

Здесь V_1 — линейное увеличение в плоскостях E_1 и E_1' . Луч, исходящий из точки A и приходящий в точку A' , пересекает на плоскости E_2 и E_2' высоты y и y' , которые можно рассматривать как предмет и его изображение, причем

$$V_2 = \frac{y'}{y}, \quad (V. 168)$$

где V_2 — линейное увеличение в плоскостях E_2 и E_2' , которое должно быть постоянным при любых значениях y и y' , так как дисторсия в этих плоскостях по сделанному предположению отсутствует.

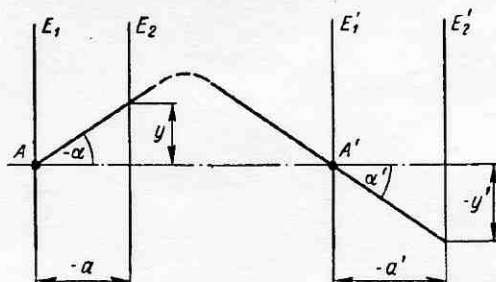


Рис. V. 24

Пользуясь чертежом, находим

$$\left. \begin{aligned} y &= a \operatorname{tg} \alpha; \\ y' &= a' \operatorname{tg} \alpha'. \end{aligned} \right\} \quad (V. 169)$$

Поэтому из (V. 168) следует

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{aV_2}{a'} = \operatorname{const}. \quad (V. 170)$$

Условие (V. 167) требует постоянства отношения синусов углов α' и α , в то время как условие (V. 170) требует постоянства отношения тангенсов этих углов. Эти требования несовместимы, откуда следует, что предпосылка об устранении всех aberrаций в двух парах сопряженных поверхностей неправильна. Этим доказано, что, как правило, устранение всех aberrаций возможно лишь в одной паре сопряженных и перпендикулярных к оптической оси поверхностей. При этом устранение ошибки закона синусов в одной паре сопряженных плоскостей вызывает неустранимую дисторсию в любой другой паре сопряженных плоскостей.

Однако и в этом правиле существуют исключения. Чтобы показать это, докажем сначала, что константы в правых частях формул (V. 167) и (V. 170) равны друг другу. Учитывая, что

отношение отрезков a' и a есть продольное увеличение Q оптической системы, можно следующим образом преобразовать константу формулы (V. 170):

$$\frac{aV_2}{a'} = \frac{V_2}{Q}. \quad (\text{V. 171})$$

Но для Q справедлива формула

$$Q = -\frac{f'}{f} V_1 V_2 = \frac{n'}{n} V_1 V_2. \quad (\text{V. 172})$$

Подставив это значение Q в формулу (V. 171), найдем

$$\frac{aV_2}{a'} = \frac{n}{n'V_1}, \quad (\text{V. 173})$$

что и требовалось доказать.

Поэтому можно для нахождения исключения из приведенного общего правила приравнять левые части формул (V. 167) и (V. 170)

$$\frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{\text{tg } \alpha'}{\text{tg } \alpha}. \quad (\text{V. 174})$$

Отсюда следует

$$\cos \alpha' = \cos \alpha, \quad (\text{V. 175})$$

что приводит снова к условию (V. 164), значение которого рассмотрено выше. Вследствие этого можно утверждать, что в трех случаях, а именно, если коррекция всех аберраций достигнута в паре сопряженных плоскостей, проходящих через положительную или отрицательные узловые точки, или же, в случае телескопической системы, лежащих на бесконечности, в виде исключения возможно существование других пар сопряженных плоскостей, в которых тоже устранены все аберрации. Следует, однако, заметить, что системы, обладающие таким свойством, на практике не осуществлены.

Зато хорошо известно исключение из исключения в случае узловых систем, имеющих бесконечно большое число сопряженных плоскостей, в которых отсутствуют все аберрации. Сюда относится плоское зеркало и упомянутая выше система М. Ланге, исследованная М. Герцбергером.

Эта своеобразная оптическая система, дающая точечное изображение всего пространства предметов, состоит из двух concentрических сферических поверхностей (рис. V. 25), разделяющих три среды с показателями преломления n_1 , n_2 и n_3 , причем

$$n_2 = \sqrt{n_1 n_3}. \quad (\text{V. 176})$$

Отсюда вытекает

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{n_3}{n_2}. \quad (\text{V. 177})$$

Радиусы r_1 и r_2 преломляющих поверхностей связаны зависимостью

$$r_2 = -\frac{n_1}{n_2} r_1 = -\frac{n_3}{n_2} r_1. \quad (\text{V. 178})$$

Рассмотрим ход луча AP_1P_2M , соединяющего точки A и A' на оси, удаленные от центра O поверхностей на расстояния q и q' . Углы ω_1 и ω_1' , ω_2 и ω_2' падения и преломления луча на двух преломляющих поверхностях системы связаны попарно законом преломления

$$\left. \begin{aligned} n_1 \sin \omega_1 &= n_2 \sin \omega_1'; \\ n_2 \sin \omega_2 &= n_3 \sin \omega_2'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 179})$$

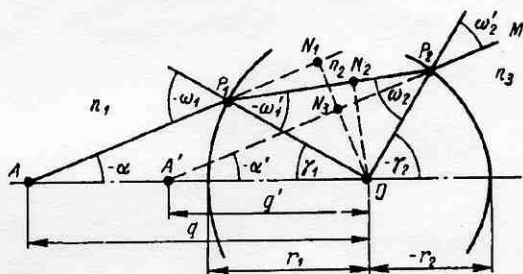


Рис. V. 25

Опустив из точки O перпендикуляр ON_1 на луч AP_1 , мы видим, что длина этого перпендикуляра определяется как из треугольника AON_1 , так и из треугольника P_1ON_1 . Из этого следует

$$q \sin \alpha = r_1 \sin \omega_1. \quad (\text{V. 180})$$

Опустив из точки O перпендикуляр ON_2 на луч P_1P_2 , получаем треугольники P_1ON_2 и P_2ON_2 , из которых находится

$$r_1 \sin \omega_1' = r_2 \sin \omega_2. \quad (\text{V. 181})$$

Наконец, опустив из точки O перпендикуляр ON_3 на луч P_2M , получаем треугольники P_2ON_3 и $A'ON_3$, при помощи которых находится

$$r_2 \sin \omega_2' = q' \sin \alpha'. \quad (\text{V. 182})$$

Приведенные выражения (V. 179)—(V. 182) объединены в следующем продолженном равенстве:

$$\begin{aligned} n_1 q \sin \alpha &= n_1 r_1 \sin \omega_1 = n_2 r_1 \sin \omega_1' = n_2 r_2 \sin \omega_2 = \\ &= n_3 r_2 \sin \omega_2' = n_3 q' \sin \alpha'. \end{aligned} \quad (\text{V. 183})$$

Взяв первую и последнюю части этого продолженного равенства, получим

$$n_1 q \sin \alpha = n_3 q' \sin \alpha'. \quad (\text{V. 184})$$

Взяв вторую и четвертую части равенства (V. 138) и учитывая выражение (V. 178), легко находим

$$\omega_2 = -\omega_1, \quad (\text{V. 185})$$

а из третьей и пятой частей равенства (V. 183) следует

$$-\omega_1' = \omega_2'. \quad (\text{V. 186})$$

По чертежу найдем теперь вспомогательные углы γ_1 и γ_2 :

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \alpha - \omega_1; \\ \gamma_2 &= \alpha' - \omega_2'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 187})$$

Ввиду того, что угол P_1OP_2 дополняется до 180° с одной стороны углами ω_1 и ω_2 , а с другой — углами γ_1 и γ_2 , имеем (учитывая знаки на чертеже)

$$\gamma_1 - \gamma_2 = -\omega_1' + \omega_2. \quad (\text{V. 188})$$

Вследствие формул (V. 185) и (V. 186) получаем из (V. 188)

$$\gamma_1 - \gamma_2 = \omega_2' - \omega_1. \quad (\text{V. 189})$$

а отсюда при помощи выражений (V. 187)

$$\alpha' = \alpha. \quad (\text{V. 190})$$

Так как сопряженные точки A и A' взяты произвольно, выражение (V. 190) справедливо для любой пары сопряженных точек, а следовательно, рассматриваемая система узловая.

Благодаря выражению (V. 190) из формулы (V. 184) следует

$$q' = \frac{n_1}{n_3} q. \quad (\text{V. 191})$$

Как видно из этого выражения, отрезок q' , определяющий положение точки A' , не зависит от угла α ; следовательно, все лучи, исходящие из некоторой точки A , снова встретятся в точке A' , где получится точечное изображение точки A . Точка A была выбрана на оптической оси, но в концентрической системе любая прямая, проходящая через центр O системы, служит оптической осью. Таким образом, сделанный здесь вывод справедлив для любой точки пространства предметов.

Вследствие формулы (V. 190) угловое увеличение W системы М. Ланге равно единице. Поэтому ее линейное увеличение V определяется формулой

$$V = \frac{n_1}{n_3}. \quad (\text{V. 192})$$

Так как отношение величин q' и q есть продольное увеличение Q системы, из (V. 191) следует

$$Q = \frac{n_1}{n_3}. \quad (\text{V. 193})$$

Так как продольное и линейное увеличения равны, изображение строго подобно предмету, а следовательно, отсутствует искажение изображения.

Система М. Ланге, отличающаяся такими выдающимися аберрационными свойствами, не имеет практического применения потому, что, во-первых, ее увеличение мало отличается от единицы, во-вторых, предмет и изображение находятся не в воз-

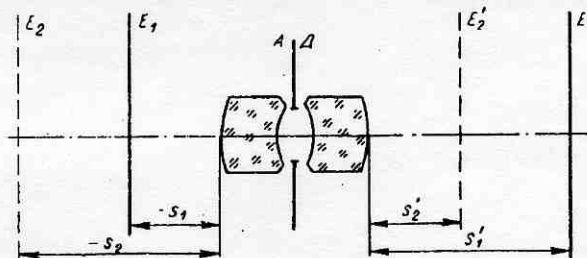


Рис. V. 26

духе и, в-третьих, предмет и изображение не могут быть одновременно действительными.

Доказанная выше теорема о возможности коррекции всех аберраций оптической системы лишь в одной паре сопряженных поверхностей приводит к любопытному парадоксу симметричной системы. *Симметричной системой* называется оптическая система, состоящая из двух идентичных половин, расположенных симметрично относительно апертурной диафрагмы AD (на рис. V. 26 такая система представлена схематически). Пусть E_1 и E'_1 — две сопряженные плоскости, перпендикулярные к оптической оси, линейное увеличение в которых не равно минус единице. Вследствие этого и отрезки s_1 и s'_1 не равны по абсолютной величине. Пусть для этого расположения предмета и изображения в системе достигнуто устранение всех аберраций. Согласно доказанной выше теореме, не может существовать в этой системе другой пары сопряженных плоскостей, в которой были бы устранены все аберрации.

Но можно доказать и другое. Представим себе, что оптическая система повернута на 180° вокруг оси, проходящей через центр диафрагмы AD и перпендикулярной к плоскости чертежа. При таком повороте половинки оптической системы поменяются местами, но так как они идентичны, оптическая система останется неизменной. Далее при этом повороте плоскость E'_1 займет

положение E_2 , а плоскость E_1 — положение E_2' , так что отрезки s_2 и s_2' определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} s_2 &= -s_1'; \\ s_2' &= -s_1. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 194})$$

Логически очевидно, что если в плоскостях E_1 и E_1' была достигнута коррекция всех aberrаций, то она сохранится и после поворота системы в плоскостях E_2 и E_2' . Но сама система не меняется при повороте. Поэтому безабберационное изображение будет достигнуто в двух парах сопряженных плоскостей E_1 и E_1' , E_2 и E_2' . Однако доказанная выше теорема категорически отвергает

возможность существования двух пар безабберационных плоскостей, если не выполнено условие (V. 164). В этом противоречии и заключается парадокс симметричной системы.

Чтобы раскрыть этот парадокс, не нужно быть оптиком, а достаточно лишь логически мыслить. Возникновение парадокса можно объяснить лишь неправильностью, допущенной в предпосылках, ибо цепь умозаключений и построений в доказательстве

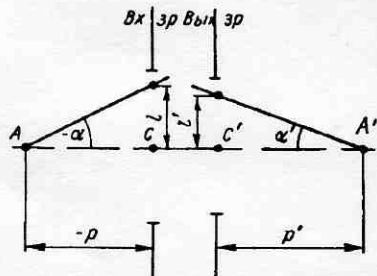


Рис. V. 27

парадокса логически непогрешима. А предпосылка здесь всего лишь одна: в плоскостях E_1 и E_1' имеется коррекция всех aberrаций. Ее мы должны объявить неправильной, неосуществимой. Этим снимается и парадокс, но зато устанавливается новое положение: в симметричной системе невозможно устранение всех aberrаций даже в одной паре сопряженных плоскостей, если только угловое увеличение в них не равно плюс или минус единице.

С рассмотренной выше теоремой связан вопрос о дисторсии в зрачках апланата. Пусть точки A и A' (V. 27) — апланатические точки, а точки C и C' — центры зрачков апланата. Луч, соединяющий точки A и A' и образующий с оптической осью углы α и α' , отсекает на плоскостях зрачков отрезки l и l' , которые можно рассматривать как предмет и изображение, предположив, что точки A и C , A' и C' поменялись своими ролями. Конечно, изображение l' предмета l не будет свободно от сферической и других aberrаций, но мы рассмотрим здесь только вопрос о дисторсии изображения l' .

Гауссовское изображение l_0' (без учета дисторсии) определяется по формуле

$$l_0' = V_c l, \quad (\text{V. 195})$$

где V_c — линейное увеличение в зрачках системы.

Из треугольников на чертеже находим

$$\left. \begin{aligned} l &= p \operatorname{tg} \alpha; \\ l' &= p' \operatorname{tg} \alpha'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 196})$$

Отсюда следует

$$l' = \frac{p'}{p} \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} l. \quad (\text{V. 197})$$

Но по формулам геометрической оптики имеем

$$\frac{p'}{p} = Q = \frac{n'}{n} VV_c, \quad (\text{V. 198})$$

Поэтому из (V. 197) следует

$$l' = \frac{n'}{n} VV_c \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} l. \quad (\text{V. 199})$$

Вследствие (V. 195) найдем

$$\frac{l'}{l'_0} = \frac{n'}{n} V \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (\text{V. 200})$$

Линейное увеличение V определяется по закону синусов

$$V = \frac{n \sin \alpha}{n' \sin \alpha'}. \quad (\text{V. 201})$$

Поэтому получаем вместо (V. 200)

$$\frac{l'}{l'_0} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}. \quad (\text{V. 202})$$

Относительная дисторсия Δ_c в зрачках выражается формулой

$$\Delta_c = \frac{l' - l'_0}{l'_0} = \frac{l'}{l'_0} - 1. \quad (\text{V. 203})$$

Отсюда вследствие формулы (V. 202) найдем

$$\Delta_c = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1. \quad (\text{V. 204})$$

Если предмет находится на бесконечности и $\alpha = 0$, выражение (V. 204) приобретает вид:

$$\Delta_c = \frac{1 - \cos \alpha'}{\cos \alpha'} = \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha'. \quad (\text{V. 205})$$

Пусть, например, относительное отверстие апланата будет 1 : 2. Тогда по закону синусов имеем

$$\sin \alpha' = \frac{D}{2f'} = 0,25.$$

Отсюда находим: $\alpha' = 14^\circ 28'$; $\frac{1}{2} \alpha' = 7^\circ 14'$; $\operatorname{tg} \alpha' = 0,2584$; $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha' = 0,1270$. По формуле (V. 205) найдем поэтому: $\Delta_c = 0,03281 = 3,28\%$. Это величина, которую нетрудно обнаружить и измерить, а тем самым — проверить степень выполнения апланатизма в данной системе.

§ 101. Апланатические точки сферической поверхности

Анаберрационные отражающие и преломляющие поверхности, рассмотренные в § 97, как правило, не свободны от значительной ошибки закона синусов. Так, например, в случае отражающей анаберрационной поверхности находим, обратившись к чертежу (рис. V. 6),

$$\sin \alpha = -\frac{y}{AP}; \quad \sin \alpha' = -\frac{y}{A'P}. \quad (\text{V. 206})$$

Ошибка δV закона синусов определяется по формуле

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\sin \alpha}{V \sin \alpha'} - 1. \quad (\text{V. 207})$$

Здесь $n = 1$, $n' = -1$, а линейное увеличение V находится по выражению

$$V = \frac{s'}{s}. \quad (\text{V. 208})$$

На основании формул (V. 206) и (V. 208) из выражения (V. 207) находим

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{sAP'}{s'AP} - 1. \quad (\text{V. 209})$$

Пользуясь выражением (V. 45), получаем отсюда после упрощающих преобразований

$$\frac{\delta V}{V} = -\frac{s+s'}{s'} \left(\frac{s}{AP} - 1 \right), \quad (\text{V. 210})$$

а применяя (V. 47), найдем

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{1}{s'} \frac{(s^2 - s'^2) x}{(s - s')x - (s + s')s}. \quad (\text{V. 211})$$

Отсюда видно, что ошибка закона синусов обращается в нуль в двух случаях. Во-первых, при $s' = s$, когда уравнение (V. 52) превращается в окружность с центром в совпадающих точках A и A' ; во-вторых, при $s' = -s$, когда отражающая поверхность превращается в плоское зеркало, так как уравнение (V. 53) в этом случае имеет вид $x = 0$.

В случае если $\dot{s} = \infty$ и $s' = f'$, когда отражающая поверхность приобретает форму параболоида, получим из (V. 211)

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta f'}{f'} = -\frac{x}{f'} \quad (\text{V. 212})$$

или короче

$$\delta f' = -x. \quad (\text{V. 213})$$

Анаберрационные преломляющие поверхности тоже не свободны от ошибки закона синусов. Рассмотрим случай, когда предмет лежит на бесконечности, а меридиональная кривая преломляющей поверхности выражена уравнением (V. 63). Ошибка закона синусов находится по формуле (V. 151)

$$\delta f' = \frac{y}{\sin \alpha'} - f'. \quad (\text{V. 214})$$

Пользуясь чертежом (V. 9) и формулой (V. 59), находим

$$\sin \alpha' = \frac{y}{\sqrt{y^2 + (f' - x)^2}}. \quad (\text{V. 215})$$

Вследствие этого получим вместо (V. 214)

$$\delta f' = \sqrt{y^2 + (f' - x)^2} - f'. \quad (\text{V. 216})$$

Исключая отсюда y при помощи выражения (V. 63), после несложных упрощающих преобразований найдем сначала

$$y^2 + (f' - x)^2 = \left(f' - \frac{n}{n'} x\right)^2, \quad (\text{V. 217})$$

а потому получим из (V. 216)

$$\delta f' = -\frac{n}{n'} x. \quad (\text{V. 218})$$

Обратимся теперь к вопросу о нахождении такой анаберрационной преломляющей поверхности, которая была бы в то же время свободна от ошибки закона синусов, т. е. апланатической преломляющей поверхности. При такой поверхности должны одновременно соблюдаться два условия: условие точечного изображения и закон синусов.

На чертеже (рис. V. 28) показан ход луча KPA' , проходящего через преломляющую поверхность PS . KS — сферическая волновая поверхность в пространстве предметов, центр которой в точке A (мнимый предмет). Условие образования точечного изображения напишется в следующей форме

$$nKP + n'PA' = n's'. \quad (\text{V. 219})$$

По чертежу имеем

$$KP = KA - PA. \quad (\text{V. 220})$$

Но KA — радиус волновой поверхности KS . Поэтому $KA = SA = s$, а следовательно,

$$KP = s - PA. \quad (V. 221)$$

Отсюда выражение (V. 219) приобретает вид

$$n'PA' - nPA = n's' - ns. \quad (V. 222)$$

Из чертежа вытекает:

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{y}{PA}; \\ \sin \alpha' &= \frac{y}{PA'}. \end{aligned} \right\} \quad (V. 223)$$

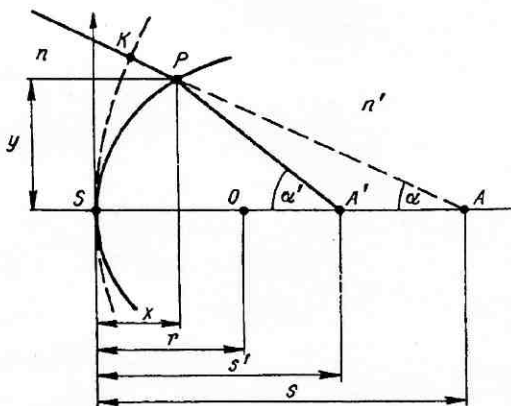


Рис. V. 28

Вследствие этого закон синусов (V. 137) выразится так:

$$V = \frac{nPA'}{n'PA}. \quad (V. 224)$$

При апланатической преломляющей поверхности должны быть справедливы оба условия: (V. 222) и (V. 224). Исключив из них величину PA' , получим выражение

$$\frac{n'^2V - n^2}{n} PA = n's' - ns. \quad (V. 225)$$

При рассмотрении этого выражения обнаруживается, что все величины, входящие в него, постоянны, за исключением величины PA , которая, вообще говоря, должна быть переменной. Поэтому становится ясным, что существование условия (V. 225) возможно не всегда, а лишь в отдельных частных случаях.

Можно установить наличие трех таких случаев, когда удовлетворяется условие (V. 225). Первый из них — при постоянном отрезке PA . Но если PA — расстояние от преломляющей поверхности до осевой точки A предмета — постоянно, то это значит, что преломляющая поверхность — сфера с центром в точке A . В таком случае и точка A' должна совпадать с точкой A , как показано на чертеже (рис. V. 29, а). При этом любой луч проходит через преломляющую поверхность вдоль нормали к ней, не меняя своего направления. Ясно, что при этом не нарушается гомоцентричность падающего пучка лучей света, а значит, выполняется

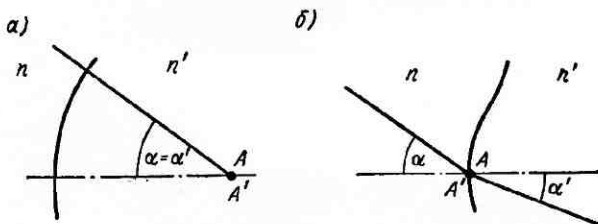


Рис. V. 29

условие точечного изображения. Кроме того, при этом строго выполняется условие $\alpha' = \alpha$, вследствие чего из закона синусов находится

$$V = \frac{n}{n'} = \text{const.}$$

Следовательно, закон синусов выполнен, и поверхность действительно апланатическая. Таким образом, у сферической преломляющей поверхности имеется пара апланатических точек, совпадающих с центром сферы. Но в центре сферы лежат и ее узловые точки. Поэтому возможно существование у сферы еще других пар апланатических точек.

Второй случай выполнения условия (V. 225) — если $PA = 0$, т. е. если точка A предмета совпадает с вершиной S преломляющей поверхности. В этом случае $s = s' = 0$, а потому правая часть формулы (V. 225) также обращается в нуль. Этот случай представлен на чертеже (рис. V. 29, б). Форма преломляющей поверхности в этом случае совершенно произвольна, так как все лучи пересекают ее только в одной точке. Из чертежа понятно, что гомоцентричность падающего пучка не может быть нарушена поверхностью, следовательно, условие точечного изображения выполнено. Углы α и α' связаны друг с другом законом преломления

$$n \sin \alpha = n' \sin \alpha'.$$

Поэтому закон синусов дает

$$V = 1 = \text{const.}$$

Значит, закон синусов тоже выполняется, а потому и в этом случае поверхность апланатическая. Таким образом, можно утверждать, что в вершине преломляющей поверхности любой формы находится пара апланатических точек. В случае сферической преломляющей поверхности это уже вторая пара апланатических точек.

Третий и последний случай, когда удовлетворяется условие (V. 225), имеет место тогда, когда множитель при величине PA равен нулю. В этом случае переменная величина PA может принимать любые значения. Приравнявая нулю коэффициент при PA , получим

$$V = \left(\frac{n}{n'} \right)^2. \quad (\text{V. 226})$$

Понятно, что правая часть выражения (V. 225) тоже должна быть равна нулю; поэтому имеем

$$n's' = ns. \quad (\text{V. 227})$$

В отличие от предыдущих случаев этот третий случай не тривиален, т. е. его установление и рассмотрение не может быть выполнено при помощи простых умозаключений, но требует математических выкладок.

Обращаясь вновь к чертежу (рис. V. 28), находим

$$\left. \begin{aligned} PA &= \sqrt{y^2 + (s-x)^2}; \\ PA' &= \sqrt{y^2 + (s'-x)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 228})$$

Поэтому, а также вследствие формулы (V. 227) имеем вместо выражения (V. 222)

$$n' \sqrt{y^2 + (s'-x)^2} = n \sqrt{y^2 + (s-x)^2}. \quad (\text{V. 229})$$

Возводя это выражение в квадрат, чтобы избавиться от квадратных корней, и выполнив затем ряд упрощающих преобразований, приведем его к следующему виду:

$$y^2 = 2 \frac{ns}{n'+n} x - x^2. \quad (\text{V. 230})$$

Это уравнение окружности, проходящей через начало координат; значит, и в этом случае преломляющая поверхность сферическая. Ее радиус r находится по формуле

$$r = \frac{ns}{n'+n}. \quad (\text{V. 231})$$

Формула (V. 227) позволяет найти задний отрезок s' :

$$s' = \frac{n}{n'} s. \quad (\text{V. 232})$$

По формуле (V. 226) находится линейное увеличение V апланатической поверхности. Подставляя это значение V в закон синусов, получим формулу для нахождения угла α' :

$$\sin \alpha' = \frac{n'}{n} \sin \alpha. \quad (\text{V. 233})$$

Резюмируя изложенное, можно утверждать, что сферическая преломляющая поверхность обладает тремя парами апланатических точек. Одна пара апланатических точек лежит в центре

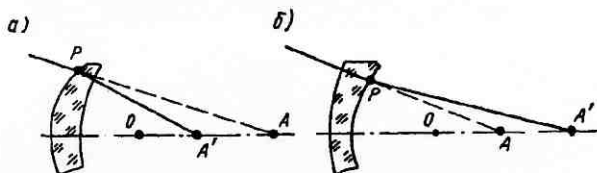


Рис. V. 30

поверхности и совпадает с ее положительными узловыми точками. Вторая пара апланатических точек находится в вершине этой поверхности. И, наконец, третья пара апланатических точек расположена в соответствии с формулами (V. 231) и (V. 232):

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{n' + n}{n} r; \\ s' &= \frac{n' + n}{n'} r. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 234})$$

Апланатическая сферическая поверхность по формулам (V. 234) может быть либо собирающей, либо рассеивающей. При положительном r поверхность будет собирающей в случае, если $n' > n$. Пусть, например, $n = 1$, $n' = 1,5$; $r = 30,0$ мм. По формулам (V. 234) имеем тогда: $s = 75,0$ мм; $s' = 50,0$ мм. На рис. V. 30, а эта поверхность служит передней (выпуклой) поверхностью положительного апланатического мениска; вторая (вогнутая) его поверхность — тоже сферическая и описана из точки A' как из центра.

Если же $n' < n$, то поверхность становится рассеивающей. Так, например, если $n = 1,5$; $n' = 1$; $r = 30,0$ мм, имеем по формулам (V. 234) $s = 50,0$ мм; $s' = 75,0$ мм. На чертеже (рис. V. 30, б) такая поверхность служит задней (вогнутой)

поверхностью отрицательного апланатического мениска. Первая его сферическая поверхность имеет центр в точке A .

Апланатические точки шаровой преломляющей поверхности широко применяются в конструкциях различных оптических систем, как средство для увеличения апертуры без одновременного увеличения сферической aberrации и комы системы. Особенно выдающийся успех достигнут благодаря применению апланатических сферических поверхностей в конструкции микрообъективов, обладающих большой апертурой. По предложению итальянского оптика Дж. Амичи (1786—1863 гг.) фронтальная (передняя)

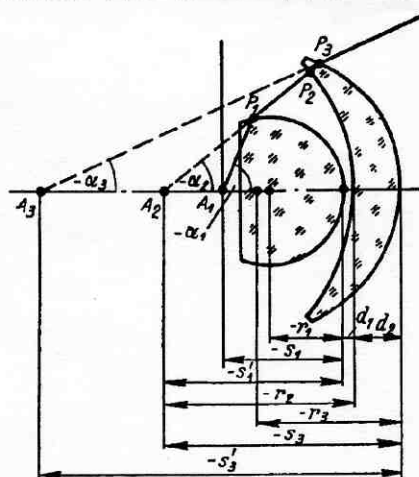


Рис. V. 31

линза иммерсионного объектива представляет собой короткофокусную плосковыпуклую линзу (рис. V. 31). Ее первая плоская поверхность не служит преломляющей поверхностью, так как при однородной иммерсии она разделяет две среды с равными показателями преломления n . Первой преломляющей поверхностью является задняя сферическая поверхность фронтальной линзы, часто охватывающая больше полушеры. Осевая точка A_1 предмета находится в передней апланатической точке этой поверхности. Мнимое безабберационное изображение точки A_1 предмета возникает в задней апланатической точке A_2 . Луч A_1P_1 образует с осью очень большой апертурный угол α_1 . Преломившись в точке P_1 второй поверхности фронтальной линзы, луч этот пойдет по направлению P_1P_2 , так что продолжение луча пройдет через точку A_2 . Угол α_2 , образованный с осью преломленным лучом, существенно меньше угла α_1 , и это уменьшение апертуры достигнуто без внесения сферической aberrации и комы.

Если угол α_2 все же велик, то вслед за фронтальной линзой рекомендуется поставить собирательный апланатический мениск, который еще уменьшит апертурный угол для задней части объектива. Центр его передней вогнутой поверхности совпадает с точкой A_2 , поэтому луч P_1P_2 совмещается с нормалью к этой поверхности и, не отклоненный ею, достигает задней выпуклой поверхности в точке P_3 . Точка A_2 совпадает при этом с передней апланатической точкой этой поверхности. Таким образом, увеличенное изображение предмета возникает у задней апланатической

точки A_3 второй поверхности мениска. Луч, преломившись у точки P_3 на этой поверхности, далее направится так, что его обратное продолжение пройдет через точку A_3 . Апертурный угол α_3 , образованный этим лучом с осью, еще уменьшается по сравнению с углом α_2 . В случае необходимости вслед за первым апланатическим мениском может быть поставлен второй, действующий таким же образом.

Формулы (V. 213)—(V. 226) позволяют очень просто выполнить расчет апланатической передней части иммерсионного микрообъектива, пользуясь обозначениями, введенными на чертеже. Пусть, например, нам заданы: показатель преломления иммерсионной жидкости и стекла $n = 1,5$; $s_1 = -5,0$ мм; $d_1 = 0,5$ мм;

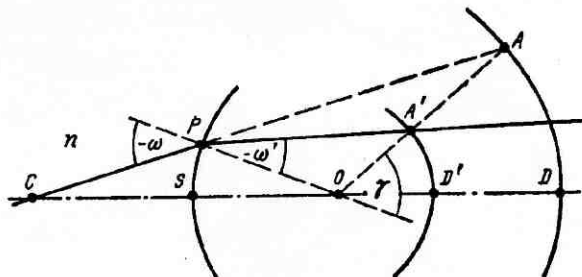


Рис. V. 32

$d_2 = 2,0$ мм. Тогда по формулам (V. 231) и (V. 232) находим: $r_1 = -3,0$ мм; $s'_1 = -7,5$ мм. Если $\alpha_1 = -66^\circ$, то по формуле (V. 233) найдем: $\alpha_2 = -37^\circ 31' 13''$. По формуле (V. 226) найдется $V_1 = n^2 = 2,25^\times$. Далее по чертежу определяем: $r_2 = s'_1 - d_1 = -8,0$ мм. Также находим: $s_3 = r_2 - d_2 = 10,0$ мм. Поэтому, снова применяя те же формулы, получим: $r_3 = -6,0$ мм; $s'_3 = -15,0$ мм; $\alpha_3 = -23^\circ 57' 18''$. Для линейных увеличений V_2 и V_3 поверхностей апланатического мениска имеем: $V_2 = \frac{1}{n}$; $V_3 = n^2$. Поэтому найдем для общего линейного увеличения всей рассчитанной передней части иммерсионного объектива

$$V = V_1 V_2 V_3 = n^3 = 3,375^\times.$$

Нужно, однако, заметить, что рассмотренная здесь система обладает большим хроматизмом, компенсировать который при помощи задней половины объектива — довольно трудная, но разрешимая практическая задача. Немало трудностей приходится преодолевать при коррекции полевых аберраций объективов микроскопов, в особенности при исправлении кривизны поля изображения.

Апланатические точки шаровой поверхности применяются еще для графического построения хода лучей. Пусть, например, задана на чертеже (рис. V. 32) сферическая преломляющая поверхность PS с центром в точке O , разделяющая две среды с показателями преломления n и n' и имеющая радиус $r = SO$. Кроме того, задан на чертеже произвольный луч CP . Требуется начертить ход этого луча после преломления. По формулам (V. 234) вычисляем отрезки s и s' . Затем из точки O как из центра радиусами $OD = s - r = \frac{n'}{n} r$ и $OD' = s' - r = \frac{n}{n'} r$ проводим дуги окружности AD и $A'D'$. Находим точку A пересечения луча AP с дугой AD . Точку A соединим прямой с точкой O . Найдем точку A' пересечения прямой OA с дугой $A'D'$. Искомый преломленный луч проводим через точки P и A' . При этом точки A и A' — сопряженные апланатические точки, не лежащие на оптической оси.

§ 102. Условие изопланазии

Если для осевой точки A предмета выполнено условие образования точечного изображения, то для распространения этого условия на все точки элементарной площадки, окружающей точку A , необходимо соблюдение закона синусов. Другими словами, если устранена сферическая аберрация, то для уничтожения комы в пределах малого поля зрения необходимо устранить ошибку закона синусов. При этом возникает вопрос: как же поступить, если сферическая аберрация устранена не полностью, а только уменьшена до размера, считаемого допустимым? Этот вопрос имеет отнюдь не академическое значение, так как на практике постоянно встречаются оптические системы, имеющие остаточную сферическую аберрацию сравнительно небольшой величины. Рассмотрим здесь этот вопрос.

На чертеже (рис. V. 33) представлено пространство изображений некоторой оптической системы, обладающей малой остаточной сферической аберрацией $\delta s'$, определенной по ходу луча $M'D'$, исходящего в пространстве предметов из осевой точки A предмета. Этот луч, образующий с осью системы угол α' , вследствие наличия сферической аберрации не проходит через осевую точку A' гауссовского изображения, величина которого y_0 определяется по формуле геометрической оптики

$$y_0' = V_0 y \quad (\text{V. 235})$$

где V_0 — линейное увеличение в области Гаусса (нулевых лучей);

y — величина предмета.

Если в плоскости апертурной диафрагмы оптической системы поставить воображаемую диафрагму с бесконечно узким кольцевым отверстием, она выделит лучи, проходящие через одну зону

в пространстве изображений имеется телецентрический ход главных лучей. Тогда все внеосевые концы зональных изображений будут расположены на одном главном луче. Вследствие этого фигура рассеяния, возникающая на экране, перпендикулярном к оптической оси, будет круглой, а следовательно, и свободной от комы.

Во всех иных случаях соблюдение закона синусов при наличии остаточной сферической аберрации не имеет никакого практического смысла, и закон синусов должен быть заменен другим условием устранения комы. Представим себе ход главного луча $E'L'$, проходящего через внеосевой конец K' изображения y' . Этот луч не проходит через центр S' выходного зрачка системы вследствие наличия сферической аберрации $\delta t'$ в выходном зрачке системы. Величину $\delta t'$ мы будем считать малой величиной второго порядка малости, как и величину $\delta s'$. Пусть далее в плоскости $A'L'$ гауссовского изображения расположен экран, на котором улавливается изображение. Центр кружка рассеяния, создаваемого на этом экране лучами, проходящими через точку K' , лежит в точке L' . Отсюда следует, что если внеосевые концы всех зональных изображений y' будут расположены на одном главном луче $E'L'$, то центры кружков рассеяния зональных изображений внеосевой точки предмета совпадут друг с другом, фигура рассеяния будет круглой и кома (нарушение симметрии строения фигуры рассеяния) будет отсутствовать. Таким образом, требование устранения комы при малом поле зрения и при неустранимой сферической аберрации сводится к требованию, чтобы внеосевые концы зональных изображений располагались на одном главном луче.

Если это требование осуществлено, то очевидно, что главный луч, о котором идет речь, должен проходить также и через точку K , внеосевой конец изображения y_0 , и точки L' и K должны совпасть. Если же требование устранения комы не соблюдается, то именно отрезок $KL' = \delta y'$ и является мерой комы, а не отрезок $dy' = y' - y_0$, который характеризует величину отступления от закона синусов. Вследствие формул (V. 235) и (V. 237) имеем:

$$\frac{dy'}{y_0} = \frac{y' - y_0}{y_0} = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{dV}{V_0}. \quad (\text{V. 238})$$

Здесь dV является ошибкой закона синусов.

Для определения величины $\delta y'$ воспользуемся подобием треугольников $L'A'E'$ и $K'D'E'$:

$$\frac{y_0' + \delta y'}{p' - \delta t'} = \frac{y_0' + dy'}{p' - \delta t' + \delta s'}. \quad (\text{V. 239})$$

Отсюда следует

$$\frac{1 + \frac{\delta y'}{y_0}}{1 - \frac{\delta i'}{p'}} = \frac{1 + \frac{dy'}{y_0}}{1 - \frac{\delta i'}{p'} + \frac{\delta s'}{p'}}. \quad (\text{V. 240})$$

Освобождаясь от знаменателей, отбрасывая члены четвертого и более высоких порядков малости (y_0 — первого, $\delta i'$ и $\delta s'$ — второго, dy' и $\delta y'$ — третьего порядка малости) и выполняя простые упрощающие преобразования, находим окончательно

$$\frac{\delta y'}{y_0} = \frac{dy'}{y_0} - \frac{\delta s'}{p'}. \quad (\text{V. 241})$$

Вследствие формулы (V. 238) это выражение принимает вид

$$\frac{\delta y'}{y_0} = \frac{dV}{V_0} - \frac{\delta s'}{p'}. \quad (\text{V. 242})$$

Если предмет находится на бесконечности, вместо (V. 238) справедливо выражение

$$\frac{dy'}{y_0} = \frac{\delta f'}{f'}, \quad (\text{V. 243})$$

где $\delta f'$ — ошибка закона синусов, вычисляемая по формуле (V. 151). Поэтому вместо (V. 241) для данного частного случая имеем

$$\frac{\delta y'}{y_0} = \frac{\delta f'}{f'} - \frac{\delta s'}{p'}. \quad (\text{V. 244})$$

Оптическая система, в которой устранена кома при неисправленной сферической аберрации, называется *изопланатом*. Чтобы получить *условие изопланазии*, т. е. условие коррекции комы при наличии сферической аберрации, в рассчитываемой системе, достаточно положить в формулах (V. 242) и (V. 244) $\delta y'$ равным нулю. Тогда получим общее выражение условия изопланатической коррекции

$$\frac{dV}{V_0} = \frac{\delta s'}{p'}. \quad (\text{V. 245})$$

Для случая бесконечно далекого предмета будем иметь

$$\frac{\delta f'}{f'} = \frac{\delta s'}{p'}. \quad (\text{V. 246})$$

Из этих формул следует, что при неисправленной сферической аберрации ошибка закона синусов dV или $\delta f'$ не должна быть равна нулю, а должна быть пропорциональна величине $\delta s'$

сферической aberrации. На чертеже (рис. V. 34) показан сплошной линией график остаточной сферической aberrации $\delta s'$ как функции от высоты h падения луча на первую поверхность (предмет на бесконечности). На том же чертеже штрихами показан график ошибки $\delta f'$ закона синусов, каким он должен быть в случае изопланата: отношение $\delta f' : \delta s'$ постоянно и равно отношению $f' : p'$. Поэтому $\delta f'$ становится равным нулю при той же высоте h , при которой и $\delta s'$ равно нулю. Не всегда, конечно, удастся достичь такой коррекции закона синусов, но к ней нужно стремиться при практическом расчете оптических систем.

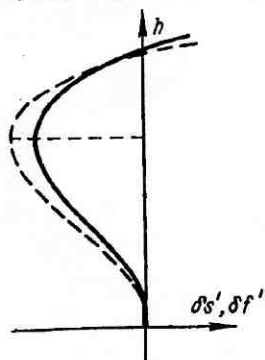


Рис. V. 34

Формула (V. 245) или (V. 246) может быть использована при расчете оптических систем и иначе: они позволяют находить такое положение зрачков системы, при котором кома системы устраняется. Для этого из указанных формул определяется отрезок p' , от которого зависит место положения выходного зрачка системы. Например, из (V. 246) находим

$$p' = f' \frac{\delta s'}{\delta f'}. \quad (\text{V. 247})$$

Зрачки, положение которых определяется из условия изопланации, принято называть *естественными зрачками оптической системы*.

Определим здесь положение естественных зрачков одной сферической преломляющей поверхности (рис. V. 35). Полагая, что предмет находится на бесконечности, найдем из треугольника POA' , в котором угол $POS = -\omega$ служит внешним углом,

$$\alpha' = \omega' - \omega. \quad (\text{V. 248})$$

Пользуясь далее соотношениями на чертеже и законом преломления, получим последовательно:

$$n \sin \omega = -\frac{nh}{r} = n' \sin \omega' = n' \frac{q'}{r} \sin \alpha'. \quad (\text{V. 249})$$

Применяя сначала первую и вторую, а потом вторую и третью части этого продленного равенства, находим:

$$\left. \begin{aligned} \sin \omega &= -\frac{h}{r}; \\ \sin \omega' &= -\frac{nh}{n'r}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 250})$$

Наконец, пользуясь второй и четвертой частями равенства (V. 249), получаем

$$q' = -\frac{nh}{n' \sin \alpha'} \quad (\text{V. 251})$$

Вследствие (V. 248) и (V. 250) находим

$$\sin \alpha' = -\frac{h}{r} \left[\frac{n}{n'} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{r}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \left(\frac{h}{r}\right)^2} \right] \quad (\text{V. 252})$$

Поэтому вместо (V. 251) получим

$$q' = -\frac{r}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{r}\right)^2} - \frac{n}{n'} \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \left(\frac{h}{r}\right)^2}} \quad (\text{V. 253})$$

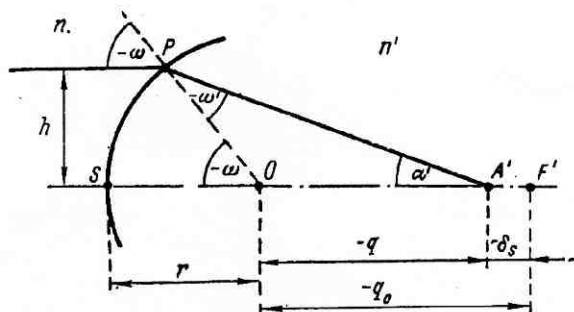


Рис. V. 35

Это точная формула для величины q' . Полагая $h = 0$, получим из этой формулы расстояние q_0' от центра O поверхности до заднего фокуса F'

$$q_0' = -\frac{nr}{n' - n} \quad (\text{V. 254})$$

Считая h малым по сравнению с r и отбрасывая члены выше третьего порядка малости, найдем вместо (V. 253) после соответствующих преобразований

$$q' = -\frac{nr}{n' - n} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{n}{n'} \left(\frac{h}{r}\right)^2 \right] \quad (\text{V. 255})$$

По чертежу находим величину $\delta s'$ сферической аберрации

$$\delta s' = q_0' - q' \quad (\text{V. 256})$$

Отсюда получаем благодаря формулам (V. 254) и (V. 255):

$$\delta s' = -\frac{1}{2} \frac{n^2}{n'(n' - n)} \left(\frac{h}{r}\right)^2 \quad (\text{V. 257})$$

Ошибка закона синусов $\delta f'$ находится по выражению (V. 151)

$$\delta f' = \frac{h}{\sin \alpha'} - f'.$$

Из геометрической оптики известна формула

$$f' = \frac{n'r}{n' - n}. \quad (\text{V. 258})$$

Из выражений (V. 251) и (V. 255) следует

$$\frac{h}{\sin \alpha'} = -\frac{n'}{n} q' = \frac{n'r}{n' - n} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{n}{n'} \left(\frac{h}{r} \right)^2 \right]. \quad (\text{V. 259})$$

На основании формул (V. 258) и (V. 259) получим для $\delta f'$:

$$\delta f' = -\frac{1}{2} \frac{nr}{n' - n} \left(\frac{h}{r} \right)^2. \quad (\text{V. 260})$$

Теперь найдем ρ' по условию изопланазии (V. 247) и применяя выражения (V. 257), (V. 258) и (V. 260)

$$\rho' = \frac{n}{n'} f' = \frac{nr}{n' - n} = -q_0. \quad (\text{V. 261})$$

Этот простой результат показывает, что естественные зрачки одной преломляющей поверхности совпадают друг с другом и лежат в плоскости, проходящей через центр сферической преломляющей поверхности.

Невозможность одновременного выполнения закона синусов (V. 137)

$$V = \frac{n \sin \alpha}{n' \sin \alpha'}$$

и условия Гершеля (V. 134)

$$V = \frac{n \sin \frac{1}{2} \alpha}{n' \sin \frac{1}{2} \alpha'}$$

резко выражается при больших углах α и α' . Если же эти углы малы, то расхождение между обоими требованиями становится малым, а при бесконечно малых углах расхождение исчезает, и обе формулы переходят в выражение

$$V = \frac{n\alpha}{n'\alpha'},$$

известное из геометрической оптики. Благодаря этому при помощи фотографического объектива, рассчитанного на бесконечно удаленный предмет, можно практически фотографировать близкие

предметы без заметной потери качества изображения. В то же время объектив микроскопа, обладающий большим апертурным углом, не допускает сколько-нибудь значительного перемещения предмета вдоль оптической оси, так как при этом возникает резкое ухудшение качества изображения.

В. ТЕОРИЯ АСТИГМАТИЗМА

§ 103. Инварианты Юнга

В § 32 рассмотрены свойства астигматического пучка, связь астигматизма с теорией каустик, а также возникновение астигматизма и кривизны изображения в оптических системах. Не возвращаясь здесь к этим вопросам, рассмотрим теперь математические средства для вычисления астигматизма и их применение для решения некоторых практических задач (кроме формул aberrаций третьего порядка).

В первую очередь необходимо рассмотреть два инварианта астигматизма, принадлежащих английскому физику, астроному и врачу Т. Юнгу (1773—1829 гг.), известному исследователю интерференции света (опыт Юнга), упругости твердых тел (модуль Юнга) и древнеегипетских иероглифов (Розеттский камень).

Рассмотрим сначала меридиональный инвариант Юнга.

Пусть PA (рис. V. 36) — главный луч бесконечно узкого меридионального пучка лучей, сходящихся в точке A . Луч PA у точки P падает на преломляющую поверхность SP любой формы, но являющуюся поверхностью вращения вокруг оптической оси и разделяющую две среды с показателями преломления n и n' . После преломления на главном луче PA' располагается точка A' , в которой сходятся все лучи бесконечно узкого преломленного пучка лучей. PO — нормаль к преломляющей поверхности в точке падения P луча, точка O — центр кривизны поверхности у точки P в меридиональном сечении.

Повернем падающий луч вокруг точки A на бесконечно малый угол в меридиональной плоскости. После поворота он займет положение P_1A . Таким образом, мы переходим от главного луча PA пучка к бесконечно близкому меридиональному лучу P_1A . При этом нормаль PO повернется вокруг точки O , заняв

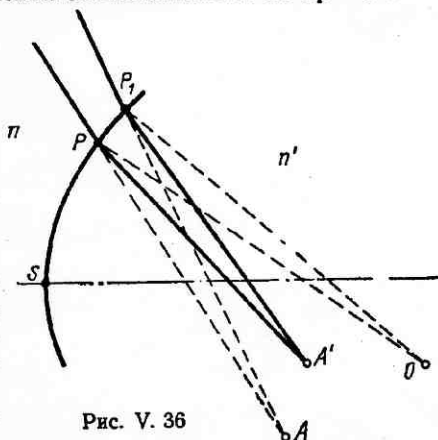


Рис. V. 36

новое бесконечно близкое положение P_1O . Преломленный луч PA' после псворота займет положение P_1A' . Введем следующие обозначения, не показанные на чертеже. Обозначения для конечных отрезков: отрезки вдоль главного луча от поверхности до предмета и от поверхности до изображения $l_t = PA$ и $l'_t = PA'$, радиус кривизны преломляющей поверхности у точки P в меридиональном сечении $r_t = PO$. Бесконечно малый отрезок $ds = PP_1$ — дуга, которую можно считать дугой окружности с центром в точке O . Поэтому должно быть $r_t = P_1O$. Конечные углы: угол падения $\omega = \angle APO$, угол преломления $\omega' = \angle A'PO$, угол α , образованный лучом PA с осью поверхности, угол α' , образованный лучом PA' с осью, и угол γ , образованный нормалью PO с осью. При повороте луча все эти углы получают бесконечно малые приращения: $d\alpha = \angle PAP_1$, $d\alpha' = \angle PA'P_1$; $d\gamma = \angle POP_1$, а также $d\omega$ и $d\omega'$, которых нет на чертеже.

При выводе меридионального инварианта Юнга исходной формулой послужит закон преломления

$$n' \sin \omega' = n \sin \omega. \quad (V. 262)$$

Дифференцируя выражение (V. 262) для перехода к бесконечно близкому лучу, находим

$$n' \cos \omega' d\omega' = n \cos \omega d\omega. \quad (V. 263)$$

Из треугольника, ограниченного прямыми PA , PO и осью, получаем

$$\omega = \alpha - \gamma. \quad (V. 264)$$

Аналогично из треугольника, образованного лучами PA' , PO и осью, находим

$$\omega' = \alpha' - \gamma. \quad (V. 265)$$

Дифференцируя формулы (V. 264) и (V. 265), получим выражения:

$$\left. \begin{aligned} d\omega &= d\alpha - d\gamma; \\ d\omega' &= d\alpha' - d\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (V. 266)$$

Далее из фигуры POP_1 найдем:

$$d\gamma = \frac{ds}{r_t}. \quad (V. 267)$$

Несколько сложнее определяются углы $d\alpha$ и $d\alpha'$. Спроектируем отрезок PP_1 на направление, перпендикулярное к лучу PA . Длина ds' этой проекции определяется двояким образом:

$$ds' = ds \cos \omega = l_t d\alpha. \quad (V. 268)$$

Отсюда получим

$$d\alpha = \frac{ds}{l_t} \cos \omega. \quad (V. 269)$$

Аналогично находится угол $d\alpha'$

$$d\alpha' = \frac{ds}{l'_t} \cos \omega'. \quad (\text{V. 270})$$

На основании выражений получим из формул (V. 266), (V. 267), (V. 269) и (V. 270)

$$\left. \begin{aligned} d\omega &= \left(\frac{\cos \omega}{l_t} - \frac{1}{r_t} \right) ds; \\ d\omega' &= \left(\frac{\cos \omega'}{l'_t} - \frac{1}{r_t} \right) ds. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 271})$$

Подставив значения $d\omega$ и $d\omega'$, определяемые формулами (V. 271), в продифференцированный закон преломления, получим после сокращения на ds

$$n' \cos \omega' \left(\frac{\cos \omega'}{l'_t} - \frac{1}{r_t} \right) = n \cos \omega \left(\frac{\cos \omega}{l_t} - \frac{1}{r_t} \right). \quad (\text{V. 272})$$

Это и есть меридиональный инвариант Юнга, связывающий отрезки l'_t и l_t вдоль главного луча и позволяющий поэтому находить по заданному положению предмета положение меридионального изображения.

Обратимся теперь к выводу сагиттального инварианта Юнга. Пусть главный луч PA (рис. V. 37) бесконечно узкого пучка преломляется у точки P преломляющей поверхности PS , имеющей любую форму, симметричную относительно оси SO . Эта поверхность разделяет две среды с показателями преломления n и n' . Лежащие в сагиттальной плоскости (перпендикулярной к плоскости чертежа и проходящей через луч PA) лучи бесконечно узкого пучка пересекаются в точке A , служащей поэтому предметной точкой для сагиттальных лучей. Пусть PO — нормаль к поверхности в точке P . Как известно из теории поверхностей вращения, центр кривизны поверхности в точке P в сагиттальном сечении лежит в точке O пересечения нормали PO с осью поверхности. На преломленном главном луче PA' находится точка A' сагиттального изображения, в которой встречаются сагиттальные лучи бесконечно узкого пучка лучей. Точка A' находится простым геометрическим построением на основании положения, доказанного в § 32: точки сагиттального предмета A , изображения A' и центр O сагиттальной кривизны преломляющей поверхности лежат на одной прямой. Поэтому точка A' находится как точка пересечения преломленного луча PA' с прямой, проведенной через точки A и O .

Введем следующие обозначения для отрезков: отрезки вдоль главного луча от поверхности до сагиттального предмета и изображения $PA = l_s$ и $PA' = l'_s$; радиус сагиттальной кривизны поверхности $PO = r_s$. Обозначения для углов: угол падения

$\omega = \angle OPA$ и угол преломления $\omega' = \angle OPA'$. Кроме того, на чертеже введен угол β , являющийся внешним углом треугольника APQ у вершины O (а также и треугольника $A'PO$).

Исходной формулой при выводе сагиттального инварианта послужит закон преломления (V. 262). Пользуясь известным свойством внешнего угла β треугольника APQ , найдем для длины перпендикуляра, опущенного из точки P на линию AO , три выражения

$$r_s \sin \beta = l_s \sin (\beta - \omega) = l'_s \sin (\beta - \omega'). \quad (\text{V. 273})$$

Взяв первые две части этого продленного равенства и преобразуя синус разности углов β и ω , получим после несложных преобразований

$$l_s \sin \omega = (l_s \cos \omega - r_s) \operatorname{tg} \beta, \quad (\text{V. 274})$$

а отсюда находим

$$\sin \omega = - \left(\frac{1}{l_s} - \frac{\cos \omega}{r_s} \right) r_s \operatorname{tg} \beta. \quad (\text{V. 275})$$

Применив теперь первую и третью части равенства (V. 273), получим при помощи аналогичных преобразований выражение

$$\sin \omega' = - \left(\frac{1}{l'_s} - \frac{\cos \omega'}{r_s} \right) r_s \operatorname{tg} \beta. \quad (\text{V. 276})$$

Подставляя значения $\sin \omega$ и $\sin \omega'$ из выражений (V. 275) и (V. 276) в закон преломления (V. 262), найдем после сокращения на $-r_s \operatorname{tg} \beta$ окончательную формулу

$$n' \left(\frac{1}{l'_t} - \frac{\cos \omega'}{r_s} \right) = n \left(\frac{1}{l_s} - \frac{\cos \omega}{r_s} \right). \quad (\text{V. 277})$$

Это и есть сагиттальный инвариант Юнга, связывающий отрезки l_s и l'_s и благодаря этому позволяющий по заданному положению точки предмета A находить положение сагиттального изображения A' .

В частном случае, если углы ω и ω' становятся равными нулю, оба инварианта упрощаются

$$\left. \begin{aligned} n' \left(\frac{1}{l'_t} - \frac{1}{r_t} \right) &= n \left(\frac{1}{l_t} - \frac{1}{r_t} \right); \\ n' \left(\frac{1}{l'_s} - \frac{1}{r_s} \right) &= n \left(\frac{1}{l_s} - \frac{1}{r_s} \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 278})$$

Следует заметить, что радиусы r_t и r_s могут быть не равны друг другу, а потому и в этом случае поверхность не свободна от астигматизма. При нормальном падении главного луча ($\omega = \omega' = 0$) поверхность свободна от астигматизма в двух случаях: во-первых, если она сферическая и потому $r_t = r_s = r$, т. е. радиусу сферы, и, во-вторых, если главный луч совпадает с оптической осью при поверхности любой формы, при этом $r_t = r_s = r_0$, т. е. радиусу кривизны в вершине поверхности. В последнем случае оба инварианта Юнга переходят в инвариант Аббе

$$n' \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right). \quad (\text{V. 279})$$

Вероятно, поэтому инварианты Юнга иногда называют сагитальным и меридиональным инвариантами Аббе. Это название неправильное, и пользоваться им не следует.

Наиболее простой вид инварианты приобретают в случае плоских преломляющих поверхностей, когда $r_t = r_s = \infty$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{l'_t}{n' \cos^2 \omega'} &= \frac{l_t}{n \cos^2 \omega}; \\ \frac{l'_s}{n'_s} &= \frac{l_s}{n_s}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 280})$$

Воспользуемся этими выражениями для определения астигматизма, вносимого плоскопараллельной пластинкой, стоящей в непараллельном ходе лучей (рис. V. 38), имеющей толщину d и изготовленной из стекла с показателем преломления n . Главный луч $CP_1P_2A_{2t}$ образует с осью в воздухе угол ω , а в стекле — угол ω' ; эти углы связаны между собой законом преломления

$$\sin \omega = n \sin \omega'. \quad (\text{V. 281})$$

Предположим, что нам известен отрезок $P_1A_1 = l_{1t} = l_{1s} = l$. Точка A_1 — свободная от астигматизма точка предмета (мнимого).

Применяя формулы (V. 280) к первой преломляющей грани P_1S_1 пластинки, найдем отрезки $P_1A_{2t} = l'_{1t}$ и $P_1A_{2s} = l'_{1s}$.

$$l'_{1t} = n \frac{\cos^2 \omega'}{\cos^2 \omega} l; \quad l'_{1s} = nl. \quad (\text{V. 282})$$

По чертежу находим отрезок P_1P_2

$$P_1P_2 = \frac{d}{\cos \omega'}.$$

Поэтому получим, определяя отрезки $P_2A_{2t} = l_{2t}$ и $P_2A_{2s} = l_{2s}$,

$$l_{2t} = l'_{1t} - \frac{d}{\cos \omega'}; \quad l_{2s} = l'_{1s} - \frac{d}{\cos \omega'}.$$

На основании выражений (V. 282) находим

$$l_{2t} = n \frac{\cos^2 \omega'}{\cos^2 \omega} l - \frac{d}{\cos \omega'}; \quad l_{2s} = nl - \frac{d}{\cos \omega'}. \quad (\text{V. 283})$$

Применив теперь формулы (V. 280) ко второй преломляющей грани P_2S_2 пластинки, находим отрезки $P_2A_{3t} = l'_{2t}$ и $P_2A_{3s} = l'_{2s}$

$$l'_{2t} = \frac{1}{n} \frac{\cos^2 \omega}{\cos^2 \omega'} l_{2t}; \quad l'_{2s} = \frac{1}{n} l_{2s}, \quad (\text{V. 284})$$

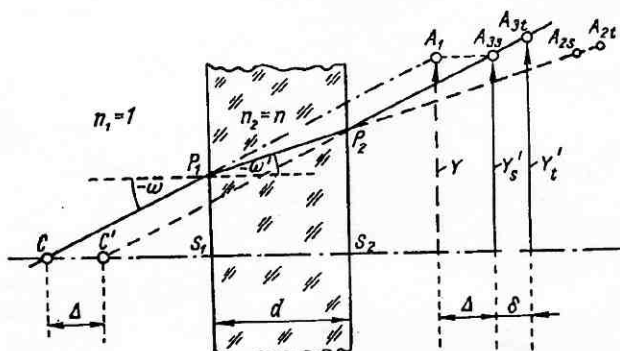


Рис. V. 38

а вследствие выражений (V. 283) получим

$$l'_{2t} = l - \frac{\cos^2 \omega}{n \cos^2 \omega'} d; \quad l'_{2s} = l - \frac{d}{n \cos \omega'}. \quad (\text{V. 285})$$

Отрезок $a = A_{3s}A_{3t} = l'_{2t} - l'_{2s}$ представляет собой величину астигматизма, вносимого плоскопараллельной пластинкой. Благодаря формулам (V. 285) находим следующее широко известное выражение для отрезка a

$$a = \left(1 - \frac{\cos^2 \omega}{\cos^2 \omega'}\right) \frac{d}{n \cos \omega'}. \quad (\text{V. 286})$$

Из этого выражения следует, что величина a астигматизма, вносимого плоскопараллельной пластинкой, не зависит от величины l . Менее известна, но значительно удобнее для логарифмического расчета следующая формула, получаемая из формулы (V. 286) путем исключения величины ω при помощи формулы (V. 281):

$$a = \frac{n^2 - 1}{n} \frac{\text{tg}^2 \omega'}{\cos \omega'} d. \quad (\text{V. 287})$$

Отсюда легко получить приближенную формулу до третьих порядков малости:

$$a = \frac{n^2 - 1}{n} \omega'^2 d, \quad (\text{V. 288})$$

а вследствие формулы (V. 281) в пределах указанной точности находим

$$a = \frac{n^2 - 1}{n^3} \omega^2 d. \quad (\text{V. 289})$$

Пусть известна длина перпендикуляра Y , опущенного из точки A_1 предмета на оптическую ось. Обозначив высоту $S_1 P_1$ через h , найдем по чертежу

$$Y = h + l \sin \omega. \quad (\text{V. 290})$$

Определим теперь длину перпендикуляра Y'_s , опущенного на ось из точки A_{3s} сагиттального изображения,

$$Y'_s = h + d \operatorname{tg} \omega' + l'_{2s} \sin \omega. \quad (\text{V. 291})$$

На основании второй формулы (V. 285) получаем

$$Y'_s = h + d \operatorname{tg} \omega' + l \sin \omega - \frac{\sin \omega}{n \cos \omega'} d. \quad (\text{V. 292})$$

Применив в последнем слагаемом этого выражения закон преломления (V. 281), найдем после сокращения с учетом формулы (V. 290)

$$Y'_s = Y. \quad (\text{V. 293})$$

Пользуясь чертежом, заметим, что Y'_s отстоит от Y на величину $\Delta = CC'$, причем Δ определяется по формуле, выведенной в § 4:

$$\Delta = \left(1 - \frac{\cos \omega}{n \cos \omega'}\right) d = \left(1 - \frac{\cos \omega}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \omega}}\right) d. \quad (\text{V. 294})$$

Для длины перпендикуляра Y'_t , опущенного на оптическую ось из точки A_{3t} меридионального изображения, найдем по чертежу

$$Y'_t = Y + a \sin \omega. \quad (\text{V. 295})$$

Вследствие (V. 287), учитывая (V. 281), получаем

$$Y'_t = Y + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^3 \omega' d. \quad (\text{V. 296})$$

Отсюда находится приближенная формула

$$Y'_t = Y + \frac{n^2 - 1}{n^3} \omega^3 d. \quad (\text{V. 297})$$

Смещение δ перпендикуляра Y'_t относительно Y'_s определим по формуле

$$\delta = \frac{Y'_t - Y'_s}{\operatorname{tg} \omega} = (n^2 - 1) \frac{\operatorname{tg}^3 \omega'}{\operatorname{tg} \omega} d \quad (\text{V. 298})$$

или по приближенной формуле

$$\delta = \frac{n^2 - 1}{n^3} \omega'^2 d. \quad (\text{V. 299})$$

На чертеже (рис. V. 39) представлена вращающаяся плоско-параллельная пластинка, когда она повернута от нормального

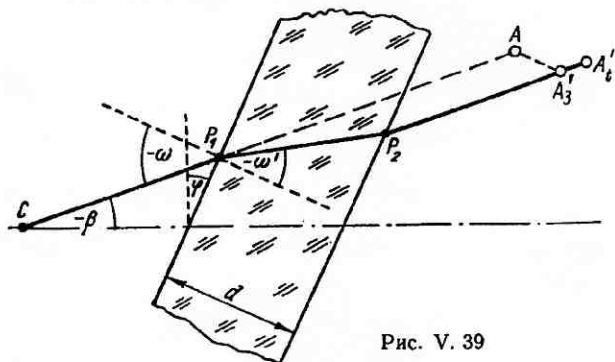


Рис. V. 39

положения на угол φ . Пусть главный луч CP_1 узкого пучка лучей образует с оптической осью угол β . По чертежу находим

$$\omega = \beta - \varphi. \quad (\text{V. 300})$$

Определив угол ω по этой формуле, можно легко найти положение сагиттального и меридионального изображений A'_s и A'_t точки A , лежащей на падающем луче CP_1 на заданном расстоянии l от точки P_1 . Для этого следует через точку A провести прямую $AA'_s = \Delta$ под углом φ к оптической оси. Длина Δ определяется по формуле (V. 294). Точка A'_s лежит на выходящем из пластинки луче $P_2A'_t$, параллельном лучу CP_1 . На луче $P_2A'_t$ лежит и точка A'_t , причем отрезок $A'_sA'_t = a$ определяется по формуле (V. 287) или приближенно по формуле (V. 289).

Если угол $\beta = 0$, из (V. 300) следует: $\omega = -\varphi$. Далее находятся точки A'_s и A'_t , как указано выше. Если же $\beta = \varphi$ и $\omega = 0$, то астигматизма нет, и точки A'_s и A'_t совпадают, а их расстояние от точки A равно Δ_0 :

$$\Delta_0 = \frac{n-1}{n} d. \quad (\text{V. 301})$$

Инварианты Юнга (V. 272) и (V. 277) можно привести к более изящному виду при помощи следующих выкладок. Положим, $l_t = l_s = \infty$. В этом случае $l'_t = f_t$ и $l'_s = f'_s$:

$$\left. \begin{aligned} f'_t &= \frac{n'r_t \cos^2 \omega'}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}; \\ f'_s &= \frac{n'r_s}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 302})$$

Если же принять $l'_t = l'_s = \infty$, то будет $l_t = f_t$ и $l_s = f_s$:

$$\left. \begin{aligned} f_t &= -\frac{nr_t \cos^2 \omega}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}; \\ f_s &= -\frac{nr_s}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 303})$$

Применяя выражения (V. 302) и (V. 303), можно придать инвариантам Юнга следующий простой вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{f'_t}{l'_t} + \frac{f_t}{l_t} &= 1; \\ \frac{f'_s}{l'_s} + \frac{f_s}{l_s} &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 304})$$

В бесконечно узком пространстве, окружающем главный луч наклонного пучка лучей, эти формулы позволяют развить ряд закономерностей, подобных законам солинейного средства, справедливых для параксиальных лучей.

§ 104. Анастигматические преломляющие поверхности

Для того чтобы можно было применять инварианты Юнга к неплоским преломляющим и отражающим поверхностям, нужно уметь находить радиусы r_t и r_s меридиональной и сагиттальной кривизны в точке падения луча на поверхность. Пусть уравнение поверхности задано в виде

$$y^2 = xf(x). \quad (\text{V. 305})$$

Это общий вид уравнения меридиональной кривой, симметричной относительно оси x (оптической оси), если начало координат совпадает с вершиной кривой (рис. V. 40), при этом $f(x)$ — произвольная функция абсциссы x .

Пусть PO_t — нормаль к кривой в точке P . Так как центр O_s кривизны поверхности в сагиттальной плоскости лежит на оси SO_s , то по чертежу для $r_s = PO_s$ находим

$$r_s = \frac{y}{\cos \tau}, \quad (\text{V. 306})$$

где τ — угол, образованный касательной в точке P с осью. Как известно из аналитической геометрии,

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{dy}{dx}. \quad (\text{V. 307})$$

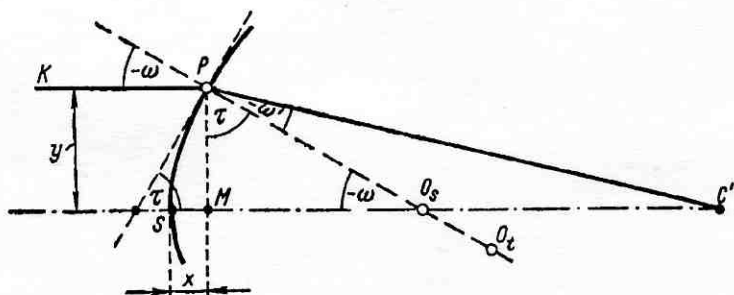


Рис. V. 40

Поэтому найдем из выражения (V. 306)

$$r_s = y \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{V. 308})$$

Из аналитической геометрии известно также и выражение для радиуса $r_t = PO_t$ кривизны в меридиональной плоскости:

$$r_t = - \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}. \quad (\text{V. 309})$$

Знак минус введен в эту формулу, чтобы выполнялись правила знаков, принятые в оплотехнике.

Сравнивая выражения (V. 308) и (V. 309), получаем

$$r_t = - \frac{r_s^3}{y^3 \frac{d^2y}{dx^2}}. \quad (\text{V. 310})$$

Вследствие (V. 305) имеем

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xf'(x) + f(x)}{2y}. \quad (\text{V. 311})$$

Поэтому из выражения (V. 308) следует

$$r_s = \frac{1}{2} \{4xf(x) + [xf'(x) + f(x)]^2\}^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{V. 312})$$

Дифференцируя выражение (V. 311), найдем после некоторого упрощения

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{4y^3} \{2x^2f(x)f''(x) - [xf'(x) + f(x)]^2\}. \quad (\text{V. 313})$$

Благодаря этому получим вместо выражения (V. 310)

$$r_t = -\frac{4 \cdot 3}{2x^2f(x)f''(x) - [xf'(x) + f(x)]^2}. \quad (\text{V. 314})$$

В этих выражениях $f'(x)$ и $f''(x)$ — первая и вторая производные функции $f(x)$ по x . Формулы (V. 312) и (V. 314) позволяют найти радиусы r_s и r_t в любой точке P меридиональной кривой.

Обратимся теперь непосредственно к определению анастигматических точек. Для этого в инвариантах Юнга (V. 272) и (V. 277) положим $l_t = l_s = l$ и потребуем, чтобы $l'_t = l'_s = l'$. Таким образом, имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{n'}{l'} &= \frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r_t \cos^2 \omega'} + \frac{n}{l} \frac{\cos^2 \omega}{\cos^2 \omega'}; \\ \frac{n'}{l'} &= \frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r_s} + \frac{n}{l}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 315})$$

Из этих выражений видно, что поставленная задача имеет тривиальное решение: $l = l' = 0$, если точки A и A' совпадают и лежат в точке P падения главного луча на преломляющую поверхность. Менее тривиальное решение можно получить, исключив l' из выражений (V. 315). После некоторых упрощающих преобразований получаем

$$\frac{n'^2 - n^2}{nl} \sin^2 \omega' = (n' \cos \omega' - n \cos \omega) \left(\frac{1}{r_t} - \frac{\cos^2 \omega'}{r_s} \right). \quad (\text{V. 316})$$

Вычисляемый по этой формуле отрезок l определит положение передней анастигматической точки. Сопряженная с ней задняя анастигматическая точка найдется, если из выражений (V. 315) исключить l

$$\frac{n'^2 - n^2}{n'l'} \sin^2 \omega = (n' \cos \omega' - n \cos \omega) \left(\frac{1}{r_t} - \frac{\cos^2 \omega}{r_s} \right). \quad (\text{V. 317})$$

По этой формуле вычисляется отрезок l' вдоль главного луча от преломляющей поверхности до задней астигматической точки. Таким образом, кроме анастигматической пары точек $l = l' = 0$ на каждом главном луче всякой преломляющей поверхности

имеется еще вторая пара анастигматических точек, для которых отрезки l и l' находятся по формулам (V. 316) и (V. 317). Вычитая (V. 316) из (V. 317), найдем простое выражение, связывающее отрезки l и l' ,

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r_s}. \quad (\text{V. 318})$$

Если поверхность сферическая и $r_t = r_s = r$, выражения (V. 316) и (V. 317) приводятся к виду

$$nl = n'l' = \frac{(n'^2 - n^2)r}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}. \quad (\text{V. 319})$$

Можно убедиться, что эти выражения определяют положение апланатических точек A и A' (рис. V. 32), не лежащих на оптической оси, как это показано в конце § 101. Пользуясь чертежом (рис. V. 32), из треугольника POA найдем

$$-PA \sin \omega = OA \sin \gamma,$$

а из треугольника $PA'O$

$$-PA' \sin \omega = OA' \sin \gamma.$$

Здесь γ — общий внешний угол этих треугольников у вершины O ;

$$PA = l; \quad PA' = l'; \quad OA = \frac{n'}{n} r; \quad OA' = \frac{n}{n'} r.$$

Исключая из этих выражений угол γ , получим

$$\frac{l' \sin \omega'}{l \sin \omega} = \frac{OA'}{OA} = \frac{n^2}{n'^2}. \quad (\text{V. 320})$$

Применяя закон преломления, легко получить отсюда выражение

$$n'l' = nl,$$

совпадающее с выведенной здесь формулой (V. 319). Следовательно, как и нужно было ожидать, анастигматические точки сферической поверхности совпадают с апланатическими точками.

Пусть меридиональная кривая преломляющей поверхности — коническое сечение с уравнением

$$y^2 = x [2r_0 - (1 - \sigma)x]. \quad (\text{V. 321})$$

В таком случае имеем

$$f(x) = 2r_0 - (1 + \sigma)x;$$

$$f'(x) = -(1 + \sigma);$$

$$f''(x) = 0.$$

Вследствие этого найдем для радиусов r_s и r_l сагиттальной и меридиональной кривизны по формулам (V. 312) и (V. 314)

$$\left. \begin{aligned} r_s &= [(r_0 - \sigma x)^2 + \sigma x^2]^{\frac{1}{2}}; \\ r_l &= \frac{r_s^3}{r_0^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 322})$$

В этих формулах r_0 — радиус кривизны в вершине преломляющей поверхности, а σ — так называемая деформация. Через полуоси a (вдоль оптической оси) и b (поперек оптической оси) величины r_0 и σ выражаются так:

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= \pm \frac{b^2}{a}; \\ \sigma &= \pm \frac{b^2}{a^2} - 1. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 323})$$

Знак плюс берется в случае эллипса, знак минус — в случае гиперболы.

Численное значение деформации σ определяет вид и характер меридиональной кривой поверхности:

$$\begin{aligned} -\infty < \sigma < -2 & \text{гипербола } a < b; \\ \sigma = -2 & \text{равнобочная гипербола } a = b = -r_0; \\ -2 < \sigma < -1 & \text{гипербола } a > b; \\ \sigma = -1 & \text{парабола } f' = \frac{1}{2} r_0; \\ -1 < \sigma < 0 & \text{эллипс } a > b; \\ \sigma = 0 & \text{окружность } a = b = r_0; \\ 0 < \sigma < \infty & \text{эллипс } a < b. \end{aligned}$$

В случае меридиональной кривой второго порядка формулы (V. 316) и (V. 317) приводятся к виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{n'^2 - n^2}{nl} \sin^2 \omega' &= (n' \cos \omega' - n \cos \omega) \frac{r_0^2 - r_s^2 \cos^2 \omega'}{r_s^3}; \\ \frac{n'^2 - n^2}{n'l'} \sin^2 \omega &= (n' \cos \omega' - n \cos \omega) \frac{r_0^2 - r_s^2 \cos^2 \omega}{r_s^3}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 324})$$

Из первого выражения (V. 324) следует, что если $l = \infty$, то должно быть выполнено условие

$$r_0 = r_s \cos \omega'. \quad (\text{V. 325})$$

Из формулы (V. 318) в этом случае получаем

$$\frac{n'}{l'} = \frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r_s}. \quad (\text{V. 326})$$

Определив по формуле (V. 325) угол ω' , а затем по закону преломления и угол ω мы можем из выражения (V. 326) найти l' ,

а следовательно, определить положение свободного от астигматизма изображения бесконечно далекого предмета.

Рассмотрим еще случай, когда на параболическую поверхность падает главный луч KP , параллельный оптической оси (рис. V. 40). Известно свойство параболы: ее субнормаль MO_s постоянна и равна радиусу r_0 кривизны в вершине параболы. Так как, кроме того, $PO_s = r_s$, то из треугольника MPO_s находим

$$r_s \cos \omega = r_0. \quad (\text{V. 327})$$

Это выражение обращает в нуль правую часть второй формулы (V. 324), вследствие чего получим $l' = \infty$. Из формулы (V. 318) найдем в этом случае

$$l = - \frac{nr_s}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}. \quad (\text{V. 328})$$

Учитывая первую формулу (V. 322), получим для r_s выражение (при $\sigma = -1$)

$$r_s = [r_0(r_0 + 2x)]^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{V. 329})$$

Пусть показанная на чертеже (рис. V. 41) меридиональная кривая PS есть коническое сечение, а точка F — один из его фокусов.

Угол ω_0 образован радиусом-вектором FP и нормалью PO_s к поверхности в точке P . Согласно данным аналитической геометрии для кривых второго порядка, справедливо выражение для радиуса кривизны r_l в меридиональном сечении

$$r_l = \frac{r_0}{\cos^3 \omega_0}. \quad (\text{V. 330})$$

На основании этой и второй формулы (V. 322) получается зависимость

$$r_s \cos \omega_0 = r_0. \quad (\text{V. 331})$$

Поэтому, если из точки O_s опустить перпендикуляр O_sN на радиус-вектор FP , длина отрезка NP будет постоянна и равна радиусу кривизны r_0 в вершине S кривой.

Вследствие сказанного в том случае, когда главный луч бесконечно узкого пучка лучей совпадает с радиусом-вектором (а следовательно, центр зрачка системы лежит в фокусе F меридиональной кривой), будет справедливо для любой кривой второго порядка выражение (V. 327), обращающее в нуль правую часть второй формулы (V. 324). Поэтому имеем $l' = \infty$, а l находится по формуле (V. 328).

По первой формуле (V. 322) и выражению (V. 331) получаем

$$\cos \omega_0 = \frac{r_0}{[(r_0 - \sigma x)^2 + \sigma x^2]^{\frac{1}{2}}}. \quad (\text{V. 332})$$

Анастигматические свойства поверхностей второго порядка подробно исследованы проф. М. М. Русиновым.

§ 105. Анастигматические отражающие поверхности

Вопрос об анастигматическом изображении в случае отражающих поверхностей решается много проще, чем в случае преломляющих поверхностей. В этом случае $n' = -n$; $\omega' = -\omega$ и $\cos \omega' = = \cos \omega$. Поэтому инварианты Юнга приводятся к виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{l_t} + \frac{1}{l'_t} &= \frac{2}{r_t \cos \omega}; \\ \frac{1}{l_s} + \frac{1}{l'_s} &= \frac{2 \cos \omega}{r_s}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 333})$$

При $l_t = l_s = 0$, следует: $l'_t = l'_s = 0$, значит, одна пара анастигматических точек лежит в точке P падения луча на поверхность. Если правые части этих выражений будут равны, то при любом значении $l_t = l_s = l$ будут равны и отрезки l'_t и l'_s , а следовательно, и астигматизм будет устранен для любого положения предмета. Приравнивая друг к другу правые части выражений (V. 333), получим условие отсутствия астигматизма отражающей поверхности

$$\cos^2 \omega = \frac{r_s}{r_t}. \quad (\text{V. 334})$$

Отсюда следует, что для сферической поверхности, когда $r_s = = r_t = r$, астигматизм при произвольном положении точки предмета на главном луче устраняется только при условии, если $\omega = = \omega' = 0$.

В случае меридиональной кривой второго порядка вследствие второй формулы (V. 322) условие (V. 334) переходит в выражение

$$\cos \omega = \frac{r_0}{r_s}. \quad (\text{V. 335})$$

Сравнивая выражения (V. 335) и (V. 331), получаем

$$\omega = \omega_0. \quad (\text{V. 336})$$

Это значит, что астигматизм отсутствует при любом положении точки предмета на главном луче, если главный луч проходит через фокусы меридиональной кривой. Это открывает широкие

возможности применения поверхностей второго порядка для устранения астигматизма зеркальных систем.

При таком ходе главного луча оба выражения (V. 333) переходят в формулу

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{2 \cos^2 \omega}{r_0}. \quad (\text{V. 337})$$

Для иллюстрации сказанного на рис. V. 42 показан главный луч A_2PF' , отражающийся от эллиптической поверхности и проходящий через ее фокусы F и F' . Точки F и F' — анаберрационные точки, свободные поэтому также и от астигматизма. Вторую пару

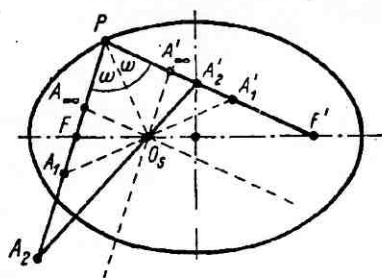


Рис. V. 42

сопряженных точек A_2 и A_2' , свободных от астигматизма, мы получим, очевидно, сделав $PA_2 = PF'$ и $PA_2' = PF$. При этом отрезок $A_2A_2' = FF'$, а точка O_s пересечения обоих отрезков лежит на биссектрисе угла A_2PA_2' , т. е. на нормали к кривой в точке P , и является центром сагиттальной кривизны. Еще одну пару сопряженных и анастигматических точек

A_1 и A_1' мы получим, построив точки пересечения лучей PA_2 и PF' с перпендикуляром к прямой PO_s , восстановленным в точке O_s . При этом имеем

$$PA_1 = PA_1' = \frac{r_s}{\cos \omega} = \frac{r_0}{\cos^2 \omega}. \quad (\text{V. 338})$$

Подстановка этого значения отрезков l и l' в формулу (V. 337) приводит ее к тождеству.

Проводя через точку O_s произвольную прямую, заметим, что она пересекает лучи PA_2 и PF' в паре сопряженных анастигматических точек, что позволяет легко находить такие точки. В частности, если через точку O_s провести прямую, параллельную лучу PF' , найдем точку A_∞ , сопряженную с бесконечно далекой точкой луча PF' , причем по построению

$$l = PA_\infty = \frac{1}{2} PA_1 = \frac{r_0}{2 \cos^2 \omega}; \quad l' = \infty. \quad (\text{V. 339})$$

Эта пара отрезков l и l' также приводит формулу (V. 337) к тождеству. Таким же образом находится точка A'_∞ , сопряженная с бесконечно далекой точкой луча PA_2 ,

Вогнутое параболическое зеркало на основании указанного выше общего свойства меридиональных кривых второго порядка

становится свободным от астигматизма при любом положении предмета, если только центр его входного зрачка совмещен с фокусом F зеркала (рис. V. 43). На этом рисунке предмет предполагается лежащим на бесконечности; вдоль главных лучей FP_1 и FP_2 на зеркало SP_2 падают узкие параллельные пучки лучей. Точки F_1 и F_2 , в которых возникает анастигматическое изображение соответствующих точек бесконечно далекого предмета, находятся при помощи простого геометрического построения: $P_1F_1 = P_1F$ и $P_2F_2 = P_2F$. Пусть уравнение параболической кривой P_2S

$$y^2 = 2r_0x. \quad (\text{V. 340})$$

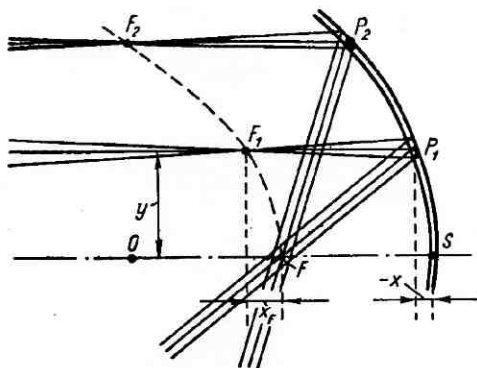


Рис. V. 43

Начало координат — в точке S . Если ω — угол падения луча FP_1 , то угол SFP_1 равен 2ω . Кроме того, для параболы справедливы формулы:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2} r_0 \operatorname{tg}^2 \omega; \\ y &= r_0 \operatorname{tg} \omega. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 341})$$

Вследствие этого находим

$$P_1F_1 = P_1F = \frac{y}{\sin 2\omega} = \frac{r_0}{2 \cos^2 \omega}. \quad (\text{V. 342})$$

Определим отрезок x_F , абсциссу точки F_1 (начало координат в точке F):

$$x_F = P_1F_1 + x - \frac{1}{2} r_0 = r_0 \operatorname{tg}^2 \omega. \quad (\text{V. 343})$$

Сравнивая эту формулу с первой формулой (V. 341), находим

$$x_F = 2x. \quad (\text{V. 344})$$

Отсюда следует, что свободное от астигматизма изображение расположено на поверхности параболоида, радиус кривизны в вершине F которого вдвое меньше r_0 . Оба параболоида имеют общий центр O кривизны в вершинах.

§ 106. Расчет хода лучей астигматического пучка

Формулы и схемы, служащие для расчета хода бесконечно близких к главному лучу меридиональных и сагиттальных лучей, предлагались многими исследователями. Наиболее удобными и экономичными в работе оказались формулы и схемы, предложенные М. Ланге в 1909 г.

Для вывода расчетных формул хода меридионального луча представим себе главный луч AP , падающий на сферическую

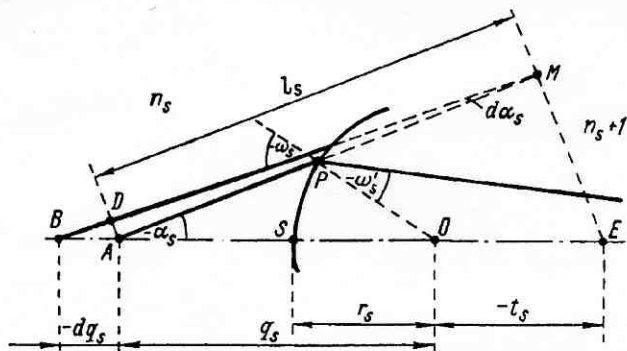


Рис. V. 44

поверхность PS , разделяющую две среды с показателями преломления n_s и n_{s+1} (рис. V. 44). Пусть эта поверхность является s -й преломляющей поверхностью центрированной оптической системы. Радиус этой сферы r_s . На падающем луче AP лежит точка M пересечения меридиональных лучей. Пусть BM — один из этих меридиональных лучей и угол $BMA = d\alpha_s$. Расстояние $AO = q_s$ есть расстояние от точки пересечения главного луча с осью до центра сферы, а отрезок $AM = l_s$ — расстояние вдоль луча от точки пересечения его осью до меридионального предмета M .

Из точки A опустим нормаль AD на луч BM . Тогда из треугольника DMA получим

$$DA = l_s d\alpha_s. \quad (V. 345)$$

Та же величина DA находится из треугольника BDA (пренебрегая членами высших порядков малости)

$$DA = dq_s \sin \alpha_s. \quad (V. 346)$$

В точке M восстановим перпендикуляр ME к главному лучу. Этот перпендикуляр отсекает на оптической оси отрезок $OE = t_s$. Из треугольника MAE следует

$$l_s = (q_s - t_s) \cos \alpha_s. \quad (\text{V. 347})$$

Вследствие этого, исключая DA из выражений (V. 345) и (V. 346), получим

$$\frac{dq_s}{q_s - t_s} = \frac{d\alpha_s}{\text{tg } \alpha_s}. \quad (\text{V. 348})$$

Очевидно, что после преломления главного луча на s -й поверхности аналогичным путем можно получить выражение

$$\frac{dq'_s}{q'_s - t'_s} = \frac{d\alpha_{s+1}}{\text{tg } \alpha_{s+1}}. \quad (\text{V. 349})$$

Из формул третьей и шестой сводки (I. 160), пользуясь законом преломления, можно вывести инвариант

$$n_s q_s \sin \alpha_s = n_{s+1} q'_s \sin \alpha_{s+1}. \quad (\text{V. 350})$$

Путем логарифмического дифференцирования этого инварианта находим

$$\frac{dq_s}{q_s} + \frac{d\alpha_s}{\text{tg } \alpha_s} = \frac{dq'_s}{q'_s} + \frac{d\alpha_{s+1}}{\text{tg } \alpha_{s+1}}. \quad (\text{V. 351})$$

Вследствие (V. 348) и (V. 349) отсюда получается после преобразований

$$\frac{d\alpha_{s+1}}{d\alpha_s} = \frac{q'_s}{q_s} \frac{t_s}{t'_s} \frac{\text{tg } \alpha_{s+1}}{\text{tg } \alpha_s}. \quad (\text{V. 352})$$

Далее, дифференцируя пятую формулу сводки (I. 160), находим

$$d\alpha_{s+1} = d\alpha_s - d\omega_s + d\omega'_s. \quad (\text{V. 353})$$

Логарифмическим дифференцированием закона преломления получаем

$$\frac{d\omega_s}{\text{tg } \omega_s} = \frac{d\omega'_s}{\text{tg } \omega'_s}. \quad (\text{V. 354})$$

Исключим при помощи выражения (V. 354) величину $d\omega'_s$ из формулы (V. 353)

$$d\alpha_{s+1} = d\alpha_s + (\text{tg } \omega'_s - \text{tg } \omega_s) \frac{d\omega_s}{\text{tg } \omega_s}. \quad (\text{V. 355})$$

Логарифмическим дифференцированием третьей формулы сводки (I. 160) находим

$$\frac{d\omega_s}{\operatorname{tg} \omega_s} = \frac{dq_s}{q_s} + \frac{d\alpha_s}{\operatorname{tg} \alpha_s}. \quad (\text{V. 356})$$

Отсюда, исключая dq_s при помощи выражения (V. 348), получаем

$$\frac{d\omega_s}{\operatorname{tg} \omega_s} = \frac{t_s}{q_s} \frac{d\alpha_s}{\operatorname{tg} \alpha_s}, \quad (\text{V. 357})$$

а поэтому из выражения (V. 355) следует

$$\frac{d\alpha_{s+1}}{d\alpha_s} = 1 + (\operatorname{tg} \omega'_s - \operatorname{tg} \omega_s) \frac{t_s}{q_s \operatorname{tg} \alpha_s}. \quad (\text{V. 358})$$

Исключив из выражений (V. 352) и (V. 358) величину $d\alpha_{s+1}/d\alpha_s$ и решив полученное таким образом уравнение относительно t'_s , найдем

$$t'_s = \frac{q'_s \operatorname{tg} \alpha_{s+1}}{\frac{q_s \operatorname{tg} \alpha_s}{t_s} + \operatorname{tg} \omega'_s - \operatorname{tg} \omega_s}. \quad (\text{V. 359})$$

Введем теперь величину K_s по первой формуле сводки (I. 160). Имеем переходные формулы:

$$\left. \begin{aligned} t_s &= t'_{s-1} + K_s; \\ t_{s+1} &= t'_s + K_{s+1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 360})$$

Для удобства ведения вычислений целесообразно вместо обозначения t'_s ввести обозначение m_{s+1} . Тогда вместо формул (V. 360) получим

$$\left. \begin{aligned} t_s &= m_s + K_s \\ t_{s+1} &= m_{s+1} + K_{s+1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 361})$$

Поэтому из формулы (V. 359) следует

$$m_{s+1} = \frac{q'_s \operatorname{tg} \alpha_{s+1}}{\frac{q_s \operatorname{tg} \alpha_s}{m_s + K_s} + \frac{\sin(\omega'_s - \omega_s)}{\cos \omega'_s \cos \omega_s}}. \quad (\text{V. 362})$$

Эта формула применяется в схеме для логарифмического расчета хода меридионального луча по предложению Ланге.

Пользуясь обозначениями, введенными на чертеже (рис. V. 45) хода главного луча AP после преломления на последней m -й по-

Исключив из трех уравнений (V. 364) и (V. 365) величины X_s и X'_s , получим после несложных преобразований инвариант

$$\frac{q'_s}{Y_{s+1}} + \cotg \alpha_{s+1} = \frac{q_s}{Y_s} + \cotg \alpha_s. \quad (\text{V. 366})$$

Пользуясь формулами третьей и шестой сводки формул (I. 160), найдем вместо выражения (V. 366)

$$\frac{\sin \omega'_s}{Y_{s+1} \sin \alpha_{s+1}} - \frac{\sin \omega_s}{Y_s \sin \alpha_s} = \frac{\sin (\alpha_{s+1} - \alpha_s)}{r_s \sin \alpha_s \sin \alpha_{s+1}}. \quad (\text{V. 367})$$

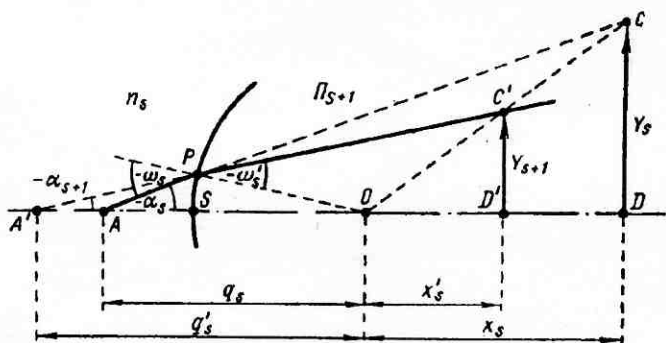


Рис. V. 46

Применяя далее четвертую и пятую формулы сводки (I. 160), приведем выражение (V. 367) к следующему виду:

$$\frac{1}{n_{s+1} Y_{s+1} \sin \alpha_{s+1}} - \frac{1}{n_s Y_s \sin \alpha_s} = P_s. \quad (\text{V. 368})$$

Величина P_s определяется формулой

$$P_s = \frac{\sin (\omega'_s - \omega_s)}{n_{s+1} r_s \sin \omega'_s \sin \alpha_s \sin \alpha_{s+1}}. \quad (\text{V. 369})$$

Составляя выражения (V. 368) для всех поверхностей оптической системы, состоящей из m преломляющих поверхностей, и суммируя их, найдем вследствие происходящих при этом перекрестных сокращений

$$\frac{1}{n_{m+1} Y_{m+1} \sin \alpha_{m+1}} - \frac{1}{n_1 Y_1 \sin \alpha_1} = \sum_{s=1}^{s=m} P_s. \quad (\text{V. 370})$$

В логарифмической схеме для расчета хода сагиттального луча эта формула применяется для нахождения величины $Y'_m = Y_{m+1}$. При этом величина Y_1 предмета предполагается известной.

Таблица V.1

Схема расчета хода меридионального луча

Вступительное вычисление	з-я поверхность	Заключительное вычисление
$\frac{\lg Y_1}{\lg m_1}$	$\frac{K_s}{m_s}$ $\frac{\lg q_s}{a_s}$ $\frac{\lg \operatorname{tg} \alpha_s}{\operatorname{colg} a_s}$ $\frac{\lg b'_s}{\lg (\omega_s - \omega_s)}$ $\frac{\operatorname{colg} \cos \omega'_s}{\operatorname{colg} \cos \omega_s}$ $\frac{\lg c_s}{\lg c_s}$ $\frac{b_s}{c_s}$ $\frac{L_s}{L_s}$ $\frac{\lg q'_s}{\lg \operatorname{tg} \alpha_s}$ $\frac{\operatorname{colg} L_s}{\lg m_{s+1}}$	$\frac{m_{m+1}}{-q_m}$ $\frac{\lg z}{\lg \sin \alpha_{m+1}}$ $\frac{\lg Y_t}{\operatorname{colg} \operatorname{tg} \alpha_{m+1}}$ $\frac{\lg a}{\lg a}$ s'_m $\frac{-s_0}{\dots}$ $\frac{-a}{x_t}$ $Y_t = \dots$ $x_t = \dots$

Таблица V.2

Схема расчета хода сагиттального луча

Вступительное вычисление	з-я поверхность	Заключительное вычисление
$\frac{\operatorname{colg} \sin \alpha_1}{\operatorname{colg} \cos \alpha_1}$	$\frac{\omega'_s}{-\omega_s}$ $\frac{\omega'_s - \omega_s}{\omega'_s - \omega_s}$ $\lg \sin (\omega'_s - \omega_s)$ $\operatorname{colg} n_s$ $\operatorname{colg} r_s$ $\operatorname{colg} \sin \omega_s$ $\operatorname{colg} \sin \alpha_s$ $\frac{\operatorname{colg} \sin \alpha_{s+1}}{\lg P_s}$ $\dots + P_m = \sum P$	$\frac{\operatorname{colg} \sum P}{\operatorname{colg} \sin \alpha_{m+1}}$ $\frac{\lg Y_s}{\operatorname{colg} \operatorname{tg} \alpha_{m+1}}$ $\frac{s'_m}{-s_0}$ \dots $\frac{-a}{x_s}$ $Y_s = \dots$ $x_s = \dots$

В заключительном расчете находится еще величина x_s при помощи формул, аналогичных формулам (V. 363) в расчете хода меридионального луча:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{Y'_s}{\operatorname{tg} \alpha_{m+1}}; \\ x_s &= s'_m - s'_0 - a. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 371})$$

Отрезок x_s представляет собой удаление точки C' сагиттального изображения от плоскости гауссовского изображения. Разность отрезков x_t и x_s характеризует величину астигматизма, а их полу-сумма — кривизну изображения данной оптической системы.

Здесь приведены общие схемы для логарифмического расчета меридионального и сагиттального лучей (табл. V. 1 и V. 2).

Г. ТЕОРИЯ ДИСТОРСИИ

§ 107. Вычисление дисторсии

Развитие *камеры обскуры* в первой четверти XIX в., предшествовавшее изобретению фотографии, привело к обнаружению *дисторсии* — аберрации, нарушающей постоянство увеличения на плоскости изображения, перпендикулярной к оптической оси, а тем самым и подобие изображения предмету. Первым явление дисторсии исследовал английский физик Эри (1827 г.). Им был установлен *закон тангенсов*, соблюдение которого приводит к устранению дисторсии:

$$\frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta} = W = \operatorname{const}. \quad (\text{V. 372})$$

Здесь углы β и β' образованы с осью главным лучом до и после его прохождения через оптическую систему, W — угловое увеличение данной системы в области Гаусса.

Изобретение фотографического процесса Дагерром в 1838 г. сделало вопрос об устранении дисторсии в фотографических объективах чрезвычайно актуальным. Вскоре было обнаружено, что симметричная система (т. е. оптическая система, составленная из двух идентичных частей, симметрично расположенных относительно апертурной диафрагмы) обладает тем свойством, что углы β и β' в этой системе всегда равны друг другу. Вследствие этого отношение их тангенсов равно единице, а потому условие (V. 372) строго выполнено. Это положение справедливо не только для симметричных систем, но и для систем полусимметричных, составленных из двух подобных половин. Такие симметричные и полусимметричные объективы получили широкое распространение во второй половине прошлого столетия (перископы, апланаты).

Однако уже в пятидесятых годах XIX в. была обнаружена дисторсия у строго симметричных объективов. Этим была доказана

ошибочность закономерности (V. 372), установленной Эри. Заслуга выяснения истинного условия устранения дисторсии объективов принадлежит ряду английских оптиков-любителей и оптиков-ремесленников (Боу, Суттон и др.). Однако уже в девяностых годах прошлого столетия их работы оказались основательно забытыми.

Развитие аэросъемки, производившейся сначала с привязных аэростатов, а в дальнейшем — с самолетов, потребовало особенно тщательного устранения дисторсии в предназначенных для этой цели объективах. Е. Вандерслеб, которому фирма «К. Цейсс» поручила задачу устранения остаточной дисторсии в объективе

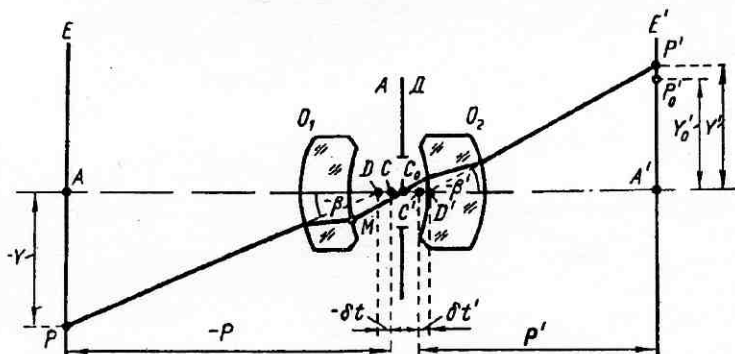


Рис. V. 47

«Тессар», рассчитанном П. Рудольфом в 1902 г., был вынужден вновь изучить работы английских исследователей дисторсии шестидесятых годов прошлого века и окончательно установить правильные формулы для ее определения. Эта работа была выполнена Е. Вандерслебом (вместе с перерасчетом «Тессара») в 1907 г. С тех пор формулы Е. Вандерслеба широко применяются в практике оптико-конструкторских бюро.

На рис. V. 47 представлена оптическая система, в междудлинзовом промежутке которой помещается апертурная диафрагма \$AD\$ с центром в точке \$C_0\$. Гауссовским изображением точки \$C_0\$ в обратном ходе лучей через переднюю часть \$O_1\$ системы пусть служит точка \$C\$ — центр входного зрачка системы. Гауссовское изображение точки \$C_0\$ в прямом ходе через заднюю половину \$O_2\$ оптической системы пусть будет в точке \$C'\$, являющейся центром выходного зрачка системы. На оптической оси лежат отрезки \$CA = -p\$ и \$C'A' = p'\$, определяющие положение сопряженных точек \$A\$ и \$A'\$ сопряженных плоскостей \$E\$ и \$E'\$.

Представим себе главный луч \$MC_0\$ наклонного к оси пучка лучей. Этот луч обязательно проходит через центр \$C_0\$ апертурной диафрагмы. Проследив (при помощи тригонометрического расчета)

его ход в обратном направлении через переднюю часть O_1 системы, найдем положение главного луча PD в пространстве предметов, где он образует с осью угол β и отсекает на плоскости E величину предмета $AP = -Y$. При этом луч PD вследствие сферической аберрации, возникающей при его прохождении через O_1 , не пройдет через центр C входного зрачка. Отрезок $CD = -\delta t$ представляет на чертеже величину сферической аберрации во входном зрачке.

Таким же образом можно проследить за ходом луча MC_0 через вторую часть O_2 оптической системы, найдя при этом положение главного луча $D'P'$ в пространстве изображений, где он образует с оптической осью угол β' и отсекает на плоскости E' величину $A'P' = Y'$. Из-за наличия дисторсии в рассматриваемой оптической системе отрезок Y' не совпадает с величиной $A'P'_0 = Y'_0$ гауссовского изображения предмета Y . Величина Y'_0 находится по формуле

$$Y'_0 = VY, \quad (V. 373)$$

где V — линейное увеличение.

Луч $D'P'$ тоже не проходит через центр C' входного зрачка, образуя сферическую аберрацию $C'D' = \delta t'$ в выходном зрачке системы.

Величина Δ относительной дисторсии оптической системы определяется как изложено в § 32 настоящего курса, формулой

$$\Delta = \frac{Y' - Y'_0}{Y'_0} = \frac{Y'}{Y'_0} - 1. \quad (V. 374)$$

Из треугольников APD и $A'P'D'$ находится

$$\left. \begin{aligned} Y &= -(p - \delta t) \operatorname{tg} \beta; \\ Y' &= -(p' - \delta t') \operatorname{tg} \beta'. \end{aligned} \right\} \quad (V. 375)$$

Вследствие этих выражений и формулы (V. 373) получим вместо (V. 374)

$$\Delta = \frac{1}{V} \frac{p' - \delta t'}{p - \delta t} \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta} - 1. \quad (V. 376)$$

Это и есть общая формула Вандерслеба, служащая для определения величины Δ дисторсии. Из нее вытекает, что дисторсия оптической системы зависит не только от отношения тангенсов углов β' и β , но также и от величин δt и $\delta t'$ сферической аберрации в зрачках системы.

Формула (V. 376) приобретает неопределенный вид в случае, если предмет находится на бесконечности: $V = 0$ и $p = \infty$. Пользуясь формулой

$$p = \frac{n}{n'} f' \frac{V_c - V}{VV_c}, \quad (V. 377)$$

находим

$$|V\rho|_{\text{при } v=0} = \frac{n}{n'} f'. \quad (\text{V. 378})$$

Следовательно, для этого частного случая получим вместо (V. 376)

$$\Delta = \frac{n'}{n} \frac{\rho' - \delta t'}{f'} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1. \quad (\text{V. 379})$$

В этом случае дисторсия не зависит от сферической аберрации δt во входном зрачке оптической системы.

При работе с лупой предмет находится у переднего фокуса системы, а поэтому $V = \infty$ и $\rho' = \infty$. Выражение (V. 376) опять приобретает неопределенный вид. Применяя известную формулу

$$\rho' = f' (V_c - V), \quad (\text{V. 380})$$

найдем в данном частном случае

$$\left| \frac{\rho'}{V} \right|_{\text{при } v=\infty} = -f'.$$

Поэтому вместо (V. 376) получим

$$\Delta = -\frac{f'}{\rho - \delta t} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1. \quad (\text{V. 381})$$

Вводя видимое увеличение Γ лупы по формуле

$$\Gamma = \frac{250}{f'}, \quad (\text{V. 382})$$

можно вместо (V. 381) написать

$$\Delta = -\frac{250}{\Gamma} \frac{1}{\rho - \delta t} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1. \quad (\text{V. 383})$$

Таким образом, дисторсия не зависит от сферической аберрации $\delta t'$ в выходном зрачке лупы.

Если рассматриваемая система — телескопическая, имеем на основании формул (IV. 9)

$$\Delta = \frac{Q}{V} \frac{1 - \frac{\delta t'}{\rho'}}{1 - \frac{\delta t}{\rho}} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1 = \frac{1}{\Gamma} \frac{1 - \frac{\delta t'}{\rho'}}{1 - \frac{\delta t}{\rho}} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1. \quad (\text{V. 384})$$

Если, кроме того, предмет и изображение находятся на бесконечности, т. е. $\rho = \rho' = \infty$, формула (V. 84) упрощается

$$\Delta = \frac{1}{\Gamma} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1. \quad (\text{V. 385})$$

В этом случае дисторсия становится независимой от сферической аберрации в обоих зрачках.

Е. Вандерслеб собрал обширный материал о дисторсии огромного числа запатентованных фотографических объективов. Он обнаружил, что при изменении линейного увеличения V (иначе говоря, при изменении расстояния до фотографируемого предмета) у некоторых объективов дисторсия изменяется мало, у других же она меняется более интенсивно.

Ф. Штебле исследовал явление зависимости дисторсии от увеличения и в 1907 г. установил условие, при осуществлении которого дисторсия становится независимой от увеличения. Для получения этого условия следует из выражения (V. 376) исключить p и p' при помощи формул (V. 377) и (V. 380):

$$\Delta = \frac{n'}{n} V_c \frac{1 - \frac{\delta t'}{f'(V_c - V)} \operatorname{tg} \beta'}{1 - \frac{n' V V_c \delta t}{n f'(V_c - V)} \operatorname{tg} \beta} - 1. \quad (\text{V. 386})$$

Аберрации δt и $\delta t'$ в зрачках будем считать малыми величинами, вследствие чего можно пренебречь степенями этих величин выше первой. Тогда выражение (V. 386) приводится к виду

$$\Delta = \frac{n'}{n} V_c (1 - A) \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta} - 1, \quad (\text{V. 387})$$

где A имеет значение

$$A = \frac{n \delta t' - n' V V_c \delta t}{n f'(V_c - V)}. \quad (\text{V. 388})$$

Углы β и β' при изменении увеличения можно считать постоянными. Поэтому в выражении (V. 387) лишь одна величина A зависит от увеличения V системы. Таким образом, для того, чтобы дисторсия Δ стала независимой от V , достаточно потребовать, чтобы величина A была независима от V

$$\frac{dA}{dV} = 0. \quad (\text{V. 389})$$

Выполняя указанное в этой формуле дифференцирование величины A по выражению (V. 388) и приравнявая результат нулю, получим после некоторых упрощений

$$\delta t' = \frac{n'}{n} V_c^2 \delta t. \quad (\text{V. 390})$$

Выведенное Ф. Штебле условие (V. 390) независимости дисторсии от увеличения поддается простой геометрической интерпретации. Известно, что продольное увеличение q_c в точках C и C' (в зрачках) выражается формулой

$$q_c = \frac{n'}{n} V_c^2, \quad (\text{V. 391})$$

а потому из (V. 390) следует

$$\delta t' = q_c \delta t. \quad (\text{V. 392})$$

Но если отрезки $\delta t'$ и δt связаны друг с другом через продольное увеличение, они перестают быть абберациями и становятся просто сопряженными смещениями. Появление этих смещений обусловлено тем, что в данном случае вся оптическая система в целом (рис. V. 47) свободна от сферической абберации в зрачках, но ее части O_1 и O_2 каждая в отдельности не свободны от этой абберации. Таким образом, условие Штебле сводится к требованию, чтобы рассчитываемый объектив в целом был свободен от сферической абберации в зрачках. Если в системе устранена дисторсия и выполнено условие Штебле, то говорят о стабильной коррекции дисторсии.

§ 109. Дисторсия в некоторых частных случаях

Рассмотрим дисторсию полусимметричных оптических систем, т. е. таких систем, задний компонент которых расположен симметрично с передним, а все его линейные размеры (в том числе и расстояние от апертурной диафрагмы) получаются умножением соответствующих размеров переднего компонента на постоянный множитель k . Для такой системы характерны следующие условия: $n = n'$; $V_c = 1$; $\beta' = \beta$; $\delta t' = -k\delta t$. Поэтому вместо формул (V. 387) и (V. 388) получим

$$\Delta = -A = \frac{k+V}{1-V} \frac{\delta t}{f'}. \quad (\text{V. 393})$$

Отсюда следует, что дисторсия устраняется в двух случаях: во-первых, при $V = -k$ и, во-вторых, при $\delta t = \delta t' = 0$. В случае симметричной системы $k = 1$ и дисторсия устраняется при $V = -1^{\times}$, т. е. при съемке в натуральную величину.

Условие Штебле при полусимметричной системе приобретает вид $\delta t' = \delta t$, что противоречит приведенному выше условию $\delta t' = -k\delta t$. Поэтому условие Штебле в таких системах невыполнимо, если только не будет соблюдено требование $\delta t = \delta t' = 0$. В последнем случае дисторсия будет устранена стабильно.

Пусть дана зрительная труба полусимметричного устройства с нечетным числом оборачивающих систем. На чертеже (рис. V. 48) показана схема хода лучей в полусимметричной телескопической трубе с одной оборачивающей системой при $k = 0,5$. Для такой телескопической трубы справедливы условия: $n' = n$; $\Gamma = 1^{\times}$; $\beta' = \beta$; $\delta t' = -k\delta t$; $p' = p$. Поэтому из выражения (V. 384) следует

$$\Delta = \frac{1+k}{1-\frac{\delta t}{p}} - 1. \quad (\text{V. 394})$$

Считая величину δt малой, можно привести выражение (V. 394) к виду

$$\Delta = (k + 1) \frac{\delta t}{\rho}. \quad (\text{V. 395})$$

Имея в виду, что коэффициент k не может стать отрицательным, следует заметить, что дисторсия рассматриваемой системы

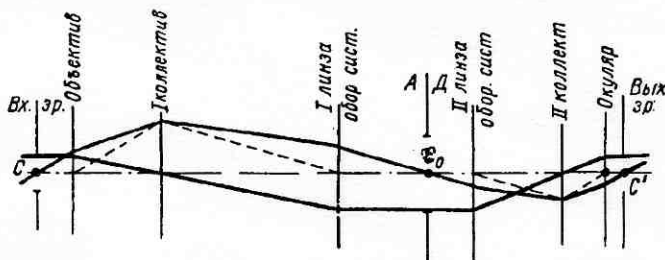


Рис. V. 48

не поддается исправлению, если не устранена aberrация δt в зрачках. Если же это требование выполнено и $\delta t = 0$, то дисторсия будет исправлена стабильно.

В том случае, когда предмет находится на бесконечности, дисторсия отсутствует и при $\delta t \neq 0$. Но не следует при этом забыть

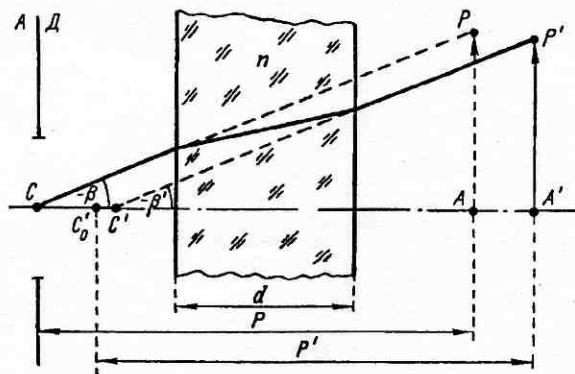


Рис. V. 49

что при рассматривании через такую трубу близких предметов может обнаружиться весьма заметная дисторсия.

Плоскопараллельная пластинка (рис. V. 49), стоящая в непараллельном ходе лучей, не свободна от дисторсии. Пусть пластинка, изготовленная из стекла с показателем преломления n и имеющая толщину d (или отражательная призма, разворачивающаяся в такую пластинку), расположена между апертурной диаф-

рагмой AD и гауссовским изображением $A'P'$ мнимого предмета AP . Пусть далее точка C'_0 — гауссовское изображение центра C входного зрачка (диафрагма AD). Тогда имеем, как известно,

$$AA' = CC'_0 = \frac{n-1}{n}d. \quad (\text{V. 396})$$

При плоскопараллельной пластинке справедливы следующие условия: $V = 1^x$; $p' = p$; $\beta' = \beta$; $\delta t = 0$. Но при этом луч $C'P'$, выходящий из пластинки параллельно лучу CP , не пройдет через точку C'_0 из-за сферической аберрации $\delta t'$, возникающей в выходном зрачке пластинки.

Применив к пластинке формулу (V. 376), получим после ряда сокращений

$$\Delta = -\frac{\delta t'}{p}. \quad (\text{V. 397})$$

В соответствии с изложенным в § 4 для аберрации $\delta t'$ можно написать точную формулу

$$\delta t' = \left(\frac{1}{n} - \frac{\cos \beta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}} \right) d \quad (\text{V. 398})$$

или приближенную

$$\delta t' = \frac{n^2 - 1}{2n^3} \beta^2 d. \quad (\text{V. 399})$$

В последнем случае найдем из формулы (V. 392)

$$\Delta = -\frac{n^2 - 1}{2n^3} \frac{d}{p} \beta^2. \quad (\text{V. 400})$$

В прецизионных пленочных фотографических камерах плоскопараллельные пластинки применяются для выпрямления пленки во время съемки. Для этого фотопленка прижимается эмульсионным слоем к плоскопараллельной пластинке, вставленной в кадровую рамку камеры, так что изображение $A'M'$ (рис. V. 50) возникает на ее задней поверхности. Но введение такой пластинки влечет за собой появление дисторсии, определяемой формулами (V. 397)—(V. 400). Поэтому применение такой прижимной пластинки возможно лишь со специально рассчитанными фотообъективами, которые компенсируют дисторсию вводимой пластинки.

Можно, однако, устранить это неудобство, деформировав переднюю, обращенную к фотообъективу поверхность пластинки, чтобы устранить дисторсию, вносимую пластинкой. Радиус кривизны деформированной поверхности у ее вершины S равен бесконечности, поэтому деформированная поверхность действует в параксиальной области как плоскость. Пусть главный луч SM , образующий угол β с оптической осью, падает на деформированную поверхность в точке P с координатами x и y (начал

Пользуясь введенными на чертеже обозначениями, найдем по чертежу

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y}{t-x}, \quad (\text{V. 403})$$

кроме того,

$$m = -\left(\frac{d}{n} - x\right) \operatorname{tg} \beta = -(d-x) \operatorname{tg} \beta'. \quad (\text{V. 404})$$

Вследствие этих формул получим для величины $\operatorname{tg} \beta'$:

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{d-nx}{n(d-x)} \frac{y}{t-x}. \quad (\text{V. 405})$$

В точке P деформированной поверхности проведем нормаль NP , образующую с оптической осью угол γ . Лучи CP и PM' образуют с этой нормалью углы ω и ω' . Для нахождения угла γ считываем с чертежа:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \beta - \gamma; \\ \omega' &= \beta' - \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 406})$$

Кроме того, углы ω и ω' связаны друг с другом законом преломления

$$\sin \omega = n \sin \omega'. \quad (\text{V. 407})$$

Отсюда благодаря формулам (V. 406) получается

$$\sin(\beta - \gamma) = n \sin(\beta' - \gamma). \quad (\text{V. 408})$$

Преобразовав при помощи тригонометрических формул обе части этого уравнения, найдем

$$\sin \beta \cos \gamma - \cos \beta \sin \gamma = n \sin \beta' \cos \gamma - n \cos \beta' \sin \gamma. \quad (\text{V. 409})$$

Отсюда получим формулу для определения величины $\operatorname{tg} \gamma$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{n \sin \beta' - \sin \beta}{n \cos \beta' - \cos \beta}. \quad (\text{V. 410})$$

Будем считать величину y малой величиной первого порядка малости. Тогда вследствие (V. 402) величина x будет четвертого порядка малости. На основании этого выражения (V. 403) и (V. 405) приводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{y}{t} \left(1 + \frac{x}{t}\right); \\ \operatorname{tg} \beta' &= \frac{y}{nt} \left[1 + \left(\frac{1}{t} - \frac{n-1}{d}\right)x\right]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 411})$$

При помощи этих формул находим:

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta &= \frac{y}{t} \left(1 + \frac{x}{t} - \frac{1}{2} \frac{y^2}{t^2} \right); \\ \sin \beta' &= \frac{y}{nt} \left[1 + \left(\frac{1}{t} - \frac{n-1}{d} \right) x - \frac{1}{2n^2} \frac{y^2}{t^2} \right]; \\ \cos \beta &= 1 - \frac{1}{2} \frac{y^2}{t^2}; \\ \cos \beta' &= 1 - \frac{1}{2n^2} \frac{y^2}{t^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 412})$$

Подставив эти значения в формулу (V. 410), получим после ряда упрощающих преобразований

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{y}{t} \left(\frac{n+1}{2n^2} \frac{y^2}{t^2} - \frac{x}{d} \right). \quad (\text{V. 413})$$

Из аналитической геометрии известно

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{dx}{dy}. \quad (\text{V. 414})$$

Дифференцируя выражение (V. 402), найдем

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{2} zy^3. \quad (\text{V. 415})$$

Применяя это выражение и исключая из формулы (V. 413) величину x при помощи выражения (V. 402), получим

$$\frac{1}{2} z = \frac{1}{t} \left(\frac{n+1}{2n^2} \frac{1}{t^2} - \frac{1}{8d} zy^2 \right). \quad (\text{V. 416})$$

Второе слагаемое в скобках этого выражения вносит в формулу (V. 402) только члены не учитываемых нами высших порядков, поэтому его можно отбросить. Таким образом, находим окончательное выражение для коэффициента z :

$$z = \frac{n+1}{n^2} \frac{1}{t^3}, \quad (\text{V. 417})$$

отсюда уравнение меридиональной кривой деформированной поверхности пластинки получает окончательное выражение

$$x = \frac{n+1}{8n^2} \frac{y^4}{t^3}. \quad (\text{V. 418})$$

Формула (V. 415) приводится теперь к следующему виду:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{n+1}{2n^2} \frac{y^3}{t^3}. \quad (\text{V. 419})$$

Так как выражение (V. 418) не вполне точное, необходимо для контроля (а также и для окончательной подгонки) определить величину остаточной дисторсии. Для этого следует задать некоторое значение ординаты y , определить абсциссу x по формуле (V. 418), угол γ — по формуле (V. 420) и угол β — по формуле (V. 403). Далее, по первой формуле (V. 406) находим угол ω , а по выражению (V. 407) — угол ω' , после чего по второй формуле (V. 406) определяется угол β' . Затем при помощи выражений (V. 404) находится формула для линейной величины δ остаточной дисторсии

$$\delta = - \left[(d - x) \operatorname{tg} \beta' - \left(\frac{d}{n} - x \right) \operatorname{tg} \beta \right]. \quad (\text{V. 420})$$

Для определения относительной величины Δ дисторсии можно применить формулу

$$\Delta = \frac{\delta}{y - \left(\frac{d}{n} - x \right) \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{V. 421})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Бегунов Б. Н. Геометрическая оптика. М. Изд. МГУ, 1961. 261 с.
2. Валюс Н. А. Стереоскопия. М., изд. «Искусство», 1960. 526 с.
3. Волосов Д. С., Цивкин М. В. Теория и расчет светооптических систем. М., АН СССР, 1962. 379 с.
4. Герцбергер М. Современная геометрическая оптика. Пер. с англ. М. Изд. иностр. лит., 1962. 487 с.
5. Максutow Д. Д. Изготовление и исследование астрономической оптики. Л. ОГИЗ, 1948. 280 с.
6. Русинов М. М. Габаритные расчеты оптических систем. М., Госгеолтехиздат, 1963. 400 с.
7. Русинов М. М. Техническая оптика. М.—Л., Машгиз, 1961. 328 с.
8. Слюсарев Г. Г. Геометрическая оптика. М.—Л., АН СССР, 1946. 332 с.
9. Соболев С. Л. История микроскопа и микроскопических исследований в России в XVIII веке. М., АН СССР, 1949. 606 с.
10. Тудоровский А. И. Теория оптических приборов. М., АН СССР, 1948. Т. I. 661 с., т. II. 567 с.
11. Чуриловский В. Н. Общая теория оптических приборов. М.—Л., Машгиз, 1960. 142 с.
12. Чуриловский В. Н. Расчет призмных систем на хроматизм. Л., ВООМП, 1933. 86 с.
13. Франсон М. Фазовоконтрастный и интерференционный микроскопы. Пер. с франц. М., Физматгиз, 1960. 180 с.
14. Otto L. Durchlichtmikroskopie. Berlin, Verlag Technik, 1959. 472 S.
15. Rieken R. Fernrohre und ihre Meister. Berlin, Verlag Technik, 1957. 444 S.
16. Tiedeken R. Strahlengang in optischen Systemen. Verlag Technik, Berlin, 1962. 380 S.
17. Wahl, K. Lichttechnik. Leipzig, Fachbuchverlag, 1954. 304 S.

Справочники

1. Справочник конструктора оптико-механических приборов. Под ред. М. Я. Кругера и В. А. Панова, М.—Л., Машгиз, 1963. 803 с.
2. ABC der Optik. Herausgegeben von K. Mütze, Leipzig, Verlag T. A. Brockhaus, 1961. 964 S.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
1. Назначение и содержание курса теории оптических приборов	—
2. Что такое оптический прибор	—
3. Краткий исторический очерк развития оплотехники	8
4. Современные достижения и перспективы развития оптического приборостроения в Советском Союзе	10
Глава I. Геометрическая оптика	12
А. Законы распространения света и их простейшее техническое применение	—
§ 1. Пучки лучей. Закон прямолинейного и независимого распространения света	—
§ 2. Преломление света	16
§ 3. Отражение света	19
§ 4. Плоскопараллельная пластинка	22
§ 5. Оптический клин	26
§ 6. Отражательные призмы	28
§ 7. Определение размеров призм	35
Б. Оптика солинейного сродства	38
§ 8. Центрированный оптический прибор как преобразователь пучков световых лучей	—
§ 9. Линейное увеличение оптической системы	42
§ 10. Кардинальные точки оптической системы	44
§ 11. Построение изображения и основные оптические формулы	47
§ 12. Применение основных формул солинейного сродства	50
§ 13. Угловое увеличение оптической системы	54
§ 14. Продольное увеличение оптической системы	56
§ 15. Зависимость увеличений от положения предмета и изображения	59
В. Оптика нулевых лучей	62
§ 16. О парахсимальных лучах	—
§ 17. Оптические инварианты	66
§ 18. О нулевых лучах	68
§ 19. Расчет хода нулевого луча	69
§ 20. Замечания о практике оптических вычислений	74
§ 21. Отдельная линза в воздухе	75
§ 22. О сложной оптической системе	80

§ 23. Оптическая система из двух компонентов	82
§ 24. О расчете телеобъективов	85
§ 25. Графический способ определения хода нулевого луча	94
§ 26. Основы диоптрийного исчисления	96
Г. Краткий обзор аберраций оптических систем	97
§ 27. Хроматические аберрации	—
§ 28. Ахроматические системы	101
§ 29. Расчет простых ахроматов	104
§ 30. Сферическая аберрация	109
§ 31. Кома	116
§ 32. Полевые аберрации	118
§ 33. Сложение аберраций	126
Глава II. Общая теория оптических приборов	129
А. Ограничение пучков	—
§ 34. Работа оптического прибора в реальных условиях	—
§ 35. Ограничение апертуры оптических приборов	131
§ 36. Отрезки, определяющие положение зрачков	135
§ 37. Ограничение поля зрения оптических приборов	136
§ 38. Определение положения зрачков и люков	139
§ 39. Случай двух зрачков	141
§ 40. Передача перспективы оптическими приборами	143
Б. Оптический прибор как передатчик световой энергии	146
§ 41. Основные фотометрические величины	—
§ 42. Яркости, освещенности и альbedo	148
§ 43. Чувствительность фотоматериалов	149
§ 44. Чувствительность фотоэлектрических приемников световой энергии	151
§ 45. Световой поток, проходящий через оптическую систему	154
§ 46. Общие выражения для светосилы оптического прибора	157
§ 47. Светосила оптического прибора с малой передней апертурой	159
§ 48. Светосила оптического прибора с малой задней апертурой	162
§ 49. Светотехническое действие оптических приборов с электронными приемниками лучистой энергии	166
§ 50. Потери света, вызываемые отражением от преломляющих поверхностей	170
§ 51. Общая формула для потерь света в оптических приборах	175
В. Действие оптического прибора совместно с глазом человека	176
§ 52. Строение глаза человека	—
§ 53. Острота зрения	180
§ 54. Адаптация глаза и его пороговая чувствительность	182
§ 55. Аккомодация глаза. Аметропический глаз	—
§ 56. Коррекция недостатков зрения	185
§ 57. Видимое увеличение оптического прибора. Условие естественного впечатления	188
§ 58. Глубина резкости фотографического аппарата	198
§ 59. Глубина резкости лупы и микроскопа	205
§ 60. Разрешающая способность оптических приборов, зависящая от остроты зрения	208
Г. Дифракция в оптических приборах (кроме микроскопа)	211
§ 61. Дифракция безаберрационного объектива	—
§ 62. Критерии разрешающей способности	215

§ 63. Влияние aberrаций на разрешающую способность	218
§ 64. Разрешающая способность зрительных труб	220
§ 65. Разрешающая способность фотографических объективов	222
§ 66. Разрешающая способность оптических приборов с электронными приемниками лучистой энергии	225
Глава III. Теория микроскопа	227
А. Геометрическая теория микроскопа	—
§ 67. Исторический очерк развития микроскопа	—
§ 68. Общие основания конструкции микроскопа	232
§ 69. Формулы геометрической теории микроскопа	240
Б. Дифракционная теория микроскопа	245
§ 70. Основы дифракционной теории микроскопа	—
§ 71. Разрешающая способность микроскопа	250
§ 72. Новые средства повышения разрешающей способности микроскопа	257
В. Оптическое устройство микроскопа	266
§ 73. Объективы и окуляры микроскопа	—
§ 74. Конденсоры для освещения в проходящем свете	275
§ 75. Осветительные устройства для непрозрачных предметов	279
§ 76. Современные типы микроскопов	283
Глава IV. Теория телескопических систем	286
А. Теория простой телескопической системы	—
§ 77. Общие основы теории телескопических систем	—
§ 78. Конструктивные условия образования телескопической системы	290
§ 79. Краткий исторический очерк первоначального развития зрительных труб	296
§ 80. Зрительные трубы Галилея (голландская) и Кеплера (астрономическая)	298
§ 81. Окуляры зрительных труб	307
§ 82. Объективы зрительных труб	316
§ 83. Астрономические телескопы	319
Б. Теория сложной телескопической системы	334
§ 84. Зрительные трубы с призмными оборачивающими системами	—
§ 85. Зрительные трубы с линзовыми оборачивающими системами	336
§ 86. Зрительные трубы с зовами	353
§ 87. Телескопические системы со скачкообразной переменной увеличением	364
§ 88. Панкратики	387
В. Стереоскопия	412
§ 89. Физиологические и геометрические основы стереоскопического зрения	—
§ 90. Получение стереопар	419
§ 91. Рассматривание стереопар	424
§ 92. Стереоскопический дальномер	431
§ 93. Стереоскопический эффект в микроскопии	437
§ 94. Специфические особенности стереозффекта	446

Глава V. Теория образования оптического изображения	456
А. Приложение принципов волновой оптики	—
§ 95. Основы учения об эйконале	—
§ 96. Принцип таухронизма	461
§ 97. Условие образования точечного изображения	465
§ 98. Волновые aberrации	480
Б. Теория апланатизма	484
§ 99. Закон косинусов и его следствия	—
§ 100. Свойства апланатических систем	495
§ 101. Апланатические точки сферической поверхности	510
§ 102. Условие изопланазии	518
В. Теория астигматизма	525
§ 103. Инварианты Юнга	—
§ 104. Анастигматические преломляющие поверхности	533
§ 105. Анастигматические отражающие поверхности	539
§ 106. Расчет хода лучей астигматического пучка	542
Г. Теория дисторсии	548
§ 107. Вычисление дисторсии	—
§ 108. Зависимость дисторсии от увеличения	552
§ 109. Дисторсия в некоторых частных случаях	553
Литература	560

ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ В. Н. ЧУРИЛОВСКОГО

Оптехника. Курс лекций и упражнений, читанных для слушателей Военно-воздушной академии Рабоче-Крестьянской Красной Армии. Л., 1931. – 184 с.

Расчет призматических систем на хроматизм. Л., 1933. – 86 с.

Методическое письмо к книге члена-корреспондента Акад. наук СССР проф. В.С. Игнатовского “Элементарные основы теории оптических приборов”/Под. ред. проф. Л.П. Шишелова. Л., 1939. – 20 с.

Школьный стереометр: Методическое руководство к прибору. Л., 1939. – 24 с.

Общая теория оптических приборов. М.-Л., 1960. – 142 с.

Теория оптических приборов: Учебное пособие для вузов. М.-Л., 1966. – 564 с.

Теория хроматизма и аберраций третьего порядка. Л., 1968. – 312 с.

Теория и расчет призматических систем. Л., 1979. – 269 с. (Соавт. – К.А. Халилулин).

Владимир Николаевич Чуриловский
ТЕОРИЯ ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ
Сокращенное репринтное воспроизведение
издания 1966 года

Компьютерная верстка, дизайн
Дизайн обложки серии
Автор проекта серии

ИВА-Design
В.А. Петров
М.И. Потеев

Подписано в печать 17.09.01. Формат А5. Бумага офсетная.
Отпечатано на ризографе. Тираж 150 экз. Заказ № 82.

Санкт-Петербургский государственный
институт точной механики и оптики
(технический университет)
Лицензия ИД №00408 от 05.11.99
197101, СПб, ул. Саблинская, 14
Издательство “ИВА”
Лицензия ИД №00705 от 17.01.2000
197348, СПб, ул. Аэродромная, 4

Наименования предыдущих книг серии

Г.Н. Дульнев. Энергоинформационный обмен в природе. 2000. – 134 с.

А.В. Сечкарев. Фотонная оптика. 2000. – 220 с.

В.С. Игнатовский. Элементарные основы теории оптических приборов. 2001. – 202 с.

К.Г. Коротков. Основы ГРВ биоэлектрографии. 2001. – 360 с.