

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

ИНСТИТУТ ХОЛОДА И БИОТЕХНОЛОГИЙ



А.Ю. Григорьев, Д.П. Малявко, Л.А. Фёдорова

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Учебно-методическое пособие



Санкт-Петербург

2014

УДК 531.8

Григорьев А.Ю., Малявко Д.П., Фёдорова Л.А. Лабораторные работы по теоретической механике: Учеб.-метод. пособие. – СПб.: НИУ ИТМО; ИХиБТ, 2014. – 53 с.

Приводятся методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Теоретическая механика», даны шаблоны отчетов.

Пособие предназначено для студентов направлений 141200, 190600, 220700, 151000, 140700 всех форм обучения.

Рецензент: доктор техн. наук, проф. В.А. Арет

**Рекомендовано к печати редакционно-издательским советом
Института холода и биотехнологий**



В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена программа его развития на 2009–2018 годы. В 2011 году Университет получил наименование «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики».

© Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 2014

© Григорьев А.Ю., Малявко Д.П., Фёдорова Л.А., 2014

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФИЦИЕНТА СЦЕПЛЕНИЯ И КОЭФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Теоретическая часть

1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ СЦЕПЛЕНИЯ И ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Процессы сцепления и трения скольжения деталей имеют большое значение в технике. Например, силы сцепления используются во фрикционной и ременной передачах. Явление трения скольжения, в частности, применяется для сварки деталей за счет выделяющегося при этом тепла.

Вместе с тем, трение в ряде случаев представляет собой вредное явление, вызывающее непроизводительные потери энергии в машинах и механизмах.

Не случайно изучению явления трения уделяется большое внимание специалистами всех стран: до 1/3 мировых энергетических ресурсов мира расходуется на преодоление трения. Сформировалась научно-техническая дисциплина, изучающая это явление, - трибоника.

Трение классифицируют следующим образом:

Сухое трение, при котором между соприкасающимися поверхностями звеньев нет смазки. Сопротивление относительно перемещению звеньев при сухом трении возникает в результате механического зацепления и деформирования отдельных выступов шероховатой поверхностей, а так же молекулярного взаимодействия контактирующих поверхностей.

Жидкостное трение, при котором контактируемые поверхности звеньев полностью разделяет слой смазки. При этом виде трения тончайшие слои смазки покрывают отдельные выступы шероховатых поверхностей. Следовательно, исчезает их механическое и молекулярное взаимодействие, а сопротивление относительно движению определяется лишь сопротивлением сдвигу отдельных слоев смазки. Сопротивление при жидкостном трении оказывается гораздо меньше сопротивления при сухом трении.

Однако очень часто в кинематических парах наблюдается одновременно как сухое, так и жидкостное трение. Это происходит в том случае, когда слой смазки не покрывает все неровности шероховатых поверхностей и, следовательно, имеет место частичное соприкосновение небольших выступов. Такое трение называют полусухим или полужидкостным в зависимости от того, какой вид трения преобладает.

Различают также граничное трение, при котором между трущимися поверхностями есть тонкий (порядка 0,1 мкм или менее) слой смазки.

В данной лабораторной работе рассматривается трение скольжения, когда одни и те же площадки поверхности одного тела соприкасаются с различными площадками поверхности другого тела.

Остановимся на основных закономерностях сухого трения скольжения.

На рис.1 показаны под большим увеличением соприкасающиеся поверхности двух звеньев 1 и 2, находящихся в покое. Под действием вертикальной силы G звено 1 прижимается к звену 2. При этом происходит упруго-пластичная деформация неровностей, в результате которой она входят в зацепление.

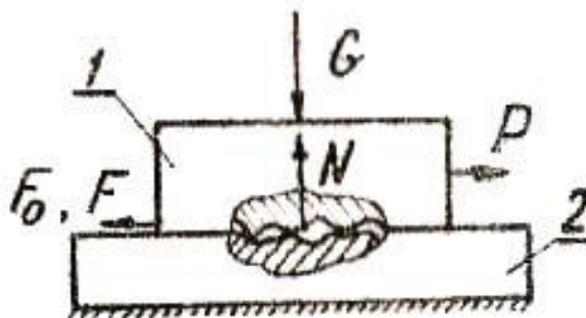


Рис. 1

На звено 1 со стороны 2 действует нормальная сила N . Если к звену 1 приложить сравнительно малую силу P , то движению тела 1 под действием этой силы будет препятствовать сила сцепления F_0 , обусловленная помимо упругопластических деформаций выступов также и силами молекулярного взаимодействия между ними.

Если увеличивать силу P , то сила сцепления F_0 , будет расти, достигая максимального значения F_0^{max} , перед началом скольжения звена 1. Сила сцепления F_0^{max} , которая наблюдается непосредственно

перед началом скольжения, называется максимальной силой сцепления (максимальной силой трения покоя).

При появлении относительного скольжения звена 1 сила сопротивления скачкообразно уменьшается и становится равной силе F . Эта сила называется силой трения скольжения.

Сила трения скольжения всегда направлена противоположно относительной скорости движения.

Максимальную силу сцепления и силу трения скольжения в большинстве инженерных расчетов определяют по приближенным формулам:

$$F_0^{max} = f_0 N; F = f N, \quad (1)$$

где f_0 и f – коэффициент сцепления и коэффициент трения скольжения, соответственно;

N – сила нормального давления.

Исследования показывают, что коэффициента сцепления и трения скольжения при соприкосновении двух поверхностей зависят от удельного давления (отношения нормального давления к площади соприкосновения двух звеньев), а также от материала шероховатости соприкасающихся поверхностей. С увеличением относительной скорости движения коэффициента трения скольжения для большинства материалов уменьшается (исключение составляет, например, кожа).

Поэтому приближенные расчеты проводят по формулам (1), подставляя в них средние значения коэффициентов f_0 и f для диапазонов измерения удельного давления и относительной скорости скольжения звеньев, считая эти коэффициенты постоянными.

Целью данной лабораторной работы является экспериментальное определение коэффициента сцепления и коэффициента трения скольжения для различных машиностроительных материалов при относительной скорости движения $V=0,027$ м/с и в диапазоне изменения удельного давления от $9 \cdot 10^3$ Н/м² до $15 \cdot 10^3$ Н/м².

2. ПРИНЦИП ИЗМЕРЕНИЯ СИЛЫ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Пусть требуется измерить силу трения скольжения, возникающую при скольжении образца 1 (рис.2) по плите 2. Силу давления образца 1 на плиту будем задавать с помощью груза 3, установленного на образце.

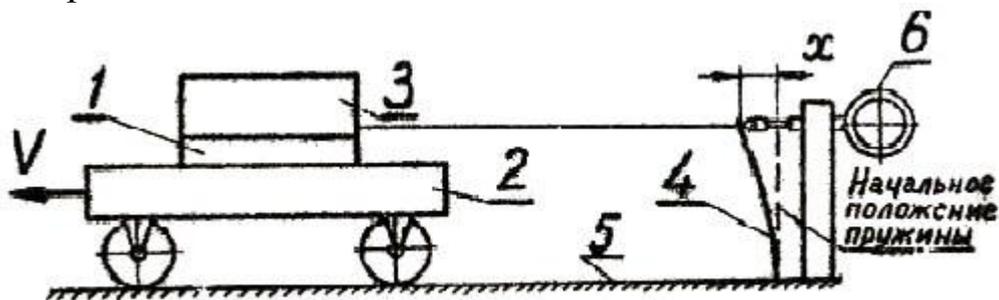


Рис. 2

Для измерения силы трения скольжения соединим нитью (тягой) образец 1 со свободным концом пружины 4, установленной на основании 5.

Если сообщить плите 2 движение влево с некоторой заданной скоростью V , то в начальный период времени образец 1 будет перемещаться вместе с плитой за счет сил сцепления между ними. При этом нить будет натягиваться, а плоская пружина изгибаться. Через некоторый промежуток времени действие пружины остановит образец 1. Плита 2 продолжит свое движение. Со стороны плиты на образец будет действовать по горизонтали сила трения скольжения F . Сила трения будет равна силе упругости плоской пружины, то есть $F = P_{упр}$. У плоской пружины 4 сила упругости прямо пропорциональна деформации, то есть

$$P_{упр} = cx, \quad (2)$$

где c – коэффициент пропорциональности, называемый жесткостью пружины (пружина изгибается в пределах упругих деформаций), Н/мм;

x – величина отклонения конца плоской пружины от начального положения, мм.

Измерив с помощью индикатора b отклонение конца плоской пружины от начального положения и зная жесткость c пружины, можно определить искомую силу трения F по формуле:

$$F=cx. \quad (3)$$

3. ПРИНЦИП ИЗМЕРЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОЙ СИЛЫ СЦЕПЛЕНИЯ (МАКСИМАЛЬНОЙ СИЛЫ ТРЕНИЯ ПОКОЯ)

Измерение максимальной силы сцепления осуществляется с помощью того же устройства, что и силы трения скольжения (п.2), в момент времени, непосредственно предшествующий началу относительного движения плиты 2 и образца 1. В этом опыте, между нитью и концом плоской пружины дополнительно устанавливается промежуточная пружина малой жесткости.

В начале движения плиты 2 образец 1 начинает перемещаться вместе с ней влево. При этом происходит удлинение промежуточной пружины и изгиб плоской пружины. Но благодаря малой жесткости промежуточной пружины, нарастание силы упругости плоской пружины происходит гораздо медленнее, чем при изменении силы трения скольжения. Поэтому и деформация плоской пружины будет происходить медленно, что делает возможным наблюдение за движением стрелки индикатора. Так как для испытуемых материалов максимальная сила сцепления больше силы трения скольжения. То достаточно зафиксировать максимальное отклонение конца плоской пружины (максимальное оказание индикатора). Искомая сила сцепления определяется по формуле:

$$F_0^{max}=cx_{max}, \quad (4)$$

где x_{max} –максимальное отклонение конца плоской пружины от начального положения;

F_0^{max} –максимальная сила сцепления.

Практическая часть

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Лабораторная работа выполняется на приборе ТММ32А, который предназначен для определения коэффициента трения скольжения между двумя телами при равномерном движении их относительно друг друга.

Основные характеристики прибора ТММ32А:

1. Относительная скорость движения образцов испытываемых материалов 0,027 м/с.

2. Испытываемые материалы:

а) сменных плит: сталь, чугун, алюминий;

б) сменных образцов: сталь, латунь, чугун.

3. Вес груза со сменным образцом 29,4 Н.

4. Жесткость плоской пружины измерительного устройства $c=6,37$ Н/мм.

Прибор (см.рис.3) включает следующие основные узлы:

1 –основание;

2 –тележка;

3 –сменная плита;

4 –груз;

5 –тяга;

6 –плоская пружина измерительного устройства;

7 –индикатор;

8 –сменный образец;

9 –электропривод;

10 –переключатель;

11 –откидной ограничитель.

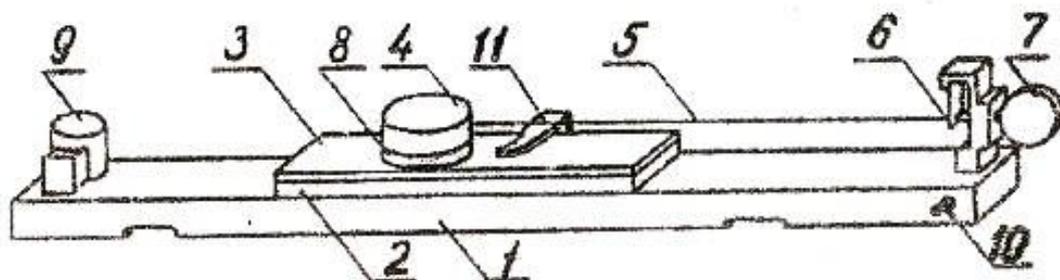


Рис. 3

Тележка 2, установленная в направляющие основания 1, перемещается возвратно-поступательно при помощи механизма электро-

привода 9. В качестве приводного электродвигателя применен асинхронный электродвигатель, который задает постоянную скорость перемещения тележки. Ход тележки ограничивается с двух сторон концевыми выключателями. На площадку тележки устанавливаются сменные плиты, выполненные из материалов, указанных ранее. На плиту 3 устанавливается сменный образец 8, который прижимается грузом 4. Груз соединяется с пружиной 6 измерительного устройства через тягу 5 с дополнительной пружиной или только через тягу 5. Плоская пружина 6 измерительного устройства закреплена в стойке, в которой также закреплен индикатор 7. Шток индикатора 7 соприкасается со свободным концом плоской пружины 6. Запуск тележки и изменение направления движения тележки осуществляется переключателем 10. При перемещении тележки влево от пружины 6 измерительного устройства. Пружина начинает деформироваться и развивает усилие, которое удерживает груз вместе с образцом на месте, при этом образец начинает скользить по плите. Перемещение конца плоской пружины пропорционально силе трения. Величина перемещения измеряется индикатором.

Порядок выполнения работы

1. Измерение коэффициента сцепления

1.1. Включить прибор в сеть.

1.2. Переключить тумблер на основании прибора в правое положение, при этом тележка должна передвинуться в крайнее правое положение. Остановка тележки произойдет автоматически.

1.3. Установить тележку на плиту из материала, заданного преподавателем.

1.4. Соединить образец, указанный преподавателем, и груз. Вес груза вместе с образцом равен 29,4 Н.

1.5. Положить образец, соединенный с грузом, на плиту так, чтобы он касался откидного ограничителя и располагался слева от него.

1.6. Проверить установку «нуля» индикатора.

1.7. Присоединить к концу плоской пружины измерительного устройства промежуточную пружину малой жесткости и соединить с грузом проволоочной тягой.

1.8. Переключить тумблер в левое положение, при этом тележка начнет перемещаться влево, а показания индикатора будут расти.

1.9. Произвести по шкале индикатора отсчет максимального перемещения конца плоской пружины. Результат занести в таблицу.

1.10. Повторить измерения максимального перемещения конца плоской пружины еще 4 раза. Результаты занести в таблицу и вычислить среднее значение максимального перемещения \bar{x}_{max} . Среднее значения максимальной силы сцепления и коэффициента сцепления рассчитать по формулам

$$F_0 = c\bar{x}_{max}, f_{c\mu} = F_0^{max}/G.$$

Здесь \bar{x}_{max} – среднее значение максимального перемещения конца плоской пружины, мм;

G – суммарный вес груза и образца, Н.

Результаты расчета занести в таблицу.

2. Измерение коэффициента трения скольжения

2.1. Вернуть тележку в исходное крайнее правое положение, переключив тумблер в правое положение.

2.2. Снять промежуточную пружину и присоединить тягу к концу плоской пружины измерительного устройства.

2.3. Переключить тумблер в крайнее левое положение, при этом тележка начнет перемещаться влево. Как только образец окажется на участке плиты, выделенном плоской бумагой, следить за показаниями индикатора.

Поверхность плиты 3 в различных местах имеет разную шероховатость и волнистость, поэтому значения силы трения скольжения различны. Этим объясняются колебания стрелки индикатора при измерении. Для определения среднего значения силы трения необходимо зафиксировать среднее положение стрелки при колебаниях во время пребывания образца на выделенном участке. Результаты занести в таблицу.

2.4. Повторить измерения п.2.1. + 2.3. еще 2 раза. Результаты занести в таблицу и вычислить среднее значение всех измерений.

2.5. Рассчитать среднюю силу трения скольжения и средний коэффициент трения по формулам:

$$F = c\bar{x}; f = \frac{F}{N}.$$

Здесь \bar{x} – среднее показание индикатора в миллиметрах (мм), а $N=G$, так как тележка установлена горизонтально.

Результаты занести в таблицу.

3. Определить зависимости максимальной силы сцепления и силы трения от величины нормального давления.

Для выполнения этой части лабораторной работы необходимо провести измерения по разделам 1 и 2 для нагрузки на плиту 39,2 Н и 49 Н. Заданная нагрузка создается с помощью одной или двух гирь весом 9,81 Н (1 кг), которые устанавливаются на груз. Результаты измерений и расчетов занести в таблицу.

4. Определение коэффициента сцепления и коэффициента трения скольжения для сочетания материалов трущихся деталей

Повторить опыты по п.1 и 2 для материалов плиты и образца, указанных преподавателем, при нагрузке 29,4 Н. Результаты измерений занести в таблицу.

5. Определение коэффициента трения скольжения смазанных поверхностей.

5.1. Смазать кисточкой поверхность плиты.

5.2. Измерить коэффициент трения скольжения по разделу 2 при нагрузке 29,4 Н. Результаты измерения и расчета занести в таблицу.

6. Построение графиков.

По результатам опытов для первого сочетания материалов трущихся деталей построить графики зависимости максимальной силы сцепления и силы трения скольжения от силы нормального давления.

7. Анализ полученных результатов.

В этой части ответьте на поставленные вопросы.

7.1. Влияет ли материал трущихся деталей на коэффициент сцепления и коэффициент трения скольжения?

7.2. Значительно ли влияет наличие смазки на трущихся поверхностях на коэффициент трения скольжения?

7.3. Близка ли к линейной зависимость максимальной силы сцепления и силы трения скольжения от силы нормального давления в рассмотренном диапазоне изменений нагрузки?

Вопросы для самоконтроля

1. На какие виды классифицируется трение?
2. При каком виде трения наблюдается наименьшее сопротивление относительно движению?
3. Что называют силой сцепления?
4. Когда сила сцепления достигает максимального значения?
5. Что называют силой трения скольжения?
6. Как направлена сила трения скольжения?
7. Что называют коэффициентом сцепления?
8. Что называют коэффициентом трения?
9. От каких основных факторов зависят коэффициент трения и сцепления?
10. Какие допущения принимают при инженерных расчетах сил сцепления и трения?
11. В чем заключается принцип измерения силы трения скольжения?
12. Для какой цели устанавливается промежуточная пружина при измерении максимальной силы сцепления?

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА

Лабораторная работа №1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА СЦЕПЛЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Работу выполнил студент

Факультета _____ группы
(дата)

Работу проверил _____

1. Цель работы

2. Схема прибора для определения коэффициента трения скольжения и коэффициента сцепления

3. Техническая характеристика прибора

3.1. Относительная скорость движения образцов испытываемых материалов $-0,027$ м/с.

3.2. Вес груза вместе с образцом $-29,4$ Н.

3.3. Цена деления индикатора в миллиметрах (мм)
(указывает студент).

3.4. Жесткость измерительной пружины $c=6,37$ Н/мм.

4. Измерение коэффициента сцепления и коэффициента трения скольжения.

Таблица

Материал трущихся деталей	Плиты				
	Образца				
Сила нормального давления, Н	29,4	39,2	49	29,4	29,4
Наличие смазки x_{max}	без смазки	без смаз-ки	без смаз-ки	без смаз-ки	со смаз-кой
Максимальные показания индикатора x_{max} , мм					
Среднее значение максимального показания индикатора, \bar{x}_{max} , мм					
Среднее значение максимальной силы сцепления F_0^{max} , Н					
Коэффициент сцепления $f_{сц}$					
Показания индикатора, мм					
Среднее значение показаний индикатора, \bar{x} , мм					
Средняя сила трения F , Н					
Коэффициент трения скольжения, f					

5. Анализ полученных результатов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМОВ МЕТОДОМ КАЧАНИЯ

Теоретическая часть

1. ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ

Все тела инертны. Инертность тела проявляется в его стремлении сохранять состояние прямолинейного движения или состояния покоя.

Если звено механизма совершает прямолинейное движение, то мерой его инертности является масса. Если звено механизма совершает вращательное движение, то мерой его инертности является момент инерции относительно оси вращения.

Масса звена есть величина постоянная. Она не зависит ни от формы звена механизма, ни от того, как эта масса распределена по объему звена.

Момент инерции звена механизма зависит от формы звена, от того, как масса распределена по объемам, и от расположения оси вращения, относительно которой определяется момент инерции. Через каждую точку звена механизма можно провести бесконечное число осей. Каждой оси и каждому ее направлению будет соответствовать свое значение момента инерции.

В инженерной практике для того, чтобы иметь однозначное и наименьшее значение момента инерции звена механизма, определяют момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс звена и расположенной перпендикулярно плоскости его движения.

Момент инерции звена механизма относительно выбранной оси вращения есть сумма произведений элементарных масс на квадраты их расстояний до выбранной оси вращения:

$$I_z = \sum_{i=1}^n m_i \rho_i^2. \quad (1)$$

Часто формы звеньев машин бывают сложными. Это затрудняет определение момента их инерции расчетным путем. В таких случаях определение момента инерции экспериментальным путем позволяет значительно упростить решение поставленной задачи и сэкономить время ее выполнения.

Одним из методов, применяемых на практике для определения момента инерции звеньев механизма, является метод качания. Метод качания, или метод физического маятника, наиболее пригоден для звеньев механизмов, имеющих удлиненную форму (например, шатуны). Этот метод широко применяется на практике и дает достаточно точные результаты.

В предлагаемой лабораторной работе требуется определить момент инерции шатуна относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости его движения. Эту ось в дальнейшем будем называть «главной центральной осью вращения» (рис. 1).

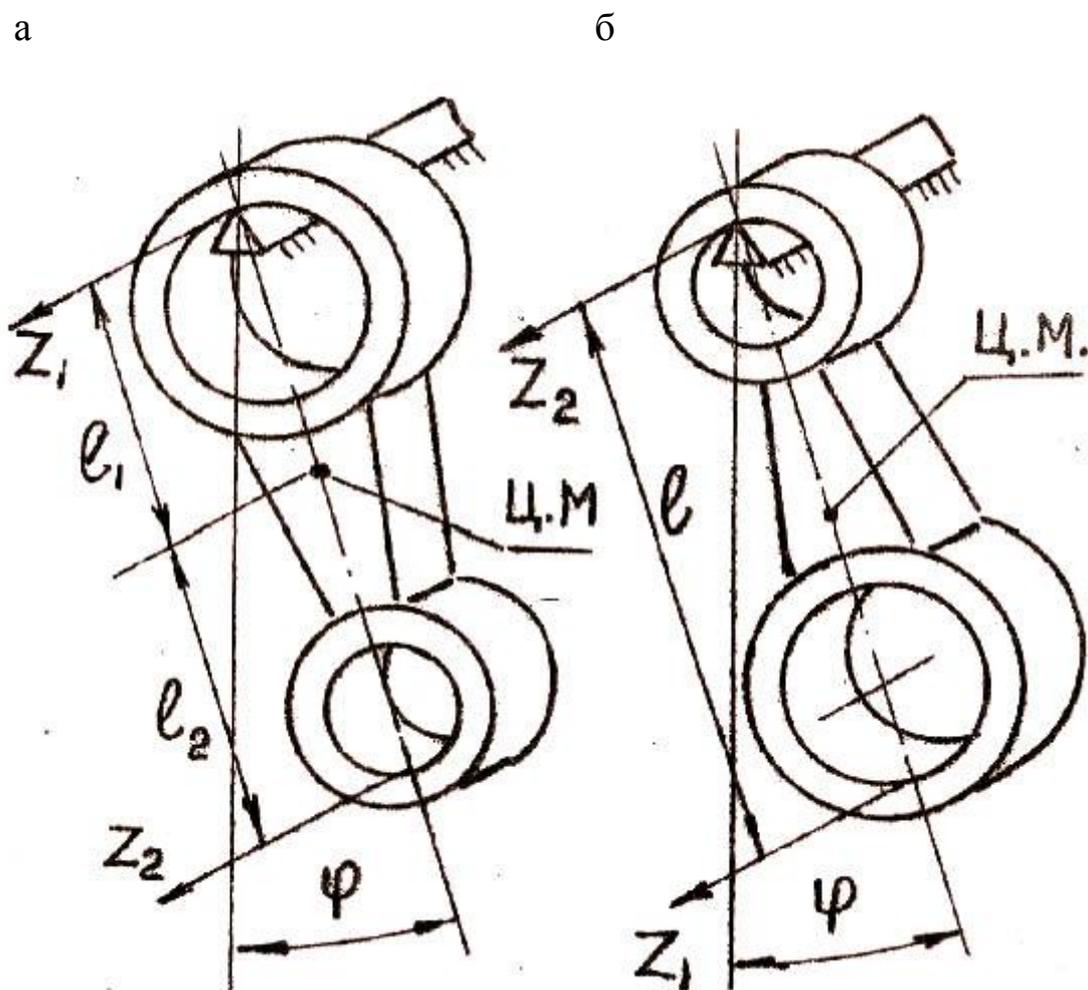


Рис. 1

Поставленная задача выполняется следующим образом. Испытываемое звено механизма подвешивают на горизонтальную призму так, чтобы главная центральная ось ее инерции была параллельна ребру призмы. Ребро призмы должно лежать в горизонтальной плоскости (рис. 1). Подвешенное таким образом звено механизма является физическим маятником.

Дифференциальное уравнение движения твердого тела относительно острой грани неподвижной призмы, при условии, что силами трения можно пренебречь (так как они малы по сравнению с другими силами), а звено совершает малые колебания, будет иметь такой вид:

$$I_{z1} \cdot \ddot{\varphi} = -Fl_1 \sin \varphi, \quad (2)$$

где I_{z1} – момент инерции испытываемого звена механизма относительно оси подвеса, кг*м²;

$\ddot{\varphi}$ – угловое ускорение, рад/с²;

F – сила веса испытываемого звена механизма, Н или (кг*м)/с²

$$F = mg;$$

l_1 – расстояние от оси подвеса z_1 до центра масс испытываемого звена, м;

φ – угол отклонения испытываемого звена от положения равновесия, рад.

При малых колебаниях можно принять, что $\sin \varphi = \varphi$. Малыми колебаниями будем считать такие колебания, когда угол $\varphi \leq 20^\circ$. Тогда выражение (2) можно записать в таком виде:

$$\ddot{\varphi} + \frac{Fl_1}{I_{z1}} \varphi = 0. \quad (3)$$

Сопоставляя выражения (3) с уравнением малых свободных колебаний (4)

$$\ddot{\varphi} + \rho^2 \varphi = 0, \quad (4)$$

можно определить квадрат частоты свободных колебаний

$$\rho^2 = \frac{F}{I_{z1}} l_1. \quad (5)$$

Так как период свободных колебаний

$$T = 2\pi / \rho, \quad (6)$$

то его значение, с учетом выражения (5), можно записать так:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{I_{z1}}{Fl_1}}} \quad (7)$$

Решая выражение (7) относительно I_{z1} , получим момент инерции испытываемого звена механизма относительно оси подвеса z_1 , совпадающей с острой гранью призмы (рис.4, а)

$$I_{z1} = \frac{T_1^2}{(2\pi)^2} Fl_1, \quad (8)$$

где T_1 – период свободных колебаний испытываемого звена механизма относительно оси z_1 , с.

При проведении эксперимента удобно пользоваться не полным периодом колебаний, а полупериодом, то есть $T_1^* = 0,5T_1$. Тогда выражение (8) запишется так:

$$I_{z1} = \frac{(T_1^*)^2}{\pi^2} Fl_1. \quad (9)$$

Момент инерции относительно главной центральной оси испытываемого звена механизма определится из выражения

$$I_c = I_{z1} - \frac{F}{g} l_1^2. \quad (10)$$

Если положение центра масса неизвестно, то есть неизвестно l_1 , то в уравнении (9) – два неизвестных. Необходимо составить еще одно уравнение свободных колебаний относительно оси z_2 , проходящей через другую точку подвеса испытываемого звена механизма (рис.1, б). Считаем, что оси z_1 и z_2 принадлежат испытываемому звену

и последовательно совмещаются с острой гранью неподвижной призмы

$$I_{z2} = \frac{(T_2^*)^2}{\pi^2} Fl_2, \quad (11)$$

где $T_2^* = 0,5T_2$ – полупериод свободных колебаний испытываемого звена механизма относительно оси z_2 .

Момент инерции относительно главной центральной оси в этом случае будет

$$I_c = I_{z2} - \frac{F}{g} l_2^2. \quad (12)$$

Расстояние между точками подвеса испытываемого звена механизма

$$l = l_1 + l_2. \quad (13)$$

Приравняв (10) и (12) с учетом (9), (11) и (13) и решив относительно l_1 , получим

$$l_1 = \frac{l[(T_2^*)^2 - \frac{\pi^2 l}{g}]}{(T_1^*)^2 + (T_2^*)^2 - 2\pi^2 l/g}. \quad (14)$$

Учитывая, что $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, $\pi^2 = 9,86$, положим что $g = \pi^2$.

$$l_1 = \frac{l[(T_2^*)^2 - l]}{(T_1^*)^2 + (T_2^*)^2 - 2l}. \quad (15)$$

Ошибка в результате сделанного допущения не превышает 0,5%, а l_1 определяется в метрах.

$$l_2 = \frac{l[(T_1^*)^2 - l]}{(T_1^*)^2 + (T_2^*)^2 - 2l}. \quad (16)$$

Определив l_1 из выражения (15) или l_2 из выражения (16), находим момент инерции испытываемого звена механизма относительно главной центральной оси по формуле (10) или (12).

2. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ ДЛЯ L_1 .

Для расчета погрешностей при определении l_1 в качестве исходной формулы возьмем выражение (15)

$$l_1 = \frac{l[(T_2^*)^2 - l]}{(T_1^*)^2 + (T_2^*)^2 - 2l}.$$

Обозначим: $(T_2^*)^2 - l = x$;

$(T_1^*)^2 + (T_2^*)^2 - 2l = y$

Тогда формула (15) примет такой вид:

$$l_1 = \frac{lx}{y}. \quad (17)$$

Прологарифмировав выражение (17), получим

$$\ln l_1 = \ln l + \ln x - \ln y. \quad (18)$$

Продифференцируем выражение (18)

$$d \ln l_1 = d \ln l + d \ln x - d \ln y. \quad (19)$$

Так как относительная ошибка равна дифференциалу натурального логарифма функции, то

$$E_{l_1} = \pm \left| \frac{\Delta l_1}{l_1} \right| = \pm \left| \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} \right|, \quad (20)$$

или

$$E_{l_1} = \pm |E_l + E_x + E_y|; \quad (21)$$

$$dx = d[(T_2^*)^2 - l] = 2(T_2^*)dT_2^* - dl.$$

Абсолютная ошибка Δx :

$$\Delta x = \pm |2(T_2^*)\Delta(T_2^*) + \Delta l|; \quad (22)$$

$$dy = d[(T_1^*)^2 + (T_2^*)^2 - 2l] = 2(T_1^*)d(T_1^*) + 2(T_2^*)d(T_2^*) - 2dl.$$

Абсолютная ошибка Δy :

$$\Delta y = \pm |2(T_1^*)\Delta(T_1^*) + 2(T_2^*)\Delta(T_2^*) - 2\Delta l|. \quad (23)$$

Подставьте значения Δx , Δy , x и y в выражение (20), получим

$$E_{l_1} = \pm \left| \frac{\Delta l}{l} + \frac{2(T_2^*)\Delta(T_2^*)}{(T_2^*)^2 - l} + \frac{2(T_1^*)\Delta(T_1^*) + 2(T_2^*)\Delta(T_2^*) + 2\Delta l}{(T_1^*)^2 + (T_2^*)^2 - 2l} \right|. \quad (24)$$

Окончательно:

$$\Delta l_1 = \pm |E_{l_1} l_1|. \quad (25)$$

РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ ДЛЯ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ I_c

Для расчета погрешности при определении момента инерции I_c звена механизма в качестве исходной формулы возьмем выражение (10) с учетом выражения (9)

$$I_c = \frac{Fl_1[(T_1^*)^2 - \pi^2 l_1/g]}{\pi^2} \quad (26)$$

Обозначим:

$$(T_1^*)^2 - \pi^2 l_1/g = z$$

Тогда формула (26) примет такой вид:

$$I_c = \frac{Fl_1 z}{\pi^2} \quad (27)$$

Прологарифмировав выражение (27), получим

$$\ln I_c = \ln F + \ln l_1 + \ln z - \ln \pi^2. \quad (28)$$

Продифференцируем выражение (28):

$$d \ln I_c = d \ln F + d \ln l_1 + d \ln z - d \ln \pi^2. \quad (29)$$

Так как относительная ошибка равна дифференциалу натурального логарифма функции, то

$$E_{I_c} = \pm \left| \frac{\Delta I_c}{I_c} \right| = \pm \left| \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{\Delta z}{z} \right|, \quad (30)$$

или

$$E_{I_c} = \pm |E_F + E_{l_1} + E_z|; \quad (31)$$

$$dz = d[(T_1^*)^2 - \pi^2 l_1 / g] = 2(T_1^*)d(T_1^*) - \pi^2 dl_1 / g.$$

Учитывая ранее сделанное допущение, что $g = \pi^2$, выражение (31) можно записать так:

$$dz = 2(T_1^*)d(T_1^*) - dl_1. \quad (32)$$

Абсолютная ошибка:

$$\Delta z = \pm |2(T_1^*)\Delta(T_1^*) + \Delta l_1|. \quad (33)$$

Подставив значения Δz и z в выражение (30), получим

$$E_{I_c} = \pm \left| \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{2(T_1^*)\Delta(T_1^*) + \Delta l_1}{(T_1^*)^2 - l_1} \right| \quad (34)$$

где Δl_1 уже определено выражением (25).

Окончательно

$$\Delta I_c = \pm |E_{I_c} I_c|. \quad (35)$$

Практическая часть

Звено механизма, подвешенное на призме и совершающее последовательно колебательные движения относительно осей z_1 и z_2 , показано на рис.1,а и рис.1,б, соответственно.

Порядок выполнения работы

1. Воспроизвести в отчете рис.1,а и рис.1,б.
2. Определить силу веса испытываемого звена механизма в Ньютонах.

$$F=mg \quad (36)$$

3. Определить расстояние l в метрах между осями z_1 и z_2 испытываемого звена механизма.

4. Определить в секундах (с) полупериод T_1^* колебаний испытываемого звена механизма относительно оси z_1 .

5. Определить в секундах (с) полупериод T_2^* колебаний испытываемого звена механизма относительно оси z_2 .

6. По формуле (15) или (16) определить в метрах (м) l_1 и l_2 .

7. По формуле (9) определить в килограммах на квадратный метр ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$) I_{z_1} (или I_{z_2} по формуле (11)).

8. По формуле (10) или (12) определить I_c в килограммах на квадратный метр ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$).

9. Вычислить в метрах (м) радиус инерции ρ испытываемого звена механизма

$$\rho = \sqrt{\frac{I_c g}{F}}, \quad (37)$$

где $g=9,81 \text{ м/с}^2$.

10. Вычислить погрешности Δl_1 (или Δl_2) по формуле (25) и ΔI_c по формуле (35).

11. Все измерения и вычисления заносятся в отчет по проведению лабораторной работы.

Примечания

1. Подвешивая испытываемое звено на призму, необходимо проверять, чтобы острая грань призмы совпадала последовательно с осями z_1 и z_2 .

2. Перед отсчетом времени колебания необходимо убедиться в правильности качания испытываемого звена в плоскости движения (она перпендикулярна острой грани призмы).

3. Если угол отклонения испытываемого звена механизма не превышает 20° , то ошибка в определении полупериода колебаний не превосходит 2%, что допустимо при проведении эксперимента.

4. За начало отсчета времени берется момент, когда испытываемое звено находится в каком-либо крайнем положении (в правом или левом), то есть тогда, когда угол отклонения φ принимает максимальное значение, $\varphi=0$. В этот момент включается секундомер. Полное колебание будет при проходе испытываемого звена "туда и обратно", то есть при приходе его в исходное положение. Отсчитав 50 полных колебаний, выключают секундомер.

5. Отсчет времени колебаний производится пять раз (по 50 колебаний) и вычисляется среднее время одного полупериода.

6. Результаты вычислений заносят в отчет в форме:

$$\begin{aligned} l_1 \pm \Delta l_1 &= && \text{м}; \\ I_c \pm \Delta I_c &= && \text{кг*м}^2; \\ \rho &= && \text{м}. \end{aligned}$$

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое масса звена механизма?
2. Что такое момент инерции звена механизма?
3. Зависит ли масса от формы звена механизма?
4. Зависит ли момент инерции от формы звена механизма?
5. От чего зависит момент инерции звена механизма?
6. Зависит ли момент инерции звена механизма от расположения оси, относительно которой производится определение момента инерции?
7. Размерность момента инерции звена механизма в системе СИ.
8. Какой угол отклонения от равновесия звена механизма при определении периода колебаний можно считать малым?
9. От каких параметров зависит период свободных колебаний?

10. Если момент инерции испытываемого звена механизма относительно оси подвеса увеличится в 4 раза, а остальные параметры останутся неизменными, то как изменится период свободных колебаний?

11. Если при сохранении неизменными I_{z1} и F увеличится расстояние от оси подвеса испытываемого звена до центра масс (то есть l_1) в 4 раза, то как изменится период его свободных колебаний?

12. Если при сохранении неизменными I_{z1} и l_1 увеличить в 4 раза F , то как изменится период свободных колебаний испытываемого звена?

13. С какой целью измеряется время 50 колебаний, а не одного?

14. Каким путем можно повысить точность эксперимента?

15. С какой целью производится прокачка испытываемого звена последовательно относительно осей z_1 и z_2 ?

16. Можно ли пользоваться изложенным выше материалом для определения момента инерции звеньев механизмов в состоянии невесомости?

17. Будет ли сохраняться момент инерции звена механизма в состоянии невесомости?

18. Зависит ли момент инерции I_c звена механизма от угловой скорости его вращения относительно главной центральной оси инерции?

19. Зависит ли момент инерции I_c звена механизма от углового ускорения при его вращении относительно главной центральной оси инерции?

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА

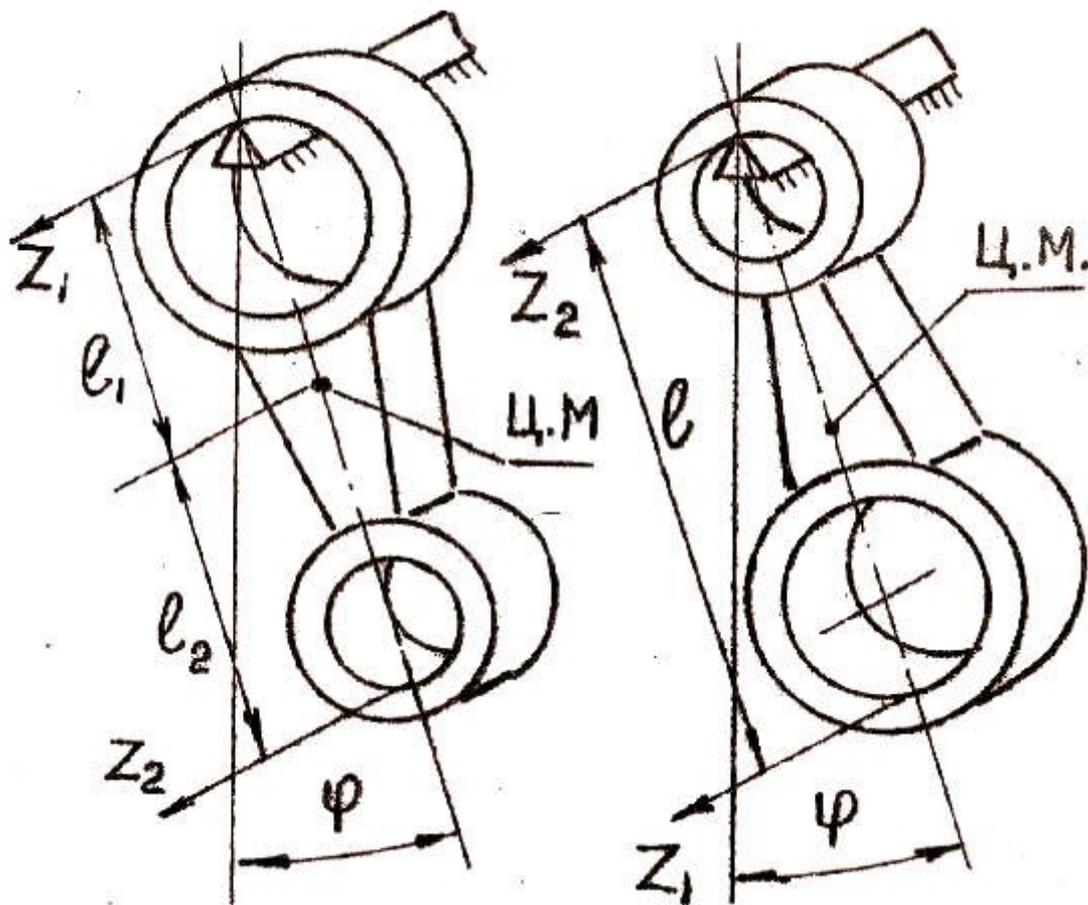
Лабораторная работа №2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМА МЕТОДОМ КАЧАНИЯ

Работу выполнил студент

Факультета _____ группы
_____ (дата)

Работу проверил _____

1. Схема эксперимента



2. Результаты измерений

Таблица

Сила веса $F=$ Н		Длина $l=$ м	
$\Delta F=$ Н		$\Delta l=$ м	
№ опыта	50 полных колебаний относительно оси z_1	№ опыта	50 полных колебаний относительно оси z_2
1	с	6	с
2	с	7	с
3	с	8	с
4	с	9	с
5	с	10	с
Среднее арифметическое времени 50 полных колебаний			
$t_1=$	с	$t_2=$	с
Время одного полупериода			
$T_1^*=0,01t_1=$	с	$T_2^*=0,01t_2=$	с
$\Delta T_1^*=$	с	$\Delta T_2^*=$	с

3. Вычисления

Таблица

1	$l_1 = \frac{l[(T_2^*)^2 - l]}{(T_1^*)^2 + (T_2^*)^2 - 2l} =$
2	$I_{z1} = \frac{(T_1^*)^2}{\pi^2} F l_1 =$
3	$I_c = I_{z1} - \frac{F}{g} l_1^2 =$
4	$\rho = \sqrt{\frac{I_c g}{F}} =$
5	$E_{l_1} = \pm \left \frac{\Delta l}{l} + \frac{2(T_2^*)\Delta(T_2^*) - \Delta l}{(T_2^*)^2 - l} + \frac{2(T_1^*)\Delta(T_1^*) + 2(T_2^*)\Delta(T_2^*) + 2\Delta l}{(T_1^*)^2 + (T_2^*)^2 - 2l} \right =$
6	$\Delta l_1 = \pm E_{l_1} l_1 =$
7	$E_{I_c} = \pm \left \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{2(T_1^*)\Delta(T_1^*) + \pi^2 \Delta l_1}{(T_1^*)^2 - \pi^2 l_1} \right =$
8	$\Delta I_c = \pm E_{I_c} I_c =$

4. Результаты эксперимента

Таблица

1	$l_1 \pm \Delta l_1 =$ _____	М
2	$I_c \pm \Delta I_c =$ _____ $\Gamma^* \text{М}^2$	К
3	$\rho =$ _____	М

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМОВ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Теоретическая часть

Метод крутильных колебаний используется применительно к звеньям, имеющим ось вращения, совпадающую с центральной осью (коленчатые и прямолинейные валы, шкивы, муфты, зубчатые колеса и т.п.).

Подвешивая звено на проволоке (рис.1), закрепленный верхним концом в неподвижной опоре, сообщаем всей системе крутильные колебания (горизонтальные колебания вокруг центральной оси). При этом период колебания будет определяться взаимодействием сил упругости закручиваемой проволоки и момента сил инерции звена.

Если пренебречь сопротивлением воздуха и считать физическую ось вращения строго вертикальной, то дифференциальное уравнение крутильных колебаний будет иметь следующий вид:

$$M_u = I_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad \text{и} \quad M_u = -M, \quad (1)$$

где M_u – момент сил инерции;

I_0 – суммарный момент инерции испытуемого тела I и всего прибора $I_{пр}$, в который включаются диск с винтами и проушина,

$$I_0 = I + I_{пр},$$

M – восстанавливающий момент проволоки;

φ – угол закручивания проволоки.

При малых углах закручивания угловые деформации проволоки будут оставаться в пределах пропорциональности восстанавливающему моменту, тогда

$$M = c\varphi, \quad (2)$$

где c – коэффициент характеризующий упругие свойства проволоки.

Подставляя значения восстанавливающего момента (2) в уравнение (1), получим:

$$I_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + c\varphi = 0. \quad (3)$$



Рис. 1

Данное линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами выражает гармонические колебания. Его решение имеет вид

$$\varphi = \varphi_c \sin(pt + \mu),$$

где φ_c – амплитуда колебаний;

μ – начальная фаза колебаний;

p – круговая частота.

Известно, что круговая частота p связана с коэффициентами уравнения (3) соотношением:

$$p = \sqrt{\frac{c}{I_0}}.$$

Так как период крутильных колебаний

$$T = \frac{2\pi}{p},$$

то

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{c}},$$

откуда

$$I_0 = c \frac{T^2}{4\pi^2} = I + I_{np}. \quad (4)$$

Неизвестными в последнем уравнении можно считать I , I_{np} , c и T .

Замеряя время t , в течение которого происходит n полных колебаний, можно определить период T крутильных колебаний:

$$T = \frac{t}{n}.$$

Для определения величины жесткости c и момента инерции прибора I_{np} воспользуемся двумя эталонами правильной геометриче-

ской формы (диски), моменты инерции которых могут быть подсчитаны аналитически. Пусть эталоны имеют моменты инерции:

$$I_{\text{э}1} = \frac{m_1 r_1^2}{2} \text{ и } I_{\text{э}2} = \frac{m_2 r_2^2}{2}, \quad (5)$$

где m_1 и m_2 – массы эталонов;

r_1 и r_2 – радиусы дисков.

Периоды их крутильных колебаний, определяемые экспериментально, соответственно равны $T_{\text{э}1}$ и $T_{\text{э}2}$.

Используя уравнение (4) для опытов с первым и вторым эталонами, будем иметь дополнительно необходимые нам два уравнения:

$$I_{\text{э}1} + I_{np} = C \frac{T_{\text{э}1}^2}{4\pi^2}, \quad (6)$$

$$I_{\text{э}2} + I_{np} = C \frac{T_{\text{э}2}^2}{4\pi^2}.$$

Исключая из этих уравнений жесткость c , получим:

$$\frac{I_{\text{э}1} + I_{np}}{I_{\text{э}2} + I_{np}} = \frac{T_{\text{э}1}^2}{T_{\text{э}2}^2}, \quad (7)$$

$$I_{np} = \frac{I_{\text{э}1} T_{\text{э}2}^2 - I_{\text{э}2} T_{\text{э}1}^2}{T_{\text{э}1}^2 - T_{\text{э}2}^2}. \quad (8)$$

Определив момент инерции I_{np} прибора, можно с помощью уравнений (4) и (6) определить момент инерции испытуемого тела:

$$I = (I_{\text{э}1} + I_{np}) \frac{T^2}{T_{\text{э}1}^2} - I_{np}. \quad (9)$$

Радиус инерции испытуемого звена определяется по формуле:

$$\rho = \sqrt{\frac{I}{m}}. \quad (10)$$

ВЫВОД ФОРМУЛ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Для упрощения вывода будем пренебрегать моментом инерции прибора (что справедливо в случае массивных звеньев), тогда формула (9) примет вид:

$$I = \frac{I_{\text{э}1} T^2}{T_{\text{э}1}^2}. \quad (11)$$

Логарифмируя и дифференцируя уравнение (5) и заменяя бесконечно малые величины конечными, найдем предварительно относительную погрешность в определении момента инерции $I_{\text{э}1}$ эталона:

$$E_{I_{\text{э}1}} = \pm \frac{\Delta I_{\text{э}1}}{I_{\text{э}1}} = \pm \left| \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{2\Delta r_1}{r_1} \right|. \quad (12)$$

Определяем относительную погрешность в определении момента инерции I испытуемого тела по уравнению (11):

$$E_I = \pm \frac{\Delta I}{I} = \pm \left| \frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta I_{\text{э}1}}{I_{\text{э}1}} + \frac{2\Delta T_{\text{э}1}}{T_{\text{э}1}} \right|, \quad (13)$$

или, после подстановки в выражение (13) значения $E_{I_{\text{э}1}}$ из уравнения (12):

$$E_I = \pm \frac{\Delta I}{I} = \pm \left| \frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{2\Delta r_1}{r_1} + \frac{2\Delta T_{\text{э}1}}{T_{\text{э}1}} \right|;$$

и окончательно ошибка в определении момента инерции I испытуемого тела будет равна:

$$\Delta I = \pm E_I I. \quad (14)$$

Относительная погрешность в определении радиуса инерции в соответствии с уравнением (10) равна:

$$E_\rho = \pm \frac{\Delta \rho}{\rho} = \pm \left| \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta m}{m} \right|.$$

Абсолютная ошибка определится:

$$\Delta \rho = \pm E_\rho \rho. \quad (15)$$

Практическая часть

ОПИСАНИЕ КОНСТРУКЦИИ ПРИБОРА

Прибор ТММ-26 является настольным переносным прибором, предназначенным для определения момента инерции сравнительно небольших по размерам звеньев. Основным измерительным элементом прибора является стальной пруток 1, жестко прикрепленный к проушине 2 (рис.2), а другим концом заделанный в кронштейне. Элементами прибора, момент инерции которых дополнительно определяется, является проушина и диск с винтами, которыми к нему поочередно прикрепляются эталоны и испытуемое звено. В диск 3 заделан хвостовик 4, на который навинчивается гайка 5.

В конце хвостовика имеется штифт 6. Для того, чтобы закрепить хвостовик 4 на проушине 2, нужно установить штифт 6 в V-образное отверстие проушины, что исключает возможность бокового смещения; хвостовика относительно проушины и завинтить гайку 5 вверх. Тогда между гайкой и штифтом зажметься нижняя часть проушины 2.

Для придания звену только крутильных колебаний и исключения плоских колебаний его, прибор снабжен пусковым приспособлением, смонтированным в верхней части кронштейна.

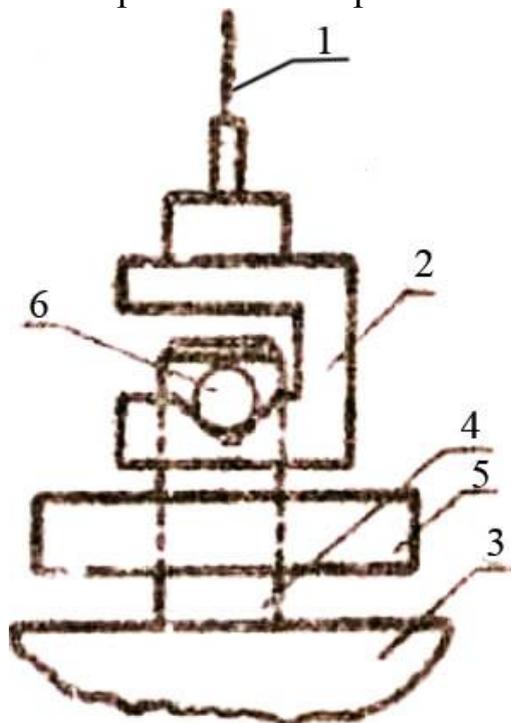


Рис. 2

Порядок выполнения работы

1. Взвешиванием определяют массы $m_{\varepsilon 1}$ и $m_{\varepsilon 2}$ эталонов, а также массу m испытуемого звена с точностью весов (величины масс выбиты на эталонах).

2. Определяют диаметры дисков - эталонов с точностью линейки.

3. Аналитически по формулам (5) определяют моменты инерции эталонов относительно осей вращения.

4. Прикрепляют винтами к диску прибора один из эталонов и с помощью секундомера определяют время 25 периодов колебаний с точностью секундомера. Опыт повторяют 3-5 раз и находят t_{1cp} как среднее арифметическое из полученных значений. Определяют время одного периода

$$T_{\varepsilon 1} = \frac{t_{1cp}}{25}$$

5. Операции, отмеченные в п.4, проделывают последовательно со вторым эталоном и испытуемым звеном. Соответственно находят периоды $T_{\varepsilon 2}$ и T .

6. По формуле (8) вычисляют момент инерции I_{np} прибора.

7. По формуле (9) находят момент инерции I испытуемого звена и подсчитывают по формуле (10) радиус инерции.

8. Вычисляют погрешности по формулам (14) и (15).

Примечание

При пуске секундомера следует начинать отсчет периодов со слова "ноль", а не "раз", как это часто ошибочно практикуется (в результате чего замеряется время не 25, а 24 периодов колебаний).

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое масса звена?
2. Что такое момент инерции звена?
3. Зависит ли масса звена от формы звена?
4. Зависит ли момент инерция звена от формы звена?
5. Зависит ли момент инерция звена от угловой скорости?
6. Зависит ли момент инерции звена от углового ускорения?
7. Имеет ли момент инерции звено, находящееся в покое?

8. Зависит ли момент инерция звена от расположения оси, относительно которой определяется момент инерции?
9. От чего зависит момент инерция звена?
10. Размерность момента инерции звена в системе СИ.
11. С какой целью измеряется время 25 периодов, а не одного?
12. Что подразумевается под малыми углами закручивания?
13. Что такое крутильные колебания?
14. Для чего используются два эталона?
15. Изменяется ли момент инерции звена с изменением коэффициента жесткости проволоки?
16. От чего зависит восстанавливающий момент сил проволоки?
17. Может ли момент инерции принять отрицательное значение?
18. Какие элементы входят в момент инерции прибора?
19. Каким путем можно повысить точность эксперимента?
20. Порядок проведения эксперимента.

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА

Лабораторная работа №3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Работу выполнил студент

Факультета _____ группы
_____ (дата)

Работу проверил _____

Схема прибора

Результаты измерений

Массы: $m_{\text{э}1}$ _____ кг Диаметры: $D_{\text{э}1}$ _____ м
 $m_{\text{э}2}$ _____ кг $D_{\text{э}2}$ _____ м
 $m_{\text{э}3}$ _____ кг

Продолжительность 25 колебаний

Таблица

№ опытов	Для 1-ого эталона	Для 2-ого эталона	Для испытуемого звена
1			
2			
3			
4			
5			
Среднее арифм.	$t_{\text{cp}1} = \text{_____} \text{ с}$	$t_{\text{cp}2} = \text{_____} \text{ с}$	$t = \text{_____} \text{ с}$
Время одного периода	$T_{\text{э}1} = 0,04 t_{\text{cp}1} = \text{_____} \text{ с}$	$T_{\text{э}2} = 0,04 t_{\text{cp}2} = \text{_____} \text{ с}$	$T = 0,04 t = \text{_____} \text{ с}$

Формулы, необходимые для вычисления:

Вычисления:

Определение погрешностей:

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМА МЕТОДОМ ПАДАЮЩЕГО ГРУЗА

Теоретическая часть

Метод падающего груза часто используется для определения моментов инерции массивных звеньев (маховики, барабаны, роторы и т.п.). Если исследуемое звено имеет шариковые подшипники, то опыт может быть произведен на машине без ее разборки. В этом заключается большое преимущество данного метода.

Под действием падающего груза 1 массой m испытуемое звено 2 (рис.1) приходит во вращение и постепенно ускоряет свое движение.

Обозначим текущую вертикальную координату груза – z , радиус шкива 3, на который наматывается нить – r , угол поворота испытуемого звена – φ , момент сил трения (в подшипниках и трения нити о блок 4 и при намотке на шкив 3) – Mr , и составим уравнение движения системы для периода разгона в виде уравнения элементарных работ:

$$dA_G = dE_G + dE + dA_T. \quad (1)$$

Здесь элементарная работа веса G на бесконечно малом перемещении dz :

$$dA_G = Gdz,$$

изменение кинетической энергии груза G :

$$dE_G = mvdv = m \frac{d^2z}{dt^2} dz.$$

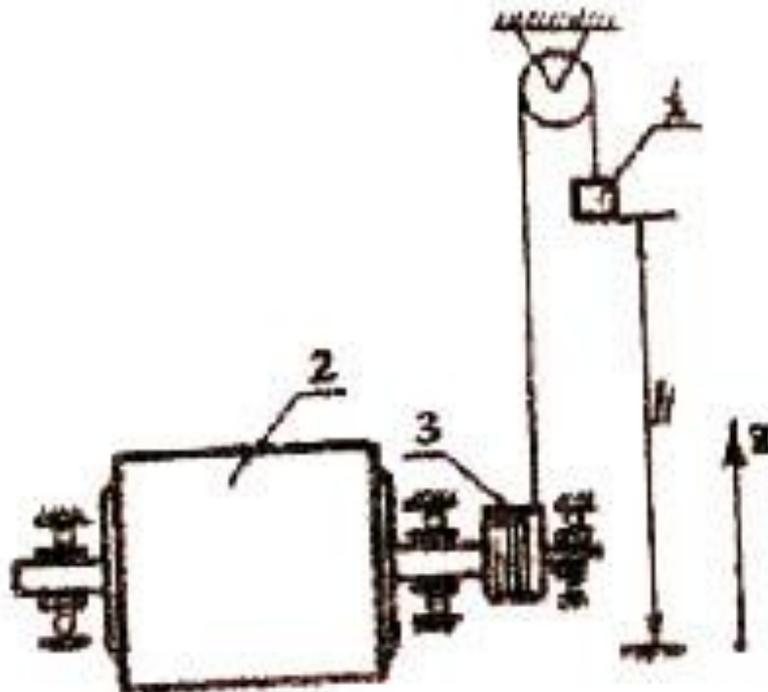


Рис. 1

Изменение кинетической энергии испытуемого звена 2 со шкивом 3:

$$dE = (I + I_w) \omega d\omega = (I + I_w) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} d\varphi$$

и приращение работы силы трения:

$$dA_T = M_T d\varphi.$$

Считая нить нерастяжимой, следует также принять:

$$dz = r d\varphi$$

и

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = r \frac{d^2 \varphi}{dt^2}.$$

Подставляя эти значения в уравнение (1) работ и сокращая все на dz , получим

$$G = m \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{I + I_w}{r^2} \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{M_r}{r},$$

или

$$G = \left(m + \frac{I + I_w}{r^2} \right) \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{M_r}{r}. \quad (2)$$

Полагая, что $M_r = const$, из уравнения (2) следует, что и $\frac{d^2z}{dt^2} = const$, поэтому при начальных условиях:

$$t=0, z=H, v_0=0.$$

Высота H падения груза равна:

$$H = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{d^2z}{dt^2} t^2,$$

откуда

$$a = \frac{2H}{t^2}.$$

Для того, чтобы не находить отдельно момент M_r сил трения, проведем второй опыт с другим грузом, тогда будем иметь:

$$a_1 = \frac{2H}{t_1^2}, \quad a_2 = \frac{2H}{t_2^2}. \quad (3)$$

Получим следующую систему двух уравнений, исходя из уравнения (2):

$$G_1 = \left(m_1 + \frac{I + I_{ш}}{r^2}\right) a_1 + \frac{M_r}{r},$$

$$G_2 = \left(m_2 + \frac{I + I_{ш}}{r^2}\right) a_2 + \frac{M_r}{r}.$$

Исключая отсюда момент трения, получаем искомый момент инерции испытуемого звена:

$$I = \frac{[m_1(g - a_1) - m_2(g - a_2)]r^2}{a_1 - a_2} - I_{ш}.$$

Кинетической энергией прибора (шкив и система крепления маховика) в его вращательном движении пренебрегаем, тогда

$$I = \frac{[m_1(g - a_1) - m_2(g - a_2)]r^2}{a_1 - a_2}. \quad (4)$$

ВЫВОД ФОРМУЛ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Вводя в формулу (4) обозначения:

$$m_1(g-a_1)=s_1, \quad (5)$$

$$m_2(g-a_2)=s_2,$$

где s_1 и s_2 –натяжение нити, вызванное соответственно первым и вторым грузами, и

$$s_1-s_2=s,$$

$$a_1-a_2=a,$$

получим

$$I=\frac{s}{a}r^2. \quad (6)$$

Логарифмируя, дифференцируя формулу (6) и заменяя бесконечно малые величины конечными, получим:

$$E_I=\pm \frac{\Delta I}{I} = \pm \left| \frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{2\Delta r}{r} \right|. \quad (7)$$

Очевидно, что

$$\Delta s=\Delta s_1+\Delta s_2,$$

$$\Delta a=\Delta a_1+\Delta a_2.$$

Из уравнения (5), считая величину g постоянной, получим:

$$\Delta s_1=\Delta m_1g+a_1\Delta m_1+m_1\Delta a_1=\Delta m_1(g+a_1)+m_1\Delta a_1$$

Аналогично из уравнения (5) будем иметь:

$$\Delta s_2=\Delta m_2(g+a_2)+m_2\Delta a_2.$$

Логарифмируя и дифференцируя выражения (3), получим:

$$E_{a_1}=\pm \frac{\Delta a_1}{a_1} = \pm \left| \frac{\Delta H}{H} + \frac{2\Delta t_1}{t_1} \right|,$$
$$E_{a_2}=\pm \frac{\Delta a_2}{a_2} = \pm \left| \frac{\Delta H}{H} + \frac{2\Delta t_2}{t_2} \right|,$$

$$\Delta a_1 = \pm a_1 E_{a_1},$$
$$\Delta a_2 = \pm a_2 E_{a_2}.$$

Практическая часть

ОПИСАНИЕ КОНСТРУКЦИИ ПРИБОРА

Корпус установки прикреплен болтами к стенке. На верхней плоскости корпуса установлен электродвигатель мощностью 600 ватт. На валу электродвигателя закреплен барабан для намотки канатика с грузом.

Рядом с корпусом прибора к стенке крепится трубчатая штанга, имеющая шкалу и два блок контакта. Верхний блок контакт неподвижный, нижний – подвижный, позволяющий установить необходимую расчетную величину H падения груза. Блок контакты электрически связаны с секундомером, встроенным в переднюю часть корпуса прибора.

В начале падения груза верхний блок контакт включает электро- секундомер, в конце падения нижний блок контакт выключает его.

Опускание груза производится путем растормаживания ротора электродвигателя с сидящим на его валу барабаном переключением тумблера "подъем - пуск" на положение "пуск".

В момент пуска электрический ток поступает в тяговый электромагнит, который оттягивает тормозную колодку от тормозного барабана, преодолевая сопротивление пружины. При прохождении груза через нижний блок контакт тяговый электромагнит обесточивается, тормозная пружина включает тормоз, останавливающий падение груза.

Подъем груза осуществляется наматыванием канатика на барабан, вращающийся вместе с ротором электродвигателя, для чего тумблер "подъем-пуск" должен быть переключен на положение "подъем". В этом положении обмотка электромагнита находится под током и ротор электродвигателя с барабаном растормаживается.

Порядок проведения работы

1. Взвешиванием определяют массы m_1 и m_2 грузов с точностью весов (величины масс выбиты на грузах).
2. Определяют диаметр шкива 3 с точностью линейки.
3. Устанавливают высоту H падения груза с точностью шкалы.
4. Подвешивают к тросику груз.
5. Включают в установку напряжение.
6. Поднимают груз в верхнее крайнее положение путем наматывания ровно в ряд канатика на барабан, для чего тумблер «подъем-пуск» переключают в положение «подъем».
7. Пуск прибора осуществляется переключением тумблера «подъем-пуск» на положение «пуск». Время падения груза отсчитывают по секундомеру с точностью секундомера. Опыт повторяют пять раз и находят t_{1cp} как среднее арифметическое из полученных значений.
8. То же самое проделывают с грузом другого веса.
9. Наблюдения заносят в журнал отчета.
10. По формуле (3) определяют ускорение падения грузов.
11. По формуле (4) вычисляют момент инерции испытуемого звена.
12. Вычисляют погрешность по формуле (7).

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое масса звена?
2. Что такое момент инерции звена?
3. Зависит ли масса звена от формы звена?
4. Зависит ли момент инерции звена от формы звена?
5. Зависит ли момент инерции звена от угловой скорости?
6. Зависит ли момент инерции звена от углового ускорения?
7. Имеет ли момент инерции звено, находящееся в покое?
8. Зависит ли момент инерции звена от расположения оси, относительно которой определяется момент инерции?
9. От каких величин зависит момент инерции звена?

10. Размерность моменты инерции звена в системе СИ.
11. Для чего используется два груза?
12. Зависит ли момент инерции звена от высоты падения груза?
13. Может ли момент инерция звена принять отрицательное значение?
14. Каким путем можно повысить точность эксперимента?
15. Каким образом включается и выключается секундомер?
16. Порядок продления эксперимента.

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА

Лабораторная работа №4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ МЕТОДОМ ПАДАЮЩЕГО ГРУЗА

Работу выполнил студент

Факультета _____ группы
_____ (дата)

Работу проверил _____

Схема прибора

Результаты измерений

Массы: m_1 _____ кг Диаметр d _____ м
 m_2 _____ кг Высота опускания H _____ м

Таблица

№ опытов	Для первого груза	Для второго груза
1		
2		
3		
4		
5		
Среднее арифм.	$t_{1cp} =$ _____ с	$t_{2cp} =$ _____ с

Определение погрешностей

Список литературы

1. **Яблонский А.А., Никифорова В.М.** Курс теоретической механики: Статика, кинематика, динамика: Учеб. пособие для вузов. – 7-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2007. – 764 с.

2. **Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р.** Курс теоретической механики. – СПб.: Лань, 2009. – 736 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа №1	
Определение коэффициента сцепления и коэффициента трения скольжения.....	3
Лабораторная работа №2	
Экспериментальное определение моментов инерции звеньев механизмов методом качания.....	16
Лабораторная работа №3	
Определение моментов инерции звеньев механизмов методом крутильных колебаний.....	30
Лабораторная работа №4	
Определение моментов инерции звеньев механизма методом падающего груза.....	40
Список литературы.....	49

**Григорьев Александр Юрьевич
Малявко Дмитрий Пантелеймонович
Фёдорова Людмила Анатольевна**

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Учебно-методическое пособие

Ответственный редактор

Т.Г. Смирнова

Компьютерная верстка

Ю.Н. Санкина

А.М. Елисеев

Дизайн обложки

Н.А. Потехина

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 23.04.2013. Формат 60×84 1/16

Усл. печ. л. 3,26. Печ. л. 3,5. Уч.-изд. л. 3,13

Тираж 150 экз. Заказ № С 28

НИУ ИТМО. 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
ИИК ИХиБТ. 191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9