

Непосредственно используя (8.2.10) или таблицы операционных соответствий, взамен уравнений (18.3.1), (18.3.3) с учетом (18.3.4) получаем следующие уравнения для изображений $T_{об}(s)$ и $T_{к}(s)$ искомым температур объекта $t_{об}(\tau)$ и камеры $t_{к}(\tau)$:

$$T_{об}(s) = Y_{об} \left[\frac{1}{\Lambda_{об}} W_{об}(s) + \eta_{обк} T_{к}(s) + \eta_{обс} T_{с}(s) + \eta_{пр} T_{пр}(s) + \varepsilon_{об} t_{обн} \right], \quad (18.4.1)$$

$$T_{к}(s) = Y_{к} \left[\frac{1}{\Lambda_{к}} W_{к}(s) + \kappa_{коб} T_{об}(s) + \kappa_{кс} T_{с}(s) + \varepsilon_{к} t_{кн} \right], \quad (18.4.2)$$

где символами $T_{с}(s)$, $W_{об}(s)$, $W_{к}(s)$ обозначены изображения температуры среды $t_{с}(\tau)$ и полных мощностей объекта $W_{об}(\tau)$ и камеры $W_{к}(\tau)$.

Параметры $\Lambda_{к}$ и $\Lambda_{об}$ можно определить как полные тепловые проводимости объекта и камеры; их взаимосвязь с ранее введенными тепловыми проводимостями такова:

$$\Lambda_{об} = \Lambda_{обк} + \Lambda_{обс} + \Lambda_{пр}; \quad (18.4.3)$$

$$\Lambda_{к} = \Lambda_{обк} + \Lambda_{кс}. \quad (18.4.4)$$

Безразмерные коэффициенты η и κ определяют отношения между тепловыми проводимостями:

$$\eta_{обк} = \frac{\Lambda_{обк}}{\Lambda_{об}}; \quad \eta_{обс} = \frac{\Lambda_{обс}}{\Lambda_{об}}; \quad \eta_{пр} = \frac{\Lambda_{пр}}{\Lambda_{об}}; \quad (18.4.5)$$

$$\kappa_{обк} = \frac{\Lambda_{обк}}{\Lambda_{к}}; \quad \kappa_{кс} = \frac{\Lambda_{кс}}{\Lambda_{к}}; \quad (18.4.6)$$

причем

$$\eta_{обк} + \eta_{обс} + \eta_{пр} = 1; \quad \kappa_{обк} + \kappa_{кс} = 1. \quad (18.4.7)$$

Тепловые проводимости $\Lambda_{обк}$ оболочек (стенок) неправильной формы можно оценивать по формулам, предложенным в работе [4.10]:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{L} \frac{2S_1 S_2}{S_1 + S_2}; \quad (18.4.8)$$

$$\Lambda = \lambda \frac{S_1 S_2 + 2S_{\text{эф}}^2}{3V}; \quad S_{\text{эф}} = \frac{3}{2} \left[\frac{V}{L} - \frac{1}{6}(S_1 + S_2) \right], \quad (18.4.9)$$

где Λ – полная тепловая проводимость оболочки (стенки); S_1 и S_2 – внутренняя и наружная поверхности, V – объем, а λ – коэффициент теплопроводности материала оболочки.

Определяющий размер L (толщина оболочки) оценивается по формуле

$$L = \frac{2V}{S_1 + S_2}. \quad (18.4.10)$$

Входящие в уравнения (18.4.1) и (18.4.2) переменные $Y_{об}$ и Y_k имеют следующую структуру:

$$Y_{об} = \frac{1}{\varepsilon_{об} s + 1}; \quad Y_k = \frac{1}{\varepsilon_k s + 1}, \quad (18.4.11)$$

в которых величины $\varepsilon_{об}$ и ε_k имеют размерность времени и рассчитываются по формулам:

$$\varepsilon_{об} = \frac{C_{об}}{\Lambda_{об}} = \frac{C_{об}}{\Lambda_{обк} + \Lambda_{обс} + \Lambda_{пр}}; \quad (18.4.12)$$

$$\varepsilon_k = \frac{C_k}{\Lambda_k} = \frac{C_k}{\Lambda_{обк} + \Lambda_{кс}}. \quad (18.4.13)$$

Решив систему уравнений (18.4.1) и (18.4.2) относительно изображений $T_{об}(s)$ и $T_k(s)$, находим

$$T_{об}(s) = \frac{Y_{обw_{об}}}{\Lambda_{об}} W_{об}(s) + Y_{обс} T_c(s) + Y_{обпр} T_{пр}(s) + \frac{Y_{обw_k}}{\Lambda_k} W_k(s) + Y_{обн_{об}} t_{обн} + Y_{обн_k} t_{кн}; \quad (18.4.14)$$

$$T_k(s) = \frac{Y_{kw_{об}}}{\Lambda_{об}} W_{об}(s) + Y_{кс} T_c(s) + Y_{кпр} T_{пр}(s) + \frac{Y_{kw_k}}{\Lambda_k} W_k(s) + Y_{кн_{об}} t_{обн} + Y_{кн_k} t_{кн}. \quad (18.4.15)$$

Уравнения (18.4.14) и (18.4.15) определяют взаимосвязь между изображениями температур объекта и камеры термостата и изображениями воздействий через передаточные функции по отношению к соответствующему воздействию. Выражения этих передаточных функций для объекта и камеры приведены в табл. 18.4.1, в которой использованы следующие обозначения:

$$\Delta = \varepsilon_{об} \varepsilon_{к} s^2 + (\varepsilon_{об} + \varepsilon_{к}) s + 1 - \eta_{об} \kappa_{обк} = \frac{(1 + \varepsilon_1 s)(1 + \varepsilon_2 s)}{K}; \quad (18.4.16)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{2\varepsilon_{об} \varepsilon_{к}}{(1 - \nu)\varepsilon_{об} + (1 + \nu)\varepsilon_{к}}, \quad \varepsilon_2 = \frac{2\varepsilon_{об} \varepsilon_{к}}{(1 + \nu)\varepsilon_{об} + (1 - \nu)\varepsilon_{к}}; \quad (18.4.17)$$

$$\nu = \sqrt{1 + \frac{4\eta_{обк} \kappa_{обк} \varepsilon_{об} \varepsilon_{к}}{(\varepsilon_{об} - \varepsilon_{к})^2}}; \quad (18.4.18)$$

$$K = \frac{1}{(1 - \eta_{обк} \kappa_{обк})}; \quad (18.4.19)$$

$$\varphi_{обс} = \eta_{обс} + \eta_{обк} \kappa_{кс}, \quad \varphi_{кс} = \kappa_{кс} + \eta_{обс} \kappa_{обс}; \quad (18.4.20)$$

$$b_{обс} = \frac{\varepsilon_{к}}{(1 + \frac{\eta_{обк}}{\eta_{обс}} \kappa_{кс})} = \frac{\varepsilon_{к} \eta_{обс}}{\varphi_{обс}}; \quad (18.4.21)$$

$$b_{кс} = \frac{\varepsilon_{об}}{(1 + \frac{\kappa_{обк}}{\kappa_{кс}} \eta_{обс})} = \frac{\varepsilon_{об} \kappa_{кс}}{\varphi_{кс}}.$$

Величины $\varepsilon_{об}$ и $\varepsilon_{к}$ находятся по формулам (18.4.12), (18.4.13), а коэффициенты η и κ — по формулам (18.4.5), (18.4.6).

Выполнив обратный переход от (18.4.14) и (18.4.15), можно найти дифференциальные уравнения взаимосвязи между температурами объекта, камеры (корпуса) и воздействиями:

Таблица 18.4.1

Передаточные функции для температуры объекта и камеры

Объект	Камера
$Y_{обwоб} = \frac{\varepsilon_к s + 1}{\Delta}$	$Y_{кwоб} = \frac{\kappa_{коб}}{\Delta}$
$Y_{обс} = \varphi_{обс} \frac{b_{обс} s + 1}{\Delta}$	$Y_{кwоб} = \kappa_{коб} \frac{b_{кс} s + 1}{\Delta}$
$Y_{об пр} = \eta_{пр} \frac{\varepsilon_к s + 1}{\Delta}$	$Y_{к пр} = \frac{\kappa_{обк} \eta_{пр}}{\Delta}$
$Y_{обwк} = \frac{\eta_{обк}}{\Delta}$	$Y_{кwк} = \frac{\varepsilon_{об} s + 1}{\Delta}$
$Y_{обHоб} = \varepsilon_{об} \frac{\varepsilon_к s + 1}{\Delta}$	$Y_{кHоб} = \kappa_{кHоб} \frac{\varepsilon_{об}}{\Delta}$
$Y_{обHк} = \eta_{обк} \frac{\varepsilon_к}{\Delta}$	$Y_{кHк} = \varepsilon_к \frac{\varepsilon_{об} s + 1}{\Delta}$

$$\begin{aligned}
& \varepsilon_{об} \varepsilon_к \frac{d^2 t_{об}(\tau)}{d\tau^2} + (\varepsilon_{об} + \varepsilon_к) \frac{dt_{об}(\tau)}{d\tau} + (1 - \eta_{обк} \kappa_{обк}) t_{об}(\tau) = \\
& = \frac{1}{\Lambda_{об}} \left[\varepsilon_к \frac{dW_{об}(\tau)}{d\tau} + W_{об}(\tau) \right] + \varphi_{обс} \left[b_{обс} \frac{dt_c(\tau)}{d\tau} + t_c(\tau) \right] + \\
& + \eta_{пр} \left[\varepsilon_к \frac{dt_{пр}(\tau)}{d\tau} + t_{пр}(\tau) \right] + \frac{\eta_{обк}}{\Lambda_к} W_к(\tau); \quad (18.4.22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \varepsilon_{об} \varepsilon_к \frac{d^2 t_к(\tau)}{d\tau^2} + (\varepsilon_{об} + \varepsilon_к) \frac{dt_к(\tau)}{d\tau} + (1 - \eta_{обк} \kappa_{обк}) t_к(\tau) = \\
& = \frac{1}{\Lambda_к} \left[\varepsilon_{об} \frac{dW_к(\tau)}{d\tau} + W_к(\tau) \right] + \varphi_{кс} \left[b_{кс} \frac{dt_c(\tau)}{d\tau} + t_c(\tau) \right] +
\end{aligned}$$

$$+ \kappa_{обк} \eta_{пр} \frac{dt_{пр}(\tau)}{dt} + \frac{\kappa_{обк}}{\Lambda_{об}} W_{об}(\tau), \quad (18.4.23)$$

которые при необходимости должны решаться с учетом начальных условий, включая (18.3.4).

Выражения (18.4.14), (18.4.15) или (18.4.22), (18.4.23) являются базовыми соотношениями элементарной теории термостатирования. Они определяют динамику теплообмена объекта и термостата в целом. Примеры конкретных расчетов малогабаритного термостата приведены в монографии [4.10].

18.5. Стационарные режимы теплообмена

Основные соотношения. Для объектов и термостатов стационарные условия теплообмена не являются характерными, поскольку и возмущающие, и управляющие воздействия изменяются с течением времени. Однако анализ стационарных режимов необходим, так как позволяет получить количественные взаимосвязи между теплообменными и конструктивными параметрами объекта и термостата в зависимости от тех или иных воздействий.

В стационарном режиме воздействия t_c , $t_{пр}$, $W_{об}$, W_k постоянны, поэтому из уравнений (18.4.14), (18.4.15) или из уравнений (18.4.22), (18.4.23) получаются следующие выражения:

$$t_{обст} = \frac{W_{об}}{\Lambda_{об}} + \eta_{пр} t_{пр} + \eta_{обс} t_c + \eta_{обк} t_k; \quad (18.5.1)$$

$$t_{кст} = \frac{W_k}{\Lambda_k} + \kappa_{кc} t_c + \kappa_{обк} t_{обс}; \quad (18.5.2)$$

$$t_{обст} = K \left[\frac{W_{об}}{\Lambda_{об}} + \eta_{обк} \frac{W_k}{\Lambda_k} + \eta_{пр} t_{пр} + \varphi_{обс} t_c \right]; \quad (18.5.3)$$

$$t_{кст} = K \left[\kappa_{обк} \frac{W_{об}}{\Lambda_{об}} + \frac{W_k}{\Lambda_k} + \eta_{пр} \kappa_{обк} t_{пр} + \varphi_{кc} t_c \right]. \quad (18.5.4)$$

Уравнения (18.5.1) и (18.5.2) устанавливают взаимосвязь между температурой объекта и корпуса, а из (18.5.3) (18.5.4) непосредственно находятся $t_{обст}$, $t_{кст}$ при стабильных (стационарных) значениях воздействий t_c , $t_{пр}$, $W_{об}$, W_k .

Напомним, что $t_{\text{пр}}$ и $t_{\text{к}}$ —это температура проточной и внешней среды соответственно, а $W_{\text{об}}$ и $W_{\text{к}}$ —соответственно полная мощность тепловыделений в активном объекте и в камере термостата. Для пассивного объекта $W_{\text{об}}=0$, а при отсутствии проточного термостатирования $\eta_{\text{пр}}=0$, т.е. $\Lambda_{\text{пр}}=0$.

Перепады температур в термостате. Из (18.5.3) и (18.5.4) полезно определить перепады температуры между объектом, камерой и внешней средой:

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{об к}} &= t_{\text{об ст}} - t_{\text{к ст}} = \\ &= K \left[\frac{\kappa_{\text{к с}}}{\Lambda_{\text{об}}} W_{\text{об}} + \frac{\eta_{\text{об к}} - 1}{\Lambda_{\text{к}}} W_{\text{к}} + \eta_{\text{пр}} \kappa_{\text{к с}} (t_{\text{пр}} - t_{\text{с}}) \right]; \end{aligned} \quad (18.5.5)$$

$$\Delta t_{\text{об с}} = t_{\text{об ст}} - t_{\text{с}} = K \left[\frac{1}{\Lambda_{\text{об}}} W_{\text{об}} + \frac{\eta_{\text{об к}}}{\Lambda_{\text{к}}} W_{\text{к}} + \eta_{\text{пр}} (t_{\text{пр}} - t_{\text{с}}) \right]; \quad (18.5.6)$$

$$\Delta t_{\text{к с}} = t_{\text{к ст}} - t_{\text{с}} = K \left[\frac{\kappa_{\text{об к}}}{\Lambda_{\text{об}}} W_{\text{об}} + \frac{1}{\Lambda_{\text{к}}} W_{\text{к}} + \eta_{\text{пр}} \kappa_{\text{об к}} (t_{\text{пр}} - t_{\text{с}}) \right]. \quad (18.5.7)$$

Выражения (18.5.1)-(18.5.7) могут использоваться для расчетов на первичной стадии проектирования термостата в рамках ограничений рассматриваемой модели. Отметим главные этапы расчета.

1. Из уравнения (18.5.1) можно определить, на сколько градусов изменится температура объекта (температура статирования) $dt_{\text{об}}$ в зависимости от изменения одного из возмущающих $t_{\text{с}}$, $W_{\text{об}}$ или управляющих $t_{\text{пр}}$, $t_{\text{к}}$ воздействий при сохранении постоянства всех остальных воздействий. Выражения для “факторной чувствительности” имеют следующий вид:

$$dt_{\text{об}} = \eta_{\text{об с}} dt_{\text{с}}; \quad dt_{\text{об}} = \frac{1}{\Lambda_{\text{об}}} dW_{\text{об}}; \quad (18.5.8)$$

$$dt_{\text{об}} = \eta_{\text{об к}} dt_{\text{к}}; \quad dt_{\text{об}} = \eta_{\text{пр}} dt_{\text{пр}}. \quad (18.5.9)$$

Из (18.5.8) и (18.5.9) следует, что помехоустойчивость объекта тем лучше, чем меньше коэффициенты пропорциональности в этих взаимосвязях: $\eta_{\text{об с}}$, $1/\Lambda_{\text{об}}$, $\eta_{\text{об к}}$ или $\eta_{\text{пр}}$.

2. Нежелательное влияние одного из факторов (при медленном, квазистационарном его изменении) в принципе может быть скомпенсировано

но или ослаблено соответствующим изменением другого или нескольких факторов. Количественно это определится дифференцированием уравнения (18.5.1):

$$dt_{об} = \frac{1}{\Lambda_{об}} dW_{об} + \eta_{пр} dt_{пр} + \eta_{обс} dt_c + \eta_{обк} dt_k = 0. \quad (18.5.10)$$

Из (18.5.10) могут быть получены различные частные соотношения. Пусть, например, $\eta_{пр}=0$ (нет проточной среды), а объект пассивный ($W_{об}=0$), тогда из (18.5.10) следует

$$dt_k = -\frac{\eta_{обс}}{\eta_{обк}} dt_c = -\frac{\Lambda_{обс}}{\Lambda_{обк}} dt_c. \quad (18.5.11)$$

Это означает, что изменение (увеличение) температуры среды на dt_c можно скомпенсировать изменением (уменьшением) температуры камеры на dt_k в соответствии с (18.5.11). При этом температура объекта останется неизменной ($dt_{об}=0$).

Медленное во времени изменение мощности $W_{об}$ в активном объекте также можно скомпенсировать изменением температуры камеры. Из (18.5.10) при $\eta_{пр}=0$ и $t_c=\text{const}$ находим

$$dt_k = -\frac{1}{\Lambda_{об}\eta_{обк}} dW_{об} = -\frac{1}{\Lambda_{обк}} dW_{об}. \quad (18.5.12)$$

В отдельных случаях соотношения (18.5.11) и (18.5.12) можно практически использовать, хотя подбор коэффициентов и схмотехническое решение не всегда оказывается просто выполнимым.

3. Минимально необходимая постоянная мощность нагревателя камеры термостата оценивается при заданных минимальных значениях температуры разных сред $t_{пр}$ и t_c , мощности тепловыделений объекта $W_{об}$ и требуемой температуре стабилизации (температуре камеры t_k) по формуле, полученной из (18.5.1):

$$W_k = \Lambda_k \left[(1 - \eta_{обк} \kappa_{обк}) (t_k - t_c) - \eta_{пр} \kappa_{обк} (t_{пр} - t_c) - \frac{\kappa_{обк}}{\Lambda_{об}} W_{об} \right]. \quad (18.5.13)$$

Если проточного охлаждения нет ($\eta_{пр}=0$), из (18.5.13) имеем

$$W_k = \Lambda_k \left[(1 - \eta_{обк} \kappa_{обк}) (t_k - t_c) - \frac{\kappa_{обк}}{\Lambda_{об}} W_{об} \right]. \quad (18.5.14)$$

Для пассивного (не тепловыделяющего) объекта $W_{об} = 0$ и последнее слагаемое в (18.5.14) отсутствует.

Наконец, при условиях $\eta_{пр} = 0$, $W_{об} = 0$ и отсутствии локальной связи между объектом и внешней средой, т.е. при $\Lambda_{обс} = 0$, из (18.5.13) и (18.5.14) с учетом обозначений (18.4.5)-(18.4.9) получаем простейшую формулу для оценки мощности нагревательной обмотки камеры термостата:

$$W_k = \Lambda_{кс} (t_k - t_c). \quad (18.5.15)$$

Разница в температуре объекта и камеры оценивается по уравнению (18.5.5).

Пассивный объект ($W_{об} = 0$) без проточного охлаждения ($\eta_{пр} = 0$) и в отсутствии локальных связей ($\Lambda_{обс} = 0$) принимает температуру камеры, для него $\Delta t_{обк} = 0$.

18.6. Переходные и циклические тепловые процессы в объекте и камере термостата

Переходные характеристики. Анализ переходных процессов на основе элементарной математической модели позволяет выявить закономерности и параметры, определяющие динамику теплообмена отдельных элементов системы термостабилизации.

1. Пусть термостат снабжен регулятором температуры, который, управляя подачей мощности W_k камеры, поддерживает температуру объекта на некотором заданном начальном уровне $t_{об.н}$. При стабильных значениях температуры сред $t_{пр.н}$, $t_{с.н}$ и мощности в объекте $W_{об.н}$ температура камеры при работающем регуляторе колеблется около среднего значения $t_{к.н}$. Если система термостабилизации рассчитана и правильно настроена, то изменение температуры камеры и объекта при постоянстве величин $t_{пр.н}$, $t_{с.н}$ и $W_{об.н}$ незначительно. Можно сказать, что система термостабилизации работает в установившемся (квазистационарном) режиме, при котором выполняется соотношение (18.5.1):

$$t_{об.н} = \frac{1}{\Lambda_{об}} W_{об.н} + \eta_{пр} t_{пр.н} + \eta_{об.с} t_{с.н} + \eta_{об.к} t_{к.н}. \quad (18.6.1)$$

Представляет интерес анализ переходного процесса (изменения температуры объекта), вызванного при $\tau = 0$ внезапным (скачкообразным) изменением одного или нескольких режимных величин $W_{об}$, $t_{пр}$, $t_{с}$, $t_{к}$ от начальных значений до других стационарных значений, обозначаемых далее $W_{об.ст}$, $t_{пр.ст}$, $t_{с.ст}$, $t_{к.ст}$.

Аналогично (18.5.1) и (18.6.1) новое стационарное значение температуры объекта $t_{об.ст}$ определится так:

$$t_{об.ст} = \frac{1}{\Lambda_{об}} W_{об.ст} + \eta_{пр} t_{пр.ст} + \eta_{об.с} t_{с.ст} + \eta_{об.к} t_{к.ст}. \quad (18.6.2)$$

Изменение же температуры объекта $t_{об}(\tau)$ от начального до конечного значений определяется из уравнения (18.4.1) и может быть представлено в следующем виде:

$$\frac{[t_{об.ст} - t_{об}(\tau)]}{[t_{об.ст} - t_{об.н}]} = \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_{об}}\right), \quad (18.6.3)$$

$$\frac{[t_{об}(\tau) - t_{об.н}]}{[t_{об.ст} - t_{об.н}]} = 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_{об}}\right), \quad (18.6.4)$$

где $\varepsilon_{об}$ находится по формуле (18.4.12), а $t_{об.н}$ и $t_{об.ст}$ — по (18.6.1) и (18.6.2). Полученные уравнения описывают переходный процесс изменения температуры объекта, находящегося в камере термостата с работающим регулятором.

Общая длительность переходного процесса или времени установления $\tau_{уст}$ при 5%-ном недоходе до стационарного состояния, т. е. при

$$\frac{t_{об}(\tau_{уст}) - t_{об.н}}{t_{об.ст} - t_{об.н}} = 0,05, \quad (18.6.5)$$

составляет $\tau \approx 3\varepsilon_{об}$. Величину $\varepsilon_{об}$ можно рассматривать как показатель тепловой инерции объекта по отношению к камере и внешней среде.

С помощью (18.6.4) рассчитываются частные случаи изменения температуры $t_{об}(\tau)$ в зависимости от изменения любого из четырех факторов $W_{об}$, $t_{с}$, $t_{пр}$ при неизменном значении остальных трех факторов:

- а) мгновенном изменении температуры среды от $t_{с.н}$ до $t_{с.ст}$;
- б) изменении температуры камеры от $t_{к.н}$ до $t_{к.ст}$;
- в) изменении температуры проточной среды от $t_{пр}$ до $t_{пр.ст}$;
- г) мгновенном изменении мощности в объекте от $W_{об.н}$ до $W_{об.ст}$.

Отметим, что уравнения (18.6.3) или (18.6.4) справедливы только в тех условиях, когда действующие факторы не зависимы друг от друга, т. е. изменение одного из них не вызывает изменения остальных факторов.

2. Предположим, что температура объекта каким-либо образом (например, с помощью проточного тепло-или хладоносителя) стабилизирована на некотором уровне $t_{об.н}$, температура среды равна $t_{с.н}$, а на нагреватель

камеры подана мощность $W_{к.н}$. При таких стабильных во времени значениях параметров камера входит в стационарный режим, и в соответствии с уравнением (18.5.2) ее температура t_k принимает значение

$$t_{к.н} = \frac{1}{\Lambda_k} W_{к.н} + \kappa_{к.с} t_{с.н} + \kappa_{об.к} t_{об.н}. \quad (18.6.6)$$

Любые изменения режимных факторов $W_k, t_c, t_{об}$ вызывают изменение температуры камеры.

Пусть в момент времени $\tau = 0$ произошло скачкообразное изменение этих факторов до новых стационарных значений $W_{к.ст}, t_{с.ст}, t_{об.ст}$. Тогда изменение температуры камеры $t_k(\tau)$ в переходном процессе от начального $t_{к.н}$ до нового стационарного значения $t_{к.ст}$ будет выражаться следующим уравнением:

$$\frac{t_k(\tau) - t_{к.н}}{t_{к.ст} - t_{к.н}} = 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_k}\right), \quad (18.6.7)$$

в котором

$$t_{к.ст} = \frac{1}{\Lambda_k} W_{к.ст} + \kappa_{к.с} t_{с.ст} + \kappa_{об.к} t_{об.ст}, \quad (18.6.8)$$

а ε_k находится по формуле (18.4.13). Подобно $\varepsilon_{об}$, параметр ε_k характеризует тепловую инерционность камеры по отношению к объекту и внешней среде и может быть назван показателем тепловой инерции камеры.

Уравнение (18.6.7) и его частные случаи справедливы только при взаимной независимости режимных факторов W_k, t_c и $t_{об}$.

Гармонические воздействия. Расчет влияния нерегулярных (хаотических) воздействий на изменение температуры элементов термостата в общем случае является трудоемкой задачей, требующей специального рассмотрения. Ограничимся элементарными оценками, задавая воздействия в виде периодических (гармонических) функций времени, имеющих амплитуду a_i и частоту ω или период T , где i — символ соответствующего воздействия. Уравнения (18.4.1) и (18.4.2) совместно с (18.4.11) позволяют получить полное решение. Однако ответ на главный вопрос (каковы будут амплитуды колебаний температуры объекта $a_{об,i}$ и камеры $a_{к,i}$, если амплитуда i -го воздействия a_i , задана?) можно дать непосредственно, зная структуру передаточных функций (18.4.11) и учитывая линейный и независимый характер изменения влияющих воздействий. В соответствии с (18.4.1) и (18.4.11) амплитудно-частотная характеристика для температуры объекта имеет следующий вид:

$$\frac{a_{обi}}{a_i} = \frac{k_{обi}}{\sqrt{1 + \varepsilon_{об}^2 \omega^2}}, \quad (18.6.9)$$

где $k_{обi}$ – коэффициент пропорциональности для i -го воздействия; a_i – амплитуда колебаний i -го воздействия; $a_{обi}$ – амплитуда изменения температуры объекта в зависимости от i -го периодического воздействия; ω – частота воздействия, $\omega = 2 \pi/T$.

В зависимости от воздействий i коэффициенты $k_{обi}$ имеют вид:

i	$W_{обi}$	$t_k(\tau)$	$t_c(\tau)$	$t_{пр}(\tau)$
$k_{обi}$	$1/\Lambda_{об}$	$\eta_{об.к}$	$\eta_{об.с}$	$\eta_{пр}$

Аналогично на основе уравнения (18.4.2) и передаточной функции (18.4.11) находится амплитудно-частотная характеристика для температуры камеры:

$$\frac{a_{ки}}{a_i} = \frac{k_{ки}}{\sqrt{1 + \varepsilon_k^2 \omega^2}}, \quad (18.6.10)$$

где $a_{ки}$ – амплитуда изменения температуры камеры от i -го периодического воздействия; ε_k – показатель тепловой инерции камеры, определяемый по формуле (18.4.13).

В зависимости от воздействий i коэффициенты $k_{ки}$ имеют вид:

i	$W_k(\tau)$	$t_{об}(\tau)$	$t_c(\tau)$
$k_{ки}$	$1/\Lambda_k$	$K_{об.к}$	K_k

18.7. Динамика теплообмена разомкнутой системы терморегулирования

Динамика теплообмена термостата без регулятора (разомкнутой системы терморегулирования) определяется решениями уравнений (18.4.14) и (18.4.15). В эти уравнения входят изображения всех независимых воздействий $W_{об}(\tau)$, $W_k(\tau)$, $t_c(\tau)$, $t_{пр}(\tau)$, а также начальные значения температур объекта $t_{об.н}$ и корпуса $t_{к.н}$. Задавая закономерности изменения во времени этих воздействий и решая уравнения (18.4.14) и (18.4.15), можно получить выражения для оценки температуры объекта $t_{об}(\tau)$ и камеры термостата $t_k(\tau)$.

Переходный процесс теплообмена термостата. Как и в п.18.6, принимаем, что до момента времени $\tau = 0$ режимные факторы имели постоянные значения $W_{об.н}$, $W_{к.н}$, $t_{с.н}$, $t_{пр.н}$, им соответствовали начальные значения

температуры объекта $t_{об.н}$ и камеры $t_{к.н}$. Переходный процесс вызван скачкообразным изменением режимных факторов до значений $W_{об.ст}$, $W_{к.ст}$, $t_{с.ст}$, $t_{пр.ст}$. Проводя необходимые операции, т. е. подставляя изображения скачкообразных функций каждого из режимных воздействий в уравнение (18.4.14) и используя табл. 18.4.1 передаточных функций, после обратного преобразования Лапласа (18.4.14) находим уравнение, определяющее изменение температуры объекта $t_{об}(\tau)$ в переходном процессе. Обобщенно оно записывается в виде:

$$t_{об}(\tau) = K \sum_{i=1}^6 t_i k_i f_i(\tau), \quad (18.7.1)$$

где при $i = 1, 2, 3, 4$

$$f_i(\tau) = 1 + \frac{b_i - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_1}\right) - \frac{b_i - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_2}\right), \quad (18.7.2)$$

а при $i = 5$ и 6

$$f_i(\tau) = \frac{(b_i/\varepsilon_2) + 1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_1}\right) - \frac{(b_i/\varepsilon_1) + 1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_2}\right). \quad (18.7.3)$$

Здесь символом i обозначен номер воздействия (режимного фактора).

В табл. 18.7.1 согласно (18.4.14) приведены обозначения каждого фактора i , соответствующей ему передаточной функции Y_i , а также множителей t_i , k_i и b_i , входящих в уравнения (18.7.1) – (18.7.3). Значения коэффициентов ε_1 , ε_2 , K , $\varepsilon_{об}$, $\varepsilon_к$, κ , η находятся согласно (18.4.17), (18.4.19), (18.4.12), (18.4.8), (18.4.9), (18.4.7).

Таблица 18.7.1

Коэффициенты уравнения (18.7.1) переходного процесса объекта

Коэффици- циент	Номер фактора i					
	1	2	3	4	5	6
Y_i	$Y_{об.воб}$	$Y_{об.с}$	$Y_{об.пр}$	$Y_{об.ш.к}$	$Y_{об.н.об}$	$Y_{об.н.к}$
t_i	$W_{об.ст}$	$t_{с.ст}$	$t_{пр.ст}$	$W_{к.ст}$	$t_{об.н}$	$t_{к.н}$
k_i	$1/\Lambda_{об}$	$\Phi_{об.с}$	$\eta_{пр}$	$\eta_{об.к}/\Lambda_к$	$\varepsilon_{об}$	$\varepsilon_к \eta_{об.к}$
b_i	$\varepsilon_к$	$b_{об.с}$	$\varepsilon_к$	0	$\varepsilon_к$	0

Температура камеры $t_к(\tau)$ в переходном процессе находится аналогичным образом на основе уравнения (18.4.15) и передаточных функций из табл. 18.4.1 и определяется по уравнению

$$t_k(\tau) = K \sum_{i=1}^6 t_i k_i f_i(\tau), \quad (18.7.4)$$

в котором функции $f_i(\tau)$ выбираются при $i = 1, 2, 3, 4$ согласно (18.7.2), а при $i = 5, 6$ – по (18.7.3).

В табл. 18.7.2 даны значения коэффициентов Y_i, t_i, k_i, b_i , входящих в (18.7.4), (18.7.2), (18.7.3).

Таблица 18.7.2

Коэффициенты уравнения (18.7.4) переходного процесса
камеры термостата

Коэффици- циент	Номер фактора i					
	1	2	3	4	5	6
Y_i	$Y_{к.воб}$	$Y_{к.с}$	$Y_{к.пр}$	$Y_{к.в.к}$	$Y_{к.н.об}$	$Y_{к.н.к}$
t_i	$W_{об.ст}$	$t_{с.ст}$	$t_{пр.ст}$	$W_{к.ст}$	$t_{об.н}$	$t_{к.н}$
k_i	$\alpha_{об.к}/\Lambda_{об}$	$\varphi_{к.с}$	$\eta_{пр} \alpha_{об.к}$	$1/\Lambda_{к}$	$\epsilon_{об} \alpha_{об.к}$	$\epsilon_{к}$
b_i	0	$b_{к.с}$	0	$\epsilon_{об}$	0	$\epsilon_{об}$

При $\tau \rightarrow \infty$ наступает стационарный режим. Получаемые из (18.7.1) и (18.7.4) формулы для стационарных температур $t_{об.ст}$ и $t_{к.ст}$ тождественны выражениям (18.5.3) и (18.5.4).

Уравнения (18.7.1) – (18.7.4) определяют обобщенные переходные процессы объекта и термостата при комплексном воздействии всей совокупности режимных факторов. Ниже рассмотрены отдельно два характерных частных случая переходного теплообмена.

Разогрев объекта и камеры термостата при включении нагревателя камеры. Внутри камеры располагается пассивный объект ($W_{об} = 0$). Начальные температуры камеры и объекта одинаковы и совпадают с температурами сред, принимаемыми за начало отсчета температуры. Таким образом, $t_{об.н} = t_{к.н} = t_{с} = t_{пр} = 0$.

В момент $\tau = 0$ включается нагреватель камеры мощностью $W_{к.ст}$. Требуется определить закономерности изменения температуры объекта $t_{об}(\tau)$ и камеры $t_{к}(\tau)$.

Из уравнения (18.7.1) $t_{об}(\tau) = K t_4 k_4 f_4(\tau)$ и далее на основе данных табл. 18.7.1 и уравнения (18.7.1) запишем

$$\Theta_{об}(\tau) = \frac{t_{об}(\tau)}{t_{об.ст}} = 1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 - \epsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\epsilon_1}\right) + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\epsilon_2}\right); \quad (18.7.5)$$

$$t_{об.ст} = \frac{\eta_{об.к}}{\Lambda_k} KW_{к.ст}, \quad (18.7.6)$$

что соответствует уравнению (18.5.3).

Для температуры $t_k(\tau)$ камеры термостата из (18.7.4) находим

$$t_k(\tau) = Kt_4k_4f_4(\tau) \quad (18.7.7)$$

и из (18.7.2) и табл. 18.7.2 получаем

$$\Theta_k(\tau) = \frac{t_k(\tau)}{t_{к.ст}} = 1 + \frac{\varepsilon_{об} - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_1}\right) - \frac{\varepsilon_{об} - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_2}\right), \quad (18.7.8)$$

где стационарное значение температуры камеры согласно формуле (18.5.4)

$$t_{к.ст} = \frac{K}{\Lambda_k} W_{к.ст}. \quad (18.7.9)$$

Для завершающей стадии переходного процесса можно получить приближенные расчетные зависимости, предварительно упростив передаточные функции $Y_{об.к}$ и $Y_{к.ст}$, приведенные в табл. 18.4.1:

$$Y_{об.к} = \frac{\eta_{об.к}K}{1 + \varepsilon_{об1}s}; \quad Y_{к.ст} = \frac{K}{1 + \varepsilon_{к1}s}, \quad (18.7.10)$$

где

$$\varepsilon_{об1} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = K(\varepsilon_{об} + \varepsilon_k); \quad (18.7.11)$$

$$\varepsilon_{к1} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_{об} = K\varepsilon_k + (K-1)\varepsilon_{об}.$$

Подставляя (18.7.10) в уравнения (18.4.14) и (18.4.15), после обратного преобразования получаем искомые приближенные выражения

$$\Theta_{об}(\tau) = \frac{t_{об}(\tau)}{t_{об.ст}} = 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_{об1}}\right), \quad (18.7.12)$$

$$\Theta_k(\tau) = \frac{t_k(\tau)}{t_{к.ст}} = 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_{к1}}\right),$$

откуда непосредственно находятся моменты времени $\tau_{об}$ и $\tau_{к}$, при которых температуры объекта и камеры принимают заданные значения $t_{об}(\tau_{об})$ и $t_{к}(\tau_{к})$.

Нагрев термостата с пассивным объектом во внешней среде. Начальные условия $W_{об} = W_{к} = 0$, $t_{обн} = t_{кн} = t_{пр} = t_{с} = 0$. В момент $\tau = 0$ температура среды мгновенно увеличивается до значения $t_{сст}$, которое затем поддерживается постоянным (иными словами, термостат с объектом переносится из среды с нулевой температурой в среду с температурой $t_{сст}$). Требуется определить ход разогрева объекта и камеры термостата.

Из выражения (18.7.1) $t_{об}(\tau) = K t_2 k_2 f_2(\tau)$ и далее с учетом (18.7.2) и данных табл. 18.7.1 находим:

$$\Theta_{об}(\tau) = \frac{t_{об}(\tau)}{t_{обст}} = 1 + \frac{b_{обс} - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_1}\right) - \frac{b_{обс} - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_2}\right); \quad (18.7.13)$$

$$t_{обст} = K \varphi_{обс} t_{сст} = (1 - \eta_{пр} K) t_{сст}. \quad (18.7.14)$$

Аналогично с помощью (18.7.4), (18.7.2) и табл. 18.7.2 имеем

$$\Theta_{к}(\tau) = \frac{t_{к}(\tau)}{t_{кст}} = 1 + \frac{b_{кс} - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_1}\right) - \frac{b_{кс} - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_2}\right); \quad (18.7.15)$$

$$t_{кст} = K \varphi_{кс} t_{сст} = (1 - K \kappa_{обк} \eta_{пр}) t_{сст}. \quad (18.7.16)$$

Коэффициенты уравнений (18.7.13) – (18.7.16) находятся по формулам (18.4.17) – (18.4.21).

При отсутствии проточной среды ($\eta_{пр} = 0$), как это следует из (18.7.14) и (18.7.16), стационарные температуры объекта и камеры совпадут с температурой среды.

Упрощая передаточные функции $Y_{обс}$ и $Y_{кс}$, приведенные в табл. 18.4.1, взамен (18.7.13) и (18.7.15) можно получить приближенные выражения для оценки температуры $t_{об}(\tau)$, $t_{к}(\tau)$ и длительности разогрева объекта и камеры до требуемого предела. Расчеты дают соотношения:

$$\Theta_{об}(\tau) = \frac{t_{об}(\tau)}{t_{обст}} = 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_{об2}}\right);$$

$$\Theta_{к}(\tau) = \frac{t_{к}(\tau)}{t_{кст}} = 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_{к2}}\right),$$
(18.7.17)

где

$$\varepsilon_{об2} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - b_{обс}; \quad \varepsilon_{к2} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - b_{кс};$$
(18.7.18)

$t_{обст}$ и $t_{кст}$ определяются по (18.7.14) и (18.7.16).

18.8. Прохождение периодических сигналов (температурных волн) через элементы термостата

Здесь будет дана лишь количественная оценка уменьшения амплитуды температурных волн, создаваемых периодически действующими источниками этих волн.

Пусть каждый из независимых режимных факторов $W_{к}(\tau)$, $W_{об}(\tau)$, $t_{пр}(\tau)$, $t_{с}(\tau)$ гармонически изменяет свою интенсивность воздействия с частотой ω около некоторого среднего (для упрощения – нулевого) значения с амплитудой a_j , где j – символ воздействия ($j = W_{об}, W_{к}, t_{пр}$ или $t_{с}$). Тогда амплитуда $a_{эj}$ изменения температуры объекта ($э = об$) или корпуса ($э = к$) определяется с помощью амплитудно-частотной характеристики $A_{эj}(\omega)$ для j -го воздействия:

$$A_{эj}(\omega) = \frac{a_{эj}}{a_j} = \text{mod} Y_{эj}(s) \Big|_{s=i\omega},$$
(18.8.1)

где $Y_{эj}(s)$ — передаточная функция для одного из четырех воздействий $W_{об}(\tau)$, $W_{к}(\tau)$, $t_{пр}(\tau)$ или $t_{с}(\tau)$, выбираемая из табл. 18.4.1. В обобщенной записи передаточные функции табл. 18.4.1 имеют вид

$$Y_{эj}(s) = \frac{k_j(1 + b_j s)}{\Delta} = Kk_j \frac{1 + b_j s}{(1 + \varepsilon_1 s)(1 + \varepsilon_2 s)},$$
(18.8.2)

где коэффициенты k_j и b_j для объекта и корпуса выбираются в соответствии с воздействием (см. п.18.7).

Подставляя (18.8.2) в (18.8.1) и определяя модуль $Y_{эj}(i\omega)$, получаем уравнения амплитудно-частотных характеристик

$$A_{эj}(\omega) = \frac{a_{эj}}{a_j} = Kk_j \sqrt{\frac{1 + b_j^2 \omega^2}{(1 + \varepsilon_1^2 \omega^2)(1 + \varepsilon_2^2 \omega^2)}}. \quad (18.8.3)$$

Изменение мощности. Пусть в результате периодического переключения реле регулятора с частотой ω амплитуда изменения мощности $W_k(\tau)$ в камере оценивается величиной $a_{ок}$. Определить амплитуды изменения температуры камеры $a_{кок}$ и объекта $a_{обок}$.

С помощью выражения (18.8.3) и табл. 18.7.2 находим

$$A_{к\omegaк} = \frac{a_{к\omegaк}}{a_{\omegaк}} = \frac{K}{\Lambda_k} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon_{об}^2 \omega^2}{(1 + \varepsilon_1^2 \omega^2)(1 + \varepsilon_2^2 \omega^2)}}. \quad (18.8.4)$$

Аналогично из (18.8.3) и табл. 18.7.1 для амплитуды колебаний температуры объекта имеем

$$A_{об\omegaк} = \frac{a_{об\omegaк}}{a_{\omegaк}} = \frac{K\eta_{обк}}{\Lambda_k} \frac{1}{\sqrt{(1 + \varepsilon_1^2 \omega^2)(1 + \varepsilon_2^2 \omega^2)}}. \quad (18.8.5)$$

Изменение температуры. Температура внешней среды $t_c(\tau)$ пульсирует относительно некоторого среднего значения с амплитудой a_{tc} . Требуется оценить амплитуды колебаний температуры объекта и корпуса. Из (18.8.3) и табл. 18.7.1 имеем :

$$A_{обtc} = \frac{a_{обtc}}{a_{tc}} = K\varphi_{обс} \sqrt{\frac{1 + b_{обс}^2 \omega^2}{(1 + \varepsilon_1^2 \omega^2)(1 + \varepsilon_2^2 \omega^2)}}, \quad (18.8.6)$$

и из (18.8.3) и табл. 18.7.2

$$A_{кtc} = \frac{a_{кtc}}{a_{tc}} = K\varphi_{кс} \sqrt{\frac{1 + b_{кс}^2 \omega^2}{(1 + \varepsilon_1^2 \omega^2)(1 + \varepsilon_2^2 \omega^2)}}. \quad (18.8.7)$$

Сравнивая (18.8.6) и (18.8.7), находим отношение амплитуд колебаний объекта и корпуса:

$$\frac{a_{обtc}}{a_{кtc}} = \frac{\varphi_{обс}}{\varphi_{кс}} \sqrt{\frac{1 + b_{обс}^2 \omega^2}{1 + b_{кс}^2 \omega^2}}. \quad (18.8.8)$$

Выражения (18.8.6) — (18.8.8) могут быть использованы для оценки гашения температурных волн по мере их прохождения из внешней среды внутрь термостата [4.10].

ГЛАВА 19. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТЕРМОСТАТИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

19.1. Базовая модель термостата и выбор способа отвода теплоты

Проектирование систем термостатирования, как и других технических объектов, обычно состоит из нескольких этапов, причем на первом этапе выбирается так называемая *базовая модель*. Базовой моделью термостата назовем его тепловую модель, отражающую лишь наиболее общие признаки создаваемой конструкции и характерные процессы при работе прибора. Прежде всего следует оговорить способ передачи теплоты с поверхности объекта термостатирования и направление теплового потока между ним и окружающей средой.

Проведем классификацию термостатов в соответствии с требованиями, предъявляемыми к ним при разработке. По отличию температуры термостатирования t_{ct} от заданной температуры окружающей среды t_c термостаты подразделяются на *подогревные*, *реверсивные* и *охлаждающие*. Подогревными назовем термостаты, у которых номинальная (рабочая) температура t_{ct} выше максимально возможной температуры окружающей среды $t_{c\max}$, т.е. $t_{ct} > t_{c\max}$. Реверсивными назовем термостаты, у которых t_{ct} находится в пределах изменения температур окружающей среды $t_{c\min}$ и $t_{c\max}$, т.е. $t_{c\min} < t_{ct} < t_{c\max}$ и охлаждающими — те, у которых t_{ct} ниже минимально возможной температуры окружающей среды, т.е. $t_{ct} < t_{c\min}$. Если в объекте термостатирования имеется источник теплоты, то необходимо учесть его собственный перегрев над поверхностью объекта $\theta = P/\sigma$, где P — полная мощность источников теплоты, σ — тепловая проводимость между поверхностью объекта и средой. При выборе типа термостата температуру t_{ct} следует увеличить на θ .

На начальной стадии проектирования у разработчика создаваемой конструкции имеется ограниченное количество сведений, сконцентрированных в виде требований технического задания (ТЗ). Это минимальное и максимальное значения температуры окружающей среды t_c , требуемая величина температуры объекта t_{ct} , допустимая погрешность ее поддержания Δ_{ct} , а также полная мощность P источников теплоты в объекте и площадь S его наружной поверхности.

Способ отвода теплоты от объекта будем связывать с величиной эффективного коэффициента теплоотдачи α с поверхности термостатируе-

мого объекта. Согласно закону Ньютона-Рихмана мощность P , выделяющаяся в теле, равна

$$P = \alpha S(t_0 - t_c). \quad (19.1.1)$$

Обычно температуру t_c среды, окружающей объект, определяет камера термостата, поэтому в формуле (19.1.1), под t_c будем понимать температуру камеры. Однако на начальной стадии проектирования конструкция термостата еще неизвестна; следовательно, и значения температуры его элементов пока не определены. Для ориентировочной оценки на первом этапе в (19.1.1) под t_c будем понимать среднее значение между температурами термостатирования и окружающей среды. Для подогревных термостатов температура окружающей среды берется максимально возможной, для охлаждаемых – минимально возможной, а для реверсивных – наиболее близкой к температуре термостатирования. Значение t_0 в (19.1.1) – это температура термостатирования объекта $t_{ст}$.

Значение эффективного коэффициента теплоотдачи α с поверхности объекта, соответствующее заданным значениям P , S , $t_{ст}$ и t_c , оценивается по формуле

$$\alpha = \frac{P}{S(t_{ст} - t_c)}. \quad (19.1.2)$$

В табл. 19.1.1 приведены интервалы значений коэффициентов теплоотдачи для различных способов отвода теплоты [4,46]. На основании этой таблицы можно выбирать способ отвода теплоты от объекта соответствующий найденному по (19.1.1) значению α .

На последующих этапах разработки конструкции уточняется правильность выбранного способа охлаждения [4,24, 4,46]. Для удовлетворения требований ТЗ по погрешности термостатирования $\Delta_{ст}$ приходится варьировать различные конструктивные и режимные параметры.

Варианты базовых моделей термостатов, применяемых в приборостроении, показаны на рис.19.1.1. В столбцах этого рисунка представлены модели, соответствующие различным способам отвода теплоты от объекта, а в строках – модели, относящиеся к различным видам термостатов по отношению к направлению теплового потока от объекта термостатирования.

В зависимости от того, какая из представленных на рис.19.1.1 моделей будет выбрана, дальнейшие расчеты будут проводиться по различным схемам.

Процедура выбора базовой модели состоит из следующих этапов. Сначала на основании известной температуры термостатирования $t_{ст}$ и диапа-

зона изменения температуры окружающей среды ориентировочно выбирается вид термостата (подогревной, реверсивный или охлаждаемый). Каждому из этих трех видов соответствует номер N строки на рис. 19.1.1. Затем по формуле (19.1.2) определяется минимально необходимое значение эффективного коэффициента теплоотдачи с поверхности объекта. Далее при помощи таблицы соответствия коэффициентов теплоотдачи и реализующих их способов теплоотвода определяется способ теплосъема с объекта. Каждому из рассматриваемых способов соответствует номер M столбца на рис. 19.1.1.

После окончательного определения коэффициента теплоотдачи в случае, если объект тепловыделяющий, находится перегрев объекта над камерой и уточняется номер строки на рис. 19.1.1, т.е. выбранный вид термостатирования.

На пересечении столбца M и строки N на рис. 19.1.1 находится та модель, которая и принимается для дальнейших расчетов и уточнения. В зависимости от того, имеются ли в ТЗ сведения о других составляющих погрешности и размахе колебаний мощности источников теплоты в объекте, возможно дальнейшее уточнение выбранных значений M и N и возврат к выбору новой базовой модели. Последнее действие производится на основе расчетных соотношений для динамической и статической составляющих погрешности термостатирования, которые справедливы для выбранной модели.

Таким образом, на данном этапе проектирования выбирается конкретная модель на основе рис. 19.1.1, а также значения минимально необходимого коэффициента теплоотдачи с наружной поверхности объекта термостатирования.

Например, для термостатирования оптического кристалла с мощностью внутренних источников теплоты $P = 5$ Вт и площадью поверхности $S = 2,6 \cdot 10^{-3}$ м² при изменении температуры окружающей среды от 15 до 35 °С и требуемой температуре термостатирования $t_{\text{cr}} = 45$ °С расчеты по предлагаемому алгоритму дают следующий результат. Так как $t_{\text{cr}} > t_{\text{cmax}}$, выбирается подогревное термостатирование ($N=1$). Коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по (19.1.2), равен 385 Вт/(м²·К), что по рис. 19.1.1 соответствует вынужденной конвекции в газообразной среде при обребении ($M=4$). Это и следует принимать во внимание при дальнейших расчетах [4.46].

Отметим, что на рис. 19.1.1 показаны наиболее часто встречающиеся на практике модели, в которых объект термостатирования окружен жидкой или газообразной средой. Однако после оценки эффективного значения коэффициента теплоотдачи α можно продолжать расчеты и для

Таблица 19.1.1

Значения эффективного коэффициента теплоотдачи, соответствующего различным способам отвода теплоты

Номер столбца на рисунке	$M=1$	$M=2$	$M=3$	$M=4$	$M=5$	$M=6$	$M=7$
Способ отвода теплоты	Теплоизоляция объекта	Естественная конвекция в воздухе	Вынужденная конвекция в воздухе	Вынужденная конвекция в воздухе при обребрении	Естественная конвекция в жидкости	Вынужденная конвекция в жидкости	Испарительное охлаждение
Значение коэффициента теплоотдачи, Вт/ (м ² ·К)	< 2	2-10	10-100	100-350	350-700	700-10000	10000-30000

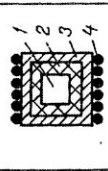
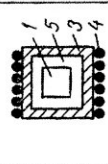
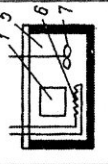
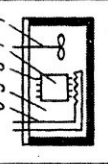
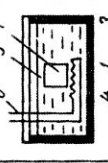
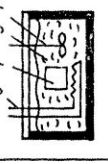
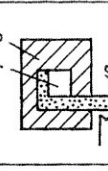
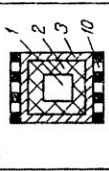
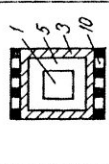
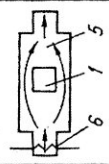
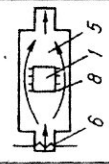
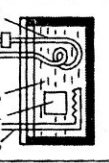

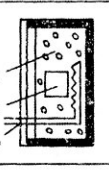
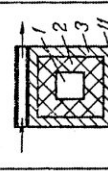
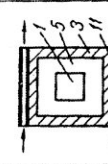
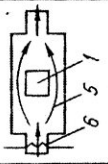
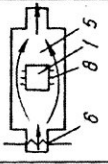
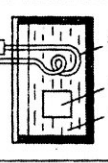
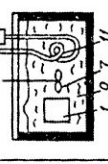
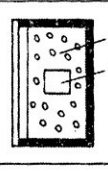
N	M=1	M=2	M=3	M=4	M=5	M=6	M=7
1. Подогревлю							
2. Реперсублю							
3. Охлаждаемлю							

Рис. 19.1.1

кондуктивного способа отвода теплоты. Диапазон возможных значений эффективного коэффициента теплоотдачи в этом случае довольно велик (соответствующие модели могут занимать места почти во всех столбцах рис. 19.1.1), поэтому модели термостатов, в которых данный способ доминирующий, на рисунке представлены не полностью. Если необходимо использовать кондукцию как основной способ отвода теплоты, проводится индивидуальный переход от вычисленного значения коэффициента теплоотдачи к конструктивному воплощению прослойки между камерой и объектом.

Необходимо также отметить, что термостаты с газонаполненными тепловыми трубами, относящиеся в соответствии с рис. 19.1.1 к термостатам с испарительным охлаждением, на этом рисунке представлены также не полностью, так как относятся к отдельному классу, который подразумевает индивидуальный расчет для конкретных условий работы [4.47].

19.2. Уточнение формулировки тепловых моделей термостатов

Рассмотренная в гл. 18 элементарная теория раскрывает содержание основных задач расчета термостатов в пределах сделанных в п. 18.3 ограничений и нуждается в корректировке при построении более информативных моделей. В концептуальной постановке для большой группы термостатов, применяемых в приборостроении, такой моделью может являться оболочечная модель, схематически представленная на рис. 18.2.1. Реально она выполняется в виде нескольких окружающих объект оболочек различной формы, имеющих между собой и объектом локальные тепловые связи (тепловые мосты), условно изображенные в виде стержней. Математическая тепловая модель такой системы (в обобщенной записи по числу оболочек N) представляет систему трехмерных нестационарных уравнений Фурье, связанных между собой граничными условиями теплообмена [4.48]. Как отмечалось в гл. 8 и 18, нахождение строгого аналитического решения сформулированной задачи вызывает значительные трудности даже при числе оболочек $N=2$.

Анализ обобщенной тепловой модели (рис. 18.2.1) показал, что решение задачи теплообмена значительно упрощается, если провести его последовательно в два этапа: а) исследовать тепловой режим термостата при равномерных тепловых воздействиях; б) исследовать локальные эффекты, вызванные действием тепловых связей, и оценивать влияние неравномерного распределения источников теплоты. На первом этапе воздействия от внутренних и поверхностных источников энергии элементов термостата,

внутренней и внешней среды принимаются равномерно распределенными по объему и поверхности. Коэффициенты теплообмена и теплофизические параметры элементов считаются постоянными. Совокупность решений задач первого и второго этапов позволяет провести оценочные расчеты и дать приближенную аналитическую картину теплового режима термостатирующих устройств. Такой подход является правомочным, так как при решении задач теплообмена систем термостатирования одно из основных технических требований сводится к обеспечению равномерно-температурного поля в термостатируемом объеме.

Отрицательное действие локальных тепловых связей в большинстве случаев стремятся свести к минимуму или скомпенсировать.

Проследим на конкретных работах особенности постановки и упрощения математической формулировки оболочечных моделей термостатов. В исследованиях прикладного характера используются два основных способа описания температурного поля в оболочках: 1) отказ от трехмерных уравнений теплопроводности и замена их на одномерные при дополнительном упрощении последних, 2) отказ от использования уравнений в частных производных и переход к обыкновенным дифференциальным уравнениям различного порядка (дискретизация искомого поля температур в объекте).

Одномерные модели процессов нестационарной теплопроводности были подробно рассмотрены в гл.8-10. Приближенная версия, основанная на использовании интегрального уравнения теплопроводности с навязкой параболического профиля температур в стенках разной конфигурации (гл. 10) послужила основой для разработки тепловых моделей различных термостатов (пассивных, активных с регуляторами, электронагревательных с внутренним конвективным теплообменом, термоэлектрических) и их систематического анализа и численного расчета [4.10, 4.28–4.34].

Вариант применения интегрального уравнения теплового баланса с введением средних по поверхностям и средней по объему температур оболочки рассмотрен в статье [4.49]. Поскольку при таком подходе число неизвестных температур превышает число уравнений для термостата в целом, авторы работы рассматривают способы замыкания системы предлагаемых ими уравнений.

Однако чаще используются комбинированные способы с учетом специфики объекта термостатирования и поэтапный (от простой к более информативной модели) метод составления уравнений системы термостатирования [4.10, 4.49]. В статье [4.50] это показано на примере формулировки системы уравнений активного (с регулятором релейного типа) управления температурным полем оптического кристалла. В ста-

тье [4.51] рассмотрена задача минимизации статической и динамической погрешностей термостатирования для подогревного термостата (тепловая модель с сосредоточенными параметрами для объекта и камеры при двухпозиционном регулировании подачей теплоты и измерении температуры инерционным датчиком).

Сотрудниками кафедры компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга накоплен значительный опыт проектирования систем тепловой защиты и термостатирования различных объектов приборостроения: твердотельных лазеров [4.52 – 4.57], оптических зеркал [4.58], микропроцессоров [4.59], полупроводниковых лазерных модулей [4.60]. Исследуются различные способы и средства отвода теплоты при термостабилизации: тепловые трубы [4.61], термоэлектрические генераторы [4.62, 4.64], испарительное охлаждение [4.63]; созданы учебные и исследовательские стенды [4.65 - 4.69], специализированные термостаты [4.70, 4.71].

19.3. Расчет и компенсация влияния локальных тепловых связей

Практически все реально создаваемые системы термостатирования в той или иной степени являются открытыми, т.е. не полностью защищают от внешних и внутренних нежелательных тепловых воздействий. Как отмечалось в п. 18.2, необходимые для выполнения объектом основной задачи условия нарушают технологические связи между ним и окружающей средой. Присутствие в термостате соединительных проводов, опор, каналов вывода излучения, собственное тепловыделение объекта искажают равномерность поля температур в объекте и оболочках термостата.

Важнейшей задачей совершенствования тепловых моделей является учет влияния локальных тепловых связей, неизбежно нарушающих одномерность поля температур в оболочечной схеме термостатов и приводящих к местному или общему изменению температуры. Величина возмущения температурных полей элементов термостата может выйти за пределы допустимых отклонений, предъявляемых к объекту термостатирования. Многообразие форм возникновения и проявления тепловых связей не позволяет рекомендовать унифицированную методику анализа и затрудняет учет их действия. Разработка математической модели для количественной оценки температурного возмущения от локальных тепловых связей включает несколько этапов: а) определение места действия и площади зоны контакта тепловой связи с элементами конструкции термостата; б) предварительное сравнение значений теплового потока, отводимого от зоны контакта в отсутствии и при наличии тепловой связи, и количественную формулировку этих потоков, в) оценку области

и величины температурного возмущения, возникающего в элементе термостата; г) выработку рекомендаций, уменьшающих или компенсирующих действие тепловых связей.

Некоторые функциональные соотношения и рекомендации по уменьшению статических и динамических погрешностей были даны в гл.18 для элементарной модели термостата.

Варианты разработки математических моделей для количественной оценки температурного возмущения от локальных связей предложены Н.А. Ярышевым и Л.Б. Андреевой в гл.6 монографии [4.10]. Дана обобщенная аналитическая формулировка задачи расчета теплового потока от локальной связи стержневого типа в нестационарных условиях теплообмена и рекомендованы формулы для определения температурного поля массивного объекта или оболочки (стенки) в непосредственной близости от зоны контакта и приведены примеры выполнения численных расчетов.

Следующий фактор нарушения одномерности температурного поля — неравномерность нагрева поверхности оболочек термостата. Эти задачи для оболочек различной формы в общей постановке и в частных реализациях (оболочки сферической, цилиндрической и прямоугольной формы) при симметричном или асимметричном расположении нагревателей изложены в гл.6 [4.10]. Там же рассмотрены способы упрощения структуры передаточных функций, показана последовательность теплового расчета и приведены численные расчеты температурных полей некоторых типов термостатов.

Для объектов с тепловыделением поддержание рабочей температуры в требуемых пределах имеет свои особенности. Один из способов выравнивания поля температур с помощью нагревателей с неравномерным распределением мощности рассмотрен в статье [4.72].

Для объектов с заданным законом изменения тепловой мощности аналитически исследована задача улучшения точности термостатирования путем введения в термостат дополнительных источников теплоты, так изменяющихся во времени, чтобы созданный ими перегрев в термостате и объекте «компенсировал» изменение температуры, вызванное работой собственных источников [4.73]. Выполненные авторами статьи расчеты по подбору конструктивных и режимных параметров подтвердили действенность предлагаемого способа.

В концентрированном изложении общие положения и главные задачи при проектировании термостатов, последовательность их анализа, включая оценку влияния локальных тепловых связей, а также численный расчет термостата для кварцевого резонатора приведены в справочнике конструктора [4.28] в разделе 13.3 (составители Н.А. Ярышев, Л.Б. Андреева).

19.4. Использование результатов исследований в учебном процессе

Изложенные в главах 18 и 19 методы расчета и проектирования устройств термостатирования положены в основу учебного курса «Системы термостабилизации и термостатирования» для подготовки в СПбГУ ИТМО инженеров по специальности 070700 – «Теплофизика» и магистров по направлению 553100 – «Техническая физика», а также широко используются инженерно – техническими и научными работниками для обеспечения нормального теплового режима объектов различного назначения.

Учебная дисциплина «Системы термостабилизации и термостатирования» является одной из важнейших дисциплин специализации и имеет своей целью приобретение знаний и навыков, необходимых для расчета и обеспечения тепловых режимов приборов и устройств, решения научно-технических задач по проектированию систем охлаждения и термостабилизации. В результате студент приобретает практические навыки и должен: 1) *знать* основные этапы теплового моделирования приборов и методы теплового расчета термостатирующих устройств; 2) *уметь* составлять тепловые и математические модели электронных, оптических, оптикоэлектронных и механических приборов и приборных комплексов и проводить необходимые тепловые расчеты; 3) *получать* практические навыки в разработке адекватных реальным устройствам тепловых и математических моделей, расчете тепловых режимов приборов и выборе параметров схем охлаждения и термостабилизации, применении полученных знаний для решения конкретных задач и использовании их в дипломных проектах, научно – исследовательских работах студентов и будущей инженерной деятельности.

Дисциплина реализуется в виде лекций (47 часов), практических (25 часов), лабораторных (36 часов) занятий и 72 часов самостоятельной работы студентов. Общий объем курса 180 часов. Дисциплина основана на знаниях, полученных при изучении дисциплин: теория тепломассообмена, механика жидкости и газа, вычислительные методы математического моделирования, регулирование тепловых процессов и обеспечивает взаимосвязь дисциплин общепрофессионального и естественнонаучного циклов со специальными дисциплинами.

Лабораторный цикл предусматривает изучение тепловых режимов элементов термостатирующих устройств (переходные характеристики измерителя температуры и объекта регулирования; параметры регуляторов температуры; осветитель твердотельного лазера) и систем термостатирования (подогревной и термоэлектрической термостаты; жидкостный термостат проточного типа).

На практических занятиях приобретаются навыки решения практических задач по расчету и обеспечению теплового режима радиоэлектронных аппаратов при естественной и принудительной вентиляции, подогревных и термоэлектрических термостатов и других объектов.

ГЛАВА 20. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗМЕРЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

20.1. Основные понятия и определения

В термодинамике равновесных процессов (термостатике) температурой называют физический параметр, определяющий состояние термодинамического (термического) равновесия системы макроскопических тел и имеющий одинаковое значение для всех макроскопических частей системы. Природные и промышленные процессы, как правило, неравновесны, и, следовательно, использование понятия температуры не всегда применимо.

При изучении неравновесных процессов широко используется принцип локального термодинамического равновесия, сущность которого состоит в том, что состояние элементарных объемов вещества, содержащих еще достаточно большое число микрочастиц (например, атомов, ионов, электронов) допустимо характеризовать термодинамическими параметрами (в том числе и температурой), значения которых можно рассматривать как некоторые непрерывные функции координат и времени. Иными словами, принцип локального термодинамического равновесия предполагает, что время релаксации (время установления статистического равновесия) в элементарном объеме много меньше соответствующего времени для макросистемы в целом. Анализируя далее обмен энергией, импульсом и веществом между элементарными объемами, удастся получить уравнения переноса, позволяющие решать многие задачи неравновесной термодинамики и механики сплошных сред.

Применение пространственно-временного поля температуры для большинства рассматриваемых здесь задач теплообмена системы тел является правомочным.

Измеряемая температура может быть стационарной (постоянной) или нестационарной, т. е. изменяться с течением времени. В зависимости от этого погрешность измерения температуры подразделяют на *статическую* $\Delta t_{\text{ст}}$ и *динамическую* $\Delta t_{\text{дин}}$:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{ст}} + \Delta t_{\text{дин}} \quad (20.1.1)$$

Динамическая составляющая погрешности $\Delta t_{\text{дин}}$ вызвана скоростью изменения исследуемой величины $t_{\text{дин}}$ (τ) от времени τ и невозможностью регистрации средствами измерения мгновенных значений нестационарной

температуры из-за теплоинерционных свойств измерительного преобразователя температуры (далее всюду по тексту главы сокращенно ИПТ).

Разделение погрешности измерения температуры Δt на те или иные составляющие, в частности, в соответствии с выражением (20.1.1) проводят в зависимости от конкретных условий, требований и возможностей оценки погрешности результатов измерений.

Согласно общим положениям информационной теории измерений и информационно-измерительной техники процесс измерения температуры, выполняемый любым средством измерения, заключается в преобразовании входной информации – температуры исследуемого объекта – в величину на выходе измерительного устройства, количественно выражающую результат измерения в удобной для дальнейшего использования форме. Совокупность преобразований исходной информации поясняется структурной схемой (рис. 20.1.1), каждый элемент которой может отражать определенный вид преобразований [4.1-4.6].

Упрощенно, без детализации промежуточных преобразований измерительной информации, структурную схему измерения температуры можно представить в виде последовательного соединения трех элементов – звеньев структурной схемы (рис. 20.1.1): измерительного (первичного) преобразователя температуры *ИПТ*, одного или нескольких промежуточных (вторичных) преобразователей *ПП* и измерительного (показывающего, регистрирующего на диаграмме или в цифровой форме) прибора *ИПр*.

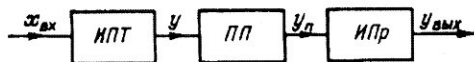


Рис. 20.1.1

Входное воздействие $x_{\text{вх}}$ (исследуемое значение температуры) преобразуется чувствительным элементом *ИПТ* в температуру чувствительного элемента, которая затем преобразуется в выходной сигнал *ИПТ* (например, в термо-ЭДС для термопарного *ИПТ* или в электрическое сопротивление терморезисторного *ИПТ*), поступающий на *ПП*. В зависимости от выбора конкретного средства измерения *ПП* выполняют функции масштабных или функциональных преобразований, передачи и усиления по мощности измерительной информации. Воздействие y_n преобразуется *ИПр* в выходную величину $y_{\text{вых}}$ в форме, пригодной для анализа температурного режима исследуемого объекта. Результирующая погрешность измерения $\Delta = y_{\text{вых}} - x_{\text{вх}}$ определяется суммой погрешностей каждого эле-

мента измерительной цепи (рис. 20.1.1), который может иметь свои погрешности — методическую или инструментальную, систематическую или случайную. Оценка результирующей погрешности измерения температуры в общем случае является сложной задачей, требующей детального анализа всей измерительной цепи. Эта задача в настоящее время решается поэтапно с учетом специфики измерений и применяемых измерительных средств.

20.2. Общая схема теплообмена измерительного преобразователя температуры

Контактные методы измерения температуры объектов, находящихся в твердом, жидком или газообразном состояниях, основаны на том, что чувствительный элемент ИПТ должен находиться в условиях термодинамического равновесия с исследуемым объектом. Только в таком состоянии температура t_3 чувствительного элемента преобразователя равна температуре t_d объекта в исследуемой его зоне. Несоблюдение исходного принципа контактной термометрии, характерное для реальных условий измерений, приводит к возникновению *методической погрешности*

$$\Delta t_m = t_3 - t_d. \quad (20.2.1)$$

Измерительный преобразователь температуры является чужеродным телом, в той или иной степени возмущающим ранее существовавшее поле температуры исследуемого объекта. Учесть это возмущение в общем случае можно после изучения всего комплекса явлений теплообмена, происходивших до и после монтажа ИПТ на объекте. Определение погрешностей измерения температуры является, таким образом, частью общей проблемы исследования теплообмена системы тел, находящихся в контакте с окружающими средами или телами.

Формулировке задачи теплообмена предшествует качественный анализ, имеющий целью: а) выяснение исходного теплового состояния исследуемого объекта; б) разработку тепловой модели ИПТ в соответствии с предполагаемыми условиями его размещения в объекте; в) выявление тепловых воздействий (режимных факторов), определяющих возникновение методической погрешности, т. е. определение источников методических погрешностей.

Измерительный преобразователь температуры (воспринимающая часть ИПТ) рассматривается как некоторая система, подверженная со стороны исследуемого объекта и других объектов различным тепловым воздействиям, которые определяют процесс теплообмена и характер изме-

нения температуры внутри ИПТ и в зоне его расположения. Важнейшими из них являются следующие воздействия [4.6, 4.10]:

1. Тепловое воздействие исследуемого объекта – основное или полезное информативное воздействие.

2. Теплообмен излучением между ИПТ и его окружением (для газообразных и других частично прозрачных объектов).

3. Теплопередача между отдельными элементами ИПТ (теплоотвод по ИПТ).

4. Влияние внешних нетепловых источников энергии (например, преобразование в теплоту кинетической энергии потока газа в результате полного или частичного его торможения около ИПТ).

5. Влияние внутренних источников теплоты (например, нагрев чувствительного элемента термометра сопротивлением измерительным током).

Все перечисленные воздействия, исключая тепловое воздействие исследуемого объекта, являются помехосоздающими источниками возникновения нежелательных методических погрешностей измерения температуры, совместное влияние которых приводит к отклонению температуры ИПТ от значения температуры исследуемого объекта.

Принимая меры защиты, можно уменьшить погрешность до необходимого минимального значения. Если это удастся сделать, то единственным фактором оказывается тепловое воздействие исследуемого объекта, и если тепловое воздействие объекта изменяется во времени, то остается лишь одна составляющая методической погрешности, обусловленная тепловой инерционностью собственно ИПТ. Часто эту составляющую называют *динамической погрешностью* ИПТ. Однако внести дополнительную динамическую составляющую погрешности может и любой из перечисленных выше источников, если интенсивность его воздействия достаточно велика и изменяется с течением времени.

Искажение показаний, обусловленное нестационарными тепловыми процессами в ИПТ и между ИПТ и окружающей средой, принято объяснять *тепловой или термической инерцией*, а искажение, вызываемое механическими и электромеханическими особенностями измерительного прибора и передающего элемента, – *механической или электромеханической инерцией* измерительного комплекса.

Указанные выше погрешности свойственны в той или иной степени всем контактными методам измерений, не зависимо от принципа действия выбранных приборов, и являются *методическими погрешностями*.

Каждый из применяемых приборов вносит в результат измерения дополнительную погрешность, зависящую от особенностей конструкции и принципа его действия и называемую *инструментальной погрешностью*.

Суммарное воздействие различных источников ошибок приводит к тому, что измерительный комплекс регистрирует не температуру среды t , а некоторую отличную от нее температуру t_3 (рис. 20.3.1). Следовательно, одна из основных задач при контактном измерении температуры заключается в определении действительной температуры t по измеренной температуре t_3 , т. е. состоит в оценке *суммарной погрешности* измерения.

Возникает также и обратная задача – определение температуры измерительного комплекса, если действительное или предполагаемое изменение температуры среды, где находится ИПТ, задано. И как следствие ее – подбор измерительного комплекса с такими параметрами, при которых погрешность температурных измерений в данных условиях не превышала бы заранее заданного допустимого значения.

Действие сил трения и сопротивления, определяющих механическую инерцию передаточных и регистрирующих частей, в отдельных случаях достаточно велико. Однако анализ источников погрешностей показывает, что основные погрешности имеют тепловую природу. Быстродействие современных регистрирующих приборов, особенно электронных, исчисляется секундами и долями секунд, а процесс теплообмена между ИПТ и средой может занимать значительно большее время.

Количественный анализ методических погрешностей ИПТ в конечном итоге заключается в обосновании и выборе математической модели, определяющей процесс теплового взаимодействия объекта исследования с ИПТ. Такие модели в первом приближении можно классифицировать следующим образом:

1. ИПТ оказывает относительно слабое влияние на температуру исследуемого объекта (при измерении температуры жидкостных и газовых сред), поэтому методическая погрешность определяется воздействиями основного информативного и помехосоздающих факторов непосредственно на ИПТ. В этом случае наблюдается односторонне направленная передача тепловых воздействий.

2. ИПТ оказывает обратное воздействие на температуру исследуемого объекта, однако, оно может быть непосредственно выражено через температуру объекта (например, учет тормозящего действия термopриемника, помещенного в высокоскоростной поток газа).

3. ИПТ оказывает значительное возмущающее воздействие на температуру исследуемого объекта (при измерении температуры поверхности твердых тел). Здесь требуется формулировка совместной задачи теплообмена и анализ полей температуры в системе объект – ИПТ.

С учетом этих особенностей проводится формулировка задач теплообмена и анализ погрешностей для различных случаев измерения температуры.

20.3. Математические модели и характеристики теплообмена термопреобразователей

Математические модели теплообмена ИПТ с объектами исследования необходимы для оценки методических погрешностей измерения температуры и установления нормируемых метрологических характеристик ИПТ. Детализация и информативность моделей могут быть существенно различными и в значительной мере определяться требованиями к точности проводимых измерений. По степени уменьшения полноты информационных возможностей математические модели можно расположить в такой последовательности:

1) дифференциальное уравнение теплообмена или система дифференциальных уравнений в частных производных, отражающих передачу теплоты в объекте и ИПТ при учете всех существенно влияющих тепловых воздействий;

2) обыкновенное дифференциальное уравнение или их система, получаемые редукцией (заменой) предыдущих уравнений или формулируемые независимо;

3) решения уравнений при характерных закономерностях изменения тепловых воздействий от времени;

4) параметры (несколько или один из важнейших), входящие в предыдущие модели, знание структуры которых позволяет установить тенденцию изменения или допускаемые значения методических погрешностей ИПТ.

В целях упрощения формулировки задачи и последующего ее решения уравнения теплообмена часто линеаризуют. Если эта операция выполнена, то дальнейший анализ удобно проводить, используя передаточные функции ИПТ. Число таких передаточных функций соответствует числу независимых тепловых воздействий (основного и возмущающих), определяющих процесс теплообмена между ИПТ и объектом (рис.20.3.1).

Взаимосвязь измеренных, зависящих от времени τ значений температуры $t_s(\tau)$ чувствительного элемента, действительных значений температуры $t(\tau)$ и значений других тепловых факторов $f_i(\tau)$, где $i = 1, 2, \dots, n$ (n – число факторов), выражается соотношением вида

$$T_s(s) = Y_t(s)T(s) + \sum_{i=1}^n Y_i(s)F_i(s) + F_{\text{нач}}(s), \quad (20.3.1)$$

где $T(s)$ и $T_s(s)$ – изображения действительной $t(\tau)$ и измеренной $t_s(\tau)$ температуры объекта; $F_i(s)$ – изображение i -го теплового воздействия

$f_i(\tau)$; $Y_i(s)$ и $Y_i(s)$ – передаточные функции ИПТ по отношению к воздействию температуры исследуемого объекта и другим тепловым воздействиям; s – параметр преобразования Лапласа [4.5, 4.10]. Слагаемое $F_{нач}(s)$ учитывает влияние начальных условий теплообмена (начального распределения температуры в ИПТ и объекте); его роль с течением времени τ постепенно уменьшается и становится пренебрежимо малой.

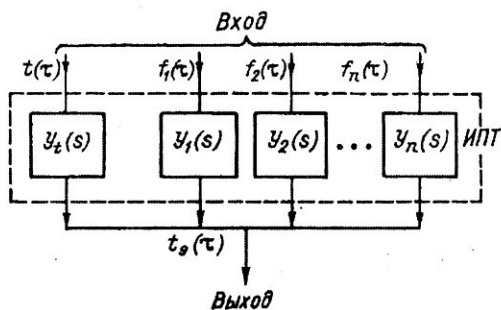


Рис. 20.3.1

Во избежание недоразумений в дальнейшем не следует путать изображения воздействий $T(s)$, $T_3(s)$ и им подобные со значениями температуры $t(\tau)$, $t_3(\tau)$ в абсолютной шкале, обозначаемыми $T(\tau)$, $T_3(\tau)$ или просто T и T_3 .

Уравнение (20.3.1) получается на основе преобразования по Лапласу и решения исходных дифференциальных уравнений теплообмена (см. п.1 и п.2 классификации математических моделей). Сигналы на входе — основное воздействие температуры объекта $t(\tau)$ и помехи (воздействия $f_1(\tau)$, $f_2(\tau), \dots, f_n(\tau)$), приложены к различным точкам ИПТ (рис. 20.3.1), т. е. преобразуются его разными передаточными функциями $Y_t(s)$, $Y_i(s)$, где $i = 1, 2, \dots, n$. Сигнал на выходе ИПТ — температура чувствительного элемента $t_3(\tau)$ формируется как сумма всех преобразованных выходных сигналов.

Каждая из передаточных функций однозначно определяет преобразование соответствующего входного сигнала в составляющую результирующего сигнала на выходе. Таким образом, достаточно полное выявление методических погрешностей достигается введением совокупности нескольких передаточных функций, отражающих влияние каждого из воздействий.

Взаимодействие ИПТ с объектом удается характеризовать с помощью одной (основной) передаточной функции $Y_i(s)$ только в том случае, если влияние помехосоздающих факторов оказывается пренебрежимо малым по сравнению с основным тепловым воздействием объекта $t(\tau)$.

Структура передаточных функций и их параметры находятся в результате решения исходных уравнений теплообмена. Если процессы теплообмена стационарны, то передаточные функции Y преобразуются в *передаточные коэффициенты* u , определяющие значения *стационарных (статических) составляющих* результирующего сигнала на выходе ИПТ. При нестационарном характере теплообмена каждая из составляющих может быть представлена в виде *статической и динамической частей*.

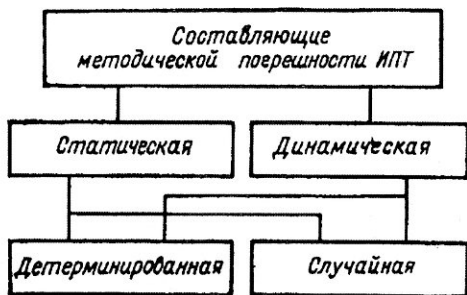


Рис. 20.3.2

Сигналы на входе ИПТ могут определяться в виде *детерминированных или случайных функционально задаваемых воздействий*, поэтому по мере прохождения этих воздействий через элементы ИПТ в выходном его сигнале можно выделить *детерминированную и случайную составляющие* (рис. 20.3.2).

С помощью уравнения (20.3.1) можно получить и другие характеристики, в явной форме определяющие реакцию ИПТ на некоторые воздействия специального вида:

1. Уравнение *переходного процесса* $t_{\text{э пер}}(\tau)$, определяющее изменение температуры чувствительного элемента ИПТ при ступенчатом воздействии основного $t(\tau)$ и помехосоздающих $f_i(\tau)$ факторов.

2. Уравнение *импульсной переходной характеристики* $t_{\text{э имп}}(\tau)$, когда воздействия на входе ИПТ, т. е. $t(\tau)$ и $f_i(\tau)$ задаются в виде единичной импульсной функции.

3. Уравнения *частотных передаточных функций* $Y_i(i\omega)$ и $Y_i(i\omega)$, определяющих реакцию ИПТ на гармоническое воздействие заданной циклической частоты ω , по которым затем находят выражения *амплитудной* $A(\omega)$ и *фазовой* $\phi(\omega)$ *частотных характеристик*.

Функции $t_{\text{э пер}}(\tau)$, и $t_{\text{э имп}}(\tau)$, называют также соответственно *переходной функцией* и *функцией веса*. Наряду с введенными ранее передаточными функциями $Y_i(s)$ и $Y_i(s)$, функции $t_{\text{э пер}}(\tau)$, $t_{\text{э имп}}(\tau)$, $Y_i(i\omega)$ и $Y_i(i\omega)$, относят-

ся к категории *полных характеристик*, определяющих динамику теплообмена ИПТ.

В стационарных условиях теплообмена из уравнения (20.3.1) можно найти *статическую характеристику* ИПТ:

$$t_{3\text{ст}} = y_t t + \sum_{i=1}^n y_i f_i, \quad (20.3.2)$$

определяющую сигнал на выходе ИПТ (температуру его чувствительного элемента) в зависимости от входных стационарных воздействий t и f_i , где y_t и y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — передаточные коэффициенты уравнения (20.3.2), получаемые из передаточных функций $Y_t(s)$ и $Y_i(s)$ соответственно:

$$y_t = \lim_{s \rightarrow 0} Y_t(s), \quad y_i = \lim_{s \rightarrow 0} Y_i(s). \quad (20.3.3)$$

С учетом (20.3.3) выражение для статической погрешности ИПТ согласно (20.1.1) можно записать в виде

$$\Delta t_{\text{ст}} = t_3 - t = (y_t - 1)t + \sum_{i=1}^n y_i f_i. \quad (20.3.4)$$

При $\Delta t_{\text{ст}} = 0$ статическая характеристика ИПТ (20.3.2) переходит в его номинальную (градуировочную) статическую характеристику.

При решении частных задач, например, для оценки длительности установления показаний при измерении стационарной температуры, оценки качества переходного процесса или сравнения различных ИПТ по их тепловой инерционности можно использовать отдельные параметры передаточных функций или их комбинаторику. Для конкретных типов ИПТ или установок для измерения температуры эти характеристики (полные или частные) могут быть нормированы.

Необходимо отметить, что уравнения теплообмена ИПТ выводятся при неизбежной идеализации процесса теплообмена и содержат коэффициенты, значения которых задаются с относительно высокой погрешностью (5-20 % и более). Поэтому приемы введения расчетных поправок в результаты измерения оказываются эффективными в тех случаях, когда методические погрешности сравнительно невелики. Если оценка выявляет большие значения методических погрешностей, то уточнение таких экспериментальных данных путем введения расчетных поправок оказывается мало надежным. Требуется переход на новый тип ИПТ или использование иных методов измерения. Практическую оценку погрешностей целесообразно вести последовательно, начиная с элементарных