

оценок, а затем, переходя к учету влияющих факторов, по моделям теплообмена ИПТ более высокого ранга.

## 20.4. Схемы измерений и простые модели теплообмена термопреобразователей

Модели теплообмена ИПТ с исследуемым объектом и, как следствие, расчетные выражения для оценки погрешностей, зависят от агрегатного состояния и физических свойств объекта, условий монтажа ИПТ, наличия возмущающих тепловых воздействий, вносящих дополнительные погрешности в результат измерений. В практике научных исследований и измерений в промышленности можно выделить три характерные группы задач контактного измерения температуры объектов: контроль температуры текучих (жидких и газообразных) сред; измерение температуры внутри твердотельных или сыпучих объектов; измерение температуры поверхности объектов.

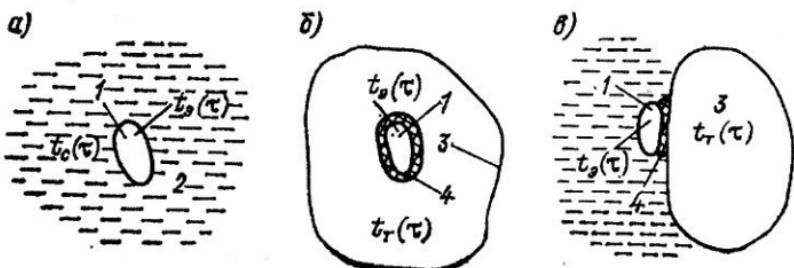


Рис. 20.4.1

Для каждой из этих групп может быть предложена элементарная базовая физическая модель, схематически показанная на рис. 20.4.1, и записано уравнение теплообмена, из решения которого определяются погрешности, а также критерии минимизации этих погрешностей.

Простейшая теория погрешностей измерения нестационарной температуры твердых, жидких или газообразных сред, называемая часто элементарной теорией тепловой инерции измерителей температуры, может быть построена при следующих допущениях:

1. Распределение температуры по объему ИПТ равномерное, так что температура во всех точках его объема  $V$  в момент времени  $\tau$  есть  $t_s(\tau)$ .
2. Техофизические свойства материалов, из которых изготовлен ИПТ, неизменны во времени и не зависят от температуры.
3. Теплообмен с объектом (телом), имеющим температуру  $t_r(\tau)$ , и средой с температурой  $t_c(\tau)$ , в принципе может происходить теплопроводно-

стью, конвекцией и излучением, однако, суммарный коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  между ИПТ и исследуемой средой и коэффициент теплопередачи  $k_t$  между ИПТ и телом остаются неизменными в процессе измерений.

4. Теплоемкость среды и объекта, окружающих ИПТ, настолько велики, что их энталпия и температура  $t_c(\tau)$ , и  $t_r(\tau)$ , почти не изменяются при изменении температуры термоприемника  $t_s(\tau)$ . Иными словами, теплота, передаваемая от измерителя в среду или объект, не влияет на изменение их температуры.

5. Внутри ИПТ действует источник теплоты с удельной мощностью  $w(\tau)$  или полной мощностью тепловыделения  $W_n(\tau) = Vw(\tau)$ .

Дифференциальное уравнение теплообмена ИПТ сформулируем для схемы измерения температуры поверхности объекта (рис. 20.4.1, в) как более общей. С учетом сделанных ограничений имеем

$$W_n(\tau) = C \frac{dt_s(\tau)}{d\tau} + \\ + \alpha S_c [t_s(\tau) - t_c(\tau)] + k_t S_r [t_s(\tau) - t_r(\tau)], \quad (20.4.1)$$

где  $C$  – полная теплоемкость ИПТ;  $S_c$  и  $S_r$  – поверхности ИПТ, соответственно находящиеся в теплообмене со средой и телом;

$S = S_c + S_r$  – полная поверхность ИПТ.

При измерении температуры среды  $t_c(\tau)$  или внутри объекта  $t_r(\tau)$ , в уравнении (20.4.1) необходимо принять  $S_c = S$  и  $k_t = 0$  (рис. 20.4.1, а) или  $S_r = S$ ,  $\alpha = 0$  (рис. 20.4.1, б).

Пусть начальное значение температуры ИПТ  $t_s(0) = t_{sh}$ , тогда, применяя к уравнению (20.4.1) преобразование Лапласа, получаем в соответствии с общим выражением (20.3.1) операторную взаимосвязь между измеренной температурой  $t_s(\tau)$  и воздействиями:

$$T_s(s) = Y_c(s)T_c(s) + Y_r(s)T_r(s) + Y_w(s)[W_n(s) + Ct_{sh}], \quad (20.4.2)$$

где передаточные функции  $Y_c(s)$ ,  $Y_r(s)$ , и  $Y_w(s)$ , имеют простейшую структуру

$$Y_c(s) = \frac{y_c}{1 + \varepsilon_{ck}s}; \quad Y_r(s) = \frac{y_r}{1 + \varepsilon_{ck}s}; \quad Y_w(s) = \frac{y_w}{1 + \varepsilon_{ck}s}; \quad (20.4.3)$$

$$y_c = \frac{\alpha S_c}{\alpha S_c + k_t S_r}; \quad y_r = \frac{k_t S_r}{\alpha S_c + k_t S_r}; \quad y_w = \frac{1}{\alpha S_c + k_t S_r}; \quad (20.4.4)$$

$T_s(s)$ ,  $T_c(s)$ ,  $T_r(s)$  и  $W_n(s)$  – преобразованные функции  $t_s(\tau)$ ,  $t_c(\tau)$ ,  $t_r(\tau)$  и  $W_n(\tau)$ .

Входящая в выражения (20.4.3) величина

$$\varepsilon_{\text{с к}} = \frac{1}{m_{\text{с к}}} = \frac{C}{\alpha S_{\text{c}} + k_{\text{т}} S_{\text{т}}} \quad (20.4.5)$$

может быть названа показателем тепловой инерции ИПТ, а обратная ей величина  $m_{\text{с к}}$  — темпом теплообмена ИПТ. Уравнения (20.4.1) и (20.4.2) охватывают все три типичных случая измерений (рис. 20.4.1).

**Измерение температуры текущих сред.** Рассмотрим подробнее первый из них (рис. 20.4.1, а), традиционно называемый элементарной теорией измерения температуры жидкостей и газов. При условиях  $W_n(\tau) = 0$ ,  $S_{\text{т}} = 0$  из (20.4.1) следует, что разность между температурой ИПТ и среды  $\theta_3(\tau) = t_3(\tau) - t_c(\tau)$ , называемая избыточной температурой, характеризует погрешность измерения температуры среды и равна

$$\theta_3(\tau) = t_3(\tau) - t_c(\tau) = -\frac{1}{m_0} \frac{dt_3(\tau)}{d\tau} = -\varepsilon_0 \frac{dt_3(\tau)}{d\tau}, \quad (20.4.6)$$

где  $\varepsilon_0$  определяется по формуле (20.4.5) при  $k_{\text{т}} = 0$  с заменой  $S_{\text{c}}$  на  $S_{\text{т}}$ .

Уравнение (20.4.6) является первичной основой для оценки погрешностей измерения температуры текущих сред в различных случаях и определения параметров инерции ИПТ. Оценка тепловой инерции и расчет погрешностей ИПТ при сделанных выше допущениях приводится во многих работах по тепловым приборам и температурным измерениям [4.3, 4.6, 4.11-4.14]. Как правило, в них рассматриваются три или четыре случая проявления тепловой инерции, соответствующих простым законам изменения температуры среды: скачкообразному, прямолинейному, экспоненциальному и гармоническому (синусоидальному и косинусоидальному).

**Измерение температуры в глубине объекта.** В элементарной теории, базирующейся на уравнениях (20.4.1) и (20.4.2), предполагается, что объект обладает высокой теплопроводностью, т. е. его температура (см. рис. 20.4.1, б) равномерна по объему тела и равна  $t_{\text{т}}(\tau)$ . По этой причине оценка погрешностей ИПТ при измерении температуры  $t_3(\tau)$  в глубине объекта аналогична рассмотренному выше случаю измерения температуры среды  $t_c(\tau)$ . В расчетном соотношении (20.4.6) необходимо лишь изменить  $t_c(\tau)$ , на  $t_{\text{т}}(\tau)$ , а коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  на коэффициент теплопередачи  $k_{\text{т}}$  между ИПТ и объектом.

**Измерение температуры поверхности тела  $t_n(\tau)$**  сопряжено с необходимостью учета теплообмена ИПТ как с телом, так и со средой (рис. 20.4.1, в).

**Стационарный процесс теплообмена.** Пусть температура тела  $t_3$  и среды  $t_c$ , а также мощность источника теплоты  $W_n$  в ИПТ постоянны во времени, тогда по аналогии с уравнением (20.3.2) из п. 20.3 находим статическую характеристику ИПТ:

$$t_3 = y_t t_t + y_c t_c + y_w W_n. \quad (20.4.7)$$

С учетом (20.4.4) выражение для статической погрешности измерения  $\Delta t_3$  принимает вид

$$\Delta t_3 = t_3 - t_t = \Delta t_t + \Delta t_w, \quad (20.4.8)$$

в котором

$$\Delta t_t = -y_c (t_t - t_c) = -\frac{\alpha S_c}{\alpha S_c + k_t S_t} (t_t - t_c); \quad (20.4.9)$$

$$\Delta t_w = y_w W_n = \frac{W_n}{\alpha S_c + k_t S_t}. \quad (20.4.10)$$

При пассивном ИПТ, когда  $W_n = 0$ , абсолютная  $\Delta t_3$  и относительная

$$\delta t_t = -y_c \frac{t_3 - t_t}{t_t - t_c} = \frac{\alpha S_c}{\alpha S_c + k_t S_t} \frac{t_3 - t_t}{t_t - t_c} \quad (20.4.11)$$

погрешности измерения зависят от качества тепловой связи ИПТ с объектом. Действительно,  $\delta t_3 \ll 1$ , если, как следует из уравнения (20.4.11),  $y_c \ll 1$ , т. е.  $\alpha S_c \ll k_t S_t$ . Отсюда вытекает и практическое требование максимальной изоляции ИПТ от среды, и минимизация полного термического сопротивления контакта  $R_t = 1/k_t S_t$  между ИПТ и объектом.

Второе слагаемое уравнения (20.4.8) определяет статическую погрешность и обусловлено перегревом ИПТ при действии на него измерительного тока как источника теплоты мощностью  $W_n$ . По формуле (20.4.10) можно также оценивать величину  $\Delta t_w$  при измерении температуры среды и внутри объекта, последовательно принимая в (20.4.11)  $k_t = 0$ ,  $S = S_c$  или  $\alpha = 0$ ,  $S = S_t$ .

**Измерение нестационарной температуры тела** при произвольных законах изменения воздействий  $t_t(\tau)$ ,  $t_c(\tau)$  и  $W_n(\tau)$  для моментов времени  $\tau$ , далеких от начального, определяется исходным уравнением теплообмена (20.4.1). После преобразований из формулы (20.4.1) находим следующее уравнение для оценки динамической погрешности  $\Delta t_3(\tau)$  измерения температуры объекта:

$$\Delta t_3(\tau) = t_3(\tau) - t_t(\tau) = \Delta t_t(\tau) + \Delta t_w(\tau) - \varepsilon_{ck} \frac{dt_3(\tau)}{d\tau}, \quad (20.4.12)$$

в котором составляющие погрешности  $\Delta t_r(\tau)$  и  $\Delta t_w(\tau)$  рассчитываются по формулам (20.4.9) и (20.4.10) при замене в них постоянных величин  $t_r$ ,  $t_c$  и  $W_n$  на текущие значения  $t_r(\tau)$ ,  $t_c(\tau)$  и  $W_n(\tau)$ .

Если изменение переменных  $t_r(\tau)$ ,  $t_c(\tau)$  и  $W_n(\tau)$  задано, то ход показаний ИПТ  $t_s(\tau)$ , может быть определен на основе обратного преобразования уравнения (20.4.2) с использованием теоремы о свертке функций или таблиц обратного преобразования Лапласа.

Выделим характерный случай, когда ИПТ, первоначально имевший температуру  $t_{s0}$  в момент времени  $\tau=0$  приводится в контакт с телом, имеющим постоянную температуру  $t_r$ . Полагая дополнительно  $t_c = \text{const}$  и  $W_n = \text{const}$  и решая уравнение (20.4.2), находим простое динамическое соотношение:

$$\frac{t_{s\text{ст}} - t_{s0}(\tau)}{t_{s\text{ст}} - t_{s0}} = \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon_{\text{ск}}}\right), \quad (20.4.13)$$

в котором  $t_{s\text{ст}}$  находится по выражению (20.4.7).

Уравнение (20.4.13) определяет переходный процесс изменения температуры  $t_s(\tau)$ ; из него следует, что при  $\tau \rightarrow \infty$   $t_s(\infty) = t_{s\text{ст}}$ .

## 20.5. Модель теплообмена, статические и динамические характеристики однородных термопреобразователей

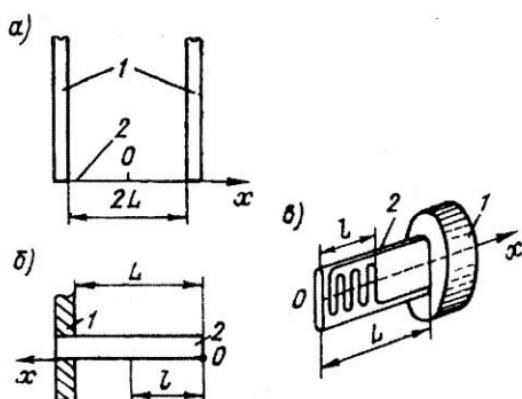


Рис. 20.5.1

Элементарная теория измерения температуры текучих сред основана на предпосылке о равномерности распределения температуры по объему ИПТ и, как правило, не учитывает никаких возмущающих тепловых воздействий, всегда существующих в реальных условиях измерений. Для оценки погрешностей, вызванных влиянием излучения, теплоотвода, внутреннего подогрева, необходим более детальный анализ процесса теплообмена.

Для упрощения формулировки и решения задачи предположим, что ИПТ (его воспринимающая часть) изготовлен из однородного материала

с известными теплофизическими свойствами. Конструктивное оформление ИПТ таково, что его температура в процессе нестационарного теплообмена зависит в основном только от одной координаты  $x$  и времени  $\tau$ . Такой моделью можно условно заменить некоторые конструкции незащищенных или малогабаритных ИПТ: термопар, проволочных термометров сопротивления, термоанемометров (рис. 20.5.1,  $a$ ), плоских (пластинчатых) термометров сопротивления (рис. 20.5.1,  $b$ ), составных ИПТ различных типов, выполненных в виде стержней (рис. 20.5.1,  $b$ ), если распределение температуры в поперечном сечении можно принять равномерным или взять среднюю по сечению температуру. Тонкие проволочные сваренные встык термопары также можно представить в виде модели, представленной на рис. 20.5.1,  $a$ , если теплофизические свойства и диаметры термоэлектродов близки друг к другу.

Конструктивные и физические

параметры модели однородного ИПТ следующие: длина  $L$ , определяющий поперечный размер  $R$ , площадь  $\sigma$  и периметр  $p$  сечения ИПТ; теплопроводность  $\lambda$  и температуропроводность  $a$  материала ИПТ в продольном направлении (вдоль координаты  $x$ ); эффективная или действи-

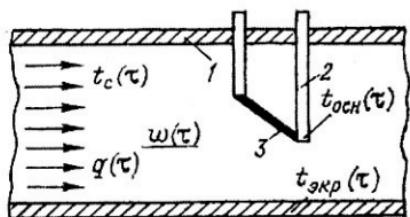


Рис. 20.5.2

тельная теплопроводность  $\lambda_e$  в поперечном сечении ИПТ; действительные или эффективные удельная теплоемкость  $c$  и плотность материала  $\gamma$  ИПТ.

Важнейшими режимными факторами, определяющими теплообмен ИПТ (рис. 20.5.2), являются:

- 1) температура среды  $t_c(\tau)$  в градусах Цельсия или  $T_c(\tau)$  в кельвинах;
- 2) температура стенок канала, по которому проходит жидкость (газ) или температура экрана  $t_{экп}(\tau)$  или  $T_{экп}(\tau)$  (если таковой имеется);
- 3) температура основания ИПТ или стенки, где он закреплен,  $t_{очн}(\tau)$  или  $T_{очн}(\tau)$ ;
- 4) плотность внешних источников теплоты  $q(\tau)$  в расчете на единицу площади наружной поверхности ИПТ;

5) плотность внутренних источников теплоты  $w(\tau)$  в расчете на единицу объема ИПТ. Интенсивности теплообмена ИПТ характеризуются коэффициентом конвективной теплоотдачи к исследуемой среде  $\alpha_k$  и коэффициентом теплоотдачи излучением  $\alpha_n$  между ИПТ и экраном или стенкой.

Распределение температуры в продольном  $x$  и поперечном направлениях ИПТ в общем случае неравномерное. В зависимости от конструктивного оформления чувствительный элемент ИПТ регистрирует либо сред-

нюю по сечению  $\sigma$  температуру  $t_\sigma(x, \tau)$  для ИПТ, показанных на рис. 20.5.1,*a,b*, либо центральную температуру  $t_0(x, \tau)$ , если чувствительный элемент расположен по оси (рис. 20.5.1,*b*) или в центральной плоскости (рис. 20.5.1,*a*) ИПТ.

Чувствительный элемент термопар и “бусинковых” полупроводниковых терморезисторов сосредоточен в точке  $x = 0$ , что соответствует температуре  $t(0, \tau)$ . Для металлических или полупроводниковых термометров со противления, а также манометрических термометров, чувствительный элемент которых расположен на некоторой длине  $l$ , происходит осреднение температуры на этом участке и измеряется средняя температура:

$$t_0(l, \tau) = \frac{1}{l} \int_0^l t_0(x, \tau) dx; \quad t_\sigma(l, \tau) = \frac{1}{l} \int_0^l t_\sigma(x, \tau) dx. \quad (20.5.1)$$

При  $l = 0$  имеем  $t_0(l, \tau) = t_0(0, \tau)$ ;  $t_\sigma(l, \tau) = t_\sigma(0, \tau)$ .

В соответствии с определениями п.20.3 базовой математической моделью однородных ИПТ является их дифференциальное уравнение теплопроводности, связывающее воздействия температуры  $t_c(\tau)$  и  $t_{\text{экп}}(\tau)$ , тепловых потоков  $q(\tau)$  и  $w(\tau)$  со средними по поперечному сечению  $\sigma$  и по периметру  $p$  температурами ИПТ  $t_\sigma(x, \tau)$  и  $t_p(x, \tau)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_\sigma(x, \tau)}{\partial \tau} - \alpha \frac{\partial^2 t_\sigma(x, \tau)}{\partial x^2} + (m_k + m_l) t_p(x, \tau) = \\ = m_k t_c(\tau) + m_l t_{\text{экп}}(\tau) + \frac{1}{c\gamma} w(\tau) + \frac{p}{c\gamma\sigma} q(\tau). \end{aligned} \quad (20.5.2)$$

Обоснование вывода уравнения (20.5.2) дано в работах [4.5, 4.6]. В уравнении (20.5.2) параметры  $m_k$  и  $m_l$  определяют конвективную и лучистую составляющие темпов теплообмена ИПТ:

$$m_k = \frac{\alpha_k p}{c\gamma\sigma}; \quad m_l = \frac{\alpha_l p}{c\gamma\sigma}. \quad (20.5.3)$$

Тепловой поток  $q(\tau)$  от среды к ИПТ, возникающий в результате частичного торможения термоприемником газового потока, определяется соотношениями

$$\begin{aligned} q(\tau) = \alpha_k [t_c(\tau) + 273,15] F = \alpha_k F T_c(\tau); \\ F = r \frac{k-1}{2} M^2; \quad M = \frac{v}{a_{3B}}. \end{aligned} \quad (20.5.4)$$

Здесь  $r$  – коэффициент восстановления;  $k$  – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме (показатель

адиабаты);  $M$  – число Maxa;  $v$  – скорость газового потока;  $a_{\text{зв}}$  – скорость распространения звука в газе при температуре  $T(\tau)$ . Воспользовавшись взаимосвязью между температурами  $t_{\sigma}(x, \tau)$  и  $t_p(x, \tau)$ , устанавливаемой приближенно с помощью критерия неравномерности распределения температуры  $\Psi$ , а также выражением (20.5.4) и вводя абсолютные значения температуры, заменяя уравнения теплообмена (20.5.2) получаем уравнение, содержащее только температуру  $T_{\sigma}(x, \tau)$  [4.6]:

$$\frac{\partial T_{\sigma}(x, \tau)}{\partial \tau} - a \frac{\partial^2 T_{\sigma}(x, \tau)}{\partial x^2} + (m_k + m_l) \Psi T_{\sigma}(x, \tau) = \\ = m_k \Psi (1 + F) T_c(\tau) + m_l \Psi T_{\text{экп}}(\tau) + \frac{1}{c\gamma} w(\tau). \quad (20.5.5)$$

Критерий  $\Psi$  в диапазоне его значений  $0,6 < \Psi < 1$  рассчитывается по приближенной формуле

$$\Psi = \left[ 1 + \frac{(\alpha_k + \alpha_l)R}{(3+n)\lambda_{\sigma}} \right]^{-1}, \quad (20.5.6)$$

в которой для ИПТ цилиндрической формы  $n = 1$ , а определяющий размер совпадает с их радиусом  $R$ . Для пластинчатых ИПТ размер  $R$  равен их полутолщине, а  $n = 0$ .

Преобразователь закрепляется в опорах, державках (рис. 20.5.1, *a*), в массивном основании (рис. 20.5.1, *б*) или непосредственно в стенке канала или резервуара, где находится газ (рис. 20.5.1, *б*). Во всех случаях температура в месте контакта рабочей части ИПТ с более массивными деталями близка к температуре последних  $t_{\text{осн}}(\tau)$ , так что

$$T_{\sigma}(x, \tau) \Big|_{x=L} = T_{\text{осн}}(\tau). \quad (20.5.7)$$

Распределение температуры вдоль оси  $x$  ИПТ (рис. 20.5.1, *а*) симметрично относительно  $x = 0$ , а тепловой поток, рассеиваемый с торцовой части ИПТ (рис. 20.5.1, *б, в*), пренебрежимо мал по сравнению с потоком через его боковую поверхность, поэтому

$$\left. \frac{\partial T_{\sigma}(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0. \quad (20.5.8)$$

Применяя к уравнению (20.5.5) преобразование Лапласа и решая его с учетом (20.5.7), (20.5.8) и начального условия

$$T_{\sigma}(x, 0) = T_h = t_h + 273,15,$$

получаем

$$T_{\sigma}(l, s) = Y_c T_c(s) + Y_{\text{осн}} T_{\text{осн}}(s) + \\ + Y_{\text{экп}} T_{\text{экп}}(s) + Y_w [W(s) + c\gamma T_h] \quad (20.5.9)$$

Здесь  $T_{\sigma}(l, s)$  – изображение средней на участке  $l$  температуры  $T_{\sigma}(l, \tau)$  – см. определение (20.5.1);  $s$  – параметр преобразования Лапласа;  $T_c(s)$ ,  $T_{\text{осн}}(s)$  и  $T_{\text{экп}}(s)$  – изображения абсолютной температуры  $T_c(\tau)$ ,  $T_{\text{осн}}(\tau)$  и  $T_{\text{экп}}(\tau)$ ;  $W(s)$  – изображение функции источника теплоты  $w(\tau)$ ;  $Y_c$ ,  $Y_{\text{осн}}$ ,  $Y_{\text{экп}}$ , и  $Y_w$  – передаточные функции однородного термоприемника соответственно по отношению к воздействиям  $T_c(\tau)$ ,  $T_{\text{осн}}(\tau)$ ,  $T_{\text{экп}}(\tau)$  и  $w(\tau)$ .

Структура передаточных функций следующая:

$$Y_c = m_k (1 + F) \Psi \varphi; \quad (20.5.10)$$

$$Y_{\text{экп}} = m_l \Psi \varphi; \quad Y_{\text{осн}} = \frac{\operatorname{sh} \beta \rho_l}{\beta \rho_l} \frac{1}{\operatorname{ch} \beta}; \quad Y_w = \frac{1}{c\gamma} \varphi; \quad (20.5.11)$$

$$\varphi = \frac{1}{s + (m_k + m_l) \Psi} \left( 1 - \frac{\operatorname{sh} \beta \rho_l}{\beta \rho_l} \frac{1}{\operatorname{ch} \beta} \right); \quad (20.5.12)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{s + (m_k + m_l) \Psi}{a}} L, \quad \rho_l = \frac{l}{L}. \quad (20.5.13)$$

Функция (20.5.10) определяет передачу и преобразование основного (полезного, информативного) сигнала – температуры среды  $t_c(\tau)$ , а функции (20.5.11) – передачу помехосоздающих воздействий – температуры  $t_{\text{осн}}(\tau)$ ,  $t_{\text{экп}}(\tau)$ , источника теплоты  $w(\tau)$ , а также влияние начальной температуры ИПТ  $t_h$ .

## 20.6. Составляющие суммарной погрешности измерения температуры среды

В стационарном режиме теплообмена все воздействия во времени постоянны и из уравнения (20.5.9) путем предельного перехода можно определить статическую характеристику однородного ИПТ в форме уравнения (20.3.2), а затем найти выражение для статической методической погрешности ИПТ. В соответствии с выражением (20.3.4) статическую погрешность измерения температуры текучей среды (жидкости, газа)

$\Delta t(l)_{ct} = t_\sigma(l) - t_c = T_\sigma(l) - T_c$  можно выразить в виде суммы составляющих от каждого из четырех воздействий:

$$\Delta t(l)_{ct} = \Delta t_c + \Delta t_{och} + \Delta t_{ekp} + \Delta t_w; \quad (20.6.1)$$

$$\begin{aligned} \Delta t_c &= -[1 - m_k(1+F)\Psi\varphi_{ct}]T_c = \\ &= -\left[1 - (1+F)(1-\eta)\frac{\alpha_k}{\alpha_k + \alpha_l}\right]T_c; \end{aligned} \quad (20.6.2)$$

$$\Delta t_{och} = \eta T_{och}; \quad \Delta t_{ekp} = m_l \Psi \varphi_{ct} T_{ekp} = \frac{(1-\eta)\alpha_l}{\alpha_k + \alpha_l} T_{ekp}; \quad (20.6.3)$$

$$\Delta t_w = \frac{1}{c\gamma} \varphi_{ct} w = \frac{(1-\eta)\sigma}{(\alpha_k + \alpha_l)p\Psi} w; \quad (20.6.4)$$

$$\eta = \frac{\operatorname{sh} \mu \rho_l}{\mu \rho_l} \frac{1}{\operatorname{ch} \mu}; \quad \varphi_{ct} = \frac{1-\eta}{(m_k + m_l)\Psi}; \quad (20.6.5)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{(m_k + m_l)\Psi}{a}} L = \sqrt{\frac{(\alpha_k + \alpha_l)\Psi p}{\lambda\sigma}} L. \quad (20.6.6)$$

Расчет методической погрешности при нестационарных режимах теплообмена базируется на решениях уравнения (20.5.9). Упрощенные соотношения между измеренной температурой  $T_\sigma(l, \tau)$  и воздействиями находятся заменой точных уравнений передаточных функций (20.5.10), (20.5.11) их приближенными выражениями. Так, при относительно медленных изменениях  $T_{ekp}(\tau)$ ,  $T_{och}(\tau)$ ,  $w(\tau)$  и при выполнении условия  $\mu > 3$  комплекс  $\phi$ , определяемый выражением (20.5.12), можно заменить соотношениями

$$\phi = \frac{1-\eta}{(m_k + m_l)\Psi} \frac{1}{1+\varepsilon s} = \varphi_{ct} \frac{1}{1+\varepsilon s}, \quad (20.6.7)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{m} = \frac{1}{(m_k + m_l)\Psi} \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{\eta}{1+\eta} f(\mu) \right], \quad (20.6.8)$$

$$f(\mu) = \mu \operatorname{tg} \mu + 1 - \frac{\mu \rho_1}{\operatorname{tg} \mu \rho_1}, \quad (20.6.9)$$

а остальные параметры находятся по формулам (20.5.3), (20.5.6), (20.5.13), (20.6.5) и (20.6.6).

Подстановка  $\phi$  из (20.6.7) в (20.5.10), (20.5.11) и обратный переход от (20.5.9) к оригиналам устанавливают вид приближенного дифференциального уравнения связи между измеренным значением температуры и воздействиями для моментов времени  $\tau$ , когда влиянием  $T_u$  можно пренебречь:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{dT_\sigma(l, \tau)}{d\tau} + dT_\sigma(l, \tau) &= m_k \Psi(1+F) \varphi_{ct} T_c(\tau) + \\ &+ m_\pi \Psi F \varphi_{ct} T_{ekp}(\tau) + \frac{\Phi_{cm}}{c\gamma} w(\tau) + \eta T_{och}(\tau), \end{aligned} \quad (20.6.10)$$

С помощью выражения (20.6.10) суммарная методическая погрешность измерения нестационарной температуры газа (или жидкости)

$$\Delta t(l, \tau) = t_\sigma(l, \tau) - t_c(\tau) = T_\sigma(l, \tau) - T_c(\tau)$$

запишется в виде

$$\begin{aligned} \Delta t(l, \tau) &= \Delta t_c(\tau) + \Delta t_{och}(\tau) + \\ &+ \Delta_{ekp}(\tau) + \Delta t_w(\tau) + \Delta t_{din}(\tau). \end{aligned} \quad (20.6.11)$$

В уравнении (20.6.11) составляющие погрешности  $\Delta t_c(\tau)$ ,  $\Delta t_{och}(\tau)$ ,  $\Delta t_{ekp}(\tau)$  и  $\Delta t_{din}(\tau)$  являются квазистационарными составляющими суммарной погрешности  $\Delta t(l, \tau)$  и рассчитываются по стационарным формулам (20.6.2)-(20.6.4), однако, с учетом зависимости воздействий  $T_c(\tau)$ ,  $T_{och}(\tau)$ ,  $T_{ekp}(\tau)$  и  $w(\tau)$  от времени.

Составляющая

$$\Delta t_{din}(\tau) = -\varepsilon \frac{dT_\sigma(l, \tau)}{d\tau} = -\varepsilon \frac{dt_\sigma(l, \tau)}{d\tau}, \quad (20.6.12)$$

часто называемая динамической погрешностью, характеризует влияние теплоинерционных свойств ИПТ. Из выражения (20.6.12) следует, что значение динамической погрешности ИПТ пропорционально скорости изменения его показаний во времени.

Коэффициент пропорциональности  $\varepsilon$ , структура которого для однородных ИПТ определяется формулами (20.6.8), (20.6.9), (20.6.6), (20.6.5), можно назвать обобщенным показателем тепловой инерции измерителя

температуры при одновременном влиянии теплоотвода, теплообмена конвекцией и излучением и неравномерности температуры в ИПТ. Величина  $m = 1/\epsilon$  характеризует полный темп теплообмена ИПТ. Из определения (20.6.12) следует, что в стационарных или квазистационарных режимах теплообмена ИПТ  $\Delta t_{\text{дин}} = 0$ .

В зависимости от соотношений между параметрами ИПТ и требований к оценке точности результата измерений структура составляющих уравнения (20.6.11) может видоизменяться. Приемы получения расчетных зависимостей и сопоставления решений, имеющих различную степень приближения, даны в работах [4.6, 4.15].

Как отмечалось в п. 20.5, в некоторых конструкциях ИПТ чувствительный элемент регистрирует не среднюю по сечению  $\sigma$  и по длине  $l$  температуру  $t_0(l, \tau)$ , а температуру  $t_\sigma(l, \tau)$  его центральной в сечении  $\sigma$  части на той же длине  $l$ . Пересчет найденной по уравнениям (20.5.5), (20.5.9), (20.6.1), (20.6.10) и (20.6.11) температуры  $t_\sigma(l, \tau)$ , на температуру  $t_0(l, \tau)$ , можно выполнить, пользуясь приближенным уравнением

$$t_0(l, \tau) - t_\sigma(l, \tau) = b_{1V} \left\{ \frac{1}{c\gamma} w(\tau) - \frac{d}{d\tau} \left[ t_\sigma(l, \tau) + \frac{b_1}{c\gamma} w(\tau) \right] \right\}, \quad (20.6.13)$$

полученным с помощью соотношений (9.34) -(9.36) гл.9. Коэффициенты  $b_{1V}$  и  $b_1$ , согласно работе [4.10], имеют следующую структуру:

$$b_{1V} = \frac{R^2}{2(3+n)a_\sigma}; \quad b_1 = \frac{R^2}{(1+n)a_\sigma} \frac{1 + \frac{1}{2}Bi}{Bi}; \quad Bi = \frac{(a_k + a_l)R}{\lambda_\sigma}. \quad (20.6.14)$$

В (20.6.14)  $a_\sigma$  и  $\lambda_\sigma$  – эффективные значения коэффициентов температуропроводности и теплопроводности в поперечном сечении ИПТ. При выборе  $R$  и  $n$  справедливы те же рекомендации, что и для критерия  $\Psi$  [см. формулу (20.5.6)].

## 20.7. Оценка влияния различных факторов на точность измерения температуры

Уравнения (20.6.1) и (20.6.11), определяющие методическую погрешность однородных ИПТ, удобно использовать для получения предельных оценок, минимизирующих различные ее составляющие. Из всего комплекса параметров, одновременно действующих в реальных условиях, можно выделить несколько наиболее характерных, изменением которых

удается снижать погрешность измерения температуры. Рассмотрим последовательно влияние этих факторов.

**Неравномерность распределения температуры по поперечному сечению термоприемника.** Для однородных ИПТ степень неравномерности распределения температуры по сечению ИПТ учитывается критерием  $\Psi$ , оцениваемым по формуле (20.5.6). Для цилиндрических и пластинчатых ИПТ неравномерность температуры по сечению  $\sigma$  не превышает 1 % ( $\Psi \geq 0,99$ ), если соответственно выполняются условия [4.6]:

$$\frac{(\alpha_k + \alpha_l)R}{\lambda_\sigma} \leq 0,04; \quad \text{и} \quad \frac{(\alpha_k + \alpha_l)R}{\lambda_\sigma} \leq 0,03. \quad (20.7.1)$$

При выполнении неравенств (20.7.1) в приведенных выше расчетных зависимостях с погрешностью не более 1 % можно полагать  $\Psi = 1$ . Для составных ИПТ, когда чувствительный элемент отделен от исследуемой среды защитной оболочкой, требуются иные оценки, и соотношения (20.7.1) можно использовать как ориентировочные.

**Газодинамический нагрев термоприемника.** Нагрев ИПТ в результате торможения им высокоскоростного потока газа учитывается критерием  $F$ , определяемым формулами (20.5.4). Для двухатомных газов показатель адиабаты  $k = 1,4$ , и для всех ИПТ с коэффициентами восстановления  $r \approx 0,5-0,99$  значение фактора  $F < 0,01$  при значении числа  $M < 0,2$ .

При измерении температуры высокоскоростных потоков газа, если составляющие погрешности  $\Delta t_{\text{осн}}$ ,  $\Delta t_{\text{экп}}$ ,  $\Delta t_w$  пренебрежимо малы, из уравнения (20.6.1) находится оценочная формула для составляющей систематической погрешности  $\Delta t_c$ , обусловленной только преобразованием кинетической энергии газового потока в теплоту:

$$\Delta t_c = t_e - t_c = F t_c = r \frac{k-1}{2} M^2 (t_c + 273,15), \quad (20.7.2)$$

где  $t_e$  – температура чувствительного элемента ИПТ;  $t_c$  – температура газового потока. Из формулы (20.7.2) следует, что превышение температуры чувствительного элемента зависит от скорости набегающего потока, коэффициента восстановления, состава газа и термодинамической температуры потока. При скорости движения газа менее 60 м/с погрешность  $\Delta t_c < 2K$ .

Измерение температуры высокоскоростных потоков газа имеет свою специфику: ИПТ, помещенный в такой поток, как следует из формулы (20.7.1), принципиально не может измерить термодинамическую (действительную) температуру потока. Поэтому стремятся разработать такие конструкции измерителей температуры, значения коэффициентов восста-

новления которых при стационарном течении газа слабо зависели бы от температуры потока, его скорости и числа Маха.

Расчет конструкций ИПТ, определение их коэффициентов восстановления и практические приемы использования ИПТ при контроле высокоскоростных потоков газа составляют предмет специальных исследований [4.16, 4.17].

**Теплообмен излучением со стенками канала или экрана.** Составляющая погрешности  $\Delta t_{\text{экп}}$  возникает при измерении температуры газов и вызвана теплообменом излучением между ИПТ и окружающими его телами и средами при отсутствии теплоотвода ( $\eta = 0$ ), газодинамического и внутреннего нагрева ( $F = 0, w = 0$ ) уравнение (20.6.1) переходит в следующее:

$$\Delta t(l)_{\text{ст}} = t_3 - t_c = \frac{\alpha_l}{\alpha_k + \alpha_l} (t_{\text{экп}} - t_c) = \frac{\alpha_l}{\alpha_k} (t_{\text{экп}} - t_3), \quad (20.7.3)$$

где обозначено  $t_3 = t_\sigma(l)$ . Снижение ошибки сводится к выполнению условий

$$\alpha_l / \alpha_k \rightarrow 0; \quad t_{\text{экп}} \rightarrow t_c, \quad (20.7.4)$$

т. е. к интенсификации конвективного теплообмена (увеличению  $b_k$ ) или к созданию экранов, затрудняющих теплообмен излучением (уменьшение  $\alpha_l$ ).

Так как коэффициенты конвективной  $\alpha_k$  и лучистой  $\alpha_l$  теплоотдачи зависят от температуры, уравнения (20.7.3) являются нелинейными и должны решаться совместно с уравнениями коэффициентов лучистой и конвективной теплоотдачи. Примеры расчета даны в работе [4.6].

**Теплопередача (теплоотвод) вдоль термоприемника.** Составляющая  $\Delta t_{\text{осн}}$  погрешности теплоотвода в уравнениях (20.6.1) и (20.6.11) определяется первым из уравнений (20.6.3), из которого находится следующая предельная оценка:

$$\frac{\Delta t_{\text{осн}}}{T_{\text{осн}}} \leq 0,01 \quad \text{при} \quad \eta = \frac{\operatorname{sh} \mu \rho_l}{\mu \rho_l} \frac{1}{\operatorname{ch} \mu} \leq 0,01. \quad (20.7.5)$$

При малых скоростях движения газа (когда  $F = 0$ ), отсутствии внутреннего нагрева ( $w = 0$ ) и равенстве температуры  $T_c = T_{\text{экп}}$  из уравнения (20.6.1) получается широко используемая формула

$$\Delta t(l)_{\text{ст}} = t_3(l) - t_c = \eta(T_{\text{осн}} - T_c) = \eta(t_{\text{осн}} - t_c), \quad (20.7.6)$$

из которой с учетом (20.6.5) и (20.5.13) следует, что

$$\frac{\Delta t(l)_{\text{осн}}}{t_{\text{осн}} - t_c} = \eta \leq 0,01, \quad (20.7.7)$$

если  $\mu > 5,3$  (для термопар при  $\rho_i = 0$ ) и  $\mu > 7$  (для термометров сопротивления при  $\rho_i = 0,5$ ).

**Нагрев термоприемника измерительным током.** Названная составляющая методической погрешности возникает в термометрах сопротивления (металлических и полупроводниковых) в условиях недостаточно интенсивного теплообмена, когда измерительный ток вызывает недопустимый перегрев их чувствительного элемента.

Вклад внутренних источников теплоты  $w$  в погрешность измерения температуры определяется формулой (20.6.4). В частном случае, в отсутствии газодинамического нагрева ( $F = 0$ ), теплоотвода ( $\eta = 0$ ) и при  $T_c = T_{\text{экп}}$  уравнение (20.6.1) преобразуется в формулу для оценки погрешности из-за подогрева ИПТ измерительным током:

$$\begin{aligned}\Delta t_{\text{эс}} &= t_{\text{эс}} - t_c = \frac{\sigma}{(\alpha_k + \alpha_l)p\Psi} w = \\ &= \frac{\sigma}{(\alpha_k + \alpha_l)p} \left[ 1 + \frac{(\alpha_k + \alpha_l)R}{(3+n)\lambda_\sigma} \right] w,\end{aligned}\quad (20.7.8)$$

где  $t_{\text{эс}}$  – средняя температура ИПТ по его поперечному сечению  $\sigma$ ;  $t_c$  – температура среды;  $w$  – мощность внутренних тепловыделений в расчете на единицу объема ИПТ. Если чувствительный элемент располагается по оси или в центральной плоскости измерителя, то вместо (20.7.8) можно использовать приближенную формулу, полученную с учетом решения (9.39) гл. 9:

$$\Delta t_{\text{эц}} = t_{\text{эц}} - t_c = \left[ \frac{\sigma}{(\alpha_k + \alpha_l)p\Psi} + \frac{R^2}{2(3+n)\lambda_\sigma} \right] w, \quad (20.7.9)$$

где расчет  $\Psi$  и выбор  $R$  и  $n$  ведется по (20.5.6). Для составных (неоднородных) ИПТ расчетные формулы (20.7.8) и (20.7.9) требуют модификации.

Величины, входящие в формулы (20.7.8) – (20.7.9), трудно поддаются определению. Поэтому при точных измерениях можно определить поправку, измеряя некоторую заранее неизвестную, но постоянную температуру при двух значениях измерительного тока  $I_1$  и  $I_2$  и регистрируя изменения температуры чувствительного элемента  $\Delta t_1 - \Delta t_2$ . По результатам таких измерений поправка на нагрев термометра измерительным током определяется формулой

$$\Delta t_s = t_s - t_c = (t_{s1} - t_{s2}) \frac{I_2^2}{I_1^2 - I_2^2}.$$

**Тепловая инерция термоприемника.** Составляющая погрешности  $\Delta t_{\text{дин}}(\tau)$  возникает вследствие того, что ИПТ не успевает мгновенно следить за изменением температуры окружающей среды [см. уравнения (20.6.11) и (20.6.12)]. Такое явление запаздывания показаний принято называть тепловой инерцией ИПТ. В случае, когда нет неравномерности температуры по сечению ИПТ ( $\Psi = 1$ ), теплоотвода ( $\eta = 0$ ), газодинамического нагрева ( $F = 0$ ), излучения ( $m_{\text{л}} = 0$ ), уравнение (20.6.10) преобразуется к уравнению элементарной теории тепловой инерции, связывающему температуру среды  $t_c(\tau)$  и чувствительного элемента ИПТ  $t_s(\tau)$  простой зависимостью:

$$\Delta t_{\text{дин}}(\tau) = t_s(\tau) - t_c(\tau) \quad (\tau = -\frac{1}{m_k} \frac{dt_s(\tau)}{d\tau}) = -\varepsilon_k \frac{dt_s(\tau)}{d\tau}. \quad (20.7.11)$$

При указанных ограничениях погрешность измерения нестационарной температуры определяется единственным параметром – показателем тепловой инерции (постоянной времени) ИПТ [см. формулу (20.5.3)].

В общем случае [см. формулу (20.6.8)] показатель тепловой инерции  $\varepsilon$  учитывает вклад в теплообмен таких факторов, как излучение к экрану, теплоотвод вдоль ИПТ и неравномерность температуры  $\Psi$  в поперечном сечении. Зная показатель тепловой инерции  $\varepsilon$  и скорость изменения температуры  $dT_s(l, \tau)/dt$ , можно по определению (20.6.12) оценить влияние тепловой инерции на точность измерения нестационарной температуры. Показатель тепловой инерции ИПТ относится по терминологии ГОСТ 8.256-77 к частным динамическим характеристикам ИПТ. Параметр пригоден для сравнительной оценки тепловой инерционности ИПТ в разных условиях теплообмена или сравнения нескольких термоприемников между собой в одном и том же режиме их работы.

## 20.8. Методические погрешности измерения температур поверхности и внутри тела

Для исследования распределения температуры на поверхности или внутри твердых или сыпучих тел применяют ИПТ различных конструкций, определяемых конкретными условиями измерений. Методическая погрешность при контактном способе измерения температуры зависит от многих факторов, важнейшими из которых являются: а) особенности расположения ИПТ внутри и на поверхности тела и его ориентация по отношению к первоначальному направлению теплового потока; б) отличие термического сопротивления ИПТ от термического сопротивления того участка

тела, где размещается ИПТ; в) различие в удельных теплоемкостях и плотностях материалов ИПТ и исследуемого объекта.

Полный учет влияния перечисленных факторов требует совместного решения двух задач: *анализа температурного поля в исследуемом теле в отсутствии ИПТ и изучения распределения температуры в системе объект – ИПТ*. Провести этот анализ в строгом аналитическом виде (трехмерные нестационарные поля), удобном для последующего инженерного расчета, удается лишь в ограниченном числе случаев при ряде допущений относительно выбора тепловых моделей объекта и ИПТ. Однако качественные требования к ИПТ и его монтажу на объекте, направленные на уменьшение методической погрешности измерения, могут быть сформулированы: 1) объем и размеры ИПТ следует выбирать минимальными; 2) теплофизические свойства ИПТ по возможности должны быть близки к теплофизическими свойствам исследуемого тела; 3) измеритель должен располагаться в изотермической области, что особенно важно при исследовании поля температур на поверхности или в непосредственной близости от границ тела.

Предложено значительное количество расчетных схем оценки погрешностей, подробное описание которых не возможно в заданных объемах книги. Поэтому ограничимся лишь указанием на наиболее распространенные модели, нашедшие применение в практике температурных измерений и систематизированные в монографиях автора данной главы [4.6, 2.7], справочных пособиях [4.5, 4.15] и специализированных статьях.

Формулы для расчета стационарных и динамических погрешностей в глубине тела и с учетом расстояния ИПТ до его поверхности для цилиндрического термозонда приведены в работах [4.6, 2.7]. Приближенный анализ погрешностей измерения внутренних температур с помощью стержневого ИПТ, частично погруженного в объект, представлен в работах [4.5, 4.15]. Варианты измерения температуры поверхности объекта при внешнем расположении ИПТ изучены и описаны в монографии [2.7]. Там же рассмотрены способы уменьшения ошибок измерений.

Специальный цикл работ был выполнен для оценки погрешностей измерения нестационарных температур стенок и массивных тел пластинчатыми (пленочными) ИПТ с учетом их расположения на поверхности исследуемого тела и размещения чувствительного элемента в объеме ИПТ [2.7, 4.6, 4.10, 4.30, 4.38 – 4.42]. Результаты этих исследований позволяют также оценивать погрешности определения нестационарных тепловых потоков и динамические характеристики пластинчатых теплометров (градиентные теплометры О.А. Геращенко, пленочные измерители теплового потока).

# ГЛАВА 21. РЕГИСТРАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ

## 21.1. Термомеры типа вспомогательной стенки

Для измерения стационарных и нестационарных тепловых потоков получили широкое распространение приборы, обычно называемые преобразователями теплового потока, а также различные устройства типа калориметров. Последние способны регистрировать величины стационарного и переменного тепловых потоков от различных объектов живой и косной природы. Они будут рассмотрены в разделе 22.2. Здесь же остановимся на приборах для измерения локального нестационарного теплового потока. Их называют термомерами.

Чаще всего применяют термомеры типа вспомогательной стенки. Такие термомеры можно представить в виде неограниченной пластины или системы "неограниченная пластина на полупространстве" (рис. 21.1.1). Они нашли широкое распространение для измерения стационарных тепловых потоков [4.76]. Простота определения потока, успехи технологии изготовления датчиков и техники измерений в последние годы побуждают исследователей применять этот метод для определения нестационарных потоков [4.77].

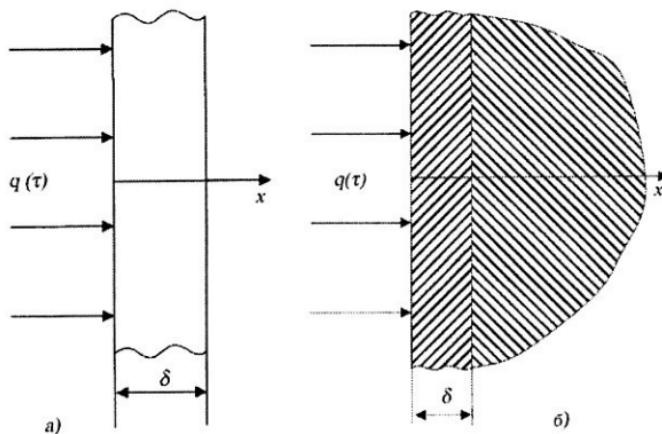


Рис. 21.1.1

Однако для широкого использования этих термомеров имеется существенное ограничение – большая погрешность, особенно при определении быстро-  
408

меняющихся потоков [4.78]. Эта погрешность носит принципиальный характер и связана с недостатком информации, получаемой в опыте. Обычно известны физические свойства прибора (постоянная теплометра) и перепад температур по его толщине в различные моменты времени. Рассмотрим это утверждение более подробно.

Пусть поверхность  $x=0$  неограниченной пластины воспринимает поток  $q$ . Допустим, что теплофизические свойства теплометра и условия теплообмена на границе не зависят от температуры. В случае  $q=\text{const}$  температурное поле пластины линейно (рис. 21.1.1)  $t = C_1x + C_2$ .

Если известны температуры поверхностей  $t(0) = t_1$  и  $t(\delta) = t_2$ , то связь между потоком и перепадом температур  $\Delta t = t_1 - t_2$  имеет вид

$$q = \frac{\lambda}{\delta} \Delta t. \quad (21.1.1)$$

Из этого простейшего примера видно, что хотя для определения  $C_1$  и  $C_2$  и потребовалось знание двух температур, последующие преобразования позволили перейти к разности  $\Delta t$ . Этот переход оказался возможным только благодаря линейному распределению температур, когда значение потока одинаково в любом сечении пластины.

Если температуры по сечению пластины изменяются во времени, то

есть  $t = t(F_0)$  зависят от критерия Фурье  $F_0 = \frac{\alpha\tau}{e^2}$ , то выражение (21.1.1)

можно преобразовать и последнюю формулу представить в виде

$$q(F_0) = -\frac{\lambda}{\delta} [t_2(F_0) - t_1(F_0)] = \frac{\lambda}{\delta} \Delta t(F_0). \quad (21.1.2)$$

В литературе встречаются рекомендации по применению подобной формулы. Например, в [4.77] предлагают вести расчеты по формуле

$$q(\tau) = \frac{\lambda}{\delta} \left[ t_{x=0} \left( \tau + \frac{\delta^2}{3a} \right) - t_{x=0} \left( \tau - \frac{\delta^2}{3a} \right) \right] \quad (21.1.3)$$

для случаев, когда  $t(0, \tau)$  и  $t(\delta, \tau)$  не охватывают частот, больших  $0,1 \frac{a}{\delta^2}$ .

Строгого обоснования формулы (21.1.3) в литературе мы не нашли, и ее можно рассматривать как эмпирическую.

В проблемной лаборатории теплофизики в ЛИТМО в 1970-е годы проводились обширные исследования по разработке методов и приборов для

регистрации локальных тепловых потоков. Эти исследования проводили Г.Н. Дульнев, Н.В. Пилипенко, В.А. Кузьмин, В.М. Ключев, В.И. Завгородний, С.В. Тихонов. Их основные результаты изложены в настоящей главе и нашли широкое применение в учебном процессе на кафедре [4.96; 4.97].

Наиболее распространены две модели тепломеров: модель неограниченной пластины и системы тел “пластина-полупространство”. Рассмотрим их последовательно.

**Модель неограниченной пластины** (рис. 21.1.1, а). Пусть поверхность  $x = 0$  неограниченной пластины поглощает тепловой поток  $q(\tau)$ . Температурное поле пластины описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau}, \quad (21.1.4)$$

а краевые и начальные условия задачи выражаются равенством

$$t(0, \tau) = t_1(\tau), \quad t(\delta, \tau) = t_2(\tau), \quad t(x, 0) = t_0.$$

Решение этой задачи (21.1.2) приведено в [4.79] и имеет вид:

$$t(\bar{x}, F_0) = 2 \sum_{n=1}^{F_0} \left[ t_1(F_0) - (-1)^n t_2(F_0) \right] \mu_n \sin \mu_n \bar{x} \times \\ \times \exp \left[ -\mu_n^2 (F_0 - F_0) \right] dF_0 + + -t_1(F_0) - \\ - \bar{x} [t_2(F_0) - t_1(F_0)] - 2 \sum_{n=1}^{\infty} [t_1(F_0) - (-1)^n t_2(F_0)] \frac{\sin \mu_n \bar{x}}{\mu_n}.$$

Здесь

$$\bar{x} = \frac{x}{\delta}; \quad \mu_n = n\pi, \quad n = 1, 2, \dots; \quad F_0 = \frac{a\tau}{\delta^2}.$$

Тепловой поток, проходящий через датчик, определим по закону Фурье

$$q(F_0) = -\frac{\lambda}{\delta} \frac{\partial t}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=0}.$$

С учетом последнего выражения находим тепловой поток

$$q(F_0) = -\frac{\lambda}{\delta} \left\{ 2 \sum_{n=1}^{\infty} [t_1(0) - (-1)^n t_2(0)] \right\} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \exp\left(-\mu_n^2 F_0\right) - 2 \int_0^{F_0} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{dt_1}{dF_0} - (-1)^n - \frac{dt_2}{dF_0} \right] \times \\ & \times \exp \left[ -\mu_n^2 (F_0 - F_0) \right] dF_0 + t_2(F_0) - t_1(F_0) \}. \end{aligned} \quad (21.1.5)$$

Из этого выражения видно, что получить выражения типа (21.1.2) или (21.1.3) крайне затруднительно, поэтому перейдем к рассмотрению второй модели.

*Модель пластины на полупространстве.* Применим эту модель для переменного теплового потока. Предварительно решим следующую задачу:

$$\frac{\partial t_i}{\partial \tau} = \alpha_i \frac{\partial^2 t_i}{\partial x^2}, \quad i=1,2, \quad (21.1.7)$$

$$q = -\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=-\delta}. \quad (21.1.8)$$

Другие краевые условия имеют вид

$$q = \frac{\partial t_2}{\partial x} \Big|_{x=\infty} = 0, \text{ или } t_2 \Big|_{x=\infty} = const, \quad (21.1.9)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x} \Big|_{x=0}, \quad t_1 \Big|_{x=0} = t_2 \Big|_{x=0},$$

$$t_i \Big|_{\tau=0} = t, \quad i=1,2. \quad (21.1.10)$$

Здесь предполагается, что теплофизические свойства не зависят от температуры, и имеет место идеальный тепловой контакт между телами. Решение поставленной задачи в изображениях может быть записано [4.79; 4.80] в виде

$$\Delta Q(s) = Y_q(s) Q(s). \quad (21.1.11)$$

В работе [4.80] показано, что передаточная функция  $Y_q(s)$  для передела температур по толщине датчика по отношению к тепловому потоку имеет вид

$$Y_q(s) = \frac{\sqrt{a_1}}{\lambda_1} \frac{ch \sqrt{\frac{s}{a_1}} \delta + \chi sh \sqrt{\frac{s}{a_1}} \delta - 1}{\sqrt{s} \left( sh \sqrt{\frac{s}{a_1}} \delta + \chi ch \sqrt{\frac{s}{a_1}} \delta \right)}, \quad a = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sqrt{\frac{a_1}{a_2}},$$

откуда изображение искомого потока

$$Q(s) = \frac{1}{Y_q(s)} \Delta Q(s),$$

$$\frac{1}{Y_q(s)} = \frac{\lambda_1}{\sqrt{a_1}} \frac{\sqrt{s} \left( sh \sqrt{\frac{s}{a_1}} \delta + \chi ch \sqrt{\frac{s}{a_1}} \delta \right)}{ch \sqrt{\frac{s}{a_1}} \delta + \chi ch \sqrt{\frac{s}{a_1}} \delta - 1}.$$

Окончательно взаимосвязь между искомым тепловым потоком  $q(\tau)$  и сигналом датчика  $\Delta t(\tau)$  имеет вид

$$q(\tau) = \frac{\lambda_1}{\sqrt{\pi a_1 \tau}} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ 1 + \left( \frac{1-\aleph}{1+\aleph} \right)^n \exp \left( -\frac{n^2 A^2}{4\tau} \right) \right] \right\} \Delta t(\tau) + \\ + \frac{\lambda_1}{\sqrt{2\pi a_1}} \int_0^\tau \frac{[\Delta t(\tau) - \Delta t(\xi)]}{\sqrt{(\tau-\xi)^3}} \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left[ 1 + \left( \frac{1-\aleph}{1+\aleph} \right)^n - \frac{n^2 A^2 - 2(\tau-\xi)}{2(\tau-\xi)} \right] \times \right. \\ \left. \times \exp \left[ -\frac{n^2 A^2}{4(\tau-\xi)} \right] \right\} d\xi. \quad (21.1.12)$$

Дальнейшие исследования сводились к определению возможности использования вместо (21.1.12) простейшей зависимости типа

$$q(\tau) = k \Delta t(\tau), \quad (21.1.13)$$

где  $k$  – градуированный коэффициент.

Напомним, что (21.1.13) возможно применять, лишь при линейном изменении температуры по толщине датчика, но из-за инерции датчика

температур поле отступает от линейного закона изменения. Известно, что тепловую инерцию принято характеризовать параметром, равным времени экспозиции датчика, то есть промежутку времени, за которое неизменный во времени поток составит 0,67 от потока, поглощенного тепломером. Можно продолжить аналитический метод определения этого параметра, для чего достаточно рассмотреть первое слагаемое в правой части выражения (21.1.12)

$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{\lambda_1}{\sqrt{xxx}} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ 1 + \left( \frac{1-\aleph}{1+\aleph} \right)^n \exp \left( -\frac{n^2 A^2}{4\tau} \right) \right] \right\} \Delta t(\tau) = \\ = k(\tau) \Delta t(\tau). \quad (21.1.14)$$

Показано, что коэффициент  $k(\tau)$  в (21.1.14) спустя некоторое время  $\tau=\tau^*$  становится постоянным  $k \neq f(\tau)$  и равным тепловой проводимости датчика при любых законах изменения  $q(\tau)$ . Оказалось, что время установления  $k = \text{const}$  числено равно параметру тепловой инерции.

Второе слагаемое в правой части (21.1.12) может быть использовано для оценки погрешности расчета теплового потока по зависимости (21.1.13).

Для экспериментальной оценки этих выводов были созданы стенды с заданным изменением теплового потока, величина которого была известна. Было проведено большое количество опытов для различных законов изменения потока во времени. Из опытов следовало хорошее согласие между измеряемым и задаваемым потоками (погрешность порядка 3%) [4.81; 4.82].

## 21.2. Методические основы работы динамических калориметров

В конце 1950-х – начале 1960-х годов на кафедре были разработаны новые приборы – динамические калориметры. Они предназначались для измерения переменного во времени теплового потока, рассеиваемого источниками энергии различной (в том числе и биологической) природы. Описание этого метода приведено в работах Г.Н. Дульнева, Н.В. Пилипенко, Е.С. Платунова [4.8 - 4.10], а тепловая модель представлена на рис. 21.2.1. Она содержит камеру 1, оболочку 3 и изоляцию 4, причем оболочка отделена от камеры тонкой замкнутой воздушной прослойкой 2.

Рассмотрим теоретические основы метода измерения мощности  $P(\tau)$  помещенных внутри камеры источников. В общем случае она изменяется во времени по произвольному закону. Рассеиваемая источником энергия проходит через стенки камеры, нагревает их, затем переходит к оболочке и повышает ее температуру. Кроме того, на калориметрическое устройство могут действовать различные внешние тепловые помехи, например, изменение температуры  $t_{cp}(\tau)$  среды, окружающей калориметр, или появление теплового потока  $q(\tau)$  на внешней поверхности устройства. Внешние помехи приводят к появлению второй причины изменения температурного поля оболочки, а следовательно, и всего устройства.

Мощность источника  $P(\tau)$  энергии нагревает камеру 1 до температу-

ры  $t_k$ . Затем часть потока  $\frac{1}{F}(t_k - t_{ob})$  через зазор 2 передается от камеры к оболочке 3, разогревая ее до температуры  $t_{ob}$ , после чего рассеивается в окружающую среду с температурой  $t_{cp}$ , преодолевая изоляционный слой 4. На основе закона сохранения энергии уравнение этого процесса запишем в виде

$$P(\tau) = C_k \frac{dt_k}{d\tau} + \frac{1}{F}(t_k - t_{ob}(\tau)),$$

где  $C_k$  – полная теплоемкость камеры,  $F$  – тепловое сопротивление между оболочкой и средой.

Последнее уравнение можно представить в виде

$$P(\tau) = \frac{1}{mF} \frac{dt_k}{d\tau} + \frac{1}{F} [t_k(\tau) - t_{ob}(\tau)] \quad (21.2.1)$$

$$\text{где } m = \frac{kS_k}{C_k}, F = \frac{1}{kS_k},$$

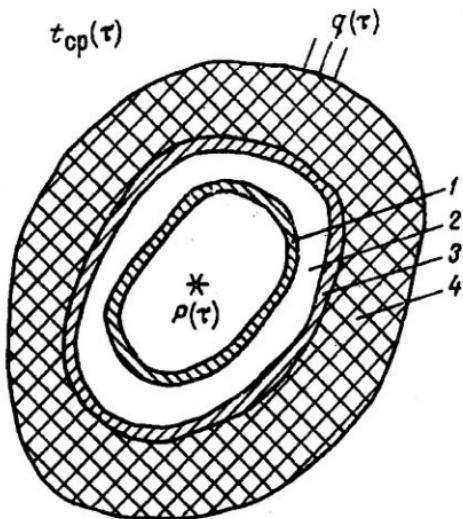


Рис. 21.2.1

$S_k$  – внешняя поверхность камеры,  $k$  – коэффициент теплопередачи от камеры до внешней среды.

Параметры  $m$  и  $F$  определяются экспериментально по следующей схеме. В камере располагается постоянный во времени нагреватель, который сначала включается, а затем выключается. При этом происходит охлаждение прибора, регистрируется изменение температуры  $t_k$  во времени и строится экспериментальная зависимость  $\ln(t_k - t_{ob}) = f(\tau)$ . Из этой зависимости определяется темп  $m$ :

$$m = -\frac{d \ln(t_1 - t_{ob})}{d\tau} = \frac{\ln t_1 - \ln t_2}{\tau_1 - \tau_2}.$$

Очевидно, он соответствует темпу охлаждения системы тел в регулярном тепловом режиме. Параметр  $F$  определяется в условиях стационарного режима и определяется формулой

$$F = \frac{t_k - t_{ob}}{P}.$$

Так как в уравнении (21.2.1) внешние помехи учтены, то они не должны оказывать влияния на результат измерения рассеиваемой объектом мощности  $P$ . Следовательно, любая величина внешних помех принципиально является допустимой. Однако погрешность определения мощности  $P$  оказывается различной при разном уровне и характере помех.

Для обоснования этого положения составим формулу погрешности определения мощности. При этом предположим, что систематические погрешности исключены или учтены соответствующими поправками, а случайные погрешности подчинены нормальному закону распределения:

$$\frac{\Delta P}{P} = \sqrt{\frac{a + bX^2 + cY^2}{(X + Y)^2}},$$

$$X = t_k(\tau) - t_{ob}(\tau), \quad Y = \frac{P}{m}.$$

Среднеквадратичная погрешность  $\Delta P$  для мощности определяется [4.86] выражением

$$\Delta P = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2 \Delta A^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial P}\right)^2 \Delta P^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2 \Delta B^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial(t_k - t_{ob})}\right]^2 \Delta(t_k - t_{ob})^2}, \quad (21.2.2)$$

$$\text{где } A = \frac{1}{mF}, \quad B = \frac{1}{F}, \quad \Pi = \frac{dt_k}{d\tau},$$

а вид функции  $f$  задан уравнением (21.2.1)

$$P = f(A, B, \Pi, t_k - t_{0\delta}).$$

Разделив обе части равенства (21.2.2) на значение  $P$  из (21.2.1),

получим выражение для среднеквадратичной погрешности  $\frac{\Delta P}{P}$  и вы-

числим производные, входящие в формулу (21.2.2). В результате полу-

чим следующее выражение для относительной среднеквадратичной по-

грешности  $\frac{\Delta P}{P}$ :

$$a = \frac{\Delta t_{k1} + \Delta t_{k2}}{m_2} + \Delta t^2_{k2} + \Delta t^2_{0\delta}, \quad b = \left( \frac{\Delta F}{F} \right)^2,$$

$$c = \frac{\Delta \tau^2_1 + \Delta \tau^2_2}{(\tau_1 + \tau_2)} + \left( \frac{\Delta m}{m} \right)^2 + \left( \frac{\Delta F}{F} \right)^2, \quad \Pi = \frac{t_{k2} - t_{k1}}{\tau_1 - \tau_2},$$

$$\frac{\Delta m}{m} = \sqrt{\frac{d_3 + d_4}{(\ln Q)^2} + K},$$

$$\text{где } d_j = \left[ \frac{\Delta t^2_k + \Delta t^2_{0\delta}}{t_k - t_{0\delta}} \right]_i, \quad i = 3, 4, c,$$

$$Q = \frac{(t_k - t_{0\delta})_3}{(t_k - t_{0\delta})_4}, \quad k = \frac{\Delta \tau^2_3 + \Delta \tau^2_4}{(\tau_4 - \tau_3)^2},$$

$$\frac{\Delta F}{F} = \sqrt{\left( \frac{\Delta P}{P} \right)^2 + d_c}. \quad (21.2.3)$$

Параметры  $a, b, c$  мало зависят от теплового режима камеры, оболочки и в первом приближении их можно считать постоянными величинами. Тогда изменение погрешности  $\frac{\Delta P}{P}$  в течение опыта связано только с измене-

нием величин  $X$  и  $Y$ , то есть с изменением теплового режима камеры и оболочки. На рис. 21.2.2 показаны зависимости погрешности от теплового режима, построенные по формуле (21.2.3) для одного из калориметров, описанных в [4.84].

Из формулы (21.2.3) следует, что погрешность  $\frac{\Delta P}{P}$  растет и при

$X/Y \rightarrow (-1)$  стремится к бесконечности, то есть

$$\lim_{x|y \rightarrow -1} \frac{\Delta P}{P} = \infty.$$

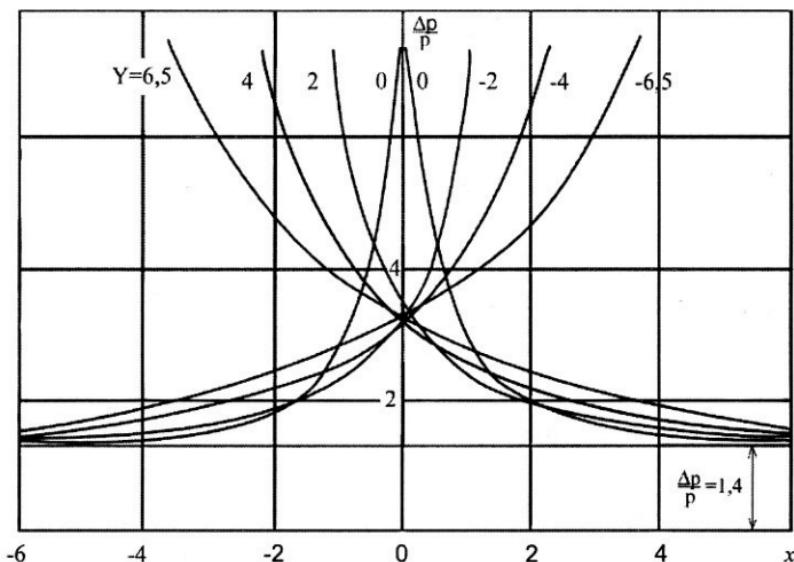


Рис. 21.2.2

Например, изменение  $X$  от 0 до 1 (рис. 21.2.2) при  $Y = -2$  вызывает повышение погрешности от 3,5 до 7% и при  $X = 2$  погрешность  $\frac{\Delta P}{P} = \infty$ .

Погрешность зависит также от класса точности применяемых измерительных приборов. На рис. 21.2.2 минимальная погрешность

$\frac{\Delta P}{P} = 1,4\%$  соответствует классу точности приборов 1,0. Пользуясь формулой (21.2.3), можно показать, что приборы класса точности 0,5 снижают погрешность измерения мощности до  $\frac{\Delta P}{P} = 0,8\%$ .

Итак, анализ формулы (21.2.3) позволяет утверждать, что погрешность определения мощности зависит от коэффициентов  $m$  и  $F$ , характеризующих конструкцию калориметра класса точности применяемых измерительных приборов, теплового режима камеры и оболочки.

## 21.3. Анализ теплового режима калориметрического устройства

При анализе теплового режима наложим следующие ограничения:

- тепловой поток  $q$  равномерно распределен по поверхности изоляции,
- изоляция может быть представлена в виде плоской стенки. Сформулируем закон сохранения энергии для различных частей калориметра.

Рассеиваемая объектом за время  $d\tau$  энергия подчиняется условию (21.2.1), то есть прошедшая через зазор энергия  $kS_k(t_k - t_{ob})d\tau$  изменяет энталпию оболочки  $C_{ob}dt_{ob}$  и рассеивается в изоляцию

$$\left( -\lambda_{uz} \frac{dt_{uz}}{dx} \Big|_{x=0} S_{ob} \right).$$

Из этого условия получаем

$$kS_k(t_k - t_{ob}) = C_{ob} \frac{dt_{ob}}{d\tau} - \lambda_{uz} \frac{dt_{uz}}{dx} \Big|_{x=0} S_{ob}. \quad (21.3.1)$$

Температурное поле в изоляции описывается уравнением Фурье. Последнее в силу допущения б) примет вид

$$\frac{\partial t_{uz}}{\partial \tau} = a_{uz} \frac{\partial^2 t_{uz}}{\partial x^2}. \quad (21.3.2)$$

Запишем условие на границе между изоляцией и внешней средой

$$-\lambda_{uz} \frac{dt_{uz}}{dx} \Big|_{x=1} = \alpha(t_{uz} - t_{cp})_{x=1} - q(\tau). \quad (21.3.3)$$

На границе между оболочкой и изоляцией должно выполняться условие

$$t_{uz} \Big|_{x=0} = t_{ob}, \quad (21.3.4)$$

где  $C_{ob}$  – теплоемкость оболочки;  $S_{ob}$  – ее поверхность;  $t_{uz}$  – температура изоляции;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи поверхности прибора;  $\lambda_{uz}$  – тепло- и температуропроводность изоляции.

Система уравнений (21.2.1), (21.3.1) – (21.3.4) является математической моделью калориметра. Решая эту систему уравнений при различных законах изменения  $P(\tau)$ ,  $q(\tau)$  и  $t_{cp}(\tau)$ , можно найти зависимости  $X(\tau) = t_k - t_{ob}$  и  $\Pi(\tau) = dt/d\tau$ , определяющие тепловой режим устройства. Однако точное решение этой системы уравнений связано с большими математическими трудностями, и поэтому для проектных расчетов упростим тепловую, а следовательно, и математическую модель калориметра.

Прежде всего предположим, что внешними тепловыми помехами являются только изменения температуры наружной среды; внешний тепловой поток  $q$  отсутствует. Далее для упрощения модели поступим следующим образом: теплоемкость  $C_{uz}$  изоляции отнесем к теплоемкости  $C_{ob}$  оболочки, а тепловое сопротивление  $R_{uz}$  изоляции сложим с ее внешним  $R_{bh} = (\alpha S_{uz})^{-1}$  тепловым сопротивлением, то есть

$$C = C_{uz} + C_{ob}, R = R_{uz} + R_{bh}. \quad (21.3.5)$$

Таким образом, от системы четырех тел (камера – зазор – оболочка – изоляция) перейдем к системе трех тел (камера – зазор – эффективная оболочка). Температурное поле этой системы описывается уравнениями

$$P = C_k \frac{dt_k}{d\tau} + \sigma_1(t_k - t_{ob}), \sigma_1 = kS_k, \quad (21.3.6)$$

$$\sigma_1(t_k - t_{ob}) = C \frac{dt_{ob}}{d\tau} + \frac{1}{R}(t_{ob} - t_{cp}). \quad (21.3.7)$$

Из уравнения (21.3.6) имеем

$$t_{ob} = t_k + \frac{C_k}{\sigma_1} \frac{dt_k}{d\tau} - \frac{P}{\sigma_1}. \quad (21.3.8)$$

Подставляя значение  $t_{ob}$  из (21.3.8) в уравнение (21.3.7), получим

$$\frac{dt_k^2}{d\tau^2} + d \frac{dt_k}{d\tau} + gt_k = f(\tau) + gt_{cp}(\tau). \quad (21.3.9)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$d = m_{ob} + m_k(1 + \beta), g = m_k m_{ob}, m_k = \frac{\sigma_k}{C_k},$$

$$f(\tau) = \frac{1}{C_k} \left[ \frac{dP}{d\tau} + (m_{ob} + \beta m_k)P \right], m_{ob} = \frac{\sigma}{C},$$

$$\beta = \frac{C_k}{C}, \sigma = \frac{1}{R}.$$

Как показано в [4.13], решение уравнения (21.3.9) при  $\lambda^2 = d^2 - 4g > 0$  имеет вид

$$t_k(\tau) = A_1 e^{-m_1 \tau} + A_2 e^{-m_2 \tau} + \frac{2}{\lambda} \int_c^\tau \varphi(u) e^{\frac{d}{2}(u-\tau)} \sin \frac{\lambda}{2}(\tau-u) du,$$

$$m_1 = 0,5(d + \lambda), m_2 = 0,5(d - \lambda), \lambda = \sqrt{[m_{ob} + (1 + \beta)m_k]^2 - 4m_k m_{ob}}. \quad (21.3.10)$$

$$\varphi(u) = f + gt_{cp}.$$

Если функция  $\varphi(u)$  задана, то из уравнений (21.3.8), (21.3.10) можно найти зависимости  $X(\tau)$  и  $Y(\tau) = P/m_k$ . Иными словами, при известных законах изменения мощности  $P(\tau)$  и температуры среды  $t_{cp}(\tau)$  можно определить тепловой режим устройства.

Приведем выражения, описывающие тепловой режим устройства в двух наиболее интересных для практики случаях, а именно периодическое изменение температуры внешней среды и, так называемый, температурный удар. При этом предположим, что мощность  $P$  расположенного в камере источника в обоих случаях постоянна.

**1. Периодическое изменение температуры внешней среды.** Пусть  $\vartheta_{cp} = t_{cp} - (t_{cp})_0 = A \cos \omega t$ ,  $\omega = 2\pi/T$ . Тогда из уравнений (21.3.8), (21.3.10) для моментов времени, удаленных от начального, имеем

$$X = PR_k + \frac{A \left[ \frac{\omega}{m_2} \cos \beta_2 \sin(\omega t - \beta_2) - \frac{\omega}{m_1} \cos \beta_1 \sin(\omega t - \beta_1) \right]}{\sqrt{(1 + R/R_k + R/R_k \beta)^2 - 4R/R_k \beta}},$$

$$Y = \frac{A \left[ \frac{\omega}{m_1} \cos \beta_1 \sin(\omega t - \beta_1) - \frac{\omega}{m_2} \cos \beta_2 \sin(\omega t - \beta_2) \right]}{\sqrt{(1 + R/R_k + R/R_k \beta)^2 - 4R/R_k \beta}},$$

$$R_k = \sigma_k^{-1}, \beta_1 = \arctg \frac{\omega}{m_1}, \beta_2 = \arctg \frac{\omega}{m_2}. \quad (21.3.11)$$

**2. Температурный удар.** Пусть в интервале времени  $0 \leq \tau \leq \tau_1$ , температура  $v_{cp}$  внешней среды постоянна и равна нулю. В какой-то момент времени  $\tau = \tau_1$ , температура среды внезапно изменяется и становится равной  $v_{cp}$ . При этом калориметрическое устройство испытывает температурный удар, что аналитически можно записать в виде

$$\vartheta_{cp} = \begin{cases} 0, & 0 \leq \tau \leq \tau_1, \\ \vartheta_{cp}, & \tau \geq \tau_1. \end{cases}$$

Тогда в любой момент времени тепловой режим устройства при  $0 \leq \tau \leq \tau_1$  можно определить по формулам

$$X(\tau) = PR_{\Pi} \left[ \frac{\sigma}{\sigma + \sigma_k} - \frac{m_{ob}}{\lambda} e^{-m_2 \lambda} \operatorname{sh} \frac{\lambda}{2} \tau - \right. \\ \left. - \frac{m_1 \sigma \left( e^{-m_1 \tau} - \frac{m_2}{m_1} e^{-m_2 \tau} \right)}{(m_1 - m_2)(\sigma + \sigma_k)} \right],$$

$$Y(\tau) = PR_{\Pi} \left[ \frac{m_{1\sigma}}{(m_1 - m_2)(\sigma + \sigma_k)} \left( e^{-m_1 \tau} - \frac{m_2}{m_1} e^{-m_2 \tau} \right) - \frac{m_{ob}}{\lambda} e^{-m_2 \lambda} \operatorname{sh} \frac{\lambda}{2} \tau \right].$$

Здесь введено дополнительное обозначение  $R_n = (\sigma + \sigma_k) / \sigma \sigma_k$ .  
При  $\tau \leq \tau_1$ , имеем

$$X(\tau) = \frac{P}{\sigma_k} - \frac{m_2}{m_1 - m_2} \left[ \vartheta_k - \vartheta_{ob} \Big|_{\tau=\tau_1} - \frac{m_1}{m_2} \vartheta_k \Big|_{\tau=\tau_1} - \frac{P}{\sigma_k} \right] \times$$

$$\times \left[ e^{-m_2(\tau-\tau_1)} - \frac{m_1}{m_2} e^{-m_1(\tau-\tau_1)} \right] + \frac{m_2}{m_k} \vartheta_k \Big|_{\tau=\tau_1} e^{-m_2(\tau-\tau_1)} -$$

$$- \frac{2m_{ob}}{m_2} (PR_{\Pi} + \vartheta'_{cp}) e^{-\frac{d}{2}(\tau-\tau_1)} \operatorname{sh} \frac{\lambda}{2} (\tau - \tau_1),$$

$$Y(\tau) = \frac{m_2}{m_1 - m_2} \left[ \vartheta_k - \vartheta_{ob} \Big|_{\tau=\tau_1} - \frac{m_2}{m_k} \vartheta_k \Big|_{\tau=\tau_1} - \frac{P}{\sigma_k} \right] \times$$

$$\times \left[ e^{-m_2(\tau-\tau_1)} - \frac{m_1}{m_2} e^{-m_1(\tau-\tau_1)} \right] - \frac{m_2}{m_k} g_k|_{\tau=\tau_1} e^{-m_2(\tau-\tau_1)} +$$

$$+ \frac{2m_{ob}}{m_2} (PR_{\Pi} + g'_{cp}) e^{-\frac{d}{2}(\tau-\tau_1)} \operatorname{sh} \frac{\lambda}{2} (\tau - \tau_1).$$

На рис. 21.3.1 приведены результаты расчета тепловых режимов динамического калориметра, разработанного на кафедре теплофизики ЛИТМО и предназначенного для исследования теплообмена теплокровных животных. На рис. 21.3.1, а показаны графики теплового режима и погрешности при периодическом изменении температуры среды, а на рис. 21.3.1, б – при температурном ударе.

Знание тепловых режимов позволило выбрать параметры камеры, оболочки и изоляции, при которых погрешность  $\Delta P/P$  определения мощности не превышает заданных значений.

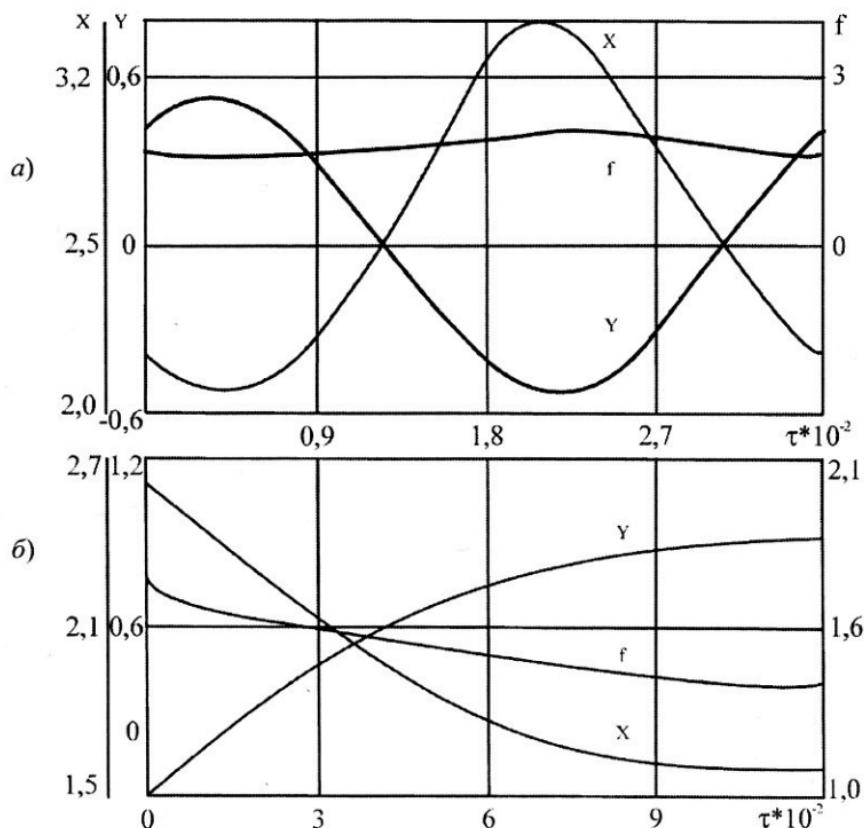


Рис. 21.3.1

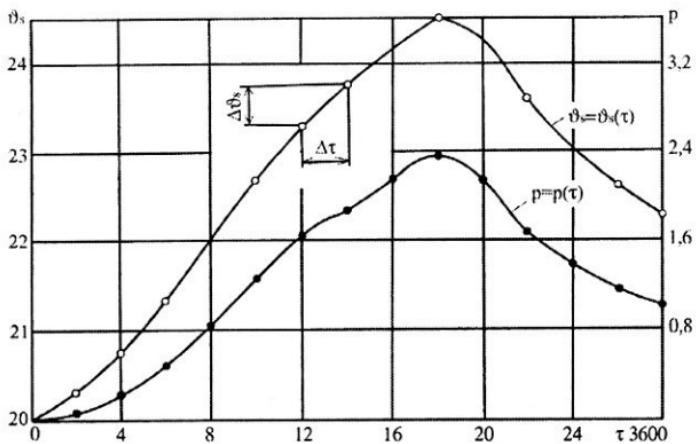


Рис. 21.4.1

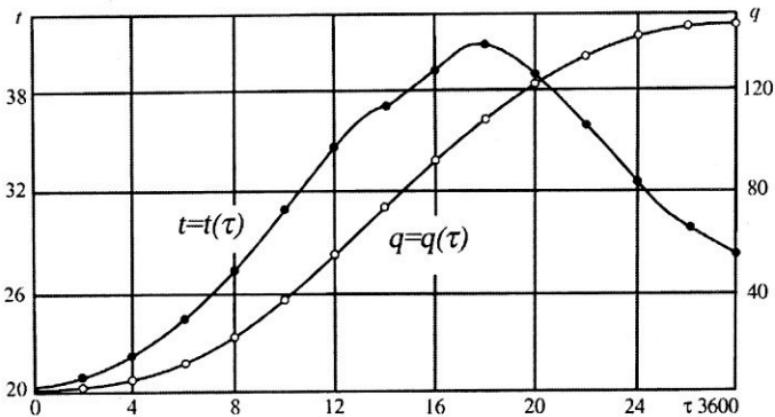


Рис. 21.4.2

В предложенном методе измеряются зависимости  $t(\tau)$ ,  $t_k(\tau)$ , и  $t_{06}(\tau)$ . Последние позволяют определить поток, рассеиваемый с поверхности кюветы

$$C \frac{dt}{d\tau} + P(\delta) = W(\tau)V.$$

Это, в свою очередь, позволяет вычислить удельную мощность гидратации  $W(\tau)$ . Последняя фигурирует в уравнении для расчета температурных полей в твердеющем бетоне [4.89].

## 21.5. Приборы (биокалориметры) при исследовании теплообмена теплокровных животных

История развития биокалориметрии отражена в монографии [4.90]. Из нее следует, что известные биокалориметры малопригодны для изучения гомойотермных (теплокровных) животных и человека. Необходимо было существенно расширить возможности прибора, а именно:

- создать для изучаемого объекта комфортные условия, то есть определенную температуру среды и ее вентиляцию;
- изменять температуру среды обитания, а также состав и условия газовой среды;
- регистрировать процессы в кинетике, то есть измерять теплорассеиваемые объекты за короткие промежутки в течение длительного времени.

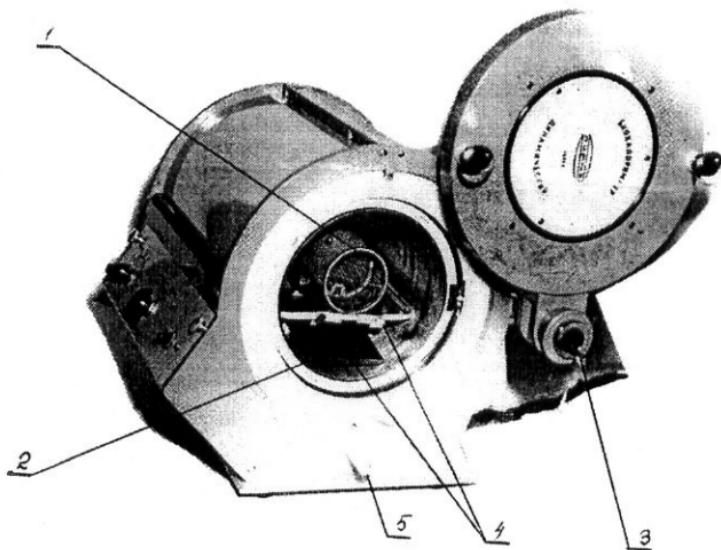


Рис. 21.5.1

На кафедре теплофизики ЛИТМО в 1958 году были разработаны методические основы и приборное оформление так называемых динамических биокалориметров – приборов, предназначенных для регистрации тепловых потоков биологических объектов. Теоретической основой этих приборов послужили исследования Г.Н. Дульнева [4.83, 4.84]. Идея метода описана в разделе 21.2, а приборное оформление выполнено группой сотрудников кафедры во главе с А.М. Миндлиным [4.91–4.93]. Развитие этих приборов в сотрудничестве с разными учреждениями физиологического профиля проводилось вплоть до 1975 г. в следующих направлениях:

- для исследования теплообмена человека в разные моменты времени (по заказу Всесоюзного института экспериментальной медицины);
- для животных (белки, крысы, хомяки (Ленинградский институт усовершенствования врачей им. С.М. Кирова, Институт медико-биологических проблем Министерства здравоохранения СССР), находящихся как в нормальных, так и в специальных условиях (длительная гипокинезия, повышенная гравитация или невесомость);
- приборы для измерения тепловых потерь различных участков тела теплокровных животных, например, ушей кроликов (Институт физиологии им И.П. Павлова).

Опишем один из приборов, предназначенных для исследования животных, находящихся в нормальных и специальных условиях при воздействии на калориметр внешних тепловых помех. Внешний вид прибора показан на рис. 21.5.1, а конструктивное оформление – на рис. 21.5.2.

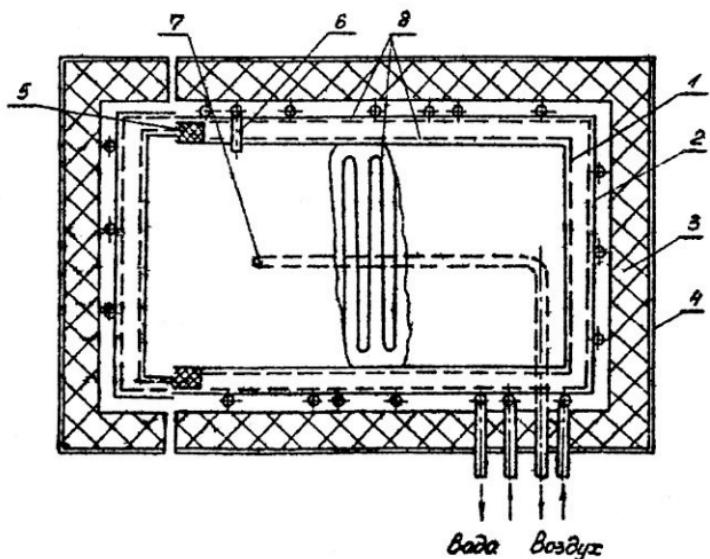


Рис. 21.5.2

Прибор имеет настольное оформление и состоит (рис. 21.5.1) из камеры 1, оболочки 2, изоляции 3 и корпуса 4. Между корпусом и крышкой цилиндрической камеры выполнена по боковой кромке корпуса П-образная рамка с вложенной в нее резиновой изоляцией 5. В камере устанавливается клетка с объектом исследования и поддон для сбора выделений животного и система терmostатирования. По условиям опыта температура оболочки может регулироваться с помощью жидкости, протекающей через трубы 6 и 7. Температура регистрируется с помощью медных термометров сопротивле-

ния. Для измерения температуры различных участков тела животных предусмотрены шесть медно-константановых термопар.

При исследовании биологических объектов осуществлялась вентиляция камеры, обеспечивались требуемая температура окружающей объект среды и возможность проведения измерений при различном давлении и различном составе газовой среды.

Например, при определении теплопродукции животных методами прямой и непрямой калориметрии (по определению химического состава газовой среды) необходимо очищать поступающий в камеру воздух от углекислоты и паров воды и вести анализ газовой среды на входе и выходе камеры калориметра [4.9, 4.10].

В биокалориметрах из-за вентиляции камеры часть энергии расходуется на изменения энталпии воздуха, поэтому уравнение (21.2.1) принимает вид

$$P(F) = \frac{1}{mF} \frac{dt_k}{a\sqrt{c}} + \frac{1}{F} [t_k(\tau) - t_{0\delta}(\tau)] + G_p C_p [t'_e(\tau) - t_b''(\tau)],$$

где  $G$ ,  $C_p$ ,  $t'_e$ ,  $t_b''$  – массовый расход воздуха, удельная теплоемкость и среднемассовые температуры на входе и выходе.

Как известно, среди различных раздражителей в физиологии наибольшее значение имеют термические воздействия. В то же время исследования теплообмена у животных в условиях температурных перепадов, различных параметров газовой среды и гравитационных воздействий весьма затруднительны. Поэтому с описанным прибором были проведены контрольные опыты без участия животных, но в условиях, близких к тем, которые наблюдаются с их участием. При этом мощность и внешние помехи изменялись во времени по различным законам. Среднеквадратичная погрешность измерений мощности тепловых потерь не превышала 2%.

Рассматриваемые биокалориметры позволили исследовать теплообмен и терморегуляторные реакции организма при заданной температуре окружающей среды, которая может регулироваться в широких пределах и изменяться в течение опыта по заданной программе. Эти измерения могут проводиться при различном газовом составе и давлении среды [4.91 – 4.94].

- 4.1. Краус М., Волини Э. Измерительные информационные системы. - М.: Мир, 1975.-312 с.
- 4.2. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений.- Л.: Энергоатомиздат, 1985.- 248 с.
- 4.3. Преображенский В. П. Теплотехнические измерения и приборы.- М.: Энергия, 1978.- 704 с.
- 4.4. Шашков А. Г. Системно-структурный анализ процесса теплообмена и его применение. -М. : Энергоатомиздат, 1983. -280 с.
- 4.5. Температурные измерения.Справочник // Геращенко О.А., Гордов А.Н., Лах В.И., Стаднык Б.И., Ярышев Н.А.-Киев.: Наукова думка, 1984.- 496с. Дополненное и переработанное издание, 1989.-704 с.
- 4.6. Ярышев Н. А. Теоретические основы измерения нестационарных температур.- Л.: Энергия, 1967.- 300 с.
- 4.7. Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи.- М.: Энергия, 1977.- 344 с.
- 4.8. Дульнев Г. Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре: Учебник для вузов.- М.: Высш.шк., 1984.-247 с.
- 4.9. Лыков А. В. Теория теплопроводности.- М.: Высшая шк., 1967. – 599 с.
- 4.10. Ярышев Н. А., Андреева Л. Б. Тепловой расчет термостатов. – Л.: Энергоатомиздат, 1984.- 176 с.
- 4.11. Гордов А. Н. Основы пиromетрии.- М.: Металлургия, 1971.- 447 с.

4.12. Кондратьев Г. М. Регулярный тепловой режим. М.: Гостехиздат, 1954.–

408 с.

4.13. Кондратьев Г. М. Термовые измерения.- Л.: Машгиз, 1957.- 240 с.

4.14. Линевег Ф. Измерение температур в технике: Справочник / Пер. с нем.-  
М.: Металлургия, 1980.– 544 с.

4.15. Точность контактных методов измерения температуры. Гордов А. Н.,  
Малков Я. В., Эргардт Н. Н., Ярышев Н.А. – М.: Изд-во стандартов, 1976.– 232с.

4.16. Домрачева Л. С. Синтез систем измерения нестационарных темпера-  
тур газовых потоков. М.: Машиностроение, 1987. – 224 с.

4.17. Петунин А. Н. Измерение параметров газового потока.– М.: Машино-  
строение, 1974.– 260 с.

4.18. Hofmann D. Dynamische temperaturmessung.– Berlin: –TEB Verlag  
Technik. 1976. – 328 с.

4.19. Фандеев Е. И., Луцаев Г. А., Карчков В. А. Специальные термометры  
с термопреобразователями сопротивления. М.: Энергоатомиздат, 1987.– 96с.

4.20. Пинчевский А. Д. Оптимизация динамических характеристик тер-  
мопреобразователей погружения. М. : Изд-во стандартов, 1988.– 64 с.

4.21. Венгеровский Л. В., Вайнштейн А. Х. Системы терmostатирования  
в радиоэлектронике. Л.: Энергия, 1969.

4.22. Володин Ю.Г., Малюков Г.В. Конструирование систем терморегулиро-  
вания подвижных радиоэлектронных комплексов. М.: Сов. радио, 1977.

4.23. Волохов В. А., Хрычиков Э. Е., Киселев В. И. Системы охлаждения  
теплонагруженных радиоэлектронных приборов. М.: Сов. радио, 1975.

4.24. Ингberman М. И., Фромберг Э. М., Грабой Л. П. Терmostатирование  
в технике связи. М.: Связь, 1979.

4.25. Кеймак М. Я. Защита радиоэлектронной аппаратуры от тепловых воз-

действий. М.: Сов. радио, 1971.

4.26. Кейн В. М. Конструирование терморегуляторов.- М.: Сов. радио, 1971.

4.27. Сергеев С. А. Двухпозиционное регулирование тепловых процессов с распределенными параметрами. М.: Энергия, 1975.

4.28. Справочник конструктора РЭА: Общие принципы. Конструирование // Под ред. Р. Г. Варламова. М.: Сов. радио, 1980.

4.29. Андреева Л. Б. Стационарные температурные поля в оболочках при неравномерном размещении источников нагрева//Труды ЛИТМО, 1972. Вып. 70.

4.30. Ярышев Н. А., Манжикова С. Ц., Заровная Н.Н. Тепловые потоки в одномерном объекте при комплексных тепловых воздействиях // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТРТО, 1977. Вып. 3.

4.31. Андреева Л.Б. Исследование тепловых режимов терmostатирующих устройств. Автореф. дис. ...канд. техн. наук. Л.: ЛИТМО, 1972.

4.32. Манжикова С.Ц. Методы расчета тепловых режимов терmostатов с тепловыделяющими объектами. Автореф. дис. ...канд. техн. наук. Л.: ЛИТМО, 1975.

4.33. Горохов С.М. Анализ динамики теплообмена проточных систем терmostабилизации тепловыделяющих объектов. Автореф. дис. ...канд. техн. наук. Л.: ЛИТМО, 1978.

4.34. Андреева Л.Б., Ярышев Н.А. К расчету процесса тепло- и массообмена в терmostатах с кристаллическим теплоносителем // Изв. вузов. Приборостроение, 1969. Т. 12. № 7. С. 76-81.

4.35. Ярышев Н. А., Махновецкий А.С. О погрешностях измерения нестационарных поверхностных температур // Изв. вузов. Приборостроение, 1960. Т. 3.

4.36. Минкина В. Измерение высокой стационарной температуры методами экстраполяций показаний переходной характеристики преобразователей. Авто-  
430

реф. дис. ...доктора. техн. наук. Львов: Львовский политехнический университет, 1995.

4.37. Минкина В., Ярышев Н.А. Моделирование динамики термопреобразователей с учетом нелинейности процесса теплообмена // Изв. вузов. Приборостроение, 1994. Т. 37. № 1. С. 87-90; Т. 37. №2. С. 75-78.

4.38. Заровная Н.Н. Методы расчета систематических погрешностей и динамических характеристик измерительных преобразователей температуры поверхности. Автореф. дис. ...канд. техн. наук. Л.: ЛИТМО, 1984.

4.39. Ярышев Н.А., Заровная Н.Н. Влияние локального нагрева на температуру поверхности тела // Изв. вузов. Приборостроение, 1981. Т. 23. № 11. С. 87-92.

4.40. Уточкин С.В. Методы расчета динамических характеристик преобразователей теплового потока. Автореф. дис. ...канд. техн. наук. Л.: ЛИТМО, 1986.

4.41. Ярышев Н.А., Уточкин С.В. Динамические свойства измерителей теплового потока типа вспомогательной стенки // Изв. вузов. Приборостроение, 1978. Т. 21. № 7. С. 113-118.

4.42. Ярышев Н.А., Заровная Н.Н., Шугаева Т.В. Динамика теплообмена естественного тепломера. Изв. вузов. Приборостроение, 1986. Т. 29. № 8. С.85-90.

4.43. Минин О.В. Разработка и исследование методов восстановления температуры и сравнительного определения термостойкости материалов при интенсивном нагреве. Автореф. дис. ...канд. техн. наук. ЛИТМО, Л., 1978.

4.44. Минин О.В., Ярышев Н.А. Восстановление температурного поля в твердом теле по ограниченному числу измерений // ИФЖ. 1969. Т. 17. № 3.

4.45. Залетнев А.Ф. Исследование теплогидравлических процессов при поверхностном кипении воды в трубах теплообменных аппаратов. Автореф. дис. ...канд. техн. наук. Л.: ЛИТМО, 1978.

4.46. Дульнев Г.Н., Коренев П.А., Шарков А.В. Синтез терmostатирующих

устройств. 1—Базовая модель термостата // ИФЖ. 1986. Т. 51. № 3.

4.47. Дульнев Г.Н., Беляков А.П. Тепловые трубы в электронных системах стабилизации температуры. М.: Радио и связь, 1985. – 95 с.

4.48. Дульнев Г.Н., Егоров В.И., Парфенов В.Г. Математическая модель термостата и его численная реализация // ИФЖ. 1980. Т. 38. № 6. С. 1099-1105.

4.49. Дульнев Г.Н., Сигалов А.В. // ИФЖ. 1983. Т. 45. № 4. С. 651-656.

4.50. Дульнев Г.Н., Коренев П.А., Синтез терmostатирующих устройств.2-Математические модели // ИФЖ. 1986. Т. 51. № 4.

4.51. Дульнев Г.Н., Коренев П.А., Сигалов А.В., Салунин А.Н. Синтез терmostатирующих устройств.3-Минимизация погрешности терmostатирования // ИФЖ. 1986. Т. 51. № 5. С. 774-780.

4.52. Дульнев Г.Н., Польщиков Б.В., Коренев П.А. Тепловая модель термостата для электрооптических элементов при различных способах отвода тепла // Изв. вузов. Приборостроение, 1978. Т. 21. № 6.

4.53. Шарков А.В., Кораблев В.А., Савинцева Л.А., Паракуда С.Е. Терmostабилизация твердотельных лазеров // Труды третьего международного форума по тепло- и массообмену. Минск, 1986.

4.54. Шарков А.В., Кораблев В.А., Савинцева Л.А., Брусницин П.С. Обеспечение терmostабильности твердотельных лазеров // Труды международной конференции «Прикладная оптика-96». СПб.: СПб ГИТМО (ТУ), 1996.

4.55. Брусницин П.С., Кораблев В.А., Савинцева Л.А., Шарков А.В. Методы и системы терmostабилизации твердотельных лазеров // Труды международной конференции «Прикладная оптика-96». СПб., 1996.

4.56. Савинцева Л.А., Шарков А.В. Тепловой режим малогабаритных кванtronов твердотельных лазеров с кондуктивным охлаждением // Юбилейная научно-техническая конференция профессорско-преподавательского состава. Те-