроустановок.

Геометрически подобными машинами называются такие машины, у которых все главные линейные размеры (диаметр, длина сердечника, высота и ширина пазов и т.п.) изменяются пропорционально.

Электромагнитная мощность машины пропорциональна произведению ЭДС и тока в обмотке

$$P \equiv EI.$$

При постоянной частоте вращения

$$E \equiv w\Phi \equiv wB_\delta S_{Fe} \text{ и } I \equiv jS_{Cu},$$

где S_{Fe} и S_{Cu} – площади поперечного сечения магнитопровода и проводников обмотки.

Если индукция в зазоре машины B и плотность тока в обмотке j не зависят от мощности, то площади пропорциональны квадрату линейных размеров $S_{\text{Fe}} \equiv L^2$ и $S_{\text{Cu}} \equiv L^2$, а электромагнитная мощность – четвёртой степени линейных размеров:

$$P \equiv EI \equiv wBJS_{\text{Fe}}S_{\text{Cu}} \equiv L^4 \Leftrightarrow L \equiv \sqrt[4]{P}\,.$$

Массы меди, стали и машины в целом пропорциональны их объёму. Можно также считать, что стоимость машины c пропорциональна её массе. Тогда

$$m \equiv c \equiv L^3 \equiv \sqrt[4]{P^3}\,.$$

Известно, что при одинаковой величине индукции и плотности тока потери энергии ΔP пропорциональны массе активного материала, поэтому

$$\Delta P \equiv m \equiv c \equiv L^3 \equiv \sqrt[4]{P^3}\,.$$

Следовательно, потери в машине увеличиваются медленнее её мощности, а, значит, КПД с увеличением мощности растёт.

В то же время, поверхность охлаждения машин $S \equiv L^2 \Rightarrow S \equiv \sqrt{P}$, т.е. она увеличивается медленнее потерь. Поэтому с увеличением мощности теплоотвод ухудшается и интенсивность охлаждения должна увеличиваться. Если у машин малой мощности может применяться естественное охлаждение путём самовентиляции, то для мощных машин требуются специальные вентиляционные устройства.

Если массу, стоимость и потери энергии отнести к мощности

$$\frac{m}{P} \equiv \frac{c}{P} \equiv \frac{\Delta P}{P} \equiv \frac{\sqrt[4]{P^3}}{P} = \frac{1}{\sqrt[4]{P}} = \frac{1}{L},$$

то окажется, что эти величины изменяются обратно пропорционально корню четвёртой степени из мощности или обратно пропорционально линейным размерам геометрически подобных машин. Из этого следует, что общая масса, стоимость и потери нескольких машин всегда больше, чем масса, стоимость и потери одной машины той же суммарной мощности. Действительно, если сумма размеров n машин λ_n и размер эквивалентной машины λ_Σ равны

$$\lambda_n = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots + \frac{1}{L_n} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n}\prod\limits_{p\neq k}^{n-1} L_p}{\prod\limits_{q=1}^{n} L_q};\ \lambda_\Sigma = \frac{1}{L_1 + L_2 + \ldots + L_n} = \frac{1}{\sum\limits_{q=1}^{n} L_q},$$

то их отношение

$$\frac{\lambda_n}{\lambda_\Sigma} = \frac{\left(\sum\limits_{k=1}^{n}\prod\limits_{p\neq k}^{n-1} L_p\right)\sum\limits_{m=1}^{n} L_m}{\prod\limits_{q=1}^{n} L_q} > 1.$$

Докажем более слабое неравенство

$$\frac{\left(\sum_{k=1}^{n}\prod_{p\neq k}^{n-1}L_p\right)\times L_m}{\prod_{q=1}^{n}L_q}>1$$

Так как все слагаемые суммы в числителе не содержат в качестве сомножителя L_k, то после её умножения на любое число $L_m \in \{L_1, L_2, \ldots, L_n\}$ одно из слагаемых, соответствующее $k = m$, будет равно произведению всех размеров $L_m \prod_{p\neq m}^{n-1} L_p = \prod_{q=1}^{n} L_q$. Следовательно,

$$\frac{\left(\sum_{k=1}^{n}\prod_{p\neq k}^{n-1}L_p\right)\times L_m}{\prod_{q=1}^{n}L_q}=\frac{\left(L_m\sum_{k=1}^{n-1}\prod_{p\neq k}^{n-1}L_p\right)+\prod_{q=1}^{n}L_q}{\prod_{q=1}^{n}L_q}>1\Rightarrow\frac{\left(\sum_{k=1}^{n}\prod_{p\neq k}^{n-1}L_p\right)\times\sum_{m=1}^{n}L_m}{\prod_{q=1}^{n}L_q}>1$$

В разделе 3.5 было показано, что электромагнитный момент машины пропорционален произведению индукции на силу тока. Значит, он также как электромагнитная мощность пропорционален четвёртой степени линейных размеров $M \equiv L^4$. Механическая же мощность машины P_m, как известно, пропорциональна произведению момента на частоту вращения *n*, т.е.

$$P_m \equiv Mn \equiv L^4 n \;\Leftrightarrow\; L \equiv \sqrt[4]{P/n}$$

Значит, при одинаковой мощности машины с более высокой частотой вращения обладают меньшими размерами.

Аналогичными рассуждениями можно также показать, что момент инерции ротора машины

$$J \equiv \sqrt[4]{P^5};\; J/P \equiv \sqrt[4]{P}\,.$$

На практике значения индукции B_δ и плотности тока *j* в ряду машин не сохраняются постоянными и полного подобия не существует. Чем уже диапазон мощностей, тем точнее выдерживаются приведённые выше соотношения. Тем не менее, знание общих закономерностей даёт возможность оценить тот или иной параметр для всего ряда, если он известен только для одной машины.

Важнейшими параметрами, определяющими практически все свойства электрической машины, являются диаметр D_a и длина l_δ якоря. Они называются главными размерами. При заданной номинальной мощности размеры машины зависят от выбора электромагнитных нагрузок: магнитной индукции в зазоре B_δ и токовой нагрузки якоря *A*.

Связь между главными размерами и электромагнитными нагрузками можно найти из выражения для заданной электромагнитной мощности

$$P = mEI\,. \qquad (18.1)$$

Электродвижущая сила фазы обмотки равна

$$E = 4k_B f k_{w1} \Phi ,$$

где k_B – коэффициент формы кривой распределения магнитной индукции; $\Phi = \alpha_\delta \tau l_\delta B_\delta = \alpha_\delta \dfrac{\pi D_a}{2z_p} l_\delta B_\delta$ – магнитный поток в зазоре машины с углом фазной зоны α_δ.

Подставляя выражение для ЭДС в (18.1) и учитывая, что токовая нагрузка якоря на единицу длины окружности равна $A = 2mwI/(\pi D_a)$, а частота – $f = z_p n/60$, получим

$$\frac{D_a^2 l_\delta n}{P} = \frac{60}{\pi^2 \alpha_\delta k_B k_{w1} A B_\delta} = C_A$$

Величина C_A называется машинной постоянной. Её значение зависит от величины индукции B_δ и токовой нагрузки A. Однако значение B_δ ограничивается насыщением стали зубцов сердечника, а значение A – допустимым нагревом изоляции обмоток. Использование более качественных материалов позволяет увеличить электромагнитные нагрузки и уменьшить габариты и массу машины.

На практике существуют методы оптимального выбора значений B_δ и A. В зависимости от мощности, частоты вращения и способа охлаждения машины электромагнитные нагрузки находятся в пределах: $B_\delta = 0,4 \ldots 1,1$ Тл, $A = (1,5 \ldots 6)10^4$ А/м. Причём бóльшие значения относятся к машинам бóльшей мощности.

Раздел 4. Асинхронные машины

Асинхронные машины используются в основном в качестве двигателей и в этом классе машин составляют около 90% суммарной мощности. Они потребляют более 50% вырабатываемой электрической энергии. Диапазон мощностей асинхронных двигателей начинается от долей ватта и заканчивается уникальными машинами мощностью в десятки мегаватт. Столь широкое распространение асинхронных двигателей объясняется их надёжностью, низкой стоимостью и минимальными эксплуатационными расходами.

Асинхронные двигатели имеют высокий КПД, составляющий у машин мощностью выше одного киловатта 0,8…0,95, но снижающийся в микродвигателях до 0,2…0,5.

К недостаткам асинхронных двигателей следует отнести потребление из сети реактивного тока, необходимого для формирования магнитного поля машины, что снижает её коэффициент мощности, а также относительную сложность регулирования частоты вращения.

Питание асинхронны двигателей осуществляется от однофазных, двухфазных и трёхфазных источников, однако наиболее распространёнными являются трёхфазные асинхронные двигатели, конструкция которых была разработана М.О. Доливо-Добровольским в 1889 году и с тех пор не претерпела существенных изменений.

Глава 19. Конструкция и принцип дейстия асинхронных машин

19.1. Конструкции роторов асинхронных машин

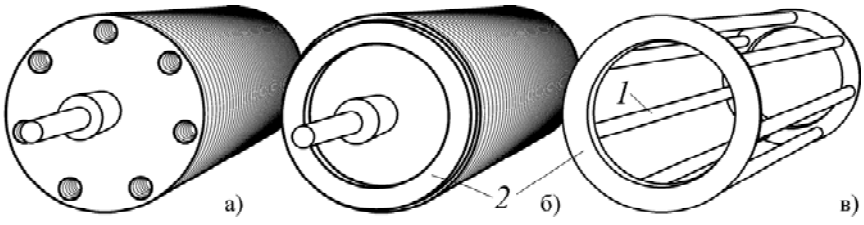


Рис. 19.1

Конструкция и функциональное назначение статора асинхронного двигателя соответствуют общим принципам построения машин переменного тока с вращающимся магнитным полем, подробно рассмотренным в разделе 3.

Ротор двигателя бывает двух видов: с короткозамкнутой обмоткой и с фазной обмоткой. В первом случае двигатели называются короткозамкнутыми асинхронными двигателя, а во втором – асинхронными двигателями с фазным ротором.

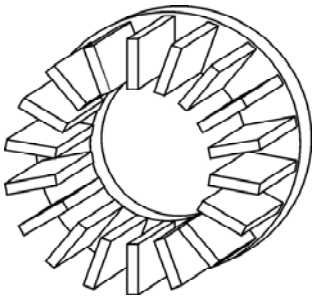


Рис. 19.2

Наибольшее распространение имеют короткозамкнутые двигатели. Пакет сердечника ротора собирают из листов электротехнической стали, имеющих форму диска с выштампованными вдоль наружного края отверстиями, которые образуют пазы (рис. 19.1, *а*). Пазы могут иметь различную форму и быть закрытыми или полузакрытыми. Собранный пакет напрессовывают на вал и помеща-

ют в оправку, после чего пазы заливают расплавленным алюминиевым сплавом так, чтобы снаружи пакета расплав образовал кольца (*2* на рис. 19.1). В результате образуется обмотка, состоящая в пазовой части из стрежней *1*, замкнутых накоротко в лобовой части кольцами *2* (рис. 19.1, *в*). Такая обмотка называется беличьей клеткой. Для усиления охлаждения двигателя на замыкающих кольцах отливают вентиляционные лопатки (рис. 19.2). В машинах большой мощности иногда используется короткозамкнутая обмотка, изготовленная методом сварки. В этом случае в пазы пакета вставляют обычно медные стержни, которые на торцах приваривают к медным короткозамыкающим кольцам.

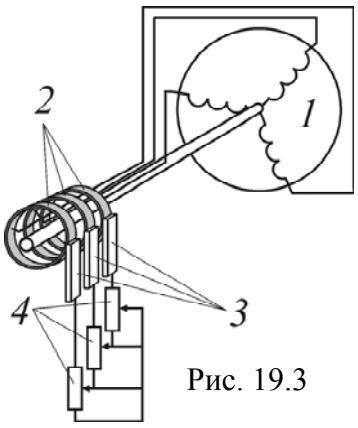


Рис. 19.3

В электрическом отношении беличья клетка является сосредоточенной многофазной обмоткой с числом фаз, равным числу стержней (пазов). При этом фазные обмотки беличьей клетки имеют только одну активную сторону (стрежень), поэтому расчётное число витков в них равно одной второй.

В двигателях с фазным ротором в пазы сердечника укладывают трёхфазную обмотку, аналогичную обмотке статора. Фазы обмотки *1* соединяют звездой, а начала присоединяют к контактным кольцам *2*, расположенным на валу двигателя (рис. 19.3). С помощью неподвижных щёток *3* к контактным кольцам подключают пусковые или регулировочные реостаты *4*.

19.2. Асинхронная машина с вращающимся ротором

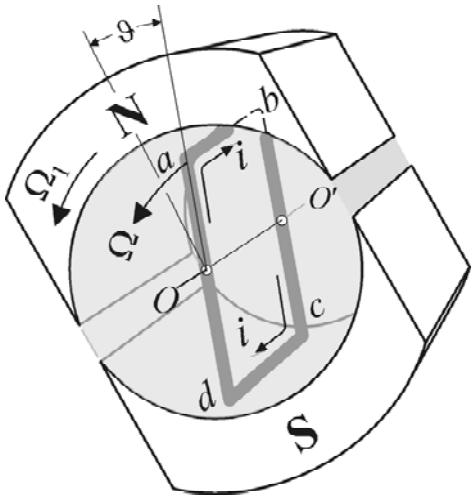


Рис. 19.4

Предположим, что во вращающемся с угловой скоростью $\Omega_1 = 2\pi f_1 / z_p$ магнитном поле находится проводник, изогнутый в виде рамки и подвешенный на оси OO' (рис. 19.4). Допустим также, что рамка вращается с угловой скоростью $\Omega < \Omega_1$ в направлении вращения поля. Так как скорость вращения рамки меньше скорости вращения магнитного поля, то по отношению к полю, она вращается по часовой стрелке со скоростью $\Omega_2 = \Omega_1 - \Omega$. Значит, в активных сторонах рамки будут наводиться одинаковые по величине ЭДС, направленные в соответствии с правилом правой руки от *a* к *b* и от *c* к *d*. Суммарная ЭДС в рамке будет равна двойному значению ЭДС активных сторон. Проводник рамки образует замкнутую электрическую цепь, поэтому в ней появится электрический ток, текущий в направлении действия ЭДС. Следовательно, в результате электромагнитной индукции возникает ситуация, когда в магнитном поле статора находятся проводники (активные стороны рамки) с текущими по ним электрическими токами. Со стороны поля на них будет действо-

вать сила, направление которой можно определить по правилу левой руки. При условии $\Omega < \Omega_1$ эта сила будет создавать вращающий момент, совпадающий по направлению с направлением вращения магнитного поля и увлекающий рамку вслед за ним. Если же к рамке присоединить какой-либо механизм, то при определённых условиях он может приводиться ею в движение.

Таким образом, рассмотренное устройство является простейшим двигателем. Причём, вращающий момент этого двигателя создается, только в том случае если рамка движется относительно магнитного поля статора, т.е. если она вращается несинхронно с полем. Это необходимое для работы условие дало название двигателю – асинхронный, т.е. несинхронный двигатель.

В англоязычной литературе асинхронный двигатель называется индукционным (*induction motor*). Это связано с тем, что ЭДС и ток в обмотке ротора (рамке) создаётся с помощью электромагнитной индукции аналогично ЭДС и току во вторичной обмотке трансформатора. Отличие от трансформатора заключается только в том, что в двигателе ток наводится в результате движения синусоидальной волны магнитной индукции вращающегося поля относительно проводников обмотки, в то время как в трансформаторе он наводится магнитным потоком, синусоидально изменяющимся во времени и неподвижным в пространстве.

Действительно, наводимая в одном витке вторичной обмотки трансформатора ЭДС равна

$$e_{2tr} = -\frac{d\Phi_0}{dt} = -\omega_1 \Phi_{0m} \cos \omega_1 t, \qquad (19.1)$$

где Φ_{0m} – амплитуда магнитного потока в сердечнике, изменяющегося во времени по синусоидальному закону $\Phi_0 = \Phi_{0m} \sin \omega_1 t$ с угловой частотой питающей сети $\omega_1 = 2\pi f_1$.

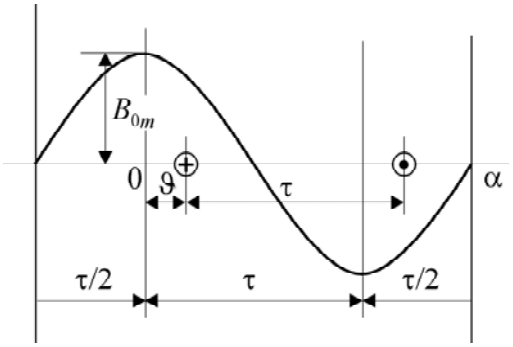


Рис. 19.5

Потокосцепление витка рамки с синусоидально распределённой в пространстве волной магнитной индукции $B = B_{0m} \cos\alpha$ (рис. 19.5) равно

$$\Phi_0 = \frac{\tau l_{ab}}{\pi} \int_{\vartheta}^{\pi+\vartheta} B_{0m} \cos\alpha d\alpha = -\frac{2\tau l_{ab}}{\pi} B_{0m} \sin\vartheta =$$

$$= -\Phi_{0m} \sin\vartheta,$$

где $\vartheta = \Omega_2 t$ – угол между плоскостью витка и осью магнитных полюсов (рис. 19.4), а l_{ab} – длина активной стороны витка. Тогда ЭДС, наводимая в витке,

$$e_{2im} = -\frac{d\Phi_0}{dt} = \Omega_2 \Phi_{0m} \cos \Omega_2 t. \qquad (19.2)$$

Сравнивая выражения (19.1) и (19.2), мы видим, что в обеих машинах ЭДС является синусоидальной функцией времени, однако аргументом функции

трансформаторной ЭДС является фазовый, т.е. временной угол $\omega_1 t$, а аргументом ЭДС рамки – пространственный угол $\Omega_2 t$.

Амплитуда трансформаторной ЭДС $E_{2mtr} = \omega_1 \Phi_{0m}$ при постоянной частоте источника питания ω_1 является константой, а амплитуда ЭДС $E_{2mim} = \Omega_2 \Phi_{0m}$, наводимой в рамке (роторе) асинхронного двигателя, зависит от угловой скорости вращения рамки относительно магнитного поля

$$\Omega_2 = \Omega_1 - \Omega = \frac{2\pi f_1}{z_p} - \Omega . \qquad (19.3)$$

Отношение Ω_2 к угловой скорости вращения магнитного поля Ω_1

$$s = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} = \frac{f_1 - \Omega z_p/(2\pi)}{f_1} = \frac{f_2}{f_1} \qquad (19.4)$$

называется скольжением. Из этого выражения следует, что частота ЭДС и токов, наводимых в роторе (рамке) асинхронного двигателя, пропорциональна скольжению

$$f_2 = f_1 - \Omega z_p/(2\pi) = s f_1 \qquad (19.5)$$

и называется частотой скольжения. Тогда ЭДС витка

$$e_{2im} = s 2\pi f_1 \Phi_{0m} \cos\left(s 2\pi f_1 t\right). \qquad (19.6)$$

Таким образом, при изменении скольжения пропорционально изменяется не только амплитуда ЭДС витка ротора и, следовательно, амплитуда тока в нём, но также и частота этих величин f_2.

На практике скольжение часто выражают через скорости вращения во внесистемных единицах – оборотах в минуту. Очевидно, что между скоростями вращения и угловыми частотами вращения существует линейная зависимость $n_1 = 60\Omega_1/(2\pi) = 60 f_1 / z_p$ и $n = 60\Omega/(2\pi)$. Тогда

$$s = (n_1 - n)/n_1 \;\Rightarrow\; n = (1-s)n_1 . \qquad (19.7)$$

Если увеличить число рамок рассмотренного нами простейшего двигателя и заполнить пространство между полюсами магнитного поля ферромагнитным сердечником, то образуется ротор типа беличьей клетки. Все приведённые выше рассуждения будут справедливы для такого ротора, однако возникнут некоторые особенности электромагнитных процессов, связанные с тем, что между ЭДС и токами в стержнях обмотки будет фазовый сдвиг, соответствующий их пространственному смещению относительно друг друга. Тогда токи и МДС стержней ротора

$$F_{2k} = \frac{e_{2k}}{z_2} = \frac{s\pi f_1 \Phi_{0m}}{z_2} \cos\left\{2\pi\left[s f_1 t - (k-1)/Z_r\right] + \varphi_2\right\}, \qquad (19.8)$$

где $k = 1, 2 \ldots Z_r$ – порядковый номер стержня, а z_2 – его полное сопротивление, образуют симметричную Z_r-фазную систему, и, следовательно, возбудят круговое магнитное поле ротора, вращающееся относительно его сердечника с угловой скоростью Ω_2. При этом сам ротор вместе с полем вращается со скоро-

стью Ω, значит скорость вращения магнитного поля ротора $\Omega_{2\Phi}$ относительно статора равна

$$\Omega_{2\Phi} = \Omega_2 + \Omega = \Omega_1 - \Omega + \Omega = \Omega_1,$$

т.е., как и следовало ожидать, магнитные поля статора и ротора неподвижны относительно друг друга, т.к. только в этом случае вращающий момент будет иметь постоянное значение*.

В случае синхронного вращения ротора и магнитного поля $\Omega = \Omega_1 \Rightarrow s = 0$. Поэтому ЭДС и ток в обмотке ротора будут отсутствовать ($e_2 = i_2 = 0$), а значит, нулевым будет и вращающий момент *M*, действующий на ротор со стороны магнитного поля статора. Это режим называется холостым ходом. Очевидно, что он возможен только за счёт внешнего источника энергии, приводящего ротор во вращение. Скорость вращения $\Omega = \Omega_1 = 2\pi f_1 / z_p$ или $n = n_1 = 60 f_1 / z_p$ называется синхронной скоростью.

Если ротор вращать со скоростью выше синхронной $\Omega > \Omega_1 \Rightarrow s < 0$, то направления ЭДС и тока в его обмотке, а также знак вращающего момента будут противоположными по сравнению с режимом двигателя. Следовательно, магнитное поле статора будет противодействовать движению ротора, т.е. тормозить его. При этом магнитное поле вращающегося ротора будет наводить в обмотке статора ЭДС, которая изменит знак активной составляющей тока, и электрическая энергия будет отдаваться в питающую сеть.

Внешнее механическое устройство может вращать ротор асинхронной машины в направлении противоположном направлению вращения магнитного поля, что соответствует $\Omega < 0 \Rightarrow s > 1$. Значит, направления e_2, i_2 и *M* будут такими же, как в двигательном режиме, но т.к. ротор при этом вращается в противоположном направлении, то электромагнитный момент будет противодействовать его движению, т.е. он будет тормозным. Этот режим работы асинхронной машины называется режимом противовключения или режимом электромагнитного тормоза.

Рис. 19.6

Таким образом, изменение режима работы асинхронной машины происходит в результате изменения скольжения ротора. На рис. 19.6 показаны области скольжений, соответствующие трём возможным режимам. В тормозном и в генераторном режиме направления действия электромагнитного момента *M* и вращения ротора Ω противоположны, поэтому механическая мощность на валу машины $P_{\text{мех}} = M\Omega < 0$ имеет отрицательное значение, что соответствует вращению ротора за счёт присоединённого к нему механизма.

* см. главу 16

19.3. Асинхронная машина с неподвижным ротором

Рассмотрим работу трёхфазной асинхронной машины с заторможенным фазным ротором, т.е. при $s=1$. Если обмотку статора подключить к трёхфазному источнику, а к щёткам ротора подсоединить трёхфазную нагрузку Z_l (рис. 19.7, *а*), то вращающееся магнитное поле будет наводить в фазных обмотках ротора ЭДС с частотой питающей сети ($f_2 = sf_1 = f_1$). Под действием этих ЭДС в фазах нагрузки будут протекать токи, и асинхронная машина будет работать как трёхфазный трансформатор, передавая электрическую энергию из источника питания в нагрузку электромагнитным путём.

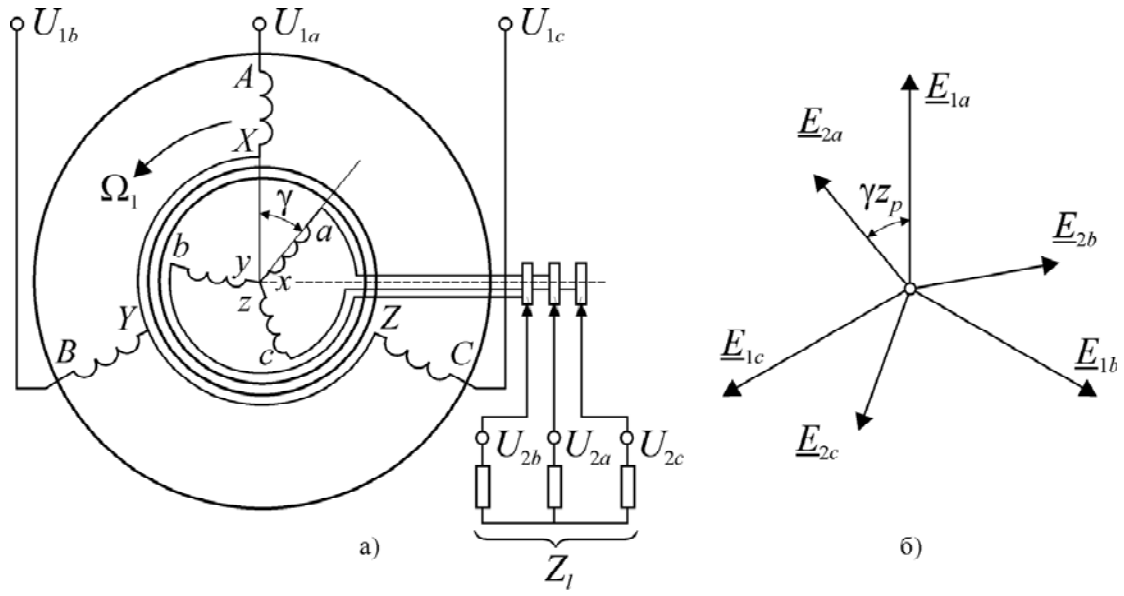


Рис. 19.7

Электродвижущие силы, наводимые в обмотках статора и ротора вращающимся магнитным полем, равны соответственно

$$E_1 = 4,44 f_1 k_{w1} w_1 \Phi_{0m};\ E_2 = 4,44 f_1 k_{w2} w_2 \Phi_{0m}{}^{*}, \qquad (19.9)$$

а их отношение

$$k_e = \frac{E_1}{E_2} = \frac{k_{w1} w_1}{k_{w2} w_2} = \frac{w_{1ef}}{w_{2ef}} \qquad (19.10)$$

представляет собой коэффициент трансформации. В отличие от трансформатора, имеющего сосредоточенные обмотки, главные потокосцепления и ЭДС которых определяются полными числами витков, этот коэффициент является отношением чисел эффективных витков обмоток статора и ротора, т.е. в нём учитывается распределение витков по пазам и возможное укорочение шага обмоток, чем, по сути, осуществляется математическое преобразование распределённой обмотки в сосредоточенную.

Ротор асинхронной машины можно зафиксировать в любом положении, поэтому между осями обмоток статора и ротора может быть любое пространст-

* см. раздел 14.2

венное смещение γ. Это вызывает фазовый сдвиг ЭДС. Например, если сместить ротор на угол γ по часовой стрелке, то вращающееся в положительном направлении (против часовой стрелки) магнитное поле сначала будет набегать на фазную обмотку ротора и лишь затем на обмотку статора. Значит, фазные ЭДС ротора будут опережать ЭДС статора на угол γz_p (рис. 19.7, *б*). Устройство, осуществляющее смещение фазы переменного напряжения или тока, называется фазовращателем. Следовательно, заторможенная асинхронная машина может выполнять эту функцию.

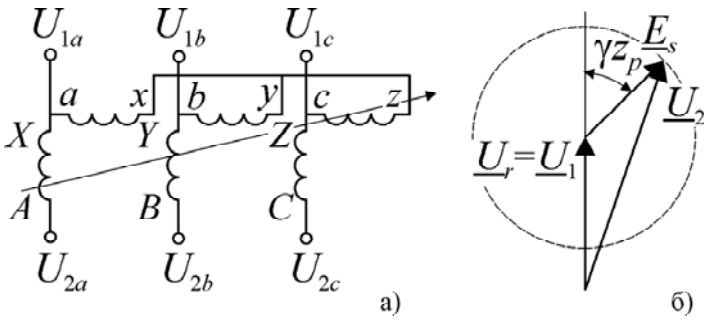


Рис. 19.8

Способность заторможенной асинхронной машины создавать фазовое смещение ЭДС ротора по отношению к ЭДС статора используется для плавного регулирования переменного напряжения в нагрузке. Для этого фазные обмотки статора и ротора соединяют по схеме автотрансформатора так, что одна из них подключается к трёхфазной сети (обмотка ротора на рис. 19.8, *а*), а вторая включается последовательно с нагрузкой. Фазное напряжение нагрузки без учёта потерь в обмотках в этом случае равно

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_r + \underline{E}_s = \underline{U}_1 + k_e e^{j\gamma z_p}\underline{U}_1 = \underline{U}_1\left(1 + k_e e^{j\gamma z_p}\right).$$

Если коэффициент трансформации асинхронной машины равен единице, то диапазон регулирования напряжения составляет $(0\ldots2)U_1$. Такие устройства называются индукционными регуляторами и используются в лабораторной практике как альтернатива лабораторным автотрансформаторам.

Заторможенная асинхронная машина может быть также преобразователем числа фаз, если эти числа различны у обмоток статора и ротора.

Глава 20. Приведение рабочего процесса асинхронной машины при вращающемся роторе к рабочему процессу трансформатора

Электромеханический процесс преобразования энергии асинхронной машиной путем несложных математических операций можно представать эквивалентным электромагнитным процессом преобразования энергии в трансформаторе.

20.1. Приведение обмотки ротора к обмотке статора

Реальную обмотку ротора асинхронной машины мысленно можно заменить обмоткой, имеющей такое же число фаз и витков в фазе, а также обладающей таким же обмоточным коэффициентом первой гармоники, как и обмотка статора. Для сохранения энергетических и электромагнитных соотношений в машине с приведённой обмоткой ротора нужно изменить также напряжения и токи в ней.

Приведение обмотки ротора к обмотке статора аналогично приведению вторичной обмотки трансформатора к числу витков первичной обмотки. Однако помимо того, что в общем случае обмотка ротора отличается от обмотки статора числом фаз и эффективным числом витков, сердечник ротора или статора может иметь скошенные пазы. Обычно в асинхронных машинах скошены пазы ротора. Поэтому при приведении нужно учесть влияние скоса пазов, полагая, что в приведённой машине пазы ротора прямые.

Основная гармоника магнитного поля асинхронной машины наводит в обмотке неподвижного ротора со скошенными пазами ЭДС

$$E_2 = 4,44 f_1 k_{w2} k_c w_2 \Phi_{0m}, \qquad (20.1)$$

а в приведённой обмотке ЭДС ротора должна быть равна ЭДС обмотки статора

$$E_2' = E_1 = 4,44 f_1 k_{w1} w_1 \Phi_{0m}. \qquad (20.2)$$

Отношение этих ЭДС называется коэффициентом трансформации или коэффициентом приведения ЭДС и напряжений

$$k_e = \frac{E_2'}{E_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{k_{w1} w_1}{k_{w2} w_2} \cdot \frac{1}{k_c} = \frac{w_{1ef}}{w_{2ef}} \cdot \frac{1}{k_c}. \qquad (20.3)$$

Это выражение отличается от полученного ранее (19.10) только наличием коэффициента скоса пазов k_c обмотки ротора, который при прямых пазах равен единице.

Приведённая обмотка ротора с приведённым током I_2' создаёт основную гармонику МДС с амплитудой

$$F_{2m}' = \frac{m_1 \sqrt{2}}{z_p \pi} k_{w1} w_1 I_2'^{\,*}, \qquad (20.4)$$

а неприведённая – МДС, ориентированную вдоль скошенных пазов,

$$F_{2m} = \frac{m_2 \sqrt{2}}{z_p \pi} k_{w2} w_2 I_2. \qquad (20.5)$$

В этом выражении скос пазов не учитывается, однако, при вычислении потокосцепления с обмоткой статора, имеющей прямые пазы, его нужно учесть, чтобы выполнялось условие $F_{2m}' = k_c F_{2m}$. Тогда из выражений (20.4) и (20.5) коэффициент трансформации или коэффициент приведения токов

$$k_i = \frac{I_2}{I_2'} = \frac{m_1 k_{w1} w_1}{m_2 k_{w2} w_2} \cdot \frac{1}{k_c} = \frac{m_1}{m_2} k_e. \qquad (20.6)$$

Таким образом, коэффициенты трансформации ЭДС и токов в общем случае неравны друг другу, т.к. приведение токов осуществляется из условия инвариантности МДС, что требует преобразования не только эффективного числа витков, но также и числа фаз обмотки ротора. В асинхронной машине с короткозамкнутым ротором типа беличьей клетки всегда $k_i \neq k_e$, т.к. ток I_2 представляет собой ток стержня, а $m_2 = Z_2$; $w_2 = 1/2$ и $k_{w2} = 1$.

---

* см. раздел 15.2

20.2. Замена вращающегося ротора эквивалентным неподвижным

Во вращающейся асинхронной машине в отличие от трансформатора виды энергии, потребляемой от источника и отдаваемой в нагрузку, различны. В режиме двигателя электрическая энергия, потребляемая из питающей сети, преобразуется в механическую энергию на валу машины. В генераторном режиме происходит обратное преобразование. Кроме того, частота ЭДС и тока в обмотке вращающегося ротора является переменной величиной, зависящей от скольжения, что усложняет анализ процессов в машине, исключая, в частности, возможность использования символического метода расчёта, т.к. частоты токов статора и ротора в общем случае неодинаковы.

Всё существенно упрощается, если вращающуюся асинхронную машину заменить эквивалентной машиной с неподвижным ротором, в которой сохраняются исходные энергетические и электромагнитные соотношения, что означает приведение процессов в асинхронной машине к процессам в эквивалентном трансформаторе.

Для этого необходимо, чтобы в результате приведения сохранились магнитные потоки и энергия магнитных полей, потребляемая из сети мощность, магнитные и электрические потери, а также электромагнитная мощность, передаваемая через воздушный зазор. Кроме того, при переходе к машине с неподвижным ротором механическая мощность должна быть представлена эквивалентной активной электрической мощностью.

Электродвижущая сила e_{2s}, наводимая вращающимся магнитным полем в каждой фазе ротора уравновешивается ЭДС потока рассеяния и падением напряжения на активном сопротивлении обмотки r_2

$$e_{2s} = r_2 i_{2s} + L_2 \frac{di_{2s}}{dt} \Leftrightarrow \underline{E}_{2s} = r_2 \underline{I}_{2s} + j\omega_2 L_2 \underline{I}_{2s} \qquad (20.7)$$

где $E_{2s} = 4,44 f_2 k_{w2} k_c w_2 \Phi_{0m}$.

Учитывая, что частота скольжения равна $f_2 = sf_1$, получим

$$E_{2s} = s4,44 f_1 k_{w2} k_c w_2 \Phi_{0m} = sE_2, \qquad (20.8)$$

т.е. ЭДС вращающегося ротора можно представить в виде произведения ЭДС, наводимой в неподвижном роторе $E_2 = 4,44 f_1 k_{w2} k_c w_2 \Phi_{0m}$, и скольжения *s*.

Индуктивное сопротивление рассеяния фазы ротора

$$x_{2s} = \omega_2 L_2 = s\omega_1 L_2 = sx_2 \qquad (20.9)$$

также равно индуктивному сопротивлению рассеяния неподвижного ротора $x_2 = \omega_1 L_2$, умноженному на скольжение.

Подставляя (20.8) и (20.9) в уравнение (20.7), получим

$$s\underline{E}_2 = r_2 \underline{I}_{2s} + jsx_2 \underline{I}_{2s} \Rightarrow \underline{I}_{2s} = \frac{s\underline{E}_2}{r_2 + jsx_2} = \frac{\underline{E}_2}{r_2/s + jx_2} \qquad (20.10)$$

или после деления на скольжение

$$\underline{E}_2 = (r_2/s + jx_2)\underline{I}_2 \Rightarrow \underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2}{r_2/s + jx_2} = \underline{I}_{2s}. \qquad (20.11)$$

Уравнение (20.11) соответствует неподвижному ротору, следовательно, токи вращающегося ротора $\underline{I}_{2s}$ и неподвижного ротора $\underline{I}_2$ равны. Поэтому МДС обмоток вращающегося и неподвижного ротора будут одинаковыми $\underline{F}_{2s} = \underline{F}_2$, а т.к. магнитные поля статора и ротора при всех скольжениях неподвижны относительно друг друга, то при замене вращающегося ротора эквивалентным неподвижным результирующая МДС

$$\underline{F}_m = \underline{F}_1 + \underline{F}_{2s} = \underline{F}_1 + \underline{F}_2 \qquad (20.12)$$

сохранит своё значение и положение в пространстве. Значит, при такой замене состояние магнитной цепи машины останется неизменным.

Из уравнения (20.11) следует, что активное сопротивление эквивалентного неподвижного ротора должно изменяться обратно пропорционально скольжению. При этом активная мощность, передаваемая из статора в ротор и называемая электромагнитной мощностью, будет равна

$$P_{em} = m_2 I_2^2 r_2 / s\,.$$

Часть этой мощности рассеивается в виде тепла, выделяемого в обмотке ротора

$$\Delta P_2 = m_2 I_2^2 r_2\,, \qquad (20.13)$$

а оставшаяся часть является механической мощностью, преобразуемой машиной

$$P_2 = P_{em} - \Delta P_2 = m_2 I_2^2 r_2 \frac{1-s}{s}. \qquad (20.14)$$

Следует заметить, что при отрицательном скольжении изменяется знак электромагнитной и механической мощности, а значит, изменяется направление потока энергии через воздушный зазор

Выражения (20.13) и (20.14) соответствуют мощностям, рассеиваемым на резисторах r_2 и $r_2(1-s)/s$. Следовательно, механическую мощность можно представить численно равными потерями в активном сопротивлении $r_2(1-s)/s$.

Сопоставляя выражения для электромагнитной мощности и мощности потерь в обмотке ротора можно заметить, что

$$\Delta P_2 = s P_{em}\,, \qquad (20.15)$$

т.е. тепловые потери в обмотке ротора являются частью электромагнитной мощности, пропорциональной скольжению, и называются поэтому мощностью скольжения. Это обстоятельство имеет большое значение для практики эксплуатации машин, т.к. даже кратковременная работа при больших скольжениях приводит к перегреву обмотки ротора и возможному разрушению изоляции.

Глава 21. Уравнения состояния электрических цепей и их преобразование

В асинхронной машине напряжение питания уравновешивается ЭДС главного магнитного потока и потока рассеяния обмотки статора, а также падением напряжения в её активном сопротивлении. В символической форме уравнение напряжения фазной обмотки статора имеет вид

$$\underline{U}_1 = r_1 \underline{I}_1 - \underline{E}_{s1} - \underline{E}_1 = r_1 \underline{I}_1 + j\omega L_{s1} \underline{I}_1 - \underline{E}_1 = r_1 \underline{I}_1 + j x_{s1} \underline{I}_1 - \underline{E}_1\,. \qquad (21.1)$$

Для упрощения анализа процессов, не внося каких-либо ограничений, допустим, что ось фазной обмотки эквивалентного неподвижного ротора совпадает с осью фазной обмотки статора, для которой записано уравнение (21.1). Тогда уравнение напряжения этой обмотки ротора

$$\underline{E}_2 = \frac{r_2}{s}\underline{I}_2 + jx_{s2}\underline{I}_2. \qquad (21.2)$$

Раскроем выражения для МДС в уравнении (20.12)

$$\frac{m_1\sqrt{2}}{z_p\pi}k_{w1}w_1\underline{I}_m = \frac{m_1\sqrt{2}}{z_p\pi}k_{w1}w_1\underline{I}_1 + \frac{m_2\sqrt{2}}{z_p\pi}k_{w2}k_c w_2\underline{I}_2$$

Тогда, поделив обе части этого уравнения на $m_1\sqrt{2}k_{w1}w_1/(z_p\pi)$, получим уравнение токов

$$\underline{I}_m = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2. \qquad (21.3)$$

Приведём величины в уравнении напряжения ротора (21.2) к параметрам обмотки статора. Для этого заменим реальный ток отношением (20.6) $\underline{I}_2 = k_i\underline{I}'_2$, а также умножим обе части уравнения на коэффициент приведения напряжений k_e

$$\begin{gathered} k_e\underline{E}_2 = k_e\frac{r_2}{s}k_i\underline{I}'_2 + jk_e x_{s2}k_i\underline{I}'_2 \\ \Downarrow \\ \underline{E}'_2 = \underline{E}_1 = \frac{r'_2}{s}\underline{I}'_2 + jx'_{s2}\underline{I}'_2 \end{gathered} \qquad (21.4)$$

где $r'_2 = k_e k_i r_2$; $x'_{s2} = k_e k_i x_{s2}$ – приведённые сопротивления обмотки ротора.

В результате приведения вторичной обмотки к первичной все энергетические соотношения сохраняются. Действительно, для активной и реактивной мощности цепи ротора справедливо

$$P_{em} = m_1 I'^2_2 r'_2/s = m_1\frac{I_2^2}{k_i^2}\frac{k_e k_i r_2}{s} = m_1\frac{I_2^2}{k_i^2}\frac{m_2 k_i k_i r_2}{m_1 s} = m_2 I_2^2 r_2/s;$$

$$Q_2 = m_1 I'^2_2 x'_2 = m_1\frac{I_2^2}{k_i^2}k_e k_i x_2 = m_1\frac{I_2^2}{k_i^2}\frac{m_2 k_i k_i x_2}{m_1} = m_2 I_2^2 x_2.$$

Таким образом, окончательно система уравнений асинхронной машины с учётом разделения сопротивления цепи ротора на сопротивление обмотки и эквивалентное сопротивление механической мощности машины имеет вид

$$\left.\begin{aligned} &\underline{U}_1 = r_1\underline{I}_1 + jx_{s1}\underline{I}_1 - \underline{E}_1; \\ &\underline{E}'_2 = \underline{E}_1 = r'_2\underline{I}'_2 + jx'_{s2}\underline{I}'_2 + \frac{r'_2(1-s)}{s}\underline{I}'_2; \\ &\underline{I}_m = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2. \end{aligned}\right\} \qquad (21.5)$$

Как и следовало ожидать, эта система уравнений полностью идентична системе уравнений трансформатора, работающего на переменную активную нагрузку $r_2'(1-s)/s$.

Глава 22. Схемы замещения асинхронной машины

22.1. Т-образная схема замещения

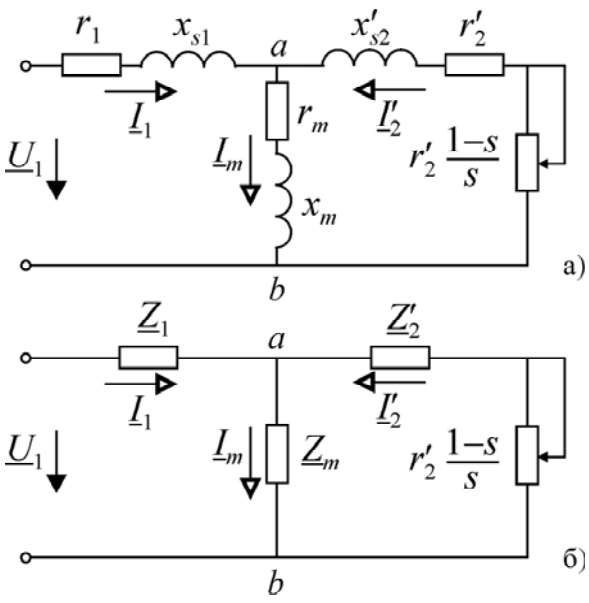


Рис. 22.1

Уравнениям (21.5) соответствует схема замещения на рис. 22.1, *а*. В режиме идеального холостого хода $s=0$, а сопротивление нагрузки $r_2'(1-s)/s=\infty$. Ветвь обмотки ротора размыкается, и ток в ней становится нулевым. В момент подключения двигателя к сети ротор неподвижен $s=1$, а сопротивление нагрузки $r_2'(1-s)/s=0$, т.е. режим пуска полностью идентичен режиму короткого замыкания трансформатора, поэтому в теории асинхронных машин он также называется режимом короткого замыкания.

Напряжение на намагничивающей ветви равно ЭДС главного магнитного потока

$$\underline{U}_{ab}=-\underline{E}_1=j4{,}44f_1w_{1ef}\underline{\Phi}_{0m}=\left(r_m+jx_m\right)\underline{I}_m.$$

Значения r_m и x_m можно найти из опытных или расчётных данных аналогично тому, как это было описано в разделе 6.5. Однако здесь следует учесть, что в отличие от трансформатора электромагнитные процессы на разных участках магнитной цепи, т.е. в сердечниках статора и ротора, протекают в разных условиях. Перемагничивание и возбуждение вихревых токов в сердечнике статора происходит с постоянной частотой, а в сердечнике ротора с частотой скольжения. Поэтому магнитные потери в сердечнике ротора изменяются с изменением нагрузки машины и в целом $r_m=f(s)$. В нормальных режимах работы асинхронной машины скольжение находится в пределах $0<|s|<0{,}05$, а т.к. магнитные потери пропорциональны приблизительно второй степени частоты, то потери в сердечнике ротора составляют очень малую часть от общих потерь в стали. В связи с этим их обычно не учитывают, ограничиваясь только учётом потерь в сердечнике статора. В этом случае $r_m\approx\text{const}$.

Индуктивное сопротивление ветви намагничивания x_m зависит от состояния ферромагнетика сердечника. Например, с увеличением напряжения питания $U_1\approx E_1\sim\Phi_0$ увеличивается основной магнитный поток Φ_0 и, следовательно, степень насыщения магнитопровода k_μ. Это приводит к уменьшению его

магнитной проводимости и, соответственно, к уменьшению главных индуктивных сопротивлений*. Очевидно, что снижение напряжения вызывает обратный эффект.

Изменение x_m происходит также при изменении режима работы машины. Из схемы замещения следует, что при $U_1 = \text{const}$ с увеличением нагрузки, т.е. с ростом I_1, будет увеличиваться падение напряжение на сопротивлении обмотки статора $\underline{Z}_1$. Это приводит к уменьшению U_{ab}, а значит, и основного магнитного потока, т.к. $\Phi_0 \sim E_1 \sim U_{ab}$. Тем не менее, в пределах нормальных нагрузок изменение магнитного потока незначительно и можно считать $\Phi_0 \approx \text{const} \Rightarrow x_m \approx \text{const}$. Однако, при больших скольжениях, например, при пуске двигателя, рабочий поток машины может уменьшиться до половины его значения при холостом ходе. Тогда для моделирования процессов может потребоваться расчётная или экспериментальная зависимость $x_m = f(s)$.

Индуктивное сопротивление ветви намагничивания x_m у асинхронных машин значительно меньше, чем у трансформаторов. Это объясняется наличием воздушного зазора в магнитной цепи. В связи с чем, намагничивающий ток и ток холостого хода у асинхронных машин значительно больше и составляет 25…50% от номинального тока обмотки статора. При этом также как в трансформаторе $x_m \gg r_m$, поэтому во многих случаях без внесения существенной погрешности в расчёты потерями в магнитопроводе пренебрегают, полагая $r_m \approx 0$.

22.2. Г-образная схема замещения

Схема замещения на рис. 22.1 хорошо отражает физические процессы в асинхронной машине, однако при исследовании некоторых вопросов более удобной была бы схема, в которой ветвь намагничивания вынесена на зажимы источника питания и в главной цепи схемы отсутствует узел.

Для схемы замещения на рис. 22.1, *б* можно составить уравнения методом контурных токов

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_m \left(\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 \right); \qquad (22.1)$$

$$0 = \underline{Z}'_2 \underline{I}'_2 + r'_2 \frac{(1-s)}{s} \underline{I}'_2 + \underline{Z}_m \left(\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 \right), \qquad (22.2)$$

где $\underline{Z}_1 = r_1 + jx_{s1}$; $\underline{Z}'_2 = r'_2 + jx'_{s2}$; $\underline{Z}_m = r_m + jx_m$.

Преобразование Т-образной схемы замещения в Г-образную с П-входом возможно, если в преобразованной цепи $\underline{Z}_1 \underline{I}_1 = 0$. Перейдём к новой переменной $\underline{I}''_2$ в соответствии с равенством

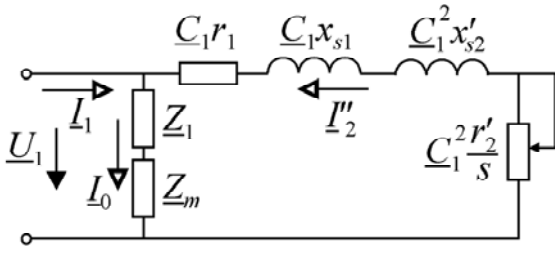
$$\underline{I}'_2 = \underline{C}_1 \underline{I}''_2, \qquad (22.3)$$

где $\underline{C}_1$ – некоторое комплексное число.

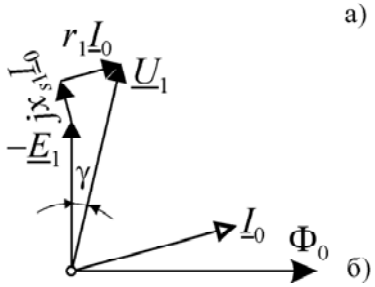
* см. раздел 17.2

Заменим $\underline{I}'_2$ на $\underline{I}''_2$ в (22.1), а также прибавим и вычтем в правой части $\underline{C}_1\underline{Z}_m\underline{I}_1$

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{Z}_1\underline{I}_1 + \underline{Z}_m\underline{I}_1 + \underline{C}_1\underline{Z}_m\underline{I}''_2 + \underline{C}_1\underline{Z}_m\underline{I}_1 - \underline{C}_1\underline{Z}_m\underline{I}_1 = \\ &= \underline{Z}_1\underline{I}_1 + \underline{Z}_m\underline{I}_1 - \underline{C}_1\underline{Z}_m\underline{I}_1 + \underline{C}_1\underline{Z}_m\left(\underline{I}_1 + \underline{I}''_2\right).\end{aligned} \qquad (22.4)$$



а)



б)

Рис. 22.2

Последнее слагаемое в (22.4) представляет собой падение напряжения в преобразованной ветви намагничивания с током

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}''_2. \qquad (22.5)$$

Если эта ветвь подключена к источнику питания, то должно выполняться условие

$$\underline{Z}_1\underline{I}_1 + \underline{Z}_m\underline{I}_1 - \underline{C}_1\underline{Z}_m\underline{I}_1 = 0,$$

следовательно,

$$\underline{C}_1 = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_m}. \qquad (22.6)$$

Тогда вместо (22.4) получим уравнение

$$\underline{U}_1 = \underline{C}_1\underline{Z}_m\left(\underline{I}_1 + \underline{I}''_2\right) = \underline{C}_1\underline{Z}_m\underline{I}_0 = \left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_m\right)\underline{I}_0. \qquad (22.7)$$

Если второй контур схемы замещения также подключён к источнику питания, то в уравнении (22.2) должно быть слагаемое $\underline{C}_1\underline{Z}_m\left(\underline{I}_1 + \underline{I}''_2\right) = \underline{U}_1$. Умножим (22.2) на $\underline{C}_1$, а также прибавим и вычтем в правой части $\underline{C}_1\underline{Z}_m\underline{I}''_2$, одновременно заменив $\underline{I}'_2$ на $\underline{I}''_2$. Тогда получим

$$0 = \underline{C}_1^2\underline{Z}'_2\underline{I}''_2 + \underline{C}_1^2 r'_2\frac{(1-s)}{s}\underline{I}''_2 + \underline{C}_1\left(\underline{C}_1 - 1\right)\underline{Z}_m\underline{I}''_2 + \underline{C}_1\underline{Z}_m\left(\underline{I}_1 + \underline{I}''_2\right).$$

Отсюда

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{C}_1\underline{Z}_1\underline{I}''_2 + \underline{C}_1^2\underline{Z}'_2\underline{I}''_2 + \underline{C}_1^2 r'_2\frac{(1-s)}{s}\underline{I}''_2 = \\ &= \left[\underline{C}_1(r_1 + jx_{s1}) + j\underline{C}_1^2 x'_{s2} + \underline{C}_1^2 r'_2/s\right]\underline{I}''_2.\end{aligned} \qquad (22.8)$$

Уравнениям (22.5), (22.7) и (22.8) соответствует схема замещения, показанная на рис. 22.2, *а*.

Ток $\underline{I}_0$ в преобразованной ветви намагничивания представляет собой ток холостого хода асинхронной машины в схеме рис. 22.1

$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_m}.$$

Из уравнения (22.7)следует

$$\underline{U}_1 = \underline{C}_1 \underline{Z}_m \underline{I}_0 = \underline{C}_1(-\underline{E}_1)$$
$$\Downarrow$$
$$\underline{C}_1 = \frac{\underline{U}_1}{-\underline{E}_1} = c_1 e^{j\gamma};\ c_1 = \frac{U_1}{E_1};\ \gamma = \angle(U_1, -E_1)$$

Таким образом, коэффициент приведения Т-образной схемы замещения к эквивалентной Г-образной схеме представляет собой отношение напряжения источника питания к ЭДС основного магнитного потока в режиме холостого хода (рис. 22.2, *б*).

В асинхронных машинах обычно $r_1 \ll x_{s1}$ и $r_m \ll x_m$. Поэтому коэффициент приведения

$$\underline{C}_1 = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_m} \approx c_1 \approx 1 + \frac{x_{s1}}{x_m}$$

можно считать вещественным числом, мало отличающимся от единицы, т.к. $x_{s1} \ll x_m$. В машинах мощностью выше нескольких киловатт он составляет $c_1 = 1{,}02 \ldots 1{,}06$, причём бóльшие значения относятся к машинам меньшей мощности. При практических расчётах для машин этого диапазона мощностей, не внося существенной погрешности, можно принять $c_1 = 1$. Однако для машин малой мощности использование коэффициента приведения при преобразовании схемы замещения необходимо.

Глава 23. Режимы работы асинхронной машины

23.1. Двигательный режим

Рассмотрим с помощью схемы замещения на рис. 22.1, *а* процесс преобразования энергии асинхронной машиной в двигательном режиме работы. В этом режиме ротор вращается в направлении вращения магнитного поля со скоростью ниже синхронной, и диапазон скольжений составляет $0 < s < 1$.

Асинхронный двигатель потребляет из сети активную мощность

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos\varphi_1 . \qquad (23.1)$$

Часть этой мощности в виде электрических потерь теряется в активном сопротивлении первичной обмотки

$$\Delta P_{1\mathrm{Cu}} = m_1 I_1^2 r_1 , \qquad (23.2)$$

а другая часть – в виде магнитных потерь рассеивается в сердечнике статора

$$\Delta P_{1\mathrm{Fe}} = m_1 I_m^2 r_m . \qquad (23.3)$$

Оставшаяся часть представляет собой электромагнитную мощность, которая посредством магнитного поля передаётся через зазор из статора в ротор

$$P_{em} = m_1 I_2'^2 r_2' / s = m_2 I_2^2 r_2 / s . \qquad (23.4)$$

В роторе также часть мощности теряется в виде электрических потерь в активном сопротивлении обмотки

$$\Delta P_{2\mathrm{Cu}} = m_1 I_2'^2 r_2' = m_2 I_2^2 r_2 , \qquad (23.5)$$

а остальная часть преобразуется в механическую мощность, развиваемую на валу двигателя

$$P_{mc} = P_{em} - \Delta P_{2\mathrm{Cu}} = m_1 I_2'^2 r_2' \frac{1-s}{s} = m_2 I_2^2 r_2 \frac{1-s}{s}. \qquad (23.6)$$

Часть механической мощности теряется в двигателе в виде механических потерь ΔP_{mc}, связанных с трением в опорах и о воздух (т.н. вентиляционные потери); магнитных потерь в сердечнике ротора $\Delta P_{2\mathrm{Fe}}$, а также добавочных потерь ΔP_{ex}.

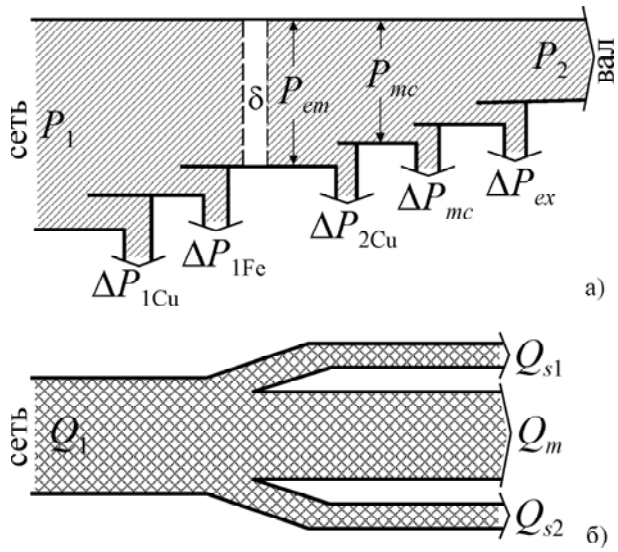


Рис. 23.1

Как ужу отмечалось выше, магнитные потери в сердечнике ротора обычно очень малы и отдельно не учитываются ($\Delta P_{2\mathrm{Fe}} \approx 0$).

Добавочные потери возникают в основном из-за наличия высших гармоник магнитных полей, которые наводят в обмотках ЭДС и токи, что приводит к дополнительным электрическим и магнитным потерям. Эти потери практически невозможно определить экспериментально или расчётным путём, поэтому их принимают равными 0,5% от мощности, потребляемой при номинальной нагрузке двигателя и пересчитывают для других нагрузок пропорционально квадрату тока статора.

Таким образом, полезная механическая мощность на валу равна

$$P_2 = P_{mc} - \Delta P_{mc} - \Delta P_{ex}. \qquad (23.7)$$

Энергетическая диаграмма асинхронного двигателя, соответствующая рассмотренным преобразованиям, показана на рис. 23.1, *а*.

Суммарные потери в двигателе и мощность на валу равны соответственно

$$\Delta P_\Sigma = \Delta P_{1\mathrm{Cu}} + \Delta P_{1\mathrm{Fe}} + \Delta P_{2\mathrm{Cu}} + \Delta P_{mc} + \Delta P_{ex}$$

и

$$P_2 = P_1 - \Delta P_\Sigma. \qquad (23.8)$$

Отсюда КПД двигателя

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\Delta P_\Sigma}{P_1}. \qquad (23.9)$$

У двигателей мощностью выше одного киловатта КПД при номинальной нагрузке составляет 0,8…0,95. Более высокие значения имеют двигатели большей мощности и с большей скоростью вращения.

Схема замещения позволяет также рассмотреть баланс реактивной мощности двигателя. Из сети он потребляет реактивную мощность

$$Q_1 = m_1 U_1 I_1 \sin\varphi_1 , \qquad (23.10)$$

которая расходуется на возбуждение основного магнитного поля машины

$$Q_m = m_1 I_m^2 x_m , \qquad (23.11)$$

а также на создание полей рассеяния обмоток статора и ротора

$$Q_{s1} = m_1 I_1^2 x_{s1};\ Q_{s2} = m_1 I_2'^2 x'_{s2} = m_2 I_2^2 x_{s2} . \qquad (23.12)$$

Диаграмма реактивных мощностей двигателя показана на рис. 23.1, *б*. Бóльшая часть реактивной мощности затрачивается на формирование основного магнитного потока. Причём из-за наличия воздушного зазора реактивная мощность Q_m и ток намагничивания асинхронного двигателя I_m значительно больше, чем у трансформатора. Это обстоятельство существенно снижает коэффициент мощности двигателя, который при номинальной нагрузке составляет $\cos\varphi_N = 0,7\ldots0,95$, а при холостом ходе снижается до $\cos\varphi_0 = 0,1\ldots0,15$.

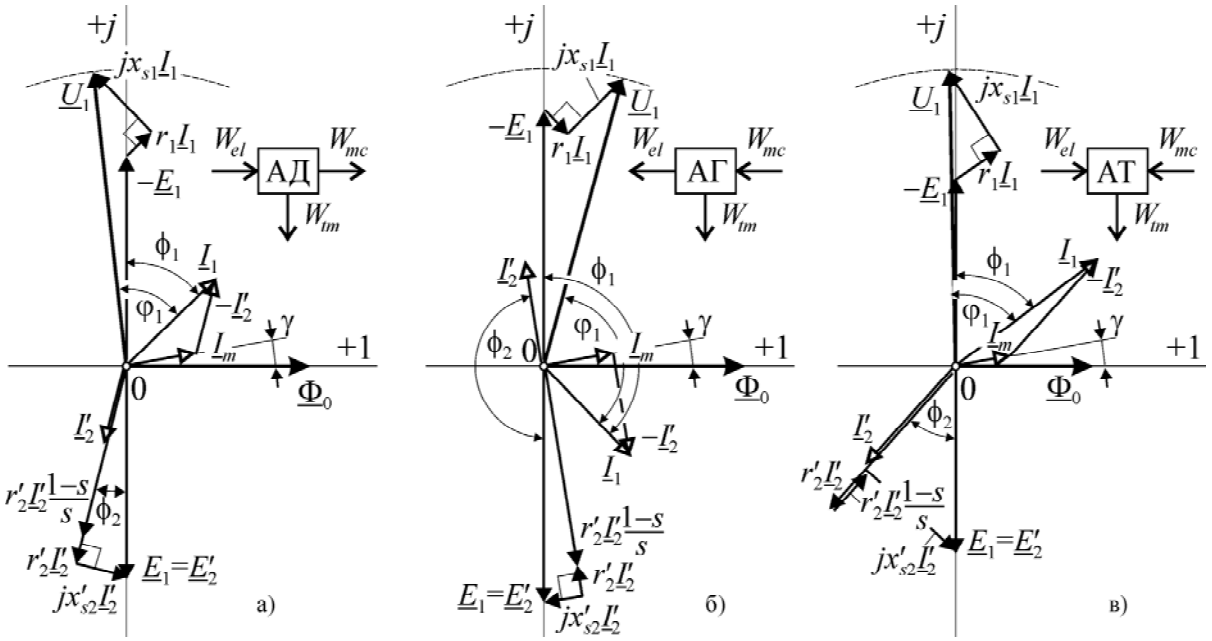


Рис. 23.2

Векторная диаграмма асинхронного двигателя аналогична диаграмме трансформатора, работающего на активную нагрузку (рис. 23.2, *а*). Количественное отличие состоит только в относительно большей величине тока намагничивания.

Построение векторной диаграммы асинхронной машины производится по тому же алгоритму, который использовался при построении векторных диаграмм трансформатора*.

23.2. Генераторный режим

Для получения генераторного режима ротор асинхронной машины нужно привести во вращение в направлении движения магнитного поля со скоростью выше синхронной. Тогда скольжение будет отрицательным и теоретически его

* см. раздел 7.2

диапазон составляет $0 > s > -\infty$. В действительности значительное превышение синхронной скорости вращения недопустимо по условиям механической прочности, а также необходимости получения высоких энергетических показателей. Поэтому абсолютное значение скольжения в генераторном режиме обычно такого же порядка, как в двигательном.

Выделим активную и реактивную составляющие тока ротора $\underline{I}_2$ в выражении (20.11). Для этого положим $\underline{E}_2 = E_2$ и умножим числитель и знаменатель на сопряжённый комплекс знаменателя. Тогда получим

$$\underline{I}_2 = \frac{sE_2 r_2}{r_2^2 + s^2 x_{s2}^2} - j\frac{s^2 E_2 x_{s2}}{r_2^2 + s^2 x_{s2}^2} = I_{2a} - jI_{2r}. \qquad (23.13)$$

Реактивная составляющая тока ротора I_{2r} не зависит от знака скольжения и всегда положительна. Множитель $-j$ означает, что реактивный ток отстаёт по фазе на 90°от принятой за начало отсчёта ЭДС ротора и является индуктивным током независимо от режима работы машины.

Знак активной составляющей тока всегда соответствует знаку скольжения. Поэтому при переходе в генераторный режим активный ток становится отрицательным. Физически изменение фазы тока на 180° связано с тем, что по отношению к магнитному полю статора ротор движется в противоположном направлении, вследствие чего изменяется направление (знак) наводимой в обмотке ротора ЭДС. При этом изменяется также знак электромагнитной мощности $P_{el} = m_2 E_2 I_{2a}$. Это означает, что изменяется направление потока энергии через зазор машины. Отрицательная активная мощность соответствует источнику энергии, которым в данном случае является ротор, приводимый в движение каким-либо механизмом.

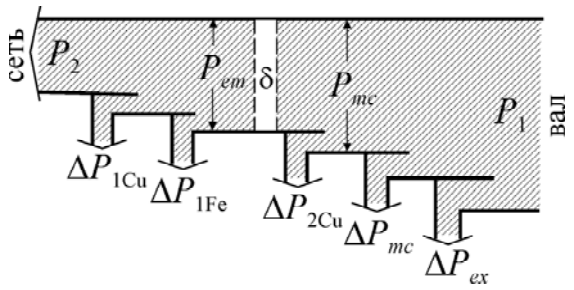


Рис. 23.3

Так как на рис. 23.2 вектор ЭДС ротора $\underline{E}_2$ совпадает по направлению с полуосью отрицательных мнимых чисел, то из изложенного следует, что в генераторном режиме вектор тока ротора должен находиться во втором квадранте. Тогда вектор тока статора $\underline{I}_1 = \underline{I}_m - \underline{I}'_2$ окажется в четвёртом квадранте, и фазовый сдвиг $\varphi_1 = \angle(\underline{U}_1, \underline{I}_1)$ будет превышать 90°. Следовательно, $\cos\varphi_1 < 0$ и активная мощность обмотки статора

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos\varphi_1 < 0$$

будет отрицательной, т.е. электрическая энергия будет отдаваться ею в сеть.

Из векторных диаграмм на рис. 23.2, *а* и *б* следует, что в двигательном и в генераторном режимах $0 < \varphi_1 < \pi$. Поэтому реактивная составляющая тока

$$I_{1r} = I_1 \sin\varphi_1$$

и реактивная мощность статора

$$Q_1 = m_1 U_1 I_{1r} > 0$$

положительны. Это означает, что асинхронная машина потребляет из сети реактивную мощность и индуктивный ток. Поэтому асинхронный генератор может работать только в сети, которая является для него источником реактивной мощности. Таким источниками в сети могут быть синхронные машины и/или конденсаторы. Это свойство асинхронных генераторов является существенным недостатком, однако в последнее время асинхронные генераторы получают всё более широкое распространение в связи с развитием ветросиловых установок.

В соответствии с изложенным, на рис. 23.3 показана энергетическая диаграмма асинхронного генератора. Диаграмма реактивных мощностей аналогична диаграмме двигателя на рис. 23.1, *б*.

23.3. Режим противовключения

В режиме противовключения ротор асинхронной машины вращается в направлении, противоположном направлению вращения магнитного поля. Теоретически соответствующий этому режиму диапазон скольжений составляет $1 < s < \infty$, однако на практике скольжение обычно ограничено значениями $1 < s < 2$.

Поскольку в режиме противовключения, как и в двигательном режиме, активный и реактивный ток ротора положительны, то машина в этом режиме потребляет из сети активную и реактивную мощность, а значит, $\varphi_1 = \angle(\underline{U}_1, \underline{I}_1) < 90°$.

Этот же вывод следует из того, что электромагнитная мощность $P_{em} = m_1 I_2'^2 r_2' / s$ при $s > 0$ положительна, а значит, энергия передаётся через зазор от статора к ротору, т.е. потребляется от сети. Но в режиме противовключения $s > 1$, следовательно, электромагнитная мощность меньше мощности тепловых потерь в роторе $\Delta P_{2\mathrm{Cu}} = m_1 I_2'^2 r_2'$. Поэтому разность между ними, представляющая собой механическую мощность на валу,

$$P_{em} - \Delta P_{2\mathrm{Cu}} = P_{mc} = m_1 I_2'^2 r_2' \frac{1-s}{s} = m_2 I_2^2 r_2 \frac{1-s}{s} < 0$$

отрицательна, и механическую энергию машина получает от устройства, приводящего её во вращение.

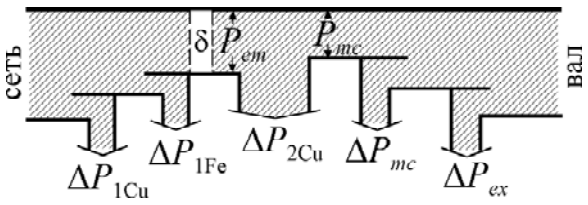


Рис. 23.4

Как известно, механическая мощность равна произведению угловой скорости вращения на вращающий момент $P_{mc} = \Omega M$. Скорость вращения и момент положительны, если их направление совпадает с направлением вращения магнитного поля. Так как в режиме противовключения $s > 1 \Rightarrow \Omega < 0$, то отрицательная величина мощности возможна только при положительном вращающем моменте, создаваемом машиной, т.е. если развиваемый ею момент действует в том же направлении, в котором вра-

щается поле. Однако по отношению к вращающему моменту приводного механизма он является тормозным.

Таким образом, в режиме противовключения электрическая и механическая энергия потребляются асинхронной машиной от источников и полностью преобразуются в ней в тепло. На рис. 23.4 изображена энергетическая диаграмма, соответствующая рассмотренным выше соотношениям. Диаграмма преобразования реактивной мощности в режиме противовключения аналогична диаграмме двигательного и генераторного режимов на рис. 23.1, *б*.

Векторная диаграмма асинхронной машины в режиме противовключения показана на рис. 23.2, *в*. Обращают на себя внимание большие токи статора и ротора, а также падение напряжения в обмотке ротора $r_2'I_2'$, свидетельствующее о большой рассеиваемой мощности. Это связано с тем, что геометрически электромагнитная мощность пропорциональна проекции вектора ЭДС ротора $\underline{E}'_2$ на направление вектора тока $\underline{I}'_2$, т.е. $P_{em} \sim E_2 \cos\phi_2$. И если в двигательном и генераторном режимах $\Delta P_{2\mathrm{Cu}} \ll P_{em}$, то в режиме противовключения $\Delta P_{2\mathrm{Cu}} > P_{em}$, а значит $r_2'I_2' > E_2 \cos\phi_2$.

Из изложенного следует, что режим противовключения создаёт очень большие тепловые нагрузки на машину и недопустим в течение длительного времени. Однако он часто используется для быстрого торможения и реверсирования (изменения направления вращения) асинхронных двигателей. Для торможения противовключением достаточно изменить порядок чередования фаз питающей сети путём переключения двух любых линейных проводов. При этом изменяется направление вращения магнитного поля, а ротор продолжает движение в прежнем направлении, т.е. теперь уже против движения поля. Под действием тормозного момента скорость вращения двигателя снижается и при остановке машину необходимо отключить от сети. Если же требуется осуществить быстрый реверс, то при остановке двигатель нужно оставить включённым и тогда он разгонится в противоположном направлении.

Режим противовключения называют также режимом электромагнитного тормоза. Однако существуют и другие способы электромагнитного торможения асинхронной машины.

23.4. Режим короткого замыкания

Режимом короткого замыкания называется режим при неподвижном роторе, т.е. в начальный момент пуска двигателя. Это название связано с тем, что при скольжении $s = 1$ сопротивление механической нагрузки $r_2'(1-s)/s$ обращается в нуль и схема замещения полностью соответствует трансформатору в режиме короткого замыкания.

Согласно схеме замещения на рис. 22.1, *б* комплексное сопротивление машины в режиме короткого замыкания равно

$$\underline{Z}_{ks} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}'_2 \underline{Z}_m}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_m}, \qquad (23.14)$$

а т.к. $\underline{Z}_m \gg \underline{Z}'_2$, то

$$\underline{Z}_{ks} \approx \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2 = (r_1 + r'_2) + j(x_{s1} + x'_{s2}) = r_{ks} + jx_{ks}. \qquad (23.15)$$

Обычно в асинхронных машинах полное сопротивление короткого замыкания в 5…7 раз меньше полного входного сопротивления в номинальном режиме работы, поэтому ток короткого замыкания, или пусковой ток, во столько же раз больше, и это нужно учитывать при эксплуатации машины, не допуская длительной фиксации ротора в неподвижном состоянии, а также при выборе устройств защиты электрических цепей питания.

23.5. Круговая диаграмма асинхронной машины

Каждая из векторных диаграмм на рис. 23.2 построена для одного какого-либо значения скольжения и не позволяет получить полное представление о характере и диапазоне изменения основных величин, определяющих состояние машины. Такое представление может дать годограф векторов токов статора и ротора, называемый круговой диаграммой. Она представляет собой геометрическое место точек концов векторов токов статора $\underline{I}_1$ и ротора $\underline{I}''_2$ при изменении скольжении и постоянных значениях фазного напряжения $\underline{U}_1$ и частоты f_1.

До появления компьютеров и пакетов математических программ, не требующих программирования на машинных языках, круговые диаграммы служили основным средством анализа электромеханических процессов в асинхронных машинах. В настоящее время они в значительной степени утратили своё значение, но, как всякое графическое представление, остаются удобным наглядным средством для качественного исследования процессов.

Основой для построения круговой диаграммы служит Г-образная схема замещения на рис. 19.10, *а*. Не внося существенной погрешности, можно принять $\underline{C}_1 \approx c_1 \approx 1$. Пусть также $\underline{U}_1 = jU_1$. Обозначим $x_{s1} + x'_{s2} = x_{ks}$; $r_1 + r'_2/s = r(s)$. Тогда по закону Ома для главной ветви

$$\underline{U}_1 = jU_1 = -r(s)\underline{I}''_2 - jx_{ks}\underline{I}''_2. \qquad (23.16)$$

Разделим обе части уравнения (23.16) на jx_{ks}

$$\frac{U_1}{x_{ks}} = -\frac{r(s)}{jx_{ks}}\underline{I}''_2 - \underline{I}''_2 = -\underline{I}''_2 + j\underline{I}''_2\frac{r(s)}{x_{ks}}. \qquad (23.17)$$

Таким образом, сумма вектора тока ротора $-\underline{I}''_2$ и ортогонального ему вектора $j\underline{I}''_2\dfrac{r(s)}{x_{ks}}$ не зависит от скольжения и равна вещественной константе U_1/x_{ks}.

Найдём из (23.17) вектор-функцию $-\underline{I}''_2(s)$

$$-\underline{I}''_2(s)=\frac{U_1}{x_{ks}-j\cdot r(s)}=U_1\left[\frac{x_{ks}}{x_{ks}^2+r^2(s)}+j\frac{r(s)}{x_{ks}^2+r^2(s)}\right]=$$

$$=U_1\left[\frac{1}{2x_{ks}}-\frac{1}{2x_{ks}}+\frac{x_{ks}}{z^2(s)}+j\frac{r(s)}{z^2(s)}\right]=$$

$$=\frac{U_1}{2x_{ks}}\left\{1+\frac{1}{z^2(s)}\left[x_{ks}^2-r^2(s)+j2x_{ks}r(s)\right]\right\}= \qquad (23.18)$$

$$=\frac{U_1}{2x_{ks}}\left[1+e^{j\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2}{\frac{x_{ks}}{r(s)}-\frac{r(s)}{x_{ks}}}\right)}\right]$$

где $z^2(s)=x_{ks}^2+r^2(s)$; $\alpha(s)=\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2}{\dfrac{x_{ks}}{r(s)}-\dfrac{r(s)}{x_{ks}}}\right)$; $\begin{cases}\pi\ge\alpha(s)>0_{s\ge0}\\ -\pi\le\alpha(s)<0_{s\le0}\end{cases}$. Это уравнение окружности радиусом $U_1/(2x_{ks})$ с центром, расположенным на положительной вещественной полуоси и смещённым от её начала на величину радиуса.

Выражения (23.18) позволяют с помощью простейших геометрических построений определить положение конца вектора $-\underline{I}''_2$ при любом значении скольжения $-\infty>s>\infty$. Для этого достаточно на плоскости комплексных чисел найти точку пересечения окружности годографа $-\underline{I}''_2(s)$ с лучом, построенным из начала координат под углом, равным аргументу $-\underline{I}''_2$

$$\arg(-\underline{I}''_2)=\mathrm{arctg}[r(s)/x_{ks}]. \qquad (23.19)$$

Очевидно, что годографом вектора тока статора $\underline{I}_1(s)$ будет годограф $-\underline{I}''_2(s)$, если начало его координат поместить в точку конца вектора $\underline{I}_0$. Действительно, в соответствии с Г-образной схемой замещения $\underline{I}_1=\underline{I}_0+(-\underline{I}''_2)$, а т.к. ток холостого хода $\underline{I}_0=\mathrm{const}$, то $\underline{I}_1(s)=\underline{I}_0+[-\underline{I}''_2(s)]$.

На рис. 23.5 показан пример построения круговой диаграммы. Начало координат годографа $-\underline{I}''_2(s)$ расположено в точке *a* плоскости комплексных чисел, а сам он, в соответствии с (23.18), представляет собой окружность диаметром

$$ak=m_I U_1/x_{ks},$$

где m_I – масштаб изображения токов на плоскости, мм/А.

Чтобы определить точку, соответствующую некоторому скольжению s, нужно построить луч aF. Из (23.19) следует, что этот луч должен проходить через точку, соответствующую комплексному числу $x_{ks} + jr(s)$, причём $x_{ks} = \text{const}$. Поэтому параллельно оси мнимых чисел на расстоянии $ab = m_R x_{ks}$, где m_R – масштаб изображения сопротивлений, мм/Ом, строится ось активных сопротивлений RR'. На этой оси откладывается отрезок

$$be = m_R r(s) = bc + cd + de,$$

где $bc = m_R r_1; cd = m_R r_2'; de = m_R r_2'(1-s)/s$, и через точку e проводится луч aF, точка пересечения которого с окружностью годографа f определяет векторы токов статора $\underline{I}_1$ и ротора $-\underline{I}''_2$.

Точки холостого хода, короткого замыкания и условно бесконечно большого скольжения, делят окружность годографа на дуги, соответствующие двигательному, генераторному и тормозному режимам.

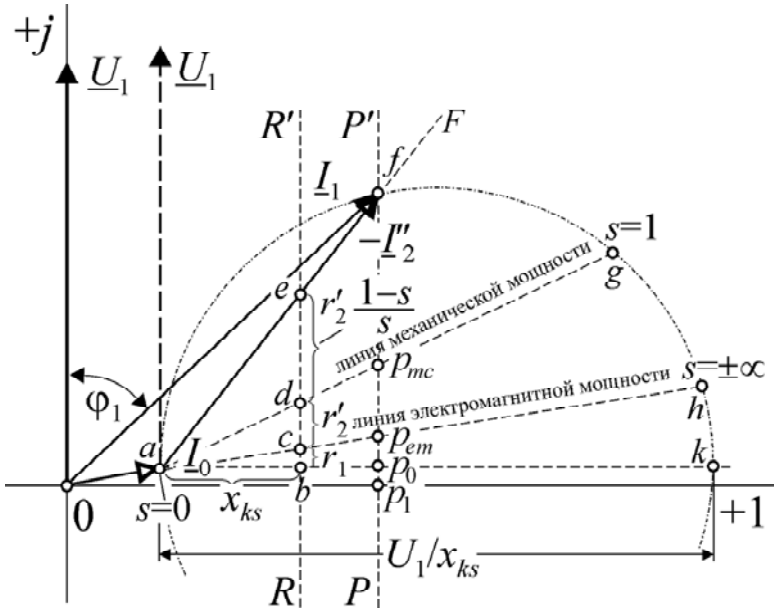


Рис. 23.5

При $s \to 0$ величина отрезка $de \to \infty$, и точка f перемещается по окружности в точку a. В режиме короткого замыкания $s = 1 \Rightarrow de = 0$, поэтому луч, определяющий этот режим, проходит через точку d, пересекая окружность в точке g. При $s \to \pm\infty$ величина отрезка $ce = m_R r_2'/s \to 0$, и, проводя луч через точку c, мы получим на окружности годографа граничную точку h.

Таким образом, дуги $\overset{\frown}{ag}$ и $\overset{\frown}{gh}$ соответствуют двигательному и тормозному режимам асинхронной машины.

Если, находясь в режиме холостого хода, увеличить скорость вращения, то скольжение s станет отрицательным. Это значит, что отрицательной будет величина r_2'/s. Поэтому отрезок $ce = m_R r_2'/s < 0$ будет строиться на оси сопротивлений RR' вниз от точки c, и множество точек генераторного режима будет соответствовать дуге годографа $\overset{\frown}{akh}$.

Круговая диаграмма позволяет также исследовать энергетические соотношения в асинхронной машине.

Как известно, треугольники токов, напряжений, сопротивлений, проводимостей и мощностей подобны. Если из точки f опустить перпендикуляр на ось

вещественных чисел, то величина катета fp_1 треугольника $0fp_1$ будет пропорциональна активной составляющей тока статора

$$fp_1 = m_I I_1 \cos\varphi_1 = m_I I_{1a}.$$

Следовательно, величина этого катета пропорциональна также активной мощности, потребляемой машиной из сети

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos\varphi_1 = m_1 U_1 I_{1a} = \frac{m_1 U_1}{m_I} fp_1 = \frac{fp_1}{m_P},$$

где $m_P = m_1 U_1 / m_I$ – масштаб изображения мощности на комплексной плоскости, мм/Вт.

Величина отрезка $p_0 p_1$ соответствует активной составляющей тока холостого хода $p_0 p_1 = m_I I_{0a}$ и пропорциональна мощности электрических потерь в обмотке статора и магнитных потерь в его сердечнике

$$p_0 p_1 = \frac{m_1 U_1}{m_P} I_{0a} = m_P \left(\Delta P_{1\mathrm{Cu}} + \Delta P_{1\mathrm{Fe}}\right).$$

В Г-образной схеме замещения электрические потери в обмотках статора и ротора, а также механическая мощность на валу машины определяются активной составляющей приведённого тока ротора I''_{2a}. На круговой диаграмме этой составляющей соответствует отрезок fp_0. Этот же отрезок пропорционален составляющим активной мощности

$$\begin{aligned} fp_0 &= m_P \left(\Delta P_{1\mathrm{Cu}} + \Delta P_{2\mathrm{Cu}} + P_{mc}\right) = \\ &= m_P \left(m_1 I''^2_2 r_1 + m_1 I''^2_2 r'_2 + m_1 I''^2_2 r'_2 (1-s)/s\right) = \\ &= m_1 \left(m_I^2 I''^2_2\right) m_R \left(r_1 + r'_2 + r'_2 (1-s)/s\right) = \\ &= p_0 p_{em} + p_{em} p_{mc} + p_{mc} f, \end{aligned} \qquad (23.20)$$

где $p_0 p_{em} = m_P \Delta P_{1\mathrm{Cu}}$; $p_{em} p_{mc} = m_P \Delta P_{2\mathrm{Cu}}$; $p_{mc} f = m_P P_{mc}$; $p_{em} f = m_P P_{em}$.

Из (23.20) следует, что для любого значения тока I''_2 составляющие активной мощности пропорциональны сопротивлениям r_1, r'_2 и $r'_2(1-s)/s$. Треугольники сопротивлений *abe* и мощностей ap_{0f} имеют общую вершину *a*, а катеты их активных составляющих параллельны. Поэтому деление катета fp_0 на отрезки $p_0 p_{em}$, $p_{em} p_{mc}$ и $p_{mc} f$ можно выполнить линиями *ag* и *ah*, проходящими через границы отрезков соответствующих активных сопротивлений катета *be*. Положение этих линий на плоскости круговой диаграммы не меняется при изменении скольжения. Линия *ag*, отсекающая отрезок $p_{mc} f = m_P P_{mc}$, называется линией механической мощности, а линия *ah*, отсекающая отрезок $p_{em} f = m_P P_{em}$, – линией электромагнитной мощности.

По круговой диаграмме можно определить скольжение с любой точке

$$s = \frac{r'_2}{r'_2 / s} = \frac{cd}{ce} = \frac{p_{em} p_{mc}}{p_{em} f},$$

а также КПД

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{p_{mc} f}{p_1 f}.$$

Глава 24. Электромагнитный момент асинхронной машины

24.1. Механическая характеристика

Вращающий момент, создаваемый электромагнитными силами, действующими на ротор асинхронной машины, определяется равенством

$$M = P_{mc} / \Omega, \qquad (24.1)$$

где P_{mc} – механическая мощность, определяемая выражением (23.6), а Ω – угловая скорость вращения ротора.

Угловая скорость вращения основной гармоники магнитного поля, выраженная через угловую частоту сети ω_1, равна

$$\Omega_1 = \omega_1 / z_p.$$

Отсюда скольжение и угловая скорость вращения

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} = \frac{\omega_1 - z_p \Omega}{\omega_1} \Rightarrow \Omega = \frac{(1-s)\omega_1}{z_p}. \qquad (24.2)$$

Подставляя в (24.1) выражения (24.2) и (23.6), получим

$$M = \frac{z_p}{\omega_1} m_1 I_2'^2 \frac{r_2'}{s} = \frac{z_p}{\omega_1} P_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega_1}. \qquad (24.3)$$

Электромагнитный момент можно выразить через параметры схемы замещения. Для этого нужно определить ток ротора I_2'. Пользуясь Г-образной схемой замещения и полагая $\underline{C}_1 \approx c_1$, получим

$$I_2' = \frac{U_1}{\sqrt{\left(r_1 + c_1 r_2'/s\right)^2 + \left(x_{s1} + c_1 x_{s2}'\right)^2}}. \qquad (24.4)$$

Отсюда

$$M = \frac{z_p m_1 U_1^2 r_2'/s}{\omega_1 \left[\left(r_1 + c_1 r_2'/s\right)^2 + \left(x_{s1} + c_1 x_{s2}'\right)^2\right]}. \qquad (24.5)$$

Знак электромагнитного момента в (24.5) соответствует знаку скольжения, и при $s = 0$ момент также равен нулю, в чём можно убедиться, раскрыв неопределённость выражения. Эти результаты ранее уже были установлены на основе физических соображений. Кроме того, при $s = \pm\infty$ момент также равен нулю, что объясняется нулевым значением электромагнитной мощности.

Зависимость $M = f(s)$ называется механической характеристикой асинхронной машины.

Так как в точках $s = -\infty, 0, +\infty$ момент $M = 0$, то между ними существуют экстремумы. Координаты экстремумов можно определить, вычислив скольжение, соответствующее условию $dM/ds = 0$

$$s_m = \pm \frac{c_1 r_2'}{\sqrt{r_1^2 + \left(x_{s1} + c_1 x_{s2}'\right)^2}} \approx \pm \frac{c_1 r_2'}{x_{s1} + c_1 x_{s2}'}, \qquad (24.6)$$

а затем, подставив это скольжение в (24.5), найти величину момента

$$M_{\max} = \frac{z_p m_1 U_1^2}{2\omega_1 c_1 \left[r_1 \pm \sqrt{r_1^2 + \left(x_{s1} + c_1 x_{s2}'\right)^2} \right]} \approx \pm \frac{z_p m_1 U_1^2}{2\omega_1 c_1 \left(x_{s1} + c_1 x_{s2}'\right)}. \qquad (24.7)$$

В выражениях (24.6) и (24.7) положительные знаки соответствуют двигательному, а отрицательные – генераторному режиму работы машины.

На рис. 24.1, *а* показана механическая характеристика $M = f(s)$ асинхронной машины, а на рис. 24.1, *б* обратная функция, аргументом которой является электромагнитный момент *M*, а скольжение пересчитано в угловую скорость вращения Ω. Характеристика $\Omega = f(M)$ также называется механической характеристикой. Она отличается от характеристики $M = f(s)$ тем, что участки, соответствующие различным режимам работы машины располагаются в разных квадрантах плоскости, что делает характеристику более наглядной и во многих случаях более удобной для качественных оценок. Однако функция $\Omega = f(M)$, в отличие от функции $M = f(s)$, двузначна и потому менее пригодна для математического анализа процессов.

На практике часто пользуются также механическими характеристиками $M = f(n)$ и $n = f(M)$, где *n* – скорость вращения в об/мин. Внесистемная единица скорости вращения соответствует установившейся традиции, но требует введения в формулы дополнительных коэффициентов.

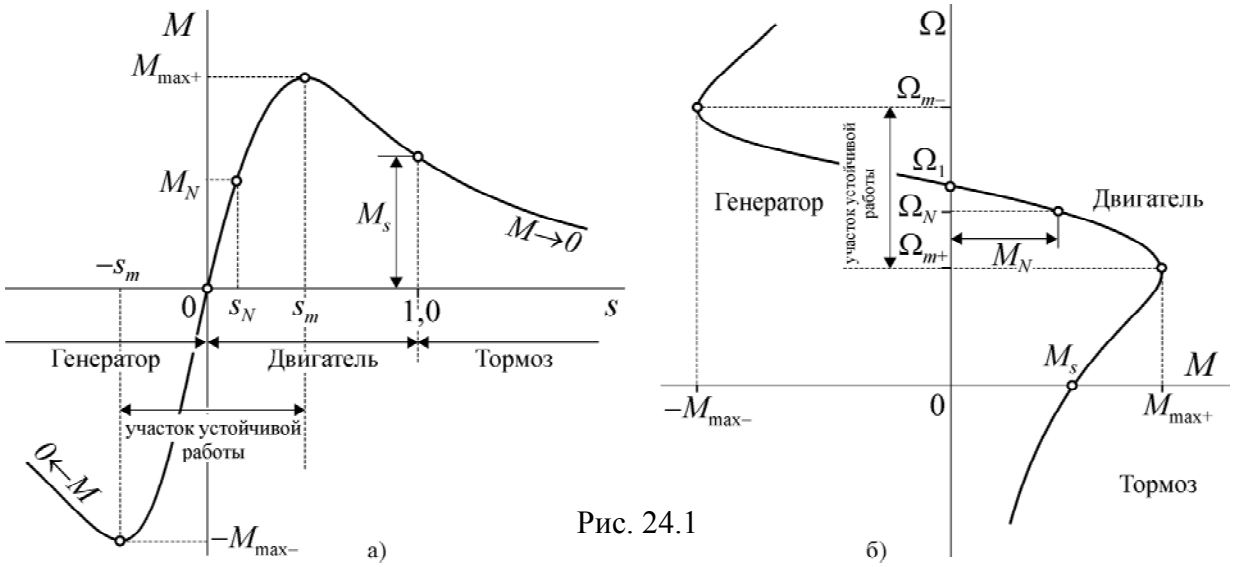


Рис. 24.1

Скольжение s_m называется критическим, а максимальный момент – критическим или опрокидывающим моментом, т.к. двигатель теряет скорость и останавливается, а генератор разгоняется до недопустимо большой скорости, если вращающий момент нагрузки превышает максимальный момент.

Так как значение корня в знаменателе выражения (24.7) $\sqrt{r_1^2+\left(x_{s1}+c_1x'_{s2}\right)^2}>r_1$, то максимальный момент в генераторном режиме $M_{\max-}$ по абсолютному значению всегда больше, чем в двигательном $M_{\max+}$

$$\left|\frac{M_{\max-}}{M_{\max+}}\right|=\left|\frac{r_1+\sqrt{r_1^2+\left(x_{s1}+c_1x'_{s2}\right)^2}}{r_1-\sqrt{r_1^2+\left(x_{s1}+c_1x'_{s2}\right)^2}}\right|>1.$$

У машин малой мощности это соотношение может достигать трёхкратного значения. По мере роста мощности относительная величина активного сопротивления обмотки статора уменьшается, и соотношение моментов приближается к единице.

У нормальных асинхронных машин активное сопротивление обмотки ротора значительно меньше индуктивного сопротивления короткого замыкания $r_1\ll x_{s1}+c_1x'_{s2}$, поэтому для оценки координат точки опрокидывания можно использовать приближённые равенства (24.6) и (24.7), полученные при условии $r_1\approx 0$.

Выражение (24.7) позволяет сделать несколько замечаний о величине опрокидывающего момента. Он:

- не зависит от активного сопротивления цепи ротора r_2;
- пропорционален квадрату напряжения питания U_1;
- обратно пропорционален величине индуктивных сопротивлений рассеяния обмоток статора и ротора x_{s1} и x_{s2}.

После точки опрокидывания электромагнитный момент машины уменьшается, а т.к. критическое скольжение обычно меньше единицы, то у машин нормального исполнения пусковой момент меньше критического. Полагая в (24.5) $s=1$, найдём

$$M_s=\frac{z_p m_1 U_1^2 r'_2}{\omega_1\left[\left(r_1+c_1r'_2\right)^2+\left(x_{s1}+c_1x'_{s2}\right)^2\right]}\approx\frac{z_p m_1 U_1^2 r'_2}{\omega_1\left(r'^2_2+x^2_{ks}\right)}. \qquad (24.8)$$

Пусковой момент M_s, также как моменты во всех режимах работы асинхронной машины, пропорционален квадрату приложенного напряжения. Очевидно, что максимально возможный пусковой момент $M_{s\max}=M_{\max}$ будет у двигателя при условии $s_m=1$, т.е. если сопротивление цепи ротора

$$s_m=1\Rightarrow r'_2=\frac{1}{c_1}\sqrt{r_1^2+\left(x_{s1}+c_1x'_{s2}\right)^2}\approx\pm\frac{x_{s1}+c_1x'_{s2}}{c_1}. \qquad (24.9)$$

Если $s_m<1$, то $r'_2<x_{ks}$ и увеличение сопротивления цепи ротора приводит к увеличению пускового момента, т.к. в этой области

$$\frac{\partial M_s}{\partial r'_2}=C\frac{x^2_{ks}-r'^2_2}{\left(x^2_{ks}+r'^2_2\right)^2}>0,$$

где $C = z_p m_1 U_1^2 / \omega_1$.

Электромагнитный момент можно представить в удобной для расчётов форме, если выразить его через максимальный момент и критическое скольжение. Разделив (24.5) на (24.7), после преобразований получим

$$M = \frac{2M_{\max}(1+as_m)}{\frac{s}{s_m}+\frac{s_m}{s}+2as_m} \approx \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s_m}+\frac{s_m}{s}}, \qquad (24.10)$$

где $a = \frac{r_1}{c_1 r_2'}$. Приближённым выражением можно пользоваться, если $r_1 \approx 0$. При этом погрешность расчётов обычно не превышает 10…15%.

Выражение (24.10) впервые было получено М. Клоссом и называется формулой Клосса. Она позволяет определить $M_{\max}$ и s_m, если известны значения момента и скольжения для любых двух режимов работы двигателя, например, для номинального режима (M_N, s_N) и для режима пуска ($M_s, s_s = 1$).

Формулу Клосса можно ещё более упростить, если разделить механическую характеристику на два участка со скольжениями $s \ll s_m$ и $s \gg s_m$. Тогда для первого участка характеристики

$$M \approx \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s_m}+\frac{s_m}{s}} \xrightarrow{s \ll s_m} 2M_{\max}\frac{s}{s_m}, \qquad (24.11)$$

а для второго

$$M \approx \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s_m}+\frac{s_m}{s}} \xrightarrow{s \gg s_m} 2M_{\max}\frac{s_m}{s} \qquad (24.12)$$

Выражение (24.11) является уравнением касательной в точке холостого хода

$$M = \frac{\partial M}{\partial s}s = \frac{2M_{\max}(1+as_m)}{s_m}s \xrightarrow{r_1 \approx 0} 2M_{\max}\frac{s}{s_m}$$

при условии $r_1 \approx 0$.

Приближённые выражения (24.11) и (24.12) удобны для качественного анализа, но их можно использовать и для расчётов электромагнитного момента с погрешностью 10…15% в диапазонах скольжений $0 < |s| < 1{,}5s_N$ и $0{,}7 < s < 1{,}2$ соответственно.

24.2. Условие устойчивой работы

При работе асинхронной машины на её вал действует электромагнитный вращающий момент M и момент присоединённого к валу механизма M_c. При анализе механических процессов существует правило знаков, в соответствии с которым вращающий момент, действующий в направлении движения ротора,

считается положительным, а действующий в противоположном направлении – отрицательным.

В соответствии со вторым законом Ньютона

$$M - M_c = Jd\Omega / dt = J\varepsilon^*, \qquad (24.13)$$

где J – момент инерции движущихся масс, приведённый к скорости вращения вала асинхронной машины, а $\varepsilon = d\Omega / dt$ – угловое ускорение ротора.

Поскольку валы машины и механизма жёстко соединены между собой, то их скорости вращения одинаковы $\Omega = \Omega_c$, а в статическом режиме, т.е. в режиме вращения с постоянной скоростью, $\varepsilon = 0$ и $M = M_c$. Следовательно, если на одной плоскости построить механические характеристики асинхронной машины $\Omega = f(M)$ и механизма $\Omega_c = f(M_c)$, то статический режим будет соответствовать точке пересечения этих характеристик (рис. 24.2). Вне точек статического режима ротор движется с положительным или с отрицательным ускорением $\varepsilon \neq 0$ в зависимости от знака разности действующих на него вращающих моментов $M - M_c$.

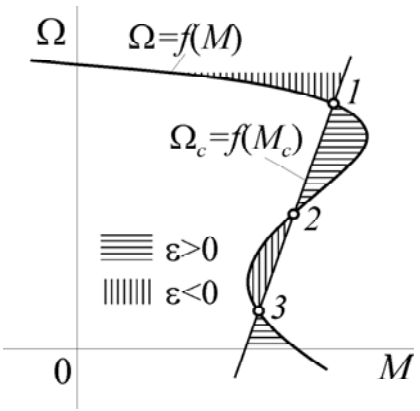


Рис. 24.2

Рассмотрим динамику движения ротора машины вблизи точки статического режима при скорости вращения Ω_0 и соответствующих вращающих моментах $M_0 = M_{c0}$. Пусть под воздействием внешних сил скорость вращения получит небольшое положительное или отрицательное приращение $\pm\Delta\Omega$, после чего возмущающее воздействие прекратится. Приращение скорости создаст соответствующие приращения моментов машины и механизма

$$\Delta M = \pm\Delta\Omega \frac{dM}{d\Omega};\ \Delta M_c = \pm\Delta\Omega \frac{dM_c}{d\Omega}$$

где $dM / d\Omega$ и $dM_c / d\Omega$ – производные вблизи точки статического режима.

В этих условия уравнение (24.13) имеет вид

$$J\varepsilon = \left(M + \Delta M\right) - \left(M_c + \Delta M_c\right) =$$

$$= \left(M \pm \Delta\Omega \frac{dM}{d\Omega}\right) - \left(M_c \pm \Delta\Omega \frac{dM_c}{d\Omega}\right) =$$

$$= \pm\Delta\Omega \left(\frac{dM}{d\Omega} - \frac{dM_c}{d\Omega}\right).$$

Для того чтобы при положительном приращении $+\Delta\Omega$ скорость снизилась до значения, предшествующего отклонению, угловое ускорение ротора ε должно быть отрицательным, а при отрицательном приращении $-\Delta\Omega$ – положительным, т.е. знаки ускорения и приращения скорости должны быть противополож-

* это уравнение называется также уравнением движения

ными $\varepsilon/\pm\Delta\Omega<0$. Так как $J>0$, то условием возврата в точку статического режима, т.е. условием устойчивой работы машины, является

$$\frac{\varepsilon}{\pm\Delta\Omega}<0 \Rightarrow \frac{dM}{d\Omega}-\frac{dM_c}{d\Omega}<0$$
$$\Downarrow \qquad (24.14)$$
$$\frac{dM}{d\Omega}<\frac{dM_c}{d\Omega}$$

Следовательно, в точках *1* и *3* на рис. 24.2 машина будет работать устойчиво, а в точке *2* – неустойчиво. Например, в точке *2* при малейшем увеличении скорости вращения момент машины возрастёт в большей степени, чем момент нагрузки, и ротор под действием положительного результирующего момента $M-M_c>0$ получит положительное ускорение, т.е. будет разгоняться, ещё более увеличивая отклонение скорости. При случайном уменьшении скорости вращения результирующий момент будет отрицательным $M-M_c<0$, и вращение ротора будет замедляться до тех пор, пока скорость вращения не снизится до значения Ω_3, соответствующего статическому режиму в точке *3*. Меньше этой величины скорость вращения быть не может, т.к. в области $\Omega_3-\Delta\Omega$ ускорение ротора будет положительным, и он, разогнавшись, вернётся в точку *3*.

Производная $dM/d\Omega$ называется жёсткостью механической характеристики. Значит для устойчивой работы необходимо, чтобы жёсткость механической характеристики асинхронной машины была меньше жёсткости характеристики механизма, присоединённого к её валу. Строго говоря, это условие имеет общий характер и распространяется на все типы электрических машин.

Таким образом, устойчивость определяется соотношением жёсткостей двух механических характеристик, и существуют механизмы, характеристики которых обеспечивают устойчивость в точке *2* на рис. 24.2. Однако значительная их часть обладает механическими характеристиками с нулевой или с небольшой положительной жёсткостью и для обеспечения устойчивости в этом случае оказывается достаточным, чтобы жёсткость характеристики двигателя была отрицательной.

Как мы увидим в дальнейшем, механические характеристики двигателей нормального исполнения имеют два участка с отрицательной жёсткостью. Один между точками опрокидывания в генераторном и в двигательном режимах и второй небольшой участок в области низких скоростей вращения. Статическая устойчивость машины обеспечивается на обоих участках. Однако работа двигателя при низких скоростях вращения (точка *3* на рис. 24.2) недопустима, т.к. при больших скольжениях бóльшая часть электромагнитной мощности рассеивается в виде тепла в обмотке ротора, вызывая быстрый нагрев машины и выход её из строя. В связи с этим участком устойчивой работы считают часть механической характеристики между точками опрокидывания (рис. 24.1).

24.3. Особенности эксплуатации асинхронных двигателей

Сложная нелинейная зависимость электромагнитного момента асинхронного двигателя от скольжения требует учёта её особенностей при проектировании и эксплуатации электрических приводов.

Асинхронный двигатель может устойчиво работать вплоть до точки опрокидывания, т.е. на рабочем участке механической характеристики, постепенно увеличивая момент нагрузки, можно довести его значение практически до $M_{\max}$. Однако при этом существенно увеличится скольжение и потери в обмотке ротора

$$\Delta P_{2\mathrm{Cu}} = m_1 I_2'^2 r_2' = s P_{em}.$$

Механическую характеристику на рабочем участке можно представить линейной зависимостью (24.11). Тогда

$$\Delta P_{2\mathrm{Cu}} = s P_{em} = s\Omega_1 M = \frac{2M_{\max}\Omega_1}{s_m} s^2.$$

Ток статора приблизительно равен приведённому току ротора $I_1 \approx I_2'$, поэтому электрические потери в обмотке статора

$$\Delta P_{1\mathrm{Cu}} \approx m_1 I_2'^2 r_1 = \frac{r_1}{r_2'} \Delta P_{2\mathrm{Cu}}.$$

Отсюда общие потери в меди

$$\Delta P_{\mathrm{Cu}} = \Delta P_{1\mathrm{Cu}} + \Delta P_{2\mathrm{Cu}} \approx \left(1 + \frac{r_1}{r_2'}\right) \frac{2M_{\max}\Omega_1}{s_m} s^2.$$

Таким образом, тепловые потери в обмотках очень сильно (квадратично) зависят от скольжения и, кроме того, они возникают не только в роторе, но также и в статоре машины. Это исключает возможность сколько-нибудь длительной работы двигателя при скольжениях превышающих номинальное значение, т.к. допустимая тепловая нагрузка рассчитана на номинальный режим.

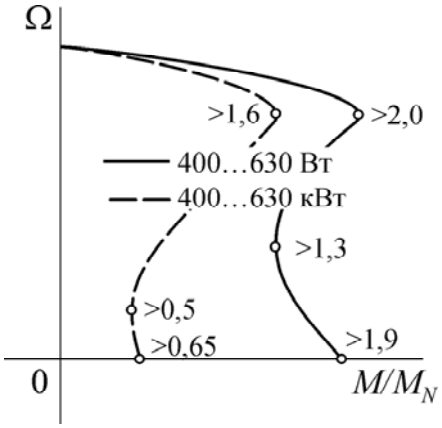


Рис. 24.3

При работе двигателя возможны случайные кратковременные перегрузки, а также кратковременные или длительные понижения напряжения сети. Так как $M_{\max} \sim U_1^2$, то понижение напряжения, например, на 15% приведёт к уменьшению максимального момента на $\left(1 - 0{,}85^2\right)100 = 28\%$.

Для исключения опасности опрокидывания двигателя при такого рода воздействиях необходим запас по моменту, называемый перегрузочной способностью. Он определяется кратностью максимального момента по отношению к номинальному при номинальном напряжении питания

$$k_m = M_{\max} / M_N \qquad (24.15)$$

В соответствии с ГОСТ 28327-89 (МЭК 34-12-80) кратность максимального момента для машин разных мощностей должна составлять $k_m > 1,6\ldots2,0$.

Выше уже отмечалось, что пусковой момент у машин нормального исполнения меньше максимального. Пользуясь упрощённой формулой Клосса, можно соотнести пусковой момент M_s с номинальным электромагнитным моментом двигателя M_N

$$\frac{M_s}{M_N} = \frac{s_N / s_m + s_m / s_N}{1/ s_m + s_m} = \frac{s_N^2 + s_m^2}{s_N\left(1 + s_m^2\right)}.$$

Например, у двигателя с $s_N = 0,03$ и $s_m = 0,1$ пусковой момент будет почти в три раза меньше номинального ($M_s / M_N = 0,36$). Такой двигатель не может запуститься при включении в сеть с номинальной нагрузкой на валу, но может работать с механизмами, имеющими механическую характеристику с малым моментом при пуске, но возрастающим до номинального по мере увеличения скорости. Характеристиками такого вида обладают, в частности, вентиляторы.

У двигателей с фазным ротором пусковой момент можно увеличить до максимального включением в цепь ротора добавочных резисторов. Двигатели с короткозамкнутым ротором не позволяют использовать такое решение. Поэтому чтобы расширить область их применения на различные типы механизмов для короткозамкнутых двигателей ГОСТ 28327-89 (МЭК 34-12-80) предусматривает минимально допустимые значения кратности пускового момента

$$k_s = M_s / M_N, \qquad (24.16)$$

которая для машин разных мощностей должна составлять $k_s > 0,65\ldots1,9$ (рис. 24.3).

Приведённый выше пример показывает, что выполнить эти требования в машинах с постоянными параметрами невозможно. В связи с чем, двигатели общего назначения с короткозамкнутым ротором изготавливаются исключительно как двигатели с переменными параметрами, воздействие на которые осуществляется за счёт эффекта вытеснения тока.

24.4. Влияние вытеснения тока в стержнях ротора

Все приведённые выше характеристики асинхронной машины получены при условии постоянства параметров схемы замещения. В действительности с изменением скольжения меняется частота токов в роторе и проявляется эффект вытеснения.

Влияние вытеснения тока при частоте питания $f_1 = 50$ Гц становится заметным, когда высота медных стержней обмотки ротора превышает 10 мм, а алюминиевых – 14 мм. В машинах нормального исполнения мощностью более 500 Вт эти размеры всегда больше, поэтому в большинстве случаев эффект вытеснения должен учитываться, за исключением режимов работы со скольжением близким к номинальному. Параметры схемы замещения можно считать постоянными только в микромашинах мощностью 100…200 Вт и менее.

Для получения высокого КПД асинхронные двигатели должны работать при номинальной нагрузке с небольшим скольжением $s_N = 0,02\ldots0,05$. Поэтому активное сопротивление ротора r_2 у них должно быть малым. Однако при малом r_2 пусковой момент будет значительно меньше номинального и двигатель не сможет запускаться с полной нагрузкой. Для получения достаточного пускового момента сопротивление ротора необходимо увеличивать. Таким образом, условия эффективной работы в номинальном режиме и при пуске противоречат друг другу. Значит, сопротивление короткозамкнутого ротора должно быть переменным. При пуске оно должно быть большим и по мере разгона уменьшаться до значения, обеспечивающего малые потери в номинальном режиме.

Как было показано в разделе 4.3, увеличение частоты тока в стержне вызывает увеличение его активного сопротивления, а т.к. частота линейно зависит от скольжения, то в двигательном режиме она максимальна при пуске и снижается до единиц герц при номинальной скорости вращения. Следовательно, явление вытеснения тока вызывает требуемое изменение сопротивления стержней короткозамкнутой обмотки. При этом степень и характер зависимости $r_2(s)$ определяются профилем поперечного сечения пазов и стержней.

Помимо изменения активного сопротивления при изменении частоты токов изменяется индуктивность стержней. Учитывая, что схема замещения соответствует неподвижному ротору, т.е. расчётное значение частоты постоянно и равно f_1, изменение индуктивности под влиянием вытеснении тока эквивалентно пропорциональному изменению индуктивного сопротивления.

С учётом изложенного из выражений (4.27) и (4.30) можно получить коэффициенты изменения активного и индуктивного сопротивления рассеяния пазовой части короткозамкнутой обмотки ротора

$$k_r(s) = \xi \frac{\operatorname{sh} 2\xi + \sin 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi}; \qquad (24.17)$$

$$k_x(s) = \frac{3}{2\xi} \cdot \frac{\operatorname{sh} 2\xi - \sin 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi}, \qquad (24.18)$$

где

$$\xi = h\sqrt{s 2\pi f_1 \mu_0 / \rho} = hc\sqrt{s} \; -$$

безразмерная величина, которую можно назвать относительной или приведённой глубиной паза и равная отношению действительной глубины паза h к эквивалентной глубине $h_{eq} = 1/\left(c\sqrt{s}\right)$; $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ – магнитная проницаемость вакуума; ρ – удельное сопротивление материала стержней; c – постоянный коэффициент, зависящий от размерности h и ρ.

Вытеснение тока влияет практически только на пазовую часть обмотки, поэтому выражения для активного и индуктивного сопротивлений ротора можно представить в виде

$$r_2'(s) = k_r(s) \cdot r_{2s}' + r_{2o}';\ x_{s2}'(s) = k_x(s) \cdot x_{s2s}' + x_{s2o}',$$

где индексами *s* и *o* обозначены сопротивления соответственно пазовой и лобовой части обмотки при равномерном распределении тока по сечению стержней.

На рис. 24.4, *а* и *б* показан характерный вид кривых $k_r(s)$ и $k_x(s)$, а также механические характеристики, построенные с учётом и без учёта вытеснения тока. Здесь видно, что при скольжениях больше критического вытеснение тока очень сильно влияет на характеристики двигателя и практически незаметно в области скольжений, соответствующих нормальному режиму работы. Следовательно, вытеснение тока необходимо учитывать при анализе переходных режимов пуска, торможения, реверсирования и др.

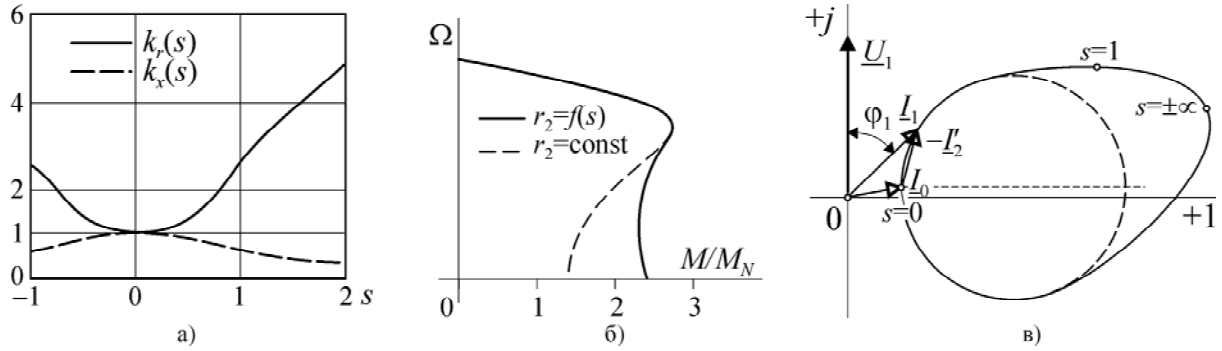


Рис. 24.4

24.4.1. Глубокопазные двигатели

Для усиления эффекта вытеснения пазы ротора делают глубокими и двигатели с такими роторами называют глубокопазными двигателями. Кроме углубления пазы часто сужают в верхней части, уменьшая тем самым площадь сечения стержней там, где плотность тока при больших скольжениях наибольшая (рис. 24.5). Это ещё более усиливает влияние скольжения на параметры двигателя.

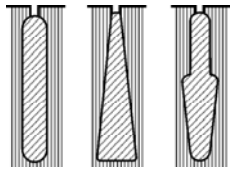


Рис. 24.5

Схема замещения глубокопазного двигателя имеет обычный вид, за исключением того, что сопротивления цепи ротора $r_2'(s)$ и $x_{s2}'(s)$ являются функциями скольжения. Все выражения, полученные ранее для машины с постоянными параметрами справедливы для глубокопазного двигателя после замены констант цепи ротора на соответствующие функции скольжения.

Зависимость параметров от скольжения вызывает искажение годографа векторов токов статора и ротора. Он является сложной неаналитической кривой, однако участок, соответствующий малым скольжениям, где вытеснение тока практически не происходит, с высокой точностью соответствует дуге окружности (рис. 24.4, *в*).

Коэффициент полезного действия глубокопазных двигателей такой же, как у двигателей той же мощности без проявления вытеснения тока, а коэффициент

мощности несколько меньше, т.к. обмотка ротора вследствие углубления её в сердечник имеет повышенную индуктивность рассеяния.

24.4.2. Двигатели с двойной беличьей клеткой

Если углубление пазов и сужение их профиля в верхней части оказываются недостаточными для получения требуемых характеристик, то на роторе делают две короткозамкнутые обмотки. Одна из которых, расположенная в верхней части паза, называется пусковой, а вторая, в нижней части, – рабочей обмоткой. Рабочая обмотка изготавливается из медных стержней, имеющих малое удельное сопротивление, а пусковая – из латунных или бронзовых стержней, обладающих бóльшим удельным сопротивлением. Кроме того для увеличения сопротивления пусковой обмотки сечение её стержней уменьшают. В результате этих мер активное сопротивление пусковой обмотки r_s в 2…4 раза превосходит сопротивление рабочей обмотки r_w. Иногда по конструктивным соображениям обмотки располагают в разных пазах (рис. 24.6).

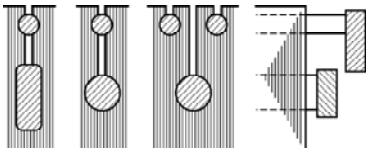


Рис. 24.6

При пуске индуктивное сопротивление рабочей обмотки, расположенной внизу паза, значительно больше полного сопротивления пусковой обмотки. Поэтому ток в основном протекает в пусковой обмотке, а т.к. она имеет большое активное сопротивление, то двигатель развивает большой пусковой момент. После разгона индуктивные сопротивления ротора в результате снижения частоты уменьшаются в десятки раз, и распределение тока между обмотками практически определяется их активными сопротивлениями. Рабочая обмотка имеет значительно меньшее активное сопротивление, вследствие чего главным образом на неё приходится токовая нагрузка.

При тяжёлых переходных режимах (большой момент инерции механизма, частые пуски, реверсы, торможения и т.п.) в пусковой обмотке выделяется большое количество тепла, и она сильно нагревается, в то время как рабочая обмотка нагревается значительно меньше. В результате различия температур и материалов стержни обмоток деформируются (удлиняются) по-разному. Поэтому во избежание нарушения сварных соединений стержней с замыкающими кольцами для каждой обмотки предусматривают отдельные кольца (рис. 24.6).

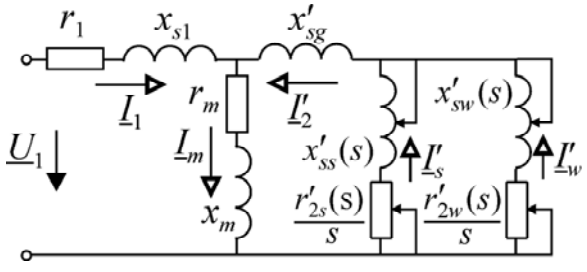


Рис. 24.7

Двухклеточный двигатель имеет две обмотки на роторе, поэтому его схема замещения подобна трёхобмоточному трансформатору (рис. 24.7). Каждая из вторичных обмоток имеет собственные активные сопротивления и индуктивные сопротивления рассеяния, зависимость которых от скольжения определяется собственными коэффициентами $k_{rs}(s), k_{rw}(s), k_{xs}(s)$ и $k_{xw}(s)$. Кроме того, обе цепи имеют общее индуктивное сопротивление рассеяния x'_{sg}. Это объясняется

тем, что поток рассеяния в верхней части паза создаётся суммой токов обеих обмоток $\underline{I}'_s$ и $\underline{I}'_w$. При этом по отношению ко вторичным обмоткам он является потоком взаимной индукции и возбуждает в каждой из них ЭДС

$$\underline{E}'_{sg} = -jx'_{sg}\left(\underline{I}'_s + \underline{I}'_w\right).$$

Эквивалентное сопротивление цепи ротора представляет собой очень сложную функцию скольжения, поэтому годограф токов существенно отличается от окружности (рис. 24.8, *а*). Дугами окружности круговых диаграмм пусковой и рабочей обмоток можно считать только участки вблизи точек холостого хода ($s = 0$) и короткого замыкания ($s = 1$).

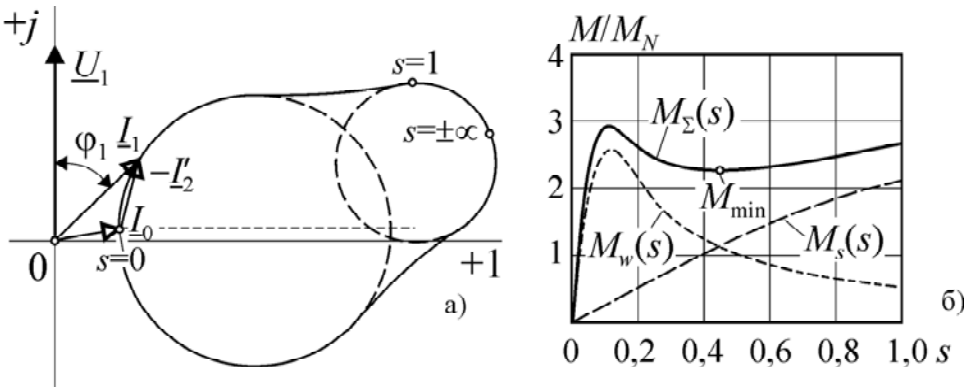


Рис. 24.8

Коэффициенты полезного действия и мощности, а также пусковой и опрокидывающий моменты двухклеточных двигателей в общем идентичны глубокопазным двигателям. Разделение обмотки ротора на две части облегчает проектирование машины с нужными характеристиками, позволяя варьировать сечения и сопротивления каждой клетки.

Двигатели с двойной беличьей клеткой в первом приближении можно рассматривать в виде двух короткозамкнутых двигателей, соединённых общим валом. Двигатель с рабочей обмоткой имеет механическую характеристику $M_w(s)$ с малым критическим скольжением, соответствующим малому активному сопротивлению обмотки ротора (рис. 24.8, *б*). Большое активное сопротивление пусковой обмотки ротора смещает точку опрокидывания второго двигателя в область $s_{ms} > 1$ и его механическая характеристика в двигательном режиме является монотонной функцией $M_s(s)$. Результирующий вращающий момент M_Σ является суммой моментов развиваемых двигателями, а т.к. оба двигателя вращаются синхронно и имеют одинаковые скольжения, то характеристика $M_\Sigma(s)$ является суммой ординат характеристик $M_w(s)$ и $M_s(s)$.

Характерной чертой механических характеристик двухклеточных и глубокопазных двигателей является наличие минимума в диапазоне скольжений $s_m < s < 1$, т.н. «седла» ($M_{\min}$ на рис. 24.8, *б*). Это создаёт опасность работы двигателя на низкой скорости вращения, что следует учитывать при проектирова-

нии и эксплуатации приводов. Поэтому ГОСТ 28327-89 (МЭК 34-12-80) предусматривает минимально допустимые относительные значения вращающего момента в «седле», которые для машин разных мощностей должны составлять $k_{\min} = M_{\min} / M_N > 0{,}5 \ldots 1{,}3$ (рис. 24.3).

На рис. 24.9 показаны верхние (рис. *а*) и нижние (рис. *б*) границы диапазонов семи типов механических характеристик асинхронных короткозамкнутых двигателей серии 5А. Каждый тип характеристики оптимален для соответствующей нагрузки двигателя.

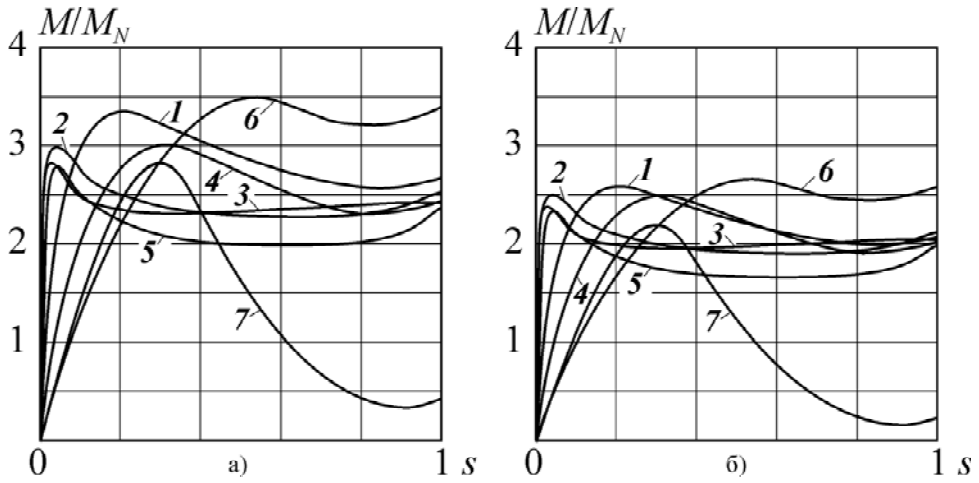


Рис. 24.9

Двигатели с характеристикой типа *1* обладают большим пусковым моментом, большой перегрузочной способностью и малым номинальным скольжением. Они являются универсальными двигателями для широкого класса приводов, работающих в длительном режиме с постоянной нагрузкой и скоростью вращения.

Двигатели с характеристиками *2* и *3*-го типов также обладают большим пусковым моментом, практически равным опрокидывающему моменту, и почти постоянным моментом в диапазоне скольжений $0{,}2 > s > 1$, что обеспечивает хорошую динамику привода при разгоне. Кроме того эти двигатели имеют предельно малое критическое скольжение и, соответственно, самый высокий КПД на всём рабочем участке.

Большое скольжение и сравнительно низкий КПД на рабочем участке имеют двигатели с характеристикой *6*-го типа. Она сходна с характеристикой двигателя с фазным ротором и включённым добавочным сопротивлением. Эти двигатели обладают самым большим пусковым моментом, обеспечивающим высокую динамику при разгоне, а также большим максимальным моментом, позволяющим использовать их для приводов с ударной нагрузкой (прессы, штампы, гильотинные ножницы и т.п.). Для ударной нагрузки требуется также присущая двигателям этого типа мягкая механическая характеристика.

Особой механической характеристикой с очень малым пусковым моментом обладают двигатели *7*-го типа. Они могут запускаться только на холостом ходу или с нагрузкой, момент которой незначителен при пуске, а затем увеличивается по мере возрастания скорости вращения. Такая нагрузка называется вентиляторной, т.к. она характерна для различных центробежных и осевых вентиляторов.

24.5. Электромагнитные моменты от высших гармоник магнитного поля

При рассмотрении магнитного поля в зазоре машины* было установлено, что МДС трёхфазной обмотки помимо основной гармоники содержит бесконечный ряд высших гармоник. При этом гармоники порядка $\nu = 6k + 1$ $(k = 0,1,2,\ldots)$ создают магнитные поля, вращающиеся в направлении вращения поля первой гармоники, а гармоники порядка $\nu = 6k - 1$ $(k = 1,2,3,\ldots)$ – в противоположном направлении. Угловая скорость вращения магнитных полей высших гармоник в ν-раз меньше скорости вращения поля основной гармоники Ω_1.

Вращающиеся поля высших гармоник создают в двигателе электромагнитные моменты, которые ухудшают характеристики машины и называются паразитными.

Паразитные моменты высших гармоник магнитного поля подразделяют на асинхронные и синхронные.

Асинхронные паразитные моменты создаются аналогично моменту основной гармоники. Магнитное поле каждой гармоники, перемещаясь относительно ротора, возбуждает в его обмотке токи, которые, взаимодействуя с этим полем, создают вращающий момент.

Рассмотрим влияние полей пятой и седьмой гармоник на механическую характеристику двигателя. Поле пятой гармоники вращается в направлении противоположном направлению вращения поля первой гармоники со скоростью $\Omega_{05} = -\Omega_1 / 5$. Значит, скольжение, соответствующее синхронной скорости магнитного поля пятой гармоники, равно $s_{05} = (\Omega_1 - \Omega_{05}) / \Omega_1 = (\Omega_1 + \Omega_1 / 5) / \Omega_1 = 6/5$. Синхронная скорость седьмой гармоники равна $\Omega_{07} = \Omega_1 / 7$, а скольжение, соответствующее этой скорости, – $s_{07} = (\Omega_1 - \Omega_{07}) / \Omega_1 = (\Omega_1 - \Omega_1 / 7) / \Omega_1 = 6/7$.

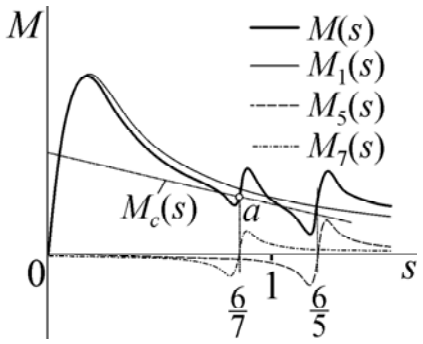


Рис. 24.10

Поскольку природа паразитных асинхронных моментов идентична природе момента, создаваемого основной гармоникой, то вид механических характеристик $M_\nu(s)$ будет аналогичен рассмотренной выше характеристике $M_1(s)$ (см. рис. 24.1, *а*), с той лишь разницей, что максимальные моменты будут существенно меньше, а скольжение в режиме холостого хода равно $s_{0\nu} = 1 \mp 1/\nu$, где отрицательный знак соответствует гармонике с положительным направлением вращения.

На рис. 24.10 показаны механические характеристики, создаваемые полями 1-й, 5-й и 7-й гармоник. Суммируя ординаты трёх этих характеристик, мы получим кривую результирующего электромагнитного момента $M(s)$. В двига-

* см. раздел 15.3

тельном режиме она имеет минимум при скольжении $s_{\min} \approx s_{07} = 6/7$ и участок устойчивой работы вблизи этого значения, на котором при разгоне двигатель может «застрять» (точка *a* на рис. 24.10). Это крайне опасное явление, т.к. при столь низкой скорости вращения почти вся энергия будет рассеиваться в виде тепла в обмотках статора и ротора, и при отсутствии тепловой защиты двигатель быстро выйдет из строя.

Реальную опасность представляют паразитные асинхронные моменты в двигателях с короткозамкнутым ротором. Это связано с тем, что в фазной обмотке ротора высшие гармоники ЭДС и токов в значительной степени подавляются за счёт распределения по пазам и укорочения шага. В короткозамкнутой обмотке подавления высших гармоник не происходит, кроме того токи высших гармоник могут протекать в контурах, образованных соседними или близлежащими стержнями. Такие контуры имеют очень малые сопротивления, поэтому токи и моменты весьма значительны.

Наиболее сильными и опасными являются гармоники зубцового порядка

$$\nu_Z = \frac{Z_1}{z_p} \pm 1 .$$

Эффективной мерой борьбы с влиянием высших гармоник является скос пазов ротора на одно зубцовое деление. В этом случае ЭДС в стержнях ротора от зубцовых гармоник статора снижается практически до нуля. Кроме того действие высших гармоник уменьшается при правильном выборе соотношения числа пазов статора и ротора $Z_2 \le 1{,}25\left(Z_1 \pm z_p\right)$.

Синхронные вращающие моменты возникают в результате взаимодействия магнитных полей высших пространственных гармоник статора и ротора, имеющих одинаковые полюсные деления, но созданных независимо друг от друга токами обмоток статора и ротора. В общем случае магнитные поля высших гармоник вращаются с разными скоростями. Поэтому создаваемые ими моменты имеют знакопеременный характер и не оказывают заметного влияния на работу двигателя. Однако при некоторой определённой скорости вращения ротора эти поля могут вращаться синхронно, т.е. они будут неподвижны относительно друг друга. Тогда между ними возникнет взаимодействие, которое в зависимости от взаимного положения полюсов создаст положительный или отрицательный вращающий момент. Накладываясь на момент основной гармоники, синхронные моменты вызывают провал на механической характеристике, вследствие чего двигатель может «застрять» на этой скорости (точка a на рис. 24.11).

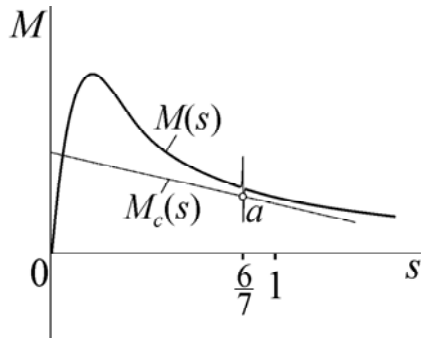


Рис. 24.11

Например, если 13-я гармоника магнитного поля статора вращается в положительном направлении с угловой скоростью $\Omega_{01} = \Omega_1/13$, а 13-я гармоника

поля ротора вращается относительно ротора в отрицательном направлении, то скорость её вращения относительно ротора равна

$$\Omega_2 = -s\Omega_1/13 = -(\Omega_1 - \Omega)/13$$

а относительно статора

$$\Omega_{02} = \Omega + \Omega_2 = \Omega - (\Omega_1 - \Omega)/13 .$$

Следовательно, поля ротора и статора будут вращаться синхронно, если

$$\Omega_{01} = \frac{\Omega_1}{13} = \Omega_{02} = \Omega - \frac{\Omega_1 - \Omega}{13} \Rightarrow \Omega = \frac{\Omega_1}{7} \Leftrightarrow s = \frac{6}{7}.$$

Можно показать, что паразитные синхронные моменты при вращении ротора всегда возникают в результате взаимодействия гармоник зубцового порядка, если

$$Z_1 - Z_2 = \pm 2z_p .$$

В отличие от асинхронных, синхронные моменты имеют абсолютно жёсткую механическую характеристику, поэтому при скорости вращения $\Omega \neq 0$ они менее опасны, т.к. ротор за счёт своего момента инерции может пройти очень узкую зону разрыва механической характеристики. Однако в неподвижном состоянии и равном числе пазов статора и ротора $Z_1 = Z_2$ синхронные моменты могут быть столь значительными, что ротор не сможет сдвинуться с места.

Из сказанного следует, что во избежание возникновения опасных синхронных моментов необходимо, чтобы

$$Z_1 \neq Z_2;\ Z_1 - Z_2 \neq \pm 2z_p .$$

Глава 25. Электромеханическая характеристика асинхронной машины

Электромеханической или скоростной характеристикой называется зависимость $I_1 = f(s)$ или $I_1 = f(\Omega)$. Качественное представление об этой характеристике можно получить, воспользовавшись выражением (24.4) для тока ротора $I_2' = f(s)$.

Взяв производную

$$\frac{\partial I_2'}{\partial s} = \frac{U_1 c_1 r_2' \left(r_1 + c_1 r_2'/s\right)}{s^2 \sqrt{\left[\left(r_1 + c_1 r_2'/s\right)^2 + \left(x_{s1} + c_1 x_{s2}'\right)^2\right]^3}} \qquad (25.1)$$

и решая уравнение $\partial I_2'/\partial s = 0$, получим два значения скольжения $s = \{0, -c_1 r_2'/r_1\}$, соответствующие минимуму $I_{2\min}' = 0\big|_{s=0}$ и максимуму $I_{2\max}' = \left.\dfrac{U_1}{x_{s1} + c_1 x_{s2}'}\right|_{s=-c_1 r_2'/r_1}$ тока ротора.

Как и следовало ожидать, ток ротора обращается в нуль в режиме холостого хода. Максимум функции $I_2' = f(s)$ находится в генераторном режиме. При малых значениях сопротивления статора $r_1 \to 0$ он смещается к $s_{mI} = -\infty$, т.е. фактически исчезает. В режиме двигателя и электромагнитного тормоза элек-

тромеханическая характеристика монотонно возрастает (рис. 25.1). Асимптотой характеристики при $s \to \pm\infty$ является

$$I'_{2\infty} = \left. \frac{U_1}{\sqrt{r_1^2 + \left(x_{s1} + c_1 x'_{s2}\right)^2}} \right|_{s\to\pm\infty}.$$

Ток ротора при пуске асинхронного двигателя можно найти из (24.4), полагая $s = 1$

$$I'_{2s} = \frac{U_1}{\sqrt{\left(r_1 + c_1 r'_2\right)^2 + \left(x_{s1} + c_1 x'_{s2}\right)^2}}. \qquad (25.2)$$

Его кратность по отношению к номинальному значению

$$\frac{I'_{2s}}{I'_{2N}} = \sqrt{\frac{\left(r_1 + c_1 r'_2 / s_N\right)^2 + \left(x_{s1} + c_1 x'_{s2}\right)^2}{\left(r_1 + c_1 r'_2\right)^2 + \left(x_{s1} + c_1 x'_{s2}\right)^2}} \qquad (25.3)$$

сильно зависит от жёсткости механической характеристики, т.е. от величины номинального скольжения s_N, т.к. с увеличением s_N пусковой ток ротора уменьшается.

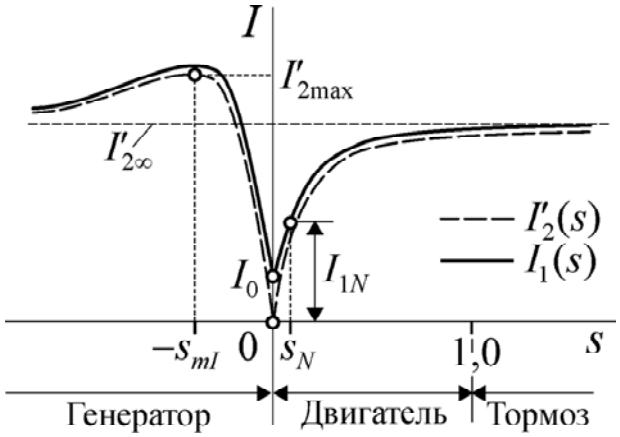


Рис. 25.1

В соответствии с Г-образной схемой замещения ток статора $\underline{I}_1$ является геометрической суммой токов холостого хода $\underline{I}_0$ и ротора $-\underline{I}''_2$. Причём, как следует из круговой диаграммы на рис. 23.5, $\underline{I}_1 = \underline{I}_0\big|_{s=0}$, а разность $|\underline{I}_1| - |\underline{I}''_2|$ уменьшается по мере увеличения скольжения. Таким образом, электромеханическая характеристика $I_1 = f(s)$ в значительной степени повторяет зависимость $I'_2 = f(s)$ (рис. 25.1).

Для асинхронных короткозамкнутых двигателей большое значение имеет величина пускового тока, обычно определяемая как кратность по отношению к номинальному

$$k_{sI} = I_{1s} / I_{1N}.$$

У двигателей нормального исполнения она составляет $3{,}5 < k_{sI\min} < 6{,}5$ и $7{,}0 < k_{sI\max} < 8{,}5$, причём нижние границы диапазонов минимального и максимального значений соответствуют двигателям малой мощности с числом пар полюсов $z_p = 4$, а верхние – мощным двигателям с одной парой полюсов магнитного поля.

Двигатели мощностью до 10 кВт обычно запускают прямым включением в сеть. При больших кратностях пускового тока мощность сети должна быть достаточной для быстрого пуска двигателя. В противном случае напряжение в сети может понизиться до такого значения, при котором пуск будет длительным или двигатель «застрянет» на низкой скорости вращения. У двигателей средней и большой мощности пусковые токи столь велики, что для запуска требуются особые устройства.

Как следует из (25.3), пусковой ток можно понизить, увеличив критическое и, соответственно, номинальное скольжение. Однако здесь возникает противоречие с необходимостью уменьшения критического скольжения для получения высокого КПД в номинальном режиме. У двигателей с фазным ротором снизить ток, одновременно увеличив пусковой момент, можно включением реостатов в цепь фазных обмоток ротора во время пуска. В двигателях с короткозамкнутым ротором увеличение критического скольжения и снижение пускового тока достигается за счёт углубления пазов ротора или использования двойной беличьей клетки, т.е. теми же методами, которые используются для увеличения пускового момента.

Глава 26. Рабочие характеристики асинхронного двигателя

Рабочими характеристиками двигателя называют зависимости потребляемой мощности P_1, тока статора I_1, коэффициента мощности $\cos\varphi_1$, момента на валу M_2, скольжения s и КПД η от полезной мощности $P_2 = M_2\Omega$ при работе с номинальным напряжением и частотой.

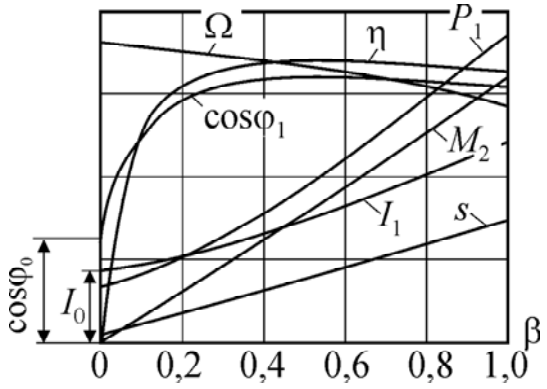


Рис. 26.1

Типичный вид рабочих характеристик показан на рис. 26.1, где $\beta = P_2 / P_{2N}$ – коэффициент нагрузки двигателя.

Нагрузкой двигателя является вращающий момент M_2, приложенный к его валу.

На холостом ходу, когда $M_2 = 0 \Rightarrow P_2 = 0$*, потребляемый из сети ток I_1 равен току холостого хода I_0. Этот ток в основном является намагничивающим током и создаёт основное магнитное поле двигателя. Из-за наличия воздушного зазора относительное значение тока холостого хода существенно больше, чем у трансформатора, и составляет 25…50% номинального тока статора.

По мере увеличения нагрузки ток статора увеличивается в основном за счёт активной составляющей, и характеристика $I_1 = f(\beta)$ имеет криволинейный вид.

* Здесь, в отличие от режима идеального холостого хода, когда s=0, понимается режим, при котором отсутствует нагрузка на валу двигателя

Если пренебречь магнитными потерями в сердечнике ротора и добавочными потерями, то активная мощность, потребляемая двигателем на холостом ходу, полностью рассеивается внутри машины в виде магнитных потерь в сердечнике статора $\Delta P_{1\mathrm{Fe}}$, электрических потерь в обмотках статора $\Delta P_{1\mathrm{Cu}}$ и ротора $\Delta P_{2\mathrm{Cu}}$, а также механических потерь

$$\Delta P_{mc} = M_0 \Omega_0 = M_0 (1 - s_0) \Omega_1 . \qquad (26.1)$$

Момент сухого и вязкого трения M_0 уравновешивается электромагнитным моментом двигателя

$$M_0 = M \approx \frac{2M_{\max}}{s_m} s_0 = C_M s_0 , \qquad (26.2)$$

для создания которого требуется ЭДС и ток в обмотке ротора и, следовательно, ненулевое скольжение $s_0 > 0$. Этим скольжением обусловлены небольшие потери в обмотке ротора на холостом ходу $\Delta P_{2\mathrm{Cu}} = s_0 M_0 \Omega_1$.

Пользуясь формулой Клосса, механическую мощность двигателя можно представить в виде

$$P_{mc} = M(1 - s)\Omega_1 = \frac{2M_{\max}\Omega_1 s_m s(1 - s)}{s^2 + s_m^2} \approx C_P \frac{s}{s^2 + s_m^2} ,$$

где $C_P = 2M_{\max}\Omega_1 s_m = \mathrm{const}$. Очевидно, что зависимость $P_{mc} = f(s)$ нелинейна, а т.к. механические потери ΔP_{mc} обычно невелики, то $P_{mc} = P_2 + \Delta P_{mc} \approx P_2$. Значит, обратная функция $s = f(\beta)$ и скоростная характеристика $\Omega = (1 - s)\Omega_1 = f(\beta)$ также нелинейны. Однако эта нелинейность выражена слабо.

Зависимость момента на валу двигателя от мощности

$$M_2 = P_2 / \Omega$$

при постоянной скорости вращения Ω является линейной функцией. Однако с увеличением нагрузки скорость вращения уменьшается, поэтому момент возрастает несколько быстрее мощности, и характеристика $M_2 = f(\beta)$ несколько отличается от линейной.

Характеристика $\eta = f(\beta)$ аналогична характеристике трансформатора*. Для того чтобы двигатель работал с высоким КПД в широком диапазоне изменения нагрузки, максимум характеристики обычно соответствует коэффициенту нагрузки $0,4 < \beta < 0,6$.

Как уже отмечалось выше, асинхронный двигатель обязательно потребляет реактивную мощность от внешнего источника и наибольшая часть этой мощности расходуется на формирование основного магнитного поля. На холостом ходу активная потребляемая мощность незначительна, а реактивная максимальна. Поэтому коэффициент мощности, соответствующий $\beta = 0$, имеет минимальное значение $\cos\varphi_0 = \min(\cos\varphi_1)$. По мере увеличения нагрузки увеличивается активная мощность и $\cos\varphi_1$ растёт. Однако одновременно с этим за счёт увеличе-

* см. раздел 7.4

ния тока I_2, а также увеличения скольжения и частоты ω_2, приводящего к увеличению индуктивного сопротивления рассеяния $x_{s2} = \omega_2 L_{s2} = s\omega_1 L_{s2}$, увеличивается реактивная мощность потока рассеяния обмотки ротора $Q_{s2} = m_2 I_2^2 x_{s2}$. При некоторой нагрузке приращения активной и реактивной мощности выравниваются, коэффициент мощности достигает максимума, а далее реактивная мощность увеличивается быстрее активной, что приводит к уменьшению $\cos\varphi_1$. Эти соотношения хорошо прослеживаются с помощью круговой диаграммы на рис. 26.2. При перемещении вектора тока $\underline{I}_1$ от точки холостого хода его проекция на ось мнимых чисел, т.е. активная составляющая, увеличивается быстрее реактивной составляющей, соответствующей проекции на ось вещественных чисел. При этом угол $\varphi_1 = \angle(\underline{U}_1, \underline{I}_1)$ уменьшается, а $\cos\varphi_1$ растёт. Очевидно, что минимальное значение угла φ_1 и, следовательно, максимальное значение коэффициента мощности двигателя соответствует углу между осью мнимых чисел и касательной к окружности диаграммы, проведённой из начала координат ($\varphi_1 = \varphi_{1\min}$ на рис. 26.2). Дальнейшее увеличение нагрузки и смещение рабочей точки в область $s > s_a$ приведёт к быстрому росту реактивной составляющей тока, увеличению угла φ_1 и снижению $\cos\varphi_1$.

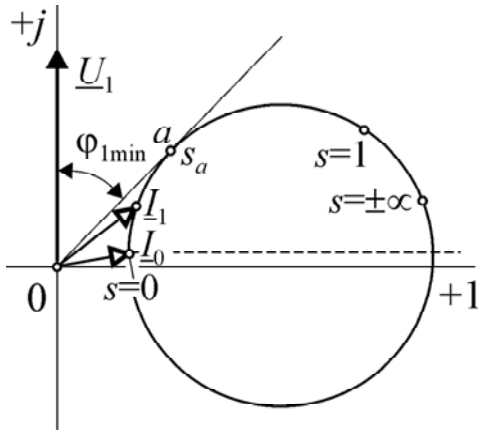


Рис. 26.2

Асинхронные двигатели разрабатывают с таким расчётом, чтобы при номинальной нагрузке коэффициент мощности составлял $0{,}8 < \cos\varphi_1 < 0{,}9$.

Рабочие характеристики двигателя могут быть получены экспериментально или рассчитаны с помощью схемы замещения. Ранее для получения рабочих характеристик использовалась круговая диаграмма, но с развитием вычислительной техники этот метод утратил своё значение.

Глава 27. Определение параметров схемы замещения

Схема замещения асинхронного двигателя является универсальным инструментом исследования электромагнитных и/или электромеханических процессов, связанных с его работой. Для использования этого инструмента необходимо знать параметры двигателя, однако эти параметры в справочных данных не приводятся. Поэтому возникает задача их определения с помощью эксперимента или на основании данных, имеющихся в технической литературе.

27.1. Экспериментальное определение параметров

Эксперименты по определению параметров асинхронного двигателя проводятся по схеме на рис. 27.1. Для этого выполняются опыты холостого хода и короткого замыкания, по сути, аналогичные таким же опытам, проводимым с трансформаторами. Однако асинхронные двигатели имеют некоторые особен-

ности, связанные с наличием вращающегося ротора, а также с тем, что параметры схемы замещения являются переменными величинами, зависящими от скольжения.

Холостым ходом в опыте называется режим работы двигателя без нагрузки на валу. Этот режим отличается от идеального или синхронного холостого хода тем, что механические потери в машине покрываются не внешним источником энергии, а частью электромагнитной мощности двигателя. Поэтому ток ротора и скольжение в режиме холостого хода $I_2 > 0$ и $s > 0$.

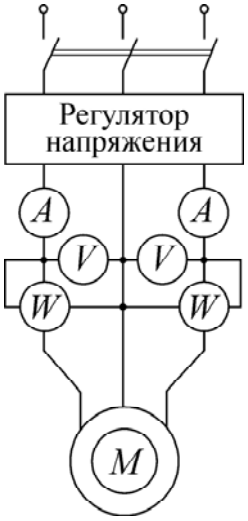


Рис. 27.1

Опыт холостого хода проводят для 5…7 значений напряжения питания в диапазоне $(0{,}6…1{,}15)U_{1N}$, начиная с наибольшего значения. При этом одно из них должно соответствовать номинальному напряжению U_{1N}. В ходе эксперимента измеряют потребляемую активную мощность P_0, ток холостого хода I_0 и напряжение U_1. Зависимости $I_0(U_1)$, $P_0(U_1)$ и $\cos\varphi_0(U_1) = P_0/(m_1 U_1 I_0)$ называются характеристиками холостого хода (рис. 27.2, *а*).

Так как основной магнитный поток двигателя Φ_0 пропорционален U_1, то зависимость $I_0(U_1)$ по существу является магнитной характеристикой машины. Её нелинейность связана с насыщением сердечника. Ток холостого хода у двигателей нормального исполнения при номинальном напряжении питания составляет $(0{,}25…0{,}5)I_{1N}$, а коэффициент мощности $\cos\varphi_0 = 0{,}05…0{,}2$.

Вся потребляемая из сети активная мощность P_0 рассевается в двигателе в виде магнитных потерь ΔP_{1Fe}, электрических потерь в обмотках статора ΔP_{1Cu} и ротора ΔP_{2Cu}, а также механических потерь ΔP_{mc}

$$P_0 = \Delta P_{1Fe} + \Delta P_{1Cu} + \Delta P_{2Cu} + \Delta P_{mc}.$$

Так как скольжение и ток ротора на холостом ходу очень малы, то

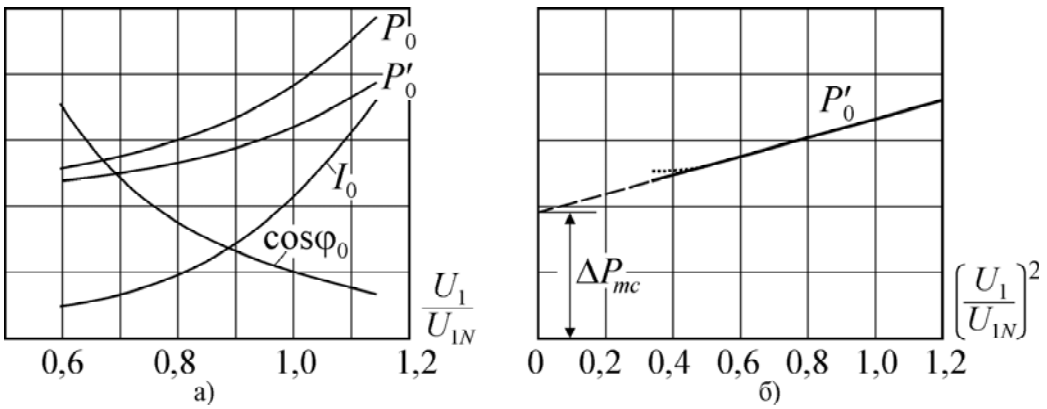


Рис. 27.2

$\Delta P_{2\mathrm{Cu}} \approx 0$ и

$$P_0 \approx \Delta P_{1\mathrm{Fe}} + \Delta P_{1\mathrm{Cu}} + \Delta P_{mc}.$$

При достаточно жёсткой механической характеристике двигателя можно считать, что скорость вращения при изменении напряжения питания остаётся постоянной $\Omega \approx \mathrm{const}$. Значит, постоянными будут и механические потери $\Delta P_{mc} \approx \mathrm{const}$.

Если известно активное сопротивление обмотки статора r_1, то можно вычислить потери $\Delta P_{1\mathrm{Cu}} = m_1 I_0^2 r_1$ и построить характеристику

$$P_0'(U_1) = P_0(U_1) - \Delta P_{1\mathrm{Cu}}(U_1) = \Delta P_{1\mathrm{Fe}}(U_1) + \Delta P_{mc}.$$

Ввиду того, что потери в стали пропорциональны $\Phi_0^2 \equiv U_1^2$, т.е. $\Delta P_{1\mathrm{Fe}}(U_1^2) = CU_1^2$, где C – некая константа, зависимость $P_0' = f(U_1^2)$ представляет собой прямую линию

$$P_0'(U_1^2) = CU_1^2 + \Delta P_{mc} \qquad (27.1)$$

пересекающую ось ординат в точке, соответствующей величине механических потерь ΔP_{mc} (рис. 27.2, *б*). Поэтому, продолжив линию $P_0' = f(U_1^2)$ до её пересечения с осью ординат, можно определить механические потери в двигателе ΔP_{mc}. Следует заметить, что при малых напряжениях зависимость $P_0' = f(U_1^2)$ может отклоняться от прямой линии, т.к. в этих условиях значительно увеличивается скольжение и нарушается справедливость допущения $\Delta P_{2\mathrm{Cu}} \approx 0$ вследствие того, что механические потери являются для двигателя относительно большой нагрузкой.

Определив механические потери, можно найти магнитные потери при номинальном напряжении

$$\Delta P_{1\mathrm{Fe}}(U_{1N}) = P_0'(U_{1N}) - \Delta P_{mc}. \qquad (27.2)$$

Активный ток в любой электрической цепи можно разделить на составляющие, соответствующие рассеиваемой мощности. Поэтому, если из активного тока холостого хода при номинальном напряжении $I_{0a} = I_{0N}\cos\varphi_{0N}$ вычесть составляющую механических потерь $I_{mc} = \Delta P_{mc} / \left(m_1 U_{1N}\right)$, то результатом будет активная составляющую тока идеального холостого хода

$$I_{00a} = I_{0N}\cos\varphi_{0N} - \frac{\Delta P_{mc}}{m_1 U_{1N}}.$$

Реактивная составляющая тока от потерь не зависит $I_{0r} = I_{00r} = I_{0N}\sqrt{1-\cos^2\varphi_{0N}}$, поэтому полный ток идеального (синхронного) холостого хода

$$I_{00} = \sqrt{I_{00a}^2 + I_{0r}^2}.$$

Таким образом, в результате рассмотренных преобразований характеристик холостого хода мы исключили механические потери и определили потребляемую мощность $P_{00} = P_{0N} - \Delta P_{mc}$ и ток I_{00}, соответствующие режиму идеаль-

ного холостого хода. Тогда активное и индуктивное сопротивление синхронного холостого хода можно найти как

$$r_0 = r_1 + r_m = \frac{P_{00}}{m_1 I_{00}^2};\ x_0 = x_{s1} + x_m = \sqrt{z_0^2 - r_0^2}\,, \qquad (27.3)$$

где $z_0 = U_1 / I_{00}$.

В опыте короткого замыкания вал двигателя надёжно закрепляется, а вторичная обмотка, если машина с фазным ротором, замыкается накоротко. Во избежание недопустимого нагрева обмоток опыт короткого замыкания проводят при пониженном напряжении так, чтобы ток статора не превышал $I_{1ks} \le (1{,}0\ldots1{,}2) I_{1N}$.

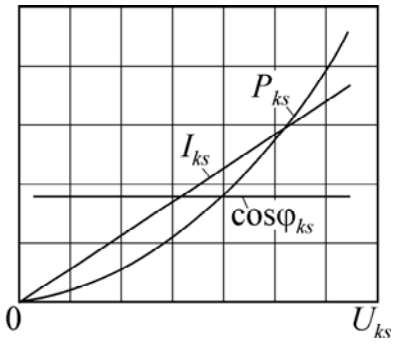


Рис. 27.3

В начале опыта, постепенно увеличивая с нуля напряжение, находят значение, соответствующее верхней границе тока статора, а затем, понижая напряжение, снимают показания приборов для 5…7 точек так, чтобы одна из них соответствовала номинальному значению тока I_{1N}, а минимальная величина составляла $(0{,}15\ldots0{,}2) I_{1N}$.

Зависимости $I_{ks}(U_{ks})$, $P_{ks}(U_{ks})$ и $\cos\varphi_{ks}(U_{ks}) = P_{ks} / (m_1 U_{ks} I_{ks})$ называются характеристиками короткого замыкания (рис. 27.3). При постоянных параметрах двигателя зависимость $I_{ks}(U_{ks})$ представляет собой прямую линию, $P_{ks}(U_{ks})$ – квадратичную параболу, а $\cos\varphi_{ks}(U_{ks}) = \text{const}$.

Полагая $\underline{C}_1 \approx 1$, по данным опыта короткого замыкания можно определить сопротивления схемы замещения

$$z_{ks} = U_{ks} / I_{ks};\ r_{ks} \approx P_{ks} / (m_1 I_{ks}^2);\ \ x_{ks} \approx \sqrt{z_{ks}^2 - r_{ks}^2}\,. \qquad (27.4)$$

Если принять $\underline{Z}_1 \approx \underline{Z}'_2 \approx \underline{Z}_{ks} / 2$, то

$$r_1 \approx r'_2 \approx r_{ks} / 2;\ \ x_{s1} \approx x'_{s2} \approx x_{ks} / 2\,, \qquad (27.5)$$

и тогда из (27.3) можно найти сопротивления ветви намагничивания

$$r_m = r_0 - r_1;\ \ x_m = x_0 - x_{s1}\,. \qquad (27.6)$$

Так как вольтамперная характеристика короткого замыкания $I_{ks}(U_{ks})$ линейна, то пусковой ток $I_s = I_{ksN}$ соответствует току короткого замыкания при номинальном напряжении I_{ksN}. Поэтому кратность пускового тока k_{sI}

$$I_s = I_{ksN} = I_{ks} \frac{U_{1N}}{U_{ks}} = \frac{U_{1N}}{z_{ks}} \ \Rightarrow\ k_{sI} = \frac{I_s}{I_{1N}} = \frac{U_{1N}}{z_{ks} I_{1N}}\,. \qquad (27.7)$$

Линейность характеристики $I_{ks}(U_{ks})$ позволяет также вычислить активную мощность, потребляемую двигателем в режиме короткого замыкания при номинальном напряжении питания

$$P_{ksN} = P_{ks}\left(\frac{U_{1N}}{U_{ks}}\right)^2. \qquad (27.8)$$

Скольжение в режиме короткого замыкания $s = 1$, значит, вся электромагнитная мощность рассеивается в виде потерь в обмотке ротора

$$P_{em} = \Delta P_{2\mathrm{Cu}} = M_s \Omega_1.$$

Это позволяет вычислить величину пускового момента двигателя M_s, если учесть, что потери при номинальном напряжении $\Delta P_{2\mathrm{Cu}} = P_{ksN} - \Delta P_{1\mathrm{Cu}} - \Delta P_{\mathrm{Fe}}$, где $\Delta P_{1\mathrm{Cu}} = m_1 I_s^2 r_1$ – потери в обмотке статора при пуске, а $\Delta P_{\mathrm{Fe}} \approx \Delta P_{1\mathrm{Fe}}$ – магнитные потери в сердечнике при номинальном напряжении, полученные из характеристики холостого хода. Приближённое равенство потерь в обоих сердечниках ΔP_{Fe} и потерь в сердечнике статора ΔP_{Fe} можно обосновать тем, что при коротком замыкании основной магнитный поток и потери в стали значительно меньше, чем в режиме холостого хода, однако они происходят как в статоре, так и в роторе, т.к. $f_2 = f_1$.

Отсюда

$$M_s = \frac{\Delta P_{2\mathrm{Cu}}}{\Omega_1} \approx \frac{P_{ksN} - \Delta P_{1\mathrm{Cu}} - \Delta P_{1\mathrm{Fe}}}{\Omega_1}.$$

Следует заметить, что у двигателей нормального исполнения в режиме короткого замыкания отчётливо проявляется эффект вытеснения тока в стержнях ротора. Поэтому расчёты, основанные на данных опыта, могут приводить к значительным ошибкам. Величина активного сопротивления ротора будет завышена, а величина индуктивного сопротивления рассеяния – занижена. Чтобы исключить влияние вытеснения тока опыт короткого замыкания нужно проводить при частоте питания $f_1 \approx 5$ Гц, а затем пересчитать результаты на частоту 50 Гц.

27.2. Определение параметров по справочным данным

В справочной литературе по асинхронным двигателям всегда приводятся следующие параметры, соответствующие номинальному режиму работы:

- механическая мощность P_N [Вт];
- линейное или фазное напряжение питания U_{1N} [В];
- линейный или фазный ток I_{1N} [А];
- скорость вращения n_N [об/мин] или скольжение s_N;
- номинальный момент нагрузки M_N [Нм]
- коэффициент мощности $\cos\varphi_{1N}$;
- коэффициент полезного действия η_N;

а также:

- кратность максимального момента $\lambda = M_{\max} / M_N$;
- кратность пускового момента $k_s = M_s / M_N$;

- кратность пускового тока $k_{sI} = I_s / I_{1N}$.

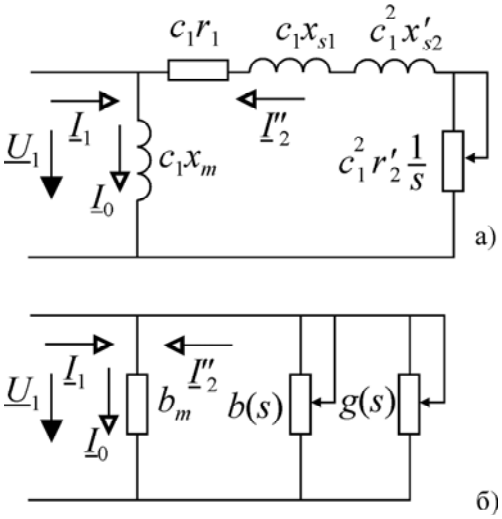


Рис. 27.4

Для любого моделирования процессов в двигателе необходимо знание параметров схемы замещения. Поэтому всегда возникает задача вычисления этих параметров на основе справочных данных. Задача эта достаточно сложная и для её упрощения без внесения существенной погрешности обычно пренебрегают магнитными потерями. Тогда Г-образная схема замещения принимает вид, показанный на рис. 27.4, *а*.

Так как в справочных данных содержатся координаты трёх точек механической характеристики (номинальный момент и скорость вращения, момент опрокидывания и пусковой момент), а токи даны только для номинального и пускового режимов, то расчёт пяти параметров схемы замещения необходимо вести, основываясь на механических величинах. Тогда для них может быть обеспечена сходимость к справочным данным, а для электрических величин будет возникать ошибка, связанная с несовершенством модели АД в виде схемы замещения.

Активное сопротивление статора r_1 можно определить по рассеваемой на нём мощности $\Delta P_{1\mathrm{Cu}} = m_1 I_{1N}^2 r_1$, которая равна разности потребляемой активной мощности $P_1 = m_1 U_{1N} I_{1N} \cos\varphi_{1N}$ и электромагнитной мощности в номинальном режиме $P_{em} = M_N \omega_1 / z_p$ –

$$\Delta P_{1\mathrm{Cu}} = P_1 - P_{em}$$
$$\Downarrow \qquad (27.9)$$
$$r_1 = \frac{U_{1N} I_{1N} \cos\varphi_{1N} - M_N \omega_1 / \left(m_1 z_p\right)}{I_{1N}^2}$$

где: m_1 – число фаз; $\omega_1 = 2\pi f_1$ – угловая частота питающей сети и z_p – число пар полюсов магнитного поля двигателя.

Однако величина r_1 будет несколько завышенной, т.к. в электрическую мощность P_1 входит мощность потерь в магнитопроводе, неучтённая в схеме замещения. Завышенное значение сопротивления r_1 может в дальнейших расчётах приводить к некорректным (мнимым) значениям других параметров.

Поэтому лучше, вначале определить приведённое активное сопротивление ротора. Проще всего это сделать по двум координатам любой точки механической характеристики и значению тока статора в этом режиме. Например, в номинальном режиме мощность скольжения равна

$$\Delta P_{2\mathrm{Cu}} = M_N \Omega_1 s_N = M_N 2\pi f_1 s_N / z_p = m_1 \left(I_2'\right)^2 r_2'.$$

Тогда, полагая $I_2' \approx I_1$, получим

$$r_2' = \frac{M_N 2\pi f_1 s_N}{z_p m_1 \left(I_{1N}\right)^2}. \qquad (27.10)$$

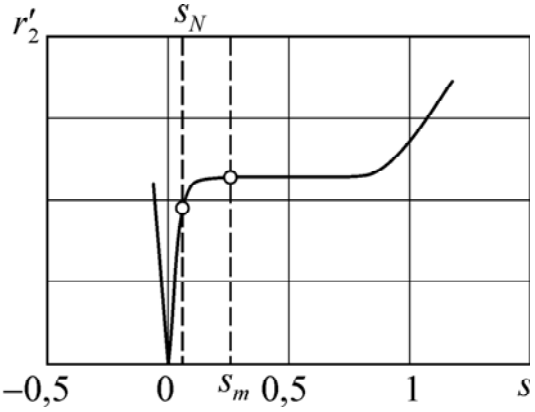


Рис. 27.5

Если по этому выражению рассчитать значения r_2' для целого ряда точек механической характеристики, полученных экспериментально, то получится кривая, показанная на рис. 27.5. Здесь видно, что значение, рассчитанное для точки номинального режима, будет заниженным, а истинная величина сопротивления ротора соответствует мощности скольжения вблизи точки опрокидывания. Однако в справочных данных критическое скольжение не приводится, поэтому воспользоваться выражением (27.10) невозможно.

Проанализируем уравнения механической характеристики (24.5), обозначив $x_{s1} + c_1 x_{s2}' = x_{ks}$

$$M(s) = \frac{m_1 z_p U_{1N}^2 r_2'}{\omega_1 s \left[\left(r_1 + c_1 r_2'/s\right)^2 + \left(x_{ks}\right)^2\right]}. \qquad (27.11)$$

Найдём значение производной $\partial M / \partial s$ в режиме холостого хода.

$$\frac{\partial M}{\partial s} = \frac{m_1 z_p U_{1N}^2}{\omega_1} \left\{ \frac{2\left(r_2'\right)^2 \left(r_1 + c_1 r_2'/s\right) c_1}{s^3 \left[\left(r_1 + c_1 r_2'/s\right)^2 + \left(x_{ks}\right)^2\right]^2} - \frac{r_2'}{s^2 \left[\left(r_1 + c_1 r_2'/s\right)^2 + \left(x_{ks}\right)^2\right]} \right\},$$

а затем предел при $s \to 0$

$$\lim_{s\to 0} \frac{\partial M}{\partial s} = \frac{m_1 z_p U_{1N}^2}{\omega_1 c_1^2 r_2'}.$$

Заменяя в этом выражении производную конечными разностями между точками холостого хода и номинального режима, получим

$$\frac{\partial M}{\partial s} = \frac{m_1 z_p U_{1N}^2}{\omega_1 c_1^2 r_2'} \approx \frac{\Delta M}{\Delta s} = \frac{M_N}{s_N} \Rightarrow r_2' \approx \frac{m_1 z_p U_{1N}^2 s_N}{\omega_1 c_1^2 M_N}$$

Это выражение даёт хорошее приближение, но его можно несколько упростить, т.к. коэффициент приведения Т-образной схемы к Г-образной c_1 находится в пределах $1{,}02 < c_1 < 1{,}06$ и $c_1^2 \approx 1{,}0$. Тогда для приведённого сопротивления ротора получим:

$$r_2' \approx \frac{m_1 z_p U_{1N}^2 s_N}{\omega_1 M_N} \tag{27.12}$$

Выражение (27.12) позволяет найти такое значение r_2', при котором наклон касательной к механической характеристике в точке холостого хода будет несколько больше наклона секущей, проходящей через точку номинального режима, т.к. величина r_2' несколько завышена за счёт условия $c_1^2 \approx 1{,}0$.

Второй точкой справочных данных является точка опрокидывания. Расчётная механическая характеристика должна пройти через неё, однако предварительно нужно определить неизвестное критическое скольжение.

Из формулы Клосса

$$\frac{M_N}{M_{\max}} = \frac{1}{\lambda} = \frac{2(1+as_m)}{s_N/s_m + s_m/s_N + 2as_m} \tag{27.13}$$

критическое скольжение можно найти как

$$s_m = \frac{s_N}{A}\left(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - A}\right), \tag{27.14}$$

где – $a = \dfrac{r_1}{c_1 r_2'}$ и $A = 1 - 2as_N(\lambda - 1)$. Значение a зависит от мощности АД и изменяется в широких пределах $1{,}5 < a < 1/s_m$.

Коэффициент приведения Т-образной схемы замещения к Г-образной* равен

$$\underline{C}_1 = 1 + \underline{Z}_1/\underline{Z}_m \approx c_1 = \left|1 + \underline{Z}_1/\underline{Z}_m\right| \approx 1 + x_{s1}/x_m. \tag{27.15}$$

Из выражения для критического момента

$$M_{\max} = \frac{m_1 z_p U_{1N}^2}{2\omega_1 c_1\left(r_1 + \sqrt{r_1^2 + x_{ks}^2}\right)} = \frac{m_1 z_p U_{1N}^2}{2\omega_1 c_1\left(r_1 + c_1 r_2'/s_m\right)} \tag{27.16}$$

с учётом выражения для критического скольжения

$$s_m = \frac{c_1 r_2'}{\sqrt{r_1^2 + x_{ks}^2}} \tag{27.17}$$

можно найти r_1

$$r_1 = \frac{m_1 z_p U_{1N}^2}{2\omega_1 \lambda M_N} - \frac{c_1 r_2'}{s_m}, \tag{27.18}$$

а затем из выражения (27.17) определить x_{ks}:

$$x_{ks} = \sqrt{\left(\frac{c_1 r_2'}{s_m(a, c_1)}\right)^2 - r_1^2} = x_{s1} + c_1 x_{s2}'. \tag{27.19}$$

* В ветви намагничивания на рис. 27.4 исключено активное сопротивление ротора r_1, т.к. оно несущественно влияет на величину комплексного сопротивления $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_m = r_1 + jx_{1\sigma} + jx_m \approx j(x_{1\sigma} + x_m) = jc_1 x_m$

Индуктивное сопротивление короткого замыкания x_{ks} далее можно разделить на сопротивления потоков рассеяния статора и ротора x_{s1} и x'_{s2}, полагая

$$x_{s1} = x'_{s2} = x_{ks}/2. \qquad (27.20)$$

Для определения индуктивного сопротивления ветви намагничивания x_m преобразуем последовательное соединение главной цепи схемы рис. 27.4, *а* в параллельное, выделив активную и реактивную составляющие комплексной проводимости (рис. 27.4, *б*)

$$g(s) = \frac{r_1 + c_1 r'_2/s}{c_1\left[\left(r_1 + c_1 r'_2/s\right)^2 + x_{ks}^2\right]};\quad b(s) = \frac{x_{ks}}{c_1\left[\left(r_1 + c_1 r'_2/s\right)^2 + x_{ks}^2\right]}. \qquad (27.21)$$

Величина x_m слабо влияет на электромеханические процессы и входит в уравнение механической характеристики АД только посредством коэффициента c_1. В то же время, проводимость ветви намагничивания $1/x_m$ в режимах близких к номинальному соизмерима с реактивной проводимостью главной цепи $b(s)$ и существенно влияет на энергетические параметры. Поэтому её целесообразно определять из баланса реактивной мощности $Q_1 = Q_{ks} + Q_m = U_{1N} I_{1N}\sqrt{1-\cos^2\varphi_{1N}}$, где Q_{ks} – реактивная мощность, расходуемая на формирование полей рассеяния статора и ротора. После преобразования главной цепи схемы замещения мощности потоков рассеяния и основного потока могут быть представлены через одинаковое для всех ветвей фазное напряжение U_{1N} как $Q_{ks} = U_{1N}^2 b(s_N)$, и $Q_m = U_{1N}^2 b_m = U_{1N}^2/\left(c_1 x_m\right)$. Подставляя эти выражения в уравнение баланса мощности, получим –

$$x_m = \frac{1}{c_1\left[I_{1N}\sqrt{1-\cos^2\varphi_{1N}}\,/U_{1N} - b(s_N)\right]} \approx \approx \frac{1}{I_{1N}\sqrt{1-\cos^2\varphi_{1N}}\,/U_{1N} - b(s_N)}. \qquad (27.22)$$

Таким образом, из исходных данных мы получили все искомые параметры в виде функций коэффициентов a и c_1, которые, в свою очередь, определяются величинами сопротивлений r_1 и r'_2.

На рабочем участке механическая характеристика вполне удовлетворительно определяется точной формулой Клосса, т.е. тремя константами $M_{\max}$, s_m и a, одна из которых $M_{\max}$ является справочным значением. Поэтому параметры схемы замещения должны обеспечивать сходимость расчётного $M_{\max}$ и справочного значений $\tilde{M}_{\max}$.

Полученные выше выражения не позволяют аналитически решить уравнение $M_{\max}(r_1, r'_2) - \tilde{M}_{\max} = 0$, однако возможны два способа численного решения. Первый является методом последовательных приближений и основан на том, что выражения (27.9) и (27.12) позволяют вычислить завышенные значения r_1 и

r_2'. Поэтому, последовательно уменьшая их с некоторым шагом и определяя остальные параметры, а также максимальный момент, можно создать цикл расчё-

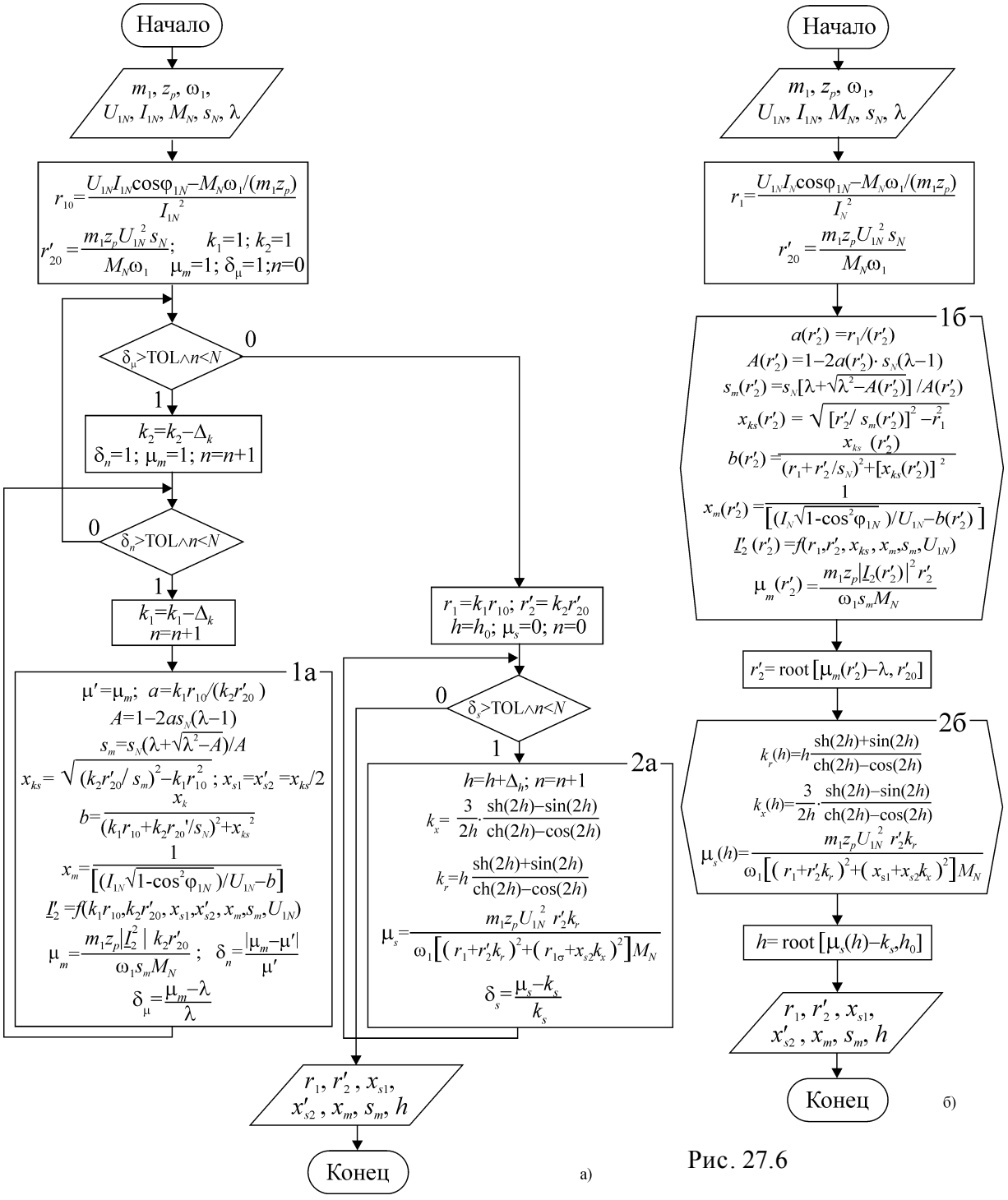


Рис. 27.6

та, условием прерывания которого будет приближение расчётного опрокидывающего момента к справочному значению с заданной точностью TOL.

На рис. 27.6, *а* приведена блок-схема алгоритма такого расчёта. Сначала с помощью выражений (27.9) и (27.12) по справочным данным рассчитываются исходные завышенные значения активных сопротивлений статора и ротора r_{10} и r'_{20}. Затем в блоке *1а* вычисляются остальные параметры схемы замещения, а

также критическое скольжение s_m и относительное значение опрокидывающего момента

$$\mu_m = \frac{m_1 z_p \left|\left[\underline{I}'_2(s_m)\right]^2\right| k_2 r'_{20}}{\omega_1 s_m M_N}. \qquad (27.23)$$

Причём приведённый ток ротора при критическом скольжении $\underline{I}'_2(s_m)$ рассчитывается по Т-образной схеме замещения на рис. 22.1, *а*. Полученное значение μ_m сравнивается с предыдущим расчётным значением μ'_m и если $\delta_n = |\mu_m - \mu'_m| / \mu'_m > \mathrm{TOL}$, то коэффициент k_1, на который умножается значение r_{10}, уменьшается на величину $\Delta_k \approx 10^{-4}$ *.

При достаточной сходимости значений μ_m в соседних циклах ($\delta_n < \mathrm{TOL}$) проверяется соответствие расчётной кратности максимального момента μ_m справочному значению λ. Если отклонение $\delta_\mu = (\mu_m - \lambda)/\lambda > \mathrm{TOL}$, то величину сопротивления ротора r'_{20} нужно уменьшить на величину Δ_k и повторить цикл вычислений. После выполнения некоторого количества циклов с уменьшением r'_{20} отклонение δ_μ снижается до заданного значения TOL и задача определения постоянных параметров схемы замещения завершается.

Полученные величины обеспечивают с заданной точностью соответствие опрокидывающего момента справочному значению. Однако при скольжениях больше критического погрешность схемы замещения с постоянными параметрами увеличивается и при пуске может стать многократной. Для учёта влияния вытеснения тока в обмотке ротора необходимо определить относительную глубину паза

$$\xi = h / h_{eq} \approx h|s|^\beta, \qquad (27.24)$$

где s – скольжение; β – показатель степени, обычно принимаемый равным 1/2, однако для получения формы механической характеристики, соответствующей справочным данным, его значение можно увеличивать.

Очевидно, что ни реальную глубину паза *h,* ни эквивалентную глубину h_{eq} при каком-либо скольжении определить невозможно, но приближённое равенство (27.24) позволяет найти *h* численным решением уравнения

$$\mu_s(h) - k_s = \frac{z_p m_1 U_1^2 r_2 \cdot k_r(1)}{\omega_1 \left\{\left[r_1 + r'_2 k_r(1)\right]^2 + \left[x_{1\sigma} + x'_{2\sigma} k_x(1)\right]^2\right\} M_n} - k_s = 0, \qquad (27.25)$$

т.к. при $s = 1$ относительная глубина паза $\xi \approx h\big|_{s=1}$ и тогда коэффициенты вытеснения (24.17) и (24.18) равны

$$k_r(1) = h\frac{\mathrm{sh}\,2h + \sin 2h}{\mathrm{ch}\,2h - \cos 2h};\ k_x(1) = \frac{3}{2h}\frac{\mathrm{sh}\,2h - \sin 2h}{\mathrm{ch}\,2h - \cos 2h}. \qquad (27.26)$$

* Столь малый декремент необходим для обеспечения сходимости решения у машин мощностью выше 20 кВт

Подставляя эти выражения в уравнение (27.25) и решая его относительно h, мы получим требуемое значение.

В алгоритме на рис. 27.6, *а* уравнение (27.25) решается в блоке *2а* методом последовательных приближений при инкрементировании некоторого начального значения h_0*. Условием прерывания цикла является сходимость относительного пускового момента $\mu_s = M_s / M_N$ к справочному значению кратности пускового момента k_s.

Для получения устойчивого решения необходимо начальное значение глу-

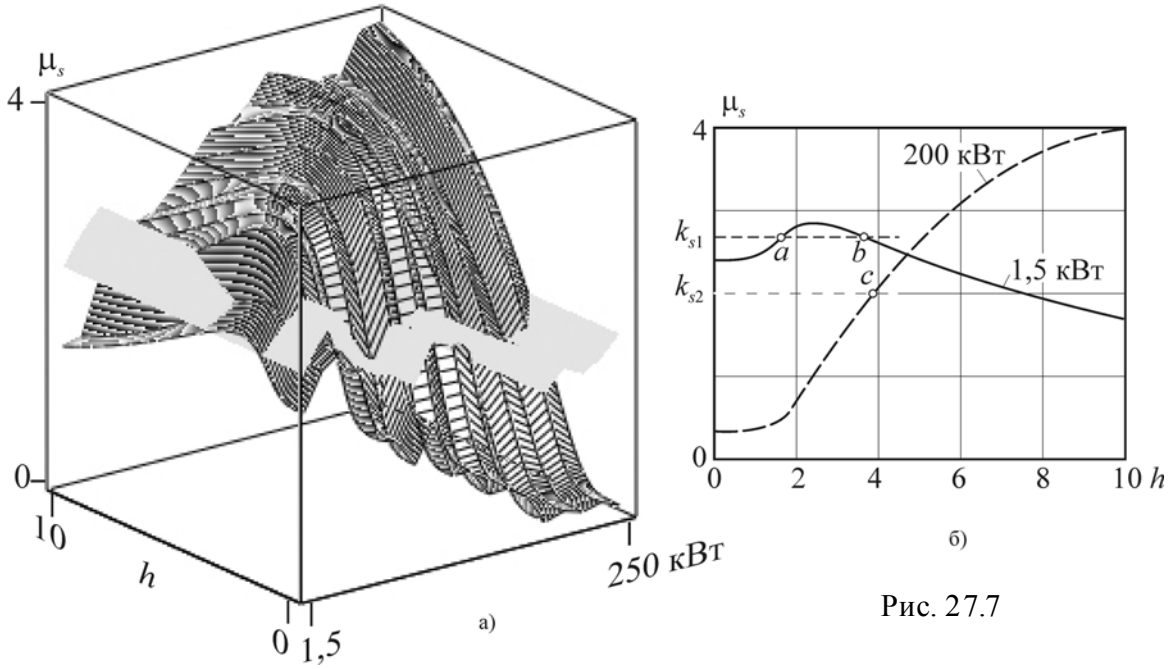


Рис. 27.7

бины паза h_0 предварительно более точно определить путём построения функция $\mu_s(h)$, т.к. она имеет экстремум, а при малых h производная $\partial\mu_s / \partial h$ равна нулю. На рис. 27.7, *а* показана поверхность относительного пускового момента $\mu_s = f(h, P_2)$, рассчитанного для двигателей серии 5А различной мощности P_2 по выражению (27.25), и поверхность справочной кратности пускового момента (непрозрачная поверхность), а на рис. 27.7, *б* – функции $\mu_s(h)$ для двигателей минимальной и максимальной мощности. Искомые значения h соответствуют точкам кривых $\mu_s(h)$, где $\partial\mu_s / \partial h > 0$, т.е. точкам *a* и *c*. Поэтому для машины малой мощности начальное значение следует выбрать равным $h_0 \approx 1$, а для мощной машины – $h_0 \approx 3$.

Параметры схемы замещения асинхронного двигателя можно найти также с помощью библиотечных функций решения нелинейных алгебраических уравнений, имеющихся в математических пакетах. В пакете *Mathcad* это функция

* Следует заметить, что в алгоритме программы на рис. 27.6, *а* для исключения бесконечных циклов ведётся подсчёт их числа n и осуществляется прерывание, если n превышает максимально допустимое значение N.

root$[f(x), x_0]$, а в пакете *Matlab* – fzero$[f(x), x_0]$, причём, при решении в среде *Matlab* функцию $f(x)$ необходимо описать *m*-файлом. Обе функции возвращают вещественное число, соответствующее условию $f(x) = 0$.

Алгоритм программы вычисления параметров с помощью библиотечных функций показан на рис. 27.6, *б*. Блоки *2а* и *2б* отличаются от блоков *1а* и *1б* алгоритма рис. 27.6, *а* тем, что в них выполняется определение функции $f(r_2')$ и $f(h)$, которые затем используются блоками решения уравнений $\mu_m(r_2') - \lambda = 0$ и

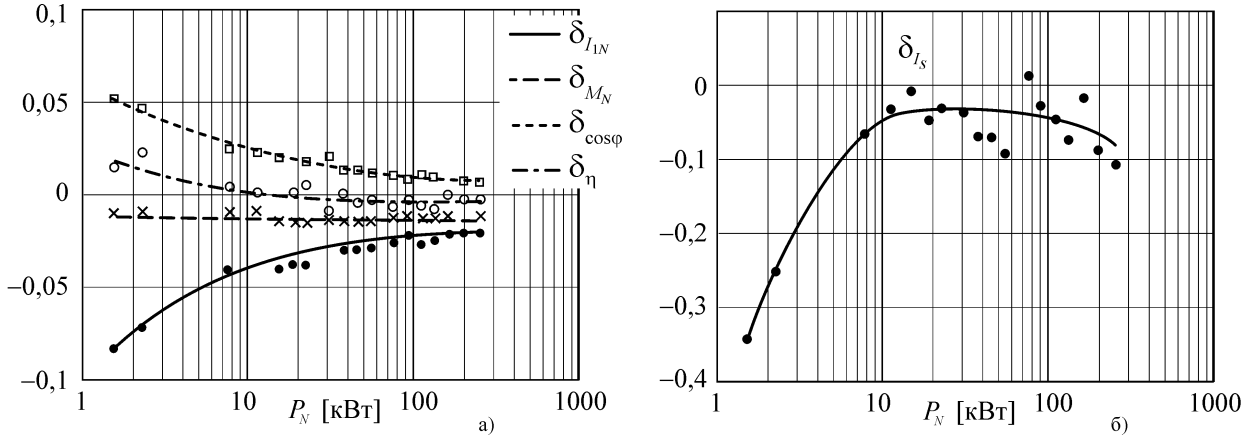


Рис. 27.7

$\mu_s(h) - k_s = 0$.

Оба алгоритма позволяют определить параметры схемы замещения, обеспечивающие при расчёте механических характеристик сходимость опрокидывающего и пускового моментов двигателя к справочным данным с заданной погрешностью. Отклонение остальных величин от справочных значений не определено. Произведём оценку этих погрешностей для двигателей серии 5А в диапазоне мощностей от 1,5 до 250 кВт. На рис. 27.7 показаны кривые относительных погрешностей вычисления номинального тока статора I_{1N}, электромагнитного момента M_N, коэффициентов мощности $\cos\varphi$ и полезного действия η, а также пускового тока I_s. Из этого рисунка следует, что наибольшая погрешность возникает при вычислении пускового тока (рис. 27.7, *б*). Для двигателей мощностью выше 5 кВт она не превышает –10%, однако при уменьшении мощности быстро возрастает до –35%. Это объясняется неадекватностью Т-образной схемы замещения и модели эффекта вытеснения тока в стержнях обмотки ротора для машин малой мощности. Аналогичная тенденция наблюдается и в картине погрешностей вычисления других величин (рис. 27.7, *а*). Практически все они быстро возрастают в диапазоне мощностей $P_N < 10$ кВт, но при этом их величина значительно меньше, чем при вычислении пускового тока, что объясняется отсутствием влияния эффекта вытеснения при номинальном скольжении. В целом отклонение расчётных значений от справочных данных значительно меньше статистического разброса самих данных (см. рис. 24.9),

поэтому описанная методика вполне пригодна для определения параметров асинхронных двигателей.

Глава 28. Пуск трёхфазных двигателей

28.1. Пусковые свойства двигателей

При любом подключении двигателя к источнику питания начинается переходный процесс, связанный с изменением скорости вращения ротора и приводимого в движение механизма, который в большинстве случаев заканчивается равномерным вращением, когда вращающий момент двигателя уравновешивается суммой внешних вращающих моментов, действующих на ротор. Этот переходный процесс называется пуском двигателя.

Для того чтобы двигатель пришёл в движение и достиг требуемой скорости необходимо, чтобы в процессе пуска его вращающий момент был больше момента нагрузки. При этом разность между моментом двигателя и моментом нагрузки при прочих равных условиях определяет величину ускорения, с которым происходит пуск, т.е. его длительность. Слишком большое ускорение может быть опасным для механизма и трансмиссии, а слишком длительный пуск вызывает быстрый нагрев обмоток и может привести к выходу из строя двигателя. Причём кроме разности вращающих моментов на длительность пуска большое влияние оказывает величина присоединённых к ротору маховых масс.

Тепловая нагрузка на двигатель при пуске определяется не только длительностью процесса, но также и величиной токов в его обмотках, которая при скольжениях выше критического многократно превышает номинальное значение. Большое тепловыделение при пуске ограничивает допустимое число включений в единицу времени. Двигатели мощностью 3…10 кВт в обычных условиях допускают не более 5…10 включений в час.

Кроме нагрузки на двигатель большой ток, потребляемый при пуске, может создавать большие колебания напряжения в питающей сети, если её мощность соизмерима с мощностью двигателя.

Таким образом, условия пуска асинхронных двигателей оцениваются в основном величиной пускового момента и величиной пускового тока. Чем больше момент и чем меньше ток, тем лучше пусковые свойства.

Общие выражения для начального пускового момента и тока имеют вид

$$M_s = \frac{z_p m_1 U_1^2 r_2'}{\omega_1 \left[\left(r_1 + c_1 r_2' \right)^2 + \left(x_{s1} + c_1 x_{s2}' \right)^2 \right]} = \frac{z_p m_1 U_1^2 r_2'}{\omega_1 z_{ks}^2}; \qquad (28.1)$$

$$I_{1s} \approx I_{2s}' = \frac{U_1}{\sqrt{\left(r_1 + c_1 r_2' \right)^2 + \left(x_{s1} + c_1 x_{s2}' \right)^2}} = \frac{U_1}{z_{ks}}, \qquad (28.2)$$

где $z_{ks} = \sqrt{\left(r_1 + c_1 r_2' \right)^2 + \left(x_{s1} + c_1 x_{s2}' \right)^2} = \sqrt{r_{ks}^2 + x_{ks}^2}$ – полное сопротивление короткого замыкания, а $r_{ks} = r_1 + c_1 r_2'$ и $x_{ks} = x_{s1} + c_1 x_{s2}'$ – его активная и реактивная составляющие.

Отсюда следуют возможные способы воздействия на эти величины путём изменения: напряжения питания U_1; числа пар полюсов магнитного поля z_p и активного сопротивления цепи ротора r_2.

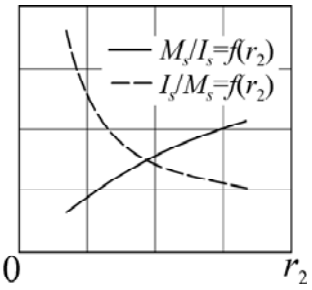


Рис. 28.1

Увеличение активного сопротивления цепи ротора при пуске является наиболее эффективным способом улучшения пусковых свойств асинхронного двигателя, т.к. при этом одновременно увеличивается пусковой момент и снижается ток. На рис. 28.1 показано влияние r_2 на соотношение пускового момента и тока. Здесь видно, что пусковой ток не только снижается при увеличении сопротивления, но это происходит значительно быстрее роста пускового момента, что позволяет оптимизировать процесс пуска, снизив тепловую нагрузку на двигатель, а также его влияние на питающую сеть. Этот способ используется в асинхронных двигателях с фазным ротором и в двигателях с вытеснением тока в стержнях ротора.

28.2. Прямой пуск

Асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором являются самыми распространёнными и применяются везде, где это возможно. Самым простым способом пуска этих двигателей является включение обмотки статора непосредственно в сеть на номинальное напряжение. Такой пуск называется прямым.

Ток двигателя при прямом пуске может составлять $(7\ldots8{,}5)I_{1N}$, что создаёт большие электродинамические усилия, действующие на обмотки. Однако все короткозамкнутые двигатели рассчитываются на такие усилия и допускают прямой пуск.

Однако токи в обмотках двигателя, многократно превышающие номинальные значения, вызывают очень большое выделение тепла. Это требует в каждом отдельном случае расчёта тепловой нагрузки, методы которого рассматриваются в курсе электрического привода.

Помимо тепловой нагрузки двигателя ограничение на применение прямого пуска связано также с мощностью питающей сети. Если пусковые токи создают большие падения напряжения на внутреннем сопротивлении источника, превышающие 10…15%, то такой двигатель запускать напрямую от данной сети не рекомендуется. Это связано с тем, что понижение напряжения неблагоприятно влияет на других потребителей, питающихся от той же сети. Кроме того, уменьшение напряжения вызывает значительное снижение вращающего момента запускаемого двигателя, что может привести к недопустимому увеличению длительности пуска или к «застреванию» на низкой скорости вращения (см. раздел 24.2).

Считается, что двигатели мощностью до 10 кВт можно запускать прямым включением. Однако это не является нормой, т.к. всё зависит от соотношения

мощностей двигателя и сети. Нередки случаи использования прямого пуска двигателей мощностью в тысячи киловатт.

28.3. Пуск при пониженном напряжении

Если мощность сети недостаточна для прямого пуска или пусковой момент столь значителен, что создаёт недопустимую ударную нагрузку на механизм или трансмиссию, то применяют различные способы пуска при пониженном напряжении. Однако здесь следует иметь в виду, что вращающий момент двигателя уменьшается пропорционально квадрату напряжения. Поэтому этот способ пуска возможен в том случае, если двигатель пускается на холостом ходу или при малом моменте нагрузки.

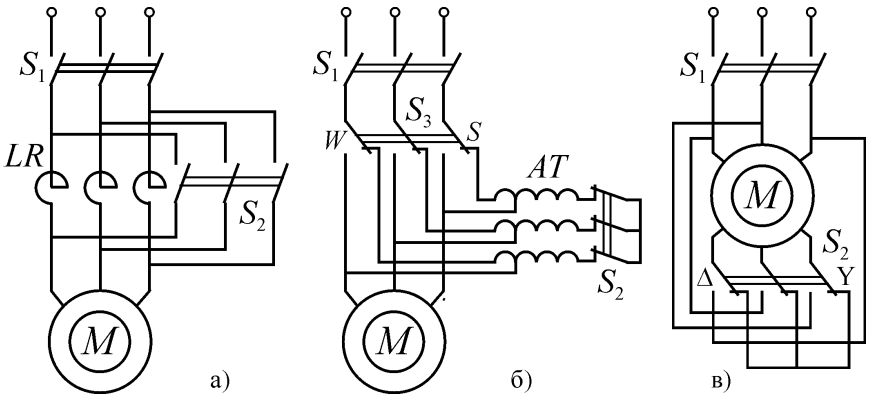


Рис. 28.2

Реакторный пуск осуществляют по схеме на рис. 28.2, *а*. Сначала включают выключатель S_1 и обмотка статора двигателя присоединяется к сети через трёхфазный реактор *LR*., индуктивное сопротивление которого x_{LR} ограничивает величину пускового тока и понижает напряжение на обмотке. По достижении нормальной скорости вращения замыкают выключатель S_2, шунтирующий реактор, и двигатель подключается на полное напряжение сети.

Пусковые реакторы обычно имеют ферромагнитный сердечник, а их обмотка рассчитывается на кратковременный режим работы. Это позволяет снизить вес и стоимость реактора.

Пусковой ток при прямом включении равен

$$I_s \approx \frac{U_1}{\sqrt{r_{ks}^2 + x_{ks}^2}},$$

а при включении через реактор

$$I_{LR} \approx \frac{U_1}{\sqrt{r_{ks}^2 + \left(x_{ks} + x_{LR}\right)^2}}.$$

Следовательно, начальный ток при реакторном пуске уменьшается по сравнению с прямым пуском в

$$\frac{I_s}{I_{LR}} = \sqrt{\frac{r_{ks}^2 + \left(x_{ks} + x_{LR}\right)^2}{r_{ks}^2 + x_{ks}^2}} = k_{LR} > 1$$

раз, а пусковой момент – в

$$\frac{M_s}{M_{LR}} = \left(\frac{I_s}{I_{sLR}}\right)^2 = \frac{r_{ks}^2 + \left(x_{ks} + x_{LR}\right)^2}{r_{ks}^2 + x_{ks}^2} = k_{LR}^2 > 1$$

раз.

Напряжение питания асинхронного двигателя во время пуска можно понизить также с помощью автотрансформатора (рис. 28.2, *б*). Здесь после замыкания S_1 статор оказывается подключённым ко вторичной обмотке понижающего автотрансформатора *AT*, напряжение которой равно $U_{AT} = U_1 / k_{AT}$, где $k_{AT} = w_1 / w_2 > 1$ – коэффициент трансформации. После достижения определённой скорости вращения выключатель S_2 размыкается, и обмотка статора оказывается подключённой к сети через часть обмотки автотрансформатора, который в этом режиме работает как реактор. В конце пуска переключатель S_3 переводится из положения *S* в положение *W*, и двигатель подключается на полное напряжение, а автотрансформатор отключается.

При постоянных параметрах двигателя $z_{ks} = \text{const}$ пусковой ток и пусковой момент при включении через автотрансформатор уменьшаются по сравнению с прямым пуском соответственно в

$$\frac{I_s}{I_{AT}} = \frac{U_1}{z_{ks}} \cdot \frac{z_{ks}}{U_1 / k_{AT}} = k_{AT}; \; \frac{M_s}{M_{AT}} = \left(\frac{I_s}{I_{AT}}\right)^2 = k_{AT}^2$$

раз. В то же время ток на стороне высшего напряжения автотрансформатора I_{HS} всегда меньше тока на стороне низшего напряжения в k_{AT} раз. Следовательно, ток, потребляемый в начальный момент пуска из сети

$$I_{HS} = I_{AT} / k_{AT} = I_s / k_{AT}^2,$$

будет меньше тока двигателя при прямом пуске в k_{AT}^2 раз.

Таким образом, при одинаковых потребляемых из сети токах

$$I_{LR} = \frac{I_s}{k_{LR}} = I_{HS} = \frac{I_s}{k_{AT}^2} \Rightarrow k_{AT} = \sqrt{k_{LR}};$$

$$I_{AT} = \frac{I_s}{k_{AT}} = \frac{I_s}{\sqrt{k_{LR}}};$$

$$\frac{I_{AT}}{I_{LR}} = \sqrt{k_{LR}} > 1 \quad \frac{M_{AT}}{M_{LR}} = \left(\frac{I_{AT}}{I_{LR}}\right)^2 = k_{LR} > 1$$

вращающий момент двигателя при автотрансформаторном пуске будет больше, чем при реакторном. Однако это преимущество достигается ценой существенного усложнения и удорожания пусковой аппаратуры, поэтому автотрансформаторный пуск применяется реже реакторного при достаточных к тому основаниях.

Простейшим способом изменения напряжения на фазных обмотках статора является переключение их соединения. При пуске фазные обмотки соединяют-

ся в звезду, а при достижении нормальной скорости вращения переключаются с помощью S_2 в соединение треугольником (рис. 28.2, *в*).

По сравнению с прямым включением двигателя с обмотками, соединёнными треугольником, при пуске двигателя с обмотками, соединёнными звездой, фазное напряжение и пусковой ток уменьшаются в $\sqrt{3}$ раз, а пусковой момент в $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$ раза. При этом линейный ток, потребляемый от сети, уменьшается в $\sqrt{3}\sqrt{3} = 3$ раза. Таким образом, пуск с переключением обмоток эквивалентен автотрансформаторному пуску при $k_{AT} = \sqrt{3}$.

Недостатком этого способа является то, что при переключении происходит разрыв цепей обмотки статора и возникают соответствующие коммутационные перенапряжения. Однако предельная простота пусковой аппаратуры компенсирует этот недостаток и в установках с низковольтными двигателями малой и средней мощности пуск с переключением обмоток применяется достаточно широко.

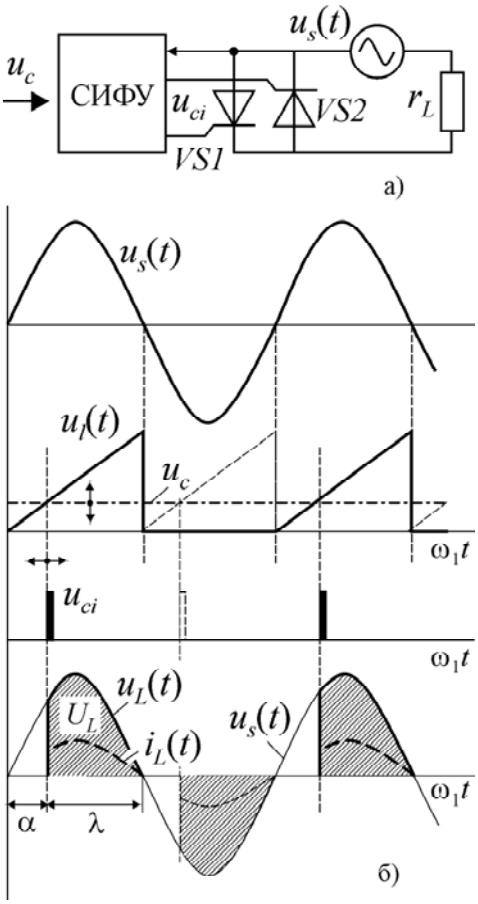


Рис. 28.3

Бурное развитие электроники в последние три десятилетия привело к повсеместному распространению методов и устройств управления, известных ранее в основном теоретически. К ним относятся и так называемые устройства плавного пуска. Они представляют собой импульсные тиристорные регуляторы переменного напряжения, с помощью которых напряжение можно плавно увеличивать или уменьшать, если требуется плавная остановка двигателя, с требуемой скоростью, начиная от любого наперёд заданного значения. Конструктивно они выполняются в виде блоков, устанавливаемых отдельно или в монтажные шкафы, на лицевой панели которых расположены регуляторы и кнопки управления, а также разъём для дистанционного, обычно компьютерного, управления.

Принцип регулирования переменного напряжения с помощью тиристоров *VS* показан на рис. 28.3. В устройстве, называемом системой импульсно-фазового управления (СИФУ), формируется линейный сигнал развёртки $u_l(t)$, синхронизированный с напряжением источника питания $u_s(t) = U_{sm} \sin \omega_1 t$. Линейно возрастающий сигнал $u_l(t)$ сравнивается с сигналом управления u_c и в момент равенства их значений формируется короткий им-

пульс u_{ci}, включающий тиристор *VS1*. Включённый тиристор представляет собой замкнутый ключ, через который нагрузка r_L присоединяется к источнику питания. В цепи тиристора и в нагрузке появляется ток $i_L(t) = u_L(t)/r_L$, который при изменении знака напряжения питания спадёт до нуля. При нулевом токе тиристор выключится и будет находиться в этом состоянии до момента появления следующего импульса включения u_{ci}.

Встречно-параллельным подключением второго тиристора *VS2* и формированием второго сигнала управления, смещенного относительно первого на половину периода, можно регулировать напряжение отрицательной полуволны (на рис. 28.3 показано штриховыми линиями),

Таким образом, регулируя уровень сигнала управления u_c, можно регулировать угол включения тиристоров α, изменяя тем самым длительность интервала подключения нагрузки к источнику λ и действующее значение напряжения U_L в нагрузке

$$0\big|_{\alpha=0} \le U_L = \sqrt{\frac{\omega_1}{2\pi}\int_{\alpha/\omega_1}^{2\pi/\omega_1} u_s(t)dt} = \sqrt{\frac{\omega_1}{2\pi}\int_{\alpha/\omega_1}^{2\pi/\omega_1} U_{sm}^2 \sin^2(\omega_1 t)dt} \le \frac{U_{cm}}{\sqrt{2}}\bigg|_{\alpha=\pi}.$$

Плавным увеличением напряжение при пуске можно полностью исключить механические перегрузки в приводе и снизить ток, потребляемый из сети, до допустимого значения. Устройства плавного пуска широко используются в приводах насосов, вентиляторов, конвейеров, а также в приводах других типов, питаемых от автономных источников соизмеримой мощности или длинных кабельных линий. Они серийно изготавливаются на мощности двигателей от 1 кВт до 30 МВт с рабочими напряжениями от 220 В до 14 кВ.

28.4. Пуск двигателей с фазным ротором

Двигатели с фазным ротором используются значительно реже, чем двигатели с короткозамкнутым ротором. Преимущественно в тех случаях, когда пусковой момент короткозамкнутого двигателя при пониженном напряжении недостаточен для быстрого пуска, а прямой пуск невозможен из-за малой мощности сети.

Пуск двигателей с фазным ротором производится с помощью пускового реостата, включенного в цепь обмотки ротора (рис. 28.4, *а*). Он представляет собой проволочные или литые чугунные элементы. Применяются также жидкостные реостаты, сопротивление которых регулируется глубиной погружения электродов в раствор электролита. Пусковые реостаты рассчитывают на кратковременный режим работы. Переключение элементов (ступеней) реостата осуществляется различной коммутационной аппаратурой вручную или автоматически. Обычно число ступеней не превышает трёх. Сопротивления ступеней реостата выбирают таким образом, чтобы ток ротора оставался приблизительно неизменным, а среднее значение пускового момента оптимальным для заданных условий пуска.

Пуск двигателя начинают при полностью включённом сопротивлении реостата $R = R_1 + R_2 + R_3$, т.е. при разомкнутых контактах ключей $S_1 \ldots S_3$ (рис. 28.4, *а*). Далее по мере разгона поочерёдно замыкают ключи S_1, S_2 и S_3, шунтируя соответствующие элементы реостата и уменьшая тем самым величину его сопротивления. Механические и электромеханические характеристики, соответствующие работе двигателя на разных ступенях реостата показаны на рис. 28.4, *б* и *в*.

Предположим, что сопротивления ступеней пускового реостата и моменты переключения выбраны таким образом, чтобы вращающий момент двигателя при пуске изменялся в пределах от $M_{s\max}$ до $M_{s\min}$. В начале пуска двигатель работает на характеристике *1* и при подключении к сети развивает момент $M_s = M_{s\max}$. Затем скорость вращения начинает расти, а момент уменьшаться. Когда вращающий момент снижается до $M = M_{s\min}$ замыкаются контакты ключа S_1, сопротивление реостата снижается до $R = R_2 + R_3$ и двигатель переходит на характеристику *2*. При этом момент практически скачкообразно увеличивается до $M = M_{s\max}$. После этого процесс повторяется при работе на второй и третьей характеристиках, когда, наконец, при $M = M_{s\min}$ замыкаются контакты ключа S_3 и обмотка ротора замыкается накоротко.

Ступенчатый реостатный пуск асинхронного двигателя с фазным ротором

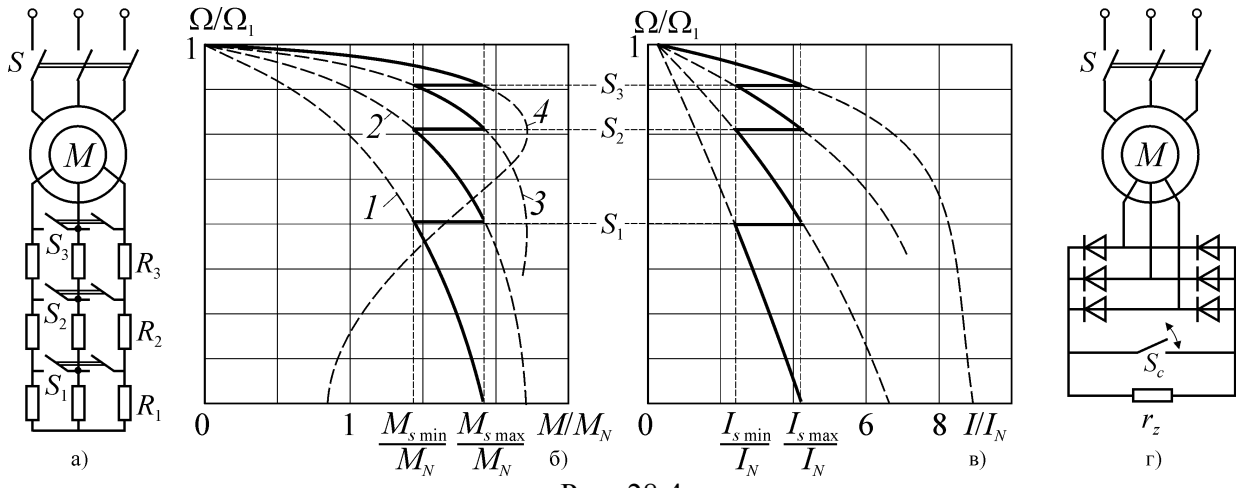


Рис. 28.4

можно сделать плавным, если использовать широтно-импульсный регулятор сопротивления, показанный на рис. 28.4, *г*. Здесь добавочное сопротивление r_z включено в цепь обмотки ротора через диодный мост и шунтировано полупроводниковым ключом S_c, замыкающимся и размыкающимся с постоянной частотой коммутации $f_c = \text{const} \gg f_1$, значительно превышающей частоту сети. Пусть длительность замкнутого состояния ключа равна t. При замкнутом клю-

че добавочное сопротивление в цепи ротора $R=0$, а при разомкнутом $R=r_z$. Значит среднее значение сопротивления за период коммутации $T_c=1/f_c$

$$\widetilde{R}=\frac{1}{T_c}\int_0^{T_c}Rdt=\frac{1}{T_c}\left(\int_0^{t}Rdt+\int_t^{T_c}Rdt\right)=\frac{1}{T_c}\int_t^{T_c}r_z dt=r_z\frac{T_c-t}{T_c}=r_z(1-\gamma),$$

где $\gamma=t/T_c$ – относительная продолжительность замкнутого состояния ключа S_c.

Таким образом, изменением γ_c можно плавно регулировать величину добавочного сопротивления в пределах $0\big|_{\gamma=1}\le R\le r_z\big|_{\gamma=0}$.

Все рассмотренные выше способы пуска асинхронных двигателей можно реализовать в ручном и в автоматическом режиме. Выбор того или иного способа управления пуском зависит от условий, в которых эксплуатируется двигатель.

Глава 29. Регулирование скорости вращения трёхфазных двигателей

В современных электроустановках для оптимизации технологических процессов очень часто требуется регулирование скорости вращения. Качество регулирования в первую очередь оценивается: 1) диапазоном; 2) плавностью и 3) коэффициентом полезного действия регулирования. До недавнего времени из-за отсутствия дешёвых и надёжных регуляторов высокое качество регулирования получить не удавалось и только в последние два-три десятилетия ситуация изменилась коренным образом. Сейчас асинхронные двигатели в комплексе с полупроводниковыми преобразователями используются даже в приводах следящих систем, вытесняя из этой области доминировавшие в ней в течение многих десятилетий двигатели постоянного тока.

29.1. Регулирование уменьшением подводимого напряжения

При уменьшении подводимого напряжения опрокидывающий момент уменьшается пропорционально U_1^2. Если момент нагрузки M_c остаётся при этом постоянным, то скорость вращения уменьшается, а скольжение возрастает (рис. 29.1, *б*). Очевидно, что регулирование возможно в пределах скольжений $0<s<s_m$ и для получения сколько-нибудь существенного диапазона необходимо использовать короткозамкнутые двигатели с повышенным сопротивлением ротора или двигатели с фазным ротором и дополнительным сопротивлением в его цепи. Это приводит к существенному увеличению мощности скольжения и, следовательно, потерь энергии в обмотках ротора и статора.

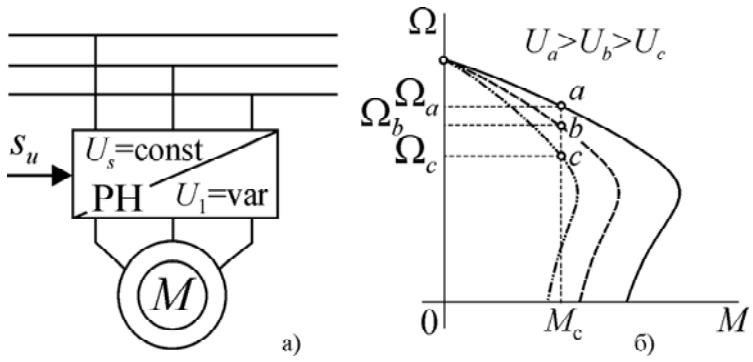


Рис. 29.1

Плавное регулирование подводимого напряжения

возможно с помощью автотрансформатора, реакторов с подмагничиванием постоянным током или импульсных тиристорных регуляторов. При использовании реакторов или тиристорных регуляторов возможно создание замкнутой системы автоматического регулирования скорости вращения. В этом случае диапазон регулирования можно расширить до скольжений $s > s_m$. Однако при этом мощность скольжения возрастает до таких величин, при которых длительная работа двигателя принципиально невозможна.

Следует заметить, что с уменьшением напряжения быстро снижается перегрузочная способность двигателя и жёсткость механической характеристики, что ограничивает возможность использования этого способа регулирования.

Кроме того, величина диапазона регулирования зависит от нагрузки и при снижении нагрузочного момента стремится к нулю. Таким образом, расширение диапазона регулирования и обеспечение достаточной перегрузочной способности являются взаимно исключающими требованиями.

Малый и неопределённый диапазон изменения скорости вращения, низкая перегрузочная способность, а также низкий КПД, связанный с тем, что уменьшение скорости происходит за счёт увеличения потерь в роторе, являются причинами того, что этот способ регулирования в современных электроустановках практически не применяется.

29.2. Регулирование изменением сопротивления в цепи ротора

Этот способ регулирование скорости вращения применяется в двигателях с фазным ротором. Плавное изменение величины добавочного сопротивления возможно как вручную с помощью регулировочных реостатов (рис. 29.2, *а*), так и в автоматическом режиме с помощью широтно-импульсного регулятора (рис. 28.4, *г*).

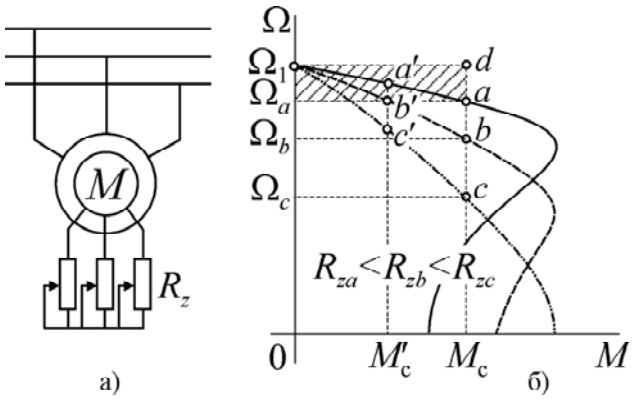


Рис. 29.2

На рис. 29.2, *б* показаны механические характеристики, соответствующие нескольким значениям добавочного сопротивления R_z. Здесь, также как в случае изменения напряжения питания, диапазон регулирования зависит от величины нагрузки и уменьшается по мере её снижения вплоть до нуля. Однако перегрузочная способность двигателя не зависит от величины добавочного сопротивления, т.к. опрокидывающий момент сохраняет своё значение.

Коэффициент полезного действия с увеличением сопротивления R_z уменьшается из-за увеличения мощности скольжения. Но здесь, в отличие от предыдущего способа регулирования, величина потерь в обмотках статора и ротора остаётся практически постоянной, а увеличивается энергия, рассеиваемая на внешнем дополнительном сопротивлении.

Для рассмотрения этого вопроса заменим рабочий участок характеристики $I'_2 = f(s)$ касательной в точке холостого хода. Такая замена вполне допустима, т.к. в этой области характеристика имеет малую кривизну.

В соответствии с (25.1) производная $\partial I'_2 / \partial s$ в точке холостого хода при условии $c_1 \approx 1$ равна U_1 / r'_2. Тогда величина приведённого тока ротора, например, в точках *a* и *b* на рис. 29.2, *б*

$$I'_{2a} = \frac{U_1}{r'_{2a}} s_a;\ I'_{2b} = \frac{U_1}{r'_{2b}} s_b, \qquad (29.1)$$

а вращающего момента

$$M_a = \frac{z_p}{\omega_1} m_1 I'^2_{2a} \frac{r'_{2a}}{s_a} = M_b = \frac{z_p}{\omega_1} m_1 I'^2_{2b} \frac{r'_{2b}}{s_b} \Rightarrow I'^2_{2a} \frac{r'_{2a}}{s_a} = I'^2_{2b} \frac{r'_{2b}}{s_b}.$$

Подставляя сюда выражения для токов (29.1), получим

$$\frac{U_1^2 s_a^2}{r'^2_{2a}} \frac{r'_{2a}}{s_a} = \frac{U_1^2 s_b^2}{r'^2_{2b}} \frac{r'_{2b}}{s_b} \Rightarrow \frac{s_a}{r'_{2a}} = \frac{s_b}{r'_{2b}}. \qquad (29.2)$$

Из сравнения (29.1) и (29.2) следует, что величина тока в обмотке ротора не зависит от скольжения, если момент на валу двигателя $M_c = \text{const}$. Значит, в этом случае и потери в обмотке не зависят от скольжения, т.е. от величины добавочного сопротивления.

Геометрически мощность скольжения пропорциональна площади прямоугольника, диагональными вершинами которого являются точка холостого хода и рабочая точка. Например, при работе двигателя в точке *c* потери мощности в цепи ротора пропорциональны площади прямоугольника $\Omega_1 dc \Omega_c$. Если предположить, что точка *a* соответствует естественной механической характеристике, т.е. $R_{za} = 0$, то потери энергии в роторе двигателя будут пропорциональны площади заштрихованного прямоугольника $\Omega_1 da \Omega_a$. Значит при работе в точке *c* мощность, рассеиваемая на внешнем резисторе R_{zc}, пропорциональна площади прямоугольника $\Omega_a ac \Omega_c$. Учитывая соотношения (29.2), можно сделать заключение, что размер отрезка *ac* пропорционален величине добавочного сопротивления в цепи ротора R_{zc}.

С точки зрения тепловой нагрузки на двигатель этот способ регулирования скорости вращения значительно лучше регулирования понижением напряжения питания, однако, за счёт потерь в регулировочном реостате, его энергетические характеристики при глубоком регулировании в целом очень низкие.

29.3. Регулирование изменением числа пар полюсов магнитного поля

Угловая скорость вращения магнитного поля асинхронного двигателя обратно пропорциональна числу пар полюсов, поэтому изменяя это число можно дискретно регулировать скорость вращения. Обмотка ротора двигателя с переменным числом полюсов должна быть типа беличьей клетки, т.к. в этом случае число полюсов её магнитного поля автоматически изменяется при изменении числа полюсов обмотки статора.

Число пар полюсов можно изменять, если в пазах разместить несколько обмоток с различными полюсными делениями, и в зависимости от требуемой скорости вращения подключать к сети ту или иную обмотку. Однако у таких двигателей при прочих равных условиях мощность значительно снижена, т.к. в пазах располагается несколько обмоток, из-за чего сечение провода необходимо уменьшать. Наиболее распространённым способом изменения числа пар полюсов является изменение схемы соединения отдельных частей обмотки статора, которое осуществляется соответствующей коммутационной аппаратурой. Эта аппаратура существенно усложняется, если с помощью одной обмотки реализуется больше двух скоростей вращения. В этом случае используют оба способа, т.е. в пазах размещают две обмотки, у одной из которых или у обеих осуществляют переключение схемы соединения.

Двигатели с переменным числом пар полюсов называются многоскоростными. Они бывают двух, трёх и четырёхскоростными. Две скорости вращения реализуются переключением соединения одной обмотки. Трёх и четырёх скоростные двигатели обычно имеют две независимые статорные обмотки. У трёхскоростных двигателей число пар полюсов одной из обмоток переключается в отношении 2:1, а у четырёхскоростных такое переключение реализуется в обеих обмотках. Например, для получения синхронных скоростей вращения 1500/1000/750/500 об/мин используют две обмотки. Одна из них формирует поля с $z_p = 2$ и $z_p = 4$, а вторая – с $z_p = 3$ и $z_p = 6$.

Каждая фаза обмотки с переключением числа пар полюсов в отношении 2:1 состоит из двух одинаковых частей. Их можно соединить так, как это показано на рис. 29.3. Если обе половины обмотки обтекаются токами в одном направлении, то формируется поле с числом полюсов вдвое бóльшим, чем, если токи протекают по полуобмоткам в противоположных направлениях. Поэтому при включении полуобмоток последовательно согласно и соединении фазных обмоток звездой (*Y*) или треугольником (Δ) скорость холостого хода вдвое меньше, чем при включении полуобмоток встречно параллельно и соединении в двойную звезду (*YY*).

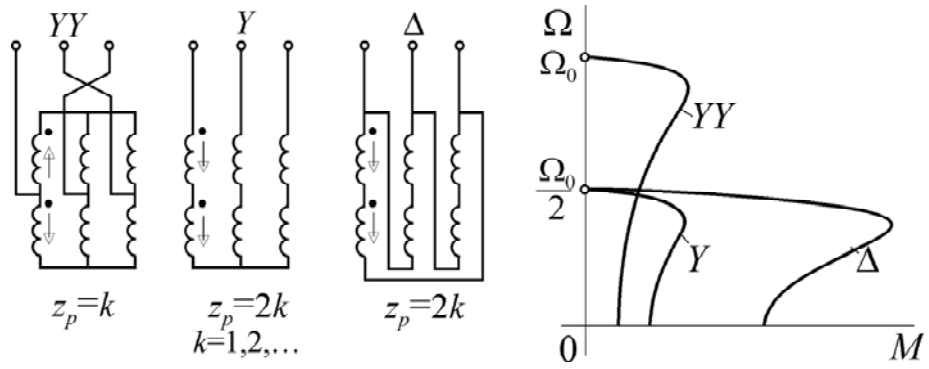


Рис. 29.3

Комбинируя различные способы включения полуобмоток (согласно или встречно) и соединения обмоток между собой (звезда или треугольник) можно при переключении получить механические характеристики с приблизительно постоянным опрокидывающим моментом и располагаемой мощностью, изменяющейся пропорционально скорости вращения, например, при переключении *YY*/*Y* (рис. 29.3). Такой вид пере-

ключения называется переключением с постоянным моментом. Можно также получить характеристики с опрокидывающим моментом, изменяющимся обратно пропорционально скорости вращения, и постоянной располагаемой мощностью, например, при переключении *YY*/Δ (рис. 29.3). Этот вид переключения называется соответственно переключением с постоянной мощностью.

Многоскоростные двигатели используют в станкостроении, подъёмно-транспортном оборудовании, для приводов вентиляторов, насосов и в ряде других случаев.

Основными недостатками этого способа являются ограниченный диапазон и дискретный характер регулирования, тем не менее, во многих случаях он является оптимальным и достаточно широко используется в асинхронном электроприводе.

29.4. Регулирование изменением частоты питания

Наиболее совершенным способом регулирования скорости вращения асинхронных двигателей является частотное регулирование, т.е. изменением частоты питания. Оно осуществляется с помощью импульсных полупроводниковых преобразователей частоты. Такие преобразователи имеют два независимых канала управления выходной частотой преобразователя и амплитудой выходного напряжения. На рис. 29.4, *а* эти каналы обозначены сигналами s_f и s_u соответственно. Частота f_1 и напряжение U_1 на выходе преобразователя линейно связаны с сигналами управления

$$f_1 \sim s_f;\ U_1 \sim s_u .$$

Максимальный вращающий момент двигателя

$$M_{\max} = \frac{z_p m_1 U_1^2}{2\omega_1 c_1 \left[r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(x_{s1} + c_1 x'_{s2} \right)^2} \right]} \approx \frac{z_p m_1 U_1^2}{2\omega_1 c_1 \left(x_{s1} + c_1 x'_{s2} \right)} = \\ = \frac{z_p m_1 U_1^2}{2\omega_1^2 c_1 \left(L_{s1} + c_1 L'_{s2} \right)} = C_M \left(\frac{U_1}{f_1} \right)^2 . \quad (29.3)$$

где $C_M = \dfrac{z_p m_1}{8\pi^2 c_1 \left(L_{s1} + c_1 L'_{s2} \right)} = \text{const}$

Следовательно, соотношение между максимальными моментами при различных частотах и напряжениях

$$\frac{M_{\max 1}}{M_{\max 2}} = \left(\frac{U_{11} f_{12}}{f_{11} U_{12}} \right)^2 \Rightarrow \frac{U_{12}}{U_{11}} = \frac{f_{12}}{f_{11}} \sqrt{\frac{M_{\max 2}}{M_{\max 1}}} . \quad (29.4)$$

Эта связь между частотой, напряжением и вращающим моментом обеспечивает работу двигателя в режиме близком к номинальному и называется законом частотного управления М.П. Костенко. Поэтому каналы управления преобразователем частоты s_f и s_u должны быть связаны между собой некоторой функциональной зависимостью $U_1 = f(f_1)$ (рис. 29.4, *а*).

Если при регулировании необходимо сохранять перегрузочную способность, то для некоторых видов нагрузки выражение (29.4) можно упростить. Например, при работе двигателя на нагрузку с постоянным моментом $M_c = \text{const}$ опрокидывающий момент должен оставаться постоянным. Тогда

$$\frac{U_{12}}{U_{11}} = \frac{f_{12}}{f_{11}}\sqrt{1} \;\Rightarrow\; \frac{U_{11}}{f_{11}} = \frac{U_{12}}{f_{12}} \;\Rightarrow\; \frac{U_1}{f_1} = \text{const}. \qquad (29.5)$$

Зависимость (29.5) является наиболее часто применяемым частным случаем закона М.П. Костенко. Однако выражения (29.4) и (29.5) получены из приближённого выражения (29.3), где $r_1 = 0$. В реальных двигателях $r_1 > 0$ поэтому

$$M_{\max} = \frac{z_p m_1 U_1^2}{2\omega_1^2 c_1\left[\frac{r_1}{\omega_1} + \sqrt{\left(\frac{r_1}{\omega_1}\right)^2 + \left(L_{s1} + c_1 L'_{s2}\right)^2}\right]} =$$

$$= C'_M\left(\frac{U_1}{f_1}\right)^2 \frac{1}{\left[\frac{r_1}{f_1} + \sqrt{\left(\frac{r_1}{f_1}\right)^2 + 2\pi\left(L_{s1} + c_1 L'_{s2}\right)^2}\right]} \xrightarrow{f_1 \to 0} 0,$$

т.е. при управлении по закону $U_1 / f_1 = \text{const}$ по мере уменьшения частоты питания f_1 величина опрокидывающего момента уменьшается и тем быстрее, чем больше r_1. Это явление связано с уменьшением основного магнитного потока в двигателе, вызванного падением напряжения на активном сопротивлении обмотки статора

$$\underline{E}_1 = \underline{U}_1 - r_1\underline{I}_1 - jx_{s1}\underline{I}_1 = -j\omega_1 w_{1ef}\underline{\Phi}_{0m}/\sqrt{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\Phi}_{0m} = -j\frac{1}{\sqrt{2}\pi w_{1ef}}\left(\frac{\underline{U}_1}{f_1} - \frac{r_1}{f_1}\underline{I}_1 - 2\pi L_{s1}\underline{I}_1\right).$$

Следовательно, при работе на нагрузку с $M_c = \text{const}$ перегрузочная способность двигателя $M_{\max} - M_c$ при снижении частоты будет уменьшаться. Сохранить её можно только в том случае, если момент нагрузки M_c также будет уменьшаться при снижении скорости вращения, например, по закону $M_c = C\Omega^2$, называемому вентиляторной нагрузкой, т.к. такая зависимость характерна для насосов и вентиляторов различных типов.

Для сохранения магнитного потока и опрокидывающего момента при регулировании по закону $U_1 / f_1 = \text{const}$ напряжение питания U_1 нужно снижать в меньшей степени, чем частоту f_1. Если напряжение на выходе преобразователя частоты будет равно

$$\underline{U}' = \underline{U}_1 + r_1 \underline{I}_1,$$

то при $U_1 / f_1 = \text{const}$ магнитный поток

$$\underline{\Phi}_{0m} = -j \frac{1}{\sqrt{2}\pi w_{1ef}} \left(\frac{\underline{U}'}{f_1} - \frac{r_1}{f_1} \underline{I}_1 - 2\pi L_{s1} \underline{I}_1 \right) = -j \frac{1}{\sqrt{2}\pi w_{1ef}} \left(\frac{\underline{U}_1}{f_1} - 2\pi L_{s1} \underline{I}_1 \right)$$

будет уменьшаться в зависимости от нагрузки двигателя, т.е. от величины I_1, но независимо от частоты питания, а максимальный момент

$$M_{\max} = \frac{z_p m_1 U_1^2}{2\omega_1^2 c_1 \left(L_{s1} + c_1 L'_{s2} \right)} = C_M \left(\frac{U_1}{f_1} \right)^2 = \text{const}$$

и разность между скоростью холостого хода Ω_1 и скоростью в точке опрокидывания Ω_m

$$\Omega_1 - \Omega_m = s_m \Omega_1 = \frac{2\pi f_1}{z_p} \frac{c_1 r'_2}{x_{s1} + c_1 x'_{s2}} = \frac{2\pi f_1}{z_p} \frac{c_1 r'_2}{2\pi f_1 \left(L_{s1} + c_1 L'_{s2} \right)} = \text{const}$$

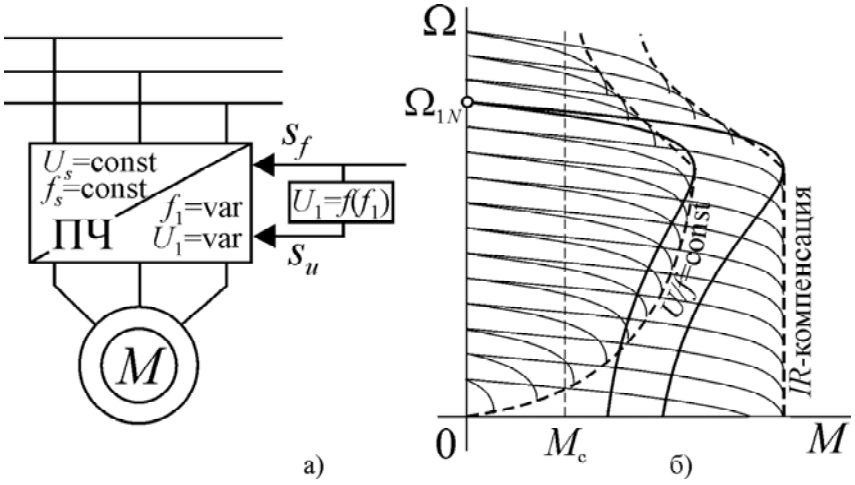


Рис. 29.4

будут оставаться постоянными. В результате механические характеристики будут эквидистантными кривыми, непрерывно заполняющими всю плоскость ниже естественной характеристики (рис. 29 *б*). Такой способ регулирования называется *IR*-компенсацией, т.к. падение напряжения $r_1 \underline{I}_1$ компенсируется равной ему вольтодобавкой.

Если двигатель и нагрузка допускают увеличение скорости вращения выше номинальной, то частоту на выходе преобразователя можно увеличить $f_1 > f_{1N}$. Однако пропорционально увеличивать напряжение питания обычно недопустимо, т.к. при этом мощности двигателя и преобразователя будут превосходить номинальные значения.

Поэтому регулирование в этой области частот осуществляется при $U_1 = U_{1N} = \text{const}$. Тогда опрокидывающий момент будет уменьшаться по закону

$$M_{\max} = C_M U_{1N}^2 \left(\frac{1}{f_1} \right)^2 = \text{var},$$

а располагаемая мощность

$$P_{\max} = M_{\max}\Omega_1 = C_M U_{1N}^2 \left(\frac{1}{f_1}\right)^2 \frac{2\pi f_1}{z_p} = C_M U_{1N}^2 \frac{2\pi}{z_p}\left(\frac{1}{f_1}\right) = \text{var}\,.$$

Таким образом, если в области скоростей вращения выше номинальной требуется сохранить перегрузочную способность двигателя, то момент нагрузки должен уменьшаться обратно пропорционально квадрату частоты. Если же в области частот $f_1 > f_{1N}$ двигатель и преобразователь допускают форсирование напряжения по закону $U_1 = k\sqrt{f_1}$, то

$$M_{\max} = C_M k^2 \left(\sqrt{f_1}\right)^2 \left(\frac{1}{f_1}\right)^2 = C_M k^2 \left(\frac{1}{f_1}\right) \Rightarrow P_{\max} = C_M k^2 \left(\frac{1}{f_1}\right)\frac{2\pi f_1}{z_p} = \text{const}\,,$$

т.е. в этом случае максимальный момент уменьшается обратно пропорционально увеличению частоты, а располагаемая мощность остаётся постоянной.

Режим регулирования с постоянной мощностью $P_{\max} = \text{const}$ можно использовать также при частотах $f_1 < f_{1N}$, если использовать закон $U_1^2 / f_1 = \text{const}$.

Развитие силовой электроники и вычислительной техники в последние десятилетия привело к тому, что частотное регулирование скорости вращения асинхронных двигателей является в настоящее время, по существу, техническим стандартом. Стоимость и массогабаритные показатели современных преобразователей частоты ниже или соизмеримы со стоимостью и массогабаритными показателями асинхронных двигателей. Поэтому регулируемый асинхронный привод находит всё более широкое применение во всех областях техники.

Глава 30. Особые режимы работы трёхфазных двигателей

Источники питания асинхронных двигателей в силу разных причин могут искажать симметрию напряжений или создавать высшие гармоники напряжения. Последнее характерно для импульсных источников питания, широко распространённых в настоящее время. В этих условиях работа асинхронных двигателей усложняется.

30.1. Асинхронный двигатель при несимметричном напряжении питания.

Асимметрия напряжения питания возникает при неравномерной нагрузке фаз сети, а также при целенаправленном создании асимметрии для регулирования скорости вращения или момента двигателя.

Пренебрегая насыщением магнитной цепи двигателя и пользуясь методом наложения работу двигателя при несимметричном питании можно исследовать, пользуясь методом симметричных составляющих.

Несимметричную систему трёхфазных напряжений можно разложить на три симметричные системы с прямым, обратным и нулевым порядком чередования фаз. Составляющая нулевой последовательности в токах обмоток асинхронных двигателей обычно отсутствует, т.к. они питаются от трёхпроводных

сетей. Поэтому достаточно ограничится рассмотрением симметричных составляющих с прямым и обратным порядком чередования фаз.

Обе составляющие создают в двигателе круговые магнитные поля, вращающиеся в противоположных направлениях. Если скольжение ротора по отношению к полю прямой последовательности равно $s_+ = s = (\Omega_1 - \Omega)/\Omega_1$, то по отношению к полю обратной последовательности скольжение равно

$$s_- = (-\Omega_1 - \Omega)/-\Omega_1 = (\Omega_1 + \Omega)/\Omega_1 = [\Omega_1 + (1-s)\Omega_1]/\Omega_1 = 2 - s\,. \quad (30.1)$$

Магнитное поле прямой последовательности наводит в обмотке ротора ЭДС и токи с частотой $f_{2+} = sf_1$, а поле обратной последовательности – с частотой $f_{2-} = (2-s)f_1$.

Ток ротора прямой последовательности I_{2+}, взаимодействуя с магнитным полем прямой последовательности, создаёт вращающий момент M_+, действующий в положительном направлении. Ток ротора обратной последовательности I_{2-} создаёт вращающий момент M_-, действующий в отрицательном направлении. Оба момента действуют на вал двигателя и результирующий момент равен их алгебраической сумме $M = M_+ + M_-$.

Физическую модель двигателя с несимметричным питанием можно представить в виде двух соединённых общим валом симметричных двигателей с симметричными регулируемыми напряжениями питания U_{1+} и U_{1-} (рис. 30.1, *а*).

Согласно (24.5) уравнения механических характеристик для моментов прямой и обратной последовательностей будут определяться как

$$M_+ = \frac{z_p m_1 U_{1+}^2 r'_{2+}}{s\omega_1\left[\left(r_1 + c_1 r'_{2+}/s\right)^2 + \left(x_{s1} + c_1 x'_{s2+}\right)^2\right]}; \quad (30.2)$$

$$M_- = \frac{z_p m_1 U_{1-}^2 r'_{2-}}{(2-s)\omega_1\left\{\left[r_1 + c_1 r'_{2-}/(2-s)\right]^2 + \left(x_{s1} + c_1 x'_{s2-}\right)^2\right\}}. \quad (30.3)$$

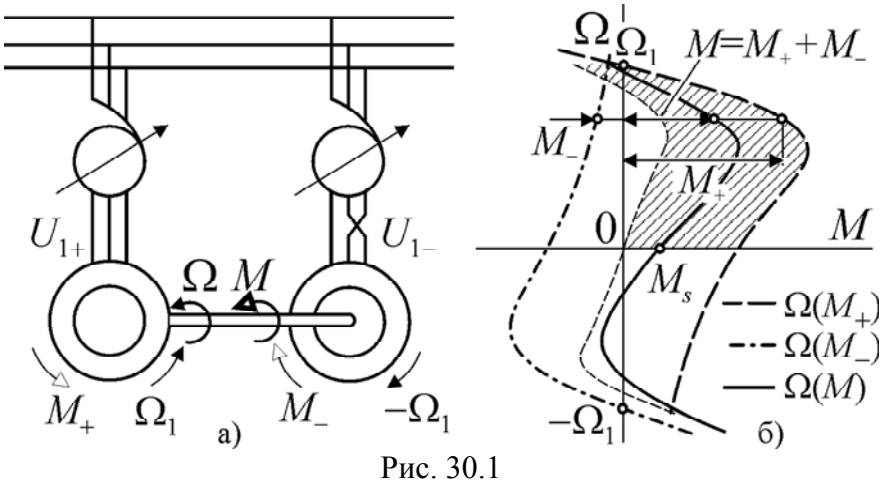


Рис. 30.1

Следует заметить, что сопротивления цепи ротора для токов прямой и обратной последовательностей различны, т.к. различна их частота. При обычных значениях скольжения $s \ll 1$ и $f_{2+} \ll f_{2-} \approx 2f_1$. Поэтому эффект вытеснения тока в стержнях ротора сильно проявляется

даже в этих условиях и приводит к тому, что $r'_{2-} \gg r'_{2+}$; $x'_{2-} \ll x'_{2+}$ *.

Механическая характеристика асинхронного двигателя при несимметричном питании $\Omega = f(M)$ показана на рис. 30.1, *б*. Она является суммой абсцисс точек механических характеристик моментов прямой $\Omega = f(M_+)$ и обратной $\Omega = f(M_-)$ последовательностей. Из этого рисунка следует, что в результате влияния обратной последовательности снижаются максимальный и пусковой моменты двигателя и увеличивается скольжение при неизменном нагрузочном моменте.

Если напряжение прямой последовательности сохранять постоянным $U_{1+} = \text{const}$ и регулировать напряжение обратной последовательности в пределах $0 \le U_{1-} \le U_{1+}$, то характер магнитного поля в двигателе будет меняться от кругового до пульсирующего. При этом результирующие механические характеристики непрерывно заполнят весь заштрихованный на рис. 30.1, *б* сектор, границами которого являются характеристики двигателя при круговом и пульсирующем магнитном поле.

В предельном случае асимметрии, когда $U_{1-} = U_{1+}$ и магнитное поле пульсирующее, механическая характеристика симметрична относительно начала координат. Двигатель не имеет пускового момента и, будучи приведён в движение внешней силой, может вращаться в любом направлении. Очевидно, что в этом случае у асинхронной машины отсутствует режим электромагнитного тормоза.

Если $0 < U_{1-} < U_{1+}$ магнитное поле в двигателе эллиптическое, и он развивает пусковой момент $M_s > 0$, который может быть достаточным для пуска, если момент нагрузки $M_c < M_s$.

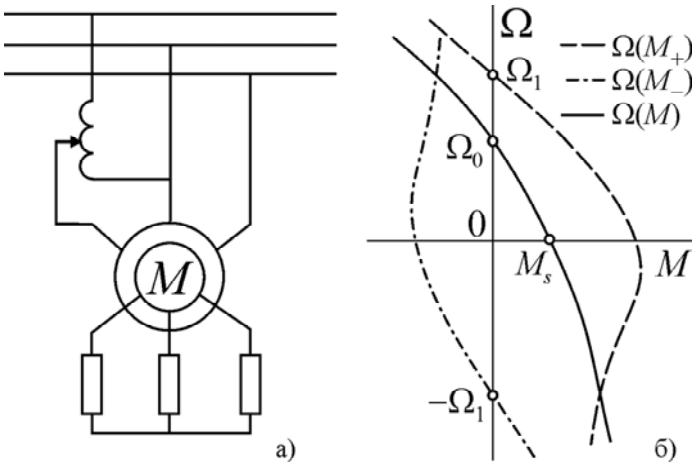


Рис. 30.2

Влияние асимметрии питания на механическую характеристику в общих чертах сходно с влиянием на неё симметричного понижения напряжения. Это позволяет путём создания асимметрии регулировать скорость вращения и/или момент двигателя. Однако у двигателей с критическим скольжением $s_m \ll 1$ диапазон регулирования будет небольшим. Если же включением добавочных сопротивлений в

* см. раздел 15.3

цепь ротора (рис. 30.2, *а*) увеличить критическое скольжение так, чтобы $s_m > 1$, то диапазон регулирования составит $0 \le s \le 1$, и все механические характеристики в этом диапазоне будут монотонными и устойчивыми (рис. 30.2, *б*).

Пример устройства регулирования скорости вращения асинхронного двигателя с фазным ротором с помощью автотрансформатора показан на рис. 30.2, *б*. Очевидно, что такое устройство является предельно простым решением. Однако оно обладает очень низким КПД, т.к. регулирование осуществляется за счёт создания в двигателе внутреннего тормозного момента M_-. Кроме того, за счёт токов обратной последовательности увеличиваются электрические потери в обмотках. Увеличиваются также потери в сердечнике ротора, который при малых скольжениях перемагничивается почти с двойной частотой.

Необходимо заметить, что при асимметричном питании кроме моментов M_+ и M_-, создаваемых в результате взаимодействия токов ротора и магнитных полей одинаковых последовательностей, существует также взаимодействие токов прямой последовательности с магнитным полем обратной последовательности и токов обратной последовательности с полем прямой последовательности. В результате возникают добавочные моменты, пульсирующие с двойной частотой. Они практически не оказывают влияния на движение ротора, однако создают вибрационные радиальные силы, неблагоприятно действующие на конструктивные элементы двигателя и трансмиссии.

Таким образом, асимметрия напряжения питания ухудшает энергетические показатели двигателя и как способ регулирования может применяться только для двигателей малой мощности.

30.2. Асинхронный двигатель при несинусоидальном напряжении питания.

Если напряжение источника питания содержит высшие гармоники, то, пренебрегая насыщением магнитопровода двигателя, влияние каждой из них можно исследовать отдельно.

Чаще всего несинусоидальное напряжение питания имеет форму, симметричную относительно оси абсцисс, и при разложении в ряд Фурье будет содержать только нечётные гармоники. Физическая модель двигателя в этом случае представляет собой ряд двигателей, соединённых общим валом и питаемых от источников с разными напряжениями $U_1, U_3, \ldots U_\nu, \ldots$ и частотами $f_1, f_3, \ldots f_\nu, \ldots$.

Гармоникам напряжения соответствуют гармоники тока $I_1, I_3, \ldots I_\nu, \ldots$, каждая из которых создаёт основную и высшие пространственные гармоники МДС. Если пренебречь этими высшими гармониками МДС, ограничившись рассмотрением только основных гармоник, то гармоники порядка $\nu = 6k \pm 1$, где $k = 1, 2, \ldots$, создадут круговые магнитные поля, вращающиеся с угловой скоростью $\Omega_\nu = \nu\Omega_1$. Гармоники, которым соответствует положительный знак в выражении для её номера, образуют поля, вращающиеся в направлении враще-

ния поля первой гармоники, а те, которым соответствует отрицательный знак, – обратно вращающиеся поля.

Токи гармоник кратных трём образуют симметричную систему нулевой последовательности и, при соединении обмотки статора звездой без нулевого провода, будут отсутствовать в спектре. В случае соединения обмотки треугольником эти токи будут протекать в её внутреннем контуре, вызывая электрические потери, но, не создавая при этом вращающих моментов.

Каждый из двигателей физической модели можно представить схемой замещения, отличающейся от схемы замещения первой гармоники только параметрами. Без учета эффекта вытеснения можно считать, что

$$r_{1\nu} = r_1;\ r'_{2\nu} = r'_2;\ x_{1\nu} = \nu x_1;\ x'_{2\nu} = \nu x'_2;\ r_{m\nu} \approx 0;\ x_{m\nu} = \nu x_m .$$

Если ротор двигателя вращается со скоростью $\Omega = (1-s)\Omega_1$, то скольжение относительно магнитного поля ν-й гармоники будет равно

$$s_\nu = \frac{\nu\Omega_1 \mp (1-s)\Omega_1}{\nu\Omega_1} = 1 \mp \frac{1}{\nu}(1-s) \approx 1 \mp \frac{1}{\nu},$$

где знак противоположен знаку в выражении $\nu = 6k \pm 1$. В номинальном режиме для определения скольжения s_ν можно использовать приближённое выражение, т.к. $0 < s < 0{,}015\ldots0{,}05 \Rightarrow 1 - s \approx 1$.

Высшие гармоники тока ротора, взаимодействуя с магнитными полями, образованными гармониками того же порядка, создают вращающие моменты, действующие согласно или встречно по отношению к моменту первой гармоники. Однако величины магнитных потоков полей высших гармоник обратно пропорциональны квадратам их порядков, и вращающий момент самой большой пятой гармоники в двадцать пять раз меньше момента основной гармоники. Поэтому влияние высших гармоник на механическую характеристику двигателя пренебрежимо мало.

Помимо взаимодействия с магнитными полями собственного порядка высшие гармоники тока ротора взаимодействуют с полями, образованными другими гармониками. В результате возникают пульсирующие вибрационные осевые силы, но их амплитуды и влияние на работу двигателя также незначительно.

Если не учитывать влияние намагничивающего контура, то коэффициент мощности для ν-й гармоники

$$\cos\varphi_{1\nu} = \frac{r_1 + \dfrac{\nu r'_2}{\nu \mp 1}}{\sqrt{\left(r_1 + \dfrac{\nu r'_2}{\nu \mp 1}\right)^2 + \nu^2\left(x_{s1} + x'_{s2}\right)^2}}.$$

Из этого выражения следует, что токи высших гармоник практически чисто индуктивные. Поэтому влияние высших гармоник напряжений эквивалентно некоторому увеличению индуктивных сопротивлений рассеяния, что ведёт к уменьшению $\cos\varphi_1$, КПД и $M_{\max}$. Впрочем, даже при сильном искажении кри-

вой напряжения влияние это, например, на коэффициент мощности, незначительно и приводит к снижению $\cos\varphi_1$ примерно на 2…2,5% по сравнению с синусоидальным напряжением.

Существенно сильнее проявляется влияние искажения напряжения на КПД двигателя. В его обмотках протекают токи всех гармоник. Причём величина скольжения для них находится в пределах

$$s_7 = 0{,}857 < s_v < s_5 = 1{,}2,$$

т.е. двигатель по отношению к высшим гармоникам работает в режиме, близком к короткому замыканию. Поэтому высшие гармоники тока заметно повышают электрические потери, которые могут увеличиваться на 10…25%. В этом случае для сохранения нормального теплового режима приходится уменьшать мощность нагрузки на валу.

Глава 31. Однофазные асинхронные двигатели

Для нормальной работы машин переменного тока требуется многофазный источник питания. Однако у многих потребителей такого источника нет или его создание нецелесообразно по различным причинам. Тогда возникает необходимость питания машины переменного тока от однофазной сети. Асинхронные двигатели, рассчитанные на такой режим работы, называются однофазными.

Однофазные двигатели используют в простейших приводах малой мощности, к которым не предъявляют высоких требований, поэтому обмотка ротора у них всегда короткозамкнутая типа беличьей клетки.

31.1. Однофазные двигатели с двумя обмотками

Однофазная обмотка статора создаёт в машине только неподвижное пульсирующее магнитное поле, которое можно представить в виде двух одинаковых круговых полей, вращающихся в противоположных направлениях. В этом случае, как было показано в разделе 30.1, двигатель не развивает пускового момента и не может самостоятельно запуститься. Поэтому в однофазном двигателе обязательно должна быть вторая обмотка, подключаемая на время пуска. С её помощью формируется в общем случае эллиптическое магнитное поле и создаётся пусковой момент. Такая обмотка двигателя называется пусковой, а обмотка, постоянно подключённая к сети – рабочей обмоткой. Пусковая обмотка обычно имеет меньшую фазную зону и рассчитывается на бóльшую плотность тока, т.к. она работает кратковременно.

Известно, что в машине переменного тока с двумя обмотками круговое магнитное поле с максимальной величиной индукции можно получить при условии смещения осей обмоток на $90°^{(el)}$. Кроме того, МДС этих обмоток должны быть равны и смещены по фазе на 90°.

В соответствии с этими условиями пусковую обмотку в однофазном двигателе смещают в пространстве по отношению к рабочей обмотке на $90°^{(el)}$, а сдвиг тока в ней создают последовательным включением фазосдвигающих элементов, в качестве которых используют резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности (дроссели).

Схема замещения фазы асинхронного двигателя содержит только активные и индуктивные элементы. Значит, при любых режимах работы реактивная составляющая тока имеет индуктивный характер. При подключении двух таких электрических цепей к одному источнику питания принципиально невозможно обеспечить фазовый сдвиг в 90° между токами в этих цепях любым включением резистора или дросселя. Следовательно, с помощью этих элементов невозможно создать в двигателе круговое магнитное поле.

Необходимый фазовый сдвиг между токами двух обмоток можно создать только включением в цепь одной из них конденсатора (обычно это пусковая обмотка). Причём при условии, что комплексные сопротивления обеих обмоток $\underline{Z}_w = \text{const}$ и $\underline{Z}_{st} = \text{const}$ Но при изменении скольжения $\arg\left(\underline{Z}_w\right) = f(s) = \text{var}$ и $\arg\left(\underline{Z}_{st}\right) = f(s) = \text{var}$. Значит, с помощью конденсатора можно создать фазовый сдвиг в 90° только для какого-либо одного значения s.

При изменении скольжения изменяются не только аргументы комплексных сопротивлений обмоток, но и их модули $\left|\underline{Z}_w\right| = f(s) = \text{var}$ и $\left|\underline{Z}_{st}\right| = f(s) = \text{var}$. Следовательно, изменяются и модули МДС обмоток

$$F_w = w_{wef} U_s / \left|\underline{Z}_w(s)\right| = \text{var};\ F_{st} = w_{st\,ef} U_s / \left|\underline{Z}_{st}(s)\right| = \text{var},$$

что также исключает возможность создания в однофазном двигателе кругового магнитного поля более чем при одном значении скольжения.

На практике в качестве фазосдвигающих устройств используют резисторы и конденсаторы. Однако необходимые величины ёмкости и рабочего напряжения конденсатора довольно велики. Поэтому размеры и стоимость конденсатора также велики. Вследствие чего конденсаторный пуск применяют только тогда, когда требуется получить большой пусковой момент. Чаще всего применяется пуск с помощью активного сопротивления. При этом обычно сама пусковая обмотка из-за малого сечения провода и большого числа витков обладает повышенным активным сопротивлением.

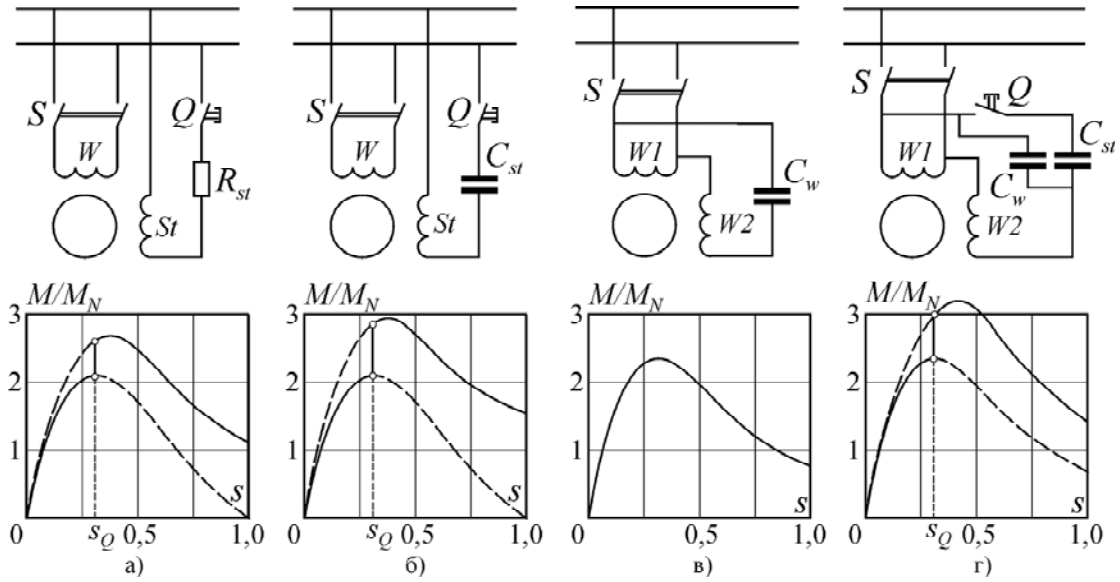


Рис. 31.1

При пуске к сети одновременно подключаются рабочая (*W*) и пусковая (*St*) обмотки (рис. 31.1, *а* и *б*). По достижении определённой скорости вращения, пусковая обмотка отключается вручную или автоматически с помощью реле тока, времени или центробежного реле. При этом двигатель будет работать с питанием только рабочей обмотки.

Механические характеристики однофазного двигателя состоят из двух участков. Первый участок от момента начала пуска до скольжения s_Q, при котором отключается пусковая обмотка $(1 > s > s_Q)$, соответствует характеристике с обеими включёнными обмотками (двухфазный режим), а второй $(s < s_Q)$ – характеристике только рабочей обмотки (однофазный режим).

Таким образом, при пуске магнитное поле в однофазном двигателе всегда эллиптическое, за исключением конденсаторного пуска, если ёмкость конденсатора рассчитана на получение кругового поля, например, в момент включения в сеть. В рабочем режиме магнитное поле двигателя всегда пульсирующее. Наличие обратно вращающегося магнитного поля создаёт внутренний тормозной момент и значительно снижает КПД однофазного двигателя, который составляет 0,4…0,7.

Если необходимо повысить энергетические показатели однофазного двигателя, то вторую обмотку нужно оставить включённой в сеть. Такой двигатель с двумя рабочими обмотками (*W1* и *W2* на рис. 31.1, *в* и *г*), в одну из которых включён конденсатор C_w, называется конденсаторным двигателем. Ёмкость конденсатора рассчитывается так, чтобы при номинальной нагрузке магнитное поле двигателя было круговым. Обе обмотки при этом имеют фазные зоны по $90^{\circ(el)}$ и смещены в пространстве на такой же угол. Мощность обмоток одинакова, но различны числа их витков. Конденсаторный двигатель, в сущности, представляет собой двухфазный двигатель, подключённый с помощью фазосдвигающего конденсатора к однофазной сети.

Величина ёмкости конденсатора, рассчитанная на номинальный режим, может быть недостаточной для получения большого пускового момента. Тогда параллельно рабочему конденсатору C_w на время пуска подключается пусковой конденсатор C_{st} (рис. 31.1, *г*).

Коэффициент полезного действия конденсаторного двигателя значительно выше, чем однофазного двигателя с пусковой обмоткой, и близок к КПД трёхфазных двигателей той же мощности, а коэффициент мощности его даже выше, чем у трёхфазного двигателя, ввиду наличия конденсатора, являющегося источником реактивной мощности.

Однофазные и конденсаторные двигатели применяются в бытовой технике, ручном инструменте, в приводе мелких станков и др. Их мощность не превышает 600 Вт.

31.2. Однофазные двигатели с экранированными полюсами

Фазовый и пространственный сдвиги между пульсирующими магнитными потоками, необходимые для формирования эллиптического магнитного поля, можно создать в двигателе с помощью различных конструктивных решений. При этом отпадает надобность во внешних фазосдвигающих устройствах. Наиболее простой и часто встречающейся конструкцией является однофазный двигатель с экранированными или расщеплёнными полюсами.

Ротор двигателя обычно короткозамкнутый типа беличьей клетки, а статор явнополюсный с расположенной на полюсах сосредоточенной обмоткой. На краях полюсных наконечников статора диаметрально сделано по два паза, в которые уложены короткозамкнутые витки (рис. 31.2, *а*).

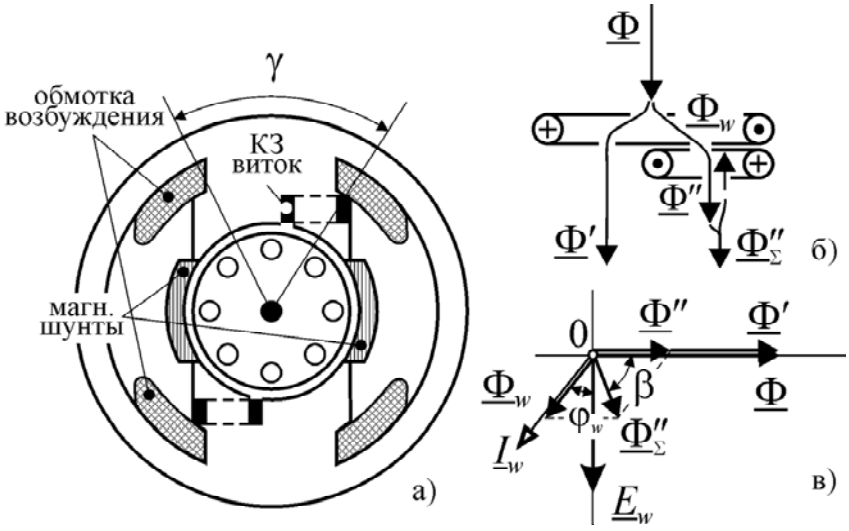


Рис. 31.2

При подключении обмотки к сети в двигателе формируется пульсирующий магнитный поток, замыкающийся по ярму (корпусу), полюсам и через воздушный зазор по телу ротора. Часть потока в полюсных наконечниках проходит по неэкранированной стороне $\underline{\Phi}'$, а другая часть $\underline{\Phi}''$ – по экранированной, т.е. охваченной короткозамкнутым витком (рис. 31.2, *б*). Переменный пульсирующий магнитный поток $\underline{\Phi}''$, сцепляющийся с короткозамкнутым витком, наводит в нём ЭДС $\underline{E}_w$, отстающую по фазе от потока на 90° (рис. 31.2, *в*). Под действием этой ЭДС в витке возникает ток $\underline{I}_w$, совершенно аналогично тому, как это происходит во вторичной обмотке трансформатора. Так как короткозамкнутый виток имеет конечную величину активного r_w и индуктивного x_w сопротивления, то ток $\underline{I}_w$ будет отставать по фазе от ЭДС $\underline{E}_w$ на угол $0 < \varphi_w = \operatorname{arctg}(x_w / r_w) < \pi/2$. В экранированной части наконечников переменный ток $\underline{I}_w$ создаёт магнитный поток $\underline{\Phi}_w$, совпадающий по фазе с возбуждающим его током и смещённый по отношению к потоку $\underline{\Phi}''$ на угол $\pi/2 + \varphi_w$. Результирующий поток в экранированной части наконечников равен сумме этих потоков $\underline{\Phi}''_\Sigma = \underline{\Phi}'' + \underline{\Phi}_w$. Его смещение по фазе по отношению к потоку в неэкранированной части составляет $0 < \beta < 90°$ (рис. 31.2, *в*), т.е. оно меньше 90°, необходимых для формирования кругового магнитного поля. Кроме того, амплитуда магнитного потока в экранированной части меньше, чем в неэкранированной.

Если предположить, что индукция в воздушном зазоре под полюсами двигателя распределена равномерно, то оси магнитных потоков в экранированной и неэкранированной частях полюсов будут совпадать с их геометрическими центрами. Тогда пространственный сдвиг между потоками составит некоторый угол $0 < \gamma < 90°$ (рис. 31.2, *а*), что недостаточно для создания кругового магнитного поля.

Таким образом, в двигателе с экранированными полюсами не выполняется ни одно из трёх необходимых условий формирования кругового магнитного поля. В то же время, разделение магнитного потока на две части, между которыми существуют фазовые и пространственные смещения позволяет получить эллиптическое поле. Это значит, что двигатель будет развивать некоторый пусковой момент, но кратность его невелика и составляет $M_s / M_N = 0,2 \ldots 0,5$.

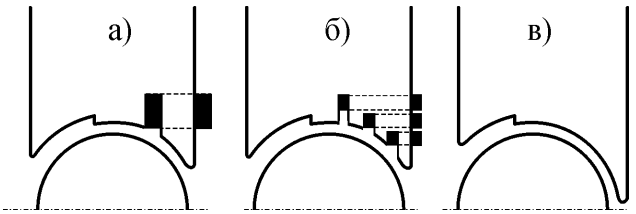


Рис. 31.3

Для увеличения пускового момента между наконечниками полюсов помещают стальные пластины, называемые магнитными шунтами (рис. 31.2, *а*). Они увеличивают магнитный поток, проходящий через экранированную часть наконечника, и уменьшают тем самым степень эллиптичности поля.

Пусковые и рабочие характериктики двигателей можно улучшить, придав полюсным наконечниками сложную форму. Так для выравнивания потоков, проходящих по экранированной и неэкранированной частям, зазор под неэкранированной частью наконечника делают приблизительно вдвое бóльшим (рис. 31.3). Некоторое подавление третьей гармоники, наиболее сильно выраженной в спектре сосредоточенной обмотки полюсов и некомпенсируемой в двухфазной машине, достигается своего рода «распределением» короткозамкнутого витка на два-три паза (рис. 31.3, *б*). В некоторых типах двигателей фазовое смещение потоков получают без использования короткозамкнутых витков за счёт различной величины зазора и увеличения той части наконечника, под которой зазор минимален (рис. 31.3, *в*). Этим достигается значительная асимметрия магнитной проводимости для потоков, проходящих по разным частям наконечника. В результате создаётся большое различие их индуктивностей, приводящее к фазовому смещению одного потока относительно другого.

Характерной особенностью двигателей с экранированными полюсами является малая кратность пускового тока. Это связано с тем, что в явнополюсных двигателях значительная часть магнитного потока ротора Φ_2 замыкается по краям полюсных наконечников, не сцепляясь с обмоткой статора. Этот поток не влияет на основной поток машины (поток взаимоиндукции) и, следовательно, при изменении тока ротора не вызывает соответствующего изменения тока статорной обмотки. Поэтому потребляемый ток при изменении нагрузки от холостого хода до короткого замыкания изменяется всего на 40…50% и двигатель

может в течение относительно длительного времени находится в заторможенном состоянии, работать с частыми пусками и реверсами, не выходя за пределы допустимой тепловой перегрузки.

Короткозамкнутый виток двигателя с экранированными полюсами представляет собой обмотку, создающую значительные дополнительные потери. Это снижает и без того низкий КПД двигателя, работающего в режиме эллиптического поля, до 25…40%. Экранированные двигатели простейшей конструкции строятся на мощности от долей ватт до 20…30 Вт, а усовершенствованной конструкции – до 300 Вт

Максимум КПД двигателя с экранированными полюсами приблизительно соответствует максимальному электромагнитному моменту, поэтому рабочую точку на механической характеристике выбирают вблизи точки опрокидывания, снижая тем самым перегрузочную способность до значений $M_{\max} / M_N = 1{,}1 \ldots 1{,}25$.

31.3. Трёхфазные двигатели при однофазном включении

Для работы от однофазной сети могут быть использованы также трёхфазные двигатели. В этом случае две соединённые последовательно фазные обмотки выполняют функцию рабочей обмотки, а третья фазная обмотка – функцию пусковой. Если у двигателя выведены все шесть концов обмотки статора, то между рабочей и пусковой обмотками можно обеспечить пространственный сдвиг МДС в $90°^{(el)}$. Для этого достаточно у одной из двух объёдинённых фазных обмоток поменять местами начало и конец. На рис. 31.4 приведена пространственная векторная диаграмма фазных МДС двигателя, у которого объёдинены обмотки фаз *B* и *C*, и в фазе *C* использовано инверсное включение. В результате суммарная МДС этих обмоток $\underline{F}_{BC}$ оказалась смещённой относительно МДС фазы *A* $\underline{F}_A$ на $90°^{(el)}$.

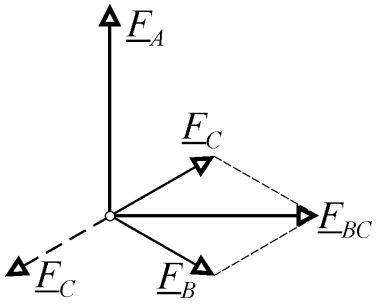


Рис. 31.4

Наиболее распростанённые схемы включения трёхфазных двигателей в однофазную сеть с пусковой обмткой показаны на рис. 31.5. Если предположить, что в рабочем режиме при трёхфазном и при однофазном включении скольжение одинаково и одинаковы электрические потери в двигателе, то

$$3I_{1(3)}^2(1 + r_2'/r_1)r_1 = 2I_{1(1)}^2(1 + r_2'/r_1)r_1$$

$$\Downarrow$$

$$I_{1(1)} = I_{1(3)}\sqrt{3/2} \approx 1{,}22 I_{1(3)}$$

Значит, в схемах *а*, *в* и *г* на рис. 31.5 ток можно увеличить примерно на 22% по сравнению с током при трёхфазном включении.

Мощности на валу при этих токах

$$P_{2(3)} = \sqrt{3} U_1 I_{1(3)} \cos\varphi_{1(3)} \eta_{(3)};\ P_{2(1)} = U_1 I_{1(1)} \cos\varphi_{1(1)} \eta_{(1)}$$

и их соотношение

$$\frac{P_{2(1)}}{P_{2(3)}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\cos\varphi_{1(1)}\eta_{(1)}}{\cos\varphi_{1(3)}\eta_{(3)}}.$$

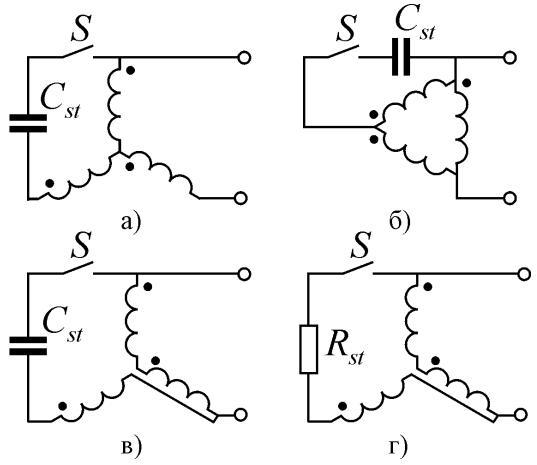


Рис. 31.5

Коэффициент полезного действия и коэффициент мощности при однофазном включении меньше, чем при трёхфазном, поэтому мощность однофазного двигателя $P_{2(1)} / P_{2(3)} \approx 0{,}6$. Однако напряжение сети не всегда позволячет увеличить ток при однофазном включении. Так, например, при соединении обмоток звездой фазное напряжение при подключении к сети с напряжением 380/220 В равно 220 В, а при отключённой фазе $380/2 = 190$ В, т.е. ток в этом случае будет меньше. Поэтому мощность двигателя при однофазном включении в действительности будет составлять только 40…50% от мощности при трёхфазном включении.

Значительно лучше используется трёхфазный двигатель, если он работает как конденсаторный, т.е. когда пусковая обмотка остаётся включённой в рабочем режиме (рис. 31.6). В этом случае полезная мощность достигает 65…85% от номинальной мощности двигателя. Кроме того, конденсаторный двигатель обладает высоким коэффициентом мощности, вплоть до единицы, т.к. источником реактивной мощности для него является конденсатор.

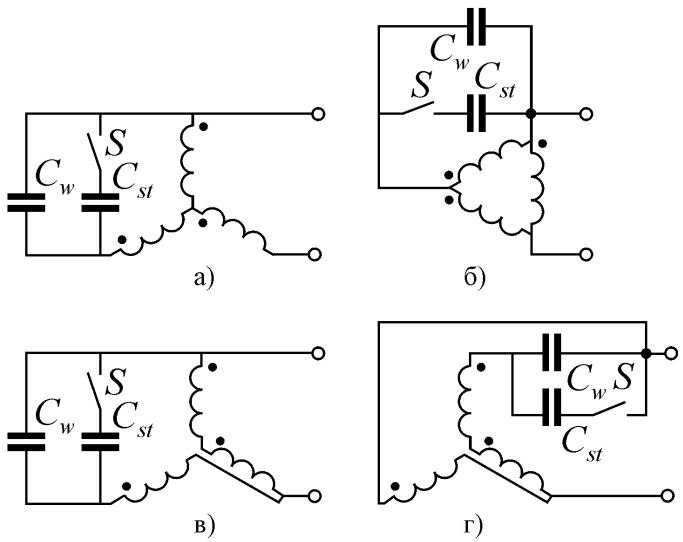


Рис. 31.6

Однако ёмкость конденсатора, необходимая для получения высокого КПД, должна быть значительной. При этом напряжение на конденсаторе в зависимости от схемы включения может превышать напряжение в сети в два раза. Если при пуске двигателя требуется получение момента, близкого к номинальному, то необходимо иметь пусковой конденсатор, ёмкость которого составляет $C_{st} \approx (2{,}5\ldots3)C_w$.

С увеличением мощности двигателя ёмкости пускового и рабочего конденсаторов увеличиваются. Начиная с некоторой мощности, применение конденсаторных двигателей не оправдывается из-за относительно высокой стоимости

конденсаторов. Предельной целесообразной мощностью конденсаторного двигателя можно считать 2,5…3 кВт.

Существуют различные методики определения ёмкости конденсатора и рекомендации по выбору схемы включения трёхфазного двигателя в однофазную сеть. Однако выпускаются двигатели, оптимизированные для работы в обеих сетях и называемые универсальными двигателями. Такие двигатели обладают гарантированными рабочими характеристиками и используются в установках, предназначенных для работы в разных условиях энергоснабжения.

Глава 32. Асинхронный генератор

Асинхронная машина может работать в режиме генератора как параллельно с сетью, к которой подключены другие генераторы, так и на автономную нагрузку. В последние десятилетия в связи с развитием ветроэнергетики и некоторых других способов получения электроэнергии значительно повысился интерес к асинхронным генераторам. В силу ряда особенностей они не могут вытеснить из области производства энергии мощные синхронные генераторы, однако, в установках малой и средней мощности вполне успешно составляют им конкуренцию.

32.1. Параллельная работа генератора с сетью

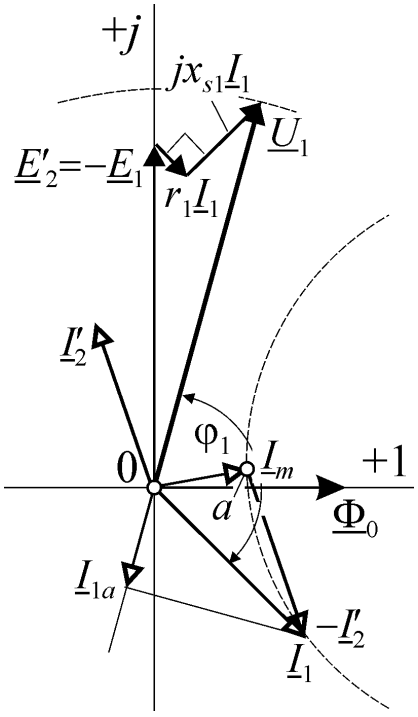


Рис. 32.1

При подключённой к сети обмотке статора асинхронная машина переходит в режим генератора, если скорость вращения ротора превышает синхронную.

Изменение фазы ЭДС и активной составляющей тока ротора $\underline{I}'_{2a}=\underline{I}'_2\cos\phi_2$, где $\phi_2=\angle(\underline{E}'_2,\underline{I}'_2)$, происходит в точке холостого хода (точка *a* на рис. 32.1), а затем конец вектора тока статора $\underline{I}_1$ переходит на нижнюю полуокружность круговой диаграммы и перемещается по ней по мере роста скольжения. При этом изменяется фазовый сдвиг между напряжением и током обмотки статора $\varphi_1=\angle(\underline{U}_1,\underline{I}_1)$.

Режим генератора для любой электрической цепи соответствует условию $P<0$, т.е. отрицательному значению активной мощности. Для цепи переменного тока, в частности, для обмотки статора асинхронной машины, это условие

$$P_1=m_1U_1I_1\cos\varphi_1=m_1U_1I_{1a}<0,$$

где $I_{1a}=I_1\cos\varphi_1$ – активная составляющая тока статора. Так как $m_1>0$ и $U_1>0$, то режим генератора соответсвует условию $I_{1a}=I_1\cos\varphi_1<0$, т.е. $\varphi_1>\pi/2$.

Геометрически активный ток статора представляет собой проекцию вектора тока $\underline{I}_1$ на направление вектора напряжения $\underline{U}_1$. Нетрудно заметить, что в

точке холостого хода и несколько ниже неё $\varphi_1 < \pi/2$ и $I_{1a} > 0$. Это связано с тем, что сначала вырабатываемая энергия расходуется на покрытие электрических ΔP_{Cu} и магнитных ΔP_{Fe} потерь в самой асинхронной машине. И только после того как $|P_1| > \Delta P_{Cu} + \Delta P_{Fe}$ энергия будет отдаваться в сеть.

Количество энергии, отдаваемой асинхронным генератором в сеть, определяется скоростью вращения. При этом частота тока в обмотке статора не зависит от скорости и определяется только частотой сети. Это очень важное преимущество асинхронного генератора, которое позволяет подключать к сети установки с нестабильной скоростью вращения, например, ветросиловые.

Недостатком асинхронного генератора, как и асинхронного двигателя, является потребление из сети реактивной мощности, необходимой для создания в машине магнитного поля, которая может составлять 20…50% от полной мощности.

Генераторный режим используется также для торможения асинхронного двигателя. Например, если при спуске груза двигатель вращается в направлении спуска, то под действием силы тяжести он разгоняется до скорости выше синхронной и переходит в генераторный режим. Создаваемый двигателем вращающий момент ограничивает скорость движения, а кинетическая энергия груза преобразуется в электрическую энергию и возвращается в сеть.

32.2. Автономная работа генератора

В автономном режиме источником реактивной мощности для асинхронной машины может быть батарея конденсаторов, подключённая к обмотке статора (рис. 32.2, *а*), синхронный компенсатор или импульсный полупроводниковый генератор реактивной мощности. Наиболее простым и чаще других применямым на практике устройством является батарея конденсаторов.

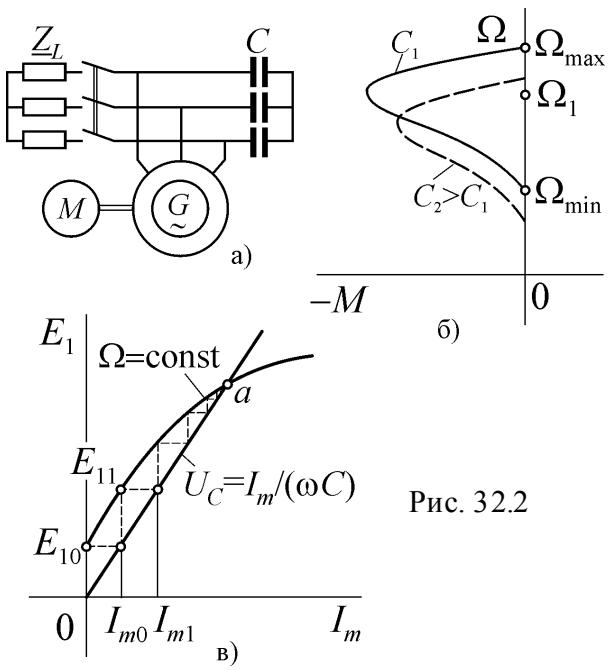


Рис. 32.2

Помимо источника реактивной мощности для самовозбуждения асинхронного генератора необходима остаточная намагниченность сердечника ротора, создающая слабый магитный поток в машине.

Если ротор асинхронного генератора с помощью какого-либо механического или электрического двигателя привести во вращение, то за счёт остаточного магнитного потока в обмотке статора будет наводиться переменная ЭДС E_{10}, амплитуда и частота которой будут зависеть от скорости вращения. Под действием ЭДС в контуре обмотки, замкнутом через конденса-

торы, возникнет намагничивающий ток I_{m0}. Этот ток увеличит магнитное поле в зазоре, что, в свою очередь, приведёт к возрастанию ЭДС и тока (E_{10} и I_{m1} на рис. 32.2, *в*). Процесс возбуждения будет продолжаться до тех пор, пока ЭДС E_1 не будет уравновешена падением напряжения на конденсаторах U_C. Графически это соответствует т*о*чке пересечения характеристики холостого хода генератора $E_1 = f(I_m)$ с вольтамперной характеристикой конденсатора $U_C = f(I_m)$ (точка *а* на рис. 32.2, *в*).

Минимальная скорость вращения, при которой начинается самовозбуждение, зависит от величины ёмкости конденсаторов C и приблизительно равна

$$\Omega_{\min} = \Omega_1 \sqrt{\frac{x_C}{x_m}} = \frac{1}{z_p}\sqrt{\frac{1}{L_m C}},$$

где L_m – индуктивность ветви намагничивания генератора.

При изменении скорости вращения изменяется частота ЭДС и токов машины и, соответственно, сопротивления реактивных элементов схемы замещения. Величина индуктивных сопротивлений рассеяния и ветви намагничивания увеличивается, а сопротивление конденсаторов уменьшается. Значит, возможна ситуация, когда при определённой частоте вращения реактивные составляющие токов статора и ротора компенсируют друг друга и намагничивающий ток станет равным нулю. Это соответствует скорости вращения

$$\Omega_{\max} = \Omega_1 \left(1 + \frac{r_2'}{r_1}\right)\sqrt{\frac{x_C}{x_{s1} + x_{s2}'}}$$

Механические характеристики, соответствующие работе асинхронного генератора с самовозбуждением, показаны на рис. 32.2, *б*.

Простота и надёжность конструкции являются основными достоинствами асинхронных генераторов, позволяющими использовать их в установках, работающих без обслуживающего персонала. Кроме того, несколько автономных генераторов можно подключать к общей нагрузке, т.к. за счёт скольжения они синхронизируются автоматически.

Основным недостатком автономных генераторов является необходимость в источнике реактивной мощности. Причём этот источник должен обеспечивать потребности в реактивной энергии не только генератора, но и нагрузки. При низком $\cos\varphi_L$ необходимая мощность батареи конденсаторов может возрастать многократно. Обычно мощность конденсаторов составляет 70…100% мощности генератора. Поэтому идеальной нагрузкой для него является активная нагрузка, а для активно-индуктивной нагрузки устанавливается минимально допустимый коэффициент мощности. Кроме того, при постоянной ёмкости конденсаторов напряжение на выходе генератора с увеличением нагрузки резко падает, а его стабилизация вызывает большие затруднения.

Раздел 5. Синхронные машины

Синхронные машины отличаются от асинхронных только конструкцией ротора. Из названия следует, что эти машины работают с постоянной синхронной частотой вращения независимо от нагрузки.

Синхронные машины используются в основном в качестве генераторов электрической энергии. Практически вся энергия, используемая в хозяйственной деятельности человека, вырабатывается синхронными генераторами. Единичная мощность синхронных генераторов достигает полутора тысяч мегаватт.

Синхронные двигатели применяются главным образом в приводах большой мощности. Они используются там, где требуется строго постоянная скорость вращения. Как правило, это мощные приводы в металлургической и горнодобывающей промышленности, приводы насосов и компрессоров магистральных нефте- и газопроводов. Однако в последнее время в связи с развитием силовой электроники синхронные двигатели часто используются также в регулируемых приводах малой и средней мощности

Очень важным свойством синхронных машин является их способность работать при токе, опережающем по фазе напряжение, т.е. генерировать реактивную мощность, компенсируя её потребление другими машинами и установками, питающимися от той же сети.

Глава 33. Устройство и принцип действия

Статор синхронной машины по конструкции и функциональному назначению аналогичен статору асинхронного двигателя. Ротор представляет собой электромагнит постоянного тока или постоянный магнит.

Как известно, в статическом режиме работы магнитные поля статора и ротора любой электрической машины неподвижны относительно друг друга.

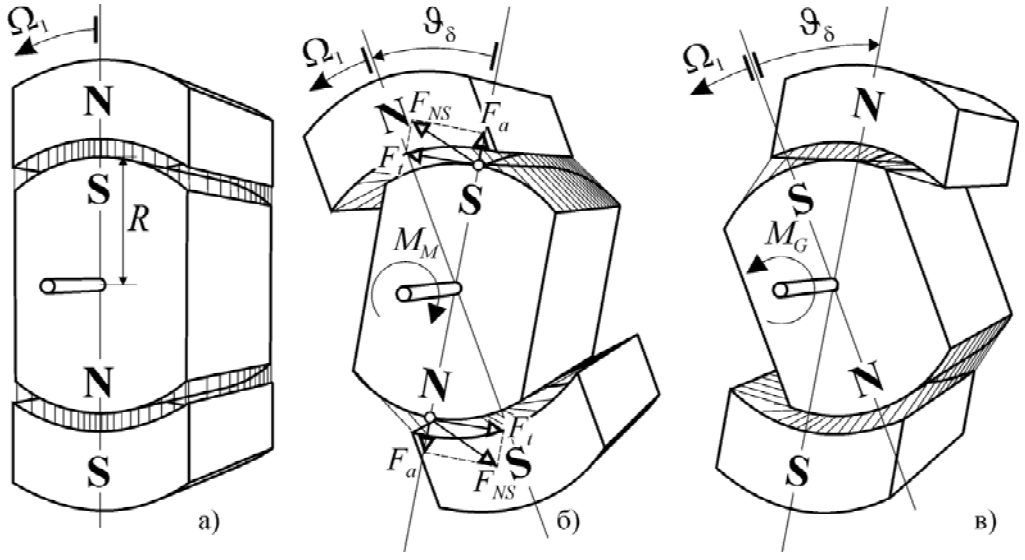


Рис. 33.1

Предположим, что обмотка статора подключена к источнику питания, и в зазоре машины сформировано круговое вращающееся магнитное поле. Если ротор

каким-либо способом разогнать до синхронной скорости вращения, то полюсы его магнитного поля сориентируются относительно полюсов магнитного поля зазора, и останутся в таком «сцеплённом» состоянии, заставляя ротор вращаться синхронно с внешним полем. Ориентация ротора относительно магнитного поля зазора обеспечивается силами взаимного притяжения разноимённых полюсов полей $\vec{F}_{NS}$ (рис. 33.1).

При полном отсутствии вращающего момента, действующего на вал, оси полюсов магнитных полей зазора и ротора совпадают (рис. 33.1, *а*). Силы притяжения $\vec{F}_{NS}$ действуют на ротор в радиальном направлении $F_a = F_{NS}\cos\vartheta = F_{NS}\big|_{\vartheta_\delta=0}$ и не создают ни двигательного, ни тормозного момента.

Если к валу машины приложить механическую нагрузку, создающую момент M_M, действующий встречно по отношению к направлению вращения, то ротор сместится на некоторый угол ϑ_δ в сторону отставания (рис. 33.1, *б*). В результате у сил притяжения $\vec{F}_{NS}$ возникнут тангенциальные составляющие $F_t = F_{NS}\sin\vartheta_\delta$, которые создадут вращающий момент $M = M_M = 2F_tR$, действующий на ротор в направлении вращения и уравновешивающий момент нагрузки. При этом необходимую для создания вращающего момента энергию машина получает от источника питания статора и, следовательно, работает в двигательном режиме.

Если внешний момент на валу M_G действует в направлении вращения, то ротор смещается в том же направлении (рис. 33.1, *в*). Машина создаёт уравновешивающий тормозной момент $M = M_G = 2F_tR$, а активная составляющая тока статора меняет знак и становится отрицательной, т.е. электрическая энергия отдаётся в источник питания. Изменение направления потока электрической энергии при переходе в генераторный режим происходит за счёт изменения фазового смещения ЭДС, наводимой магнитным полем ротора в обмотке статора. Далее это явление будет рассмотрено нами подробно.

Таким образом, в синхронных машинах скорость вращения ротора Ω равна скорости вращения магнитного поля статора $\Omega_1 = 2\pi f_1 / z_p = \Omega$. Поэтому число пар полюсов машины должно быть равным $z_p = 2\pi f_1 / \Omega$. В тихоходных машинах это число может достигать нескольких десятков, в быстроходных – не более двух. Например, промышленные синхронные генераторы приводятся во вращение главным образом гидравлическими или паровыми турбинами. В первом случае скорость вращения ротора невелика и составляет 50…500 об/мин. Значит, число пар полюсов в таких машинах при частоте генерируемого тока $f_1 = 50$ Гц составляет $z_p = 50\cdot 60/\Omega = 60\ldots 6$. В паровых и газовых турбинах скорость вращения 1500 или 3000 об/мин и число пар полюсов соответственно $z_p = 2, 1$

Полюс постоянного электромагнита можно создать с помощью цилиндрической катушки с размещённым внутри неё ферррромагнитным сердечником (*1*

на рис. 33.2, *а*). Эти катушки можно закрепить на валу ротора и подключить к источнику постоянного тока через пару контактных колец и щёток (*2* на рис. 33.2, *а*) [*]. Ротор такой конструкции называется явнополюсным. Однако в быстроходных машинах механическая прочность явнополюсной конструкции оказывается недостаточной. Кроме того, при высокой скорости вращения выступающие полюсы за счёт трения о воздух создают значительный тормозной момент и соответствующие потери энергии. Поэтому роторы турбогенераторов и других быстроходных машин выполняют в виде ферромагнитных цилиндров с продольными пазами (рис. 33.2, *б*), в которые укладывают обмотку [**]. Такая конструкция ротора называется неявнополюсной.

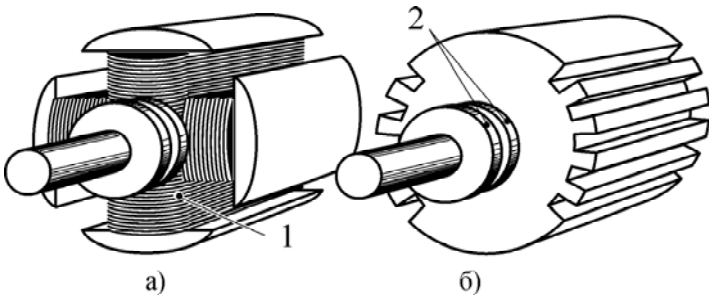


Рис. 33.2

При подключении обмотки ротора к источнику постоянного тока, протекающий в ней ток возбуждает главное магнитное поле машины, поэтому эта обмотка называется обмоткой возбуждения, а ротор машины – индуктором. Возбуждение магнитного поля ротора с помощью обмотки называется электромагнитным возбуждением. В машинах малой мощности вместо обмотки возбуждения используют постоянные магниты. Такой способ возбуждения называется магнитоэлектрическим.

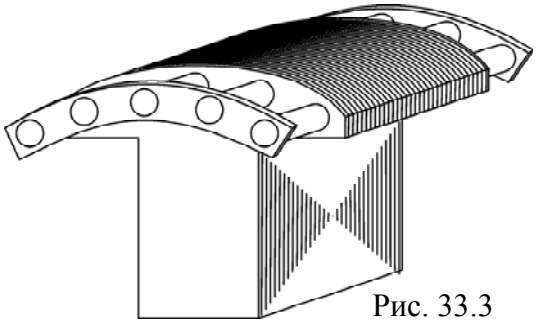


Рис. 33.3

Кроме главных обмоток статора и ротора в синхронных машинах часто используют короткозамкнутую обмотку, называемую демпферной или успокоительной обмоткой. Её располагают в полюсных наконечниках ротора (рис. 33.3). Для этого в них делают пазы, в которые укладывают медные стержни. Снаружи концы стержней замыкают пластинами или кольцами. Эта обмотка служит для подавления (демпфирования) колебаний ротора, возникающих при пульсациях нагрузочного момента.

Питание обмотки возбуждения крупных синхронных генераторов осуществляется с помощью электромашинных генераторов, размещённых на общем валу и называемых возбудителями. Использование в качестве возбудителей генераторов переменного тока и полупроводниковых выпрямителей, также размещённых на роторе, позволяет исключить скользящие контакты, повысив тем самым надёжность и КПД синхронной машины. Для возбуждения двигателей, как правило, используют полупроводниковые выпрямители.

[*] На рисунке 33.2 щётки не показаны
[**] На рисунке 33.2, *б* обмотка не показана

Мощность, затрачиваемая на возбуждение синхронной машины, обычно составляет 0,2…5% от полезной мощности.

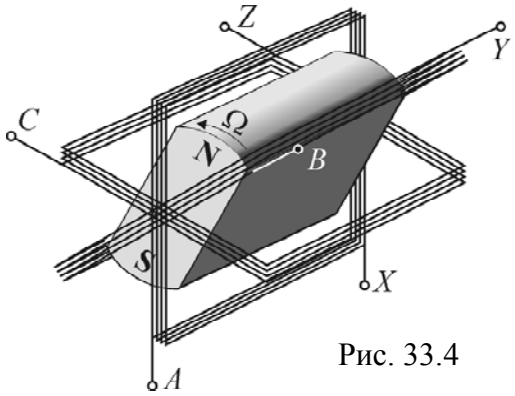


Рис. 33.4

Если возбуждённый ротор вращать с постоянной угловой скоростью Ω_1, то его магнитный поток будет пересекать проводники обмотки статора (рис. 33.4) и наводить в них ЭДС с действующим значением основной гармоники $E_0 = z_p \Omega_1 k_{w1} w_1 \Phi_{0m} / \sqrt{2}$, где z_p – число пар полюсов магнитного поля ротора; k_{w1} – обмоточный коэффициент для основной гармоники магнитного поля; w_1 – число витков обмотки; Φ_{0m} – амплитуда основной гармоники магнитного потока ротора. Частота ЭДС, наводимой в обмотке статора, равна $\omega_1 = 2\pi f_1 = \Omega_1 z_p$. Если на статоре разместить три одинаковые обмотки, смещённые по отношению к друг другу на $120^{\circ(el)}$, то наводимые в них ЭДС образуют симметричную трёхфазную систему и такая машина будет трёхфазным генератором переменного тока. Количество фазных обмоток на статоре и число пар полюсов магнитного поля ротора могут быть любыми, но все синхронные генераторы строятся по этому типу.

Статор синхронной машины называется якорем. Если обмотки статора подключены к какой-либо внешней симметричной трёхфазной электрической цепи, то в них протекают токи, образующие симметричную трёхфазную систему и создающие круговое вращающееся магнитное поле, называемое полем реакции якоря. Взаимодействие синхронно вращающихся магнитных полей статора и ротора определяет все электромагнитные и электромеханические процессы в машине.

Глава 34. Магнитные поля синхронных машин

34.1. Магнитное поле ротора

Для эффективной работы машин переменного тока необходимо обеспечить синусоидальное распределение магнитной индукции в воздушном зазоре. В случае явнополюсной машины с сосредоточенной обмоткой на полюсах этого можно достичь только за счёт неравномерности зазора. Обычно для этого радиус цилиндрической поверхности полюсного наконечника делают меньше радиуса расточки статора. В результате в центре наконечника зазор получается минимальным и постепенно увеличивается по направлению к краям (рис. 34.1, *а*).

Кривая распределения индукции в таком неравномерном зазоре (кривая *1* на рис. 34.1, *б*) содержит основную и высшие гармоники. Однако в спектре кривой их доля незначительна. Кроме того, надлежащим выбором шага и фазной зоны обмотки статора достигается эффективное подавление высших гармоник.

Поэтому в теории синхронных машин учитывается только основная гармоника ЭДС якоря.

Отношение амплитуды основной гармоники магнитной индукции поля возбуждения B_{0m1} к максимальному значению индукции B_{0m}

$$k_e = B_{0m1} / B_{0m} \qquad (34.1)$$

называется коэффициентом формы кривой поля возбуждения. Он зависит от отношений δ_m / δ, δ / τ и от коэффициента полюсной дуги $\alpha = b_p / \tau$.

Амплитуда магнитного потока основной гармоники поля возбуждения равна

$$\Phi_{0m1} = \frac{2}{\pi} B_{0m1} \tau l_\delta = \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{\pi k_\delta k_\mu \delta} \frac{w_e k_e}{z_p} i_e \qquad (34.2)$$

где w_e, i_e – число витков и ток обмотки возбуждения. Отсюда потокосцепление с обмоткой якоря

$$\Psi_{ea} = w_a k_{wa} \Phi_{0m1} = L_{ea} i_e , \qquad (34.3)$$

где $L_{ea} = \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{\pi k_\delta k_\mu \delta} \frac{w_e k_e w_a k_{wa}}{z_p}$ – амплитуда взаимной индуктивности обмотки возбуждения с фазой обмотки якоря.

При вращении ротора со скоростью $\Omega_1 = \omega_1 / z_p = 2\pi f_1 / z_p$ потокосцепление основной гармоники поля индуктора с фазой обмотки якоря изменяется по закону

$$\Psi_{ea}(t) = \Psi_{ea} \cos \omega_1 t = L_{ea} i_e \cos \omega_1 t .$$

При этом в обмотке наводится ЭДС

$$e_0 = -\Psi_{ea}(t) / dt = \omega_1 L_{ea} i_e \cos \omega_1 t = x_{ea} i_e \cos \omega_1 t , \qquad (34.4)$$

амплитуда и действующее значение которой равны соответственно

$$E_{0m} = x_{ea} i_e ; \; E_0 = E_{0m} / \sqrt{2} ,$$

где x_{ea} – сопротивление взаимной индуктивности обмотки возбуждения с обмоткой якоря.

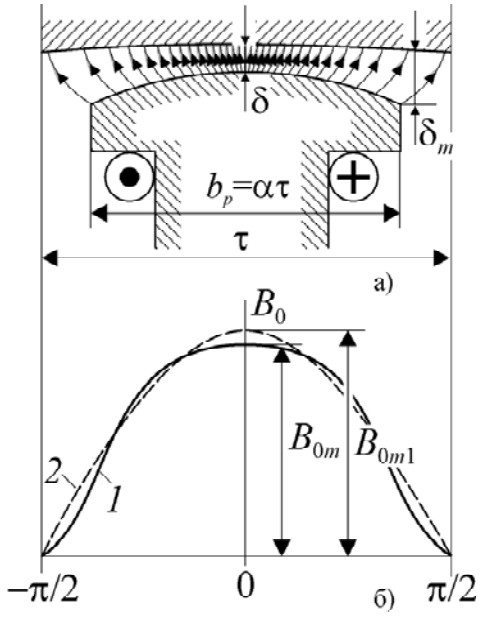


Рис. 34.1

Таким образом, изменением величины тока обмотки возбуждения i_e можно регулировать величину ЭДС E_0, наводимой магнитным потоком индуктора в обмотке якоря.

Магнитный поток, создаваемый обмоткой возбуждения в зазоре машины $\Phi_{e\delta} = k_\Phi \Phi_{0m1}$, где $k_\Phi = S_1 / S_2$ – отношение площадей, ограниченных кривыми *1* и *2* на рис. 34.1, *б*, сцепляется также с самой обмоткой возбуждения. Отсюда собственная индуктивность обмотки возбуждения от поля в зазоре

$$L_{e\delta} = k_{we} w_e \Phi_{e\delta} / i_e = \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{\pi k_\delta k_\mu \delta} \frac{w_e^2}{z_p} k_e k_\Phi . \qquad (34.5)$$

Кроме того, обмотка возбуждения создаёт магнитный поток рассеяния в пространствах между полюсами Φ_{ez} и в лобовых частях Φ_{eo}. Следовательно, полная индуктивность обмотки возбуждения

$$L_e = L_{e\delta} + L_{ez} + L_{eo} .$$

В установившемся режиме работы $i_e = \text{const}$ и ЭДС самоиндукции обмотки возбуждения

$$e_e = -L_e \frac{di_e}{dt} = 0 .$$

Однако в переходных режимах эта ЭДС существенно влияет на электромагнитные и электромеханические процессы машины.

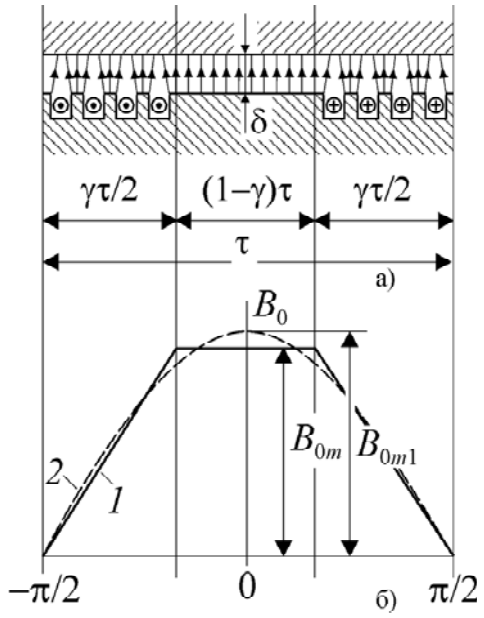


Рис. 34.2

Обмотку возбуждения неявнополюсной машины можно рассматривать как распределённую однофазную обмотку с полным шагом. Обычно в неявнополюсных машинах ширина открытия паза по сравнению с величиной зазора невелика. Поэтому влияние пазов несущественно и можно принять, что распределение индукции в зазоре имеет вид трапеции (рис. 34.2, *б*). Величина γ представляет собой отношение обмотанной части ротора ко всей длине окружности.

Максимальная индукция поля обмотки ротора

$$B_{0m} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{w_e i_e}{2 z_p},$$

а амплитуда основной гармоники

$$B_{0m1} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} \frac{k_{we} w_e i_e}{2 z_p} = \frac{4}{\pi} B_{0m} k_{we}, \qquad (34.6)$$

где $k_{we} = \dfrac{\sin(\gamma\pi/2)}{\gamma\pi/2}$ – обмоточный коэффициент, представляющий собой коэффициент распределения обмотки возбуждения. Отсюда коэффициент формы

$$k_e = \frac{4}{\pi} k_{we} . \qquad (34.7)$$

Поставляя выражения (34.6) и (34.7) в (34.2)…(34.5), получим выражения для взаимной индуктивности, потокосцепления и ЭДС неявнополюсной машины.

Собственную индуктивность обмотки возбуждения от поля в зазоре $L_{e\delta}$ в данном случае нужно определять, путём интегрирования магнитного потока при трапецеидальном распределении. Вычислив необходимые интегралы, получим

$$L_{e\delta} = \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{k_\delta k_\mu \delta} \frac{w_e^2}{z_p}\left(1 - 2\gamma/3\right). \qquad (34.8)$$

Выражение (34.8) эквивалентно (34.5), если для неявнополюсной машины принять

$$k_\Phi = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1 - 2\gamma/3}{k_e}. \qquad (34.9)$$

34.2. Магнитное поле якоря

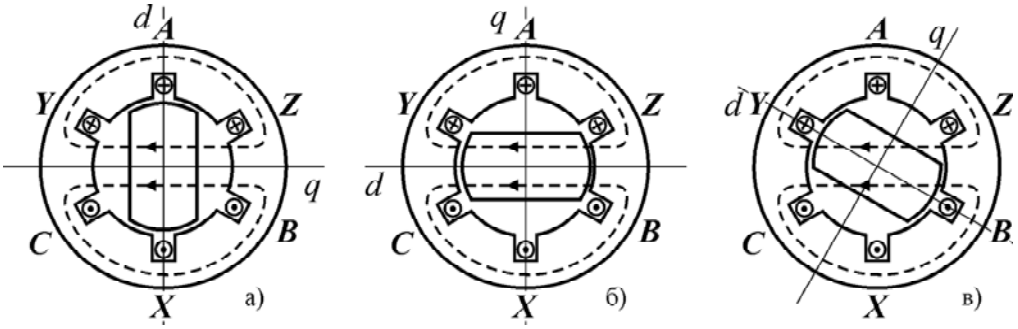


Рис. 34.3

При протекании токов в трёхфазной обмотке статора (якоря) в машине возникает вращающееся магнитное поле – поле реакции якоря. В статическом режиме это поле неподвижно относительно магнитного поля ротора, и совместно они создают результирующее поле машины.

Если ось явнополюсного ротора смещёна по отношению к оси полюсов поля реакции, то магнитный поток реакции при постоянной МДС обмотки статора будет разным в зависимости от угла смещения. На рис. 34.3 показан контур, по которому замыкается поток реакции при трёх различных положениях ротора. Очевидно, что магнитная проводимость контура и поток реакции минимальны, когда продольная ось ротора (ось *d*) перпендикулярна оси полюсов поля реакции (рис. 34.3, *а*), т.к. в этом положении поток замыкается через большой воздушный зазор. Если же ось полюсов поля реакции совпадает с продольной осью (рис. 34.3, *б*), то воздушный зазор минимален, а величина потока реакции максимальна. Во всех остальных положениях ротора (рис. 34.3, *в*) величина магнитного потока реакции якоря будет иметь некоторое промежуточное значение.

Для учёта этого явления в 1895 году А. Блонделем было предложено разделить поле реакции якоря на две независимые составляющие, контуры которых замыкаются по продольной *d* и по поперечной *q* осям симметрии ротора, и рассматривать действие продольной и поперечной составляющих в отдельности. Этот метод называется методом двух реакций. Корректное применение ме-

тода возможно только при условии независимости составляющих магнитного потока Φ_{ad} и Φ_{aq}. Однако в результате насыщения участков магнитной цепи машины между составляющими существует некоторая зависимость, которой обычно пренебрегают, т.к. учёт насыщения очень сложен и, если необходимо, его влияние можно оценить дополнительно.

С помощью метода двух реакций амплитуды основных гармоник магнитных потоков и ЭДС продольной и поперечной реакции якоря можно представить в виде

$$\Phi_{ad} = \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{k_\delta k_{\mu d} \delta} \cdot \frac{m_1 2\sqrt{2}}{\pi^2} \cdot \frac{w_1 k_{w1}}{z_p} I_{1d} k_{ad};\ \ \Phi_{aq} = \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{k_\delta k_{\mu q} \delta} \cdot \frac{m_1 2\sqrt{2}}{\pi^2} \cdot \frac{w_1 k_{w1}}{z_p} I_{1q} k_{aq}; \quad (34.10)$$

$$E_{ad} = \pi\sqrt{2} f_1 w_1 k_{w1} \Phi_{ad} = x_{ad} I_{1d};\ \ E_{aq} = \pi\sqrt{2} f_1 w_1 k_{w1} \Phi_{aq} = x_{aq} I_{1q}, \quad (34.11)$$

где I_{1d} и I_{1q} – продольная и поперечная составляющие тока якоря; k_{ad} и k_{aq} – коэффициенты формы поля продольной и поперечной реакции якоря, а

$$x_{ad} = 4 m_1 f_1 \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{\pi k_\delta k_{\mu d} \delta} \frac{w_1^2 k_{w1}^2}{z_p} k_{ad};\ \ x_{aq} = 4 m_1 f_1 \frac{\mu_0 \tau l_\delta}{\pi k_\delta k_{\mu q} \delta} \frac{w_1^2 k_{w1}^2}{z_p} k_{aq} - \quad (34.12)$$

индуктивные сопротивления многофазной обмотки, отличающиеся от выражения (17.10) только наличием коэффициентов формы поля, а также тем, что коэффициенты насыщения по продольной и поперечной осям различны $k_{\mu d} \neq k_{\mu q}$.

В неявнополюсных машинах магнитная цепь симметрична, поэтому $k_{\mu d} = k_{\mu q};\ k_{ad} = k_{aq}$ и

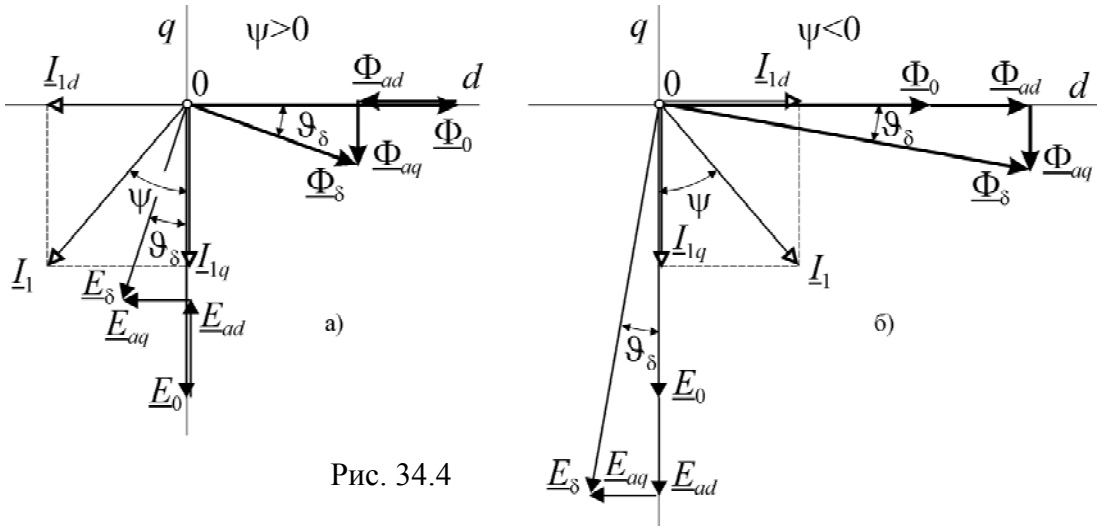


Рис. 34.4

$$x_{ad} = x_{aq} = x_a. \quad (34.13)$$

Составляющие тока, магнитного потока и ЭДС реакции якоря можно представить в виде векторной диаграммы. Причём, эту диаграмму можно рассматривать одновременно как временную и как пространственную, т.к. электромагнитные и механические процессы синхронны.

Базовым вектором, относительно которого ориентируют остальные векторы, является вектор основного магнитного потока ротора $\underline{\Phi}_0$, дающий направление продольной оси *d* (рис. 34.4). Электродвижущая сила $\underline{E}_0$, наводимая этим потоком в обмотке якоря, отстаёт от него на $90°^{(el)}$.

Предположим, что ток в обмотке статора $\underline{I}_1$ отстаёт по фазе от ЭДС $\underline{E}_0$ на некоторый угол $\psi > 0$ (рис. 34.4, *а*). Тогда его можно разложить на продольную и поперечную составляющие

$$I_{1d} = I_1 \sin\psi;\ I_{1q} = I_1 \cos\psi, \tag{34.14}$$

представляющие собой проекции вектора $\underline{I}_1$ на продольную и поперечную ось.

Результирующий магнитный поток в зазоре машины является суммой основного потока и потока реакции якоря

$$\underline{\Phi}_\delta = \underline{\Phi}_0 + \underline{\Phi}_a = \underline{\Phi}_0 + \underline{\Phi}_{ad} + \underline{\Phi}_{aq}. \tag{34.15}$$

Этот поток наводит в обмотке якоря ЭДС

$$\underline{E}_\delta = \underline{E}_0 + \underline{E}_{ad} + \underline{E}_{aq}. \tag{34.16}$$

Из рис. 34.4, *а* видно, что продольная составляющая потока реакции якоря $\underline{\Phi}_{ad}$ направлена встречно основному магнитному потоку и размагничивает машину, уменьшая магнитный поток в зазоре $\underline{\Phi}_\delta$. Однако если ток якоря опережает по фазе ЭДС $\underline{E}_0$, т.е. $\psi < 0$, тогда поле продольной реакции якоря направлено согласно с полем возбуждения и магнитный поток в зазоре увеличивается (рис. 34.4, *б*).

Поперечная составляющая поля реакции якоря $\underline{\Phi}_{aq}$ создаёт смещение результирующего магнитного потока $\underline{\Phi}_\delta$ относительно основного потока на некоторый угол ϑ_δ.

Модули ЭДС, наводимых в обмотке статора, пропорциональны модулям соответствующих магнитных потоков и смещены по отношению к ним на $-90°^{(el)}$. Поэтому ЭДС магнитного потока в зазоре $\underline{E}_\delta$ смещена по фазе относительно ЭДС основного потока на угол ϑ_δ.

Магнитное поле реакции якоря оказывает существенное влияние на характеристики машины. Как правило, это влияние отрицательное. Ослабление поля реакции якоря в синхронных машинах возможно в основном только за счёт увеличения воздушного зазора. Однако при этом возникает необходимость увеличения мощности обмотки возбуждения, что приводит к снижению КПД, а в некоторых случаях и к росту габаритов машины.

Кроме магнитного потока самоиндукции, создаваемого вращающимся магнитным полем реакции якоря, фазные обмотки создают поля рассеяния, индуктивное сопротивление которых было рассмотрено нами в разделе 3.6.3. Поля рассеяния фазных обмоток синхронной машины наводят в них соответствующие ЭДС

$$\underline{E}_s = -jx_s\underline{I}_1, \tag{34.17}$$

где x_s – полное индуктивное сопротивление рассеяния, включающее сопротивления пазового, лобового и дифференциального рассеяния.

Разложив ток на продольную и поперечную составляющие, можно представать $\underline{E}_s$ в виде суммы продольной и поперечной ЭДС рассеяния

$$\underline{E}_s = -jx_s\underline{I}_1 = -jx_s(\underline{I}_{1d} + \underline{I}_{1q}) = -jx_s\underline{I}_{1d} - jx_s\underline{I}_{1q} = \underline{E}_{sd} + \underline{E}_{sq}.$$

Отсюда можно найти продольную и поперечную составляющую полной ЭДС самоиндукции якоря

$$\underline{E}_d = \underline{E}_{ad} + \underline{E}_{sd} = -jx_{ad}\underline{I}_{1d} - jx_s\underline{I}_{1d} = -jx_d\underline{I}_{1d};$$
$$\underline{E}_q = \underline{E}_{aq} + \underline{E}_{sq} = -jx_{aq}\underline{I}_{1q} - jx_s\underline{I}_{1q} = -jx_q\underline{I}_{1q},$$

где

$$x_d = x_{ad} + x_s;\ x_q = x_{aq} + x_s\ -$$

продольное и поперечное индуктивные сопротивления обмотки якоря

Таким образом, суммарная ЭДС обмотки якоря

$$\underline{E}_\Sigma = \underline{E}_\delta + \underline{E}_s = \underline{E}_0 + \underline{E}_d + \underline{E}_q.$$

Глава 35. Схемы замещения и векторные диаграммы синхронных машин

Исследование электромагнитных и электромеханических процессов в синхронных машинах выполняется с помощью схем замещения и векторных диаграмм. При этом обычно принимаются различные предварительные условия. В данном пособии для сохранения единства понятий, использованных ранее при изучении трансформаторов и асинхронных машин, мы будем считать положительными: 1) активную мощность, потребляемую якорем от источника питания; 2) механическую мощность, отдаваемую машиной в нагрузку; 3) реактивную мощность, расходуемую на формирование магнитных полей.

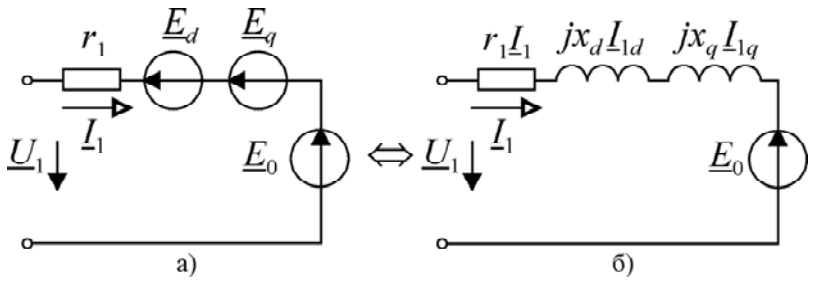


Рис. 35.1

Кроме того, мы будем рассматривать двигательный и генераторный режимы работы машины как частные случаи изучаемых процессов, отмечая, если это требуется, характерные особенности.

35.1. Схемы замещения и векторные диаграммы явнополюсной машины

В соответствии с рассмотренной ранее картиной магнитных полей явнополюсной машины можно составить уравнение Кирхгофа для цепи якоря в виде

$$\underline{U}_1 = r_1\underline{I}_1 - \underline{E}_d - \underline{E}_q - \underline{E}_0. \qquad (35.1)$$

Выражая ЭДС обмотки якоря через соответствующие индуктивные сопротивления и токи, получим

$$\underline{U}_1 = r_1\underline{I}_1 + jx_d\underline{I}_{1d} + jx_q\underline{I}_{1q} - \underline{E}_0. \qquad (35.2)$$

Уравнениям (35.1) и (35.2) соответствуют схемы замещения на рис. 35.1 и векторные диаграммы на рис. 35.2.

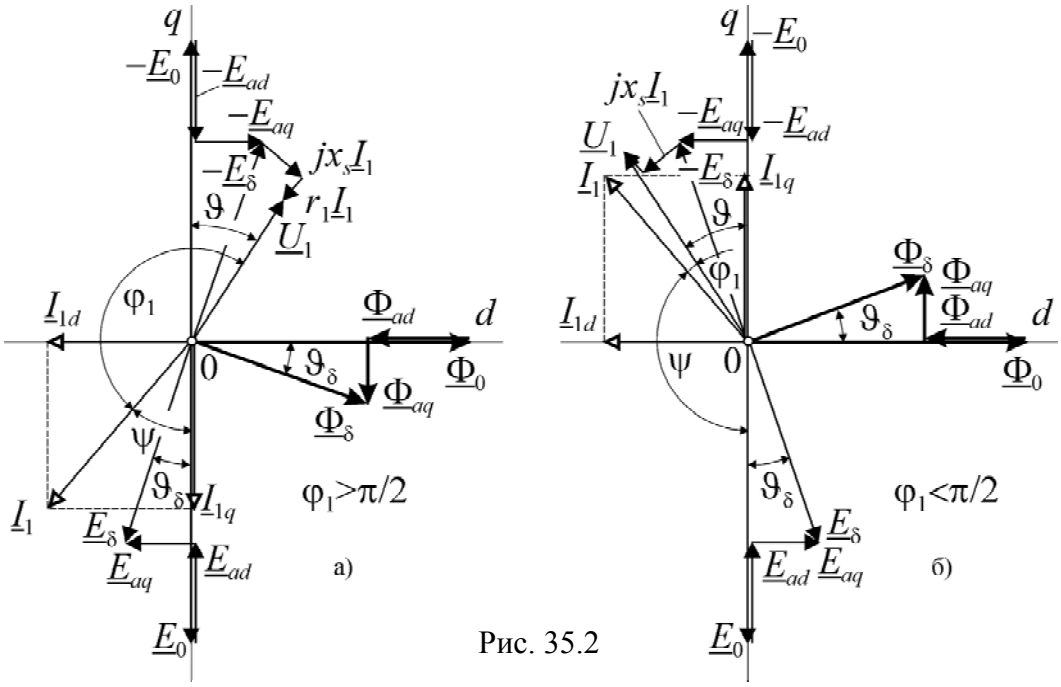


Рис. 35.2

Векторная диаграмма на рис. 35.2, *а* является диаграммой рис. 34.4, *а*, дополненной падениями напряжения на активном и индуктивном сопротивлениях $r_1\underline{I}_1$ и $jx_s\underline{I}_1$. Угол $\varphi_1 = \angle(\underline{U}_1, \underline{I}_1) > \pi/2$, следовательно, $P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos\varphi_1 < 0$ и эта диаграмма соответствует генераторному режиму работы синхронной машины.

На рис. 35.2, *б* показана векторная диаграмма, построенная при том же значении продольного тока якоря $\underline{I}_{1d} = \underline{I}_{1d}$ и поперечном токе $\underline{I}_{1q} = -\underline{I}_{1q}$. Здесь $\varphi_1 = \angle(\underline{U}_1, \underline{I}_1) < \pi/2 \Rightarrow P_1 > 0$, т.е. эта диаграмма соответствует двигательному режиму работы машины.

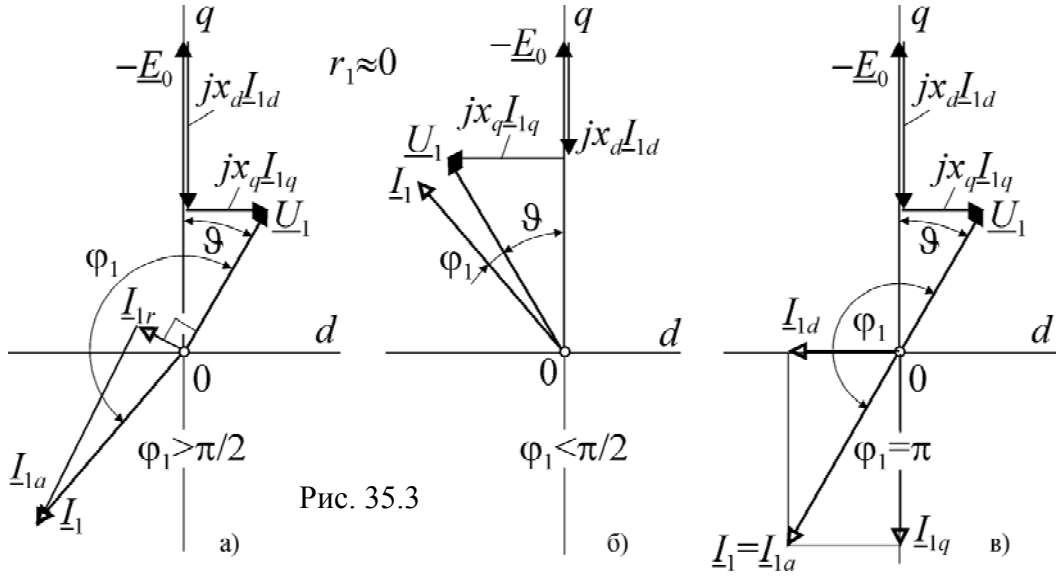


Рис. 35.3

Угол ϑ между векторами $\underline{E}_0$ и $\underline{U}_1$ называется углом нагрузки. Если его отсчитывать от ЭДС $\underline{E}_0$, то в двигательном режиме угол нагрузки будет положительным, а в генераторном отрицательным, т.е. в двигательном режиме ЭДС отстаёт от напряжения, а в генераторном – опережает его. Если пренебречь относительно малыми величинами $r_1 \approx 0$ и $x_s \approx 0$, то $\underline{U}_1 \approx -\underline{E}_\delta$ и $\vartheta \approx \vartheta_\delta = \angle(\underline{\Phi}_0, \underline{\Phi}_\delta)$. Следовательно, принятое правило отсчёта угла нагрузки соответствует описанному выше принципу работы синхронной машины, когда в двигательном режиме поле ротора ($\underline{\Phi}_0$) отстаёт от поля в зазоре машины ($\underline{\Phi}_\delta$). Кроме того, такой отсчёт угла нагрузки обеспечивает, как мы увидим в дальнейшем, выполнение в двигательном режиме условия $P_2 > 0$.

На рис. 35.3, *а* и *б* показаны векторные диаграммы рис. 35.2, построенные при условии $r_1 \approx 0$. Следует заметить, что на обоих рисунках и в двигательном и в генераторном режиме машина работает с опережающим током якоря, т.е. она является источником реактивной мощности. Ниже мы будем подробно рассматривать это явление, здесь же отметим это как особое очень важное свойство синхронных машин с возбуждённым ротором. На рис. 35.3, *в* показана векторная диаграмма генератора, работающего на чисто активную нагрузку.

35.2. Схемы замещения и векторные диаграммы неявнополюсной машины

Магнитная цепь неявнополюсных машин симметрична, поэтому $x_{ad} = x_{aq} = x_a$ и ЭДС реакции якоря

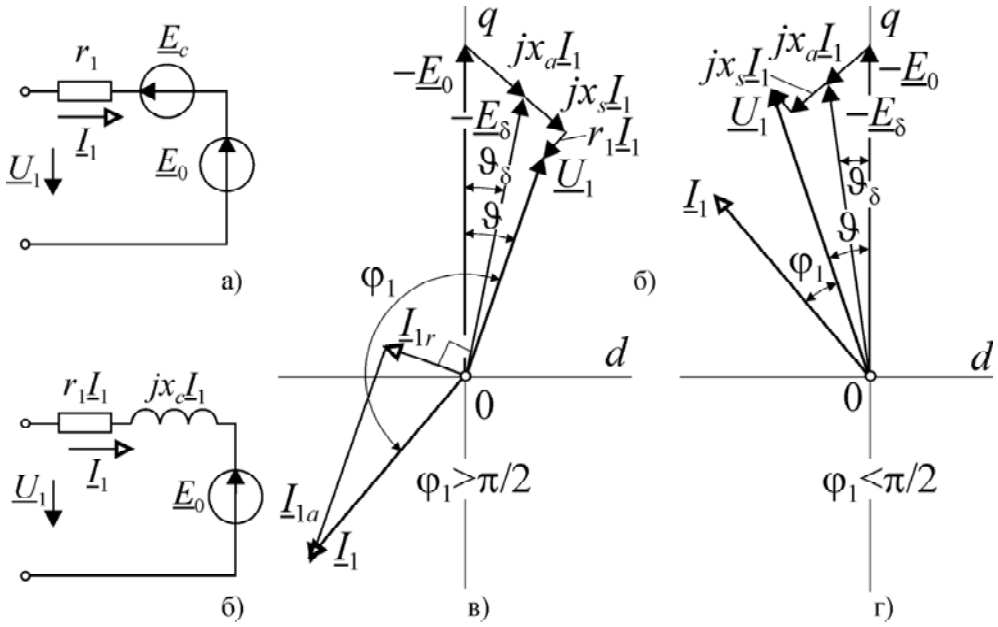


Рис. 35.4

$$\underline{E}_a = \underline{E}_{ad} + \underline{E}_{aq} = -jx_a\underline{I}_{1d} - jx_a\underline{I}_{1q} = -jx_a\left(\underline{I}_{1d} + \underline{I}_{1q}\right) = \\ = -jx_a\underline{I}_1 \qquad (35.3)$$

Тогда

$$\underline{U}_1 = r_1\underline{I}_1 - \underline{E}_s - \underline{E}_a - \underline{E}_0 = r_1\underline{I}_1 + jx_s\underline{I}_1 + jx_a\underline{I}_1 - \underline{E}_0 = \\ = r_1\underline{I}_1 + jx_c\underline{I}_1 - \underline{E}_0, \qquad (35.4)$$

где $x_c = x_s + x_a$ – синхронное индуктивное сопротивление.

На рис. 35.4 показаны схемы замещения и векторные диаграммы, соответствующие уравнению (35.4) с раздельным изображением ЭДС рассеяния и реакции якоря.

Сравнивая векторные диаграммы явнополюсной и неявнополюсной машины на рис. 35.2 и 36.1, можно заметить их качественное сходство. При этом диаграмма неявнополюсной машины проще, т.к. не требует разложения тока якоря на продольную и поперечную составляющие. Поэтому при анализе различных явлений в синхронной машине с возбуждённым ротором её можно использовать, не ограничивая при этом общности результатов и выводов.

Глава 36. Преобразование энергии в синхронной машине

Преобразование активной мощности в синхронной машине с возбуждённым ротором в двигательном и в генераторном режимах происходит совершенно аналогично преобразованию в асинхронной машине, рассмотренному в главе 23. Отличие заключается только в полном отсутствии магнитных потерь в сердечнике ротора в статическом режиме, а также в том, что электрические потери в обмотке ротора не зависят от нагрузки и режима работы машины и определяются только величиной тока возбуждения I_e. В случае возбуждения ротора постоянными магнитами электрические потери в нём отсутствуют также, как и магнитные.

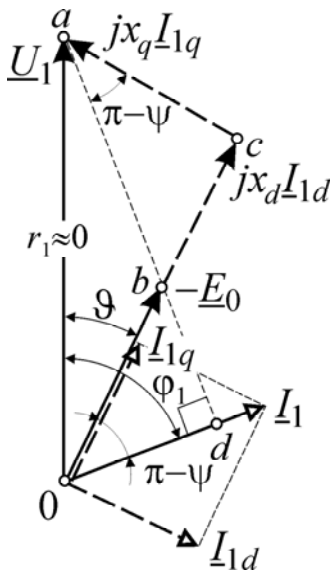


Рис. 36.1

Малые потери энергии в роторе позволяют считать, что мощность на валу машины практически равна электромагнитной мощности. Кроме того, отсутствие потерь скольжения, создающих в асинхронной машине дополнительную нагрузку на обмотку статора, позволяет в синхронной машине пренебречь электрическими потерями в обмотке якоря, полагая $r_1 \approx 0$. Тогда

$$P_1 = m_1U_1I_1\cos\varphi_1 \approx P_{em} \approx P_2 = M\Omega_1. \qquad (36.1)$$

Это равенство соответствует КПД $\eta \approx 100\%$, что характерно для синхронных машин с возбуждённым ротором средней и большой мощности

36.1. Угловые характеристики синхронной машины

Предположим, что $r_1 \approx 0$. Тогда векторная диаграмма для явнополюсной машины будет иметь вид, показанный на рис. 36.1.

Для этой диаграммы справедливы следующие геометрические соотношения

$$m_U \cdot 0c = m_U \cdot (0b + bc) = U_1 \cos\vartheta = E_0 + x_d I_{1d};$$
$$m_U \cdot ac = U_1 \sin\vartheta = x_q I_{1q},$$

где m_U – масштаб изображения векторов падений напряжения.

Из последних равенств в этих выражениях можно определить продольную и поперечную составляющие тока якоря

$$I_{1d} = \frac{U_1 \cos\vartheta - E_0}{x_d} = I_1 \sin(\pi - \psi) = I_1 \sin\psi; \qquad (36.2)$$

$$I_{1q} = \frac{U_1 \sin\vartheta}{x_q} = I_1 \cos(\pi - \psi) = -I_1 \cos\psi. \qquad (36.3)$$

Пользуясь тем, что $\varphi_1 = \vartheta + \pi - \psi$, и учитывая соотношения (36.2) и (36.3), определим активную мощность обмотки якоря

$$\begin{aligned} P_{em} &\approx m_1 U_1 I_1 \cos\varphi_1 = m_1 U_1 I_1 \cos(\vartheta + \pi - \psi) = -m_1 U_1 I_1 \cos(\vartheta - \psi) = \\ &= -m_1 U_1 (I_1 \cos\vartheta \cos\psi + I_1 \sin\vartheta \sin\psi) = m_1 U_1 (I_{1q} \cos\vartheta - I_{1d} \sin\vartheta) = \\ &= m_1 U_1 \left(\frac{U_1 \sin\vartheta}{x_q} \cos\vartheta - \frac{U_1 \cos\vartheta - E_0}{x_d} \sin\vartheta \right) = \qquad (36.4) \\ &= \frac{m_1 U_1 E_0}{x_d} \sin\vartheta + \frac{m_1 U_1^2}{2} \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\vartheta = M\Omega_1. \end{aligned}$$

Разделив (36.4) на величину синхронной скорости вращения $\Omega_1 = \omega_1 / z_p$, получим выражение для вращающего момента синхронной явнополюсной машины

$$M = \frac{m_1 z_p U_1 E_0}{\omega_1 x_d} \sin\vartheta + \frac{m_1 z_p U_1^2}{2\omega_1} \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\vartheta = M_\varepsilon + M_{dq} \qquad (36.5)$$

Зависимости $P_{em} = f(\vartheta)$ и $M = f(\vartheta)$ называются угловыми характеристиками синхронной машины. Очевидно, что одна от другой отличается только постоянным коэффициентом Ω_1.

Как следует из (36.5), электромагнитный момент явнополюсной машины имеет две составляющие. Одна из них

$$M_\varepsilon = \frac{m_1 z_p U_1 E_0}{\omega_1 x_d} \sin\vartheta = M_{\varepsilon\max} \sin\vartheta \qquad (36.6)$$

называется основным моментом, а вторая

$$M_{dq} = \frac{m_1 z_p U_1^2}{2\omega_1} \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\vartheta = M_{dq\max} \sin 2\vartheta - \qquad (36.7)$$

реактивным моментом.

Обе составляющие являются синусными функциями угла нагрузки ϑ. Положительным значениям угла нагрузки соответствует положительное значение мощности на валу, а т.к. при этом активная мощность также положительна (см.

рис. 33.10, *б*), то эта область углов нагрузки соответствует двигательному режиму работы машины. При отрицательных значениях ϑ механическая мощность подводится к машине извне, т.е. её значение отрицательное. Активная мощность при $\vartheta < 0$ также отрицательна, следовательно, она отдаётся в питающую сеть, и машина является генератором электрической энергии.

Амплитуды основного и реактивного моментов определяют перегрузочную способность синхронной машины аналогично опрокидывающему моменту машины асинхронной.

Амплитуда основного момента $M_{\varepsilon\max}$ зависит от напряжения питающей сети и величины ЭДС поля возбуждения, которая, в свою очередь, зависит от величины тока возбуждения i_e и коэффициента насыщения магнитной цепи k_μ[*]. При отключённой обмотке возбуждения эта составляющая момента синхронной машины равна нулю.

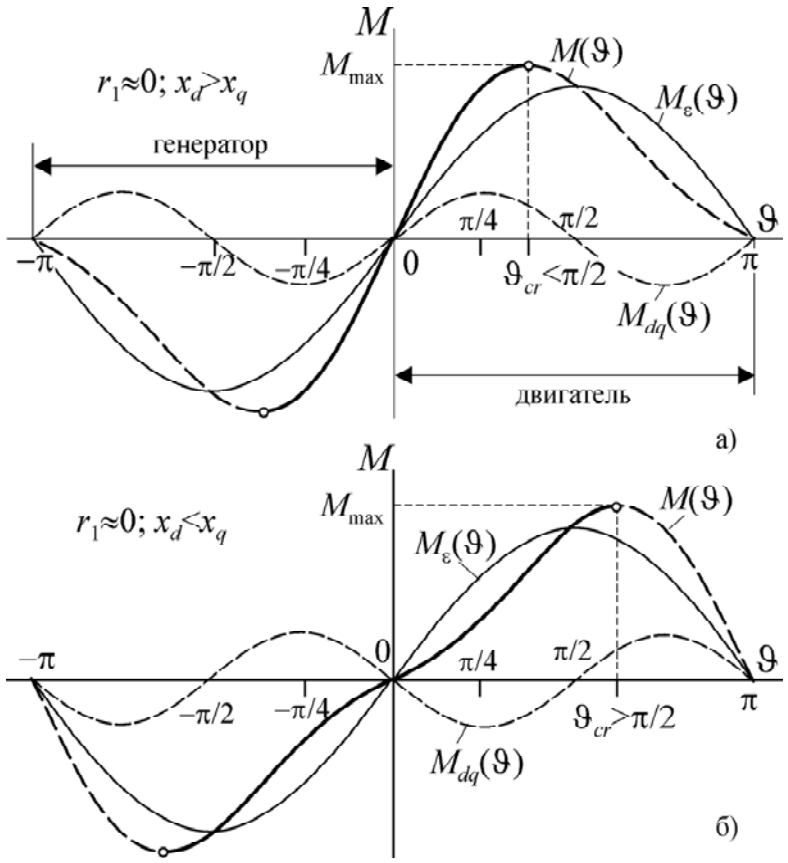


Рис. 36.2

Амплитуда реактивного момента $M_{dq\max}$ не зависит от магнитного потока полюсов ротора. Необходимым условием возникновения реактивного момента является наличие явно выраженных полюсов на роторе, а в более широком смысле, наличие магнитной асимметрии ротора – $x_d \neq x_q$. Магнитная асимметрия явнополюсной машины определяется соотношением длины полюсной дуги b_p и полюсного деления τ (см. рис. 34.1, *а*). В выражениях (34.12) она учитывается коэффициентами насыщения $k_{\mu d} \neq k_{\mu q}$ и формы поля $k_{ad} \neq k_{aq}$, которые являются сложными нелинейными функциями от $\alpha = b_p / \tau$. Существует оптимальное значение $\alpha = 0{,}5 \ldots 0{,}6$, которое обеспечивает наибольшую амплитуду реактивного момента машины.

Следует отметить сильную (квадратичную) зависимость реактивного момента от напряжения питания U_1, что ведёт к резкому снижению перегрузочной

[*] см. раздел 17.1

способности невозбуждённых синхронных машин при снижении напряжения сети. Машины с возбуждённым ротором менее восприимчивы к снижению напряжения, т.к. у них зависимость максимального момента от U_1 линейная.

Выражение (36.5) справедливо также для машин с неявно выраженными полюсами ротора. В этом случае $x_d = x_q = x_c \Rightarrow M_{dq} = 0;\ M = M_\varepsilon$.

В явнополюсной машине с возбуждённым ротором одновременно действуют оба вращающих момента – основной и реактивный. Поэтому угловая характеристика представляет собой сумму ординат характеристик $M_\varepsilon = f(\vartheta)$ и $M_{dq} = f(\vartheta)$ (рис. 36.2). Соотношение величин продольного и поперечного индуктивных сопротивлений зависит не только от геометрии полюсов ротора, но также и от материала магнитопровода. В машинах с магнитоэлектрическим возбуждением, вследствие большого магнитного сопротивления материала постоянных магнитов, обычно $x_d < x_q$. Следовательно, $\dfrac{1}{x_q} - \dfrac{1}{x_d} = \dfrac{x_d - x_q}{x_d x_q} < 0$ и угловая характеристика имеет вид, показанный на рис. 36.2, *б*.

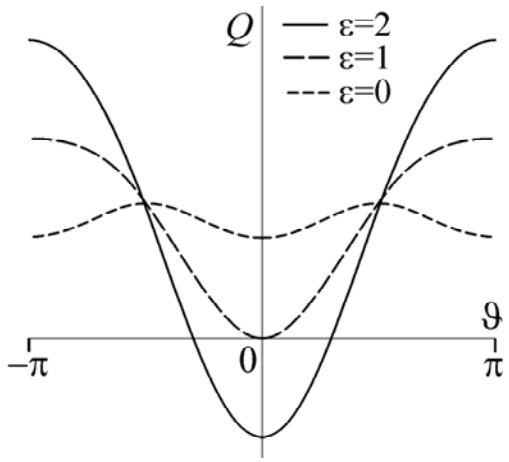


Рис. 36.3

Запас мощности, необходимый для исключения выхода машины из синхронизма определяется отношением максимальной мощности или момента к номинальному значению при $U_1 = U_{1N}$ и $i_e = i_{eN}$

$$k_{ol} = P_{\max} / P_N = M_{\max} / M_N .$$

Минимальное значение коэффициента k_{ol} нормируется ГОСТ'ами и составляет для различных типов машин $k_{ol} > 1{,}6 \cdots 1{,}7$.

Наряду с характеристиками активной мощности и вращающего момента представляют интерес также угловые характеристики реактивной мощности. Их можно получить, пользуясь векторной диаграммой на рис. 36.1, аналогично тому, как были получены характеристики электромагнитной мощности –

$$\begin{aligned} Q &= m_1 U_1 I_1 \sin\varphi_1 = m_1 U_1 I_1 \sin(\vartheta + \pi - \psi) = -m_1 U_1 I_1 \sin(\vartheta - \psi) = \\ &= m_1 U_1 (I_1 \cos\vartheta \sin\psi - I_1 \sin\vartheta \cos\psi) = m_1 U_1 (I_{1d} \cos\vartheta + I_{1q} \sin\vartheta) = \\ &= m_1 U_1 \left(\frac{U_1 \cos\vartheta - E_0}{x_d} \cos\vartheta + \frac{U_1 \sin\vartheta}{x_q} \sin\vartheta \right) = \\ &= \frac{m_1 U_1^2}{2} \left(\frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d} \right) - \frac{m_1 U_1^2}{2} \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \cos 2\vartheta - \frac{m_1 U_1 E_0}{x_d} \cos\vartheta \end{aligned} \qquad (36.8)$$

На рис. 36.3 изображены угловые характеристики, соответствующие выражению (36.8) для различных степеней возбуждения $\varepsilon = E_0 / U_1$ при $x_q / x_d = 0,75$.

Из этого рисунка следует, что у перевозбуждённой машины ($\varepsilon = 2$) существует диапазон углов нагрузки, в пределах которого она является источником реактивной мощности, т.к. $Q < 0$. Нормально возбуждённая машина ($\varepsilon = 1$) не расходует реактивную мощность только при отсутствии нагрузки ($Q = 0\big|_{\vartheta=0}$). Очевидно, что невозбуждённая синхронная машина ($\varepsilon = 0$) вообще неработоспособна, если она не получает реактивную мощность от источника питания. Таким образом, ток возбуждения, соответствующий $E_0 = U_1$ является предельным значением, при котором машина с любой нагрузкой работает, потребляя реактивную мощность.

Основным источником реактивной мощности в электрических сетях являются перевозбуждённые синхронные машины. Причём, как это видно из рис. 36.3, они способны производить её с одинаковым результатом, как в генераторном ($\vartheta < 0$), так и в двигательном режиме ($\vartheta > 0$).

36.2. Диаграммы тока синхронных машин

Выражения для активной и реактивной мощности (36.4) и (36.8) позволяют определить активную и реактивную составляющие тока статора

$$m_1 U_1 I_1 \cos\varphi_1 = m_1 U_1 I_{1a} = \frac{m_1 U_1 E_0}{x_d}\sin\vartheta + \frac{m_1 U_1^2}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)\sin 2\vartheta$$

$$\Downarrow$$

$$I_{1a} = \frac{E_0}{x_d}\sin\vartheta + \frac{U_1}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)\sin 2\vartheta;$$

$$m_1 U_1 I_1 \sin\varphi_1 = m_1 U_1 I_{1r} = \frac{m_1 U_1^2}{2}\left(\frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d}\right) - \frac{m_1 U_1^2}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)\cos 2\vartheta - \frac{m_1 U_1 E_0}{x_d}\cos\vartheta$$

$$\Downarrow$$

$$I_{1r} = \frac{U_1}{2}\left(\frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d}\right) - \frac{U_1}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)\cos 2\vartheta - \frac{E_0}{x_d}\cos\vartheta. \qquad (36.9)$$

Если вектор напряжения сети $\underline{U}_1$ совмещён с осью мнимых числе, т.е. $\underline{U}_1 = jU_1$, то вектор тока статора $\underline{I}_1 = jI_{1a} - I_{1r}$. Подставляя сюда из (36.9) выражения для активной и реактивной составляющих тока, после преобразований получим

$$\underline{I}_1 = \frac{U_1}{2}\left(\frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d}\right) - \frac{U_1}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)e^{-j2\vartheta} - \frac{E_0}{x_d}e^{-j\vartheta} = \qquad (36.10)$$

$$= I_r - I_{dq}e^{-j2\vartheta} - I_\varepsilon e^{-j\vartheta}.$$

Таким образом, ток статора является геометрической суммой трёх составляющих. Первая из них $I_r = \frac{U_1}{2}\left(\frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d}\right)$ зависит только от напряжения питания и индуктивных сопротивлений обмотки якоря по продольной и поперечной оси. Эта составляющая не зависит от нагрузки машины, а также степени её возбуждения, и является чисто реактивным (индуктивным) током.

Вторая составляющая $\underline{I}_{dq} = \frac{U_1}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)e^{-j2\vartheta}$ возникает при наличии магнитной асимметрии $x_d \neq x_q$ и зависит от её степени, а также величины напряжения питания. При постоянных параметрах машины и напряжении питания геометрическим местом точек конца вектора $\underline{I}_{dq}$ является окружность радиусом $\left|\underline{I}_{dq}\right| = \frac{U_1}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)$, а положение рабочей точки на этой окружности определяется двойным углом нагрузки 2ϑ.

Окружностью является также геометрическое место точек конца вектора третьей составляющей тока статора $\underline{I}_\varepsilon = \frac{E_0}{x_d}e^{-j\vartheta}$. Его модуль определяется степенью возбуждения машины, т.е. величиной тока возбуждения, а положение рабочей точки на окружности углом нагрузки ϑ.

На рис. 36.4 показаны кривые, называемые диаграммами тока синхронной машины. Они построены по выражению (36.10) для диапазона углов нагрузки $0 \le \vartheta \le 2\pi$ при трёх значениях степени возбуждения $\varepsilon = E_0 / U_1 = 1{,}5;\ 1{,}0;\ 0{,}5$.

Все точки диаграмм тока, расположенные в верхней полуплоскости, соответствуют положительным значениям его активной составляющей, т.е. режиму двигателя, а в нижней полуплоскости – режиму генератора. Точки диаграмм, лежащие в правой полуплоскости, соответствуют положительным значениям реактивного тока и, следовательно, потреблению машиной реактивной мощности, в то время как в левой полуплоскости располагаются точки, соответствующие режиму генерирования реактивной мощности.

Диаграммы тока явнополюсной синхронной машины представляют собой кривые, называемые улиткой Паскаля (рис. 36.4, *а*). Центр кривых находится на оси вещественных чисел в точке конца вектора тока $\underline{I}_r$.

Максимум активной составляющей тока соответствует максимальному моменту на валу машины. Множество точек максимума, соответствующих различным степеням возбуждения ε, образуют границу статической устойчивости машины ($\vartheta = \vartheta_{cr}$) в режимах двигателя и генератора.

Если $x_d > x_q$, то улитки Паскаля в области статической устойчивости практически не отличаются от окружностей радиусом $\left|\underline{I}_\varepsilon\right| + \left|\underline{I}_{dq}\right|$. При обратном со-

отношении, когда $x_d < x_q$, диаграммы тока будут зеркально симметричными относительно оси *dq*, и участки кривых, близкие по форме к окружности, расположатся вне области устойчивости.

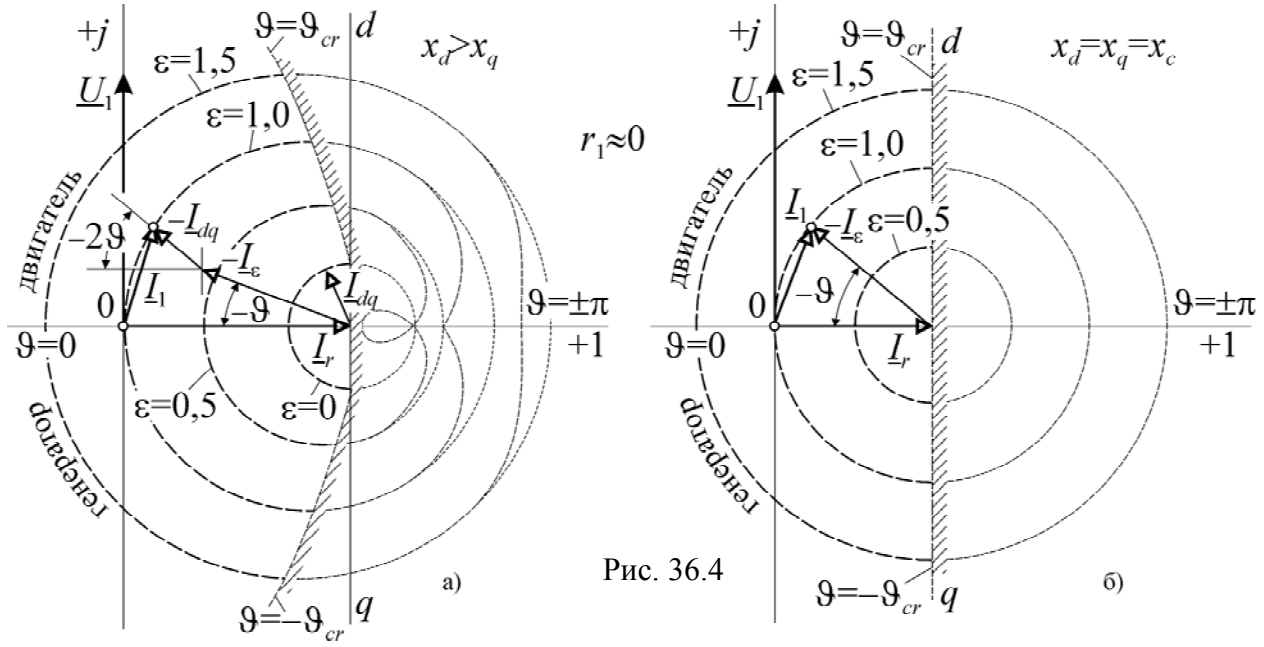


Рис. 36.4

Из рис. 36.4, *а* видно, что точки диаграмм тока переходят в левую полуплоскость и машина начинает генерировать реактивную мощность при перевозбуждении $\varepsilon > 1$. Во всех остальных режимах она, также как асинхронная машина, потребляет реактивную мощность от внешнего источника. Однако при некоторой нагрузке вектор тока переходит в правую полуплоскость даже в режиме перевозбуждения. Следовательно, характер и величина реактивной мощности определяются степенью (током) возбуждения и нагрузкой на валу машины, или мощностью на валу, если речь идёт о синхронном генераторе.

Диаграмма тока невозбуждённой явнополюсной машины ($\varepsilon = 0$) представляет собой окружность с центром в точке конца вектора $\underline{I}_r$ (рис. 36.4, *а*). Такая машина называется реактивной синхронной машиной, т.к. в ней существует только магнитное поле реакции якоря. В реактивной машине отсутствует обмотка возбуждения или постоянные магниты на роторе. Из диаграммы следует, что она может работать как в режиме двигателя, так и в режиме генератора, но только при наличии внешнего источника реактивной мощности. Однако практическое применение, благодаря простоте своей конструкции, находят только реактивные двигатели.

Ток неявнополюсной синхронной машины не содержит составляющей $\underline{I}_{dq}$. Поэтому диаграммы тока такой машины являются окружностями с радиусами, пропорциональными степени возбуждения ротора ε (рис. 36.4, *б*). Граница статической устойчивости диаграмм проходит по диаметру, соответствующему оси *dq*. Неявнополюсная машина обладает всеми свойствами явнополюсной

машины с возбуждёнными ротором, но несколько меньшим запасом устойчивости.

36.3. Регулирование реактивной мощности

Из рассмотренных выше диаграмм тока статора следует, что изменением тока возбуждения можно регулировать реактивный ток синхронной машины с возбуждённым ротором. Найдём количественное соотношение между током возбуждения и током статора. Чтобы излишне не усложнять математические выкладки рассмотрим задачу на примере машины с неявно выраженными полюсами ротора.

Если синхронная неявнополюсная машина работает при постоянном напряжении питания с постоянным моментом нагрузки на валу $M_\varepsilon = \text{const}$, то

$$P_{em} \approx m_1 U_1 I_1 \cos\varphi_1 = C_P I_1 \cos\varphi_1 = M_\varepsilon \Omega_1 = \text{const};$$

$$M_\varepsilon = \frac{m_1 z_p U_1}{\omega_1 x_d} E_0 \sin\vartheta = C_M E_0 \sin\vartheta = \text{const}.$$

Так как $C_P = m_1 U_1 = \text{const}$ и $C_M = m_1 z_p U_1/(\omega_1 x_d) = \text{const}$, то

$$I_1 \cos\varphi_1 = I_{1a} = \text{const};\ \ E_0 \sin\vartheta = \text{const}. \qquad (36.11)$$

Построим векторную диаграмму, соответствующую уравнению цепи статора при условии $r_1 \approx 0$

$$\underline{U}_1 = jx_c \underline{I}_1 - \underline{E}_0,$$

совместив вектор напряжения $\underline{U}_1$ с осью мнимых чисел (рис. 36.5). Тогда в соответствии с (36.11) геометрическими местами точек концов векторов $\underline{I}_1$ и $-\underline{E}_0$ при $M_\varepsilon = \text{const}$ будут прямые линии параллельные осям координат (линии *ab* и *cd* на рис. 36.5).

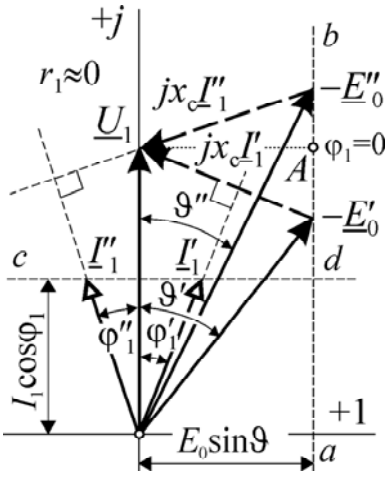


Рис. 36.5

На диаграмме вектор $jx_c \underline{I}_1$ соединяет концы векторов $\underline{U}_1$ и $-\underline{E}_0$. Значит, вектор тока статора $\underline{I}_1$ перпендикулярен линии, проходящей через концы векторов $\underline{U}_1$ и $-\underline{E}_0$, (рис. 36.5). Из этого следует, что чисто активному току статора ($\varphi_1 = 0$) соответствует вектор ЭДС, конец которого находится в точке *A* на линии *ab*, с ординатой равной $|\underline{U}_1|$. Тогда величина ЭДС при чисто активном токе равна $E_{0A} = U_1/\cos\vartheta$, а ток возбуждения, соответствующий этому условию, $i_{eA} = \dfrac{U_1\sqrt{2}}{x_{ea}\cos\vartheta}$. Если $|\underline{E}_0| < E_{0A} \Leftrightarrow i_e < i_{eA}$, т.е. машина недовозбуждена, то реактивный ток статора имеет индуктивный характер ($\varphi_1 > 0$), и машина потребляет реактивную мощность. Если же $|\underline{E}_0| > E_{0A} \Leftrightarrow i_e > i_{eA}$, то $\varphi_1 < 0$, и перевозбуждённая машина является источником реактивной мощности.

Величина ЭДС E_0 пропорциональна величине тока обмотки возбуждения i_e [*], поэтому его изменение приведёт к изменению модуля вектора $-\underline{E}_0$ и, следовательно, тока статора $\underline{I}_1$. Определим связь между этими величинами $I_1 = f(i_e)$. В соответствии с векторной диаграммой на рис. 36.5

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1 - \underline{E}_0}{jx_c} = \frac{U_1 - E_0 e^{-j\vartheta}}{x_c} = \frac{j}{x_c}\left[E_0 \sin\vartheta + j\left(E_0\cos\vartheta - U_1\right)\right] =$$

$$= j\left[\frac{M_\varepsilon}{C_M x_c} + j\frac{\frac{x_{ea} i_e}{\sqrt{2}}\cos\vartheta - U_1}{x_c}\right] = j\left\{\frac{M_\varepsilon}{C_M x_c} + j\frac{\frac{x_{ea}}{\sqrt{2}}\cos\left[\arcsin\left(\frac{M_\varepsilon\sqrt{2}}{C_M x_{ea}}\right)\right] i_e - U_1}{x_c}\right\} =$$

$$= j\left\{\frac{M_\varepsilon}{C_M x_c} + j\frac{C_E i_e - U_1}{x_c}\right\} = j\left(I_{1a} + jI_{1r}\right);\ \ I_1 = \sqrt{I_{1a}^2 + I_{1r}^2}. \qquad (36.12)$$

Как и следовало ожидать, активная составляющая тока статора не зависит от тока возбуждения и при постоянной нагрузке $I_{1a} = M_\varepsilon/(C_M x_c) = \text{const}$. Ток статора изменяется за счёт реактивной составляющей $I_{1r} = f(i_e) = (C_e i_e - U_1)/x_c$. При малом токе возбуждения $C_E i_e - U_1 < 0 \Rightarrow I_{1r} < 0 \Rightarrow \varphi_1 > 0$, и машина потребляет реактивную мощность. При большом токе машина генерирует реактивную мощность, т.к. $C_E i_e - U_1 > 0 \Rightarrow I_{1r} > 0 \Rightarrow \varphi_1 < 0$.

Функция $I_1 = f(i_e)$, определяемая выражением (36.12), справедлива как для режима двигателя, так и для генераторного режима. В режиме генератора вращающий момент M_ε и активная составляющая тока I_{1a} отрицательные, но при возведении в квадрат знак теряется. Реактивный же ток I_{1r} не зависит от режима работы машины, т.е. от знака угла нагрузки ϑ, т.к. косинус, входящий в константу C_E, функция чётная. Это полностью согласуется с рассмотренными ранее угловыми характеристиками реактивной мощности и диаграммами тока.

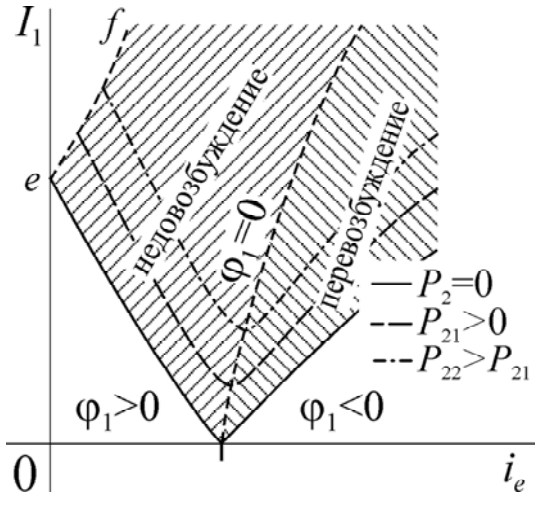


Рис. 36.6

Кривые зависимости $I_1 = f(i_e)$ при различных нагрузках показаны на рис. 36.6. В соответствии со своим видом они называются *U*-образными характеристиками. Геометрическое место точек минимумов делит плоскость характеристик на две части, соответствующие режимам работы с потреблением ($\varphi_1 > 0$) и с генерированием ($\varphi_1 < 0$) реактивной мощности. Линия

[*] см. раздел 34.1

ef является границей устойчивости, за пределами которой машина выходит из синхронизма.

Физическое объяснение характеру зависимости $I_1 = f(i_e)$ можно дать, исходя из того, что в синхронной машине магнитный поток в зазоре Φ_δ создаётся МДС обмоток индуктора и якоря. Причём, при постоянном напряжении и частоте источника питания $U_1 = \text{const} \approx E_\delta = 4,44 f_1 w_{1ef} \Phi_{\delta m} \Rightarrow \Phi_{\delta m} \approx \text{const}$. Главной составляющей магнитного поля машины является магнитный поток индуктора (ротора) Φ_0. Поэтому при изменении тока возбуждения и, соответственно, потока Φ_0 продольные составляющие потока реакции Φ_{ad} и тока якоря I_{1d} должны измениться таким образом, чтобы поток в зазоре остался неизменным (см. рис. 33.10). У недовозбуждённой машины МДС ротора недостаточна для формирования требуемого магнитного потока в зазоре и МДС якоря (статора) компенсирует этот недостаток, подмагничивая машину. Для подмагничивания реактивная мощность потребляется из сети, и машина работает с отстающим реактивным током. У перевозбуждённой машины МДС ротора избыточна и для её компенсации МДС якоря должна размагничивать машину. Вследствие этого она работает с опережающим реактивным током якоря, а излишняя реактивная мощность отдаётся в сеть.

Регулированием тока возбуждения при любой нагрузке синхронной машины можно создать режим, при котором она работает с $\cos\varphi_1 = 1$. При этом обмотка статора нагружена чисто активным током и потери энергии в машине минимальны. Если при том же допустимом токе статора $I_{1\max}$ угол $\varphi_1 \neq 0$, то активный ток, т.е. нагрузку на валу машины, нужно уменьшить. Очевидно, что величина максимально возможного реактивного тока при заданном полном токе равна $I_{1r\max} = \sqrt{I_{1\max}^2 - I_{1a}^2}$.

Способность генерировать реактивную мощность является одним из существенных достоинств синхронных машин с электромагнитным возбуждением. С их помощью можно исключить загрузку линий электропередачи реактивным током, если в точках присоединения к сети конечных потребителей электроэнергии подключить синхронные машины, покрывающие потребность в реактивной мощности. Такие машины называются синхронными компенсаторами. Функцию компенсатора может выполнять любая синхронная машина, однако для получения максимальной реактивной мощности её полностью разгружают, т.е. она вращается на холостом ходу и даже не имеет выступающего конца вала. Это позволяет существенно облегчить и упростить конструкцию компенсатора, а также оптимизировать систему охлаждения, увеличив за счёт этого удельную мощность.

Синхронный компенсатор обычно работает в режиме перевозбуждения и генерирует реактивную мощность, потребляемую асинхронными машинами и трансформаторами. Однако в сети с длинными линиями, обладающими значительными ёмкостными сопротивлениями, при малых нагрузках может возни-

кать избыток реактивной мощности, который можно компенсировать переходом в режим недовозбуждения.

В отличие от батареи конденсаторов, используемой в качестве нерегулируемого источника реактивной мощности и позволяющей создать в сети оптимальный режим при какой-либо определённой нагрузке, синхронный компенсатор может оптимизировать энергопотребление в широком диапазоне её изменения. Причём процесс регулирования реактивной мощности легко поддаётся автоматизации.

36.4. Статическая устойчивость синхронной машины

Пусть на ротор машины действует некоторый момент нагрузки M_L. Тогда статический режим соответствует условию $M = M_L$.

Если к ротору приложить дополнительный момент ΔM_L, под действием которого он сместится на угол $\Delta\vartheta_\delta$, а затем снять дополнительную нагрузку, то возникнет электромеханический переходный процесс, описываемый уравнением движения

$$M_0 - M_{L0} = J\frac{d\Omega}{dt} = J\varsigma, \qquad (36.13)$$

где $M_0 = M + \Delta M$ и $M_{L0} = M_L + \Delta M_L$ – начальные значения электромагнитного момента машины и нагрузки; J – момент инерции движущихся масс, приведённый к ротору машины; $\varsigma = d\Omega/dt$ – начальное угловое ускорение ротора.

Малые приращения моментов ΔM и ΔM_L определяются приращением угла нагрузки $\Delta\vartheta$, угловым смещением ротора $\Delta\vartheta_\delta$ и частными производными $\partial M/\partial\vartheta$ угловых характеристик машины и нагрузки, взятыми вблизи точки статического режима,

$$\Delta M = \frac{\partial M}{\partial\vartheta}\Delta\vartheta;\ \Delta M_L = \frac{\partial M_L}{\partial\vartheta_\delta}\Delta\vartheta_\delta.$$

Подставляя эти выражения в (36.13), получим

$$M + \frac{\partial M}{\partial\vartheta}\Delta\vartheta - M_L - \frac{\partial M_L}{\partial\vartheta_\delta}\Delta\vartheta_\delta = J\varsigma.$$

Так как $M = M_L$, то

$$\frac{\partial M}{\partial\vartheta}\Delta\vartheta - \frac{\partial M_L}{\partial\vartheta_\delta}\Delta\vartheta_\delta = J\varsigma \Rightarrow \frac{\partial M}{\partial\vartheta}k_\Delta - \frac{\partial M_L}{\partial\vartheta_\delta} = J\frac{\varsigma}{\Delta\vartheta_\delta}, \qquad (36.14)$$

где $k_\Delta = \Delta\vartheta/\Delta\vartheta_\delta > 1$.

Положительному приращению $\Delta\vartheta_\delta > 0$ соответствует смещение оси полюсов ротора в отрицательном направлении (см. рис. 33.1), т.е. встречно по отношению к направлению вращения. Следовательно, для восстановления исходного состояние после снятия дополнительной нагрузки требуется положительное начальное ускорение ротора $\varsigma > 0$. При отрицательном приращении $\Delta\vartheta_\delta < 0$ полюсы ротора смещаются в положительном направлении и для восстановления

состояния ротор должен замедлиться, т.е. начальное ускорение ротора должно быть отрицательным $\varsigma < 0$. Таким образом, для обеспечения устойчивости отношение ускорения к приращению угла $\varsigma / \Delta\vartheta_\delta$ должно быть положительным, а т.к. $J > 0$, то из (36.14) следует

$$\frac{\partial M}{\partial \vartheta} k_\Delta - \frac{\partial M_L}{\partial \vartheta_\delta} > 0$$

или более строго

$$\frac{\partial M}{\partial \vartheta} - \frac{\partial M_L}{\partial \vartheta_\delta} > 0$$

Таким образом, условием статической устойчивости для синхронной машины является соотношение

$$\frac{\partial M}{\partial \vartheta} > \frac{\partial M_L}{\partial \vartheta_\delta}. \qquad (36.15)$$

Если вращающий момент нагрузки не зависит от угла ϑ_δ, то условие статической устойчивости приобретает вид

$$\frac{\partial M}{\partial \vartheta} > 0. \qquad (36.16)$$

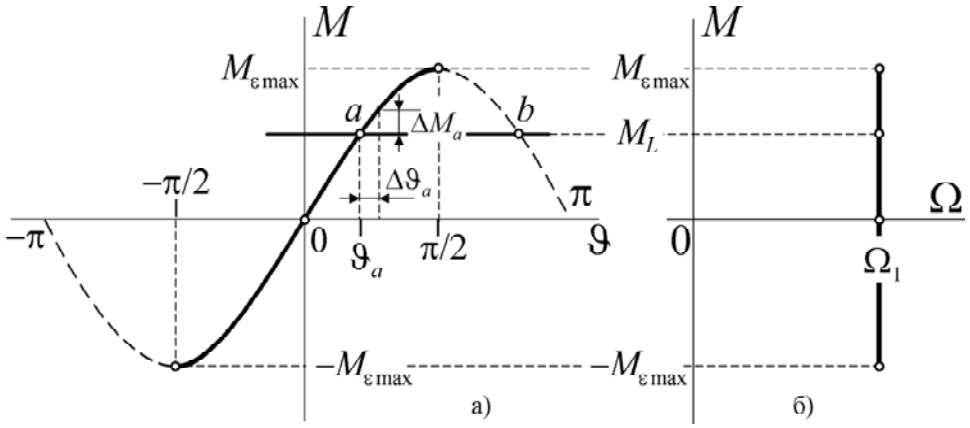


Рис. 36.7

На рис. 36.7, *а* показаны угловые характеристики момента неявнополюсной синхронной машины и нагрузки $M_L = \text{const}$. Статические режимы соответствуют точкам пересечения этих характеристик *a* и *b*. Условие (36.16) выполняется в точке *a* ($\partial M_a / \partial \vartheta > 0$) и не выполняется в точке *b* ($\partial M_b / \partial \vartheta < 0$). Очевидно, что все точки угловой характеристики в диапазоне от $-\pi/2$ до $\pi/2$ соответствуют условию статической устойчивости для нагрузки типа $M_L = \text{const}$. Для явнополюсных машин участок устойчивой работы соответствует углам $-\vartheta_{cr} < \vartheta < \vartheta_{cr}$ (рис. 36.2), где ϑ_{cr} – критический угол нагрузки, при котором машина выходит из синхронизма.

Таким образом, реакция синхронной машины на возмущение в виде приращения момента на валу определяется производной

$$M_s = \frac{\partial M}{\partial \vartheta} = \frac{m_1 z_p U_1 E_0}{\omega_1 x_d}\cos\vartheta + \frac{m_1 z_p U_1^2}{\omega_1}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)\cos 2\vartheta, \qquad (36.17)$$

которая называется синхронизирующим моментом. Положительный знак синхронизирующего момента является одним из критериев устойчивости статического режима работы машины (рис. 36.8). Очевидно, что величина M_s определяет способность сохранять устойчивость. Поэтому перевозбуждённая синхронная машина ($E_0 > U_1$) обладает этой способностью в большей степени, чем недовозбуждённая ($E_0 < U_1$).

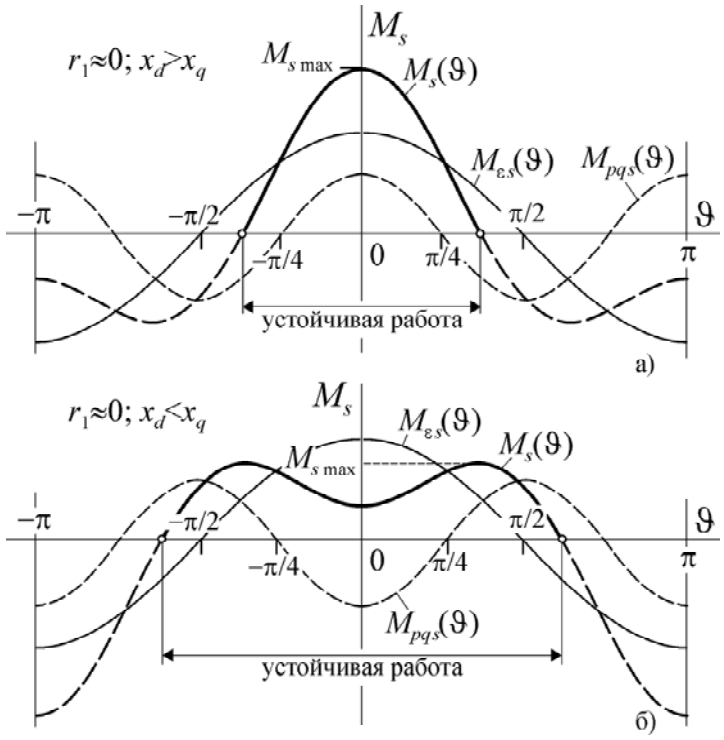


Рис. 36.8

Статическую устойчивость синхронной машины можно оценивать также по механической характеристике, используя общий критерий, полученный в разделе 24.2. Механическая характеристика синхронной машины представляет собой отрезок прямой линии, параллельный оси вращающего момента и ограниченный его максимальными значениями в двигательном и в генераторном режимах (рис. 36.7, *б*).

Глава 37. Качания синхронных машин

Общим условием статической устойчивости работы всех электрических машин является соотношение $dM/d\Omega < dM_L/d\Omega$. Но жёсткость механической характеристики синхронной машины $dM/d\Omega = \infty$, следовательно, статический режим работы при любой нагрузке с конечным значением $dM_L/d\Omega \neq \infty$ невозможен. Это противоречит практике эксплуатации синхронных машин и объясняется тем, что при выводе условия устойчивости учитывалось влияние только двух вращающих моментов – машины и нагрузки. Рассмотрим этот вопрос при возмущениях в виде изменения нагрузки более детально.

Основными вращающими моментами, создаваемыми электромагнитными процессами в машине, являются: синхронный $M_\varepsilon = M_{\varepsilon\max}\sin\vartheta$, реактивный $M_{dq} = M_{dq\max}\sin 2\vartheta$ и асинхронный M_a моменты.

Асинхронный вращающий момент M_a возникает в результате наведения вихревых токов в проводящих конструкциях ротора при движении его относи-

тельно магнитного поля в зазоре машины. Конструкциями, в которых наводятся вихревые токи, являются успокоительная (демпферная) обмотка и сердечник ротора. При относительно малых скольжениях асинхронный момент можно представить линейной зависимостью

$$M_a = Cs$$

где $C = dM_a / ds = \text{const}$ – константа, соответствующая наклону характеристики $M_a = f(s)$.

Так как разность скоростей вращения ротора и поля статора $\Omega_1 - \Omega$ представляет собой скорость изменения угла нагрузки ϑ, то

$$s = \frac{1}{\Omega_1}\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{z_p\omega_1}\frac{d\vartheta}{dt}. \qquad (37.1)$$

Тогда асинхронный момент

$$M_a = \frac{C}{z_p\omega_1}\frac{d\vartheta}{dt} = D\frac{d\vartheta}{dt},$$

где D – жёсткость механической характеристики асинхронного момента.

В неявнополюсных машинах $M_{dq} = 0$, а в реактивных – $M_\varepsilon = 0$. Однако в общем случае

$$M = M_\varepsilon + M_{dq} + M_a = M_{\varepsilon\max}\sin\vartheta + M_{dq\max}\sin 2\vartheta + D\frac{d\vartheta}{dt}. \qquad (37.2)$$

Подставляя это выражение в основное уравнение движения привода

$$M - M_L = J\frac{d\Omega}{dt}$$

и учитывая, что

$$\Omega = \Omega_1(1-s) = z_p\Omega_1 - \frac{d\vartheta}{dt} \Rightarrow \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$

получим

$$M_{\varepsilon\max}\sin\vartheta + M_{dq\max}\sin 2\vartheta + D\frac{d\vartheta}{dt} - M_L = -J\frac{d^2\vartheta}{dt^2}. \qquad (37.3)$$

Пусть момент нагрузки имеет статический характер $M_L = \text{const}$. Тогда уравнение (37.3)

$$J\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + D\frac{d\vartheta}{dt} + M_{\varepsilon\max}\sin\vartheta + M_{dq\max}\sin 2\vartheta = M_L. \qquad (37.4)$$

Уравнение (37.4) нелинейно и его решение сопряжено со значительными трудностями. Задача несколько упрощается, если ограничится неявнополюсной машиной, тогда $M_{dq} = 0$ и

$$J\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + D\frac{d\vartheta}{dt} + M_{\varepsilon\max}\sin\vartheta = M_L. \qquad (37.5)$$

Уравнение (37.5) можно линеаризовать, если перейти к малым отклонениям угла $\Delta\vartheta$ от установившегося значения ϑ_∞, т.е. $\vartheta = \vartheta_\infty + \Delta\vartheta$. Тогда

$$\sin\vartheta = \sin(\vartheta_\infty + \Delta\vartheta) = \sin\vartheta_\infty\cos\Delta\vartheta + \cos\vartheta_\infty\sin\Delta\vartheta \approx \sin\vartheta_\infty + \Delta\vartheta\cos\vartheta_\infty$$

В установившемся режиме: $\Delta\vartheta = 0$, $\dfrac{d^2\vartheta}{dt^2} = 0$, $\dfrac{d\vartheta}{dt}$ и $M_{\varepsilon\max}\sin\vartheta_\infty = M_L$. С учётом этого уравнение (37.5) принимает окончательный вид:

$$\frac{d^2\Delta\vartheta}{dt^2} + \frac{1}{T}\frac{d\Delta\vartheta}{dt} + \frac{S}{J}\Delta\vartheta = 0, \qquad (37.6)$$

где $S = M_{\varepsilon\max}\cos\vartheta_\infty$ – синхронизирующий момент в рабочей точке установившегося режима, $T = J/D$ – электромеханическая постоянная времени.

Характеристическое уравнение

$$p^2 + \frac{1}{T}p + \frac{S}{J} = 0$$

имеет корни

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2T}\right)^2 - \frac{S}{J}}.$$

Обычно $\dfrac{S}{J} > \dfrac{1}{4T^2}$, поэтому корни уравнения комплексно-сопряжённые

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T} \pm j\sqrt{\frac{S}{J} - \left(\frac{1}{2T}\right)^2} = -\delta \pm j\omega, \qquad (37.7)$$

где $\omega = \sqrt{\dfrac{S}{J} - \left(\dfrac{1}{2T}\right)^2}$ – частота колебаний ротора в переходном режиме.

Общее решение уравнения (37.6) имеет вид:

$$\Delta\vartheta = e^{-\delta t}\left(A_1\sin\omega t + A_2\cos\omega t\right)$$

Определив постоянные интегрирования из начальных условий $\Delta\vartheta_0 = \vartheta_0 - \vartheta_\infty$; $\dfrac{d\Delta\vartheta_0}{dt} = 0$:

$$A_2 = \Delta\vartheta_0 = \vartheta_0 - \vartheta_\infty;\ A_1 = \frac{A_2}{2\omega T} = \frac{\Delta\vartheta_0}{2\omega T},$$

получим для малых отклонений и скорости их изменения

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta\vartheta_0\omega_0}{\omega}e^{-t/(2T)}\sin\left(\omega t + \operatorname{arctg}2\omega T\right); \qquad (37.8)$$

$$\frac{d\Delta\vartheta}{dt} = e^{-t/(2T)}\Delta\vartheta_0\omega_0\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega T)^2}} \times \sin\left[\omega t + \operatorname{arctg}2\omega T - \operatorname{arctg}1/(\omega T)\right], \qquad (37.9)$$

где $\omega_0 = \sqrt{S/J} = \sqrt{M_{\varepsilon\max}\cos\vartheta_\infty/J}$ – собственная частота колебаний.

Приращение вращающего момента двигателя линейно связано с приращением угла, поэтому функция (37.8) соответствует также изменению момента.

Скорость затухания колебаний определяется коэффициентом $\delta = 1/(2T) = D/(2J)$. Из (37.7) следует, что при отсутствии асинхронного демпфирующего момента, т.е. если $D = 0 \Rightarrow \delta = 0$, переходный процесс имеет характер незатухающих колебаний с собственной частотой ω_0. На практике такая картина не наблюдается уже потому, что в металлических частях ротора при скольжении всегда возникают вихревые токи, создающие демпфирующий момент. Кроме того тормозные демпфирующие моменты, зависящие от скорости вращения, часто создаются также различными механизмами, присоединёнными к валу синхронной машины. Однако если в ней нет успокоительной обмотки, затухание колебаний (качаний) ротора будет очень длительным. Ввиду склонности синхронных машин к качаниям на роторе всегда устанавливается короткозамкнутая обмотка или используются конструктивные решения, позволяющие получить аналогичный эффект.

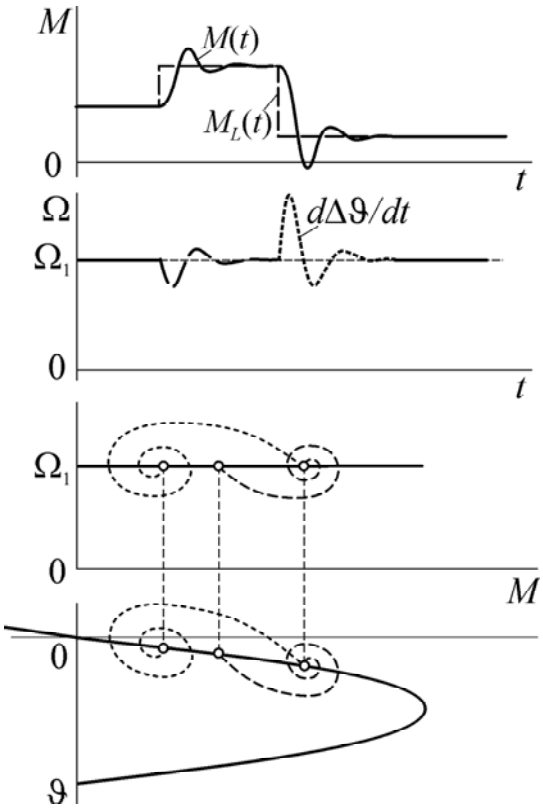


Рис.37.1

На рис. 37.1 показаны временные диаграммы реакции двигателя на наброс и сброс нагрузки, а также соответствующие фазовые траектории переходов в точки статических режимов.

Собственные колебания ротора синхронной машины могут сочетаться с колебаниями, вызванными периодическим изменением внешнего вращающего момента. Например, при работе синхронной машины совместно с механизмом, в котором вращательное движение преобразуется в поступательное (двигатель внутреннего сгорания, компрессор и т.п.). При близких и кратных частотах собственных колебаний и колебаний внешнего момента возможен механический резонанс, при котором агрегат становится неработоспособным. В этом случае частоту собственных колебаний смещают от точки резонанса путём установки на валу машины маховика, т.е. путём изменения момента инерции системы *J*.

Глава 38. Синхронные генераторы

Как известно, все электрические машины обладают свойством обратимости. Однако генераторный и двигательный режимы имеют свои особенности. Учитывая это, машины оптимизируют для работы в том или ином качестве и дают им соответствующие названия.

38.1. Характеристики синхронного генератора

Среди множества характеристик синхронных генераторов отдельную группу составляют характеристики, определяющие зависимость между напряжением на обмотках статора U_1, током в обмотках статора I_1 и токов возбуждения i_e при постоянной номинальной скорости вращения в установившемся режиме. Эти характеристики позволяют получить наглядное представление об основных свойствах генераторов.

38.1.1. Характеристика холостого хода

Характеристикой холостого хода называется зависимость напряжения на выходе генератора при отключённой нагрузке от тока возбуждения $U_1 = E_0 = f(i_e)$. Она позволяет оценить степень насыщения магнитной цепи машины. Кроме того, характеристику холостого хода используют для построения других характеристик генератора.

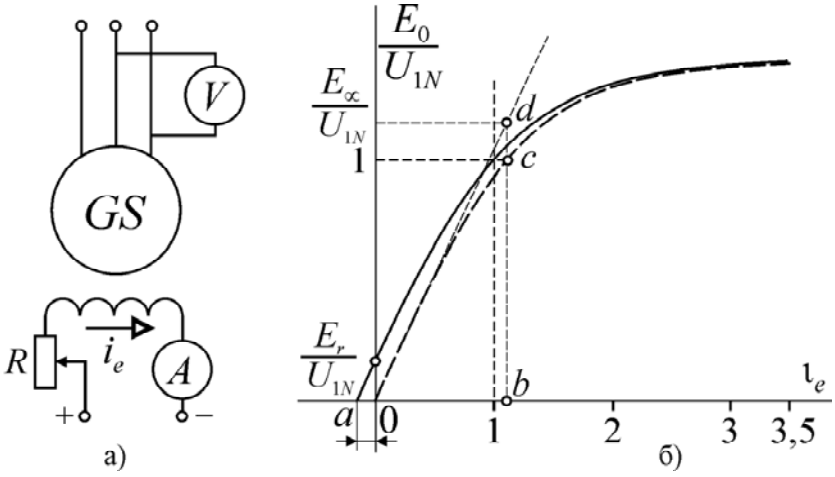


Рис. 38.1

На рис. 38.1, *а* показана схема для опытного определения характеристики холостого хода. С помощью резистора *R* ток возбуждения изменяют от нулевого значения до значения $3{,}5 \cdot i_{eN0}$, где i_{eN0} – ток возбуждения, соответствующий номинальному значению напряжения генератора в режиме холостого хода.

Таблица 38.1

Нормальная характеристика холостого хода

i_e / i_{eN0}	0	0,50	1,0	0,50	2,00	2,5	3,00	3,50
E_0 / U_{1N}	0	0,58	1,0	1,21	1,33	1,4	1,46	1,51

Типичный вид экспериментальной характеристики холостого хода показан на рис. 38.1, *б* сплошной линией. За счёт остаточной намагниченности сердечника ротора при нулевом токе возбуждения в обмотках статора наводится ЭДС $E_r = 0{,}02 \ldots 0{,}03 \cdot U_{1N}$. При расчётах обычно используют характеристику, полученную смещением опытной характеристики на величину отрезка *а*0 (штриховая линия на рис. 38.1, *б*).

Помимо кривой $E_0 = f(i_e)$ можно рассматривать также линеаризованную характеристику холостого хода, соответствующую ненасыщенной магнитной цепи. Она представляет собой касательную в точке начала координат. Если бы состояние материала сердечника машины не изменялось, то, например, при номинальном токе возбуждения ЭДС в обмотке вместо номинального значения $E_0 = U_{1N}$, соответствующего реальной характеристике (точка *c* на рис. 38.1, *б*), составила бы величину E_∞, соответствующую линеаризованной характеристике (точка *d* на рис. 38.1, *б*). Отношение длин отрезков bd/bc представляет собой коэффициент насыщения машины по продольной оси

$$k_{\mu d} = \frac{bd}{bc} = \frac{E_\infty}{E}. \qquad (38.1)$$

Материалы, а также критерии и методы оптимизации, используемые при проектировании всех синхронных генераторов средней и большой мощности, одинаковы. Поэтому все они обладают практически идентичными характеристиками холостого хода, если представить их в относительных единицах, выбрав в качестве базовых величин ток возбуждения i_{eN0} и U_{1N}. Такая характеристика холостого хода называется нормальной и используется при расчётах (см. таблицу 38.1).

38.1.2. Характеристика короткого замыкания

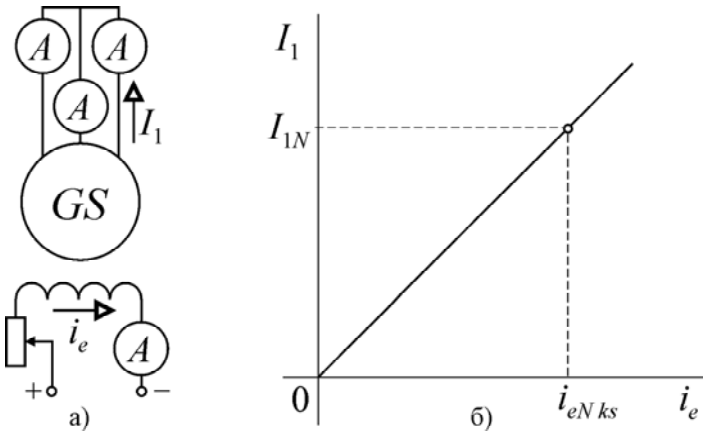


Рис. 38.2

Характеристика короткого замыкания $I_1 = f(i_e)$ снимается при замкнутых накоротко фазах обмотки якоря (рис. 38.2, *а*)

Ток обмотки возбуждения постепенно увеличивают и фиксируют при этом ток статора до тех пор, пока он не достигнет значения $I_1 = 1{,}25 \cdot I_{1N}$.

В этих условиях ЭДС E_0 в несколько раз меньше, чем в рабочем режиме генератора, поэтому основной магнитный поток очень мал и магнитная цепь машины ненасыщена. Если пренебречь активным сопротивлением статора ($r_1 \approx 0$), то сопротивление цепи якоря в режиме короткого замыкания будет чисто индуктивным ($\psi = \pi/2$), а реакция якоря чисто размагничивающей. Тогда, из (35.1) с учётом того, что $U_1 = 0$ и $\underline{I}_{1q} = \underline{I}_1 \cos\psi = 0$,

$$\begin{aligned} &\underline{I}_1 = \underline{I}_{1d}; \\ &\underline{E}_0 = jx_d \underline{I}_{1d} = jx_{ad} \underline{I}_{1d} + jx_s \underline{I}_{1d}. \end{aligned} \qquad (38.2)$$

Так как магнитная цепь машины ненасыщена, то зависимость $E_0 = x_{ea} i_e / \sqrt{2} = f(i_e)$ линейная. Следовательно, линейна также характеристика короткого замыкания (рис. 38.2, *б*) –

$$I_1 = \frac{x_{ea}}{\sqrt{2} \cdot x_d} i_e .$$

Характеристики холостого хода и короткого замыкания позволяют определить продольное индуктивное сопротивление насыщенной и ненасыщенной машины x_d и $x_{d\infty}$. В соответствии с (38.2)

$$x_d = \frac{E_0}{I_1} = \frac{\varepsilon}{\imath_1} z_b = \chi_d z_b ;\ x_{d\infty} = \frac{E_{0\infty}}{I_1} = \frac{\varepsilon_\infty}{\imath_1} z_b = \chi_{d\infty} z_b ,$$

где $\varepsilon = E_0 / U_{1N}$; $\imath_1 = I_1 / I_{1N}$ – значения ЭДС и тока статора в относительных единицах с базовыми значениями, соответствующими номинальному напряжению и току статора, а $z_b = U_{1N} / I_{1N}$ – базовое значение сопротивления.

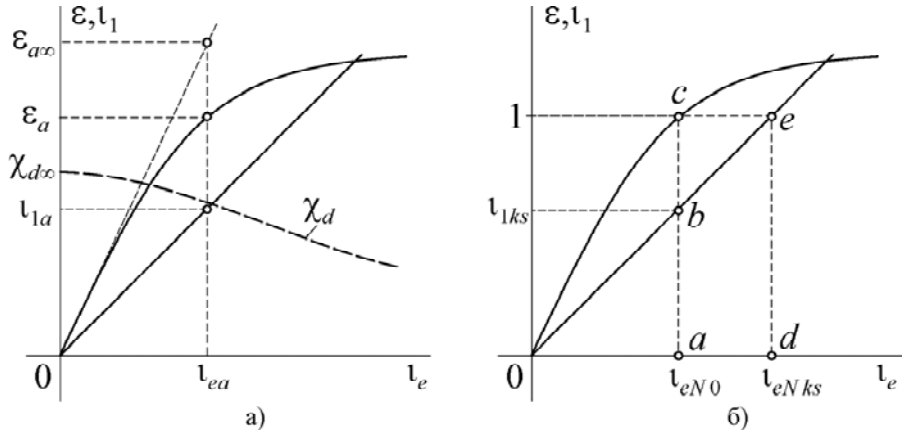


Рис.38.3

Графически задача определения x_d решается путём построения на плоскости обеих характеристик в относительных единицах (рис. 38.3, *а*). Тогда для любого значения тока возбуждения, например $\imath_{ea}$, отношения ординат характеристик холостого хода (ε_a и $\varepsilon_{a\infty}$) и короткого замыкания ($\imath_{1a}$) будут соответствовать продольным индуктивным сопротивлениям в относительных единицах χ_d и $\chi_{d\infty}$

Если эти расчёты выполнить для всего диапазона тока возбуждения, то получится кривая $\chi_d = f(\imath_e)$ с начальной точкой $\chi_{d\infty} = \lim\limits_{\imath_e \to 0} \chi_d(\imath_e)$ (рис. 38.3, *а*).

Помимо индуктивного сопротивления характеристики холостого хода и короткого замыкания позволяют определить отношение короткого замыкания (ОКЗ)

$$k_{ks} = \frac{I_{1ks}}{I_{1N}}, \qquad (38.3)$$

где I_{1ks} – ток короткого замыкания при токе возбуждения $i_e = i_{eN0}$, соответствующем номинальному значению ЭДС в режиме холостого хода $E_0 = U_{1N}$. Или в относительных единицах

$$k_{ks} = \imath_{1ks} / 1. \qquad (38.4)$$

Определить k_{ks} можно, воспользовавшись графиками характеристик холостого хода и короткого замыкания в относительных единицах на рис. 38.3, *б*. Ток возбуждения $\imath_{eN0}$, соответствует абсциссе точки *c*, а искомый ток статора в этом режиме $\imath_{1ks}$ – ординате точки b.

Однако для определения ОКЗ графические построения не требуются, т.к. треугольники 0*ab* и 0*de* подобны, поэтому

$$k_{ks} = \frac{I_{1ks}}{I_{1N}} = \frac{\imath_{1ks}}{1} = \frac{ab}{de} = \frac{0a}{0d} = \frac{\imath_{eN0}}{\imath_{eN\,ks}} = \frac{i_{eN0}}{i_{eN\,ks}}, \qquad (38.5)$$

т.е. ОКЗ равно отношению токов возбуждения в опытах холостого хода и короткого замыкания, при номинальном напряжении и номинальном токе в обмотках статора соответственно.

Величина ОКЗ, как и величина x_d, определяет перегрузочную способность машины. Отношение короткого замыкания тем больше, чем больше воздушный зазор. Генераторы с малым ОКЗ менее устойчивы при параллельной работе и имеют значительные колебания напряжения при изменении нагрузки. Однако у них меньше габариты и, соответственно, стоимость.

38.1.3. Нагрузочные характеристики

Нагрузочные характеристики представляют собой зависимость $U_1 = f(i_e)$ при $I_1 = \text{const};\ \Omega = \text{const};\ \cos\varphi_L = \text{const}$. Наибольшее практическое значение имеет индукционная нагрузочная характеристика при $\cos\varphi_L = 0$, т.к. она позволяет определить индуктивное сопротивление рассеяния. Обычно нагрузочная характеристика снимается при $I_1 = I_{1N}$. В качестве нагрузки используется катушка индуктивности. Так как катушка обладает активным сопротивлением, то условие $\cos\varphi_L = 0$ выполняется только приблизительно, но для практики достаточно, чтобы $\cos\varphi_L < 0{,}2$.

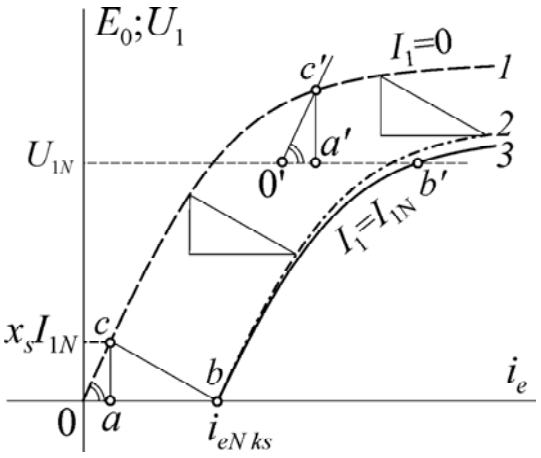


Рис. 38.4

Индукционную нагрузочную характеристику можно построить по характеристике холостого хода (кривая *1* на рис. 38.4). Для этого строится реактивный треугольник или треугольник Потье $\triangle abc$. Катет *ac* этого треугольника равен падению напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния якоря при номинальном токе, а катет *ab* – МДС реакции якоря при номинальном токе. Вершина *b* реактивного треугольника соответствует току возбуждения в опыте короткого замыкания при номинальном токе якоря. Если реактивный треугольник $\triangle abc$ перемещать так, чтобы вершина *c* скользила по характеристике холостого хода, то вершина *b* опишет эквидистантную кривую *2*, которая является расчётной нагрузочной характеристикой.

Экспериментальная нагрузочная характеристика несколько отличается от расчётной (кривая *3* на рис. 38.4). Однако с её помощью можно определить индуктивное сопротивление x_s. Действительно, при построении расчётной нагрузочной характеристики вместо реактивного треугольника $\triangle abc$ можно перемещать треугольник $\triangle 0bc$, в котором известны сторона $0b$ и угол $\angle b0c$. Поэтому на линии заданного напряжения, например, номинального, можно отложить отрезок $0'b' = 0b$ и из точки 0’ провести луч под углом $\angle b0c$. Отрезок $c'a'$ на перпендикуляре к линии номинального напряжения, опущенном из точки пересечения этого луча с характеристикой холостого хода, пропорционален падению напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния, т.е. $m_U \cdot c'a' = x_s I_{1N}$, где m_U – масштаб оси ординат нагрузочной характеристики. Отсюда

$$x_s = \frac{m_U \cdot c'a'}{I_{1N}}. \qquad (38.6)$$

38.1.4. Внешняя характеристика

Внешняя характеристика синхронного генератора представляет собой зависимость напряжения на выводах обмотки статора от величины тока нагрузки $U_1 = f(I_1)$ при $i_e = i_{eN} = \text{const}$; $\cos\varphi_L = \text{const}$; $\Omega = \Omega_N = \text{const}$.

Вид внешних характеристик синхронного генератора зависит от того, какое значение тока возбуждения принято за номинальное. Если в качестве номинального принят ток возбуждения i_{eN0}, при котором напряжение на выводах обмотки статора равно номинальному в режиме холостого хода, то значение i_{eN0} не зависит от характера нагрузки. Все внешние характеристики пересекаются на оси ординат и имеют вид, аналогичный внешним характеристикам

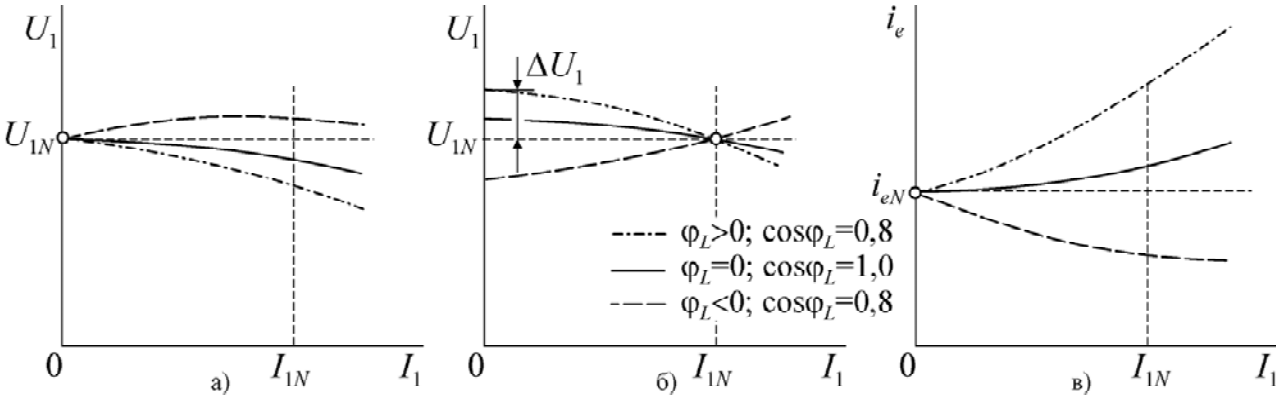


Рис. 38.5

трансформатора (рис. 38.5, *а*). При этом все характеристики, если их продолжить, пересекаются также в точке короткого замыкания и в относительных единицах представляют собой дуги эллипсов, оси которых проходят через начало координат под углом 45°. Соотношение размеров осей эллипса внешней характеристики определяется разностью аргументов комплексных сопротивлений

генератора и нагрузки $\varphi_G - \varphi_L$, где $\varphi_G = \arg \underline{Z}_G; \varphi_L = \arg \underline{Z}_L$. При $\varphi_G - \varphi_L = \pi/2$ внешняя характеристика представляет собой дугу окружности.

Если внешняя характеристика получена при условии, что номинальным считается ток возбуждения i_{eN}, при котором номинальному напряжению U_{1N} соответствует номинальный ток статора I_{1N}, то для нагрузок с разными реактансами токи возбуждения будут разными. Все внешние характеристики, полученные при этом условии, пересекаются в точке, соответствующей номинальному режиму (рис. 38.5, *б*).

При индуктивном характере нагрузки генератора $\varphi_L > 0$ существует значительная продольная размагничивающая составляющая реакции якоря I_{1d}. Поэтому с ростом тока нагрузки магнитный поток в зазоре уменьшается и напряжение U_1 понижается. При чисто активной нагрузке $\varphi_L = 0$ также имеется продольная размагничивающая составляющая реакции якоря (см. рис. 33.11, *в*), но угол $\psi = \angle(\underline{E}_0, \underline{I}_1)$ меньше, влияние реакции якоря слабее, и напряжение U_1 с ростом тока I_1 снижается медленнее. В случае ёмкостного характера нагрузки $\varphi_L < 0$ продольная составляющая реакции якоря подмагничивает машину, поэтому с увеличением I_1 напряжение U_1 растёт.

Из рис. 38.5, *б* следует, что при отключении нагрузки напряжение на выводах обмотки статора изменится на величину ΔU_1. Синхронные генераторы обычно рассчитывают на работу с активно-индуктивной нагрузкой с $\cos\varphi_L = 0{,}8$. В этом случае процентное изменение напряжения генератора составляет

$$\Delta U_{1\%} = \frac{\Delta U_1}{U_{1N}} \cdot 100 = 25 \ldots 35\%.$$

Регулированием тока возбуждения синхронного генератора можно компенсировать влияние реакции якоря и стабилизировать выходное напряжение. Зависимость $i_e = f(I_1)$ называется регулировочной характеристикой. Она показывает, как нужно изменять ток возбуждения, чтобы при изменении нагрузки напряжение оставалось постоянным. На рис. 38.5, *в* показан типичный вид регулировочных характеристик, построенных в предположении, что величина напряжения U_1 для всех характеристик одинакова.

Очевидно, что вид регулировочных характеристик объясняется также характером влияния реакции якоря. Размагничивающее воздействие реакции якоря требуется компенсировать увеличением МДС обмотки возбуждения. Поэтому при активной и активно-индуктивной нагрузке ток возбуждения i_e растёт с увеличением тока статора I_1. В случае активно-ёмкостной нагрузки подмагничивающее воздействие реакции якоря компенсируется уменьшением МДС обмотки возбуждения.

Для расчётной нагрузки генератора ($\varphi_L = 36{,}9°;\ \cos\varphi_L = 0{,}8$) при изменении тока статора от нуля до номинального значения ток возбуждения необходимо увеличивать в 1,7…2,2 раза. Причём это увеличение тем больше, чем больше x_d.

38.2. Параллельная работа синхронных генераторов

Рассмотренные выше характеристики относятся к синхронным генераторам, работающим в автономном режиме. Однако их можно объединить в электрическую сеть для работы на общую нагрузку. Условия работы генераторов в сети существенно отличаются от автономного режима.

При включении генераторов на параллельную работу для всех машин должны строго выполняться следующие условия:

- равенство действующих значений напряжения;
- равенство частот;
- равенство фаз;
- равенство порядка чередования фаз.

Поэтому необходимо отрегулировать все эти параметры на холостом ходу и в надлежащий момент выполнить подключение генератора к сети. Совокупность этих операций называется синхронизацией генератора.

Равенство напряжений регулируется током возбуждения подключаемого генератора и контролируется вольтметром. Частота и фаза напряжения генератора настраиваются изменением скорости вращения. Правильность порядка чередования фаз проверяется только при первом включении после монтажа схемы. Согласование фаз контролируется с помощью синхроноскопов или специальных измерительных устройств.

Неправильная синхронизация может вызвать серьёзную аварию. Если, например, в момент включения ЭДС генератора и напряжение в сети будут в противофазе, то это эквивалентно короткому замыканию обмотки якоря генератора при удвоенном напряжении. Ударные силы и моменты в этом случае возрастают в четыре раза, что может привести к разрушению элементов конструкции генератора.

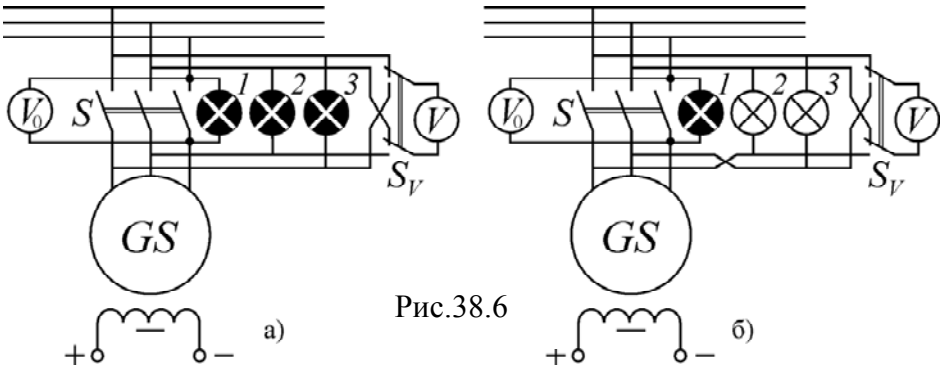


Рис.38.6

Схема простейшего лампового синхроноскопа показана на рис. 38.6. Если при разомкнутом ключе *S* в схеме на рис. 38.6, *а* условия синхронизации выполняются, то в любой момент времени напряжение на каждой лампе в точности равно нулю. Лампы не светятся и генератор можно подключить к сети. Однако если с помощью вольтметра *V* можно отрегулировать ток возбуждения так, чтобы линейные напряжения генератора и сети были одинаковыми, а с по-

мощью ламп убедиться в правильности порядка чередования фаз генератора, то частота ЭДС генератора f_G неизбежно будет отличаться от частоты сети f_N, т.к. выполнить точную настройку скорости вращения практически невозможно. Поэтому напряжение на лампах будет пульсировать с частотой $\Delta f = | f_N - f_G |$, и с этой частотой они будут синхронно загораться и гаснуть. Регулированием скорости вращения генератора можно добиться, чтобы частота мигания ламп была минимальной, и произвести включение в момент, когда лампы не горят.

Однако свечение ламп имеет довольно значительную инерцию, а также зону нечувствительности. Они гаснут и загораются при ненулевом напряжении. Момент синхронизации будет определён точнее, если параллельно одной из ламп подключить вольтметр с нулевой точкой в середине шкалы V_0 и произвести включение при прохождении стрелки через нуль.

Более удобна для регулирования скорости вращения при настройке схема лампового синхроноскопа на рис. 38.6, *б*. В ней вторая и третья лампы перекрёстно подключены к фазам генератора. Поэтому при соблюдении условий синхронизации первая лампа будет погашена, а две другие, находящиеся под линейным напряжением, будут светиться с одинаковой яркостью. В случае рассогласования частот лампы будут по очереди загораться и гаснуть с частотой $\Delta f = | f_N - f_G |$. Причём порядок их переключения будет зависеть от знака Δf, что облегчает регулирование скорости вращения генератора, особенно если расположить лампы по кругу. Тогда при переключении будет создаваться эффект вращения светящейся точки в положительном или отрицательном направлении. Подключение к сети здесь также производится при минимально возможной частоте переключения ламп, и в сочетании с вольтметром V_0 позволяет правильно выбрать благоприятный момент для синхронизации.

Следует заметить, что поочерёдное переключение ламп в схеме на рис. 38.6, *а* и одновременное свечение и угасание в схеме на рис. 38.6, *б* свидетельствуют о неправильном порядке чередования фаз генератора.

Вместо электрических ламп для синхронизации применяют также стрелочные синхроноскопы, в которых указатель вращается с частотой Δf в том или ином направлении.

На современных электрических станциях используются устройства автоматической синхронизации, позволяющие осуществить подключение генератора без участия оператора. Однако такая операция занимает много времени особенно, если режим работы сети меняется, что обычно бывает при аварийных ситуациях, т.е. именно тогда, когда чрезвычайно важно быстро включить резервный генератор.

Значительная длительность процесса ручной и автоматической синхронизация (до 10 мин), а также сложность их реализации в чрезвычайных ситуациях приводят к тому, что генераторы средней и большой мощности включаются в сеть методом самосинхронизации. Сущность его заключается в том, что генератор подключается к сети в невозбуждённом состоянии при скорости вращения,

отличающейся от синхронной не более чем на 2%. Немедленно после подключения включается ток возбуждения, в результате чего ротор втягивается в синхронизм*. При самосинхронизации неизбежно возникают значительные броски тока. Однако они ограничиваются сопротивлениями элементов сети (трансформаторов, линий электропередачи и др.). Метод самосинхронизации допускается применять, если бросок тока не превышает $3,5I_{1N}$ и в большинстве случаев это условие выполняется.

Подключение статора генератора к сети при самосинхронизации с разомкнутой цепью возбуждения недопустимо, т.к. в обмотке возбуждения наводится большая ЭДС, способная повредить изоляцию. Поэтому перед подключением обмотку возбуждения шунтируют сопротивлением, равным 5–10-кратному собственному сопротивлению обмотки, которое отключают после включения возбудителя.

Очевидно, что перед первым включением способом самосинхронизации необходимо с помощью синхроноскопа проверить совпадение порядка чередования фаз сети и генератора.

До подключения к сети скорость вращения генератора под воздействием различных причин не остаётся постоянной, но после подключения ротор вращается со скоростью, определяемой частотой сети. Этот режим работы называется синхронным.

Если в сети работают несколько генераторов соизмеримой мощности, то изменение режима работы одного генератора оказывает заметное влияние на режим работы других генераторов.

Рассмотрим для простоты сеть с двумя генераторами одинаковой мощности, питающими некоторую группу потребителей. Если увеличить токи возбуждения обоих генераторов, то напряжение в сети U возрастёт. При этом увеличится реактивная мощность, отдаваемая потребителям. В случае равенства ЭДС генераторов $E_{01} = E_{02}$ эта мощность распределяется поровну между ними.

Если же увеличить ток возбуждения только одного генератора, то напряжение в сети также возрастёт, но в меньшей степени. Для сохранения в этих условиях $U = \text{const}$ нужно ток возбуждения второго генератора уменьшить. В результате реактивная мощность одного генератора увеличится, а другого – уменьшится.

Таким образом, для изменения напряжения в сети с сохранением распределения реактивной мощности между генераторами необходимо одновременно увеличивать или уменьшать токи возбуждения всех генераторов, а для перераспределения реактивной мощности между генераторами с сохранением $U = \text{const}$ нужно токи возбуждения одних генераторов увеличивать, а других – уменьшать.

Величина активной мощности в сети определяется за вычетом потерь во всех элементах мощностью двигателей, приводящих в движение генераторы.

* механизм вхождения в синхронизм будет подробно рассмотрен далее

При нарушении баланса генерируемой и потребляемой мощности частота сети изменяется до тех пор, пока этот баланс не будет восстановлен. Она понижается при недостатке генерируемой мощности и возрастает при её избытке. Для сохранения частоты сети и распределения активной мощности между генераторами необходимо при изменении нагрузки регулировать мощность приводных двигателей всех генераторов. В случае если при постоянной нагрузке требуется перераспределить мощность, то мощность двигателей одних генераторов нужно увеличить, а других – уменьшить на такую же величину.

Глава 39. Синхронные двигатели

Для приводов, не требующих регулирования скорости вращения, правилами устройства электроустановок рекомендуется применять в первую очередь синхронные двигатели. Это связано с тем, что синхронные двигатели, благодаря возбуждению ротора постоянным током, могут работать с $\cos\varphi = 1$, не потребляя реактивной мощности из сети, а при перевозбуждении даже отдавая реактивную мощность в сеть. В результате коэффициент мощности сети увеличивается, а потери энергии и падение напряжения в ней уменьшаются. Поэтому синхронные двигатели проектируют для работы при номинальной мощности с перевозбуждением ($\cos\varphi_N = 0{,}8; 0{,}9$). Работа с перевозбуждением предпочтительна также для повышения максимального момента двигателя.

Максимальный момент возбуждённого синхронного двигателя пропорционален напряжению сети в первой степени, в то время как у асинхронного двигателя эта зависимость квадратичная. Вследствие этого понижение напряжения в сети меньше влияет на перегрузочную способность синхронного двигателя. Кроме того, существует возможность кратковременной компенсации влияния понижения напряжения за счёт увеличения тока возбуждения.

В то же время конструкция синхронных двигателей сложнее, чем короткозамкнутых асинхронных, и менее надёжна, если цепь ротора замыкается через щёточные контакты. Синхронным двигателям для возбуждения необходим источник постоянного тока. При непосредственном питании от сети переменного тока особую проблему составляет пуск синхронных двигателей и практически исключается возможность регулирования скорости вращения.

Несмотря на эти недостатки в последние десятилетия синхронные двигатели всё чаще используются в электроприводах с широким диапазоном регулирования момента и скорости вращения. Это связано с применением в качестве источника питания полупроводниковых преобразователей частоты, позволяющих в сочетании с современными цифровыми системами управления создавать на базе синхронных двигателей высокоэффективные быстродействующие устройства регулирования положения, скорости и момента рабочих органов различных машин (роботов, манипуляторов, следящих систем и т.п.).

Особую группу синхронных двигателей составляют машины малой мощности, используемые в различных устройствах автоматики. Роторы таких двигателей не имеют обмотки возбуждения, поэтому они не требуют дополнитель-

ного источника питания, а по простоте и надёжности конструкции вполне сопоставимы с асинхронными короткозамкнутыми двигателями.

39.1. Рабочие характеристики синхронного двигателя

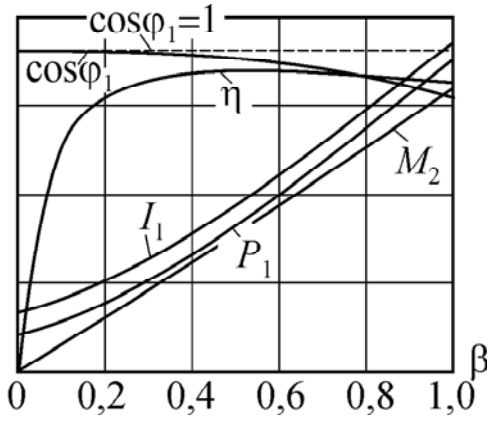


Рис.39.1

При работе синхронного двигателя от сети с $U_1 = \text{const}$, $f_1 = \text{const}$ и постоянном токе возбуждения его рабочие характеристики, представляющие собой зависимость потребляемой мощности P_1, тока статора I_1, момента на валу M, КПД η и коэффициента мощности $\cos\varphi_1$ от полезной мощности на валу $\beta = P_2 / P_{2N}$ имеют вид, показанный на рис. 39.1. При $i_e = \text{const}$ коэффициент мощности с увеличением нагрузки двигателя несколько снижается. Кривая КПД имеет вид, аналогичный соответствующим зависимостям для трансформатора и асинхронного двигателя. При холостом ходе и $\cos\varphi_1 = 1$ двигатель потребляет из сети активную мощность, расходуемую на покрытие магнитных и механических потерь, поэтому ток статора $I_{10} > 0$ и мощность $P_{10} > 0$. При возрастании нагрузки потребляемая мощность $P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos\varphi_1$ и, следовательно, ток статора увеличиваются. Если ток возбуждения регулировать, поддерживая $\cos\varphi_1 = \text{const}$, то потребляемая мощность и ток статора будут линейными функциями от β.

Очевидно, что зависимость момента на валу двигателя $M_2 \approx M$ от полезной мощности имеет линейный характер, т.к. $M_2 = P_2 / \Omega$, а $\Omega = 2\pi f_1 = \text{const}$.

39.2. Пуск синхронных двигателей

У всех синхронных двигателей, кроме гистерезисных, существует ряд проблем, связанных с пуском и синхронизацией. Это объясняется тем, что электрическая машина создаёт постоянный вращающий момент только в том случае, если магнитные поля статора и ротора неподвижны относительно друг друга. Если же они перемещаются с некоторой угловой скоростью $\Omega_r = s\Omega_1$, то в пределах интервала времени, когда угол между полюсами полей равен $0 < \vartheta = \Omega_r t < \pi$, вращающий момент двигателя положителен и он разгоняет ротор. В следующем интервале времени, когда $\pi < \vartheta = \Omega_r t < 2\pi$, синхронный двигатель работает в генераторном режиме и создаёт тормозной момент, замедляющий скорость вращения (рис. 39.2). Если в пределах одного периода $T = 2\pi / \Omega_r$ относительная скорость приблизительно постоянна, то среднее значение вращающего момента, развиваемого двигателем, равно нулю, и он может вращаться только за счёт приложенного к ротору внешнего момента.

При подключении к сети обмотка статора очень быстро, в течение нескольких миллисекунд, создаёт в машине вращающее магнитное поле. Ротор

двигателя обладает массой и инерцией и не может двигаться вместе с полем. Для того чтобы двигатель без нагрузки на валу под действие собственного вращающего момента вошёл в синхронизм, т.е. разогнался до синхронной скорости, нужно чтобы в течение времени, когда момент положителен, скорость вращения ротора успела возрасти до синхронной.

В соответствии со вторым законом Ньютона движение тела под действием вращающего момента M описывается выражением, называемым уравнением движения,

$$M = J\frac{d\Omega}{dt},$$

где J – момент инерции движущихся масс относительно оси вращения. В конечных разностях это уравнение имеет вид

$$M = J\frac{\Delta\Omega}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta\Omega = \frac{M}{J}\Delta t,$$

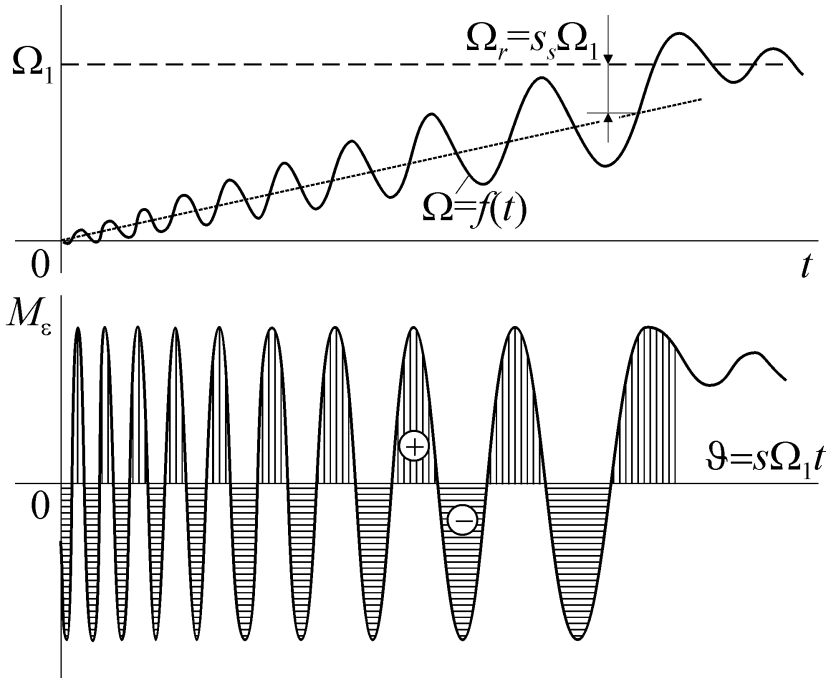


Рис. 39.2

где Δt это интервал времени, в течение которого происходит изменение скорости $\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$ от некоторого начального значения Ω_1 до конечного Ω_2. Вращающий момент и момент инерции обычно являются заданными величинами, изменение которых либо вообще невозможно, либо возможно в ограниченных пределах. Значит, единственной величиной обеспечивающей вхождение в синхронизм является временной интервал Δt.

На рис. 39.2 показано как изменяется вращающий момент возбуждённого синхронного двигателя M_ε, если его ротор приводится во вращение с постоянным ускорением некоторой внешней силой. При условии, что скорость вращения изменяется достаточно медленно, длительность интервала времени, в течение которого на ротор действует положительный момент, равна полупериоду относительной частоты вращения

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\Omega_r} = \frac{\pi}{\Omega_1 - \Omega} = \frac{\pi}{s\Omega_1} \xrightarrow{s\to 0 \vee \Omega_1 \to 0} \infty.$$

Следовательно, при любых конечных значениях M, J и необходимого для синхронизации приращения скорости $\Delta\Omega$ ротор двигателя можно разогнать до скольжения $s = s_s > 0$ или понизить частоту вращения поля до $\Omega_1 = \Omega_s > 0$ так, чтобы создать нужный для вхождения в синхронизм импульс вращающего момента $M\Delta t \geq J\Delta\Omega$.

Таким образом, существуют три способа синхронизации двигателей:

- самозапуск;
- частотный пуск;
- асинхронный пуск.

В первом случае при подключении к сети двигатель за половину периода разгоняется до синхронной скорости за счёт собственного электромагнитного момента. Очевидно, что это возможно, только если он развивает достаточно большой вращающий момент и при этом суммарный момент инерции незначителен. Иногда для снижения момента инерции и тормозного момента ротор на время пуска отсоединяется от нагрузки с помощью электромагнитной муфты.

Частотный пуск реализуется при питании двигателя от управляемого преобразователя частоты. Здесь частота питания f_1 повышается от нуля до номинального значения со скоростью $df_1/dt < M_\Sigma / J_\Sigma$, где M_Σ; J_Σ – суммарный вращающий момент и момент инерции движущихся масс, приведённые к валу двигателя. При такой скорости изменения частоты питания двигатель работает синхронно с момента начала пуска и развивает пусковой момент, ограниченный только максимальным моментом и необходимым запасом устойчивости. Очевидно, что частотный пуск можно использовать в приводах с регулируемой скоростью вращения, где для этой цели применяют преобразователь частоты.

Наиболее распространённым способом пуска является асинхронный пуск. Для этого используется демпферная короткозамкнутая обмотка или присоединённый к валу вспомогательный пусковой асинхронный двигатель. При пуске ротор разгоняется до подсинхронной скорости за счёт асинхронного вращающего момента, создаваемого короткозамкнутой пусковой обмоткой или пусковым двигателем, а затем втягивается в синхронизм положительным импульсом основного и/или реактивного момента. После вхождения в синхронизм ток и вращающий момент пусковой обмотки снижаются до нуля, и она не влияет на работу двигателя в статическом режиме. При изменении нагрузки, напряжения питания или тока возбуждения двигателя, короткозамкнутая обмотка выполняет очень важную функцию демпфирования колебаний ротора.

Пуск синхронного двигателя является сложным комплексом взаимосвязанных электромагнитных и электромеханических переходных процессов, анализ которых в общем виде крайне затруднителен. Тем не менее, некоторые основные закономерности можно установить с помощью достаточно простых рассуждений.

Рассмотрим процесс вхождения в синхронизм на примере неявнополюсного двигателя с возбуждённым ротором. В асинхронном режиме на ротор дейст-

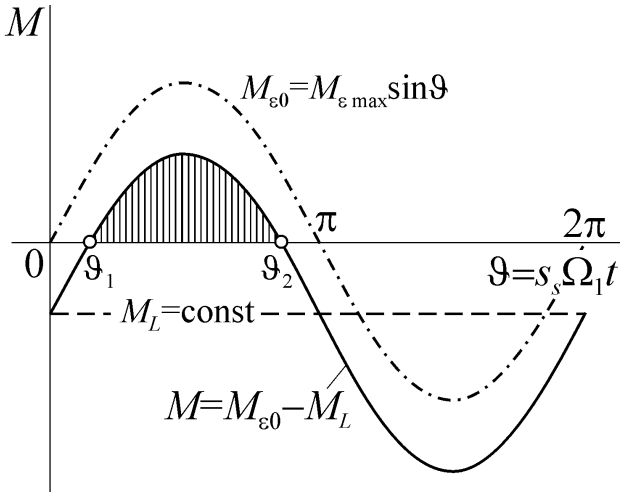


Рис. 39.3

вуют основной электромагнитный момент $M_{\varepsilon 0}$, асинхронный момент короткозамкнутой обмотки M_a и тормозной момент M_L, создаваемый нагрузкой и потерями в двигателе. Асинхронный момент при подсинхронной скорости вращения пропорционален скольжению. Допустим, что скольжение при входе в синхронизм s_s достаточно мало, чтобы можно было пренебречь величиной $M_a \approx 0$.

Определим приращение кинетической энергии тела, обладающего моментом инерции *J*, при изменении частоты вращения от Ω_1 до Ω_2 под воздействием вращающего момента *M*.

В соответствии с уравнением движения

$$M = J\frac{d\Omega}{dt}.$$

Элементарная работа, совершаемая при повороте тела на угол $d\alpha$ равна

$$dA = Md\alpha = J\frac{d\Omega}{dt}d\alpha$$

Но угловая скорость вращения равна производной от угла поворота $\Omega = d\alpha/dt$. Тогда $d\alpha = \Omega dt$ и, подставляя это значение в предыдущее равенство, получим

$$dA = J\Omega \cdot d\Omega.$$

Это означает, что элементарная работа *dA* затрачивается на изменение частоты вращения тела на величину $d\Omega$. Если в положении тела α_1 частота его вращения была Ω_1, а в положении α_2 она равна Ω_2, то работа ΔA, совершаемая при повороте тела на угол $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$, соответствует изменению кинетической энергии тела ΔW при изменении частоты вращения на величину $\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$, т.е.

$$\Delta A = \Delta W = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} Md\alpha = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} J\Omega d\Omega = J\int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \Omega d\Omega$$

Учитывая, что $\Omega = (1-s)\Omega_1$ и $d\Omega/dt = -\Omega_1 ds/dt \Rightarrow d\Omega = -\Omega_1 ds$, где $\Omega_1 = 2\pi f_1/z_p = \Omega_1/z_p$ – синхронная скорость вращения, можно перейти в выражении приращения кинетической энергии к новой переменной и вычислить интеграл

$$\Delta W = -J\Omega_1^2\int_{s_1}^{s_2} sds = J\Omega_1^2\int_{s_2}^{s_1} sds = \frac{J\Omega_1^2}{2}\left(s_1^2 - s_2^2\right),$$

где s_1 и s_1 – начальное и конечное скольжение.

Если через s_s обозначить скольжение, при котором возможно вхождение в синхронизм, то изменение кинетической энергии с учётом того, что конечное скольжение равно нулю, составит

$$\Delta W = \frac{J\Omega_0^2}{2}\left(s_s^2 - 0\right) = \frac{J}{2}\left(\frac{\Omega_1 s_s}{z_p}\right)^2 = \frac{J\Omega_1^2}{2z_p^2}s_s^2 .$$

Это изменение должно произойти за счёт положительного импульса момента, действующего на ротор, т.е. в интервале пространственных углов $\vartheta_1 \le \vartheta \le \vartheta_2$ (см. рис. 39.3)

$$\Delta A = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} M\frac{d\vartheta}{z_p} = \frac{1}{z_p}\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2}\left(M_{\varepsilon\max}\sin\vartheta - M_L\right)d\vartheta .$$

Отсюда

$$\Delta W = \Delta A \Rightarrow s_{s\varepsilon}^2 = \frac{2z_p}{J\Omega_1^2}\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2}\left(M_{\varepsilon\max}\sin\vartheta - M_L\right)d\vartheta$$

и после итерирования

$$s_{s\varepsilon}^2 = \frac{2z_p}{J\omega_1^2}\left[-M_{\varepsilon\max}\left(\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1\right) - M_L\left(\vartheta_2 - \vartheta_1\right)\right]$$

Так как $M_{\varepsilon\max}\sin\vartheta_1 - M_L = 0;\ M_{\varepsilon\max}\sin\vartheta_2 - M_L = 0 \Rightarrow \sin\vartheta_1 = \sin\vartheta_2$ и $\vartheta_2 > \pi/2$, то $\vartheta_2 = \pi - \vartheta_1$. С учётом этого, а также

$$\vartheta_1 = \arcsin m_L;\ \cos\vartheta_1 = \sqrt{1-\sin^2\vartheta_1} = \sqrt{1-m_L^2} .$$

где $m_L = M_L / M_{\varepsilon\max} = \sin\vartheta_1$ – относительное значение момента нагрузки, окончательно для скольжения входа в синхронизм получим

$$s_{s\varepsilon} = \frac{2\sqrt{z_p M_{\varepsilon\max}/J}}{\omega_1}\sqrt{\sqrt{1-m_L^2} - m_L\left(\pi/2 - \arcsin m_L\right)} = \frac{2\omega_{e\varepsilon}}{\omega_1}\mu , \quad (39.1)$$

где: $0 < \mu = \sqrt{\sqrt{1-m_L^2} - m_L\left(\pi/2 - \arcsin m_L\right)} \approx 1 - m_L < 1$ – коэффициент нагрузки двигателя; $\omega_{e\varepsilon} = \sqrt{z_p M_{\varepsilon\max}/J}$ – частота собственных колебаний возбуждённого двигателя при отсутствии потерь энергии; ω_1 – частота питающей сети.

Проделав аналогичные выкладки для реактивного двигателя, у которого вращающий момент является функцией двойного угла ϑ, мы получим

$$s_{s\,dq} = \frac{\sqrt{2z_p M_{dq\max}/J}}{\omega_1}\sqrt{\sqrt{1-m_L^2} - m_L\left(\pi/2 - \arcsin m_L\right)} = \frac{\omega_{e\,dq}}{\omega_1}\mu \quad (39.2)$$

где $\omega_{e\,dq} = \sqrt{2z_p M_{dq\max}/J}$ – частота собственных колебаний реактивного двигателя при отсутствии потерь энергии.

Выражения (39.1) и (39.2) позволяют определить условия самозапуска синхронных двигателей. Для этого необходимо, чтобы

$$s_s \geq 1.$$

Чем больше предельное скольжение, тем легче и быстрее проходит пуск двигателя. Значит, как и следовало ожидать, нагрузка на валу затрудняет синхронизацию, т.к. она уменьшает предельное скольжение. Осложняет вхождение в синхронизм также увеличение момента инерции, снижающее частоту собственных колебаний двигателя. Значительно затрудняет синхронизацию увеличение частоты питания. В то же время, понижением частоты можно обеспечить синхронизацию при любом конечном значении момента инерции и момента нагрузки $M_L < M_{\max}$.

Из сопоставления выражений (39.1) и (39.2) следует, что при прочих равных условиях $s_{s\varepsilon} = \sqrt{2} s_{s\,dq}$, т.е. предельное скольжение возбуждённого двигателя почти в 1,5 раза больше, чем реактивного. Если же учесть, что максимальный момент реактивного двигателя $M_{dq\max}$, как правило, значительно меньше, чем у двигателя с возбуждёнными полюсами $M_{\varepsilon m}$, то можно сделать вывод, что синхронизирующие свойства реактивных двигателей значительно хуже и для синхронизации им требуется разгон до более высоких скоростей.

Одним из важнейших параметров характеризующим пусковые свойства синхронных двигателей является вращающий момент входа в синхронизм. Он определяет предельно возможную нагрузку, при которой ротор может синхронизироваться. Другим параметром, связанным с процессом пуска является начальный или пусковой момент. Оба параметра непосредственно связаны с характеристикой асинхронного момента, создаваемого короткозамкнутой пусковой обмоткой или пусковым двигателем.

По известному значению предельного скольжения s_s, можно найти момент, который должна развивать короткозамкнутая обмотка, для обеспечения входа двигателя в синхронизм. Так как это происходит при подсинхронной скорости, то механическую характеристику асинхронного момента пусковой обмотки можно аппроксимировать касательной в точке холостого хода

$$M_a \approx \frac{2M_{a\,\max}}{s_m} s,$$

где $M_{a\,\max}$; s_m – момент и скольжение в точке опрокидывания.

Тогда момент входа в синхронизм

$$M_s = M_a(s_s) \approx \frac{2M_{a\,\max}}{s_m} s_s. \qquad (39.3)$$

Графически этот момент соответствует ординате точки пересечения механической характеристики пусковой обмотки $M_a(s)$ с линией $s = s_s$, являющейся границей области, в которой возможен вход в синхронизм (точка *b* на рис. 39.4).

При пуске двигатель под воздействием разности асинхронного и нагрузочного моментов $M_a - M_L$ разгоняется до скольжения $s = s_s$. Здесь в точке *b* воз-

никают условия для синхронизации и ротор под воздействием импульса синхронного момента за время не превышающее $t_s < \pi/(s_s\omega_1)$ входит с синхронизм, т.е. разгоняется до синхронной скорости и переходит в точку *c* синхронной механической характеристики (линия 0*e* на рис. 39.4). Так как момент входа в синхронизм превышает нагрузочный, то после синхронизации статический режим установится в точке *d*.

Выход из синхронизма происходит в точке *e*, если нагрузочный момент превышает максимальной момент, развиваемый двигателем $M_{\max}$.

Одним из основных параметров, от которого зависят пусковые свойства двигателя, является активное сопротивление короткозамкнутой обмотки. Однако при выборе его значения разработчики машин сталкиваются с серьёзными противоречиями, т.к. для увеличения пускового момента M_{st} нужно увеличивать активное сопротивление обмотки. Но при этом возрастает критическое скольжение s_m и уменьшается момент входа в синхронизм M_s, ограничивающий нагрузочный момент двигателя (см. выражение 39.3). На рис. 39.4, *а* это хорошо видно по смещению точки *b* в положение b_1. Оптимальным является сопротивление, при котором $M_{st} = M_s$.

Существенное влияние на пусковые свойства синхронных двигателей оказывает напряжение питания. Критический и пусковой момент короткозамкнутой обмотки ротора, как у любого асинхронного двигателя, является квадратичной функцией от U_1. Максимальный синхронный момент двигателя с возбуждённым ротором линейно зависит от напряжения питания, а у реактивного двигателя эта зависимость квадратичная. Значит, предельные скольжения для этих двигателей – $s_{s\varepsilon} \sim \sqrt{U}$ и $s_{s\,dq} \sim U$. Отсюда зависимость моментов входа в синхронизм

$$M_{s\varepsilon} \sim \sqrt{M_{\varepsilon\max}} M_{a\max} \sim U^{0,5}U^2 = U^{2,5} \text{ и } M_{s\,dq} \sim \sqrt{M_{dq\max}} M_{a\,\max} \sim U \cdot U^2 = U^3.$$

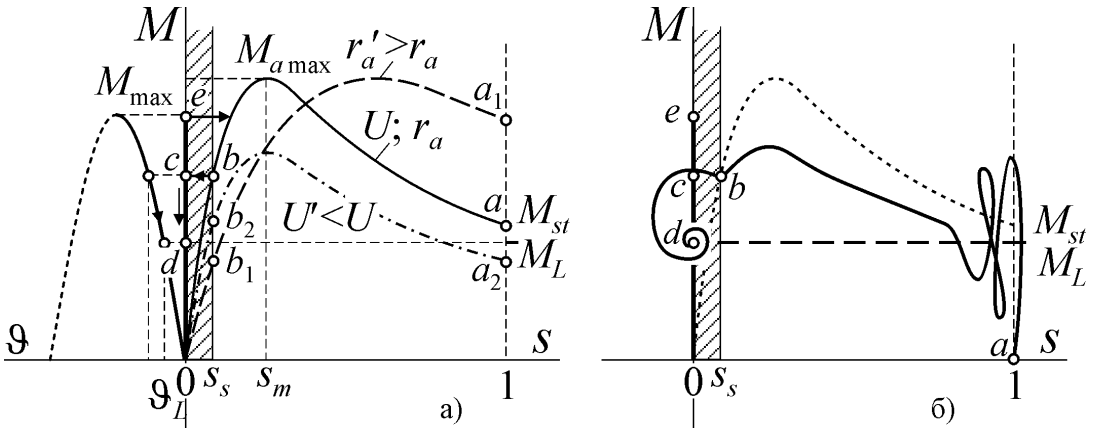


Рис. 39.4

Таким образом, при снижении напряжения на 10% пусковой момент обоих двигателей уменьшится на $1 - 0{,}9^2 = 19\%$, а моменты входа в синхронизм на

$1-0{,}9^{2{,}5}=23\%$ и $1-0{,}9^{3}=34\%$ соответственно. На рис. 39.4, *а*, это можно проследить по смещению точки *b* в положение b_2.

Статические характеристики на рис. 39.4, *а*, позволяют анализировать пусковые свойства двигателя только в общих чертах. На рис. 39.4, *б*, показана фазовая траектория пуска с учётом инерционности электромагнитных и электромеханических процессов. В асинхронном режиме, между точками *a* и *b*, вначале сильное влияние оказывают переходные процессы, связанные с формированием магнитных полей машины, а затем движение ротора определяется электромеханическим процессом. В точке *b* импульс синхронного момента достигает величины достаточной для разгона ротора до синхронной скорости и начинается переходный процесс с новыми условиями. Он имеет колебательный характер и динамическая характеристика, огибая точку *c*, приходит по спиральной траектории к статическому режиму в точке *d.*

При асинхронном пуске обмотка возбуждения должна быть замкнута накоротко или через активное сопротивление, величина которого равна примерно десятикратному сопротивлению самой обмотки. Это делается для того, чтобы исключить перенапряжения, т.к. обычно обмотка возбуждения имеет большое число витков и в асинхронном режиме в ней может наводиться ЭДС, достаточная для пробоя изоляции.

У двигателей с постоянными магнитами асинхронный пуск значительно усложняется из-за того, что он производится с возбуждённым магнитным полем ротора. Это поле наводит в обмотке статора ЭДС с переменной частотой $f=\dfrac{z_p\Omega}{2\pi}\neq f_1$, отличающейся от частоты сети f_1. Поэтому ЭДС источника питания не может её компенсировать и синхронная машина в асинхронном режиме работает генератором, создавая тормозной момент. Причём, цепь обмотки статора замкнута через источник питания, обладающий, как правило, малым внутренним сопротивлением. Поэтому статорную обмотку для токов, наводимых магнитным полем ротора, можно считать замкнутой накоротко.

Таким образом, в режиме пуска ротор и короткозамкнутая обмотка статора являются по существу обращённой асинхронной машиной, т.е. машиной в которой функции ротора и статора поменялись местами. При неподвижном роторе скольжение и частота наводимой в статоре ЭДС равны нулю, а в синхронном режиме скольжение равно единице. Следовательно, тормозной момент при пуске имеет механическую характеристику асинхронного генератора с точкой холостого хода при нулевой скорости вращения.

На рис. 39.5 показаны механические характеристики асинхронных моментов при различной степени возбуждения ротора. При отсутствии возбуждения ($\varepsilon=0$) вращающий момент создаётся только короткозамкнутой обмоткой ротора M_a. Возбуждение полюсов ротора ($\varepsilon>0$) приводит к появлению тормозного генераторного момента M_r. В результате в характеристике результирующего

момента $M(s) = M_a(s) + M_r(s)$ появляется минимум, соответствующий критическому скольжению генераторного момента s_r. Наличие минимума создаёт опасность прерывания пуска, если момент нагрузки $M_L > M_{a\min}$. В этом случае устойчивый статический режим может возникнуть при низкой скорости вращения ($s > s_r$). Чем выше степень возбуждения ротора, тем больше генераторный момент и меньше момент $M_{a\min}$. Следует заметить, что моменты M_a и M_r создаются разными процессами, и параметры их механических характеристик практически не связаны между собой. Поэтому, например, понижение напряжения питания приведёт к уменьшению критического момента характеристики короткозамкнутой обмотки ротора $M_a(s)$, но совершенно не повлияет на характеристику $M_r(s)$. В результате при той же степени возбуждения ротора ε провал в характеристике $M(s)$ увеличится.

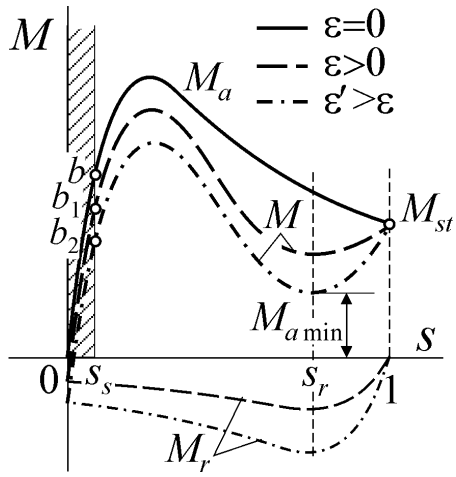


Рис. 39.5

Влияние степени возбуждения ротора на момент входа в синхронизм можно оценить следующим образом. Генераторный тормозной момент линейно зависит от величины магнитного потока наводящего в статоре ЭДС, т.е. $M_r \sim \varepsilon$. При подсинхронной скорости вращения характеристика $M_r(s) \approx \text{const}$ и результирующий асинхронный момент $M = M_a - M_r$. Тогда с учётом (39.3)

$$M_s = M_a(s_s) - M_r \approx \frac{2M_{a\ \max}}{s_m} s_s - M_r$$

Параметры точки опрокидывания $M_{a\ \max}$ и s_m не зависят от возбуждения ротора, а $s_s \sim \sqrt{\varepsilon}$. Значит,

$$M_s \sim \sqrt{\varepsilon} - \varepsilon,$$

т.е. при увеличении степени возбуждения момент входа в синхронизм при прочих равных условиях будет уменьшаться, несмотря на то, что предельное скольжение при этом увеличивается.

Помимо тормозного генераторного момента, создаваемого токами, наводимыми в статоре возбуждённым ротором, на пусковые свойства двигателей с постоянными магнитами влияет электрическая асимметрия короткозамкнутой обмотки. Она проявляется в различии индуктивных сопротивлений стержней, расположенных между полюсами магнитов, и стержней над полюсами.

Асимметрия обмотки приводит к тому, что магнитное поле ротора становится эллиптическим. Его можно разложить на два поля с прямым и обратным направлением вращения. Относительно тела ротора эти поля вращаются со скоростями $\pm\Omega_2$ и вместе с ротором относительно статора со скоростью Ω. Поэто-

му результирующие скорости вращения полей ротора относительно статора будут равны

$$\Omega_+ = \Omega + \Omega_2 = \Omega + (\Omega_1 - \Omega) = \Omega_1;$$

$$\Omega_- = \Omega - \Omega_2 = \Omega - (\Omega_1 - \Omega) = -\Omega_1 + 2\Omega = -\Omega_1 + 2(1-s)\Omega_1 = (1-2s)\Omega_1.$$

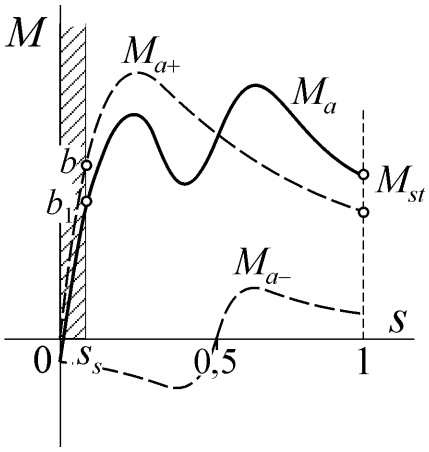


Рис. 39.6

Значит, поле прямого вращения взаимодействует со статором как в обычном асинхронном двигателе, а поле обратного вращения наводит в обмотке статора ЭДС и токи с частотой, отличающейся от частоты сети и изменяющейся при изменении скольжения. Взаимодействие этих токов с полем обратного вращения создаёт асинхронный момент M_{a-}, аналогично рассмотренному выше моменту, создаваемому полем вращающихся возбуждённых полюсов.

Синхронная частота поля обратного вращения Ω_{0-} соответствует половине синхронной частоте поля прямого вращения $\Omega_{0-} = \Omega_{0+}/2 = \Omega_1/2$, т.к. при $s = 0{,}5$ $\Omega_- = 0$, т.е. поле неподвижно относительно обмоток статора. При $s > 0{,}5$ частота $\Omega_- < 0$ и момент $M_{a-} < 0$; при $s < 0{,}5$ – $\Omega_- > 0 \Rightarrow M_{a-} > 0$.

На рис. 39.6 показаны кривые асинхронных моментов. Из этого рисунка следует, что асимметрия короткозамкнутой обмотки приводит к уменьшению момента входа в синхронизм (смещение точки *b* в положение b_1) и создаёт провал в характеристике результирующего асинхронного момента $M_a(s) = M_{a+}(s) + M_{a-}(s)$. И то и другое ухудшает пусковые свойства двигателя, несмотря на то, что за счёт поля обратного вращения несколько увеличивается пусковой момент.

Следует заметить, что совершенно аналогичные последствия возникают в результате асимметрии конструкции «беличьей клетки» у реактивных двигателей, которая также приводит к электрической асимметрии.

39.3. Реактивные двигатели

Синхронные реактивные двигатели отличаются тем, что у них отсутствует магнитное поле ротора. Вращающий момент в таких двигателях создаётся за счёт взаимодействия асимметричного в магнитном отношении ротора и поля реакции якоря.

Статор реактивного двигателя по конструкции и функциям не отличается от статоров других машин переменного тока.

Ротор двигателя представляет собой пакет штампованных стальных пластин (рис. 39.7, *а*) напрессованный на вал. Магнитная асимметрия ротора $\lambda_d \sim x_d \neq \lambda_q \sim x_q$ создаётся либо за счёт придания определённой формы внешнему контуру пластин (рис. 39.7, *б* и *в*), либо за счёт создания продолговатых отверстий в теле пластин круглой формы (рис. 39.7, *г* и *д*). В первом случае по-

сле сборки пакета образуются явно выраженные полюсы ротора (рис. 39.7, *а*), а во втором – ротор имеет ровную цилиндрическую поверхность с неявно выраженными полюсами. После напрессовки на вал каналы пакета заливают расплавом алюминия. В результате этого образуется пусковая обмотка типа «беличьей клетки» и получается ротор, отличающийся от короткозамкнутого ротора асинхронного двигателя, только явно или неявно выраженной магнитной асимметрией.

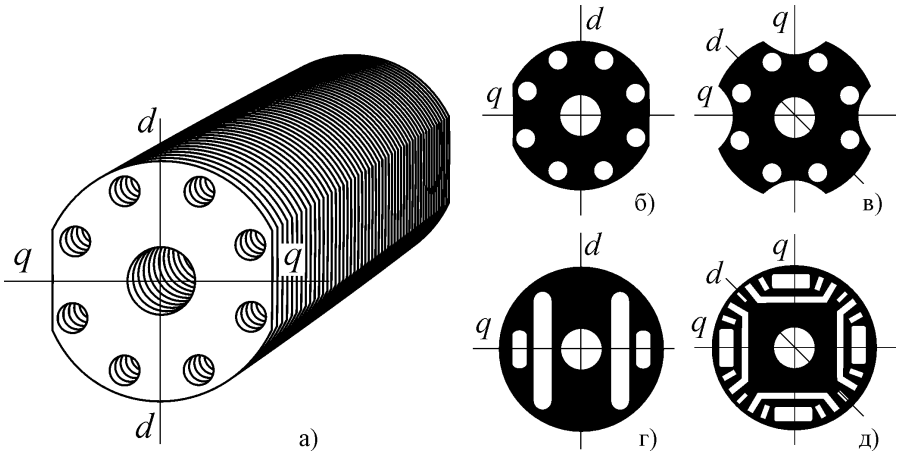


Рис. 39.7

Предельная простота конструкции ротора обеспечивает высокую надёжность, стабильность характеристик и низкую стоимость реактивных двигателей. Однако мощность и вращающий момент реактивного двигателя значительно меньше, чем двигателя с возбуждённым ротором тех же габаритов.

Из уравнения реактивного вращающего момента следует, что для его увеличения нужно увеличивать разность магнитных проводимостей по продольной и поперечной осям. Однако увеличение размеров межполюсных впадин увеличивает не только разность проводимостей, но и среднюю величину воздушного зазора. В результате увеличивается намагничивающий ток, и ухудшаются энергетические показатели. Кроме того, с увеличением магнитной и электрической асимметрии ухудшаются пусковые и синхронизирующие свойства двигателя. Для роторов типа *б* и *в* на рис.5.35 существуют оптимальные размеры полюсов и впадин. Однако двигатели даже с оптимальной геометрией ротора имеют малую перегрузочную способность $M_{\max}/M_{\text{ном}} = 1,2\ldots1,5$, большую кратность пускового тока $I_{\text{пуск}}/I_{\text{ном}} = 5\ldots7$, низкий КПД $\eta = 0,05\ldots0,5$ и коэффициент мощности $\cos\varphi = 0,2\ldots0,5$. При одинаковых с асинхронными двигателями массе и габаритах реактивные двигатели развивают мощность в два-три раза меньше.

Значительно лучше соотношение индуктивных сопротивлений, а также пусковые свойства у двигателей с роторами, имеющими внутренние пазы и сегменты (рис. 39.7, *г* и *д*). Положительный эффект здесь достигается за счет того, что магнитная асимметрия в них создаётся внутренними немагнитными каналами, которые позволяют получить бóльшую разность $x_d - x_q$ при относительно малом среднем зазоре и электрической асимметрии обмотки ротора. По

своим массогабаритным и энергетическим показателям эти двигатели приближаются к асинхронным.

Особенностью реактивного двигателя является сильная (квадратичная) зависимость вращающего момента от напряжения сети. Поэтому допустимое в некоторых сетях понижение напряжения на 10% приводит к снижению перегрузочной способности почти на 20%, что необходимо учитывать при проектировании и эксплуатации приводов с реактивными двигателями.

Реактивные двигатели обычно строятся на мощность до 500…600Вт. Однако в настоящее время изготавливаются также двигатели мощностью в несколько киловатт.

39.4. Гистерезисные двигатели

Гистерезисными двигателями называются синхронные электрические машины, основные электромагнитные и электромеханические процессы в которых связаны с явлением гистерезиса при перемагничивании ферромагнетиков.

Статор гистерезисных двигателей по конструкции и функциям ничем не отличается от статоров машин переменного тока. Ротор большинства машин представляет собой сплошной или шихтованный полый цилиндр из магнитотвёрдого материала, имеющего широкую петлю гистерезиса. Этот цилиндр называется активным слоем ротора, т.к. именно в нём происходят процессы, связанные с электромеханическим преобразованием энергии машиной. В отличие от двигателей с постоянными магнитами, в которых магниты намагничиваются в специальных установках, в гистерезисных двигателях активный слой ротора намагничивается обмоткой статора. Поэтому для него используют материалы с меньшей коэрцитивной силой, чем для постоянных магнитов ($H_c < 40$ кА/м).

Если активный слой (*1* на рис. 39.8) имеет форму полого цилиндра, то его напрессовывают на втулку из ферромагнитного или немагнитного материала (*2*, *3* на рис. 39.8). Выбор материала втулки определяется магнитной проницаемостью активного слоя. Для уменьшения МДС, необходимой для проведения магнитного потока через ротор, и, соответственно, потребляемого обмоткой статора тока, втулки роторов с малой магнитной проницаемостью активного слоя делают из электротехнической стали (*2* на рис. 39.8, *в*). Если магнитная проницаемость материала активного слоя относительно велика, то втулку делают из пластмассы или алюминия (*3* на рис. 39.8, *г*).

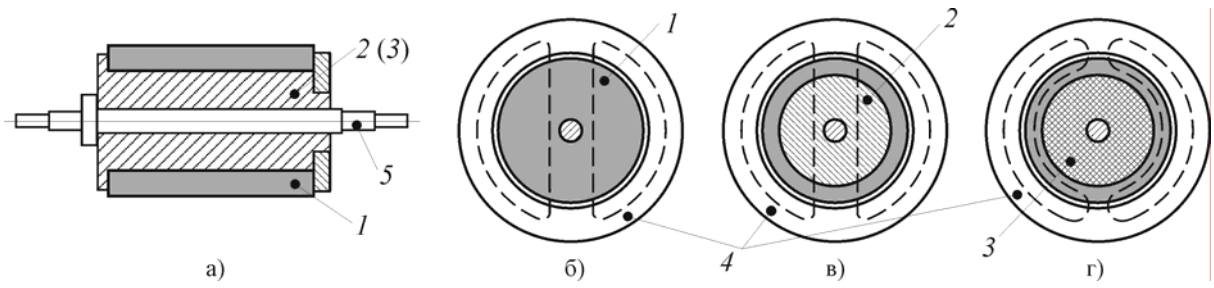


Рис. 39.8

Во всех случаях активный слой в зависимости от особенностей ферромагнетика может выполняться сплошным или шихтованным.

Гистерезисные двигатели могут работать как в синхронном режиме, так и в асинхронном. Рассмотрим вначале асинхронный режим.

Предположим, что статор формирует в зазоре машины круговое магнитное поле, вращающееся с угловой скоростью $\Omega_1 = 2\pi f_1 / z_p$, а ротор заторможен или вращается со скоростью $\Omega = (1-s)\Omega_1 \neq \Omega_1$. Если напряжённость магнитного поля статора больше коэрцитивной силы материала активного слоя, то вращающееся поле будет его перемагничивать, т.е. магнитные полюса ротора будут менять своё положение в активном слое, следуя за движением поля статора. Перемагничивание будет происходить с частотой скольжения $f = s\Omega_1/(2\pi)$ и на этот процесс, в соответствии с формулой Штейнметца, будет затрачиваться мощность

$$\Delta P_h = \eta f B_m^n V = C_h f = C_h \frac{s\Omega_1}{2\pi},$$

где $\eta = 1{,}5\ldots 0{,}005\times 10^{-4}$ – безразмерный коэффициент, характеризующий материал сердечника; V – объём материала активного слоя; B_m – максимальное значение магнитной индукции в цикле перемагничивания; $n = 1{,}6\ldots 2$ – показатель степени, зависящий от величины B_m.

Кроме перемагничивания вращающееся магнитное поле возбуждает в активном слое ротора и в проводящих элементах его конструкции вихревые токи. На это также расходуется мощность

$$\Delta P_f = \xi f^2 B_m^2 V = C_f f^2 = C_f \left(\frac{s\Omega_1}{2\pi}\right)^2,$$

где ξ – коэффициент, пропорциональный удельной проводимости и геометрическим размерам объёкта, в котором эти токи наводятся

Пренебрегая механическими потерями, можно считать, что электромагнитная мощность $P_{em} = M\Omega_1$ расходуется на потери в роторе ΔP_h и ΔP_f, а оставшаяся часть $P_2 = M\Omega$ передаётся на вал машины, т.е.

$$P_{em} = \Delta P_h + \Delta P_f + P_2 \;\Rightarrow M\Omega_1 = \Delta P_h + \Delta P_f + M\Omega$$

$$\Downarrow$$

$$M_{ha} = \frac{\Delta P_h + \Delta P_f}{\Omega_1 - \Omega} = \frac{\Delta P_h + \Delta P_f}{s\Omega_1} = C_h \frac{s\Omega_1}{2\pi}\cdot\frac{1}{s\Omega_1} + C_f\left(\frac{s\Omega_1}{2\pi}\right)^2\cdot\frac{1}{s\Omega_1} = \quad (39.4)$$

$$= \frac{C_h}{2\pi} + s\frac{C_f\Omega_1}{4\pi^2} = M_h + M_a.$$

Таким образом, возникающий в асинхронном режиме вращающий момент на валу машины M_{ha} имеет две составляющие. Первая составляющая $M_h = C_h/(2\pi) = \text{const}$, называемая гистерезисным моментом, не зависит от скольжения и определяется только объёмом и магнитными характеристиками материала активного слоя (η и B_m). Вторая составляющая

$M_a = s\left[C_f \Omega_1 / (2\pi)^2\right] = sC_a$, по сути, является асинхронным моментом, линейно зависящим от скольжения *s*, поэтому в синхронном режиме ($s = 0$) эта составляющая равна нулю и никак не влияет на работу машины.

Создание гистерезисного вращающего момента является физическим явлением, давшим название этому типу синхронных машин. Из (39.4) следует, что величина гистерезисного момента линейно зависит от величины потерь энергии на перемагничивание активного слоя ротора. Следовательно, материал активного слоя должен обладать определёнными магнитными свойствами.

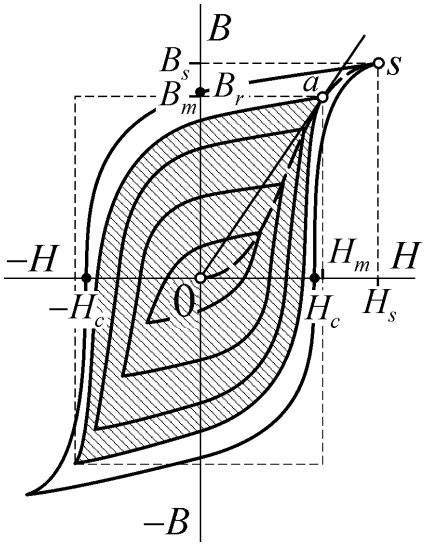


Рис. 39.9

Как известно, ферромагнетики характеризуется основной кривой намагничивания и кривыми перемагничивания частных симметричных циклов, вершины которых располагаются на основной кривой (рис. 39.9). Площадь любой петли пропорциональна работе, затрачиваемой на один цикл перемагничивания*. Очевидно, что максимально возможная работа при данных значениях максимальной индукции B_m и максимальной напряжённости поля H_m равна площади прямоугольника с вершинами в точках вершин петли, т.е. $A_{\max} = 4B_m H_m$. Отношение площади реальной петли гистерезиса к площади прямоугольной петли называется коэффициентом выпуклости k_e. Материал активного слоя ротора гистерезисных двигателей должен иметь максимально возможную величину k_e. Кроме того, для уменьшения намагничивающего тока магнитная проницаемость при максимальной индукции должна быть максимальной. Это условие выполняется, если вершина петли располагается в точке касания прямой, проведённой из начала координат, с основной кривой намагничивания (точка *a* на рис. 39.9).

Потери энергии при перемагничивании можно определить также через активную составляющую тока намагничивания $I_{ma} \approx I_{10} \sin\gamma$, где γ – угол магнитного запаздывания, который для данного материала активного слоя и величины B_m имеет вполне определённое значение. В случае идеально магнитомягкого материала независимо от индукции $\gamma = 0$, а ферромагнетик с прямоугольной петлёй гистерезиса имеет $\gamma = \pi/2$. У современных материалов активного слоя гистерезисных двигателей угол магнитного запаздывания составляет $\gamma = 30° \ldots 60°$.

При вращательном перемагничивании угол магнитного запаздывания представляет собой пространственный угол между МДС обмотки статора $\underline{F}_1$ и магнитным потоком ротора $\underline{\Phi}_r$. Если магнитную проводимость принять равной

* см. раздел 2.2

бесконечности, то между МДС обмотки статора и индукцией магнитного поля в зазоре двигателя будет линейная зависимость. Значит, положение пространственного вектора индукции будет совпадать с положением вектора МДС или, что то же самое, с положением вектора тока. Следовательно, угол магнитного запаздывания γ будет также углом между осью полюсов магнитного поля статора и осью наведённых полюсов ротора $\gamma \approx \angle(\underline{\Phi}_s, \underline{\Phi}_r)$.

Таким образом, в асинхронном режиме пространственный угол между осями полюсов магнитных полей статора и ротора гистерезисного двигателя не зависит от скольжения и равен углу магнитного запаздывания.

В синхронном режиме скольжение равно нулю. Активный слой ротора, намагниченный обмоткой статора в процессе пуска, сохраняет состояние, в котором он находился в момент входа в синхронизм, т.е. ось его магнитных полюсов находится в фиксированном положении. Значит, ротор представляет собой относительно слабый постоянный магнит, а машина в целом – недовозбуждённый синхронный двигатель. В этом случае вращающий момент можно представить в виде

$$M_{hs} = M_{h\max} \sin \vartheta_\delta, \qquad (39.5)$$

где ϑ_δ – угол между осями магнитных полей статора и ротора, а $M_{h\max} = M_h / \sin\gamma$ – фиктивный максимальный вращающий момент, соответствующий прямоугольной петле гистерезиса (рис. 39.10, *а*).

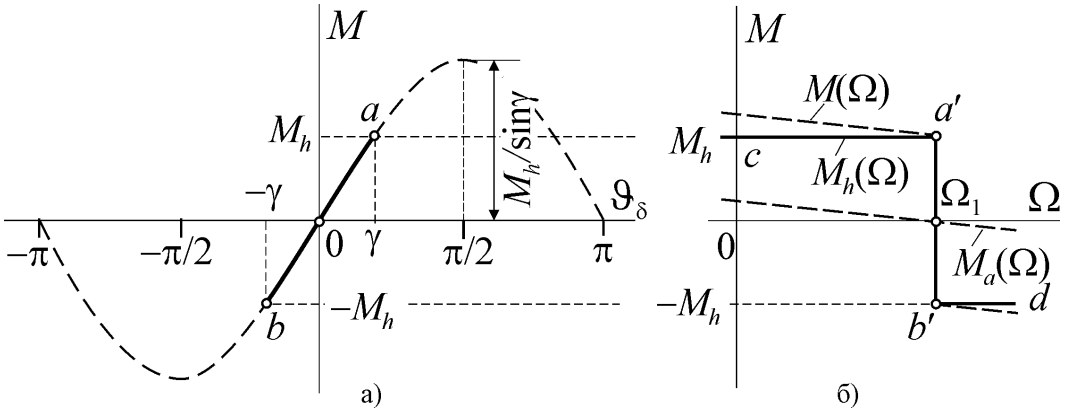


Рис. 39.10

Механическая характеристика гистерезисной машины без учёта асинхронного вращающего момента $M_h(\Omega)$ состоит из трёх прямолинейных отрезков, соответствующих синхронному режиму работы (*a'b'* на рис. 39.10, *б*) и двум асинхронным режимам при работе в качестве двигателя (*a'c*) и генератора (*b'd*). Полный вращающий момент $M(\Omega)$ является суммой гистерезисного $M_h(\Omega)$ и асинхронного $M_a(\Omega)$ моментов. Однако удельное сопротивление материалов ротора обычно велико, поэтому вихревые токи, создающие асинхронный момент, незначительны. Если же ротор шихтованный, то асинхронный момент практически равен нулю и механическая характеристика гистерезисного двигателя соответствует гистерезисному моменту.

Малый асинхронный момент, создаваемый вихревыми токами, не может эффективно демпфировать колебания ротора в переходных режимах, что приводит к нестабильности мгновенной скорости вращения и является серьёзным недостатком гистерезисных двигателей.

Однако основным недостатком гистерезисных двигателей является низкий коэффициент мощности ($\cos\varphi = 0{,}2\ldots0{,}5$) и, как следствие, низкий КПД ($\eta = 0{,}3\ldots0{,}5$). Причиной низкого $\cos\varphi$ является большой намагничивающий ток, составляющий 90…95% от номинального. Это связано с низкой магнитной проводимостью материала ротора, а также с тем, что в синхронном режиме двигатель недовозбуждён, т.к. намагничивание ротора происходит относительно небольшой МДС обмотки статора. Наличие большой реактивной составляющей приводит к тому, что потребляемый двигателем ток практически не зависит от нагрузки. От пуска до холостого хода он изменяется всего на 20…30%.

Гистерезисные двигатели обладают хорошими пусковыми характеристиками, которые обеспечиваются большим пусковым моментом и моментом входа в синхронизм, а также малой кратностью пускового тока. Кроме того, момент входа в синхронизм гистерезисных двигателей не зависит от момента инерции, поэтому они могут обеспечить разгон до синхронной скорости вращения практически любой инерционной нагрузки. Это позволяет использовать их в качестве гиродвигателей. Использованию гистерезисных двигателей в приводах гироскопических систем способствует отсутствие обмоток и скользящих контактов на роторе, а также симметрия и высокая прочность его конструкции, позволяющая создавать высокоскоростные двигатели, работающие при частотах питания до 1000 Гц.

По энергетическим показателям гистерезисные двигатели мощностью выше 200 Вт уступают другим двигателям переменного тока, однако по ряду свойств (пусковые характеристики, плавность входа в синхронизм, низкий уровень шума) они значительно превосходят все синхронные двигатели, особенно реактивные. При малых мощностях энергетические показатели гистерезисных двигателей вполне сопоставимы с показателями машин переменного тока других типов.

39.5. Шаговые двигатели

Если фазную обмотку статора любого синхронного двигателя подключить к источнику постоянного тока, то ненагруженный ротор повернётся и займет положение, при котором его продольная ось совпадает с осью обмотки статора. Переключение питания на соседнюю фазную обмотку приведёт к смещению ротора на угол

$$\alpha = 2\pi/(k_a m z_p), \qquad (39.6)$$

где m – число фазных обмоток статора; $k_a = 1{,}2$ – коэффициент, зависящий от алгоритма переключения обмоток. Пространственный угол α называется шагом двигателя, а перемещение ротора – отработкой шага.

Таким образом, любой синхронный двигатель может работать в шаговом режиме, однако к шаговым двигателям предъявляются особые требования, поэтому их конструкция оптимизируется под определённые задачи, и сами двига-

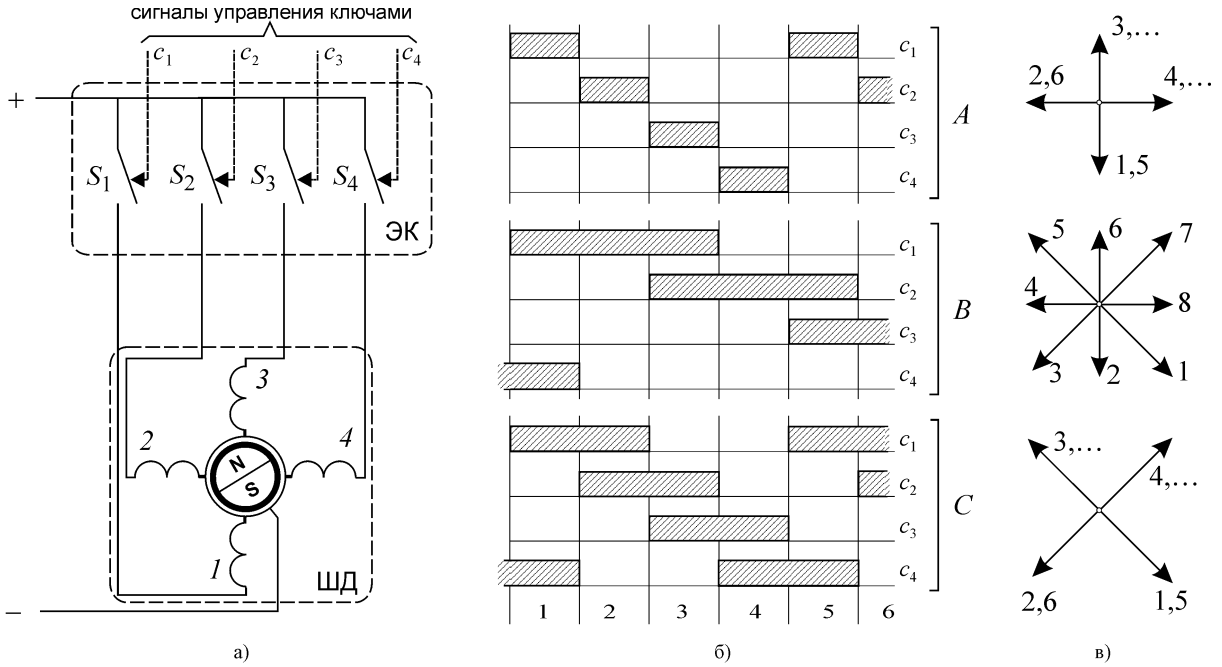


Рис. 39.11

тели относятся к категории шаговых.

Обмотки шагового двигателя можно переключать с помощью любой коммутационной аппаратуры, но современные коммутаторы выполняются на основе полупроводниковых ключей, управляемых слаботочными сигналами, часто формируемыми различными устройствами цифровой обработки информации.

Величина шага является одной из главных характеристик двигателя. Она зависит не только от его конструкции, но также и от алгоритма коммутации. На рис. 39.11, *а* показана схема обмоток двухфазного шагового двигателя (*ШД*) с отводами от средних точек, которые подключены к отрицательному полюсу источника питания постоянного тока. Использование средних точек обмоток позволяет увеличить число фаз двигателя вдвое. К положительному полюсу источника питания подключён электронный коммутатор (*ЭК*), состоящий из четырёх ключей $S_1 \ldots S_4$.

Оси фазных обмоток смещены в пространстве на угол $360° z_p / 4 = 90°^{(el)}$. Если последовательно замыкать ключи в порядке возрастания их номера так, чтобы в каждый момент времени был замкнут только один ключ, то ротор при каждой коммутации будет перемещаться на $90°^{(el)}$. Этот алгоритм в виде коммутационных функций $c_1 \ldots c_4$ и векторов МДС обмотки статора, соответствующих номеру межкоммутационного интервала *1...6*, показан на рис. 39.11, *б* и *в* под индексом *A*. Единичное (заштрихованное) состояние коммутационных функций соответствует замкнутым состояниям ключей. Можно также организовать работу ключей так, чтобы каждый последующий ключ замыкался раньше отключения предыдущего. При этом возможны два алгоритма, обозначен-

ные на рис. 39.11 индексами *B* и *C*. В алгоритме *B* количество обмоток, включённых в двух соседних интервалах, различно, а в алгоритме *C* одинаково. Алгоритм с различным числом включённых обмоток называется несимметричным. Для такого алгоритма $k_a = 2$, т.е. шаг двигателя вдвое меньше, чем при симметричных алгоритмах *A* и *C*.

Управление двигателем может осуществляться короткими импульсами с отключением питания между командами на перемещение. Такое управление называется импульсным. Оно требует фиксации положения ротора в интервале между импульсами. Возможно также потенциальное управление, при котором питание статора сохраняется между командами и ротор находится в определён-

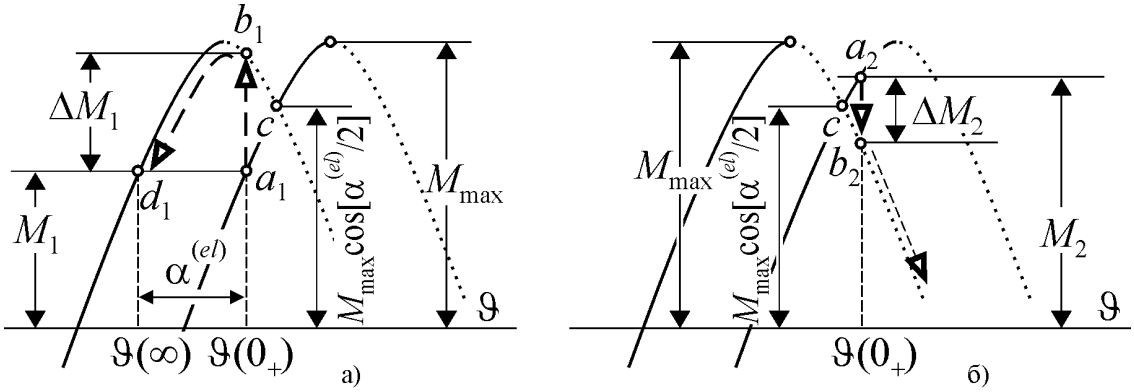


Рис. 39.12

ном фиксированном положении.

При непрерывной коммутации с постоянной частотой f_c ротор шагового двигателя будет вращаться с постоянной средней скоростью

$$\widetilde{\Omega} = f_c \alpha = \frac{2\pi f_c}{k_a m z_p}.$$

Изменение направления движения шагового двигателя (реверс) осуществляется простым изменением последовательности коммутации ключей.

В статическом состоянии величина вращающего момента шагового двигателя, как любого синхронного двигателя, определяется синусной угловой характеристикой.

Если пренебречь влиянием электромагнитных переходных процессов, то при коммутации ключей происходит мгновенное формирование новой угловой характеристики, смещённой на величину шага $\alpha^{(el)} = \alpha z_p$ в положительном или отрицательном направлении. На рис. 39.12 показаны докоммутационные угловые характеристики, на которых располагаются точки *a*, соответствующие докоммутационным статическим режимам, а также послекоммутационные угловые характеристики, смещённые в положительном направлении на величину шага $\alpha^{(el)}$.

Протекание электромеханических переходных процессов после коммутации зависит от величины момента нагрузки M_L. Пусть до коммутации двига-

тель находится в статическом режиме, соответствующем точке a_1 на рис. 39.12, *а* ($M_1 = M_{L1} = \text{const}$). После коммутации магнитное поле статора смещается в положительном направлении, но в первый момент времени в силу инерции ротор остаётся неподвижным, т.е. $\vartheta(0_+) = \vartheta(0_-)$. На новой угловой характеристике этому положению ротора соответствует точка b_1. Значит, после коммутации возникает положительная разность вращающих моментов двигателя и нагрузки $\Delta M_1 = M_{b_1} - M_1 = M_{b_1} - M_{L1} > 0$. Следовательно, в соответствии с уравнением движения

$$M_{b_1} - M_{L1} > 0 = J\varepsilon \Rightarrow \varepsilon > 0$$

ротор получит положительное угловое ускорение ε и начнёт разгоняться, следуя за смещением поля статора, пока не придёт в точку статического равновесия d_1, смещённую по отношению к начальной точке a_1 на величину шага $\alpha^{(el)}$.

В ситуации, показанной на рис. 39.12, *б*, приращение вращающего момента после коммутации $\Delta M_2 = M_{b_2} - M_2 = M_{b_2} - M_{L2} < 0$ отрицательное. Значит, отрицательным будет угловое ускорение ротора ε, т.е. он будет вращаться в сторону противоположную смещению магнитного поля статора и новое статическое состояние наступит при повороте на угол $-360^{\circ(el)} + \alpha^{(el)}$. Это явление называется потерей шага. Потеря шага недопустима, т.к. шаговые двигатели используются в основном в устройствах, не имеющих иного источника информации о положении ротора, кроме кода коммутационных функций или числа импульсов коммутации.

Очевидно, что условие работы без потери шага будет выполняться всегда, если ордината рабочей точки до коммутации *а* будет меньше ординаты точки *с* на рис. 39.12, т.е. если

$$M_L < M_{\max} \cos[\alpha^{(el)}/2]. \qquad (39.7)$$

Это условие называется условием статической устойчивости шагового двигателя. Выражение (39.7) свидетельствует, что в шаговом режиме синхронный двигатель обладает меньшей перегрузочной способностью по сравнению с питанием от источника переменного тока, когда статическая устойчивость обеспечивается при условии $M_L < M_{\max}$.

Характер движения ротора шагового двигателя определяется характером коммутации. Она может производиться одиночными импульсами с длительными интервалами между ними, но может также осуществляться непрерывной последовательностью импульсов с некоторой частотой следования. В соответствии с этим различают следующие режимы работы: статический, квазистатический, установившийся и переходный.

Статический режим работы – это режим, при котором в обмотке(ах) статора двигателя протекает постоянный ток, создающий неподвижное магнитное поле. Ротор после отработки шага также неподвижен. Основной характеристи-

кой двигателя в этом режиме является угловая характеристика вращающего момента.

Квазистатический режим – это режим, при котором к моменту коммутации электромеханический переходный процесс полностью заканчивается и ротор находится в неподвижном состоянии. По сути, это последовательность статических режимов.

Предельная частота, с которой можно производить коммутацию в квазистатическом режиме определяется длительностью затухания колебаний в переходном процессе, которая, в свою очередь, определяется моментом инерции и демпфирующим асинхронным моментом.

Установившийся режим – это режим, соответствующий постоянной частоте коммутации. Ротор двигателя в этом режиме имеет постоянную среднюю скорость вращения и может также совершать периодические и непериодические колебания.

Характер движения ротора в установившемся режиме определяется соотношением частоты коммутации и частоты собственных колебаний

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{z_p M_m}{J}}, \qquad (39.8)$$

где M_m – максимальный синхронизирующий момент; z_p – число пар полюсов и J – момент инерции ротора.

При частоте коммутации близкой или равной частоте собственных колебаний возникают явления электромеханического резонанса, которые при слабом демпфировании могут привести к нарушению нормального движения ротора и к потере шага.

Переходные режимы – пуск, ускорение, замедление, реверс – являются основными режимами большинства шаговых двигателей. Главным требованием в этих режимах является работа без потери шага.

Пуск шагового двигателя обычно осуществляется путём скачкообразного увеличения частоты коммутации от нуля до рабочего значения. Максимальная частота коммутации, при которой возможен пуск шагового двигателя без выпадения из синхронизма (без потери шага) называется частотой приёмистости f_{st}. Её величина зависит от частоты собственных колебаний, а также от нагрузочного момента. У современных шаговых двигателей частота приёмистости составляет 100…1000 Гц.

Торможение ротора шагового двигателя обычно осуществляется скачкообразным снижением частоты коммутации до нуля. Для этого режима также существует предельная частота, при которой торможение происходит без потери шага. Она, как правило, выше частоты приёмистости, что объясняется внутренним демпфированием и тормозящим действием момента нагрузки.

Реверс шагового двигателя производится изменением алгоритма коммутации. Предельная частота, при которой изменение направления вращения происходит без потери шага, называется предельной частотой реверса. Эта частота

всегда меньше частоты приёмистости, т.к. при реверсе требуется двойное изменение кинетической энергии вращающихся масс. Обычно предельная частота реверса составляет $0,2\ldots0,5 f_{st}$.

Предельные частоты приёмистости, торможения и реверса кроме параметров двигателя и алгоритма коммутации зависят также от момента нагрузки и момента инерции. Зависимости этих частот от нагрузки на валу или от её момента инерции называются предельными динамическими характеристиками соответственно приёмистости, торможения и реверса.

Кроме динамических характеристик для оценки рабочих свойств шаговых двигателей используются предельные механические характеристики. Они представляют собой зависимость частоты коммутации от момента нагрузки, при плавном увеличении которого двигатель выходит из синхронизма.

Раздел 6. Коллекторные машины

Коллекторные машины отличаются от других типов вращающихся электрических машин наличием механического преобразователя частоты, называемого коллектором. Это позволяет использовать для их питания источники постоянного тока или генерировать электрическую энергию в виде постоянного тока. Наряду с коллекторными машинами постоянного тока широкое применение находят коллекторные двигатели переменного тока, а также универсальные коллекторные двигатели, которые могут использоваться как в сетях постоянного, так и переменного тока.

Коллектор осложняет условия работы машины, повышает её стоимость и снижает надёжность, но, в то же время, он позволяет получить хорошие пусковые и регулировочные свойства, а также скорости вращения выше 3000 об/мин. В последние десятилетия в связи с широким распространением полупроводниковых преобразователей частоты существенно сузилась область применения коллекторных машин. Однако в системах электроприводов высокого качества с широким диапазоном регулирования координат коллекторные двигатели постоянного тока сохраняют свою ведущую роль.

Кроме двигателей достаточно широко распространены также генераторы постоянного тока, но область их применения постоянно сокращается в связи с развитием преобразовательной техники и выбор генератора постоянного тока в качестве источника питания производится, как правило, в условиях, исключающих иное решение. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать в основном двигательный режим работы машин постоянного тока.

В настоящее время коллекторные машины постоянного тока изготавливаются на мощности от долей ватта до 15 мегаватт. Номинальное напряжение питания их обычно не превышает 1500 вольт, а скорость вращения находится в пределах от нескольких оборотов до 25…30 тысяч оборотов в минуту. Практически в том же диапазоне параметров изготавливаются и коллекторные двигатели переменного тока. Бóльшая часть из них предназначена для работы в однофазных сетях. Коллекторные двигатели большой мощности (300…1000 киловатт) используются главным образом в качестве тяговых двигателей электровозов. Двигатели малой мощности находят широкое применение в станкостроении, ручном инструменте, бытовой технике и др.

Глава 40. Коллекторные машины постоянного тока

40.1. Преобразование частоты с помощью коллектора

Простейшей коллекторной машиной постоянного тока является помещённая в неподвижное однородное магнитное поле токопроводящая рамка, концы которой присоединены к полукольцам со скользящими по ним щётками (рис. 40.1, *а*).

Если щётки подключить к источнику постоянного тока, соблюдая указанную на рисунке полярность, то по рамке будет протекать ток I_a. В соответствии с законом электромагнитной индукции на активные стороны рамки *ab* и *cd*

в направлении перпендикулярном линиям магнитной индукции будут действовать силы

$$F_{ab} = F_{cd} = BlI_a \sin\vartheta,$$

где B – индукция магнитного поля; l – длина активной стороны рамки; ϑ – угол между осью полюсов магнитного поля и нормалью к плоскости рамки. Эти силы, действуя на плечо, равное половине диаметра рамки D, создадут вращающий момент

$$M = 2F_b \frac{D}{2} = 2BlI_a \sin\vartheta \frac{D}{2} = BlDI_a \sin\vartheta = M_{\max} \sin\vartheta,$$

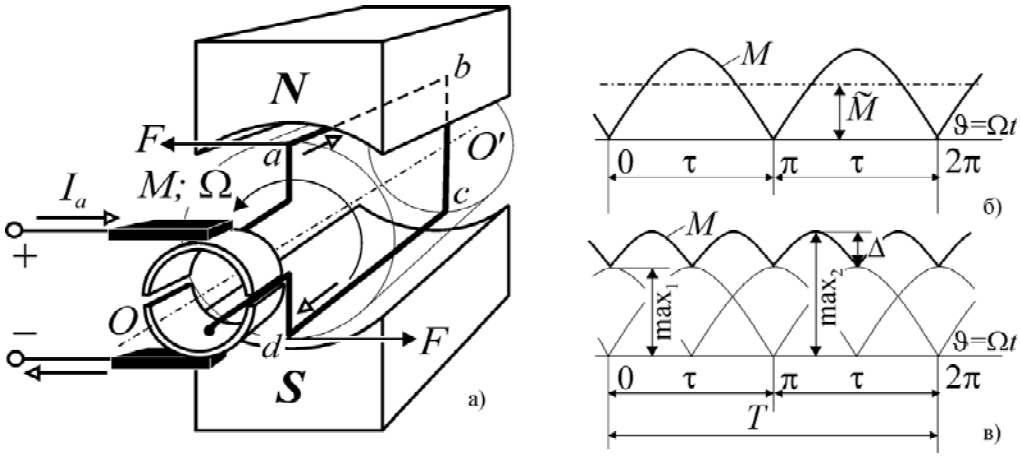


Рис. 40.1

под действием которого рамка придёт в движение. После поворота в горизонтальное положение верхняя щётка перейдёт на полукольцо, соединённое со стороной cd, а нижняя – на полукольцо, соединённое со стороной ab. В результате направление тока в активных сторонах рамки изменится на противоположное, но под каждым полюсом магнитного поля направление протекания тока в рамке сохранится. Поэтому сохранится и направление действия силы, а также вращающего момента. Следовательно, вращающий момент будет пульсирующим (рис. 40.1, *б*)

$$M = M_{\max} |\sin\vartheta|$$

со средним значением

$$\widetilde{M} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} M_{\max} \sin\vartheta d\vartheta = \frac{2}{\pi} M_{\max} = 0{,}638 M_{\max}.$$

Очевидно, что вращающий момент увеличится в w раз, если рамка при том же значении тока будет иметь w витков.

Таким образом, устройство на рис. 40.1, *а* является простейшим двигателем постоянного тока, а разрезанное кольцо – простейшим коллектором. В рассмотренном процессе коллектор обеспечивает неизменное направление протекания тока под полюсами магнитного поля. При этом ток в активных сторонах рамки каждые полпериода изменяет направление на противоположное, т.е. из постоянного тока, протекающего через щётки, он становится переменным с частотой, равной частоте вращения рамки. Значит, коллектор со щётками в данном устройстве выполняет функцию механического инвертора – преобразо-

вателя постоянного тока в переменный или, иначе, преобразователя частоты, на входе которого ток и напряжение имеют нулевую частоту, а на выходе – частоту вращения.

Пусть теперь щётки отключены от внешней электрической цепи, а рамка вращается с постоянной угловой скоростью $\Omega = \text{const}$ за счёт приложенного к ней внешнего вращающего момента M.

В каждой активной стороне рамки будет наводиться переменная ЭДС

$$e_{ab} = e_{cd} = Blv\sin\vartheta = Bl\Omega\frac{D}{2}\sin\Omega t\,,$$

а т.к. активные стороны соединены последовательно, то полная ЭДС рамки равна

$$e = 2e_{ab} = BlD\Omega\sin\Omega t = E_{\max}\sin\Omega t\,.$$

Следовательно, на полукольцах коллектора наводится переменная синусоидальная ЭДС с частотой вращения рамки Ω. Однако верхняя щётка независимо от положения рамки всегда подключена к полукольцу, соединённому с активной стороной, находящейся под северным полюсом магнитного поля, а нижняя щётка – со стороной, расположенной под южным полюсом. Поэтому на верхней щётке знак ЭДС будет всегда положительным, а на нижней – отрицательным.

Таким образом, в данном случае устройство на рис. 40.1, *а* будет простейшим генератором постоянного тока, а коллектор и щётки – механическим двухполупериодным выпрямителем, преобразующим переменную ЭДС в пульсирующую со средним значением

$$\widetilde{E} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} E_{\max}\sin\vartheta d\vartheta = \frac{2}{\pi}E_{\max} = 0{,}638E_{\max}\,.$$

Если к щёткам подключить какую-либо внешнюю электрическую цепь, то под действием ЭДС в этой цепи будет протекать постоянный электрический ток, однако направление его будет противоположным указанному на рис. 40.1, *а*.

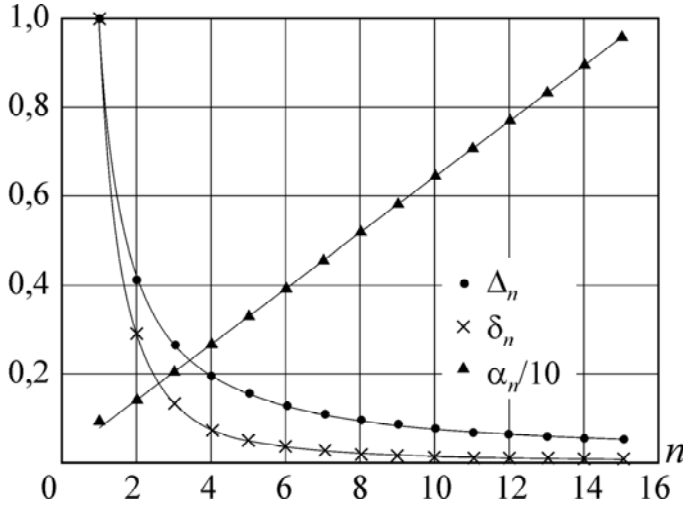


Рис. 40.2

Очевидно, что если увеличить количество рамок, расположив их равномерно в пространстве магнитного поля под углом $2\pi/n$, и соединить так, чтобы во всех рамках протекал одинаковый ток, то величина вращающего момента и ЭДС увеличатся, а пульсации уменьшатся (рис. 40.1, *в*). Минимальное значение вращающего момента и ЭДС для n рамок $\min_n$

соответствует углам $k\pi/n$, где $k=0,1\ldots(n-1)$, а максимальное – углам $\pi(k+1/2)/n$. Следовательно,

$$\max_n = A\sum_{k=0}^{n-1}\sin[(k+1/2)\pi/n];\ \min_n = A\sum_{k=0}^{n-1}\sin[k\pi/n];$$

$$\Delta_n = (\max_n - \min_n)/A;\ \delta_n = A\cdot\Delta_n/\max_n;\ \alpha_n = \max_n/A$$

где $A=\max_1$ – амплитуда соответствующей угловой характеристики одной рамки.

На рис. 40.2 показаны зависимости приведённой величины пульсаций Δ_n, относительной величины пульсаций δ_n и относительной амплитуды момента и ЭДС α_n от числа рамок n.

40.2. Конструкция коллекторных машин

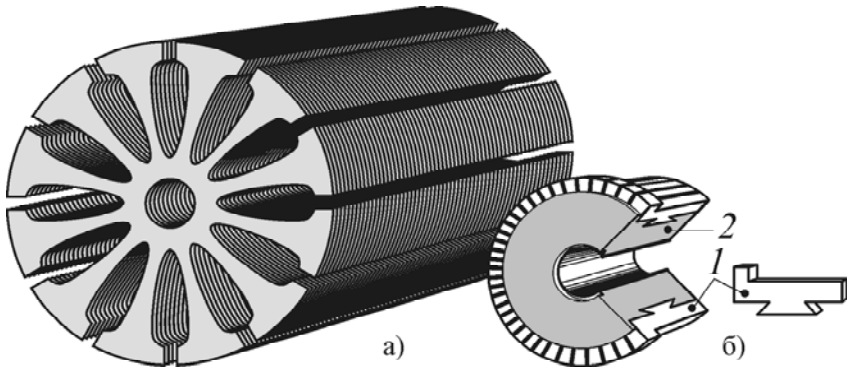


Рис. 40.3

Ротор коллекторной машины называется *якорем*. Его конструкция является результатом оптимизации функций рамки и полуколец. Чтобы увеличить вращающий момент нужно увеличить количество «рамок» и заполнить ферромагнетиком воздушный промежуток между полюсами статора. Для этого из штампованных листов электротехнической стали собирают пакет (сердечник) якоря (рис. 40.3, *а*). Сердечник якоря всегда шихтуется, т.к. при вращении в магнитном поле в нём возбуждаются вихревые токи. Полукольца примитивного коллектора преобразуются в набор изолированных друг от друга медных пластин *1* залитых в пластмассовую втулку *2* (рис. 40.3, б). Пакет якоря и коллектор напрессовывают на вал и в пазы укладывают обмотку (на рисунке не показана), концы секций (катушек) которой припаивают к пластинам коллектора.

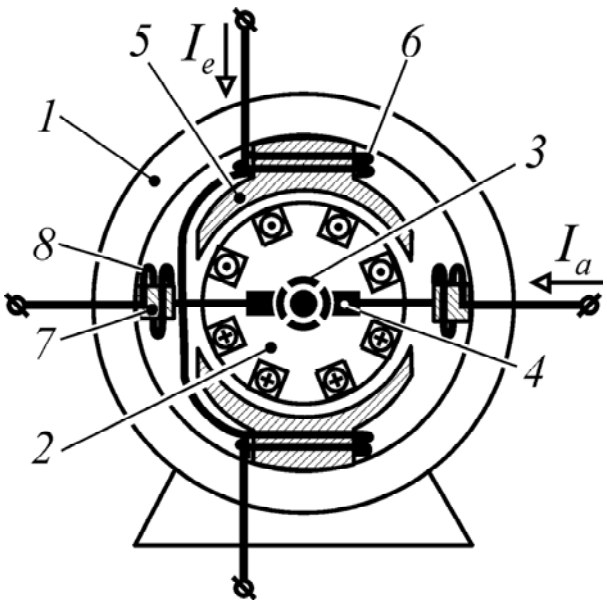


Рис. 40.4

Конструкция пазовой изоляции и крепление обмоток якоря ничем не отличаются от рассмотренных ранее конструкций машин переменного тока.

Общая конструктивная схема машины постоянного тока показана на рис.

40.4. Она состоит из корпуса *1*, объединяющего все элементы конструкции и выполняющего также функцию магнитопровода. В передней и задней крышках корпуса установлены подшипники, в которых вращается якорь машины *2*. На внутренней поверхности корпуса установлены главные полюсы *5*. Каждый полюс представляет собой полюсный наконечник (*1* на рис. 40.5), с установленной на него цилиндрической катушкой из медного изолированного провода круглого или прямоугольного сечения *2*. Полюсные наконечники могут быть литыми или шихтованными. От корпуса полюсного наконечника катушка отделена каркасом из изоляционного материала (*3* на рис. 40.5). Катушки всех полюсов соединяют в одну общую электрическую цепь, образующую обмотку возбуждения машины. На задней крышке корпуса располагается щёткодержатель со щётками (*4* на рис. 40.4), ось которых перпендикулярна оси главных полюсов. На этой же оси в пространстве между главными полюсами установлены дополнительные полюсы *7* с обмоткой *8*, возбуждающей их магнитное поле. Конструкция дополнительных полюсов аналогична конструкции главных полюсов за исключением формы полюсных наконечников. У дополнительных полюсов полюсная дуга значительно меньше полюсного деления (*5* на рис. 40.5).

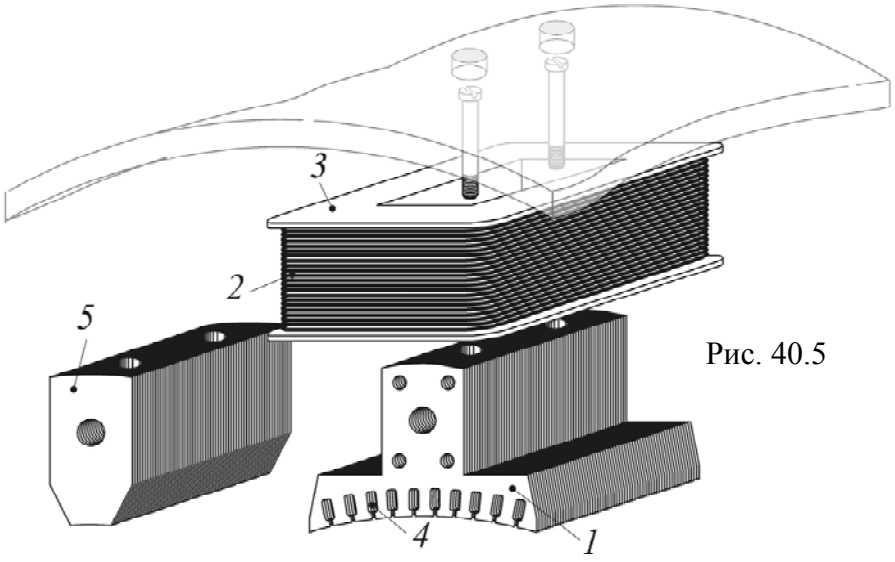


Рис. 40.5

В современных электрических машинах постоянного тока часто используют пакеты магнитопровода статоров машин переменного тока, в пазы которых укладывают все обмотки: возбуждения, дополнительных полюсов, а также компенсационную обмотку. Это позволяет унифицировать технологию и технологическую оснастку производства машин постоянного и переменного тока. В ряде случаев за счёт такого решения улучшаются и эксплуатационные характеристики машин постоянного тока.

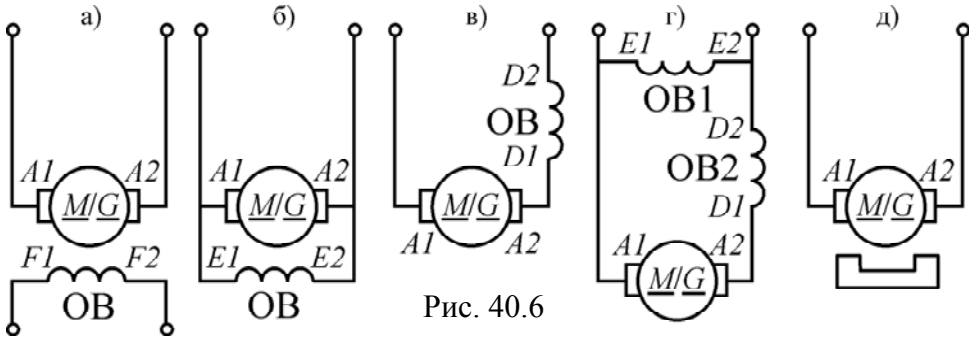


Рис. 40.6

Обмотка возбуждения и обмотка якоря с последовательно включённой обмоткой дополнительных полюсов образуют две электрические цепи, которые могут питаться от одного или от разных источников постоянного тока. По схеме питания этих цепей машины постоянного тока разделяют на машины с независимым (раздельным), параллельным, последовательным и смешанным возбуждением (рис. 40.6, *а*, *б*, *в* и *г*). К машинам с независимым возбуждением относятся также машины с магнитоэлектрическим возбуждением, т.е. с возбуждением основного магнитного потока с помощью постоянных магнитов (рис. 40.6, *д*).

40.3. Магнитная цепь машины постоянного тока

Магнитная цепь главных полюсов машины предназначена для возбуждения и распределения по зазору основного магнитного потока. Она состоит из главных полюсов *1*, воздушного зазора между полюсами и якорем *2*, сердечника якоря *3* и корпуса машины или ярма *4* (рис. 40.7, *а*).

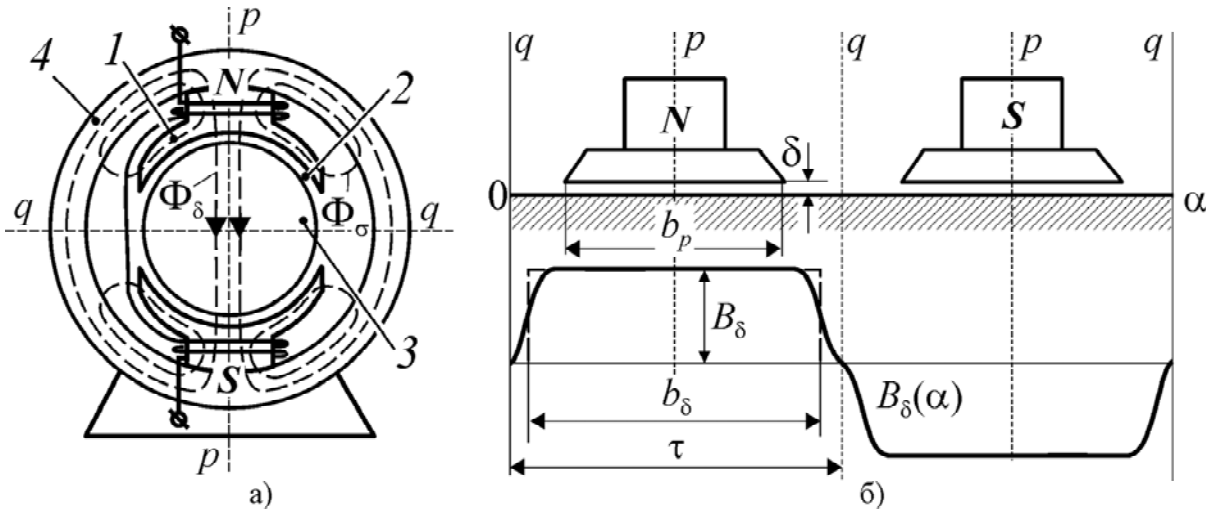


Рис. 40.7

Ось симметрии *q*, перпендикулярная оси главных полюсов или продольной оси машины *p*, называется геометрической нейтралью или поперечной осью, а дуга окружности воздушного зазора между точками её пересечения с нейтралью – полюсным делением τ (рис. 40.7). Полюсное деление в зависимости от решаемой задачи может измеряться в угловых или линейных единицах, а также числом пазов пакета статора или ротора. Название нейтраль связано с тем, что магнитная индукция главных полюсов на этой линии равна нулю.

На рис. 40.7, *б* показана линейная развёртка воздушного зазора и кривая распределения магнитной индукции в нём $B_\delta(\alpha)$. В машинах постоянного тока стремятся получить практически постоянное значение индукции под полюсами, что достигается специальной формой полюсных наконечников. Это необходимо для того, чтобы во всех секциях обмотки якоря при вращении наводились одинаковые и максимально возможные ЭДС.

Для расчётных целей кривую $B_\delta(\alpha)$ заменяют прямоугольником шириной b_δ и высотой, равной действительному значению индукции в средней части по-

люсного наконечника B_δ. Площадь эквивалентного прямоугольника равна площади, ограниченной кривой $B_\delta(\alpha)$ и осью абсцисс, что означает равенство магнитных потоков, соответствующих этим фигурам.

Величина b_δ называется расчётной полюсной дугой. Она отличается от реальной полюсной дуги b_p (рис. 40.7, *б*) на некоторую величину, зависящую от формы полюсного наконечника. Точное значение b_δ можно получить путём построения картины магнитного поля в зазоре, однако, это очень трудоёмкая задача, поэтому на практике пользуются приближёнными соотношениями, полученными для различных очертаний наконечников.

Величина

$$\alpha_\delta = b_\delta / \tau$$

называется расчётным коэффициентом полюсной дуги. Для машин с дополнительными полюсами он составляет $\alpha_\delta = 0,6\ldots0,75$, а для машин без дополнительных полюсов $\alpha_\delta = 0,7\ldots0,85$.

Длина пакета якоря l_a обычно больше длины полюсных наконечников l_p. Поэтому при расчётах пользуются понятием расчётной длины якоря, в качестве которой принимают полусумму

$$l_\delta = (l_a + l_p)/2 .$$

Таким образом, индукция в воздушном зазоре

$$B_\delta = \frac{\Phi_\delta}{b_\delta l_\delta}, \qquad (40.1)$$

и МДС воздушного зазора при гладком якоре

$$F_\delta = H_\delta \delta = \frac{B_\delta \delta}{\mu_0}. \qquad (40.2)$$

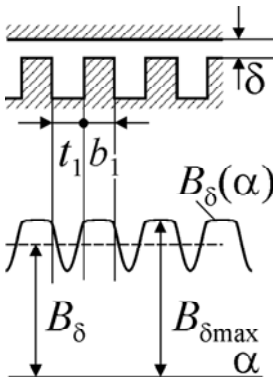


Рис. 40.8

Наличие пазов на якоре искажает картину магнитного поля в зазоре. Над пазами поле ослабляется и кривая распределения индукции $B_\delta(\alpha)$ приобретает вид, показанный на рис. 40.8. Отношение величины индукции в центре зубца $B_{\delta\max}$ к среднему значению индукции B_δ

$$k_{\delta 1} = B_{\delta\max} / B_\delta > 1$$

называется коэффициентом воздушного зазора, обусловленным зубчатостью якоря. Для его расчёта используют приближённое выражение

$$k_{\delta 1} = \frac{t_1}{t_1 - \gamma_1 \delta},$$

где

$$\gamma_1 = \frac{(b_1/\delta)^2}{5 + b_1/\delta};$$

b_1 – ширина открытия паза; $t_1 = \pi D_a / Z_a$ – величина зубцового деления; D_a, Z_a – диаметр и число зубцов якоря. Обычно $k_{\delta 1} = 1{,}1 \ldots 1{,}35$.

Если в полюсных наконечниках делают пазы для укладки компенсационной обмотки (*4* на рис. 40.5), то для них по тем же выражениям рассчитывается коэффициент воздушного зазора $k_{\delta 2}$ с использованием соответствующих величин зубцового деления t_2 и величины открытия паза b_2.

При наличии радиальных вентиляционных каналов кривая распределения индукции в осевом направлении также приобретает зубчатый характер. Кроме того, в пакете якоря могут быть, т.н. бандажные канавки, в которых помещаются бандажи, крепящие обмотку якоря. Обе эти неравномерности распределения индукции в осевом направлении учитываются своими коэффициентами зазора $k_{\delta 3}$ и $k_{\delta 4}$.

Общий коэффициент воздушного зазора рассчитывают как произведение всех частичных коэффициентов

$$k_\delta = k_{\delta 1} k_{\delta 2} k_{\delta 3} k_{\delta 4}. \qquad (40.3)$$

Тогда величина МДС, необходимой для проведения основного магнитного потока через воздушный зазор,

$$F_\delta = \frac{k_\delta \delta B_\delta}{\mu_0}. \qquad (40.4)$$

Величину

$$\delta' = k_\delta \delta$$

называют эквивалентным воздушным зазором. Она превышает величину реального зазора δ в $k_\delta = 1{,}1 \ldots 1{,}8$ раз.

Кроме воздушного зазора основной магнитный поток замыкается по зубцовой зоне и сердечнику якоря, по полюсным наконечникам и ярму (корпусу) машины. Материалом всех этих участков магнитной цепи являются ферромагнетики. Расчёт МДС для каждого участка выполняется по инженерным методикам с помощью соответствующих кривых намагничивания с учётом геометрических размеров конструкций.

Помимо основного магнитного потока Φ_δ обмотка возбуждения создаёт также поток рассеяния Φ_σ, замыкающийся, минуя зазор между полюсными наконечниками и якорем, через сердечники полюсов и ярмо (рис. 40.7, *а*).

Величина

$$\sigma = \frac{\Phi_\delta + \Phi_\sigma}{\Phi_\delta} = 1 + \frac{\Phi_\sigma}{\Phi_\delta} \qquad (40.5)$$

называется коэффициентом рассеяния. В машинах постоянного тока обычно $\sigma = 1{,}1 \ldots 1{,}25$, причём бóльшие значения относятся к многополюсным машинам с дополнительными полюсами, т.к. сердечники дополнительных полюсов снижают магнитное сопротивление контуров, по которым замыкаются потоки рассеяния.

Полная МДС обмотки возбуждения машины на один полюс F_e является суммой МДС всех участков магнитной цепи

$$F_e = F_\delta + F_z + F_a + F_p + F_j = w_e i_e,$$

где F_δ, F_z, F_a, F_p и F_j – МДС зазора, зубцовой зоны, якоря, полюсов и ярма соответственно.

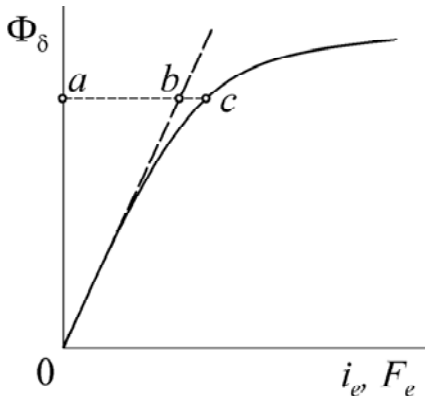


Рис. 40.9

Если повторить расчёт F_e для ряда значений основного магнитного потока Φ_δ, то можно построить кривые $\Phi_\delta = f(F_e)$ или $\Phi_\delta = f(i_e)$, которые отличаются только масштабом оси абсцисс (рис. 40.9). Такие зависимости называются кривыми намагничивания или магнитными характеристиками машины.

Начальный линейный участок магнитной характеристики соответствует ненасыщенному состоянию ферромагнитных участков магнитной цепи, когда их магнитные сопротивления пренебрежимо малы по сравнению с сопротивлением зазора. Поэтому касательная к начальной части кривой $\Phi_\delta = f(F_e)$ представляет собой зависимость $\Phi_\delta = f(F_\delta)$, а разность абсцисс магнитной характеристики и касательной – сумму МДС всех ферромагнитных участков.

Степень насыщения магнитной цепи машины характеризуется отношением полной МДС обмотки возбуждения к МДС воздушного зазора, называемым коэффициентом насыщения

$$k_\mu = \frac{F_e}{F_\delta} = 1 + \frac{F_z + F_a + F_p + F_j}{F_\delta}, \qquad (40.6)$$

который можно определить также по соотношению отрезков на рис. 40.9

$$k_\mu = \frac{ac}{ab} = 1 + \frac{bc}{ab}.$$

Машина с ненасыщенной магнитной цепью имеет плохие массогабаритные показатели, т.к. материалы её магнитопровода недоиспользованы. При сильном насыщении резко возрастает ток обмотки возбуждения, что приводит к увеличению потерь энергии на возбуждение, а также к повышенному расходу меди или алюминия вследствие необходимости увеличения сечения провода обмотки. Обычно машины проектируют так, чтобы коэффициент насыщения в номинальном режиме составлял $k_\mu = 1{,}2 \ldots 1{,}35$, а в некоторых случаях $k_\mu = 1{,}7 \ldots 2$.

40.4. Обмотки якоря машин постоянного тока

40.4.1. Элементы и параметры обмоток

Обмотка якоря является важнейшим элементом машины. Конструктивные элементы и принципы построения обмоток машин постоянного тока в основных чертах не отличаются от обмоток машин переменного тока.

Они подразделяются на петлевые и волновые обмотки. Основным элементом обмотки является секция, состоящая из одного или нескольких соединённых последовательно витков. Обычно все секции обмотки имеют одинаковое количество витков.

Бóльшая часть обмоток машин постоянного тока выполняется двухслойными. Однослойные обмотки применяются только в машинах мощностью менее 500 ватт.

Секции обмотки образуют замкнутую последовательную цепь так, что начало каждой следующей секции соединяется с концом предыдущей на пластине коллектора (рис. 40.10, *а*). Таким образом, число пластин коллектора *C* равно числу секций обмотки *S*.

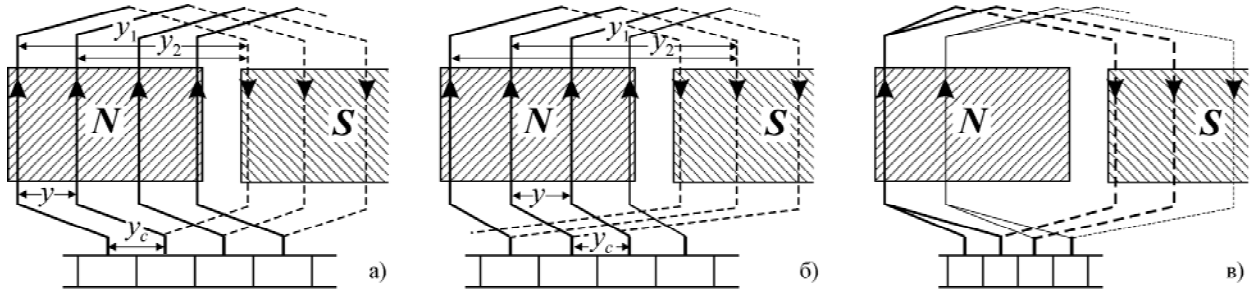


Рис. 40.10

В простейшем случае в верхнем и нижнем слое паза находится по одной стороне секции. Тогда число пазов якоря $Z = S = C$. Однако, по ряду причин число пластин коллектора должно быть достаточно большим. Обычно при напряжении питания 110…220 вольт число пластин на один полюс составляет $C/(2z_p) = 12\ldots35$. Изготовление якорей с таким количеством пазов невозможно или нецелесообразно, т.к. это приведёт к резкому увеличению магнитного сопротивления зубцовой зоны, а также к ухудшению коэффициента заполнения паза в результате увеличения площади пазовой изоляции. По этим причинам в каждом слое паза обычно располагают рядом несколько сторон секций ($u_s = 2$ на рис. 40.11) и говорят, что в реальном пазу имеется несколько элементарных пазов $Z_e = u_s Z$, где $u_s = 2, 3, 4, 5$. Тогда соотношение между количеством пазов, пластин и секций приобретает вид

$$u_s Z = Z_e = C = S .$$

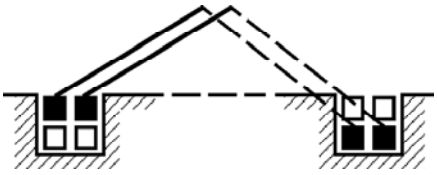


Рис. 40.11

Если $u_s > 1$, то все секции могут иметь одинаковую ширину, либо часть из них бóльшую, а часть меньшую ширину. В первом случае обмотка называется равносекционной, а во втором – ступенчатой (рис. 40.10, *в*). Ступенчатые обмотки сложнее и дороже, поэтому их используют только в машинах мощностью 500 кВт и более.

При подключении щёток к пластинам коллектора замкнутая цепь обмотки якоря разделяется на параллельные ветви. В простейшем случае обмотка имеет

одну пару параллельных ветвей (рис. 40.12). В общем случае таких пар может быть несколько $a = 1, 2, 3\ldots$ и тогда машину можно рассматривать как совокупность a одинаковых машин, каждая из которых имеет обмотку якоря с двумя параллельными ветвями. Величина тока в параллельных ветвях обмотки якоря равна

$$i_a = \frac{I_a}{2a} \tag{40.7}$$

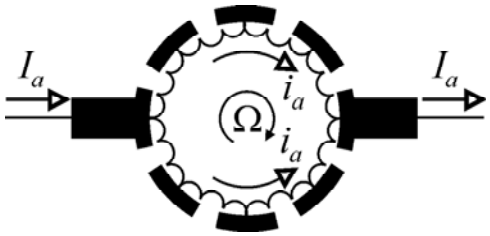


Рис. 40.12

Для обеспечения наилучших условий работы машины необходимо, чтобы ЭДС всех ветвей обмотки и их сопротивления были одинаковыми. Что, в свою очередь, требует равенства магнитных потоков всех полюсов и одинакового расположения по отношению к ним секций, образующих параллельные ветви. Обмотка, удовлетворяющая этим требованиям, называется симметричной.

Обмотка якоря будет симметричной, если на каждую пару параллельных ветвей приходится целое число секций и коллекторных пластин

$$\mathrm{mod}(Z_e / a) = \mathrm{mod}(C / a) = \mathrm{mod}(S / a) = 0, \tag{40.8}$$

а также если целыми числами являются отношения

$$\mathrm{mod}(Z / a) = \mathrm{mod}(2z_p / a) = 0. \tag{40.9}$$

Различают несколько параметров обмотки, называемых шагами. Первый частичный шаг обмотки y_1 определяет расстояние между сторонами её секций (рис. 40.10, *а*)

$$y_1 = \frac{Z}{2z_p} \pm \varepsilon_z = \frac{Z_e}{2z_p} \pm \varepsilon, \tag{40.10}$$

где $\varepsilon_z < 1$ и $\varepsilon = u_s \varepsilon_z < 1$ – дробные числа, при которых шаг y_1 будет целым числом. Положительный знак в (40.10) соответствует удлинённому шагу обмотки ($y_1 > \tau$), а отрицательный – укороченному ($y_1 < \tau$). Условие $\varepsilon_z = \varepsilon = 0$ соответствует полному или диаметральному шагу обмотки ($y_1 = \tau$).

Второй частичный шаг обмотки y_2 представляет собой расстояние между начальными и конечными сторонами соседних секций обмотки, а результирующий шаг y – расстояние между начальными сторонами соседних секций рис. 40.10, *а*

$$y = y_1 - y_2. \tag{40.11}$$

Кроме шагов по пазам якоря обмотка характеризуется также шагом по коллектору y_c. Он определяется как расстояние в коллекторных делениях между пластинами, к которым присоединены концы секции. Очевидно, что

$$y_c = y. \tag{40.12}$$

Соотношения (40.10)-(40.12) справедливы для всех типов обмоток. Отличительным свойством простой петлевой обмотки является то, что для неё

$$y_c = y = \pm 1. \qquad (40.13)$$

Положительный знак в этом равенстве соответствует случаю $y_2 < y_1$, и такие обмотки называются неперекрещенными (рис. 40.10, *а*). В случае $y_2 > y_1$ обмотки называются перекрещенными, т.к. конечный вывод секции при подсоединении к пластине коллектора перекрещивает вывод её начала (рис. 40.10, *б*). В электромагнитном отношении обе обмотки совершенно одинаковы и при прочих равных условиях различаются только полярностью щёток, но длина выводов секций у перекрещенных обмоток несколько больше, поэтому обычно их не используют.

40.4.2. Простые петлевые обмотки

На рис. 40.13 показана схема простой петлевой обмотки с параметрами:

$$z_p = 2;\ Z = Z_e = S = C = 18;\ y_1 = \frac{Z_e}{2z_p} - \varepsilon = \frac{18}{4} - \frac{1}{2} = 4;\ y = y_c = 1;\ y_2 = y_1 - y = 3.$$

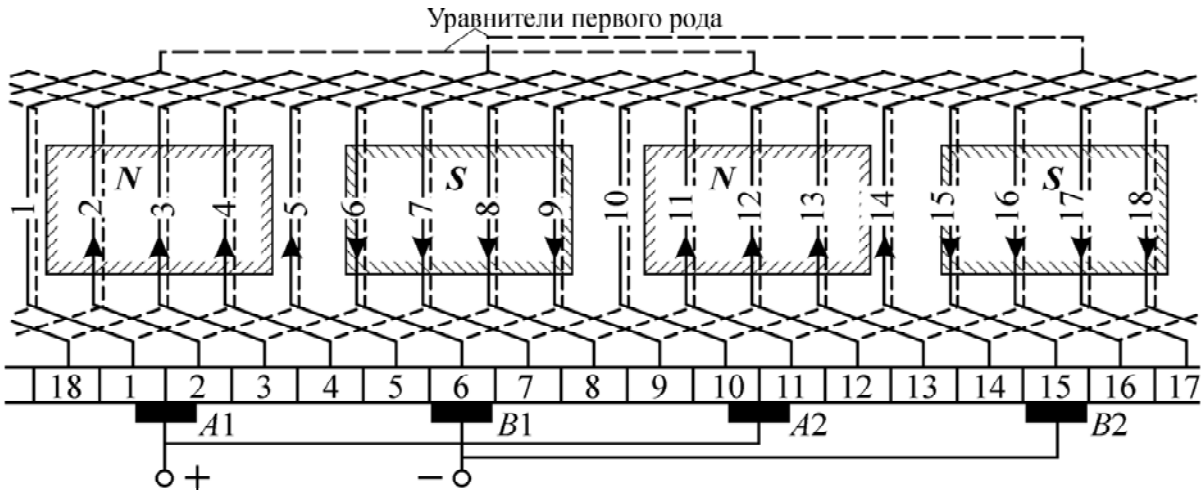


Рис. 40.13

Номера пластин коллектора на рис. 40.13 соответствуют номерам пазов, в которых находятся начала секций обмотки, расположенные в верхнем слое и показанные сплошными линиями.

Направление токов и ЭДС в пазах под одноимёнными полюсами должно быть одинаковым. Простая петлевая обмотка является замкнутой электрической цепью, образованной последовательным согласным соединением секций. Каждая щётка делит цепь на участки, ток в которых протекает в противоположных направлениях: от начала секций к концу и от конца к началу. Следовательно, разделить цепь на четыре участка можно только установив на коллекторе четыре щётки. Для обеспечения чередования направлений протекания тока на соседних участках при подключении к внешней цепи щётки через одну нужно объединить в две группы. На рис. 40.13 щётки одинаковой полярности образуют парные соединения.

В общем случае простая петлевая обмотка содержит

$$a = z_p \tag{40.14}$$

параллельных ветвей, что также является её характерной особенностью.

При движении по коллектору щётки в некоторые моменты времени неизбежно замыкают накоротко одну или несколько секций обмотки якоря. Для того чтобы ЭДС в этих секциях была минимально возможной они должны находиться на линии геометрической нейтрали или возможно ближе к ней. Поэтому щётки устанавливают так, чтобы в середине периода короткого замыкания стороны замкнутой секции располагались симметрично относительно оси полюса. В этом случае говорят, что щётки установлены на геометрической нейтрали. На рис. 40.13 это состояние соответствует 1-й и 10-й секциям.

Расположение параллельных ветвей по отношению к полюсам машины при вращении якоря остается неизменным. Секции попеременно переходят из одной ветви в другую, причём во время этого перехода секция замыкается щёткой накоротко и в ней происходит изменение направления тока. Совокупность явлений, связанных с этим процессом называется коммутацией машины.

40.4.3. Сложные петлевые обмотки

Сложные или многоходовые обмотки применяются для увеличения числа параллельных ветвей. Их можно рассматривать как совокупность нескольких $m = 2,3\ldots$ простых обмоток. Секции и коллекторные пластины m простых обмоток чередуются по коллектору и для подключения к внешней электрической цепи щётки должны иметь ширину не менее m коллекторных делений.

Сложные обмотки применяются в мощных машинах с большими токами якоря, которые нужно распределить на большее число ветвей и обеспечить токосъём щётками с большей площадью контакта.

Чаще всего на практике используют обмотки с числом ходов $m = 2$. В этом случае, если число пазов чётное, то сложная обмотка состоит из двух одинаковых независимых простых обмоток, одна из которых состоит из секций с началами, располагающимися в нечётных пазах, а вторая – из секций, начала которых располагаются в чётных пазах. В результате образуются две независимые замкнутые цепи, и обмотка называется двухходовой двукратнозамкнутой. При нечётном числе пазов после совершения полного обхода по нечётным пазам секции, не замыкая цепи, переходят в чётные пазы, и после второго обхода конец последней секции соединяется с началом исходной секции, замыкая цепь обмотки. Таким образом, возникает двухходовая однократнозамкнутая обмотка. В общем случае, если число элементарных пазов Z_e и ходов m обмотки имеют общий наибольший делитель q, то образуется q-кратнозамкнутая обмотка. В противном случае обмотка будет однократнозамкнутой.

Число параллельных ветвей сложной петлевой обмотки

$$a = mz_p, \tag{40.15}$$

а результирующий шаг по пазам и шаг по коллектору

$$y = y_c = \pm m, \tag{40.16}$$

На рис. 40.14 показана схема сложной петлевой обмотки с параметрами:

$$z_p = 2;\ Z = Z_e = S = C = 20;\ y_1 = \frac{Z_e}{2z_p} - \varepsilon = \frac{20}{4} - 1 = 4;\ y = y_c = 2;\ y_2 = y_1 - y = 2.$$

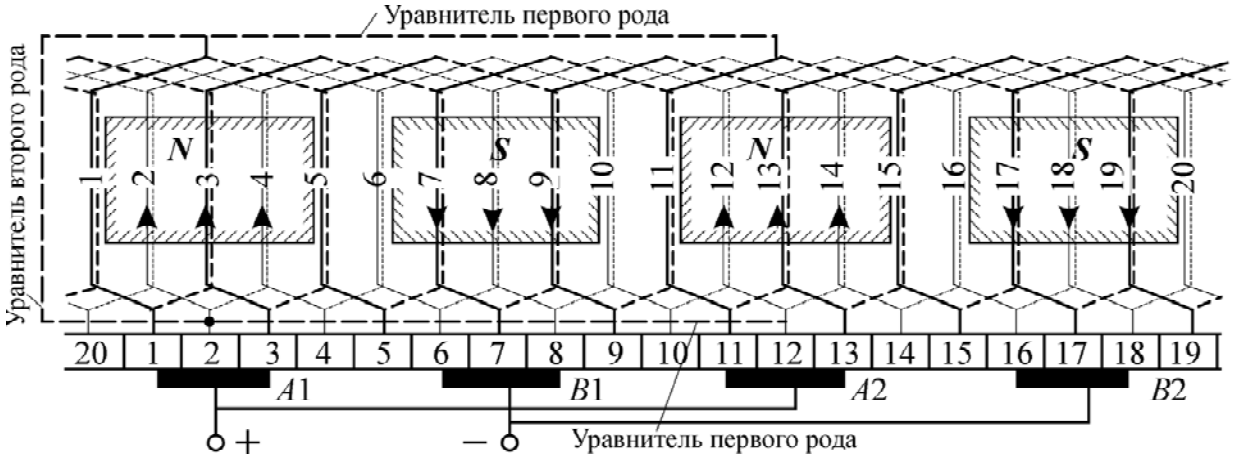


Рис. 40.14

Здесь обмотка состоит из двух отдельных замкнутых контуров, секции которых расположены в чётных и в нечётных пазах. Оба контура соединяются между собой щётками шириной, равной двум коллекторным делениям.

40.4.4. Простые волновые обмотки

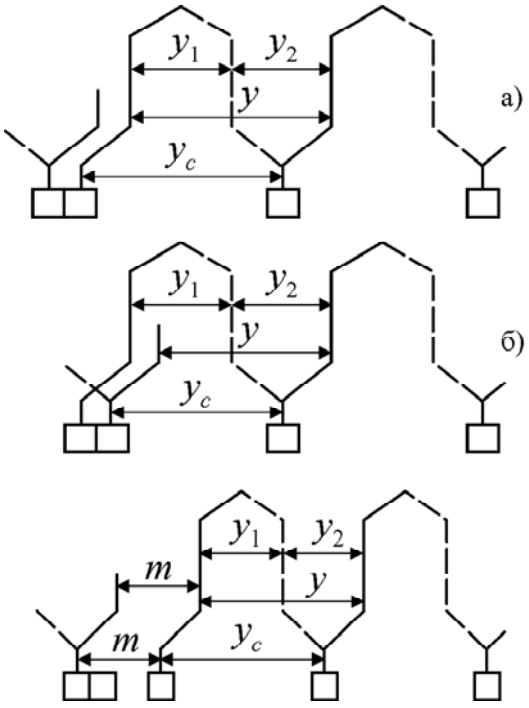


Рис. 40.15

Волновые обмотки отличаются от петлевых тем, что следующая по ходу соединения секция находится под соседней парой полюсов. Следовательно, волновые обмотки могут быть только в машинах, у которых $z_p > 1$.

В простой волновой обмотке после полного обхода пазов якоря, включающего z_p секций, конец последней секции может присоединяться к предыдущей или к следующей пластине коллектора по отношению к той, с которой начат обход (рис. 40.15 *а* и *б*). В первом случае получается неперекрещенная обмотка, а во втором – перекрещенная. В соответствии с этим между шагами обмотки и количеством коллекторных пластин C существует зависимость

$$z_p y_c \pm 1 = C.$$

Отсюда

$$y_c = y = (C \mp 1)/z_p, \qquad (40.17)$$

где минус относится к неперекрещенной обмотке. Поскольку шаг $y_c = y$ должен быть целым числом, то число коллекторных пластин и элементарных пазов

не может быть произвольным. Если требуется изготовить волновую обмотку, используя пакет якоря с числом пазов C, не удовлетворяющим условию (40.17), то в пазы укладывают т.н. «мёртвые» секции, которые не включаются в схему обмотки. Это делается для того, чтобы не нарушать механическую балансировку якоря.

Характерной особенностью простых волновых обмоток является независимость числа параллельных ветвей от числа полюсов машины. При любом числе полюсов количество параллельных ветвей равно двум. Следовательно, количество щёток может быть уменьшено до двух. При этом исключается состояние короткого замыкания секции при коммутации, т.к. к соседним пластинам коллектора подключаются начала и концы разных секций.

40.4.5. Сложные волновые обмотки

Для увеличения числа параллельных ветвей используют сложные волновые обмотки. В таких обмотках после укладки z_p секций конец последней секции присоединяется не к соседней пластине коллектора, а к пластине, отстоящей на m коллекторных делений (рис. 40.15, *в*). Тогда

$$z_p y_c \pm m = C$$

и

$$y_c = y = (C \mp m)/z_p . \qquad (40.18)$$

Число параллельных ветвей сложной волновой обмотки равно

$$a = m , \qquad (40.19)$$

а кратность замыкания, также как в петлевой обмотке – общему наибольшему делителю чисел Z_e и m, если такой имеется, и единице в случае его отсутствия.

Для улучшения работы машин постоянного тока в обмотках якоря применяют уравнительные соединения или уравнители. Их подразделяют на уравнители первого и второго рода.

Уравнительные соединения первого рода используют для ослабления влияния магнитной асимметрии машины. Вследствие различия воздушных зазоров, неоднородности стали сердечников и т.п. магнитные потоки отдельных полюсов отличаются друг от друга. Поэтому ЭДС секций, находящихся под этими полюсами будут разными. В результате в контуре обмотки будут циркулировать уравнительные токи, которые из-за малого сопротивления могут быть значительными даже при небольшой разнице магнитных потоков полюсов. Эти токи вызывают дополнительные потери в обмотке якоря машины. При работе под нагрузкой уравнительные токи будут замыкаться также через внешнюю электрическую цепь, разгружая щётки одной полярности и дополнительно загружая щётки другой полярности.

Для разгрузки щёток от уравнительных токов теоретически эквипотенциальные точки внутри обмотки соединяют проводниками, называемыми уравнителями. Шаг уравнителей равен потенциальному шагу обмотки

$$y_p = C/z_p . \qquad (40.20)$$

На рис. 40.13 и 40.14 штриховыми линиями показаны два уравнительных соединения первого рода, максимальное число которых равно C/z_p. Польным количеством уравнителей снабжаются только мощные машины с тяжёлыми условиями коммутации. В остальных случаях число уравнителей составляет $1/6\ldots1/3$ от максимального количества.

Протекающие в уравнительных соединениях токи являются переменными. Они создают магнитное поле, стремящееся компенсировать асимметрию потоков полюсов машины, ослабляя тем самым сами уравнительные токи. При равенстве потоков полюсов токи в уравнительных соединениях не возникают.

В сложных обмотках параллельные ветви различных ходов соединяются между собой и с внешней цепью щётками. Переходное сопротивление щёток по ширине может быть разным, что приведёт к неравномерному распределению тока по параллельным ветвям. Для исключения этого явления в сложных обмотках применяют уравнители второго рода. Они соединяют между собой теоретически эквипотенциальные точки разных ходов обмотки (рис. 40.14).

40.5. Электродвижущая сила обмотки якоря и электромагнитный момент

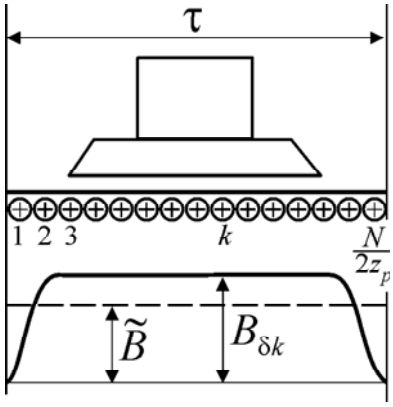


Рис. 40.16

При вращении якоря в магнитном поле главных полюсов в проводниках обмотки наводится ЭДС. Определим её значение, полагая, что $y_1 = \tau$ и щётки установлены на геометрической нейтрали. Тогда ЭДС всех $N/2a$ активных проводников параллельной ветви

$$E_a = \frac{z_p}{a}\sum_{k=1}^{N/2z_p} B_{\delta k} l_\delta v = \frac{z_p l_\delta v}{a}\sum_{k=1}^{N/2z_p} B_{\delta k},$$

где $B_{\delta k}$ – значение магнитной индукции над k-м проводником.

При достаточно большом числе проводников, приходящихся на один полюс машины $N/2z_p$,

$$\sum_{k=1}^{N/2z_p} B_{\delta k} = \frac{N}{2z_p}\widetilde{B},$$

где $\widetilde{B} = \dfrac{\Phi_\delta}{\tau l_\delta}$ – среднее значение магнитной индукции в воздушном зазоре машины.

Учитывая это соотношение и то, что окружная скорость якоря равна $v = \dfrac{2z_p\tau}{2\pi}\Omega$, получим

$$E_a = c\Phi_\delta\Omega, \qquad (40.21)$$

где

$$c = \frac{z_p N}{2\pi a} \tag{40.22}$$

– безразмерная конструктивная постоянная машины.

Произведение $c\Phi_\delta$, по сути, является потокосцеплением обмотки якоря с основным магнитным потоком в зазоре машины $\Psi_\delta = c\Phi_\delta$. Тогда ЭДС

$$E_a = \Psi_\delta \Omega. \tag{40.23}$$

Таким образом, ЭДС якоря E_a пропорциональна величине основного магнитного потока и угловой скорости вращения и не зависит от формы кривой распределения индукции в зазоре.

При использовании внесистемной единицы скорости вращения выражение (40.21) приобретает вид

$$E_a = c'\Phi_\delta n, \tag{40.24}$$

где n – скорость вращения в об/мин, а

$$c' = \frac{z_p N}{60a}. \tag{40.25}$$

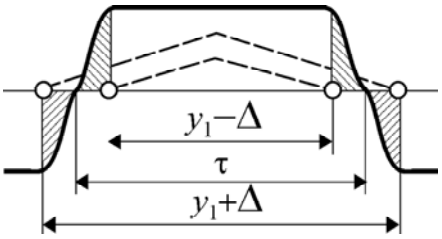


Рис. 40.17

При укороченном или удлинённом шаге обмотки в выражения (40.21) и (40.24) вместо полного потока полюса Φ_δ нужно подставлять поток, с которым сцепляется секция при симметричном расположении относительно его оси (рис. 40.17). При этом укорочение шага на некоторую величину Δ равносильно его удлинению на такую же величину.

Полученные выше соотношения справедливы при условии расположения щёток машины на геометрической нейтрали. На рис. 40.18 ЭДС секций, образующих параллельные ветви обмотки, показаны в виде источников. Если принять, что ЭДС всех секций приблизительно одинаковы, то в случае расположения щёток на геометрической нейтрали (положение *ab*) ЭДС якоря будет равна $E_a = \sum_{k=1}^{4} e_k = \sum_{k=5}^{8} e_k = 4e$. Смещение с нейтрали приводит к тому, что расположенные под разноимёнными полюсами секции оказываются в одной параллельной ветви. Например, смещение щёток из положения *ab* на рис. 40.18 в положение *cd* приведёт к тому, что первая и пятая секции окажутся в ветвях с противоположным направлением ЭДС. В результате суммарная ЭДС якоря будет $E_я = \sum_{k=2}^{4} e_k - e_5 = \sum_{k=6}^{8} e_k - e_1 = 2e$, т.е. она

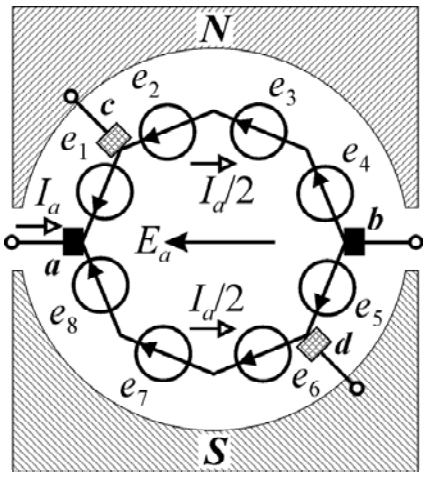


Рис. 40.18

уменьшится вдвое. Если щётки сместить с нейтрали на половину полюсного деления, то они расположатся на оси магнитных полюсов и ЭДС якоря будет равна нулю.

При нагрузке машины по проводникам обмотки якоря протекает ток $i_a = I_a/(2a)$. Взаимодействие этого тока с магнитным полем главных полюсов создаёт вращающий электромагнитный момент

$$M = 2z_p \sum_{k=1}^{N/2z_p} \frac{D_a}{2} B_{\delta k} l_\delta i_a .$$

Так как $D_a = 2z_p\tau/\pi$, то

$$M = \frac{z_p}{2\pi a}\tau l_\delta I_a 2z_p \sum_{k=1}^{N/2z_p} B_{\delta k} = c\Phi_\delta I_a \qquad (40.26)$$

или, пользуясь понятием потокосцепления,

$$M = \Psi_\delta I_a \qquad (40.27)$$

Таким образом, электромагнитный момент машины постоянного тока пропорционален величине магнитного потока и тока якоря. Все замечания относительно шага обмотки и сдвига щёток с нейтрали, отмеченные при рассмотрении ЭДС якоря, справедливы также в отношении вращающего момента.

Из выражений (40.23) и (40.27) следуют два равноценных выражения для электромагнитной мощности

$$P_{em} = E_a I_a = \Psi_\delta \Omega I_a = M\Omega . \qquad (40.27)$$

Знак электромагнитной мощности, т.е. направление потока энергии через якорь, при заданном направлении основного магнитного потока и скорости вращения определяется знаком (направлением) электромагнитного момента. Если направление момента совпадает с направлением (знаком) скорости вращения, то электромагнитная мощность положительна ($P_{em} > 0$) и машина работает в режиме двигателя. В противном случае электромагнитная мощность отрицательна, что соответствует генераторному режиму работы. Но при неизменном направлении основного магнитного потока знак электромагнитного момента определяется знаком (направлением) тока якоря, следовательно, изменение режима работы машины постоянного тока сопровождается изменением направления протекания тока в обмотке якоря.

40.6. Реакция якоря

Под реакцией якоря в машинах постоянного тока понимают воздействие магнитного поля, возбуждаемого током якоря, на поле главных полюсов.

При разомкнутой цепи якоря в машине существует только симметричное однородное поле главных полюсов $N_0 - S_0$ (рис. 40.19, *а*). Протекающий в обмотке якоря ток возбуждает неподвижное в пространстве магнитное поле $N_a - S_a$, ось которого совпадает с осью щёток (рис. 40.19, *б*). Если щётки установлены на геометрической нейтрали, то поле якоря направлено поперёк оси главных полюсов, и в этом случае оно называется полем поперечной реакции

якоря. Причём положение полюсов поля реакции зависит от направления протекания тока, т.е. от режима работы машины.

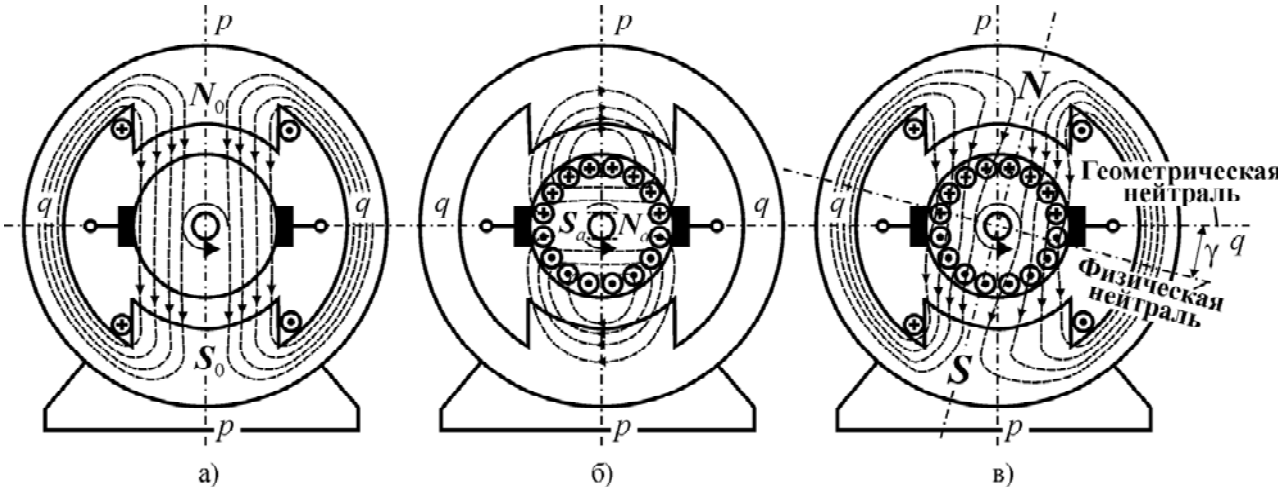


Рис. 40.19

В возбуждённой нагруженной машине одновременно существуют оба магнитных поля (рис. 40.19, *в*), а т.к. на краях главных полюсов поле реакции имеет противоположное направление, то поперечная реакция якоря вызывает ослабление поля под одним краем полюса и усиление его под другим. В результате ось результирующего магнитного поля поворачивается в генераторном режиме по направлению вращения якоря, а в двигательном – в противоположном направлении.

Под воздействием поперечной реакции якоря воображаемая линия, проходящая через точки поверхности якоря, в которых $B_\delta = 0$, поворачивается по отношению к геометрической нейтрали на некоторый угол γ. Это положение называется физической нейтралью машины. Вращение якоря не влияет на положение оси полюсов его магнитного поля. Однако при изменении нагрузки машины изменяется ток якоря и, соответственно, изменяется индукция магнитного поля реакции. Это, в свою очередь, приводит к изменению угла смещения γ.

Смещение нейтрали вызывает целый ряд отрицательных эффектов. В генераторном режиме работы машины это уменьшает ЭДС и, соответственно, выходное напряжение. В двигательном режиме часть проводников параллельной ветви оказывается под другим полюсом и создаёт тормозной момент. Кроме того, смещение нейтрали существенно ухудшает условия протекания электромагнитных процессов, связанных с переключением секций из одной параллельной ветви в другую, которые мы будем рассматривать далее.

Если щётки сместить с геометрической нейтрали на угол $90°^{(el)}$, то ось магнитного поля якоря будет совпадать с осью основного магнитного поля. В этом случае реакция якоря называется продольной. В зависимости от направления тока в якоре продольная реакция намагничивает или размагничивает машину.

Обычно щётки устанавливаются на геометрической нейтрали. Однако по разным причинам они могут быть смещены на некоторый угол $0 > \alpha > 90°^{(el)}$. В

этом случае поверхность якоря можно разделить на две пары симметричных секторов: *ab*, *cd* и *bc*, *ad* (рис. 40.20). Токи первой пары секторов создают поле поперечной реакции якоря Φ_{aq} (рис. 40.20, *б*), а токи второй пары – поле продольной реакции якоря Φ_{ad} (рис. 40.20, *в*).

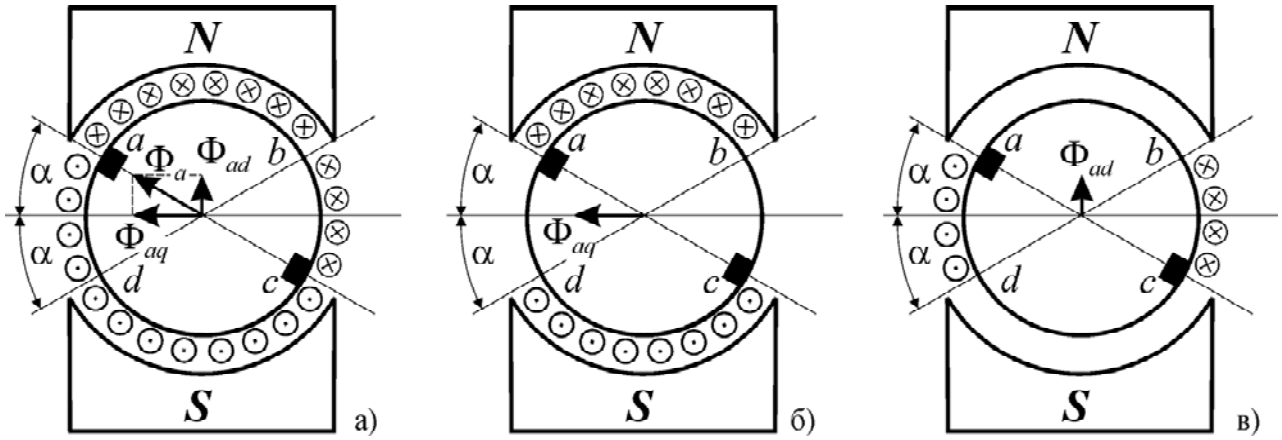


Рис. 40.20

Влияние реакции якоря на магнитный поток машины можно рассмотреть на примере идеализированной машины с гладким якорем и равномерным распределением проводников по его окружности (рис. 40.21).

Если пренебречь магнитным сопротивлением стальных участков, то для контура магнитного потока, пересекающего воздушный зазор на расстоянии x от центра полюсного наконечника справедливо

$$\oint \mathbf{H}d\mathbf{l} = \sum i \Rightarrow 2H_{aqx}\delta' = 2A_a x,$$

где $H_{aqx} = \text{const}$ – напряжённость магнитного поля реакции в воздушном зазоре; δ' – эквивалентный воздушный зазор; $A_a = NI_a/(4az_p\tau)$ – линейная токовая нагрузка якоря.

Таким образом, магнитная индукция поля реакции якоря

$$B_{aqx} = \mu_0 H_{aqx} = \frac{\mu_0}{\delta'} A_a x = \lambda_x F_{aqx},$$

где $\lambda_x = \mu_0/\delta'$ – магнитная проводимость зазора на единицу площади, а $F_{aqx} = A_a x$ – МДС поперечной реакции якоря в точке с координатой x.

Зависимость $F_{aqx} = f(x)$ в пределах полюсного деления линейная. В середине полюсных наконечников $F_{aqx} = 0$, а на геометрической нейтрали МДС достигает максимального значения $F_{aqm} = \pm A_a\tau/2$ (рис. 40.21). Значит, при $\lambda_x = \text{const}$ распределение магнитной индукции поля реакции якоря $B_{aqx} = f(x)$ повторяло бы зависимость $F_{aqx} = f(x)$. Однако между полюсными наконечниками зазор увеличивается и λ_x уменьшается. Поэтому зависимость $B_{aqx} = f(x)$ имеет вид кривой, показанной на рис. 40.21.

Кривая распределения индукции результирующего поля в зазоре $B_\delta = f(x)$ при отсутствии насыщения стали представляет собой сумму ординат кривой распределения поля главных полюсов $B_{\delta 0} = f(x)$ и поля реакции якоря $B_{aqx} = f(x)$.

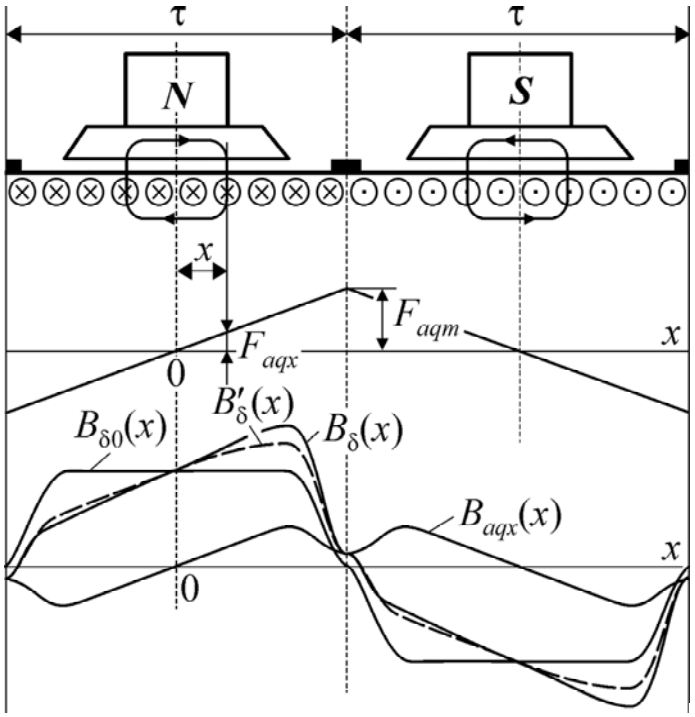


Рис. 40.21

При отсутствии насыщения поперечная реакция якоря вызывает только искажение магнитного поля в зазоре, но величина магнитного потока полюсов остаётся при этом неизменной $\Phi_\delta = \text{const}$. Насыщение полюсных наконечников на том краю, где потоки возбуждения и реакции якоря суммируются, приводит к снижению индукции в этой части зазора. На другом краю полюса индукция несколько увеличивается, однако это увеличение будет меньше, чем уменьшение магнитного потока в зоне насыщения (кривая $B'_\delta = f(x)$ на рис. 40.21).

Таким образом, в результате насыщения поперечная реакция якоря всегда вызывает некоторое уменьшение магнитного потока в зазоре машины, т.е. действует размагничивающим образом.

В машинах малой мощности в номинальном режиме, а также в других машинах при работе с ослабленным полем возбуждения под воздействием реакции якоря возможно изменение направления магнитного потока под одним краем полюса («опрокидывание» потока). Для исключения этого явления в мощных машинах зазор на краях полюсных наконечников делают больше, чем в центре полюса.

Неравномерность распределения индукции в воздушном зазоре машины, вызванная влиянием магнитного поля реакции якоря, приводит к увеличению напряжения между коллекторными пластинами.

При расчёте машин постоянного тока число коллекторных пластин C выбирается таким образом, чтобы среднее напряжение между пластинами составляло

$$\tilde{u}_{c\max} = 2 z_p U_{aN} / C < 18 \ldots 22 \text{ В}.$$

На холостом ходу максимальное и среднее напряжение между соседними пластинами простой петлевой обмотки составляют соответственно

$$u_{0\max} = 2B_\delta w_s l_\delta v_a;\ \tilde{u}_c = 2\tilde{B}_\delta w_s l_\delta v_a = 2\alpha_\delta B_\delta w_s l_\delta v_a,$$

где w_s – число витков секции.

Под нагрузкой магнитная индукция под одним из краёв полюса возрастает до некоторого значения $B_{\delta\max}$, поэтому напряжение между пластинами коллектора в этой зоне

$$u_{c\max} = 2B_{\delta\max} w_s l_\delta v_a.$$

Отношение максимального напряжения к среднему

$$\frac{u_{c\max}}{\tilde{u}_c} = \frac{B_{\delta\max}}{\alpha_\delta B_\delta} \Rightarrow u_{c\max} = \tilde{u}_c \frac{B_{\delta\max}}{\alpha_\delta B_\delta}$$

позволяет установить связь между основными величинами, влияющими на его значение

$$u_{c\max} \le \tilde{u}_{c\max} \frac{B_{\delta\max}}{\alpha_\delta B_\delta} = \frac{2z_p U_{aN}}{C} \cdot \frac{B_{\delta\max}}{\alpha_\delta B_\delta}. \qquad (40.28)$$

Для исключения возможности возникновения электрической дуги между пластинами коллектора необходимо, чтобы $u_{c\max} \le 30\ldots50$ В.

Из выражения (40.28) следует, что повышение напряжения $u_{c\max}$ при неизменном напряжении питания якоря $U_a = U_{aN} = \text{const}$ может произойти либо вследствие увеличения магнитной индукции $B_{\delta\max}$ под воздействием реакции якоря, либо вследствие уменьшения B_δ при регулировании скорости вращения ослаблением магнитного потока.

Искажение кривой распределения индукции в зазоре машины тем значительнее, чем меньше воздушный зазор. Величину зазора в машинах средней и большой мощности выбирают, исходя из условия, чтобы в номинальном режиме не происходило «опрокидывание» потока под краем полюса. Обычно $\delta \approx 0{,}009 D_a$.

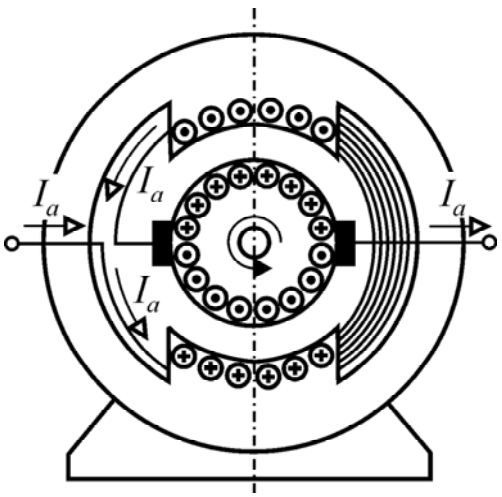


Рис. 40.22

Эффективным средством борьбы с искажением магнитного поля в зазоре машины является применение компенсационной обмотки. Она размещается в пазах полюсных наконечников (см. рис. 40.5) и включается последовательно в цепь обмотки якоря так, чтобы направление тока в её витках было противоположным направлению тока в витках обмотки якоря (рис. 40.22). Если линейные нагрузки обеих обмоток равны ($A_a = A_{cw}$), то влияние реакции якоря в пределах полюсного наконечника устраняется полностью.

Последовательное включение обмотки в цепь якоря обеспечивает автоматическую компенсацию при всех нагрузках машины, т.к. через обе обмотки протекает одинаковый ток и МДС обеих обмоток изменяется пропорционально.

При наличии компенсационной обмотки величина воздушного зазора машины может быть минимальной и ограничивается только механическими и технологическими условиями.

Компенсационная обмотка обычно применяется в мощных и быстроходных машинах, работающих при значительных кратковременных перегрузках.

40.7. Коммутация

40.7.1. Физические явления при коммутации

Коммутацией называется процесс переключения секций обмотки якоря из одной параллельной ветви в другую, сопровождающийся изменением направления протекания тока.

Передача тока между внешней электрической цепью и обмоткой якоря может осуществляться с помощью: 1) непосредственного механического контакта между щёткой и коллектором, 2) мельчайших частиц медной и графитовой пыли и 3) ионизированных газов, находящихся в щели между щёткой и коллектором. В соответствии с этим различают зоны непосредственного и пылевидного контактов, а также ионной проводимости.

Непосредственный механический контакт вследствие неровности микрорельефа щётки и коллекторных пластин происходит только в отдельных точках площади контактной поверхности. Плотность тока здесь достигает нескольких тысяч ампер на квадратный миллиметр. Однако время существования отдельных контактов из-за износа и разрушения, а также перемещения коллектора очень невелико.

Износ и разрушение щёток и коллектора приводит к появлению в контактном слое множества мелких пылинок меди и графита. Частично передача тока происходит через эти пылинки. При этом плотность тока здесь также очень велика, вследствие чего происходит быстрое сгорание пылинок.

Большая плотность тока в точках непосредственного и пылевидного контактов вызывает их нагревание до температур, при которых воздух в контактном слое ионизируется, и возникают каналы ионной проводимости, а также слабые искровые и дуговые разряды.

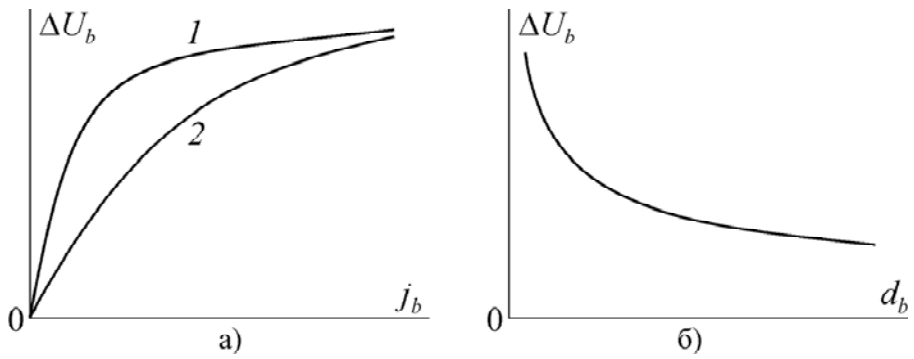


Рис. 40.23

Эти разряды оказывают сильное термическое воздействие на материалы щёток и коллектора, вызывая электрическую эрозию.

Высокие температуры при работе щёток возникают

только кратковременно и в отдельных точках, поэтому в целом щётки и коллектор нагреваются умеренно.

Присутствующие в воздухе влага и различные окислы создают на поверхности коллектора тонкий слой электролита. При прохождении через него тока возникает явление электролиза и образуется блестящая плёнка окислов меди, называемая политурой. Политура увеличивает переходное сопротивление щёточного контакта и улучшает коммутацию. Сильное искрение разрушает политуру и поверхность щёток. Контактные поверхности становятся матовыми и появляются следы нагара.

Сложная природа щеточного контакта находит своё отражение в нелинейности вольтамперных характеристик (рис. 40.23, *а*). На начальном участке при низкой плотности тока j_b преобладает контактная проводимость, а при большой плотности – ионная проводимость. Кривая *1* соответствует щёткам с большим удельным сопротивлением контакта при низкой плотности тока. Такие щётки обеспечивают лучшие условия коммутации, чем щётки, соответствующие кривой *2*.

Следует заметить, что величина падения напряжения на щёточном контакте ΔU_b очень сильно зависит от давления на щётку (рис. 40.23, *б*), температуры коллектора, состояния окружающей атмосферы и ряда других факторов. Всё это вызывает нестабильность вольтамперной характеристики.

Обычно в машинах постоянного тока применяются графитные, угольно-графитные и электрографитированные щётки с падением напряжения на пару щёток $\Delta U_b = 1{,}5\ldots3$ В. В низковольтных машинах применяют медно- и бронзо-графитные щётки с $\Delta U_b = 0{,}5\ldots2$.

Искрение неизбежно сопровождает работу щёток. Однако с практической точки зрения необходимо, чтобы оно было минимально возможным, т.к. сильное искрение вызывает эрозию поверхностей коллектора и щёток и сокращает срок службы машины.

Причины искрения при коммутации можно разделить на механические и электромагнитные.

Механические причины связаны с нарушением контакта между щётками и коллектором. Они вызываются неровностью поверхности пластин коллектора, выступанием отдельных пластин и изоляционных прокладок, боем коллектора, вибрацией щёток и т.п.

Электромагнитные причины связаны с характером протекания электромагнитных процессов в коммутируемых секциях. Оптимизация этих процессов является важной задачей при создании и эксплуатации коллекторных машин.

Качество коммутации в соответствии с ГОСТ'ом оценивается степенью искрения под сбегающим краем щётки (см. таблицу 40.1).

Кроме искрения в области контакта щёток с коллектором в определённых условиях возникают искровые разряды между соседними коллекторными пластинами. Причиной этих разрядов является либо накопление угольной пыли и

загрязнений между соседними пластинами, либо возникновением между ними чрезмерных напряжений. Такое искрение называется потенциальным и представляет серьёзную опасность, т.к. оно способно развиться в короткое замыкание якоря через электрическую дугу на поверхности коллектора, называемую круговым огнём.

Круговой огонь возникает при сильном расстройстве коммутации, когда возникающие под сбегающим краем сильные искры и электрические дуги растягиваются электродинамическими силами до щёток противоположной полярности.

Таблица 40.1

Степень искрения (класс коммутации) электрических машин

Степень искрения (класс коммутации)	Характеристика степени искрения	Состояние коллектора и щёток
1	Отсутствие искрения (тёмная коммутация)	–
1¼	Слабое точечное искрение под небольшой частью щётки	Отсутствие почернения на коллекторе и нагара на щётках
1½	Слабое искрение под большей частью щётки	Появление следов почернения на коллекторе, легко устраняемых протиранием поверхности коллектора бензином, а также следов нагара на щётках
2	Искрение под всем краем щётки. Допускается только при кратковременных толчках нагрузки и перегрузки	Появление следов почернения на коллекторе, не устраняемых протиранием поверхности коллектора бензином, а также следов нагара на щётках
3	Значительное искрение под всем краем щётки. Допускается только для моментов прямого включения или реверсирования, если при этом коллектор и щётки остаются в состоянии, пригодном для дальнейшей работы	Значительное почернение на коллекторе, не устраняемое протиранием поверхности коллектора бензином, а также подгар и разрушение щёток

Степени искрения 1, 1¼ и 1½ допускаются при любых режимах работы

Наиболее эффективным средством против возникновения кругового огня является применение компенсационной обмотки, а также быстродействующих выключателей.

40.7.2. Уравнения коммутационного процесса

Переключение щётки из одной ветви обмотки в другую происходит в течение периода коммутации T_{cm}. Его величина равна времени, в течение которого коллектор, вращающийся с окружной скоростью v_c, перемещается на ширину щётки b_b

$$T_{cm} = b_b / v_c . \qquad (40.29)$$

Если $b_c = \pi D_c / C$ – коллекторное деление, а $v_c = \pi D_c n / 60 = b_c C n / 60$ – окружная скорость коллектора диаметром D_c при скорости вращения якоря n в об/мин, то период коммутации составляет

$$T_{cm} = \frac{60 b_b}{b_c C n} = \frac{60 \beta_c}{C n}, \tag{40.30}$$

где $\beta_b = b_b / b_c$ – коэффициент щёточного перекрытия, обычно равный $\beta_b = 2 \ldots 4$, но достигающий в сложных обмотках величины $\beta_b = 7$.

В случае сложной m-ходовой обмотки между началом и концом секции располагается $(m-1)$ коллекторных пластин, и секция замкнута накоротко в течение времени перемещения коллектора на величину дуги $b_b - (m-1) b_c$. Тогда

$$T_{cm} = \frac{b_b - (m-1) b_c}{v_c} = \frac{60 \left[\beta_b - (a / z_p - 1) \right]}{C n}. \tag{40.31}$$

Коммутация протекает быстро. Её период обычно составляет 0,3…1 мс.

Исследуем на примере простой петлевой обмотки процесс коммутации, полагая для простоты, что ширина щётки равна коллекторному делению, т.е. $\beta_b = 1$ (рис. 40.24).

Составим для коммутируемой секции уравнение по второму закону Кирхгофа

$$i r_s + i_1 r_{b1} - i_2 r_{b2} = e_\Sigma, \tag{40.32}$$

где r_s – сопротивление секции; r_{b1}, r_{b2} – сопротивления щёточных контактов между первой и второй пластинами и щёткой; e_Σ – суммарная ЭДС, действующая в контуре секции.

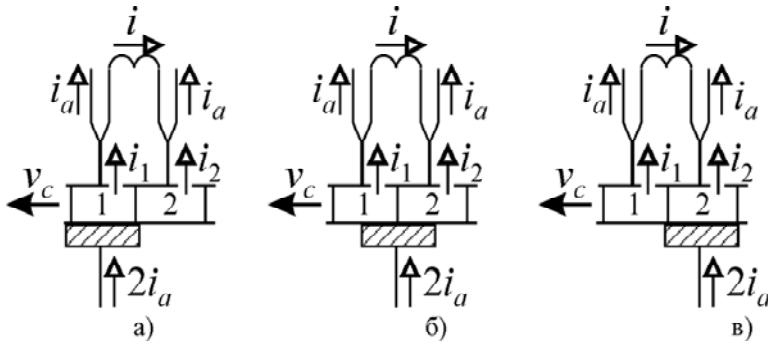


Рис. 40.24

Для точек подключения секций к пластинам коллектора можно составить уравнения по первому закону Кирхгофа

$$i_1 = i + i_a; \; i_2 = i - i_a. \tag{40.33}$$

Подставляя (40.33) в (40.32), получим

$$i(r_s + r_{b1} + r_{b2}) - i_a (r_{b2} - r_{b1}) = e_\Sigma$$

$$\Downarrow \tag{40.34}$$

$$i = \frac{r_{b2} - r_{b1}}{r_s + r_{b1} + r_{b2}} i_a + \frac{e_\Sigma}{r_s + r_{b1} + r_{b2}} = i_0 + i_z.$$

Первое слагаемое в выражении (40.34) представляет собой т.н. основной ток коммутации i_0, а второе слагаемое – добавочный ток коммутации i_z.

40.7.3. Виды коммутации

При отсутствии ЭДС в коммутируемой секции существует только основной ток коммутации. Он определяется изменением сопротивлений щёточных контактов r_{b1} и r_{b2}, поэтому такая коммутация называется коммутацией сопротивлением.

Сопротивление секции обычно значительно меньше сопротивлений контактов, поэтому в выражении (40.34) можно принять $r_s \approx 0$. Тогда при $e_\Sigma = 0$

$$i_0 \approx \frac{r_{b2} - r_{b1}}{r_{b1} + r_{b2}} i_a . \qquad (40.35)$$

При вращении якоря площади контактов пластин со щётками изменяются и для момента времени $0 \le t \le T_{cm}$ их можно представить в виде

$$s_1 = \left(1 - \frac{t}{T_{cm}}\right) s_c ;\; s_2 = \frac{t}{T_{cm}} s_c , \qquad (40.36)$$

где s_c – площадь контакта с пластиной в положениях на рис. 40.24, *а* и *в*.

Полагая, что сопротивления r_{b1} и r_{b2} обратно пропорциональны площадям контактов, получим

$$r_{b1} = \frac{s_c}{s_1} r_b = \frac{r_b}{\left(1 - \frac{t}{T_{cm}}\right)};\; r_{b2} = \frac{s_c}{s_2} r_b = \frac{r_b T_{cm}}{t} . \qquad (40.37)$$

Подставляя (40.37) в (40.35), получим зависимость изменения тока в коммутируемой секции от времени, соответствующую линейной функции

$$i_0 = \left(1 - \frac{2t}{T_{cm}}\right) i_a . \qquad (40.38)$$

Поэтому коммутацию сопротивлением называют также прямолинейной (рис. 40.25).

В общем случае в контуре коммутируемой секции действуют различные ЭДС и $e_\Sigma \ne 0$. Тогда кроме основного появляется добавочный ток

$$i_z = e_\Sigma / r_\Sigma , \qquad (40.39)$$

где $r_\Sigma = r_s + r_{b1} + r_{b2} = r_s + \dfrac{T_{cm}^2}{(T_{cm} - t)t} r_b$.

Если предположить, что в пределах периода коммутации $e_\Sigma = \text{const}$, то зависимость добавочного тока от времени будет иметь вид, показанный на рис. 40.25. Суммируя ординаты токов $i_0 = f(t)$ и $i_z = f(t)$, мы получим кривую полного тока коммутации $i = f(t)$.

В случае если $e_\Sigma > 0$ коммутация называется замедленной. Добавочный ток i_z замыкается поперёк щётки и в контакте на сбегающем краю имеет такое же направление, как основной ток i_0. Поэтому плотность тока здесь будет больше, чем в контакте на набегающем краю щётки. Искрение возникает в том случае, если при завершении периода коммутации добавочный ток в коммутируемой секции не успевает снизиться до нуля, и при сходе щётки с пластины коллектора происходит разрыв *RL*-цепи. Это вызывает пробой воздушного промежутка между щёткой и отошедшей от неё пластиной коллектора в виде искрового или дугового разряда, через который протекает ток разрыва i_{sp} (рис. 40.25). По этой причине замедленной коммутации стараются избегать.

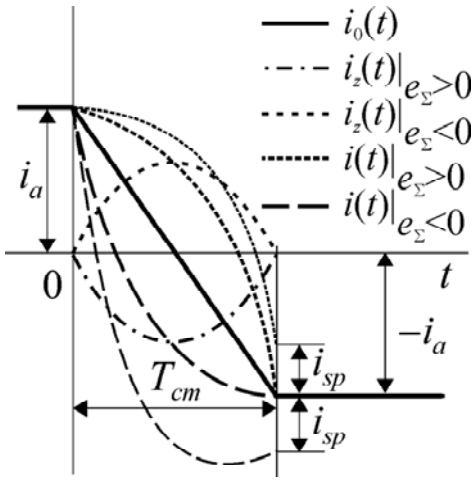


Рис. 40.25

При $e_\Sigma < 0$ коммутацию называют ускоренной. Дополнительный ток i_z при ускоренной коммутации имеет противоположное направление по сравнению с током при замедленной коммутации. Ток коммутируемой секции быстро изменяется в начале коммутации, вызывая увеличение плотности тока на набегающем краю щётки, что создаёт некоторые предпосылки для возникновения искрения на этом краю. Однако сильного искрения здесь обычно не наблюдается, а на сбегающем краю в конце коммутации плотность тока близка к нулю, что создаёт благоприятные условия для минимизации искрения. При сильно ускоренной коммутации также возможно появление тока разрыва i_{sp} (рис. 40.25), приводящего к искрению щёток. Поэтому сильно ускоренная коммутация является недопустимой. В то же время слабо ускоренная коммутация, при которой ток в секции *i* достигает значения близкого к току параллельной ветви i_a до окончания процесса коммутации является желательной.

40.7.4. Реактивная и коммутирующая ЭДС

Из проведённого анализа следует, что ЭДС, индуктируемые в коммутируемой секции, оказывают существенное влияние на процесс коммутации.

Коммутируемая секция обладает индуктивностью L, поэтому в ней при коммутации наводится ЭДС

$$e_L = -L\frac{di}{dt}$$

Среднее значение производной тока при коммутации

$$\widetilde{\left[\frac{di}{dt}\right]} = -\frac{2i_a}{T_{cm}}.$$

Значит, среднее значение ЭДС самоиндукции

$$\tilde{e}_L = L\frac{2i_a}{T_{cm}}. \qquad (40.40)$$

Обычно коэффициент щёточного перекрытия $\beta_b > 1$, поэтому в машине одновременно коммутируется несколько секций. Если эти секции расположены в одном пазу, то между ними существует сильная взаимноиндуктивная связь. Кроме того, такая связь существует и между секциями, коммутируемыми различными щётками и находящимися под соседними полюсами. Следовательно, в коммутируемой секции наводятся ЭДС взаимной индукции

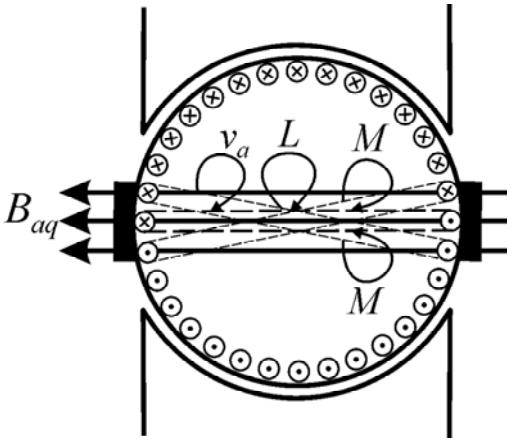


Рис. 40.26

$$e_M = \sum_n e_{Mn} = -\sum_n M_n \frac{di_n}{dt},$$

где M_n – взаимная индуктивность между рассматриваемой секцией и одновременно коммутируемой n-й секцией.

В соответствии с правилом Ленца ЭДС самоиндукции и взаимоиндукции действуют таким образом, чтобы уменьшить скорость изменения тока, т.е. замедлить коммутацию. Средние значения производной тока для них одинаковы, поэтому

$$\tilde{e}_M = \frac{2i_a}{T_{cm}}\sum_n M_n. \qquad (40.41)$$

Так как обе ЭДС имеют одинаковую природу, то их обычно объединяют в т.н. реактивную ЭДС

$$e_r = e_L + e_M.$$

Коммутируемая секция движется в неподвижном поле реакции якоря (рис. 40.26), поэтому помимо реактивной ЭДС в ней наводится ЭДС вращения

$$e_{aq} = 2B_{aq} w_s l_\delta v_a$$

где B_{aq} – индукция поля поперечной реакции якоря; w_s – число витков в секции; v_a – окружная скорость якоря. Эта ЭДС также стремится замедлить коммутацию.

Все ЭДС в коммутируемой секции пропорциональны току якоря и скорости вращения, поэтому с увеличением нагрузки и скорости условия коммутации ухудшаются и искрение усиливается.

В зоне коммутации можно создать внешнее по отношению к якорю неподвижное магнитное поле, которое во вращающейся коммутируемой секции будет наводить ЭДС. Причём величину магнитного потока внешнего поля и его направление можно выбрать так, чтобы наводимая ЭДС компенсировала e_r и e_{aq}.

Поле реакции якоря и внешнее поле образуют в зоне коммутации результирующее поле, называемое коммутирующим. Электродвижущая сила, наводимая этим полем в коммутируемой секции называется коммутирующей. Она определяется выражением

$$e_{cm} = 2B_{cm} w_s l_\delta v_a$$

где B_{cm} – индукция коммутирующего поля.

Таким образом, результат влияния магнитных полей машины на процесс коммутации можно представить в виде суммы реактивной и коммутирующей ЭДС, действующих в контуре коммутируемой секции. Если коммутирующая ЭДС равна реактивной и имеет противоположный знак, то коммутация будет прямолинейной. Для получения оптимальной слегка ускоренной коммутации необходимо, чтобы коммутирующая ЭДС была несколько больше реактивной и коммутирующее поле имело направление, противоположное направлению поля реакции якоря.

40.7.5. Способы улучшения коммутации

При разработке и эксплуатации коллекторных машин большое внимание уделяется оптимизации коммутации, т.к. от неё в значительной степени зависят надёжность и срок службы. Существуют три способа улучшения коммутации:

- создание коммутирующей ЭДС с помощью дополнительных полюсов или смещением щёток с геометрической нейтрали;
- уменьшение реактивной ЭДС;
- увеличение сопротивления цепи коммутируемой секции.

Основным способом улучшения коммутации является создание коммутирующего магнитного поля с помощью дополнительных полюсов. Дополнительные полюсы применяют во всех машинах мощностью свыше 1 кВт. Они представляют собой узкие полюсные наконечники шириной 0,4…0,8 от ширины зоны коммутации (см. рис. 40.5), которые устанавливают между главными полюсами (см. рис. 40.4).

Обмотка дополнительных полюсов рассчитывается таким образом, чтобы её МДС F_{ip} компенсировала МДС поперечной реакции якоря F_{aq} и создавала коммутирующее поле для компенсации реактивной ЭДС e_r. При отсутствии компенсационной обмотки $F_{ip} > F_{aq}$, а при наличии – $F_{ip} + F_{cw} > F_{aq}$, ввиду того, что значительная часть реакции якоря компенсируется этой обмоткой.

Так как величины F_{aq} и e_r пропорциональны току якоря, то для их компенсации F_{ip} также должна быть пропорциональна току якоря. Для выполнения этого условия обмотку дополнительных полюсов включают последовательно в цепь обмотки якоря. Кроме того, магнитная цепь дополнительных полюсов должна быть ненасыщенной. Поэтому под дополнительными полюсами воздушный зазор увеличивают в 1,5…2 раза по сравнению с зазором под главными полюсами и рассчитывают их магнитную цепь так, чтобы при номинальной на-

грузке машины индукция в сердечнике дополнительных полюсов не превышала 0,8…1,0 Тл.

Применение дополнительных полюсов позволяет увеличить линейную нагрузку машины, уменьшая тем самым её габариты и стоимость. Если бы коммутирующая ЭДС полностью компенсировала реактивную ЭДС в каждый момент периода коммутации, то теоретически можно было бы обеспечить хорошую коммутацию при весьма значительных величинах e_r. Однако из-за различия форм кривых $e_r = f(t)$ и $e_{cm} = f(t)$ скомпенсировать реактивную ЭДС возможно только по среднему значению и величина нескомпенсированной ЭДС на отдельных участках кривой $e_r = f(t)$ тем больше, чем больше величина e_r. Поэтому во избежание появления искрения она должна быть ограничена значениями $e_r \le 7\ldots10$ В.

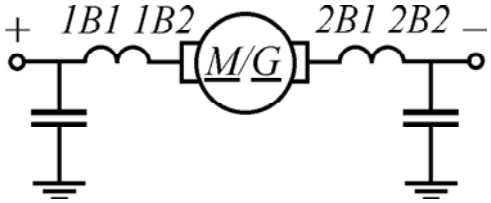


Рис. 40.27

При коммутации возникают электромагнитные колебания с частотой в несколько килогерц. Они распространяются по питающей сети и вызывают радиопомехи. Для борьбы с помехами производят симметрирование цепи якоря, т.е. обмотки, включённые последовательно с якорем, в том числе и обмотку дополнительных полюсов, разбивают на две части, которые присоединяют к щёткам разной полярности (рис. 40.27). Кроме того, между выводами цепи якоря и корпусом машины включают ёмкостные фильтры.

В машинах мощностью менее 1 кВт дополнительные полюсы не устанавливают. Коммутирующее магнитное поле в них создают путём смещения щёток с геометрической нейтрали (рис. 40.28). Благодаря этому в зоне коммутации действует поле главных полюсов. Чтобы наводимая этим полем ЭДС имела правильное направление в генераторе щётки нужно сместить в направлении вращения якоря, а в двигателе – в противоположном направлении.

Установку щёток выполняют, добиваясь минимального искрения под сбегающим краем.

Если магнитный поток главных полюсов изменяется пропорционально току якоря, например, в машинах с последовательным возбуждением, то, настроив коммутацию в каком-либо режиме, можно обеспечить сохранение настройки в достаточно широком диапазоне изменения нагрузки машины. В машинах с $\Phi_\delta = \text{const}$ оптимальную настройку можно получить только при одной определённой нагрузке. Это является существенным недостатком рассматриваемого способа. Другим недостатком является невозможность его использования для машин, работающих с изменением направления вращения, т.к. в этом случае при реверсе щётки нужно смещать в противоположном напрвлении.

Во всех машинах степень искрения при коммутации зависит от величины реактивной ЭДС. Согласно формуле Пихельмайера

$$e_r = 2\xi w_s l_\delta A_a v_a, \qquad (40.40)$$

где $\xi = \dfrac{\Lambda}{\beta_b - \left(a / z_p - 1\right)}$ – результирующая магнитная проводимость для потоков коммутируемой секции, а $\Lambda = \Lambda_L + \Lambda_M$ – сумма магнитной проводимости для потока самоиндукции Λ_L и средней проводимости для потоков взаимной индукции Λ_M.

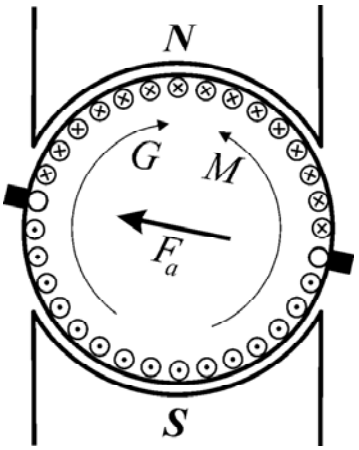


Рис. 40.28

Следовательно, реактивную ЭДС можно уменьшить, уменьшив линейную нагрузки A_a. Но это нецелесообразно с точки зрения использования материалов машины. В то же время, окружная скорость v_a и расчётная длина якоря l_δ определяются заданной мощностью и являются константами. Значит, уменьшение реактивной ЭДС возможно только за счёт уменьшения числа витков секций w_s и ξ.

В машинах мощностью более 50 кВт секции обмотки якоря всегда одновитковые ($w_s = 1$), а в машинах меньшей мощности число витков в секции в значительной степени определяется напряжением питания и скоростью вращения. Поэтому основные мероприятия по уменьшению реактивной ЭДС связаны с уменьшением ξ.

Уменьшение ξ возможно за счёт ослабления взаимной индукции между коммутируемыми секциями путём укорочения шага и использования ступенчатой обмотки. При этом часть сторон коммутируемых секций, располагавшихся в одном пазу, перемещается в соседние пазы.

Взаимная индукция также ослабляется, если отношение C / z_z равно нечётному числу, т.к. при этом секции под соседними полюсами коммутируются с фазовым смещением на половину коллекторного деления.

К уменьшению ξ приводит также уменьшение магнитной проводимости пазового рассеяния за счёт уменьшения глубины паза по отношению к ширине и увеличение коэффициента щёточного перекрытия β_b, т.к. при более широких щётках увеличивается период коммутации и уменьшается скорость изменения тока в коммутируемой секции*.

В машинах малой мощности наиболее эффективным способом уменьшения ξ является применение беспазовых конструкций якоря, когда обмотка укрепляется на поверхности гладкого цилиндрического сердечника или изготавливается в виде печатных проводников, расположенных на поверхности диска или цилиндра. Однако при этом увеличивается немагнитный зазор между полюсами и якорем, что требует увеличения мощности обмотки возбуждения.

Сопротивление цепи коммутируемой секции практически равно сопротивлению щёточного контакта. Поэтому выбор щёток оказывает существенное

* см. выражения (40.40) и (40.41)

влияние на величину добавочного тока и процесс коммутации в целом. При выборе марки щётки приходится руководствоваться противоречивыми соображениями. С точки зрения улучшения коммутации желательно использовать твёрдые щётки с большим переходным сопротивлением контакта. Однако эти щётки допускают меньшую плотность тока, что требует увеличения поверхности щёточного контакта и приводит к увеличению размеров коллектора, а также электрических и механических потерь.

Подбор щёток для конкретной машины обычно производится при её изготовлении в процессе настройки коммутации.

40.7.6. Особенности коммутации при питании от импульсных источников

В настоящее время двигатели постоянного тока часто получают питание от выпрямительных установок или управление режимом их работы осуществляется с помощью широтно-импульсных преобразователей. В этом случае ток якоря помимо постоянной содержит также значительную переменную составляющую. Постоянная составляющая является средним значением тока, а переменная – спектром гармоник, состав которого определяется типом и алгоритмом работы преобразователя, а также параметрами цепи якоря. На практике обычно ограничиваются учётом влияния основной гармоники спектра переменной составляющей.

Переменная составляющая тока якоря вызывает появление переменных составляющих реактивной и коммутирующей ЭДС. Для компенсации переменная составляющая коммутирующей ЭДС должна находиться в противофазе по отношению к переменной составляющей реактивной ЭДС. Однако достичь этого практически невозможно, т.к. переменная составляющая магнитного потока возбуждает в полюсных наконечниках дополнительных полюсов и в ярме машины вихревые токи, которые создают фазовый сдвиг коммутирующего магнитного потока и, соответственно, ЭДС.

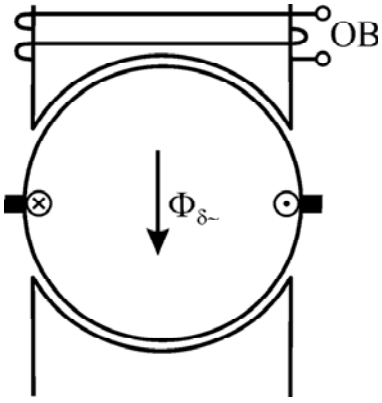


Рис. 40.29

Если питание обмотки возбуждения производится от выпрямителя, то переменная составляющая магнитного потока $\Phi_{\delta\sim}$ наводит в коммутируемой секции ЭДС аналогично ЭДС, наводимой во вторичной обмотке трансформатора и называемой трансформаторной ЭДС (рис. 40.29):

$$e_{tr} = -w_s \frac{d\Phi_{\delta\sim}}{dt} \Rightarrow E_{tr} = 4,44 w_s f_{\sim} \Phi_{\delta\sim}.$$

Трансформаторная ЭДС отстаёт от потока $\Phi_{\delta\sim}$ на 90° и ничем не компенсируется.

В общем случае питания обеих электрических цепей машины от выпрямительных устройств нескомпенсированная ЭДС в коммутируемой секции равна

$$\Delta \underline{E}_{\sim} = \underline{E}_{r\sim} + \underline{E}_{cm\sim} + \underline{E}_{tr\sim} \neq 0.$$

Эта ЭДС вызывает появление тока в коммутируемой секции, который при завершении коммутации приведёт к появлению искрения, если значение $\Delta \underline{E}_{\sim}$ превысит 0,5…0,7 В.

Даже если машина питается от источника постоянного тока, который не содержит переменной составляющей, например, от гальванического источника, в переходных режимах происходит резкое изменение тока в цепи якоря, скорость изменения которого di_a / dt может составлять 10…15 номинальных значений в секунду. Вихревые токи, возбуждаемые при этом в сердечнике дополнительных полюсов и в ярме статора, создают магнитное поле, препятствующее изменению тока в обмотке дополнительных полюсов и коммутирующего магнитного поля. В результате отставания магнитного потока дополнительных полюсов коммутирующая ЭДС не компенсирует реактивную, и в переходных режимах возникает интенсивное искрение щёток.

Кроме того, при больших токах может возникать насыщение магнитной цепи дополнительных полюсов, нарушающее линейную зависимость между реактивной и коммутирующей ЭДС.

Для улучшения коммутации машин, предназначенных для питания от выпрямительных устройств и/или в режимах с резко переменной нагрузкой, необходимо уменьшить влияние вихревых токов. Поэтому все элементы магнитопровода таких машин выполняют шихтованными. Эффективным средством улучшения коммутации во многих случаях является установка фильтра на выходе выпрямителя.

40.7.7 Предельная мощность машины постоянного тока

Предельная мощность машины постоянного тока ограничена условиями коммутации, т.е. величинами реактивной ЭДС и среднего напряжения между коллекторными пластинами, а также допустимой по условиям механической прочности окружной скоростью якоря.

Определим зависимость мощности машины от этих величин.

Преобразуем выражение (40.26) для электромагнитного момента машины, используя формулу Пихельмайера. Тогда

$$M = \frac{1}{2}\pi\alpha_\delta B_\delta l_\delta A_a D_a^2 = \frac{\alpha_\delta B_\delta}{4\xi w_s} e_r \frac{v_a^2 60^2}{\pi n^2}.$$

Отсюда электромагнитная мощность

$$P_{em} = M\Omega = M\frac{2\pi n}{60} = \frac{\alpha_\delta B_\delta}{2\xi w_s} e_r \frac{v_a 60}{n}. \qquad (40.41)$$

С другой стороны

$$P_{em} = E_a I_a.$$

С помощью выражения (40.28), это выражение можно преобразовать к виду

$$P_{em} = \frac{k_e A_a}{2w_s} \cdot \frac{a}{z_p} \cdot \frac{v_a \tilde{u}_{c\max} 60}{n}, \qquad (40.42)$$

где $k_e = E_a / U_a$.

Таким образом, предельную мощность машины нужно оценивать по двум выражениям, выбирая меньшее из полученных значений.

40.8. Потери энергии и коэффициент полезного действия

Энергетические характеристики коллекторных машин в принципе ничем не отличаются от характеристик машин переменного тока. Некоторые особенности возникают только в связи с наличием коллектора и щёток.

Механические потери коллекторных машин кроме потерь в подшипниках якоря Δp_{lg} и вентиляционных потерь Δp_{vt}, свойственных всем вращающимся электрическим машинам, включают также потери на трение щёток о коллектор.

Они могут быть вычислены по формуле

$$\Delta p_{fb} = k_f p_b s_b v_c ,$$

где $k_f = 0{,}15\ldots0{,}3$ – коэффициент трения щёток о коллектор; p_b – удельное давление на щётку; s_b – площадь контакта всех щёток машины; v_c – окружная скорость коллектора.

Общие механические потери коллекторной машины составляют

$$\Delta P_{mc} = \Delta p_{lg} + \Delta p_{vt} + \Delta p_{fb} . \qquad (40.43)$$

Магнитные потери в машинах, питаемых от сети постоянного тока, возникают преимущественно в сердечнике якоря. В двигателях с широким диапазоном регулирования скорости вращения эти потери также изменяются в широких пределах: от нуля при неподвижном якоре до значений выше номинальных, если диапазон регулирования включает скорости выше номинальной.

В ярме и полюсных наконечниках магнитный поток в среднем постоянный. Поэтому потери в них незначительны и эти элементы конструкции машины часто делают нешихтованными. Однако полностью исключить магнитные потери в статоре возможно только в машинах с гладким якорем. В противном случае магнитный поток главных полюсов при вращении якоря модулируется зубцами его сердечника. Если на главных полюсах есть пазы, то пульсация магнитного потока усиливается, возрастает также их частота. В машинах, где пульсационные потери значительны, полюсные наконечники шихтуют.

Электрические потери в коллекторных машинах возникают в цепи якоря и в цепи возбуждения, если машина возбуждается электромагнитами.

Потери в каждой обмотке машины (якоря, возбуждения, дополнительных полюсов, компенсационной обмотке) можно вычислить как

$$\Delta p_w = I^2 r = I^2 \frac{\rho l}{s} = \left(\frac{I}{s}\right)^2 \frac{\rho l \gamma}{\gamma} = \frac{\rho}{\gamma} j^2 G ,$$

где l – общая длина проводников обмотки; s – площадь сечения проводника; γ – плотность материала проводника; ρ – удельное сопротивление при 75° С или

115° С в зависимости от класса изоляции; j – плотность тока в обмотке; G – вес проводника.

Общие потери в «меди» всех обмоток очевидно составляют

$$\Delta P_{\text{Cu}} = \sum_n \Delta p_{wn} .$$

В коллекторных машинах помимо электрических потерь в обмотках существуют также потери в щёточных контактах

$$\Delta p_b = \Delta U_b I_a .$$

Так как падение напряжения на щёточном контакте ΔU_b сложным образом зависит от множества разных величин и факторов, то в соответствии с ГОСТ'ом для угольных и графитовых щёток принимают $\Delta U_b = 1$ В, а для металлоугольных $\Delta U_b = 0{,}3$ В.

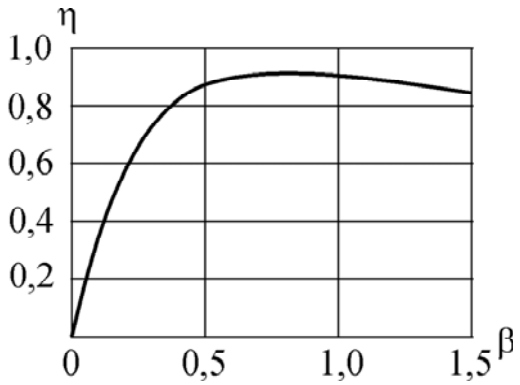


Рис. 40.30

В коллекторных машинах, как и в других типах машин, существуют потери энергии, которые трудно учесть. Они называются добавочными потерями. К ним относятся потери в меди обмоток от вихревых токов, потери в уравнительных соединениях, потери от высших гармоник, потери, связанные с коммутацией, и др. Согласно ГОСТ'у добавочные потери принимаются равными 1% от выходной мощности для генератора и подводимой мощности для двигателя в машинах без компенсационной обмотки и 0,5% в машинах с компенсационной обмоткой.

Полные потери мощности в машине представляют собой сумму всех потерь:

$$\Delta P_\Sigma = \Delta P_{mc} + \Delta P_{\text{Fe}} + \Delta P_{\text{Cu}} + \Delta p_b . \qquad (40.44)$$

Коэффициент полезного действия определяется как отношение

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\Delta P_\Sigma}{P_1} \qquad (40.45)$$

или в процентах

$$\eta_{\%} = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 .$$

Учитывая, что $P_2 = P_1 - \Delta P_\Sigma$ можно получить другой вид выражения (40.44)

$$\eta = 1 - \frac{\Delta P_\Sigma}{P_2 + \Delta P_\Sigma} . \qquad (40.46)$$

В выражениях (40.44)-(40.46) P_1 является потребляемой машиной мощностью, а P_2 – отдаваемой или выходной мощностью.

Для генератора $P_1 = M_1\Omega;\ P_2 = U_a I_a$, где M_1 – вращающий момент приводного двигателя, а для двигателя $P_1 = U_a I_a;\ P_2 = M_2\Omega$, где M_2 – вращающий момент на валу машины.

Так как обычно удобнее измерять электрические величины, то для двигателей более подходящим является выражение (40.45), а для генераторов – (40.46).

Кривая $\eta = f(\beta)$, где $\beta = P_2 / P_{2N}$ – коэффициент нагрузки машины, сначала быстро растёт с увеличением нагрузки, затем достигает максимума и при больших нагрузках уменьшается (рис. 40.29).

Максимальное значение КПД можно найти, если суммарные потери представить многочленом

$$\Delta P_\Sigma = \Delta P_0 + \beta\Delta P_1 + \beta^2\Delta P_2,$$

где ΔP_0, ΔP_1 и ΔP_2 – соответственно потери в номинальном режиме, не зависящие от нагрузки, а также зависящие от неё линейно и квадратично.

Тогда из выражения (40.46)

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P_\Sigma} = \frac{\beta P_{2N}}{\beta P_{2N} + \Delta P_0 + \beta\Delta P_1 + \beta^2\Delta P_2}.$$

Определим условие максимума КПД, взяв производную и приравнивая её нулю

$$\frac{\partial\eta}{\partial\beta} = \frac{(\Delta P_0 - \beta^2\Delta P_2)P_{2N}}{\beta P_{2N} + \Delta P_0 + \beta\Delta P_1 + \beta^2\Delta P_2} = 0 \Rightarrow \Delta P_0 = \beta_m^2\Delta P_2;\ \beta_m = \sqrt{\frac{\Delta P_0}{\Delta P_2}}.$$

Таким образом, КПД будет максимальным при такой нагрузке, при которой переменные потери, зависящие от квадрата коэффициента нагрузки ΔP_2, становятся равными постоянным потерям ΔP_0.

Величина КПД после достижения максимума изменяется незначительно. Поэтому для обеспечения высокого КПД в широком диапазоне изменения нагрузки машины проектируются так, чтобы оптимальная нагрузка соответствовала $\beta_m = 0,4\ldots0,6$.

Глава 41. Генераторы постоянного тока

41.1. Классификация генераторов

Генераторы постоянного тока являются электромеханическими источниками электрической энергии. Якорь генератора приводится во вращение каким-либо двигателем, в качестве которого могут быть использованы электрические двигатели, двигатели внутреннего сгорания и т.п. Они находят применение в тех технологических процессах, где необходимо или предпочтительно использование постоянного тока.

В последние десятилетия область применения генераторов постоянного тока значительно сузилась в связи с развитием полупроводниковых преобразователей, которые во многих случаях могут выполнять те же функции более эф-

фективно. Однако в системах электропитания большой мощности генераторы постоянного тока до сих пор находят широкое применение.

По способу возбуждения генераторы постоянного тока подразделяются на генераторы с независимым возбуждением и с самовозбуждением.

В генераторах с независимым электромагнитным возбуждением обмотка главных полюсов подключается к источнику питания, параметры которого (напряжение, ток) не зависят от величины тока и напряжения в цепи якоря (*F1F2* на рис. 41.1, *а*). Ток возбуждения i_e такого генератора может изменяться в широких пределах, например, с помощью регулировочного резистора r_{ze}. Мощность, потребляемая обмоткой возбуждения, обычно составляет 1…5% от номинальной мощности. К генераторам с независимым возбуждением относятся также машины, в которых магнитное поле формируется постоянными магнитами (рис. 40.6, *д*). Они не требуют дополнительного источника питания и не имеют потерь энергии, связанных с протеканием тока в обмотке возбуждения, что позволяет при прочих равных условиях повысить нагрузку обмотки якоря. Однако мощность таких генераторов ограничена, а стоимость обычно выше, чем машин с электромагнитным возбуждением. Поэтому они применяются в тех случаях, когда для этого есть достаточные основания.

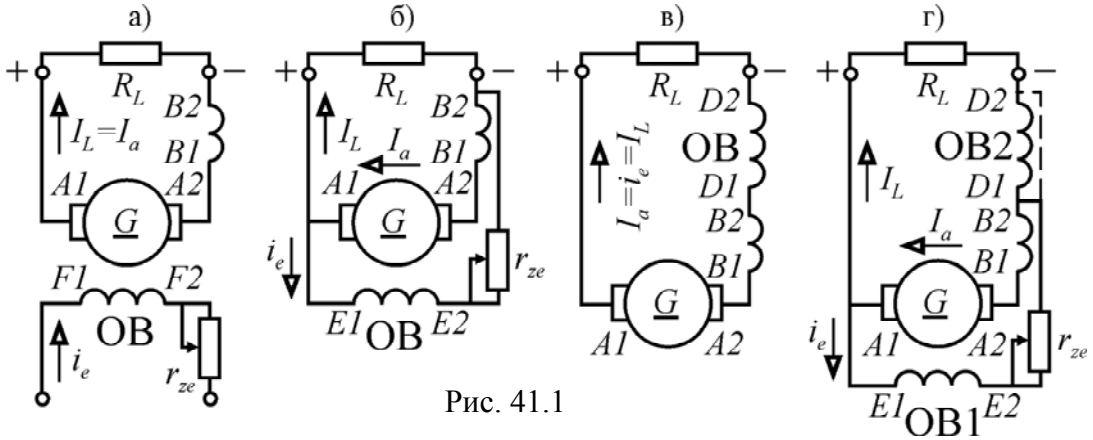


Рис. 41.1

У генераторов с самовозбуждением источником питания для обмотки возбуждения является якорь. В зависимости от способа включения генераторы разделяют на генераторы с параллельным, последовательным и смешанным возбуждением.

Схема соединения генератора параллельного возбуждения показана на рис. 41.1, *б*. Здесь также как в генераторе независимого возбуждения ток обмотки возбуждения i_e, а следовательно, и выходное напряжение можно регулировать резистором r_{ze}. Ток якоря I_a у этого генератора является суммой токов нагрузки I_L и возбуждения i_e.

В генераторе последовательного возбуждения (рис. 41.1, *в*) обмотка возбуждения (*D1D2*) включена последовательно с якорем (*A1A2*) и обмоткой дополнительных полюсов (*B1B2*). Очевидно, что во всех обмотках и в нагрузке протекает одинаковый ток.

В случае смешанного возбуждения на полюсных наконечниках размещаются две обмотки (рис. 41.1, *г*). Одна из них (*E1E2*) имеет большое число витков и выполнена из проводников относительно малого сечения. Она включается параллельно нагрузке генератора. Другая обмотка (*D1D2*) с малым числом витков из проводников большого сечения включается последовательно в цепь якоря. Параллельная и последовательная обмотки могут быть включены согласно, т.е. магнитные потоки, создаваемые обмотками, имеют одинаковое направление, или встречно, когда направления магнитных потоков противоположны. Обычно основная часть магнитного потока главных полюсов создаётся параллельной обмоткой.

41.2. Уравнения генераторов постоянного тока

Уравнение Кирхгофа для цепи якоря генератора постоянного тока имеет вид

$$U = E_a - I_a r_{a\Sigma} - \Delta U_b, \tag{41.1}$$

где $I_a r_{a\Sigma}$ – падение напряжения в цепи якоря, ΔU_b – падение напряжения в щёточных контактах. Сопротивление

$$r_{a\Sigma} = r_a + r_{ip} + r_{cm} + r_{se} \tag{41.2}$$

включает в себя сопротивления обмоток якоря r_a, дополнительных полюсов r_{ip}, компенсационной r_{ip} и последовательной r_{se} обмоток. В зависимости от конструкции машины и типа возбуждения одно или несколько из трёх последних слагаемых в (41.2) могут отсутствовать.

Для упрощённых расчётов падение напряжения на щёточных контактах можно заменить падением напряжения на постоянном переходном сопротивлении $r_b = \Delta U_b / I_{aN}$.

Тогда

$$U = E_a - I_a R_a, \tag{41.3}$$

где $R_a = r_{a\Sigma} + r_b$.

Ток якоря

$$I_a = (E_a - U)/R_a, \tag{41.4}$$

обусловлен ЭДС E_a и всегда имеет с ней одинаковое направление, т.к. напряжение на выходе генератора U всегда меньше ЭДС и $E_a - U > 0$.

Умножением (41.1) на I_a можно получить уравнение баланса мощности цепи якоря

$$\begin{gathered} UI_a = E_a I_a - I_a^2 r_{a\Sigma} - \Delta U_b I_a \\ \Downarrow \\ P_{em} = P_2 + \Delta P_a, \end{gathered} \tag{41.5}$$

где $P_{em} = E_a I_a$ – электромагнитная мощность, представляющая собой полную мощность, получаемую в результате преобразования механической мощности; $\Delta P_a = I_a^2 r_{a\Sigma} + \Delta U_b I_a$ – потери мощности в цепи якоря, включающие электриче-

ские потери в обмотках $I_a^2 r_{a\Sigma}$ и в переходном сопротивлении щёточных контактов $\Delta U_b I_a$; $P_2 = UI_a$ – электрическая мощность, отдаваемая генератором.

В генераторах независимого возбуждения вся мощность P_2 отдаётся во внешнюю цепь и является полезной мощностью. В генераторах с параллельным и смешанным возбуждением часть мощности P_2 расходуется в виде электрических потерь в цепи обмотки возбуждения $\Delta p_e = U^2 / R_e$, где $R_e = r_e + r_{ze}$. Тогда полезная мощность

$$P_2 = UI_a - \Delta p_e = UI,$$

где U и I – напряжение и ток во внешней цепи генератора.

Со стороны приводного двигателя к генератору подводится механическая мощность P_1, которая преобразуется в электромагнитную мощность P_{em} и расходуется в виде механических потерь ΔP_{mc}, магнитных потерь в сердечнике якоря $\Delta P_{a\,\mathrm{Fe}}$ и добавочных потерь ΔP_z:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{em} + \Delta P_{mc} + \Delta P_{a\,\mathrm{Fe}} + \Delta P_z = \\ &= P_2 + \Delta P \end{aligned} \qquad (41.6)$$

где $\Delta P = \Delta P_a + \Delta P_{mc} + \Delta P_{a\,\mathrm{Fe}} + \Delta P_z$ – суммарные потери в генераторе.

Поделив обе части уравнения (41.6) на угловую скорость вращения якоря $\Omega = 2\pi n / 60$, получим уравнение моментов

$$\begin{gathered} P_{em}/\Omega = P_1/\Omega = P_2/\Omega + \Delta P/\Omega \\ \Downarrow \\ M_1 = M + M_0, \end{gathered} \qquad (41.7)$$

где $M_1 = P_1/\Omega$ – вращающий момент приводного двигателя генератора; $M = c\Phi_\delta I_a = \Psi I_a$ – электромагнитный момент генератора, действующий против направления вращения якоря; $M_0 = \Delta P/\Omega$ – момент холостого хода, соответствующий потерям энергии в генераторе.

41.3. Характеристики генераторов

Основные рабочие свойства генераторов постоянного тока описываются нагрузочной $U = f(i_e)$, внешней $U = f(I)$ и регулировочной $i_e = f(I)$ характеристиками. Нагрузочные и регулировочные характеристики получают при $I = \mathrm{const}$ и $U = \mathrm{const}$ соответственно. В частных случаях $I = 0$ и $U = 0$ нагрузочная и регулировочная характеристики переходят в характеристики холостого хода и короткого замыкания. Все характеристики определяют экспериментальным или расчётным путём при постоянной номинальной скорости вращения $\Omega = \mathrm{const} = \Omega_N$.

41.3.1. Характеристики генераторов независимого возбуждения

Характеристику холостого хода $U_0 = f(i_e)$ снимают, замкнув цепь якоря вольтметром с внутренним сопротивлением $r_V \to \infty$. Поэтому можно считать, что

$$U_0 \approx E_a = c\Phi_\delta\Omega = c\Omega k_e i_e = Ci_e,$$

т.е. зависимость $U_0 = f(i_e)$ в некотором масштабе повторяет зависимость $\Phi_\delta = f(i_e)$, представляющую собой характеристику намагничивания машины.

Ток возбуждения постепенно увеличивают от $i_e = 0$ до некоторого значения $i_{e\max} > i_{eN}$, превышающего номинальное так, чтобы при этом $U_{0\max} = (1{,}1\ldots1{,}25)U_N$ (точка *a* на рис. 41.2). После этого снижают ток до нуля и, изменив полярность источника питания обмотки возбуждения, продолжают изменение тока до значения $-i_{e\max}$. Затем повторяют всё в обратной последовательности до возвращения в точку *a*. При этом следует иметь в виду, что изменение тока возбуждения между значениями $\pm i_{e\max}$ должно происходить только в одном направлении, т.к. в противном случае будут получены кривые не соответствующие данному опыту.

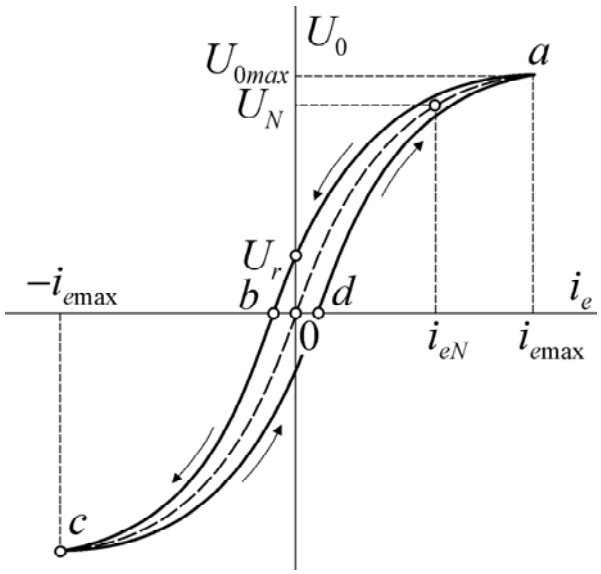


Рис. 41.2

В результате указанных действий образуется гистерезисная петля *abcda*, соответствующая свойствам стали полюсов и ярма машины. Проведя среднюю линию между восходящей и нисходящей ветвями петли, мы получим расчётную характеристику холостого хода 0*a*, показанную на рис. 41.2 штриховой линией.

На начальном участке характеристика холостого хода практически линейна, что объясняется отсутствием насыщения стали магнитопровода. По мере увеличения тока возбуждения и, соответственно, магнитного потока сталь постепенно начинает насыщаться и нелинейность характеристики увеличивается. Рабочая точка, соответствующая номинальному напряжению U_N, обычно находится на колене кривой, т.к. при работе на прямолинейном участке напряжение генератора неустойчиво, а на участке насыщения возможность регулирования напряжения ограничена.

При нагрузке генератора током I_a напряжение на его выходе U уменьшается на величину падения напряжения $I_a R_a$*. Кроме того, вследствие размагничивающего действия реакции якоря уменьшается ЭДС E_a, что также снижает выходное напряжение.

Чтобы проследить влияние обоих этих факторов на выходное напряжение генератора нужно на одной плоскости построить характеристику холостого хода и нагрузочную характеристику (кривые *1* и *2* на рис. 41.3).

* см. выражение (41.3)

Если к значениям напряжения нагрузочной характеристики прибавить падение напряжения $I_a R_a$, то получится внутренняя нагрузочная характеристика $U + I_a R_a = E_a = f(i_e)$ (кривая *3* на рис. 41.3).

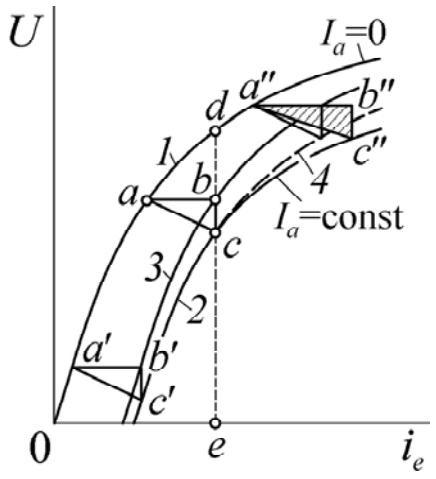


Рис. 41.3

Проведём через произвольную точку *e* на оси абсцисс прямую, параллельную оси ординат, до пересечения её с характеристикой холостого хода. Отрезок *bc* равен падению напряжения $I_a R_a$. В режиме холостого хода при том же токе возбуждения напряжение на выходе генератора соответствует ординате точки *d*. Поэтому отрезок *bd* соответствует уменьшению ЭДС генератора, вызванному влиянием реакции якоря. С другой стороны, при холостом ходе, т.е. при отсутствии влияния реакции якоря, для получения ЭДС, соответствующей ординате точки *b*, потребовался бы ток возбуждения меньше чем 0*e* на величину отрезка *ab*. Следовательно, МДС реакции якоря, выраженная в масштабе тока возбуждения, равна *ab*.

Треугольник $\triangle abc$ называется характеристическим треугольником генератора. При постоянном значении тока якоря катет *bc* остаётся неизменным по величине независимо от тока возбуждения. Второй катет *ab*, соответствующий реакции якоря, остаётся неизменным только в том случае, если можно пренебречь влиянием насыщения на её величину. Тогда нагрузочную характеристику можно было бы получить, как след вершины *c* при параллельном перемещении характеристического треугольника со скольжением вершины *a* по характеристике холостого хода (кривая *4* на рис. 41.3). Однако по мере насыщения магнитопровода влияние реакции якоря усиливается, размер катета *ab* увеличивается, и характеристический треугольник приобретает вид треугольника $\triangle a''b''c''$, где $b''c'' = bc$, а $a''b'' = f(I_a)$.

Внешняя характеристика $U = f(I)$ является основной эксплуатационной характеристикой генератора. Она показывает, как изменяется напряжение на выводах машины при изменении тока нагрузки $I = I_a = \text{var}$ и $i_e = \text{const}$.

Условимся изображать напряжение и ток в относительных единицах $\upsilon = U/U_N$, $\imath = I/I_N$. Тогда падение напряжения на внутреннем сопротивлении генератора $IR_a/U_N = \imath\rho_a$, где $\rho_a = R_a I_N/U_N$.

Для снятия внешней характеристики генератор приводят во вращение с номинальной скоростью и устанавливают такой ток возбуждения i_{eN} [*], чтобы при номинальном токе в цепи якоря $I = I_N$ напряжение на нагрузке было номи-

[*] этот ток возбуждения называется номинальным

нальным $U = U_N$. Затем постепенно разгружают генератор вплоть до холостого хода, сохраняя $i_e = i_{eN} = \text{const}$. При этом напряжение генератора растёт, т.к. по мере уменьшения нагрузки уменьшается падение напряжения IR_a (кривая *1* на рис. 41.4).

Так как $R_a \approx \text{const}$, то зависимость $IR_a = f(I) \equiv \iota\rho_a = f(\iota)$ является линейной функцией (прямая *2* на рис. 41.4). Прибавляя к ординатам внешней характеристики $U = f(I) \equiv \upsilon = f(\iota)$ падения напряжения $IR_a \equiv \iota\rho_a$, получим внутреннюю характеристику генератора $U + IR_a = E_a = f(I) \equiv \upsilon + \iota\rho_a = \varepsilon_a = f(\iota)$ (кривая *3* на рис. 41.4).

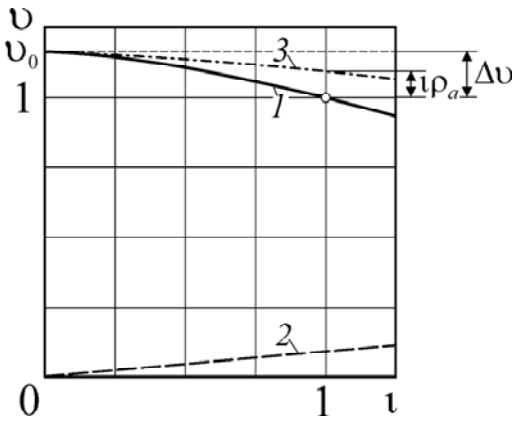


Рис. 41.4

Нелинейность внешней и внутренней характеристик генератора объясняется нелинейностью эффекта размагничивания магнитопровода машины полем реакции якоря.

По внешней характеристике определяют номинальное изменение напряжение, которое обычно выражают в процентах

$$\Delta U_{\%} = \frac{U_0 - U_N}{U_N} \cdot 100\% = (\upsilon_0 - 1) \cdot 100\% \qquad (41.8)$$

У генераторов независимого возбуждения $\Delta U_{\%} = 10 \ldots 15\%$.

При неизменном токе возбуждения напряжение на выходе генератора уменьшается с ростом нагрузки. Для поддержания постоянного значения U нужно увеличивать ток возбуждения при увеличении нагрузки и снижать его при её уменьшении. Зависимость $i_e = f(I)$, обеспечивающая $U = \text{const}$, называется регулировочной характеристикой.

На рис. 41.5 показан характерный вид регулировочной характеристики, построенной в относительных единицах, где в качестве базовых величин выбраны номинальный ток нагрузки I_N и ток возбуждения в режиме холостого хода i_{e0}, т.е. $\iota = I / I_N$, $\iota_e = i_e / i_{e0}$.

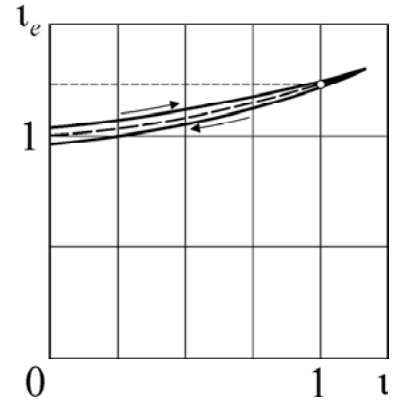


Рис. 41.5

Наличие гистерезиса кривой намагничивания машины приводит к гистерезису регулировочной характеристики. При возрастании тока нагрузки регулировочная характеристика образует верхнюю ветвь кривой, а при уменьшении тока – нижнюю. Средняя линия между ветвями считается практической регулировочной характеристикой.

41.3.2. Характеристики генераторов параллельного возбуждения

Генератор параллельного возбуждения работает в режиме самовозбуждения и не нуждается в постороннем источнике постоянного тока (рис. 41.1, *б*).

Для самовозбуждения генератора необходимо, чтобы в нём был небольшой магнитный поток остаточного намагничивания

$$\Phi_r > 0, \tag{41.9}$$

составляющий 2…3% от величины нормального потока. При нормальной эксплуатации остаточная намагниченность всегда сохраняется после отключения нагрузки и остановки приводного двигателя генератора. Однако если машина по каким-либо причинам полностью размагничена, например, после первой сборки, то её предварительно нужно намагнитить путём подключения обмотки возбуждения к источнику постоянного тока.

Если якорь генератора привести во вращение с некоторой, например номинальной, скоростью, то на выходных выводах появится небольшое напряжение, пропорциональное величине потока остаточного намагничивания Φ_r, и в цепи обмотки возбуждения появится ток, который создаст поток главных полюсов Φ'_δ. В зависимости от направления тока в обмотке возбуждения этот поток может иметь согласное или встречное направление по отношению к потоку Φ_r. Очевидно, что генератор может самовозбудиться только при согласном направлении обоих потоков, т.к. в этом случае суммарный поток в машине увеличивается, что приводит к увеличению ЭДС якоря и, в свою очередь, к увеличению тока возбуждения и магнитного потока Φ'_δ. Это условие можно записать как

$$\operatorname{sign}\left(\Phi_r\right) = \operatorname{sign}\left(\Phi'_\delta\right) = \operatorname{sign}\left(\Omega\right) \cdot \operatorname{sign}\left(i_e\right). \tag{41.10}$$

Следовательно, существующий в машине поток остаточного намагничивания Φ_r определяет направление вращения, необходимое для самовозбуждения, или, при заданном направлении вращения, полярность подключения цепи возбуждения к цепи якоря.

Определим предел, до которого идёт процесс самовозбуждения, полагая, что генератор работает на холостом ходу. Тогда $U \approx E_a$ и для цепи обмотки возбуждения можно составить уравнение Кирхгофа в дифференциальной форме

$$E_a(i_e, \Omega) = i_e R_e + \frac{d[L_e(i_e) \cdot i_e]}{dt}, \tag{41.11}$$

где $L_e(i_e)$ – индуктивность обмотки возбуждения, представляющая собой нелинейную зависимость от i_e, а $R_e = r_e + r_{ze}$ – сопротивление цепи этой обмотки, включающее собственное r_e и добавочное r_{ze} сопротивления.

Статический режим в цепи обмотки возбуждения соответствует условию $d[L_e(i_e) \cdot i_e]/dt = 0$. Тогда

$$E_a(i_e, \Omega) = i_e R_e. \tag{41.12}$$

Левая часть уравнения (41.12) представляет собой характеристику холостого хода генератора при скорости вращения Ω, а правая – падение напряжения в цепи обмотки возбуждения. Если $R_e = \text{const}$, то зависимость $i_e R_e$ от тока возбуждения линейная.

Обе части уравнения (41.12) можно представить графически (рис. 41.6). Тогда статическому режиму генератора будет соответствовать точка пересечения характеристики холостого хода и прямой, проведённой через начало координат под углом

$$\alpha = \text{arctg}\, R_e .$$

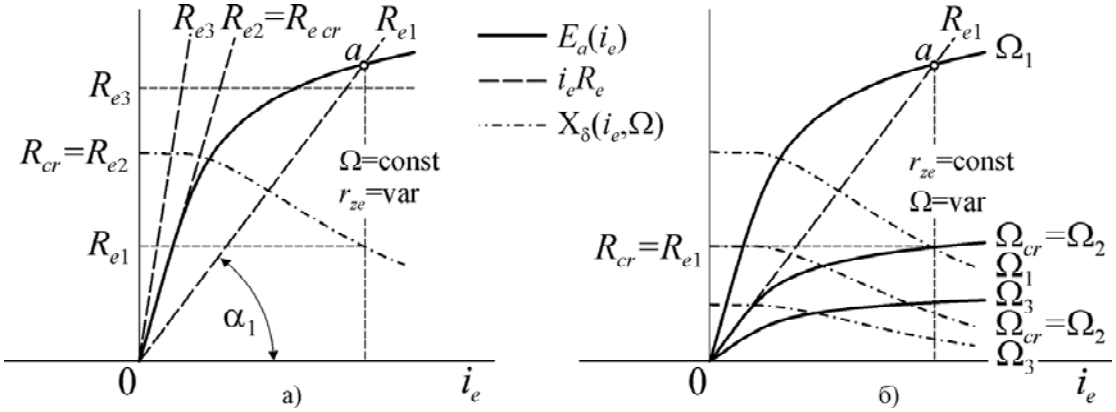


Рис. 41.6

Ордината точки *a* на рис. 41.6 соответствует ЭДС, которая установится на выходе генератора при данном сопротивлении R_e.

При увеличении R_e точка *a* будет смещаться по характеристике холостого хода к началу координат и при некотором значении R_e прямая $i_e R_e$ станет касательной. Это значение сопротивления цепи возбуждения называется критическим R_{cr}, т.к. при условии $R_e > R_{cr}$ самовозбуждение генератора при частоте вращения Ω невозможно. Графически это соответствует отсутствию точки пересечения кривой $E_a = f(i_e,\Omega)$ и линии $i_e R_e$.

Наклон кривой $E_a = f(i_e,\Omega)$ на начальном участке и, следовательно, величина критического сопротивления зависят не только от параметров магнитной цепи машины, но и от скорости вращения. Понижение скорости вращения при неизменном сопротивлении R_e также может создать условия, при которых самовозбуждение будет невозможным. Например, на рис. 41.6, *б* при $R_{cr} = R_{e1}$ граница области самовозбуждения соответствует критической частоте вращения $\Omega_{cr} = \Omega_2$.

В общем случае ЭДС якоря E_a можно представить в виде

$$E_a = c\Phi_\delta\Omega = c\Omega L_e(i_e) i_e = X_\delta(i_e,\Omega)\cdot i_e ,$$

где $X_\delta(i_e,\Omega) = c\Omega L_e(i_e) = E_a(i_e,\Omega)/i_e$ – некое индуктивное сопротивление, являющееся функцией от частоты вращения и тока возбуждения. Тогда из (41.12) можно определить граничное условие самовозбуждения генератора как

$$\max\left[X_\delta(i_e,\Omega)\right]=R_e.$$

Максимальное значение $\max\left[X_\delta(i_e,\Omega)\right]=c\Omega L_{e\max}=\Omega L'_{e\max}$ соответствует начальному участку кривой намагничивания. Поэтому достаточно для любой точки характеристики холостого хода, расположенной в первой четверти кривой $E_a=f(i_e,\Omega)$, вычислить

$$L'_{e\max}=\frac{E_a}{\Omega i_e}.$$

Тогда величина сопротивления цепи обмотки возбуждения и частота вращения должны удовлетворять условиям

$$R_e<R_{cr}=\Omega L'_{e\max};$$
$$\Omega>\Omega_{cr}=\frac{R_e}{L'_{e\max}}. \qquad (41.13)$$

Таким образом, полная совокупность условий необходимых для самовозбуждения генератора определяется выражениями (41.9), (41.10) и (41.13).

В отличие от генератора независимого возбуждения у рассматриваемого генератора ток якоря больше тока нагрузки на величину i_e. Однако, ввиду того, что ток возбуждения составляет 1…3% от номинального тока, характеристика холостого хода и нагрузочные характеристики генератора параллельного возбуждения практически не отличаются от характеристик генератора независимого возбуждения.

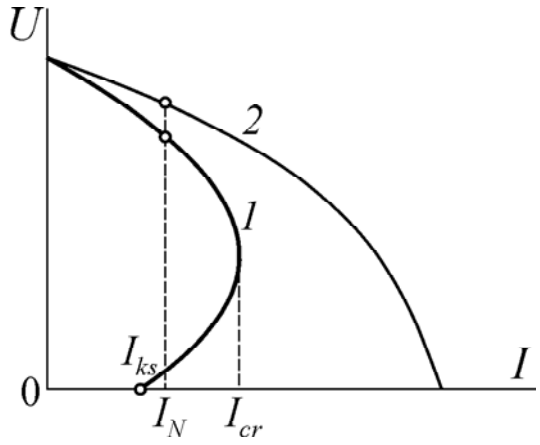


Рис. 41.7

В то же время существенно отличается по характеру внешняя характеристика генератора параллельного возбуждения. Это объясняется тем, что помимо реакции якоря и падения напряжения IR_a на величину выходного напряжения генератора U сильное влияние оказывает изменение тока возбуждения и, соответственно, магнитного потока и ЭДС якоря машины, связанное с изменением нагрузки, т.к. цепь возбуждения получает питание с выхода генератора и

$$i_e=U(I)/R_e \Rightarrow i_e=f(I).$$

Пусть, например, сопротивление нагрузки R_L постепенно уменьшается. При независимом возбуждении ток I будет непрерывно расти и в режиме короткого замыкания при $R_L=0$ достигнет максимального значения (кривая *2* на рис. 41.7). В случае параллельного возбуждения ток I будет увеличиваться только до определённого значения $I_{cr}=(1{,}5\ldots2{,}5)I_N$, называемого критическим током. После этого ток начинает уменьшаться вплоть до короткого замыкания, когда его величина $I_{ks}=E_r/R_a$ определяется только ЭДС остаточного намагни-

чивания E_r и сопротивлением цепи якоря R_a (кривая *1* на рис. 41.7). Такой характер внешней характеристики объясняется размагничиванием машины в результате уменьшения тока возбуждения, вызванного уменьшением напряжения генератора с ростом нагрузки. При малых токах размагничивание проявляется слабо, т.к. машина сильно насыщена и уменьшение тока возбуждения не очень существенно влияет на магнитный поток и ЭДС якоря. По мере снижения напряжения насыщение машины уменьшается и после перехода на линейный участок характеристики холостого хода размагничивание становится столь значительным, что ток возбуждения начинает уменьшаться, несмотря на то, что при этом уменьшается реакция якоря и падение напряжения IR_a. Влияние размагничивания можно проследить, если снять внешние характеристики генератора при независимом и параллельном возбуждении. Разность ординат точек этих характеристик объясняется падением напряжения за счёт уменьшения тока возбуждения (рис. 41.7).

Номинальное изменение напряжения генераторов параллельного возбуждения определяется по выражению (41.8) и составляет 15…20%, т.е. при прочих равных условиях приблизительно в 1,5 раза превышает изменение напряжения генераторов независимого возбуждения.

Регулировочная характеристика генератора параллельного возбуждения $i_e = f(I)$ ничем не отличается от характеристики генератора независимого возбуждения, т.к. при условии поддержания $U = \text{const}$ якорь машины является идеальным независимым источником постоянного тока для цепи обмотки возбуждения.

41.3.3. Характеристики генераторов последовательного возбуждения

В генераторе последовательного возбуждения $I = I_a = i_e$. Следовательно, все характеристики, кроме внешней, можно получить только при включении машины по схеме независимого возбуждения.

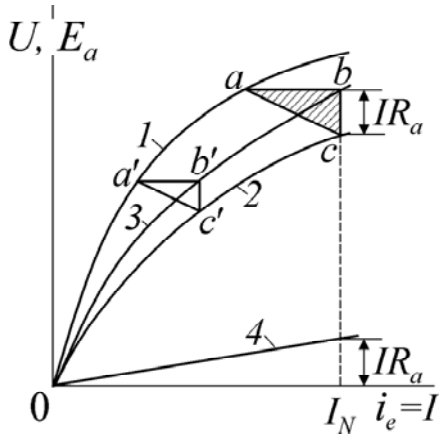


Рис. 41.8

Внешнюю характеристику генератора последовательного возбуждения можно построить с помощью характеристического треугольника $\triangle abc$, перемещая его параллельно так, чтобы вершина *a* скользила по характеристике холостого хода (кривая *1* на рис. 41.8). Тогда след вершины *b* будет соответствовать внутренней характеристике генератора (кривая *3* на рис. 41.8), а след вершины *c* – внешней характеристике (кривая *2* на рис. 41.8). Однако в отличие от генератора независимого возбуждения, здесь стороны треугольника нужно изменять пропорционально величине тока нагрузки. На рис. 41.8 показана

прямая *4* падения напряжения IR_a, поэтому величина катета *bc* равна ординате точки этой прямой, при токе нагрузки, соответствующем значению, для которого строится точка внешней характеристики.

Так как напряжение *U* генератора последовательного возбуждения сильно зависит от нагрузки, то в обычной практике эти генераторы не применяются.

41.3.4. Характеристики генераторов смешанного возбуждения

Генератор смешанного возбуждения имеет параллельную и последовательную обмотки (*E1E2* и *D1D2* на рис. 41.1, *г*), поэтому он совмещает в себе свойства генераторов обоих типов. Соединение обмоток может быть выполнено по схеме «с коротким шунтом», как это показано на рис 41.1, *г* сплошной линией, или «с длинным шунтом», как это показано на том же рисунке штриховой линией. Различия между этими схемами практически нет, т.к. сопротивление последовательной обмотки и, соответственно, падение напряжения на её зажимах очень невелики.

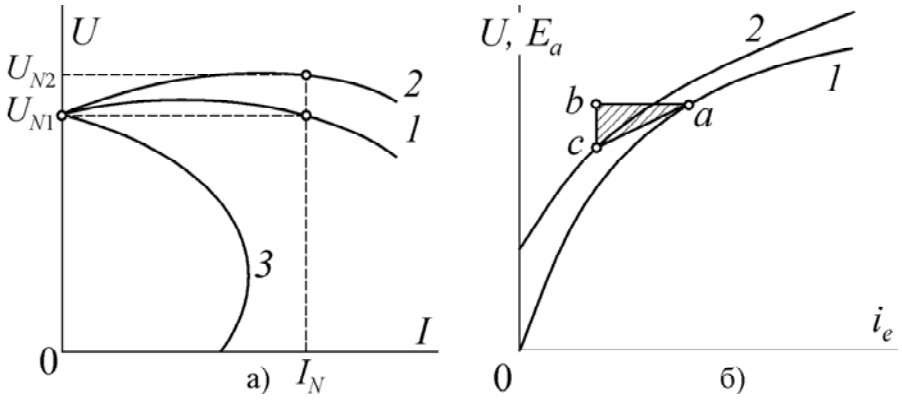


Рис. 41.9

Обычно обмотки возбуждения включаются согласно, т.е. так, чтобы их МДС складывались. При согласном включении главную роль играет параллельная обмотка, в то время как последовательная выполняет функцию компенсации реакции якоря и падения напряжения в его цепи. Этим достигается автоматическое регулирование напряжения в некоторых пределах изменения нагрузочного тока. Встречное включение применяется в особых случаях, например, в сварочных генераторах для получения внешней характеристики, близкой к источнику тока.

Самовозбуждение генератора протекает так же, как у генератора параллельного возбуждения.

Внешняя характеристика генератора смешанного возбуждения имеет вид, показанный на рис. 41.9, *а*.

Последовательная обмотка при согласном включении рассчитывается так, чтобы её МДС несколько превышала размагничивающую МДС реакции якоря. За счёт этой избыточной МДС последовательная обмотка подмагничивает генератор и компенсирует падение напряжения в цепи якоря. В результате напряжение генератора с увеличением тока вначале несколько возрастает (кривая *1* на рис. 41.9, *а*). В целом напряжение на выходе генератора смешанного возбуждения мало изменяется с изменением нагрузки, поэтому этот тип генерато-

ров используют в электроустановках, где требуется стабильность напряжения питания.

Последовательную обмотку можно выполнить в расчёте на компенсацию падения напряжения не только в генераторе, но и в линии, идущей к нагрузке, обеспечив тем самым постоянство напряжения у удалённого потребителя (кривая *2* на рис. 41.9, *а*).

Эффективность действия последовательной обмотки зависит от степени насыщения магнитной цепи машины. При сильном насыщении МДС последовательной обмотки будет создавать небольшое увеличение потока и ЭДС, и напряжение на выходе генератора с увеличением тока *I* будет уменьшаться. Поэтому генераторы смешанного возбуждения обычно насыщены слабо.

При встречном включении напряжение генератора с ростом тока резко уменьшается, что объясняется размагничивающим действием последовательной обмотки возбуждения (кривая *3* на рис. 41.9, *а*).

Нагрузочные характеристики генератора смешанного возбуждения имеют тот же вид, что и соответствующие характеристики генератора параллельного возбуждения, но при достаточно сильной последовательной обмотке они могут расположиться выше характеристики холостого хода (кривая *2* на рис. 41.9, *б*). Это следует из построения нагрузочной характеристики по характеристике холостого хода (кривая *1* на рис. 41.9, *б*) с помощью характеристического треугольника $\triangle abc$. Так как последовательная обмотка подмагничивает машину, то её действие можно учесть в виде намагничивающей реакции якоря, при которой катет *ab* должен располагаться вправо по отношению к катету *bc*. Очевидно, что в случае слабой последовательной обмотки нагрузочная характеристика расположится ниже характеристики холостого хода.

Глава 42. Двигатели постоянного тока

Двигатели постоянного тока находят широкое применение в авиации, автомобиле- и кораблестроении, на транспорте, в станкостроении и других областях техники. Мощности этих двигателей лежат в пределах от нескольких ватт до десятков мегаватт. Номинальной мощностью двигателей постоянного тока считается механическая мощность на валу.

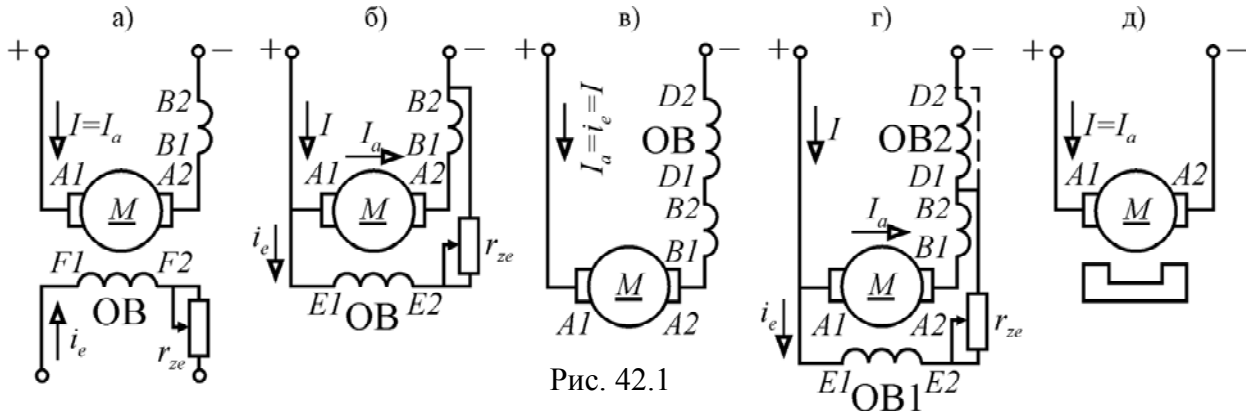


Рис. 42.1

По способу включения обмотки возбуждения двигатели постоянного тока подразделяют аналогично генераторам на двигатели независимого, параллельного (шунтового), последовательного (сериесного) и смешанного (компаундного) возбуждения (рис. 42.1, *а-г*). В системах автоматики часто используются также двигатели с магнитоэлектрическим возбуждением (рис. 42.1, *д*).

42.1. Уравнения двигателей постоянного тока

Уравнение Кирхгофа для цепи якоря двигателя постоянного тока имеет вид

$$U = E_a + I_a r_{a\Sigma} + \Delta U_b, \qquad (42.1)$$

где $I_a r_{a\Sigma}$ – падение напряжения в цепи якоря, ΔU_b – падение напряжения в щёточных контактах, а $r_{a\Sigma} = r_a + r_{ip} + r_{cm} + r_{se}$ – сопротивление цепи якоря, которое в общем случае включает в себя сопротивления обмоток якоря r_a, дополнительных полюсов r_{ip}, компенсационной r_{ip} и последовательной r_{se} обмоток. Одно или несколько из трёх последних слагаемых $r_{a\Sigma}$ в зависимости от конструкции машины и типа возбуждения может отсутствовать.

Для упрощённых расчётов падение напряжения на щёточных контактах можно заменить падением напряжения на постоянном переходном сопротивлении $r_b = \Delta U_b / I_{aN}$.

Тогда

$$U = E_a + I_a R_a, \qquad (42.2)$$

где $R_a = r_{a\Sigma} + r_b$.

Из уравнения (42.2) следует, что ток и падение напряжения в цепи якоря

$$I_a R_a = U - E_a \Leftrightarrow I_a = \frac{U - E_a}{R_a} \qquad (42.3)$$

определяются не только приложенным напряжением U, но также и ЭДС $E_a = c\Phi_\delta \Omega$. В двигательном режиме $U > E_a$ и направление (знак) тока совпадает с направлением (знаком) U. При этом ЭДС E_a направлена (действует) встречно по отношению к току и напряжению и называется противо-ЭДС.

Умножением (42.1) на I_a можно получить уравнение баланса мощности цепи якоря

$$\begin{gathered} UI_a = E_a I_a + I_a^2 r_{a\Sigma} + \Delta U_b I_a \\ \Downarrow \\ P_1 = P_{em} + \Delta P_a, \end{gathered} \qquad (42.4)$$

где $P_1 = UI_a$ – электрическая мощность, потребляемая от источника питания цепи якоря; $P_{em} = E_a I_a = M\Omega$ – электромагнитная мощность, численно равная полной механической мощности двигателя; $\Delta P_a = I_a^2 r_{a\Sigma} + \Delta U_b I_a$ – потери мощности в цепи якоря, включающие электрические потери в обмотках $I_a^2 r_{a\Sigma}$ и в переходном сопротивлении щёточных контактов $\Delta U_b I_a$.

Часть электромагнитной мощности расходуется на потери в двигателе: механические потери ΔP_{mc}, магнитные потери в сердечнике якоря $\Delta P_{a\,\mathrm{Fe}}$ и добавочные потери ΔP_z. Остальная часть в виде полезной механической мощности P_2 передаётся приводимому в движение механизму, т.е.

$$P_{em} = P_2 + \Delta P_{mc} + \Delta P_{a\,\mathrm{Fe}} + \Delta P_z = P_2 + \Delta P_{em}, \qquad (42.5)$$

где $\Delta P_{em} = \Delta P_{mc} + \Delta P_{a\,\mathrm{Fe}} + \Delta P_z$ – потери энергии в якоре, покрываемые за счёт электромагнитной мощности.

В двигателях с электромагнитным возбуждением помимо потерь энергии в цепи якоря существуют потери в обмотке или в обмотках возбуждения ΔP_e, величина которых зависит от схемы их подключения.

Таким образом, уравнение баланса мощности с учётом всех потерь в двигателе имеет вид

$$\begin{aligned} P_1 &= P_2 + \Delta P_{mc} + \Delta P_{a\,\mathrm{Fe}} + \Delta P_z + \Delta P_a + \Delta P_e = \\ &= P_2 + \Delta P \end{aligned} \qquad (42.6)$$

где $\Delta P = \Delta P_{mc} + \Delta P_{a\,\mathrm{Fe}} + \Delta P_z + \Delta P_a + \Delta P_e$ – суммарные потери в двигателе.

Поделив обе части уравнения (42.5) на угловую скорость вращения якоря $\Omega = 2\pi n/60$, получим уравнение моментов

$$\begin{gathered} P_{em}/\Omega = P_2/\Omega + \Delta P_{em}/\Omega \\ \Downarrow \\ M = M_2 + M_0, \end{gathered} \qquad (42.7)$$

где $M = c\Phi_\delta I_a = \Psi I_a$ – электромагнитный момент двигателя, действующий в направлении вращения якоря; $M_2 = P_2/\Omega$ – вращающий момент на валу; $M_0 = \Delta P_{em}/\Omega$ – момент холостого хода, соответствующий потерям энергии ΔP_{em}.

Подставляя в (42.2) выражение для ЭДС якоря (40.21), получим уравнение угловой частоты вращения

$$\begin{gathered} U - I_a R_a = E_a = c\Omega\Phi_\delta \\ \Downarrow \\ \Omega = \frac{U - I_a R_a}{c\Phi_\delta} = \frac{U}{c\Phi_\delta} - \frac{R_a}{c\Phi_\delta} I_a = \Omega_0 - \Delta\Omega \end{gathered} \qquad (42.8)$$

Отсюда следует, что электрическое равновесие в цепи якоря при любом изменении подводимого напряжения U, падения напряжения $I_a R_a$ или магнитного потока Φ_δ сохраняется за счёт изменения частоты вращения Ω. Причём связь между механическими воздействиями и электромагнитными процессами в цепи якоря, обеспечивающими устойчивость работы машины, осуществляется посредством ЭДС E_a. Если, например, нагрузка на валу M_L увеличилась, то, в соответствии с уравнением движения, возникнет отрицательное ускорение и

частота вращения будет уменьшаться. Это вызовет уменьшение ЭДС E_a, что приведёт к увеличению тока якоря* и, следовательно, электромагнитного момента двигателя M. Изменение частоты вращения будет продолжаться до тех пор, пока не возникнет состояние равенства $M = M_L$.

42.2. Характеристики двигателей постоянного тока

Основными характеристиками, по которым оцениваются рабочие свойства двигателей, являются:

- скоростная (электромеханическая) характеристика $\Omega = f(I_a)$ – зависимость угловой частоты вращения от величины тока якоря;
- моментная характеристика $M = f(I_a)$ – зависимость электромагнитного момента от величины тока якоря;
- механическая характеристика $\Omega = f(M)$ – зависимость угловой частоты вращения от электромагнитного момента.

Скоростные и механические характеристики снимают при постоянном напряжении, подводимом к якорю, а для двигателей с параллельной обмоткой возбуждения, кроме того, и при постоянном значении тока в ней.

42.2.1. Характеристики двигателей независимого и параллельного возбуждения

Характеристики двигателей обычно снимают при $U = U_N = \text{const}$ и $i_e = i_{eN} = \text{const}$. Номинальный ток возбуждения i_{eN} устанавливают так, чтобы обеспечить номинальную частоту вращения Ω_N при номинальном значении тока якоря I_N.

В двигателе с ненасыщенной магнитной системой или с компенсированной реакцией якоря скоростная и моментная характеристики соответствуют уравнениям (42.8) и (40.26) и представляют собой прямые линии (линии *1* на рис. 42.2).

Исключая из уравнений (42.8) и (40.26) ток якоря I_a, получим уравнение механической характеристики

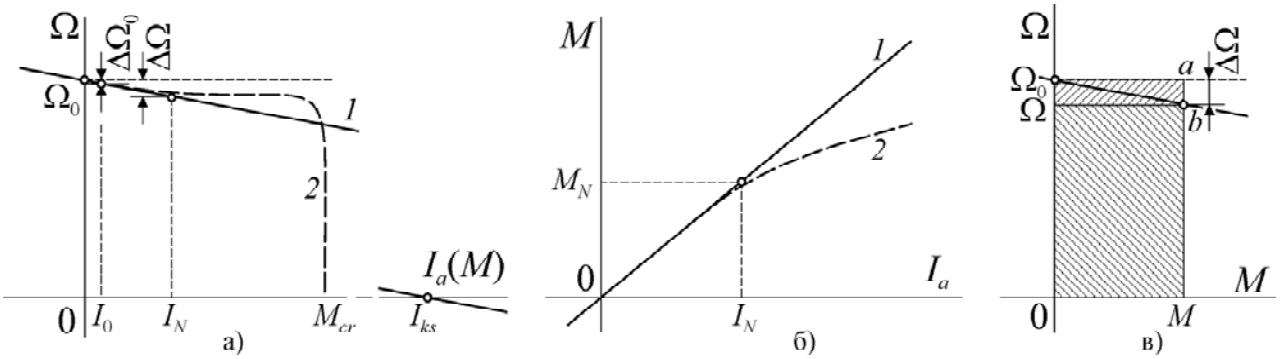


Рис. 42.2

* см. выражение (42.3)

$$\Omega = \frac{U}{c\Phi_\delta} - \frac{R_a}{\left(c\Phi_\delta\right)^2} M = \Omega_0 - M/h = \Omega_0 - \Delta\Omega, \qquad (42.9)$$

где $h = \left(c\Phi_\delta\right)^2 / R_a$ – жёсткость механической характеристики, определяющая величину изменения частоты вращения $\Delta\Omega = M/h$ под воздействием электромагнитного момента $M = M_2 + M_0$.

Очевидно, что уравнению механической характеристики (42.9) также соответствует прямая линия, отличающаяся от скоростной характеристики только масштабом оси абсцисс, что позволяет ограничиться рассмотрением свойств одной из характеристик, распространяя полученные результата на обе.

Первое слагаемое в правой части уравнений скоростной и механической характеристик

$$\Omega_0 = \frac{U}{c\Phi_\delta} \qquad (42.10)$$

представляет собой частоту вращения двигателя при идеальном холостом ходе, т.е. когда ток в цепи якоря I_a и электромагнитный момент двигателя M равны нулю. Эта величина зависит только от приложенного напряжения U и основного магнитного потока Φ_δ.

Режим идеального холостого хода двигателя ($M = 0; I_a = 0$) возможен при условии, что момент потерь якоря M_0 компенсируется внешним вращающим моментом на валу. В противном случае при отсоединении нагрузки ($M_2 = 0$) момент потерь будет компенсироваться электромагнитным моментом $M = M_0$, и частота вращения будет меньше

$$\Omega_0' = \Omega_0 - \Delta\Omega_0 = \Omega_0 - M_0/h = \Omega_0 - I_0 R_a/(c\Phi_\delta). \qquad (42.11)$$

В двигателях средней и большой мощности $M_0 = (0{,}02\ldots0{,}05)M_N$, поэтому $\Delta\Omega_0$ составляет 0,2…0,5% от скорости холостого хода. В двигателях малой мощности потери относительно велики, ток и момент холостого хода достигают 15…20%. Соответственно понижается и частота вращения.

Изменение частоты вращения при переходе от холостого хода к режиму номинальной нагрузки у двигателей мощностью выше 3…5 кВт обычно не превышает $\Delta\Omega_N = (2\ldots8\%)\Omega_0$. Такие механические и скоростные характеристики называются жёсткими. Высокая жёсткость характеристик обеспечивает стабильность частоты вращения двигателя в широком диапазоне изменения нагрузки, но приводит к значительным токовым и механическим перегрузкам при непосредственном подключении к сети. Действительно, полагая в уравнениях (42.8) и (42.9) $\Omega = 0$, получим пусковой ток I_{ks} и пусковой момент M_{ks}

$$I_{ks} = U/R_a; \;\; M_{ks} = c\Phi_\delta I_{ks} = c\Phi_\delta U/R_a. \qquad (42.12)$$

Так как сопротивление цепи якоря обычно невелико, то эти величины в 10…50 раз превосходят номинальные значения. Это означает, что пуск двигателя независимого возбуждения прямым включением в сеть или его работа с затормо-

женным якорем недопустимы, за исключением двигателей малой мощности, у которых сопротивление якорной цепи относительно велико и может ограничить ток и вращающий момент до значений, безопасных в кратковременном режиме.

Механическая характеристика позволяет наглядно графически оценить баланс мощности в цепи якоря. Действительно,

$$E_a = c\Phi_\delta\Omega = c\Phi_\delta\Omega_0 - c\Phi_\delta\Delta\Omega$$

$$\Downarrow$$

$$E_a I_a = M\Omega = c\Phi_\delta\Omega_0 I_a - c\Phi_\delta\Delta\Omega I_a = M\Omega_0 - M\Delta\Omega$$

Сопоставляя это уравнение с уравнением (42.4), можно заключить, что для любого значения электромагнитного момента M, площади прямоугольников $\Omega_0 ab\Omega$, $\Omega_0 aM0$ и $\Omega bM0$ соответствуют потерям энергии в цепи ротора $\Delta P_a = M\cdot\Delta\Omega$, мощности $P_1 = M\Omega_0$, потребляемой цепью ротора, и электромагнитной мощности $P_{em} = M\Omega$ (рис. 42.2, *в*).

Каждый квадрант плоскостей механической и скоростной характеристик электрической машины соответствует определённому режиму её работы, который можно определить по знаку механической и электрической мощности.

Если построить механическую и скоростную характеристики в диапазонах изменения момента $-\infty < M < +\infty$ и тока якоря $-\infty < I_a < +\infty$, то точки характеристик расположатся в трёх квадрантах плоскостей $M\Omega$ и $I_a\Omega$. При положительной полярности напряжения $U > 0$ это будут первый, второй и четвёртый квадранты, а при отрицательной полярности ($U < 0$) – второй, третий и четвёртый квадранты (рис. 42.3). В каждой точке первого и третьего квадрантов плоскости механической характеристики знак произведения координат

$$\text{sign}(P_{em}) = \text{sign}(M\cdot\Omega)$$

положительный, т.е. полная механическая мощность положительна, а в точках второго и четвёртого квадрантов знак произведения и мощность отрицательные. Это означает, что в первом и третьем квадрантах машина отдаёт механическую мощность нагрузке, а во втором и четвёртом – получает её от механизма, приводящего вал во вращение. Скоростная характеристика позволяет определить знак электрической мощности

$$\text{sign}(P_{el}) = \text{sign}(U\cdot I).$$

В случае $U > 0$ положительному знаку электрической мощности, т.е. потреблению её от источника питания, соответствует полуплоскость, где $I_a > 0$, а при $U < 0$ – полуплоскость, где $I_a < 0$ (рис. 42.3). Остальные квадранты плоскости скоростной характеристики соответствуют отрицательной электрической мощности, т.е. отдаче энергии источнику питания.

Увязывая направления потоков энергии со знаками механической и электрической мощности, можно указать режимы работы машины для каждого квадранта характеристик (рис. 42.3).

Таким образом, переход из двигательного в генераторный режим происходит при превышении частотой вращения значения, соответствующего холостому ходу $|\Omega|>|\Omega_0|$. При этом изменяются направление (знак) вращающего момента M и направление (знак) тока якоря I_a. Электромагнитный момент действует встречно по отношению к направлению вращения и является тормозным, а ток в цепи якоря протекает согласно с направлением ЭДС E_a. Режим электромагнитного торможения наступает в случае изменения направления вращения ($|\Delta\Omega|>|\Omega_0|$) при сохранении направления действия (знака) вращающего момента M и направления (знака) тока в цепи якоря I_a.

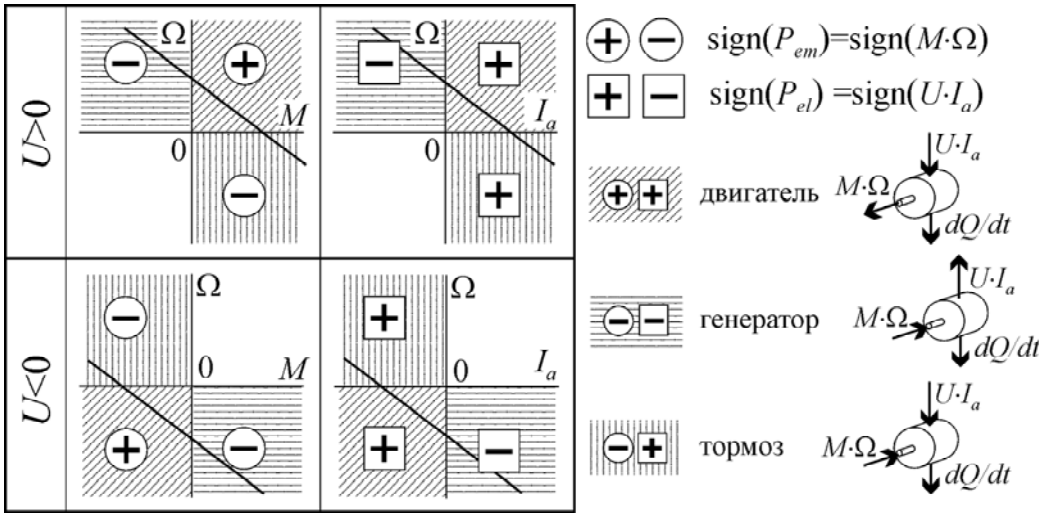


Рис. 42.3

Рассмотренные выше характеристики соответствуют условию $\Phi_\delta = \text{const}$. Однако в двигателях малой мощности компенсационную обмотку, как правило, не устанавливают. Поэтому из-за размагничивающего действия реакции якоря магнитный поток машины изменяется

$$\Phi_\delta = f(I_a) = \Phi_{\delta 0} - \Delta\Phi,$$

где $\Phi_{\delta 0} = \text{const}$ – поток, созданный током возбуждения; $\Delta\Phi = f(I_a)$ – уменьшение потока, представляющее собой сложную нелинейную функцию от тока якоря.

С учётом этого моментная, скоростная и механическая характеристики также будут нелинейными функциями

$$M = c\Phi_\delta(I_a)I_a; \tag{42.13}$$

$$\Omega = \frac{U - I_a R_a}{c\Phi_\delta(I_a)}; \tag{42.14}$$

$$\Omega = \frac{U}{c\Phi_\delta(I_a)} - \frac{R_a}{\left[c\Phi_\delta(I_a)\right]^2}M. \tag{42.15}$$

При малых токах, когда влияние реакции якоря несущественно, эти характеристики практически совпадают с характеристиками компенсированной ма-

шины (штриховые линии на рис. 42.2). Однако по мере увеличения нагрузки влияние реакции якоря проявляется во всё большей степени. Особенно сильно искажается механическая характеристика, т.к. здесь зависимость от величины магнитного потока квадратичная (кривая 2 на рис. 42.2, *а*). Характеристика становится более жёсткой и при сильном размагничивании может приобрести даже возрастающий характер. Увеличение электромагнитного момента при ослаблении магнитного потока происходит за счёт увеличения тока якоря, что влечёт за собой ёщё большее ослабление потока. До тех пор пока компенсация размагничивания возрастающим током возможна двигатель сохраняет работоспособность. Но при некоторой критической нагрузке M_{cr} размагничивание становится столь значительным, что при данном напряжении питания, частоте вращения и сопротивлении R_a ток в цепи якоря не может достичь значения, обеспечивающего нужный электромагнитный момент, и происходит «опрокидывание» двигателя, т.е. неконтролируемое резкое падение частоты вращения.

Иногда реакцию якоря не удаётся компенсировать и в крупных машинах, если они рассчитаны на большую линейную и магнитную нагрузку. В таких двигателях $\partial M / \partial \Omega > 0$, поэтому устойчивая работа привода возможна только в сочетании с механизмами, имеющими механические характеристики особого вида*. Для компенсации реакции якоря в этих двигателях предусматривают специальную обмотку, состоящую из небольшого числа витков и располагающуюся на главных полюсах машины. Её включают последовательно согласно с обмоткой возбуждения и называют стабилизирующей обмоткой. Параметры обмотки рассчитывают так, чтобы основной магнитный поток независимо от нагрузки оставался практически постоянным. В результате механическая характеристика машины становится падающей, т.е. $\partial M / \partial \Omega < 0$. Этим обеспечивается устойчивость при работе с большинством механизмов, встречающихся на практике.

Высокая жёсткость механической характеристики двигателей независимого и параллельного возбуждения предопределяет их применение в приводах, где требуется примерно постоянная частота вращения (металлорежущие станки, вентиляторы и др.). Двигатели независимого возбуждения находят также применение в приводах с широким диапазоном регулирования частоты вращения.

42.2.2. Характеристики двигателей последовательного возбуждения

Характерной особенностью двигателя последовательного возбуждения является зависимость основного магнитного потока от нагрузки, т.к. $I_a = i_e = I$, а $\Phi_\delta \sim i_e;\ M \sim I_a \Rightarrow \Phi_\delta \sim M$.

Если пренебречь насыщением, то магнитный поток будет линейной функцией от тока якоря

$$\Phi_\delta = k_\Phi I .$$

* см. раздел 24.2

Подставляя эту зависимость в уравнения моментной, скоростной и механической характеристик и полагая, что падение напряжения на обмотке возбуждения пренебрежимо мало, получим

$$M = c\Phi_\delta I = ck_\Phi I^2; \tag{42.16}$$

$$\Omega = \frac{U - IR_a}{c\Phi_\delta} = \frac{U - IR_a}{ck_\Phi I} = \frac{U}{ck_\Phi I} - \frac{R_a}{ck_\Phi}; \tag{42.17}$$

$$\Omega = \frac{U}{c\Phi_\delta} - \frac{R_a}{\left[c\Phi_\delta\right]^2} M = \frac{U}{\sqrt{ck_\Phi}\sqrt{M}} - \frac{R_a}{ck_\Phi}. \tag{42.18}$$

Моментная характеристика двигателя последовательного возбуждения (42.16) представляет собой параболическую зависимость, показанную на рис. 42.4, *б*. С учётом насыщения магнитной цепи и реакции якоря электромагнитный момент в области больших токов будет меньше расчётного значения (кривая 2 на рис. 42.4, *б*).

Скоростная и механическая характеристики имеют гиперболический характер (рис. 42.4, *а*). При уменьшении нагрузки и тока якоря происходит уменьшение магнитного потока двигателя, что вызывает увеличение частоты вращения. Теоретически скорость холостого хода

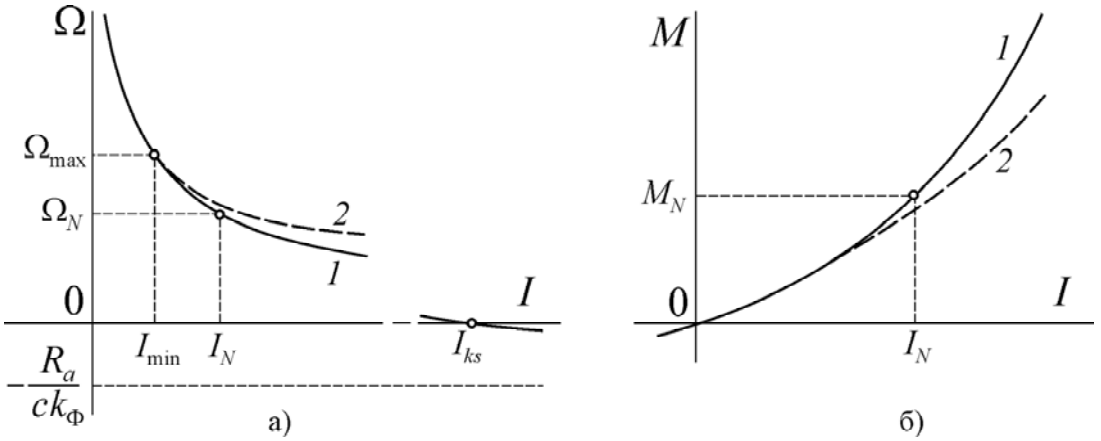


Рис. 42.4

$$\Omega_0 = \lim_{I\to 0}\Omega(I) = \lim_{M\to 0}\Omega(M) = \infty. \tag{42.19}$$

Это означает, что при отсутствии нагрузки на валу двигателя частота вращения будет возрастать, пока не достигнет значения, превышающего предел механической прочности, после чего машина разрушится. Поэтому работа двигателя последовательного возбуждения или его пуск при нагрузке менее 25% от номинальной недопустима. Для тока минимально допустимое значение составляет $I_{\min} = \sqrt{0.25}I_N = 0,5I_N$. Это требование не относится к двигателям малой мощности, т.к. их момент M_0, обусловленный потерями в якоре, относительно велик и за счёт него частота вращения ограничивается.

Отсутствие конечного значения предела (42.19) означает отсутствие точек пересечения скоростной и механической характеристик с осями ординат и, со-

ответственно, возможности перехода в генераторный режим путём повышения частоты вращения. Ось ординат является асимптотой скоростной и механической характеристик. Второй асимптотой этих характеристик является линия

$$\Omega_{\min} = \lim_{I\to\infty}\Omega(I) = \lim_{M\to\infty}\Omega(M) = -\frac{R_a}{ck_\Phi}. \qquad (42.20)$$

Частота вращения двигателя последовательного возбуждения сильно зависит от нагрузки, т.е. его механическая характеристика имеет малую жёсткость и называется мягкой. С учётом насыщения магнитной цепи и реакции якоря скоростная и механическая характеристики будут проходить несколько выше расчётных характеристик, соответствующих линейной магнитной цепи (кривая *2* на рис. 42.4, *а*).

Пусковой ток и пусковой момент двигателя составляют

$$I_{ks} = U/R_a;\ \ M_{ks} = ck_\Phi I_{ks}^2 = ck_\Phi\left(U/R_a\right)^2. \qquad (42.21)$$

Следовательно, при одинаковых допустимых значениях пускового тока $I_{ks\max} = (1{,}5\ldots2{,}0)I_N$ пусковой момент двигателя последовательного возбуждения будет в 2,25…4 раза больше, чем у двигателя параллельного или независимого возбуждения*. Кроме того, при $R_a \approx 0$ у двигателей параллельного возбуждения $\Omega_{||} \approx \text{const}$, а у двигателей последовательного возбуждения $\Omega_{--} \approx c/\sqrt{M}$. Поэтому мощность на валу этих двигателей

$$P_{2||} = M\Omega_{||} \sim M;\ \ P_{2--} = M\Omega_{--} \sim \sqrt{M}.$$

Таким образом, при изменении нагрузки в широких пределах мощность двигателей последовательного возбуждения изменяется значительно меньше, чем у двигателей параллельного возбуждения. Поэтому для двигателей последовательного возбуждения перегрузки по моменту менее опасны. Всё это позволяет использовать двигатели последовательного возбуждения в приводах с тяжёлыми условиями пуска и широким диапазоном изменения момента нагрузки (подъёмно-транспортные установки, электрическая тяга на транспорте и т.п.).

42.2.3. Характеристики двигателей смешанного возбуждения

Магнитный поток в двигателях смешанного возбуждения создаётся параллельной и последовательной обмотками

$$\Phi_\delta(I) = \Phi_1 \pm \Phi_2(I), \qquad (42.22)$$

где $\Phi_1 \approx \text{const}$ – магнитный поток параллельной обмотки, практически постоянный даже в схеме с коротким шунтом, т.к. сопротивление последовательной обмотки $r_{e2} \approx 0$; $\Phi_2(I)$ – магнитный поток последовательной обмотки, зависящий от тока якоря I_a или от полного тока $I = I_a + i_e \approx I_a$.

Положительный знак в (42.22) соответствует согласному включению обмоток возбуждения.

* см. выражения (42.12)

Уравнения моментной, скоростной и механической характеристик двигателя смешанного возбуждения получаются подстановкой (42.22) в уравнения (42.13)-(42.15).

Скорость холостого хода двигателя смешанного возбуждения имеет конечное значение и определяется магнитным потоком параллельной обмотки

$$\Omega_0 = \frac{U}{c\Phi_1}. \qquad (42.23)$$

На рис. 42.5 показан типичный вид характеристик двигателей со смешанным согласным (кривые *1*), параллельным (кривые *2*) и последовательным (кривые *3*) возбуждением. При этом предполагается, что все три двигателя имеют одинаковые номинальные данные.

При согласном включении магнитный поток Φ_δ с увеличением нагрузки возрастает. Поэтому двигатель имеет более мягкую механическую характеристику по сравнению с двигателем параллельного возбуждения, но более жёсткую по сравнению с двигателем последовательного возбуждения.

В зависимости от соотношения МДС обмоток характеристики двигателя смешанного возбуждения могут занимать любое положение в области ограниченной характеристиками двигателя параллельного и последовательного возбуждения.

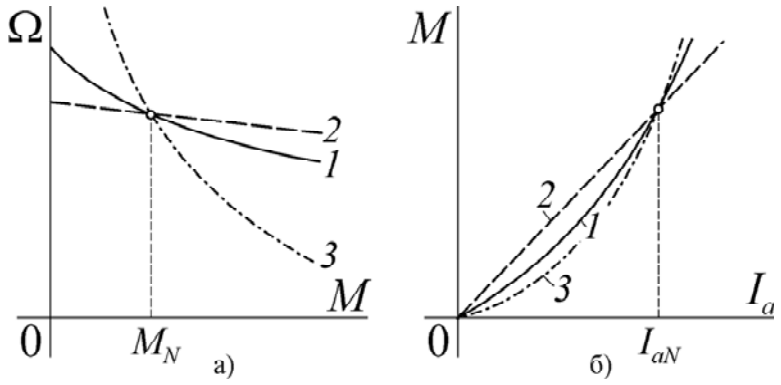


Рис. 42.5

При встречном включении МДС последовательной обмотки размагничивает двигатель, вызывая увеличение частоты вращения. За счёт этого можно получить практически абсолютно жёсткую механическую характеристику. Однако из-за сложной нелинейной зависимости магнитного потока от нагрузки и влияния реакции якоря, создающих опасность «опрокидывания» двигателя, на практике встречное включение обмоток обычно не применяется.

Двигатели смешанного возбуждения применяются в приводах, где требуется большой пусковой момент и допустимы значительные изменения частоты вращения при изменении нагрузки в широких пределах вплоть до холостого хода. В связи с этим они применяются в приводах компрессоров, строгальных станков, прокатных станов, подъёмников, а также для электрической тяги, т.к. позволяют просто реализовать генераторный режим.

42.3. Пуск двигателей постоянного тока

При работе двигателя ток якоря определяется разностью между подводимым напряжением U и противо-ЭДС E_a*. В момент пуска якорь неподвижен, поэтому $E_a = 0$ и ток в цепи якоря ограничивается только небольшим сопротивлением обмотки и щёточного контакта R_a. Величина пускового тока при включении на номинальное напряжение превосходит номинальный ток в 10…50 раз. Это недопустимо ни для щёточных контактов из-за чрезмерной плотности тока, ни для обмоток из-за больших электродинамических усилий, ни для вала и трансмиссии из-за больших вращающих моментов, ни для источника питания из-за большого падения напряжения. Поэтому прямое включение в сеть допускается только для двигателей, у которых сопротивление цепи якоря относительно велико и за счёт этого величина пускового тока не превосходит номинальное значение более чем в 2…3 раза. Обычно это двигатели мощностью не более 0,7…1,0 кВт. В противном случае необходимо либо понизить напряжение источника питания, либо включить последовательно в цепь якоря добавочный резистор r_{st}, ограничивающий величину тока (рис. 42.6).

Полное сопротивление пускового реостата r_{st} выбирают так, чтобы в первый момент пуска, когда $\Omega = 0$, ток якоря был равен

$$I_{ks} = \frac{U_N}{R_a + r_{st}} \le (2\ldots2{,}5)I_N \Rightarrow\ r_{st} \ge \frac{U_N}{(2\ldots2{,}5)I_N} - R_a .$$

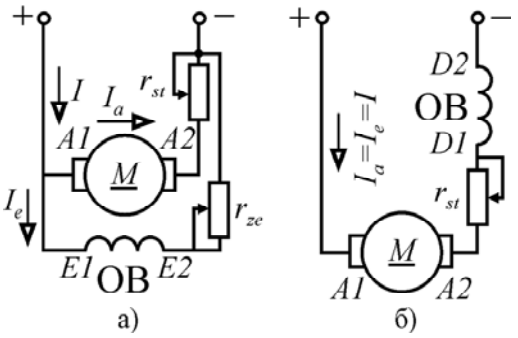


Рис. 42.6

В начале пуска реостат включается полностью. По мере увеличения частоты вращения противо-ЭДС растёт и ток уменьшается. Поэтому сопротивление реостата также постепенно уменьшают, а по завершении пуска, когда частота вращения достигнет установившегося значения, его выводят полностью.

Регулирование величины сопротивления пускового реостата обычно выполняется дискретно 3…4 ступенями, как в ручном, так и в автоматическом режиме.

Для пуска двигателей большой мощности применять пусковые реостаты нецелесообразно, т.к. это приводит к большим потерям энергии и, кроме того, пусковое устройство становится громоздким. Поэтому здесь применяют безреостатный пуск путём понижения напряжения питания. В случае одновременного пуска нескольких двигателей понизить напряжение можно их последовательным соединением с переключением на параллельное соединение по окончании разгона. В установках с регулируемыми источниками питания, например, с управляемыми выпрямителями, напряжение можно плавно поднимать, не допуская электрических и механических перегрузок. Параллельную обмотку воз-

* см. выражение (42.8)

буждения при этом необходимо питать от другого источника с полным напряжением, чтобы иметь при пуске нормальный магнитный поток в машине.

42.4. Реверс двигателей постоянного тока

Изменение направления вращения двигателя называется реверсом. В двигательном режиме вращения якоря возникает в результате действия электромагнитного момента и совпадает с ним по направлению. Математически электромагнитный момент можно определить как произведение пространственных векторов магнитного потока $\mathbf{\Phi}_\delta$ и тока якоря $\mathbf{I}_a$

$$\mathbf{M} = c\left(\mathbf{\Phi}_\delta \times \mathbf{I}_a\right)$$

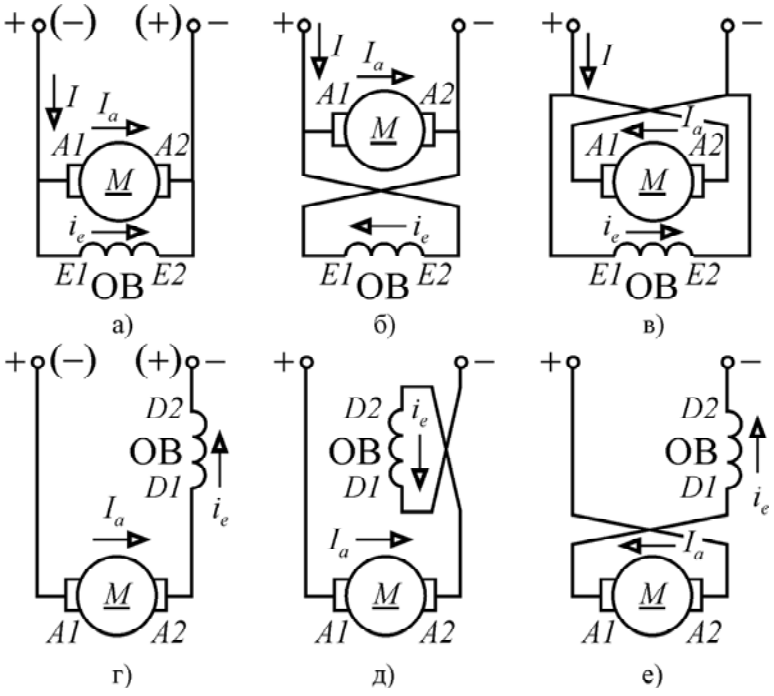


Рис. 42.7

Следовательно, изменить направление действия (знак) электромагнитного момента и направление вращения можно либо изменив направление магнитного потока, либо направление тока в обмотке якоря.

Для этого необходимо поменять между собой выводы подключения либо обмотки возбуждения (рис. 42.7, *б* и *д*), либо обмотки якоря (рис. 42.7, *в* и *е*). Очевидно, что изменение подключения выводов обеих обмоток не приведёт к изменению направления вращения (рис. 42.7, *а* и *г*).

При изменении направления магнитного потока в двигателях смешанного возбуждения необходимо одновременно изменять подключение выводов параллельной и последовательной обмоток, чтобы не нарушать их согласования.

42.5. Торможение двигателей постоянного тока

Во многих технологических процессах режимы электрического торможения двигателей имеют большое, иногда решающее, значение. Существуют три вида торможения:

- рекуперативное или с отдачей энергии в сеть;
- противовключением;
- динамическое.

42.5.1. Рекуперативное торможение

В случае если частота вращения якоря превышает частоту при холостом ходе Ω_0, противо-ЭДС E_a становится больше напряжения сети U, ток якоря

$$I_a = \frac{U - E_a}{R_a}$$

изменяет направление (знак) на противоположное, и машина переходит в генераторный режим, работая параллельно с сетью. Этот режим возможен только за счёт внешнего вращающего момента, действующего на вал двигателя согласно с направлением вращения. При этом сам двигатель развивает тормозной момент *M*, действующий встречно по отношению к направлению вращения. Части механических и скоростных характеристик, относящиеся к режиму рекуперативного торможения, являются продолжением характеристик двигательного режима и располагаются во втором квадранте (отрезок *ab* на рис. 42.8). При реверсе режим рекуперативного торможения будет соответствовать четвёртому квадранту*.

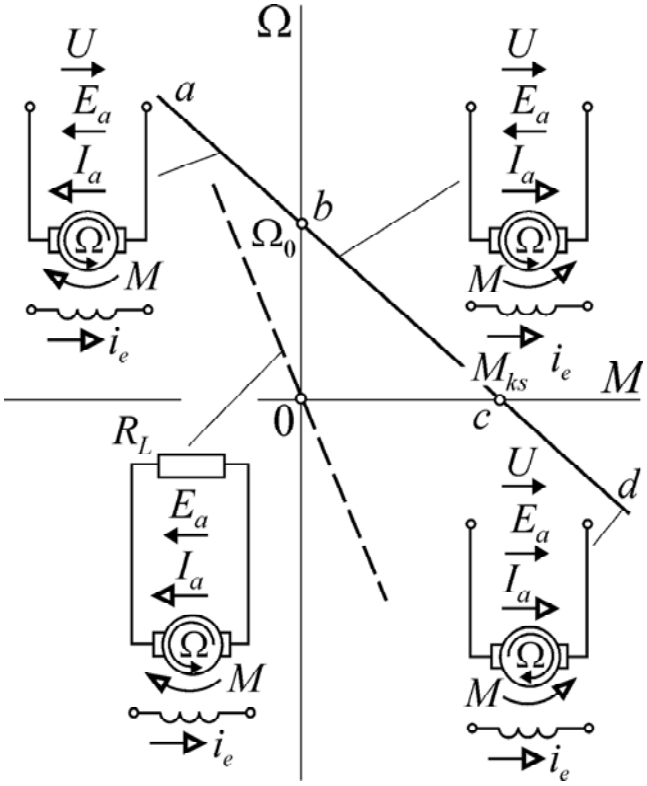


Рис. 42.8

Двигатель последовательного возбуждения не может перейти в режим рекуперативного торможения путём простого повышения частоты вращения. Поэтому переход в этот режим осуществляется с помощью переключения на параллельное возбуждение при соблюдении условия $\Omega > \Omega_0$. Рекуперативное торможение двигателей последовательного возбуждения широко применяется на электротранспорте, где распространён этот тип двигателей, и при торможении необходимо утилизировать большую кинетическую энергию грузов и подвижного состава.

В тех случаях, когда необходимо иметь возможность рекуперативного торможения без переключения в режим независимого возбуждения и, в то же время, мягкие характеристики двигателя последовательного возбуждения применяют двигатели смешанного возбуждения с сильной последовательной обмоткой.

42.5.2. Торможение противовключением

Торможение противовключением возможно как при неизменной полярности напряжения питания, так и при изменении полярности. В первом случае переход в режим торможения происходит вследствие изменения направления вращения под действием внешнего момента, величина которого превосходит мо-

* см. рис. 42.3

мент короткого замыкания двигателя M_{ks}. При этом происходит изменение знака ЭДС якоря E_a и она начинает действовать согласно с напряжением U, увеличивая ток якоря

$$I_a = \frac{U + E_a}{R_a}. \tag{42.24}$$

Электромагнитный момент двигателя, как и должно быть в режиме торможения, действует встречно по отношению к направлению вращения якоря. Части механических и скоростных характеристик, относящиеся к режиму торможения противовключением, являются продолжением характеристик двигательного режима и располагаются в четвёртом квадранте (отрезок *cd* на рис. 42.8). При противоположном направлении вращения режим торможению противовключением будет соответствовать второму квадранту.

Второй случай торможения противовключением возникает на начальном этапе реверса пока якорь по инерции продолжает движение в прежнем направлении, а полярность напряжения питания изменилась на противоположную. Здесь также как в предыдущем случае ЭДС действует согласно с напряжением U, а ток якоря

$$I_a = \frac{-U - E_a}{R_a} = -\frac{U + E_a}{R_a} \tag{42.25}$$

имеет направление, противоположное направлению при торможении в четвёртом квадранте (рис. 42.8). Однако в том, что при этом возникает режим противовключения легко убедиться, если в схеме, изображённой во втором квадранте рис. 42.8, изменить направление напряжения U. Тогда все указанные на ней направления с точностью до знака будут соответствовать схеме в четвёртом квадранте.

Так как механическая и скоростная характеристики двигателя последовательного возбуждения имеют участки, расположенные в четвёртом квадранте, то торможение противовключением этих двигателей ничем не отличается от торможения двигателей параллельного возбуждения.

Как следует из выражений (42.24) и (42.25), ЭДС якоря E_a в режиме противовключения действует согласно с напряжением U, т.е. не является противо-ЭДС. Это является характерным признаком режима противовключения и означает, что ток якоря в режиме торможения противовключением при прочих равных условиях превышает пусковой ток двигателя. Следовательно, его необходимо уменьшить включением в цепь якоря добавочного резистора r_{br}, рассчитанного на величину ЭДС при максимально возможной частоте вращения в противоположном направлении $E_{a\max} = c\Phi_\delta \Omega_{\max}$,

$$I_{br} = \frac{U_N + E_{a\max}}{R_a + r_{br}} \le (2\ldots2{,}5)I_N \Rightarrow\ r_{br} \ge \frac{U_N + E_{a\max}}{(2\ldots2{,}5)I_N} - R_a.$$

42.5.3. Динамическое торможение

При динамическом торможении двигателя параллельного возбуждения цепь якоря отключают от источника питания и замыкают на нагрузочное сопротивление R_L (рис. 42.8). Это соответствует условию $U = 0$. Тогда уравнения скоростной и механической характеристик приобретают вид

$$\Omega = -\frac{R_a + R_L}{c\Phi_\delta} I_a \;\Rightarrow\; I_a = -\frac{c\Phi_\delta \Omega}{R_a + R_L} = -\frac{E_a}{R_a + R_L}; \qquad (42.26)$$

$$\Omega = -\frac{R_a + R_L}{\left(c\Phi_\delta\right)^2} M\,. \qquad (42.27)$$

Обе характеристики представляют собой прямые, проходящие через начало координат и расположенные во втором и четвёртом квадрантах (рис. 42.8). Наклон прямых (жёсткость характеристик) при прочих равных условиях определяется суммарным сопротивлением $R_a + R_L$.

Машина в этом режиме является генератором, приводимым во вращение присоединённым к валу механизмом. Вырабатываемая электрическая мощность $P_1 \approx M\Omega$ рассеивается в виде тепла в сопротивлениях R_a и R_L, пропорционально их величинам.

Нагрузочное сопротивление R_L включают в цепь якоря для ограничения тока и вращающего момента. Его величину выбирают аналогично выбору пускового и тормозного сопротивлений

$$I_{db} = \frac{E_{a\max}}{R_a + R_L} \le (2\ldots2{,}5) I_N \Rightarrow\; R_L \ge \frac{E_{a\max}}{(2\ldots2{,}5) I_N} - R_a\,,$$

где $E_{a\max} = c\Phi_\delta \Omega_{\max}$ – ЭДС якоря при максимально возможной частоте вращения $\Omega_{\max}$.

Динамическое торможение двигателя последовательного возбуждения может осуществляться переключением в режим независимого возбуждения. Однако это связано со значительным расходом энергии на возбуждение.

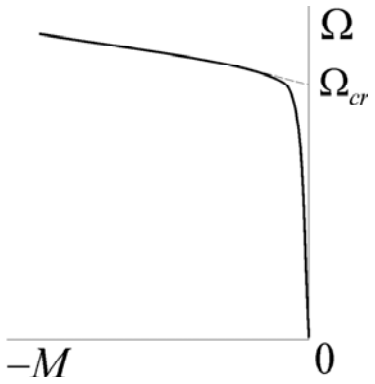


Рис. 42.9

Режим динамического торможения возможен не только при независимом возбуждении, но также и при самовозбуждении машины. Однако механические характеристики при самовозбуждении имеют резко выраженный нелинейный характер (рис. 42.9), когда при малых частотах вращения ($\Omega < \Omega_{cr}$) машина практически вообще не возбуждается, а затем возбуждение сопровождается возникновением значительного тормозного момента, что может отрицательно отразиться на приводимом в движение механизме. Достоинством динамического торможения с самовозбуждением является отсутствие источника питания, поэтому его применяют как аварийное торможение при нарушении электроснабжения.

42.6. Регулирование частоты вращения двигателей постоянного тока

В современных электроустановках редко используются нерегулируемые электроприводы. Это объясняется необходимостью оптимизации технологических процессов, что почти всегда связано с требованием управления механическими координатами рабочих органов: положением, скоростью движения и ускорением. Двигатели постоянного тока до недавнего времени были основным типом двигателей, используемым для этих целей, т.к. на их основе с помощью простейших, надёжных и хорошо изученных технических решений можно создавать высококачественные автоматизированные электроприводы.

Рассмотренные выше характеристики двигателей постоянного тока позволяют сделать заключение, что частоту вращения можно регулировать тремя способами:

- изменением сопротивления в цепи якоря;
- изменением магнитного потока (тока возбуждения);
- изменением подводимого напряжения.

При исследовании вопросов, связанных с регулированием частоты вращения, в качестве исходных принимают скоростную и механическую характеристики, полученные при номинальных значениях напряжения на якоре и тока возбуждения, а также при отсутствии добавочных сопротивлений в цепи якоря. Эти характеристики называются естественными, а все остальные, полученные при неноминальных значениях или при наличии добавочного сопротивления, – искусственными характеристиками.

Чтобы излишне не усложнять задачу второстепенными деталями вопросы регулирование частоты вращения мы рассмотрим, полагая магнитную систему машин ненасыщенной.

42.6.1. Регулирование изменением сопротивления в цепи якоря

Включение регулировочного резистора $r_{az} = \mathrm{var}$ в цепь якоря машины (рис. 42.10) эквивалентно увеличению на эту величину значения R_a, т.е. $R_{a\Sigma} = R_a + r_{az}$. Тогда для получения соответствующих характеристик машины достаточно во всех выражениях заменить R_a на $R_{a\Sigma} > R_a$.

Как следует из (42.8) и (42.9) в двигателе параллельного и независимого возбуждения включение регулировочного резистора никоим образом не влияет на частоту идеального холостого хода Ω_0. Поэтому при постоянном потоке возбуждения $\Phi_\delta = \mathrm{const}$ независимо от величины r_{az} $\Omega_0 = \mathrm{const}$. В то же время жёсткость характеристик h обратно пропорциональна величине $R_{a\Sigma}$. Значит, максимально возможная жёсткость соответствует естественным характеристикам. Из изложенного следует, что все скоростные и механические характеристики пересекаются в точке холостого хода и по мере роста r_{az} их наклон увеличивается (рис. 42.10, *б*).

Рабочая частота вращения определяется ординатой точки пересечения механических характеристик двигателя и приводимого в движение механизма.

Полагая нагрузочный момент постоянным $M_L = M_N = \text{const}$, получим несколько значений частоты вращения $\Omega_N, \Omega_1, \Omega_2$, соответствующих различным величинам r_{az} (рис. 42.10, *б*).

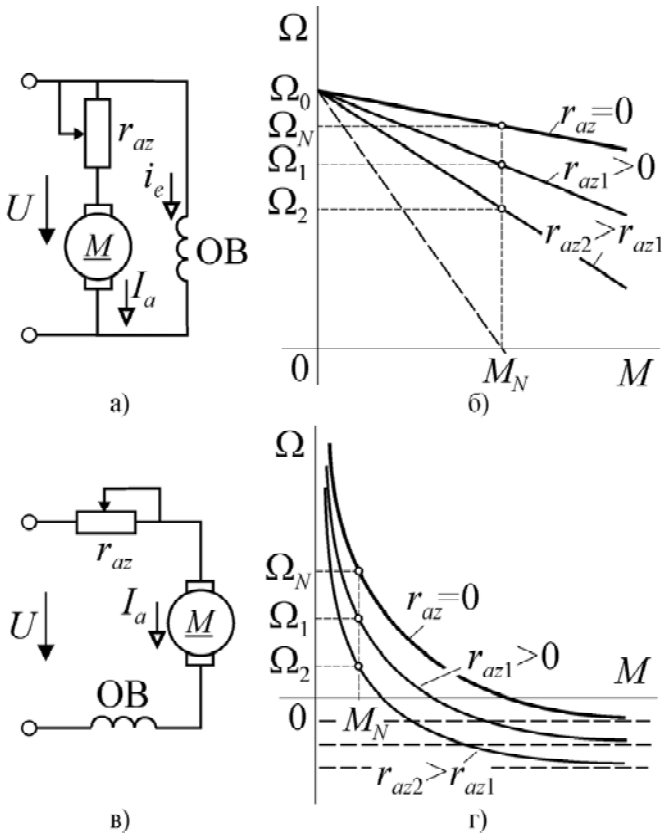


Рис. 42.10

Теоретически, увеличивая r_{az}, можно понижать частоту вращения вплоть до нуля, как это показано на рис. 42.10, *б* штриховой линией. Однако механические характеристики при больших значениях r_{az} настолько мягкие, что работа на них протекает нестабильно, с большими колебаниями частоты вращения при относительно малых изменениях нагрузки. Это обстоятельство ограничивает нижний предел регулирования.

Если уменьшить момент нагрузки, то при тех же значениях регулировочных резисторов рабочие точки сместятся по соответствующим характеристикам к началу координат и диапазон регулирования $D_\Omega = \Omega_{\max} / \Omega_{\min}$ пропорционально уменьшится, т.е. $D_\Omega = f(M_L)$, что обычно является нежелательным явлением.

Рассматриваемый способ регулирования частоты вращения обладает низкими энергетическими показателями, т.к. в регулировочном реостате рассеивается значительная мощность. Если двигатель работает с $M = M_L = \text{const}$, то при $\Phi_\delta = \text{const}$ ток якоря также будет постоянным $I_a = M/(c\Phi_\delta) = \text{const}$. Следовательно, если пренебречь потерями в обмотке возбуждения, то потребляемая от источника мощность $P_1 \approx UI_a = \text{const}$. При этом механическая мощность отдаваемая нагрузке $P_2 \approx M\Omega$. Отсюда КПД $\eta = P_2/P_1 \approx M\Omega/(UI_a) \sim \Omega$, т.е. КПД двигателя пропорционален частоте вращения. По этой причине реостатное регулирование является неэкономичным и имеет ограниченное применение.

На рис. 42.10, *г* показаны механические характеристики двигателя последовательного возбуждения при регулировании частоты вращения изменением сопротивления цепи якоря. Очевидно, что всё сказанное в отношении двигателя параллельного возбуждения справедливо и для этого типа двигателя, равно как и для двигателя смешанного возбуждения, однако с учётом нелинейности отме-

ченных закономерностей, вытекающей из нелинейности характеристик двигателей.

42.6.2. Регулирование изменением магнитного потока

Регулирование магнитного потока двигателя осуществляется изменением тока возбуждения. Так как обычно двигатель рассчитывается на работу с максимальным потоком в номинальном режиме, то регулирование возможно только путём ослабления потока.

Магнитный поток машины входит в знаменатели уравнений скоростной и механической характеристик. Поэтому при ослаблении потока частота вращения увеличивается (рис. 42.11).

В двигателях параллельного возбуждения изменение магнитного потока вызывает соответствующее изменение частоты идеального холостого хода $\Omega_0 = U/(c\Phi_\delta) = \text{var}$, поэтому скоростные и механические характеристики, полученные при различных значениях тока возбуждения, пересекают ось ординат в разных точках (рис. 42.11, *б*).

Кроме того, при изменении потока меняется жёсткость характеристик. По мере ослабления они становятся мягче.

Так как в знаменатели уравнения скоростной характеристики (42.8) магнитный поток входит в первой степени, то пусковой ток

$$I_{ks} = I_a\big|_{\Omega=0} = U / R_a = \text{const},$$

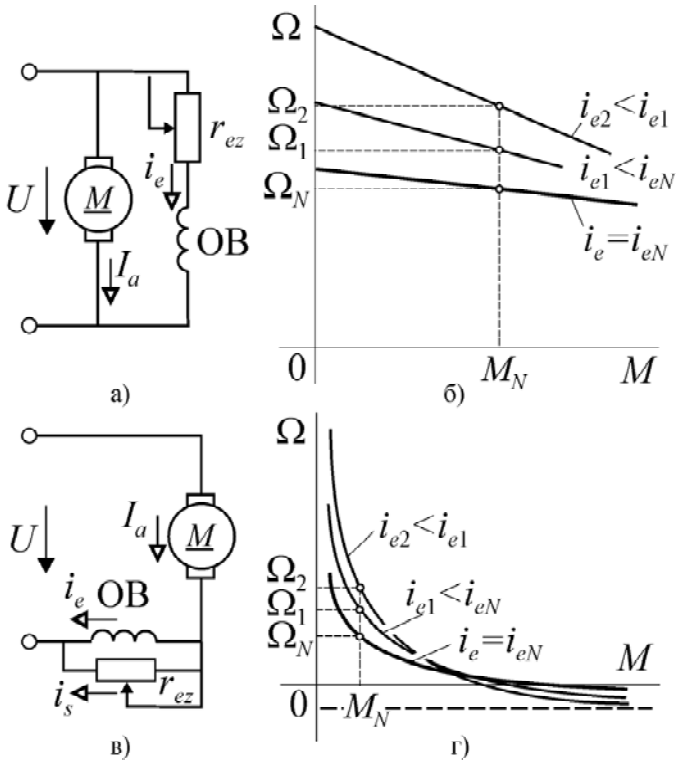


Рис. 42.11

т.е. он не зависит от величины магнитного потока, и все характеристики пересекаются в одной точке на оси абсцисс.

В то же время пусковой момент двигателя

$$M_{ks} = c\Phi_\delta I_{ks} = c\Phi_\delta U / R_a = \text{var}$$

линейно зависит от потока Φ_δ и будет разным при различных значениях тока возбуждения, но всегда меньше, чем при работе на естественной характеристике.

Изменение жёсткости механических характеристик при регулировании магнитного потока означает, что они пересекаются. Найдём координаты $\Omega_{12} = \Omega_1 = \Omega_2$ и $M_{12} = M_1 = M_2$ точки пересечения двух характеристик, соответствующих магнитным потокам $\Phi_{\delta 1}$ и $\Phi_{\delta 2}$. Из уравнения (42.9)

$$\Omega_{12}=\Omega_1=\frac{U}{c\Phi_{\delta1}}-\frac{R_a}{\left(c\Phi_{\delta1}\right)^2}M_{12}=\Omega_2=\frac{U}{c\Phi_{\delta2}}-\frac{R_a}{\left(c\Phi_{\delta2}\right)^2}M_{12}$$

$$\Downarrow$$

$$M_{12}=\frac{U}{R_a}c\frac{\Phi_{\delta1}\Phi_{\delta2}}{\Phi_{\delta1}+\Phi_{\delta2}}=M_{ks1}\frac{\Phi_{\delta2}}{\Phi_{\delta1}+\Phi_{\delta2}}=M_{ks2}\frac{\Phi_{\delta1}}{\Phi_{\delta1}+\Phi_{\delta2}};$$

$$M_{12}<M_{ks1};\ \ M_{12}<M_{ks2}$$

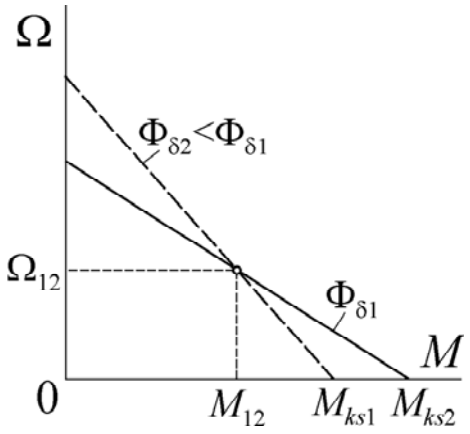


Рис. 42.12

Таким образом, точка пересечения механических характеристик существует и соответствует двигательному режиму, т.к. вращающий момент в этой точке M_{12} положителен и меньше меньшего из пусковых моментов M_{ks1} и M_{ks2} (рис. 42.12). Это означает, что реакция двигателя на изменение магнитного потока при нагрузке $M_L<M_{12}$ и $M_L>M_{12}$ будет разной. В первом случае при ослаблении потока частота вращения будет повышаться, а во втором – понижаться. Обычно нагрузку двигателя и диапазон регулирования магнитного потока выбирают так, чтобы частота вращения с уменьшением потока возрастала.

В двигателях последовательного возбуждения также возможно регулирование частоты вращения ослаблением магнитного потока. Для этого обмотку возбуждения шунтируют резистором $r_{ez}=\text{var}$ (рис. 42.11, *в*). Изменение сопротивления резистора приводит к перераспределению тока якоря I_a между обмоткой возбуждения и шунтом, вызывая уменьшение тока возбуждения при уменьшении сопротивления шунта. Полагая, что сопротивления обмотки возбуждения r_e и шунта пренебрежимо малы по сравнению с сопротивлением якоря $R_a\gg r_e\,||\,r_{ze}$, можно представить магнитный поток как

$$i_e=\frac{r_{ze}}{r_e+r_{ze}}I_a\ \Rightarrow\ \Phi_\delta=\frac{w_e\mu_0 b_\delta l_\delta}{k_\delta\delta}i_e=k_\Phi I_a,$$

где $k_\Phi=\dfrac{w_e\mu_0 b_\delta l_\delta}{k_\delta\delta}\cdot\dfrac{r_{ze}}{r_e+r_{ze}}=f(r_{ze})=\text{var}$ – коэффициент, имеющий размерность индуктивности.

Коэффициент магнитного потока k_Φ входит в знаменатели уравнения механической характеристики, следовательно, реакция на изменение магнитного потока в двигателе последовательного возбуждения будет такой же, как у двигателя параллельного возбуждения, т.е. при ослаблении потока частота вращения возрастает (рис. 42.11, *г*).

Однако, здесь также как в двигателе параллельного возбуждения, это происходит в определённом диапазоне нагрузки, т.к. искусственные механические

характеристики пересекаются в области двигательного режима. Действительно, если найти координаты точки пересечения $\Omega_{12}=\Omega_1=\Omega_2$ и $M_{12}=M_1=M_2$ для двух произвольных значений магнитного потока $\Phi_{\delta 1}\sim k_{\Phi 1}$ и $\Phi_{\delta 2}\sim k_{\Phi 2}$

$$\Omega_{12}=\Omega_1=\frac{U}{\sqrt{c}\sqrt{k_{\Phi 1}}\sqrt{M_{12}}}-\frac{R_a}{ck_{\Phi 1}}=\Omega_2=\frac{U}{\sqrt{c}\sqrt{k_{\Phi 2}}\sqrt{M_{12}}}-\frac{R_a}{ck_{\Phi 2}}$$

$$\Downarrow$$

$$M_{12}=\left(\frac{U}{R_a}\right)^2 c\frac{k_{\Phi 1}k_{\Phi 2}}{\left(\sqrt{k_{\Phi 1}}+\sqrt{k_{\Phi 2}}\right)^2}=M_{ks1}\frac{k_{\Phi 2}}{\left(\sqrt{k_{\Phi 1}}+\sqrt{k_{\Phi 2}}\right)^2}=M_{ks2}\frac{k_{\Phi 1}}{\left(\sqrt{k_{\Phi 1}}+\sqrt{k_{\Phi 2}}\right)^2};$$

$$M_{12}<M_{ks1};\ M_{12}<M_{ks2},$$

то окажется, что такая точка существует и соответствует моменту нагрузки меньше меньшего из пусковых моментов M_{ks1} и M_{ks2}. Следовательно, возрастание частоты вращения при ослаблении магнитного потока будет при нагрузках $M_L<M_{12}$.

В двигателях смешанного возбуждения регулирование производят изменением тока параллельной обмотки. Реакция машины на ослабление магнитного потока здесь такая же, как в двигателях параллельного возбуждения.

Ослабление магнитного потока приводит к неустойчивой работе двигателя. Кроме того при повышении частоты вращения ухудшаются условия коммутации и усиливается искрение. Поэтому диапазон регулирования частоты вращения составляет (1,5…2,5):1.

Особенностью рассматриваемого способа регулирования является необходимость уменьшения нагрузочного момента при повышении частоты вращения. Это связано с необходимостью ограничения тока якоря номинальным значением, т.е. $M_{\max}/(c\Phi_\delta)\le I_{aN}$. Отсюда следует, что при уменьшении магнитного потока пропорционально должен снижаться допустимый нагрузочный момент $M_{\max}$, а т.к. $\Omega\sim 1/\Phi_\delta$, то допустимая мощность на валу двигателя $P_{2\max}=M_{\max}\Omega\sim cI_{aN}\Phi_\delta/\Phi_\delta=\text{const}$. Поэтому регулирование частоты вращения ослаблением магнитного потока называется регулированием с постоянной мощностью.

42.6.3. Регулирование изменением подводимого напряжения

Третьим параметром, влияющим на частоту вращения двигателя постоянного тока, является напряжение *U*, подводимое к якорю машины. При этом зависимость между частотой вращения и напряжением примерно пропорциональная. Поскольку работа двигателя при $U>U_N$ недопустима, то изменение частоты возможно только в сторону её понижения.

Для реализации этого способа двигатель должен питаться от автономного регулируемого источника. До недавнего времени основным источником питания таких устройств был генератор постоянного тока, приводимый в движение

двигателем переменного тока и управляемый током обмотки возбуждения. Эта схема питания называется системой генератор-двигатель и используется в приводах большой мощности.

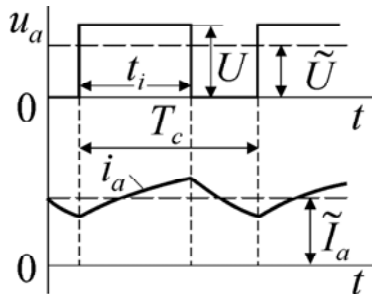


Рис. 42.13

Однако в последнее время в качестве источников питания применяются в основном импульсные полупроводниковые преобразователи. При питании от сети постоянного тока или после предварительного выпрямления используют широтно-импульсные регуляторы (ШИР), а при питании от сети переменного тока – управляемые выпрямители (УВ).

Принцип широтно-импульсного регулирования заключается в формировании импульсов напряжения $u_a(t)$ длительностью t_i с постоянной частотой $f_c = 1/T_c = \text{const}$ (рис. 42.13). Среднее значение напряжения при таком питании

$$\tilde{U} = \frac{1}{T_c}\int_0^{t_i} U dt = \gamma U ,$$

где $\gamma = t_i / T_c$ – относительная длительность импульсов. Изменяя величину t_i, можно регулировать среднее значение напряжения в пределах $0 \le \tilde{U} \le U$.

Ток якоря i_a в этом случае имеет пульсирующий характер. Его можно разложить на постоянную составляющую (среднее значение) $\tilde{I}_a$ и переменную составляющую $i_{a\sim}$. Вращающий момент создаётся постоянной составляющей тока, а переменная составляющая вызывает дополнительные потери и нагрев двигателя, а также ухудшает коммутацию. В результате приходится несколько снижать мощность двигателя или включать в цепь якоря дроссель, уменьшающий амплитуду пульсаций тока. Кроме того, пульсации тока вызывают соответствующие пульсации электромагнитного момента и, соответственно, частоты вращения.

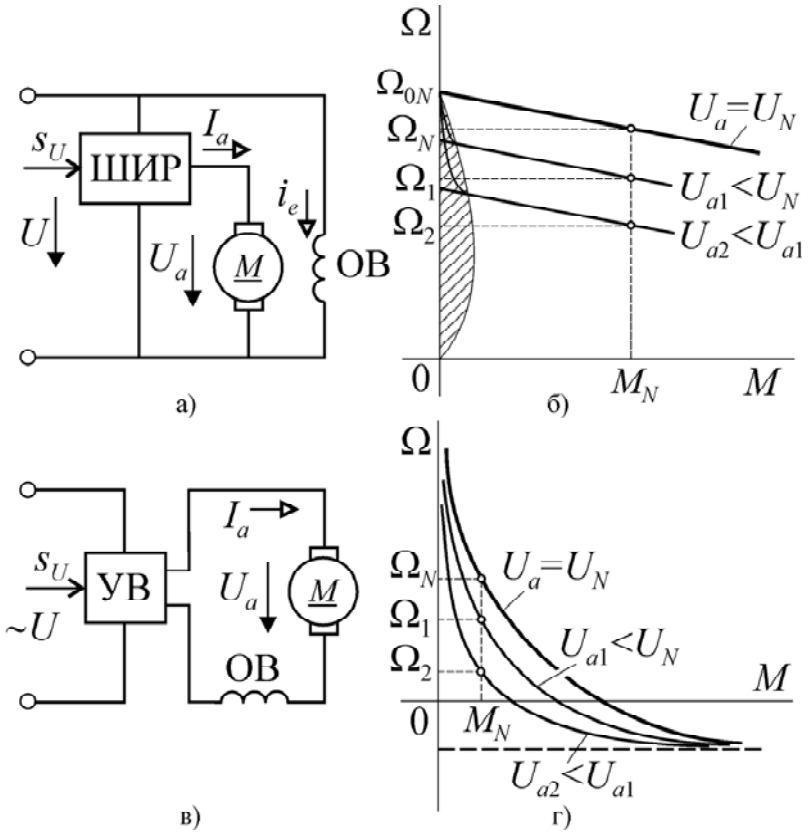


Рис. 42.14

При питании двигателя от импульсного источника уравнения моментной, скоростной и механической характеристик будут справедливыми для средних значений, входящих в них величин.

Скоростная и механическая характеристики двигателя параллельного возбуждения при изменении напряжения U смещаются параллельно, сохраняя жёсткость (рис. 42.14, *б*). Такая реакция на управляющее воздействие является оптимальной для построения регулируемых и автоматизированных электроприводов.

При использовании простейших полумостовых широтно-импульсных регуляторов при малых нагрузках ток якоря между импульсами спадает до нуля, и возникает т.н. режим прерывистых токов, в области которого характеристики становятся нелинейными, а двигатель неуправляемым (заштрихованная область на рис. 42.14, *б*). Однако в более совершенных преобразователях это явление отсутствует.

Для двигателей последовательного возбуждения также применяется регулирование частоты вращения изменением напряжения. Например, с помощью управляемого выпрямителя, как это показано на рис. 42.14, *в*. Очевидно, что характеристики при этом нелинейны, но в ограниченном диапазоне нагрузок вблизи номинального значения момента их нелинейность невелика и с достаточной для практических задач точностью можно считать, что в этой области при изменении напряжения характеристики смещаются параллельно (рис. 42.14, *г*).

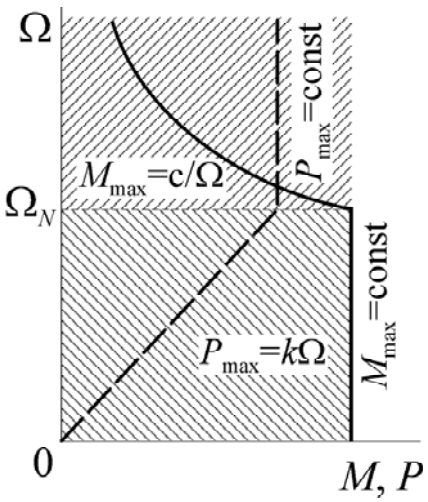


Рис. 42.15

Изменением подводимого напряжения можно получить диапазон регулирования 10:1. Нижний предел частоты вращения ограничивается тем, что при малых скоростях падение напряжения в якорной цепи становится соизмеримым с подводимым напряжением, что вызывает нестабильность работы двигателя при колебаниях нагрузки. Диапазон регулирования может быть увеличен ещё примерно вдвое за счёт регулирования частоты вверх от основной путём ослабления магнитного потока. Таким образом, общий диапазон достигает при этом 20:1.

При понижении частоты вращения с сохранением величины магнитного потока $\Phi_\delta = \text{const}$ максимально возможный электромагнитный момент двигателя определяется величиной номинального тока якоря I_{aN} и остаётся постоянным $M_{\max} \le c\Phi_\delta I_{aN} = \text{const}$. Поэтому эту область называют областью регулирования с постоянным моментом. В то же время максимальная мощность двигателя $P_{2\max} = M_{\max}\Omega \sim k\Omega = \text{var}$ линейно зависит от частоты Ω (рис. 42.15).

Таким образом, вся область регулирования частоты вращения делится на две зоны. Регулирование в области частот ниже номинальной Ω_N происходит с постоянным располагаемым моментом $M_{\max}$ и мощностью, линейно зависящей от частоты вращения, а регулирование в области частот выше номинальной – с постоянной располагаемой мощностью $P_{\max}$ и моментом, уменьшающимся пропорционально частое вращения.

42.7. Вентильные двигатели

Щёточно-коллекторный узел является устройством, обеспечивающим уникальные положительные свойства двигателей постоянного тока. В то же время особенности его работы накладывают ограничения на предельную мощность и частоту вращения двигателей, не позволяют использовать их в агрессивных и взрывоопасных средах, снижают срок эксплуатации и время наработки на отказ, требуют проведения периодических работ по замене щёток, чистке коллектора и др. Всё это привело к поискам решения, позволяющего исключить щеточно-коллекторный узел, но сохранить при этом основные рабочие свойства двигателя.

Замена коллектора бесконтактным коммутатором была предложена в 20-е годы XX века. Однако разработки в этой области носили в основном чисто теоретический характер, т.к. габариты, стоимость и надёжность коммутирующих устройств были несопоставимы с коллектором.

В последние десятилетия появились полупроводниковые ключи, которые в маломощных двигателях встраиваются в корпус и занимают объём примерно соответствующий щёточно-коллекторному узлу. В машинах средней мощности полупроводниковые коммутаторы выделяют в отдельный блок, массогабаритные показатели которого хуже, чем у коллектора, но получаемые при этом достоинства позволяют смириться с этим недостатком.

42.7.1. Устройство и принцип действия

Вентильный двигатель (рис. 42.16) является по существу шаговым синхронным двигателем*, снабжённым датчиком положения ротора (ДПР), выходной сигнал которого используется для управления ключами электронного коммутатора (ЭК). Переключение фазных обмоток происходит всегда в строгом соответствии с положением ротора двигателя, что исключает возможность потери шага.

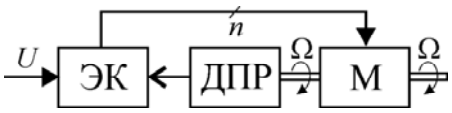


Рис. 42.16

Ротор вентильного двигателя может быть возбуждённым или невозбуждённым (реактивным). Возбуждение ротора обычно осуществляется постоянными магнитами, т.к. это позволяет исключить скользящие контакты и потери в обмотке возбуждения. Вентильные двигатели с магнитоэлектрическим возбуждением называют также бесконтактными двигателями постоянного тока.

* см. раздел 39.5

Полупроводниковыми ключами электронного коммутатора могут быть тиристоры или транзисторы. В последнее время большинство коммутаторов строится на основе биполярных транзисторов с изолированным затвором (*IGBT*).

В качестве датчиков положения ротора в современных вентильных двигателях обычно используют датчики Холла. В высококачественных приводах с вентильными двигателями в качестве датчиков используют сельсины или вращающиеся трансформаторы, что позволяет получить информацию о положении ротора в аналоговой форме и вместо дискретной коммутации использовать широтно-импульсную модуляцию для питания обмоток якоря.

Обмотка якоря вентильного двигателя может быть замкнутой (рис. 42.17, *а*) или разомкнутой (рис. 42.17, *б* и *в*).

Секции замкнутой обмотки образуют цепь аналогичную замкнутой цепи обмотки якоря двигателя постоянного тока, которая в каждый момент времени открытой парой электронных ключей** делится на параллельные ветви. Ток в каждой параллельной ветви всегда направлен определённым образом по отношению к полюсам магнитного поля ротора, совершенно аналогично току в обмотке якоря двигателя постоянного тока. При повороте ротора на угол $2\pi/n$, где n – число секций обмотки, открытая пара ключей закрывается, а следующая по ходу движения пара ключей открывается. В результате направление тока в двух секциях меняется на противоположное. На рис. 42.17, а это секции *1* и *4*. Таким образом, электронный коммутатор вентильного двигателя с замкнутой обмоткой полностью воспроизводит работу щёточно-коллекторного узла.

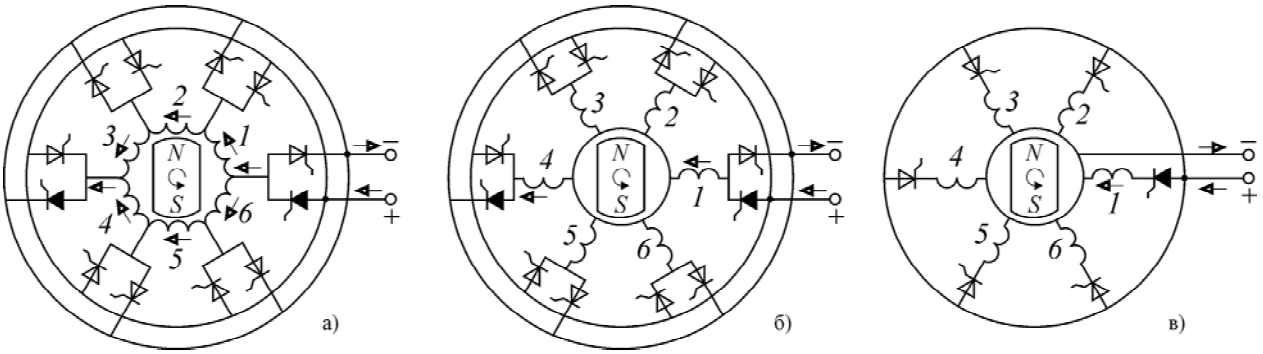


Рис. 42.17

Разомкнутая обмотка идентична многофазной обмотке шагового двигателя. Коммутацию фаз (секций) этой обмотки можно осуществлять двойными (рис. 42.17, *б*) или одинарными (рис. 42.17, *в*) ключами. В первом случае ток в секциях может протекать в двух направлениях. Это улучшает использование обмотки, увеличивает удельную мощность двигателя, но усложняет электронный коммутатор.

В большинстве случаев обмотка якоря вентильного двигателя имеет значительно меньше секций, чем обмотка двигателя постоянного тока. При дискрет-

** на рис. 42.17 открытые ключи заштрихованы

ной коммутации это приводит к пульсации вращающего момента и частоты вращения*. Однако если в качестве датчика положения используется сельсин или вращающийся трансформатор, то электронный коммутатор в этом случае работает в режиме многофазного инвертора с широтно-импульсной модуляцией. Это несколько усложняет систему управления двигателем, но практически полностью устраняет пульсации.

42.7.2. Характеристики вентильного двигателя

Характеристики вентильного двигателя в общих чертах идентичны характеристикам двигателя постоянного тока независимого возбуждения. Однако существуют отличия, связанные с относительно большой индуктивностью секций обмотки якоря.

Пользуясь теорией синхронных машин, можно получить уравнение механической характеристики вентильного двигателя в виде

$$\Omega = \frac{U_1}{c\Phi_\delta} - \frac{r_1\left[1+(\tau\Omega)^2\right]}{m_1\left(c\Phi_\delta\right)^2}M\,, \qquad (42.28)$$

где U_1, m_1 и r_1 – напряжение, число фаз и активное сопротивление фазы обмотки якоря, а $\tau = z_p L_1 / r_1$ – электромагнитная постоянная времени фазы якоря двигателя с числом пар полюсов z_p и индуктивностью L_1.

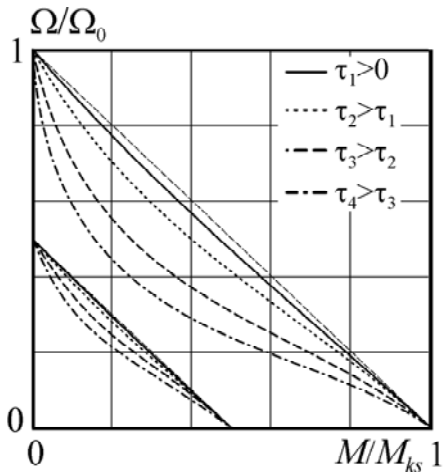


Рис. 42.18

Структура уравнения (42.28) совершенно аналогична уравнению механической характеристики двигателя постоянного тока (42.9). Отличие заключается только в нелинейном слагаемом $(\tau\Omega)^2$, зависящем от частоты ращения Ω. При пренебрежимо малой индуктивности фазы $\tau = 0$ и уравнение (42.28) преобразуется в (42.9). Но, как уже упоминалось ранее, индуктивность секций (фаз) обмотки якоря вентильного двигателя по сравнению с обмоткой якоря двигателя постоянного тока велика. Поэтому механическая характеристика нелинейна (рис. 42.18). Отличительной особенностью механической характеристики является резкое уменьшение жёсткости в режимах малой нагрузки.

Регулировать частоту вращения вентильных двигателей возможно теми же способами, которые используются в двигателях постоянного тока. Но т.к. вентильные двигатели часто имеют магнитоэлектрическое возбуждение и управление магнитным потоком индуктора в них затруднительно, а реостатное управление обладает низкими энергетическими и регулировочными характеристиками, то управление вентильным двигателем чаще всего реализуют путём регу-

* см. раздел 40.1

лирования напряжения статора U_1, которое легко реализуется методом широтно-импульсной модуляции.

Отсутствие потерь на возбуждение в вентильных двигателях с постоянными магнитами, а также легкость теплоотвода от обмотки якоря, размещённой на статоре машины, позволяют увеличить допустимую нагрузку и расширить диапазон регулирования частоты вращения вплоть до нулевой. Двигатели, рассчитанные на работу при низких частотах вращения и в неподвижном состоянии, называются моментными двигателями.

Глава 43. Коллекторные двигатели переменного тока

43.1. Однофазные двигатели

Вращающий момент коллекторного двигателя создаётся в результате взаимодействия тока, протекающего в обмотке якоря, с магнитным полем главных полюсов. При изменении направления тока якоря или полярности магнитного поля направление действия вращающего момента меняется на противоположное, что и используется для изменения направления вращения. В случае одновременного изменения направлений тока в обмотке якоря I_a и в обмотке возбуждения i_e вращающий момент будет действовать в прежнем направлении. Поэтому, если двигатель постоянного тока подключить к сети переменного тока, то он будет работать, создавая вращающий момент $m = f(t)$.

Пусть ток якоря и магнитный поток изменяются во времени по синусоидальным законам

$$i_a = I_{am}\sin(\omega t - \varphi_a);\ \ i_e = I_{em}\sin(\omega t - \varphi_e) \Rightarrow \Phi_\delta = \Phi_m \sin(\omega t - \varphi_e - \gamma),$$

где γ – угол магнитного запаздывания. Подставляя эти выражения в (40.26), получим

$$m(t) = ci_a\Phi_\delta(t) = cI_{am}\sin(\omega t - \varphi_a)\cdot\Phi_m\sin(\omega t - \varphi_e - \gamma) =$$

$$= \frac{1}{2}cI_{am}\Phi_m\cos(\varphi_e + \gamma - \varphi_a) - \frac{1}{2}cI_{am}\Phi_m\cos(2\omega t - \varphi_a - \varphi_e - \gamma) = \widetilde{M} + m(2\omega t)$$

Таким образом, вращающий момент коллекторного двигателя при питании от источника переменного тока является суммой постоянной составляющей (среднего значения)

$$\widetilde{M} = \frac{1}{2}cI_{am}\Phi_m\cos(\varphi_e + \gamma - \varphi_a) = M_m\cos\alpha = \text{const} \qquad (43.1)$$

и переменной составляющей

$$m(2\omega t) = \frac{1}{2}cI_{am}\Phi_m\cos(2\omega t - \varphi_a - \varphi_e - \gamma), \qquad (43.2)$$

представляющей собой синусоидальную функцию времени, изменяющуюся с двойной частотой (рис. 43.1, *а*).

Полезный вращающий момент создаётся только постоянной составляющей. Переменная составляющая вызывает дополнительные потери, а также пульсации частоты вращения, шум и вибрацию двигателя.

Очевидно, что максимально возможный полезный вращающий момент соответствует условию $\alpha = \varphi_e + \gamma - \varphi_a = 0$. Однако из-за магнитных потерь ($\gamma > 0$) на практике это условие выполнить невозможно, но можно получить хороший результат, если $\varphi_e = \varphi_a \Rightarrow \alpha = \gamma$, т.е. если обмотку возбуждения включить последовательно с обмоткой якоря. Поэтому в коллекторных двигателях переменного тока используют последовательное возбуждение.

Из-за наличия трансформаторной ЭДС в коммутируемых секциях условия коммутации двигателей переменного тока значительно хуже, чем у двигателей постоянного тока*. Методы и средства улучшения коммутации в двигателях переменного тока такие же, как в двигателях постоянного тока, но оптимизировать процесс здесь возможно только для какой-либо определённой частоты

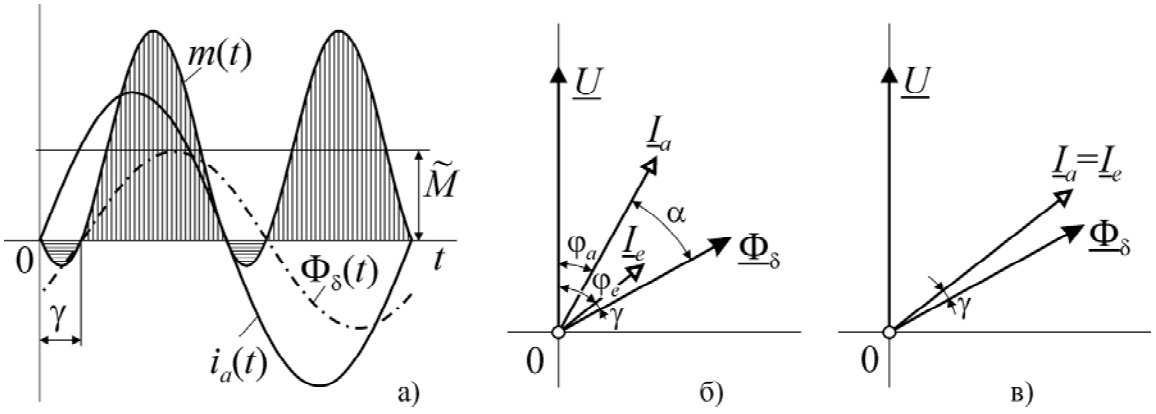


Рис. 43.1

вращения, отклонение от которой будет приводить к ухудшению коммутации.

Механические и скоростные характеристики двигателей переменного и постоянного тока с последовательным возбуждением имеют одинаковый характер. При снижении нагрузки частота вращения резко возрастает. В двигателях средней и большой мощности для исключения опасности разгона якоря до недопустимо большой скорости вводится требование обеспечения минимально необходимой нагрузки на валу. В двигателях малой мощности это требование обычно выполняется за счёт потерь в самом двигателе.

Коэффициент полезного действия однофазного двигателя с последовательным возбуждением меньше, чем такого же двигателя постоянного тока. Это объясняется несколько бóльшими потерями в стали и добавочными потерями, связанными с более тяжёлыми условиями коммутации.

Однофазные коллекторные двигатели часто изготавливаются для питания как от сети переменного, так и от сети постоянного тока. Такие двигатели называются универсальными.

* см. раздел 40.7.6

При питании постоянным током индуктивное сопротивление обмоток равно нулю, поэтому при одинаковых напряжениях и нагрузках частота вращения при постоянном токе будет значительно больше, чем при переменном. Для получения приблизительно одинаковых характеристик обмотка возбуждения универсального двигателя изготавливается с отводами и при переменном токе часть обмотки отключается (рис. 43.2, *а*).

Регулирование частоты вращения универсальных двигателей можно осуществлять теми же методами, которые используются в двигателях постоянного тока. Однако на практике чаще всего используют шунтирование якоря переменным резистором (рис. 43.2, *а*). Это позволяет не только регулировать частоту вращения, но понижает также скорость холостого хода двигателя, препятствуя тем самым её чрезмерному повышению.

Ухудшение коммутации при работе на переменном токе требует принятия мер для подавления радиопомех. С этой целью обмотку возбуждения симметрируют, т.е. разделяют на две одинаковые части и подключают их к разным щёткам. Кроме того, между токоподводящими зажимами и корпусом двигателя включают помехоподавляющие конденсаторы (рис. 43.2, *а*).

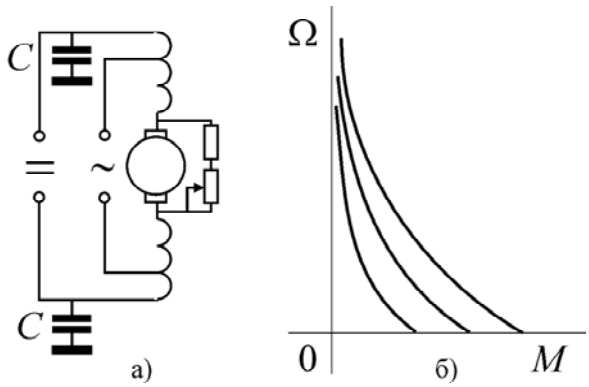


Рис. 43.2

Однофазные коллекторные двигатели мощностью в несколько сотен киловатт находят применение в качестве тяговых двигателей электровозов. Значительно более распространены маломощные двигатели, используемые там, где требуется получить высокую скорость вращения (до 30000 об/мин) и возможность плавного регулирования её в широком диапазоне (бытовая техника, электроинструмент и др.).

43.2. Трёхфазные двигатели

При создании электроприводов переменного тока очень часто возникает задача регулирования частоты вращения двигателя. В настоящее время эта задача решается с помощью полупроводниковых преобразователей частоты. Тем не менее, в некоторых случаях использование электромашинных устройств может оказаться более эффективным решением.

43.2.1. Регулирование частоты вращения введением добавочной ЭДС

Предположим, что асинхронный двигатель с фазным ротором работает при $U_1 = \text{const}$; $f_1 = \text{const}$ и $M_L = M = \text{const}$.

Ток ротора равен

$$I_2 = \frac{sE_2}{\sqrt{r_2^2 + (sx_2)^2}}.$$

В обычных условиях работы $r_2 \gg x_2$, поэтому

$$I_2 \approx \frac{sE_2}{r_2}.$$

Введём в цепь ротора добавочную ЭДС E_z, имеющую частоту скольжения и направленную встречно по отношению к E_2. Тогда

$$I_2 = \frac{sE_2 - E_z}{r_2}.$$

Но при постоянном моменте нагрузки в статическом режиме $I_2 = \text{const}$, т.е.

$$I_2 = \frac{sE_2 - E_z}{r_2} = \frac{sE_2}{r_2} = \text{const}.$$

Так как ЭДС неподвижного ротора $E_2 = \text{const}$, то это равенство возможно только при условии, что после введения дополнительной ЭДС скольжение изменится. Тогда новое значение скольжения

$$I_2 = \frac{s_z E_2 - E_z}{r_2} = \frac{sE_2}{r_2} = \text{const} \Rightarrow s_z = s + \frac{E_z}{E_2}.$$

Таким образом, при введении встречной ЭДС E_z скольжение увеличивается, а частота вращения асинхронного двигателя уменьшается.

Принципиально можно ввести такую ЭДС, при которой ротор будет неподвижным. Для этого нужно, чтобы

$$1 = s + \frac{E_z}{E_2} \Rightarrow E_z = E_2(1 - s).$$

В режиме холостого хода $s = 0$, следовательно, при регулировании в этом режиме

$$s_{z0} = \frac{E_z}{E_2}. \qquad (43.3)$$

Очевидно, что при введении ЭДС E_z, направленной согласно с E_2,

$$s_z = s - \frac{E_z}{E_2},$$

и частота вращения увеличивается.

Если при этом $E_z / E_2 > s$, то $s_z < 0$ и асинхронная машина, сохраняя двигательный режим, работает при частоте вращения выше синхронной. В этом случае ЭДС скольжения $s_z E_2$ направлена встречно по отношению к E_z, и ток ротора создаётся не основной ЭДС скольжения, а ЭДС, введённой в цепь ротора от внешнего источника.

Следует заметить, что с помощью добавочной ЭДС можно регулировать также коэффициент мощности асинхронного двигателя. Для этого она должна иметь фазовое смещение в ±90° по отношению к ЭДС скольжения.

43.2.2. Двигатель Шраге-Рихтера

Один из двигателей, в котором использован принцип введения во вторичный контур добавочной ЭДС, был предложен в 1910 году Х. Шраге и Р. Рихтером. Принципиальная схема этого двигателя показана на рис. 43.3, *а*.

В пазах ротора расположены две обмотки. Одна из них обычная трёхфазная обмотка, которая через контактные кольца и щётки подключается к питающей сети с напряжением U_1 и частотой f_1. Эта обмотка служит первичной обмоткой двигателя и формирует в нём круговое вращающееся магнитное поле. Вторая обмотка по типу аналогична обмотке якоря двигателя постоянного тока. Её секции, образующие замкнутую кольцевую цепь, подключены к пластинам коллектора.

На статоре двигателя находится трёхфазная обмотка, фазы которой *AX*, *BY* и *CZ* с помощью трёх пар щёток a_1a_2, b_1b_2 и c_1c_2 подключены к коллектору. Каждая пара щёток расположена на оси соответствующей обмотки и с помощью специального механизма может симметрично отводиться от оси на некоторый угол β (рис. 43.3, *а*).

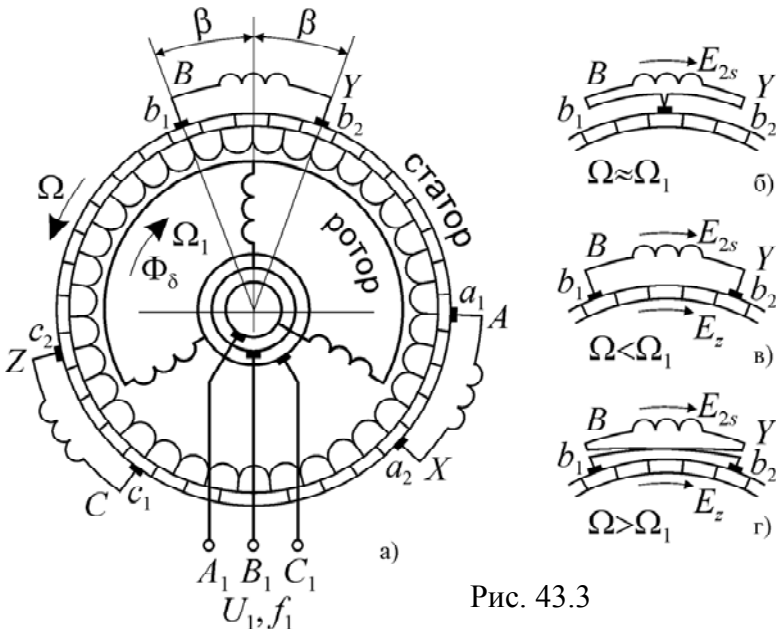


Рис. 43.3

При неподвижном роторе вращающееся магнитное поле наводит в секциях коллекторной обмотки и в обмотке статора ЭДС с частотой питающей сети. Если ротор вращается, то частота ЭДС в обеих обмотках равна частоте скольжения $f_2 = sf_1$.

Цепи фазных обмоток статора замкнуты через щётки, пластины коллектора и секции коллекторной обмотки, расположенные между щётками. Если щётки сведены на одну пластину (рис. 43.3, *б*), то обмотка статора замкнута накоротко и машина работает как обычный обращённый асинхронный короткозамкнутый двигатель.

Разведение щёток на угол β вводит в цепь каждой фазной обмотки статора ЭДС E_z. Если числа витков и обмоточные коэффициенты статорной и коллекторной обмоток равны соответственно w_2, k_{w2} и w_c, k_{wc}, то ЭДС, наводимые в этих обмотках

$$E_2 = \pi\sqrt{2} f_2 w_2 k_{w2} \Phi_m; \;\; E_c = \pi\sqrt{2} f_2 w_c k_{wc} \Phi_m,$$

а ЭДС в секторе ±β –

$$E_z = E_c \sin\beta.$$

Тогда из (43.3) скольжение на холостом ходу

$$s_{z0} = \pm\frac{E_z}{E_2} = \frac{w_c k_{wc}}{w_2 k_{w2}}\sin\beta = \frac{\Omega_1 - \Omega_0}{\Omega_1} \qquad (43.4)$$

и скорость холостого хода

$$\Omega_0 = \Omega_1\left(1 - \frac{w_c k_{wc}}{w_2 k_{w2}}\sin\beta\right). \qquad (43.5)$$

Таким образом, диапазон регулирования определяется соотношением чисел витков $w_c k_{wc}/(w_2 k_{w2})$. Например, если $w_c k_{wc}/(w_2 k_{w2}) = 1/2$, то $\Omega_{0\max} = \Omega_1 3/2;\ \Omega_{0\min} = \Omega_1/2$ и диапазон регулирования частоты вращения составляет $D = \Omega_{0\max}/\Omega_{0\min} = 3:1$.

Если щётки смещать асимметрично относительно осей фазных обмоток, то одновременно с частотой вращения можно регулировать коэффициент мощности. При любом положении щёток механические характеристики двигателя Шраге-Рихтера имеют вид аналогичный механическим характеристикам асинхронного двигателя.

Условия коммутации у двигателя Шраге-Рихтера значительно хуже, чем у двигателей постоянного тока, что ограничивает их предельную мощность, которая составляет не более 200…250 кВт.

Список литературы

1. Бут Д.А. Бесконтактные электрические машины: Учеб. пособие для студ. вузов. – М.: Высш. шк., 1990.
2. Вольдек А.И. Электрические машины: Учеб. для студ. вузов. – Л.: «Энергия», 1974.
3. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: Учеб.для вузов.– М.:Высш.шк., 1994.
4. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. Часть первая: Учеб. пособие для студ. вузов. – М., Л. Госэнергоиздат, 1958.
5. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. Часть вторая: Учеб. пособие для студ. вузов. – М., Л. Госэнергоиздат, 1958.
6. Круг К.А, Основы электротехники. Том I: Учебник для вузов. – М., Л. – Госэнергоиздат, 1946.
7. Овчинников И.Е. Электрические и мехатронные системы. Часть I. Учебное пособие. – СПб.: Издательство «Корона. Век», 2012.
8. Осин И.Л., Шакарян Ю.Г. Электрические машины: Синхронные машины: Учеб. пособие для студ. вузов. – М.: Высш. шк., 1990.
9. Прохоров С.Г., Хуснутдинов Р.А, Электрические машины: учебное пособие. Казань: Изд-во Казан. гос.техн.ун-та, 2011.
10. Токарев Б.Ф. Электрические машины: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1990.
11. Шмитц Н., Новотный Д. Введение в электромеханику. – М., «Энергия», 1969.
12. Юферов Ф.М. Электрические машины автоматических устройств: Учеб. для студ. вузов. – М.: Высш. шк., 1988.

Содержание

Введение ... 3
Раздел 1. Физические основы устройства электрических машин ... 5
Глава 1. Основные понятия теории магнитного поля ... 5
1.1. Магнитное поле и магнитная индукция ... 5
1.2. Магнитный поток ... 8
1.3. Намагниченность ... 9
1.4. Уравнения Максвелла ... 11
Глава 2. Ферромагнетизм ... 13
2.1. Намагничивание и перемагничивание ферромагнетиков ... 13
2.2. Потери энергии при перемагничивании ... 17
2.3. Потери от вихревых токов ... 19
2.4. Влияние гистерезиса на форму кривых тока и напряжения ... 21
2.5. Катушка с ферромагнитным сердечником ... 25
2.6. Магнитные свойства ферромагнитных материалов ... 27
Глава 3. Магнитные цепи ... 29
3.1. Законы Ома и Кирхгофа для магнитных цепей ... 29
3.2. Расчёт неразветвлённой магнитной цепи ... 31
3.3. Расчёт разветвлённой магнитной цепи ... 35
3.4. Цепь с постоянным магнитом ... 36
3.5. Преобразование энергии в электромагнитных системах ... 38
Глава 4. Воздействие магнитного поля на электрический ток в проводниках ... 46
4.1. Поверхностный эффект ... 46
4.2. Эффект близости ... 49
4.3. Вытеснение тока в проводах, уложенных в пазы магнитопровода ... 50
Раздел 2. Трансформаторы ... 54
Глава 5. Устройство и принцип действия ... 54
5.1. Магнитопроводы трансформаторов ... 57
5.2. Обмотки трансформаторов ... 61
Глава 6. Схема замещения двухобмоточного трансформатора ... 62
6.1. Магнитное поле трансформатора ... 62
6.2. Уравнения напряжений трансформатора ... 65
6.3. Уравнения МДС и токов трансформатора ... 67
6.4. Схема замещения трансформатора ... 69
6.5. Опытное определение параметров схемы замещения ... 74
Глава 7. Работа трансформатора под нагрузкой ... 80
7.1. Физические процессы в трансформаторе ... 80
7.2. Векторная диаграмма ... 81
7.3. Внешняя характеристика ... 83
7.4. Преобразование энергии и коэффициент полезного действия ... 85
7.5. Регулирование вторичного напряжения ... 89
Глава 8. Трёхфазные трансформаторы ... 91
8.1. Магнитные системы трёхфазных трансформаторов ... 91
8.2. Способы и группы соединений обмоток ... 94
8.3. Особенности намагничивания сердечников ... 98
8.4. Несимметричная нагрузка трансформатора ... 100
Глава 9. Параллельная работа трансформаторов ... 106
9.1. Параллельная работа трансформаторов с неравными коэффициентами трансформации ... 107
9.2. Параллельная работа трансформаторов, принадлежащих к разным группам ... 109
Глава 10. Переходные режимы трансформаторов ... 111

10.1. Включение трансформатора под напряжение 111
10.2. Внезапное короткое замыкание трансформатора....114
10.3. Перенапряжения в трансформаторе....116
Глава 11. Разновидности трансформаторов 121
11.1. Многообмоточные трансформаторы 121
11.2. Автотрансформаторы 123
11.3. Трансформаторы с плавным регулированием напряжения....127
11.4. Сварочные и печные трансформаторы 129
11.5. Трансформаторы для выпрямительных установок 129
11.6. Трансформаторы для преобразования числа фаз 131
11.7. Преобразование частоты с помощью трансформатора....132
11.8. Импульсные трансформаторы и пик-трансформаторы 133
11.9. Измерительные трансформаторы....135
Раздел 3. Общие вопросы теории бесколлекторных машин 138
Глава 12. Магнитные поля бесколлекторных машин....139
12.1. Формирование магнитного поля трёхфазной обмоткой....139
12.2. Пульсирующее магнитное поле 143
12.3. Круговое магнитное поле....144
12.4. Эллиптическое магнитное поле 146
Глава 13. Конструкции обмоток машин переменного тока....149
13.1. Конструкции пазовой части обмоток 149
13.2. Классификация обмоток 153
13.3. Трёхфазные двухслойные обмотки....154
13.4. Трёхфазные однослойные обмотки 157
13.5. Короткозамкнутая обмотка типа беличьей клетки....159
Глава 14. Электродвижущие силы обмоток машин переменного тока....161
14.1. ЭДС витка и катушки 161
14.2. ЭДС катушечной группы и фазной обмотки 164
14.3. ЭДС обмотки от высших гармоник магнитного поля....166
14.4. Улучшение формы кривой ЭДС....167
Глава 15. Магнитодвижущие силы обмоток машин переменного тока....170
15.1. МДС катушечной группы с полным шагом....170
15.2. МДС фазной обмотки....172
15.2. МДС трёхфазной обмотки 174
Глава 16. Электромагнитный момент машины 175
Глава 17. Индуктивные сопротивления обмоток машин переменного тока 177
17.1. Поле воздушного зазора....178
17.2. Главные индуктивные сопротивления....179
17.3. Индуктивное сопротивление рассеяния 180
Глава 18. Геометрическое подобие машин 182
Раздел 4. Асинхронные машины....186
Глава 19. Конструкция и принцип действия асинхронных машин 186
19.1. Конструкции роторов асинхронных машин....186
19.2. Асинхронная машина с вращающимся ротором 187
19.3. Асинхронная машина с неподвижным ротором....191
Глава 20. Приведение рабочего процесса асинхронной машины при вращающемся роторе к рабочему процессу трансформатора....192
20.1. Приведение обмотки ротора к обмотке статора 192
20.2. Замена вращающегося ротора эквивалентным неподвижным....194
Глава 21. Уравнения состояния электрических цепей и их преобразование....195
Глава 22. Схемы замещения асинхронной машины....197

22.1. Т-образная схема замещения 197
22.2. Г-образная схема замещения 298
Глава 23. Режимы работы асинхронной машины 200
23.1. Двигательный режим 200
23.2. Генераторный режим 202
23.3. Режим противовключения 204
23.4. Режим короткого замыкания 205
23.5. Круговая диаграмма асинхронной машины 206
Глава 24. Электромагнитный момент асинхронной машины 210
24.1. Механическая характеристика 210
24.2. Условие устойчивой работы 213
24.3. Особенности эксплуатации асинхронных двигателей 216
24.4. Влияние вытеснения тока в стержнях ротора 217
24.4.1. Глубокопазные двигатели 219
24.4.2. Двигатели с двойной беличьей клеткой 220
24.5. Электромагнитные моменты от высших гармоник магнитного поля 223
Глава 25. Электромеханическая характеристика асинхронной машины 225
Глава 26. Рабочие характеристики асинхронного двигателя 227
Глава 27. Определение параметров схемы замещения 229
27.1. Экспериментальное определение параметров 229
27.2. Определение параметров по справочным данным 233
Глава 28. Пуск трёхфазных двигателей 242
28.1. Пусковые свойства двигателей 242
28.2. Прямой пуск 243
28.3. Пуск при пониженном напряжении 244
28.4. Пуск двигателей с фазным ротором 247
Глава 29. Регулирование скорости вращения трёхфазных двигателей 249
29.1. Регулирование уменьшением подводимого напряжения 249
29.2. Регулирование изменением сопротивления в цепи ротора 250
29.3. Регулирование изменением числа пар полюсов магнитного поля 251
29.4. Регулирование изменением частоты питания 253
Глава 30. Особые режимы работы трёхфазных двигателей 256
30.1. Асинхронный двигатель при несимметричном напряжении питания 256
30.1. Асинхронный двигатель при несинусоидальном напряжении питания 259
Глава 31. Однофазные асинхронные двигатели 261
31.1. Однофазные двигатели с двумя обмотками 261
31.2. Однофазные двигатели с экранированными полюсами 264
31.3. Трёхфазные двигатели при однофазном питании 266
Глава 32. Асинхронный генератор 268
32.1. Параллельная работа генератора с сетью 268
32.2. Автономная работа генератора 269
Раздел 5. Синхронные машины 271
Глава 33. Устройство и принцип действия 271
Глава 34. Магнитное поле синхронных машин 274
34.1. Магнитное поле ротора 274
34.2. Магнитное поле якоря 277
Глава 35. Схемы замещения и векторные диаграммы синхронных машин 280
35.1. Схемы замещения и векторные диаграммы явнополюсной машины 280
35.2. Схемы замещения и векторные диаграммы неявнополюсной машины 282
Глава 36. Преобразование энергии в синхронной машине 283
36.1. Угловые характеристики синхронной машины 283

36.2. Диаграммы тока синхронных машин 287
36.3. Регулирование реактивной мощности 290
36.4. Статическая устойчивость синхронной машины 293
Глава 37. Качания синхронных машин 295
Глава 38. Синхронные генераторы 298
38.1. Характеристики синхронного генератора 299
38.1.1. Характеристика холостого хода 299
38.1.2. Характеристика короткого замыкания 300
38.1.3. Нагрузочные характеристики 302
38.1.4. Внешняя характеристика 303
38.2. Параллельная работа синхронных генераторов 305
Глава 39. Синхронные двигатели 308
39.1. Рабочие характеристики синхронного двигателя 309
39.2. Пуск синхронных двигателей 309
39.3. Реактивные двигатели 318
39.4. Гистерезисные двигатели 320
39.5. Шаговые двигатели 324
Раздел 6. Коллекторные машины 330
Глава 40. Коллекторные машины постоянного тока 330
40.1. Преобразование частоты с помощью коллектора 330
40.2. Конструкция коллекторных машин 333
40.3. Магнитная цепь машины постоянного тока 335
40.4. Обмотки машин постоянного тока 338
40.4.1. Элементы и параметры обмоток 338
40.4.2. Простые петлевые обмотки 341
40.4.3. Сложные петлевые обмотки 342
40.4.2. Простые волновые обмотки 343
40.4.3. Сложные волновые обмотки 344
40.5. Электродвижущая сила обмотки якоря и электромагнитный момент 345
40.6. Реакция якоря 347
40.7. Коммутация 352
40.7.1. Физические явления при коммутации 352
40.7.2. Уравнения коммутационного процесса 354
40.7.3. Виды коммутации 356
40.7.4. Реактивная и коммутирующая ЭДС 357
40.7.5. Способы улучшения коммутации 359
40.7.6. Особенности коммутации при питании от импульсных источников 362
40.7.7. Предельная мощность машины постоянного тока 363
40.8. Потери энергии и коэффициент полезного действия 364
Глава 41. Генераторы постоянного тока 366
41.1. Классификация генераторов 366
41.2. Уравнения генераторов постоянного тока 368
41.3. Характеристики генераторов 369
41.3.1. Характеристики генераторов независимого возбуждения 369
41.3.2. Характеристики генераторов параллельного возбуждения 373
41.3.3. Характеристики генераторов последовательного возбуждения 376
41.3.4. Характеристики генераторов смешанного возбуждения 377
Глава 42. Двигатели постоянного тока 378
42.1. Уравнения двигателей постоянного тока 379
42.2. Характеристики двигателей постоянного тока 381
42.2.1. Характеристики двигателей независимого и параллельного возбуждения ..381

42.2.2. Характеристики двигателей последовательного возбуждения 385
42.2.3. Характеристики двигателей смешанного возбуждения 387
42.3. Пуск двигателей постоянного тока 389
42.4. Реверс двигателей постоянного тока 390
42.5. Торможение двигателей постоянного тока 390
42.5.1. Рекуперативное торможение 390
42.5.2. Торможение противовключением 391
42.5.3. Динамическое торможение 393
42.6. Регулирование частоты вращения двигателей постоянного тока 394
42.6.1. Регулирование изменением сопротивления в цепи якоря 394
42.6.2. Регулирование изменением магнитного потока 396
42.6.3. Регулирование изменением подводимого напряжения 398
42.7. Вентильные двигатели 401
42.7.1. Устройство и принцип действия 401
42.7.2. Характеристики вентильного двигателя 403
Глава 43. Коллекторные двигатели переменного тока 404
43.1. Однофазные двигатели 404
43.2. Трёхфазные двигатели 406
43.2.1. Регулирование частоты вращения введением добавочной ЭДС 406
43.2.2. Двигатель Шраге-Рихтера 408
Список литературы 410

В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики».

КАФЕДРА ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ и ПРЕЦИЗИОННЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В 1930 году техникум точной механики и оптики был реорганизован в учебный комбинат, состоящий из института, техникума и ФЗУ в системе Всесоюзного объединения оптико-механической промышленности.

В те годы электротехническую подготовку в нашем институте проводили кафедры «Электротехники» и «Электроизмерительных приборов». Кафедрой «Электротехники» руководил проф. Салтыков Л.Н., а кафедрой «Электроизмерительных приборов» проф. Шишелов Л.П.

С сентября 1933 года исполнять обязанности заведующего кафедрой «Электротехники» нашего института начинает Рукавишников Н. Н, а с ноября 1937 года, на заведование кафедрой назначается Солодовников А. А., известный специалист в области электротехники, электроизмерительных приборов и оборудования.

Во время войны при эвакуации ЛИТМО в г. Черепаново кафедрой руководил доц., к.т.н. Березниковский С. Ф.; штатное расписание кафедры в те годы насчитывало всего 4 человека.

После возвращения ЛИТМО из эвакуации в 1944 году кафедрой заведует Березниковский С.Ф., которого 25 января 1945 года освобождают от обязанностей заведующего кафедрой «Общей и специальной электротехники» и назначают заведующим этой кафедрой профессора Зилитенкевича С.И.

В послевоенные годы в целом по стране и в Ленинграде ощущался дефицит опытных преподавателей высшей школы и руководство институтом пригласило в качестве заведующего кафедрой «Общей и специальной электротехники» известного ученого, педагога и методиста Пиотровского Л. М. Большинство учебников по электрическим машинам в ту пору было написано Пиотровским Л.М. лично или в соавторстве с другими видными учеными.

В 1948 году на базе кафедры «Общей и специальной электротехники» образуются кафедры: «Общей электротехники и электрических машин» зав.каф. доц. Березниковский С.Ф., «Теоретических основ электротехники» зав. каф. проф. Слепян Л.Б. и «Электроизмерительных приборов» исполняющий обязанности зав. каф. проф. Слепян Л.Б.

В 1951 году кафедры «Электротехники» и «ТОЭ» объединяют в единую кафедру «Электротехники и ТОЭ» под руководством доц. Березниковского С.Ф. в составе Радиотехнического факультета,

В 1956 году на радиотехническом факультете вновь образуются две кафедры – «ТОЭ» зав. каф. доц. Сочнев А.Я. и «Электрических машин» зав. каф. доц. Березниковский С.Ф.

В июле 1958 года доц. Сочнева А.Я. освобождают от обязанностей зав. каф. «ТОЭ», а доц. Фунтова Н.М. назначают в.и.о. зав. каф. и избирают по конкурсу на должность заведующего в 1960 году.

В 1961 году в ЛИТМО на должность заведующего кафедрой «Электрических машин» приглашают профессора Сахарова А.П.

В 1965 году на должность заведующего кафедрой «Электрических машин» избирается доц., к.т.н. Глазенко Т.А.

В 1968 году кафедры «ТОЭ» и «Электрических машин» объединяются в единую кафедру «Электротехники» под руководством Т.А. Глазенко.

Татьяна Анатольевна Глазенко в 1948 году с отличием закончила энергетический факультет Ленинградского института инженеров железнодорожного транспорта. В 1953 году она защитила кандидатскую диссертацию и в 1966 году докторскую диссертацию. Заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, почетный член Электротехнической академии России проф. Глазенко Т.А. двадцать пять лет возглавляла кафедру. Она являлась видным, творчески активным ученым, автором более 200 научных работ.

В 1990 году на должность заведующего кафедрой избирается профессор, д.т.н. Герман - Галкин С.Г.

В 1996 году кафедра «Электротехники» была переименована в кафедру «Электротехники и прецизионных электромеханических систем».

С 1991 года кафедрой руководит доцент, кандидат технических наук, Томасов Валентин Сергеевич.

С 1992 по 2005годы на кафедре работал заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, действительный член Международной Энергетической академии, профессор, д.т.н., Сабинин Ю.А..

Сегодня на кафедре работают: профессор, д.т.н. Ушаков В..Н.; доценты: Борисов П.В., Денисова А.В., Лукичев Д.А., Никитина М.В., Толмачев В.А., Усольцев А.А.; доцент Гурьянов В.А.; ст. преподаватели: к.т.н. Махин И.Е., Денисов К.М.; ассистенты: Демидова Г.Л., Жданов И.Н., Серебряков С. А.

На кафедре работает аспирантура и ведётся большая научно-исследовательская работа по созданию электроприводов прецизионных следящих систем наведения телескопов траекторных измерений.

Усольцев Александр Анатольевич

Электрические машины

Учебное пособие

В авторской редакции
Компьютерная вёрстка и дизайн А.А. Усольцев

Редакционно-издательский отдел Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики.

Зав. редакционно-издательским отделом Н.Ф. Гусарова

Лицензия ИД №00408 от 05.11.1999
Подписано к печати **XX.XX**.2013
Заказ №**XXXX**.
Тираж 200 экз.
Отпечатано на ризографе.

Редакционно-издательский отдел
Санкт-Петербургского государственного
университета информационных технологий,
механики и оптики
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49