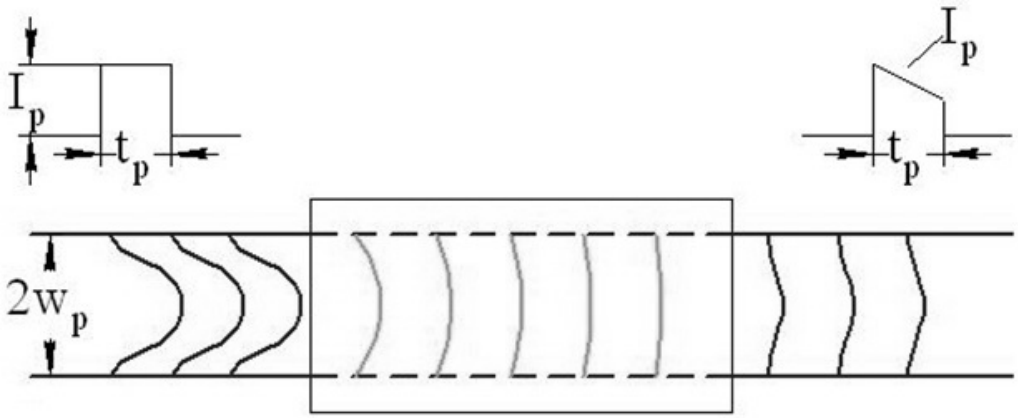
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Применение пакета Mathcad в задачах оптики лазеров

В.В. Назаров, В.Ю. Храмов

ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА MATHCAD В ЗАДАЧАХ ОПТИКИ ЛАЗЕРОВ



Санкт-Петербург
2015

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

В.В. Назаров, В.Ю. Храмов

ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА MATHCAD В ЗАДАЧАХ ОПТИКИ ЛАЗЕРОВ

Учебное пособие

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург

2015

В.В. Назаров, В.Ю. Храмов Применение пакета Mathcad в задачах оптики лазеров. Учебное пособие. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2015. – 66 с.

В учебном пособии изложены вопросы, связанные с процессами генерации излучения в твердотельных лазерных системах, моделированием градиентных оптических элементов, исследованием пространственных характеристик излучения твердотельных лазеров.

Учебное пособие предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии».

Рекомендовано к печати на заседании Ученого Совета факультета Лазерной и световой инженерии 13 октября 2015 г. протокол № 10.

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Данное учебное пособие посвящено проблемам моделирования взаимодействия лазерного излучения с активными средами и оптическими элементами твердотельных лазеров, включая диэлектрические градиентные зеркала. Особое внимание уделено изучению влияния оптических неоднородностей на угловые характеристики излучения твердотельных лазеров

В первой части пособия рассмотрены процессы лазерной генерации с использованием "точечной модели" твердотельного лазера, основанной на применении системы балансных уравнений, а также процессы распространения лазерного излучения в резонансно-усиливающих и резонансно-поглощающих средах. Представленные в этой, а также последующих частях, примеры задач лазерной оптики могут быть решены студентами самостоятельно с применением математического пакета Mathcad. В материалы каждой задачи включены варианты заданий для самостоятельной работы студентов.

Вторая часть пособия посвящена моделированию воздействия оптических неоднородностей на угловые характеристики лазерного излучения. В первом подразделе второй части рассмотрены вопросы моделирования амплитудно-фазового отклика диэлектрических градиентных зеркал, применяемых в резонаторах твердотельных лазеров. Приведенные во второй части пособия задачи связанны с исследованием теплового режима цилиндрических активных элементов твердотельных лазеров в условиях ламповой накачки, а также изучается влияние термооптических неоднородностей активных элементов на пространственные характеристики излучения лазеров с неустойчивыми резонаторами. Подробно рассмотрены задачи, связанные с влиянием тепловой линзы в активных элементах на угловые характеристики одномодового и многомодового излучения твердотельных лазеров с устойчивыми резонаторами.

Данное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии».

1 Моделирование лазерных систем с учетом взаимодействия излучения с активными средами

1.1 Исследование двухуровневнего одномодового лазера в режимах свободной генерации и модулированной добротности

Краткие сведения из теории

Система уравнений баланса двухуровневой модели одномодового лазера может быть записана с использованием безразмерных переменных m (плотность фотонов в резонаторе лазера) и u (плотность инверсной населенности) в виде [1]:

$$\dot{m} = Gm(u-1), \tag{1.1}$$

$$\dot{u} = \alpha - u(m+1). \tag{1.2}$$

$t' = \dfrac{t}{T_1}$ – безразмерное время, $G = \dfrac{T_1}{t_c}$, T_1 – время жизни верхнего лазерного уровня, t_c – время жизни фотона в резонаторе, $U = \dfrac{U}{U_{пор}}$ – относительная инверсная населенность, $\alpha = \dfrac{U_0}{U_{пор}}$ – безразмерный параметр накачки $U_{пор}$ – пороговое значение инверсной населенности

Исследование свойств данной системы балансных уравнений, описывающих свойства одномодового лазера, предполагает нахождение стационарных решений системы, а затем определение типа устойчивости решений при различных параметрах системы. Стационарные состояния системы находятся из условия $\dot{m} = \dot{u} = 0$:

$$u_A = \alpha;\ m_A = 0; \tag{1.3}$$

$$u_B = 1;\ m_B = \alpha - 1. \tag{1.4}$$

Стационарному состоянию A отвечает случай отсутствия поля в резонаторе, т.е. состояние отсутствия колебаний. Второму стационарному состоянию B соответствует режим автоколебаний.

Для выяснения типа особых точек обычно применяется методика линеаризации исходной нелинейной системы уравнений в окрестности каждой из особых точек. Линеаризация состоит в замене переменных $u = u_{A,B} + \Delta u$, $m = m_{A,B} + \Delta m$ и пренебрежении всеми нелинейными членами в получившихся уравнениях. В общем случае мы получим линейную систему уравнений:

$$\Delta \dot{m} = a\Delta m + b\Delta u\,, \qquad (1.5)$$

$$\Delta \dot{u} = c\Delta m + b\Delta u\,. \qquad (1.6)$$

Решение $\Delta m(\tau)$ и $\Delta u(\tau)$ этой системы ищем в виде

$$\Delta m(\tau) = c_1\, exp(p_1\tau) + c_2\, exp(p_2\tau), \qquad (1.7)$$

где p_1 и p_2 – корни характеристического уравнения

$$p^2 - p(a+d) + (ad - bc) = 0\,. \qquad (1.8)$$

Возможны шесть качественно разных ситуаций, соответствующих разным типам особых точек:

1. Устойчивый узел – корни p_1 и p_2 вещественные и отрицательные.

2. Неустойчивый узел – корни p_1 и p_2 вещественные и положительные.

3. Седло – корни p_1 и p_2 вещественные и имеют разные знаки.

4. Устойчивый фокус – корни p_1 и p_2 комплексные с отрицательной вещественной частью.

5. Неустойчивый фокус – корни p_1 и p_2 комплексные с положительной вещественной частью.

6. Центр – корни p_1 и p_2 чисто мнимые.

В окрестности равновесия A справедливы линеаризованные уравнения:

$$\Delta \dot{m} = G(\alpha - 1)\Delta m\,, \qquad (1.9)$$

$$\Delta \dot{u} = -\alpha\Delta m - \Delta u\,. \qquad (1.10)$$

Один из корней $p_1 = -1$ (отрицателен), а знак второго зависит от величины α. При $\alpha < 1$ (слабая накачка) корень $p_2 < 0$ и особая точка оказывается устойчивым узлом. При $\alpha > 1$ знак p_2 меняется, и особая точка становится седлом, а стационарное состояние перестает быть устойчивым. Неравенство $\alpha > 1$ выражает условие самовозбуждения генератора.

В окрестности точки B линеаризованное уравнение имеет следующий вид:

$$\Delta\dot{m} = G(\alpha - 1)\Delta u \qquad (1.11)$$

$$\Delta\dot{u} = -\Delta m - \alpha\Delta u\,. \qquad (1.12)$$

Соответствующее характеристическое уравнение обладает решениями

$$p_{1,2} = -\frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} - G(\alpha - 1)}\,. \qquad (1.13)$$

Стационарное состояние B имеет смысл рассматривать при выполнении условия самовозбуждения, т.е. при $\alpha > 1$.

При $\alpha^2 - 4G(\alpha - 1) > 0$ особая точка является устойчивым узлом. При $\alpha^2 - 4G(\alpha - 1) < 0$ – точка B – устойчивый фокус.

Для твердотельных лазеров $G \sim 10^3 \div 10^5$, поэтому особая точка B будет фокусом, и система уравнений будет описывать затухающие колебания интенсивности излучения около стационарного уровня m_B с частотой

$$\Omega_0 = \sqrt{G(\alpha - 1)} \qquad (1.14)$$

и декрементом затухания $\theta = -\dfrac{\alpha}{2}$.

Переходные процессы в лазере можно исследовать, применяя уравнение фазовых траекторий лазера:

$$\frac{dm}{du} = G\frac{(u-1)m}{\alpha - (m+1)u}\,. \qquad (1.15)$$

Параметр $G >> 1$ для твердотельных лазеров, поэтому наклон фазовых траекторий велик на всей плоскости, за исключением областей, примыкающих к прямым:

$$u = 1,\ m = 0. \qquad (1.16)$$

Прямые являются горизонтально расположенными изоклинами, т.к. наклон фазовых траекторий на этих прямых одинаков и равен нулю ($dm/dn = 0$). Изоклина с вертикальным расположением касательных определяется уравнением

$$m = \frac{\alpha}{n} - 1, \qquad (1.17)$$

вытекающим из условия $dm/dn = \infty$. Структура фазовых траекторий лазера при $\alpha > 1$ изображена на рис.1.1

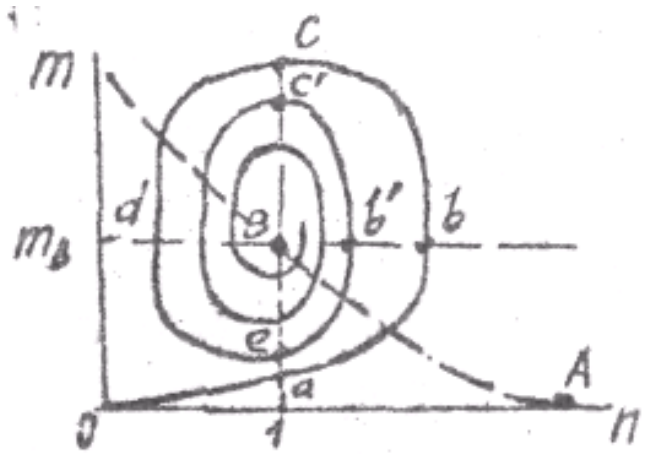


Рис.1.1 Структура фазовых траекторий лазера при $\alpha > 1$

При большой величине параметра G фазовые траектории удается разбить на участки с медленным и быстрым движением. Подобное разбиение несправедливо вблизи особых точек A и B, но там реализуется линейное приближение. Изображающая точка (т.е. точка, имеющая координаты m и n, удовлетворяющие решению нелинейного уравнения (1.15)) будет медленно проходить нижние, близкие к оси абсцисс отрезки траекторий, т.к. на них $dm/d\tau \approx 0$ и скорость движения определяется исключительно параметром накачки α. Эти участки называют интервалами накачки. Участки траекторий, на которых скорость индуцированного излучения значительно превышает скорость накачки, изображающая точка проходит с высокой скоростью. Эти участки фазовых траекторий называются интервалами излучения.

Фазовые траектории на рис.1.1 имеют вид спиралей, медленно накручивающихся на особую точку B. Один оборот спирали соответствует пичку в излучении. Минимуму и максимуму

интенсивности излучения отвечает одна и та же разность населенностей $U = 1$.

В условиях свободной генерации изменения разности населенностей ограничены небольшими пределами $|U - 1| << 1$. При отсутствии генерации $m << 1$ и можно записать уравнение (1.2) в виде

$$\dot{u} = \alpha - u. \qquad (1.18)$$

Решение (1.18) очевидно: $U = \alpha + (U_0 - \alpha) exp(-\tau)$. (1.19)

Время, за которое U изменяется от $U_0 = 1$ до U_{max}, мало по сравнению с единицей, поэтому $exp(-\tau) = 1 - \tau$ и уравнение (1.19) сводится к

$$\Delta U = U - 1 = (\alpha - 1)\tau. \qquad (1.20)$$

Как видно из уравнения (1.20), увеличение инверсной населенности над пороговым уровнем происходит по линейному закону. Поэтому этот этап развития генерации принято называть линейным. На рис.1.1 линейному этапу соответствует участок фазовой траектории ab.

Закон нарастания поля на линейном этапе можно представить в виде

$$m = m_H \, exp\left[\frac{1}{2} G(\alpha - 1)\tau^2\right], \qquad (1.21)$$

где m_H – начальное значение интенсивности поля при $U = 1$.

Максимальную разность населенностей ΔU_{max} в лазере можно оценить по формуле

$$\Delta U_{max} = \sqrt{\frac{2}{G}(\alpha - 1) ln \frac{m_B}{m_H}} = \sqrt{\frac{2}{G}(\alpha - 1) ln \frac{\alpha - 1}{m_H}}, \qquad (1.22)$$

приближенно считая, что ΔU_{max} соответствует точке $b(m \approx m_B)$.

Максимальное значение интенсивности поля определяется выражением:

$$. \qquad m_{max} \approx G \frac{U_{max}^2}{2} = (\alpha - 1) ln \frac{\alpha - 1}{m_H} \qquad (1.23)$$

Интересно отметить, что с ростом начального поля m_H величина m_{max} уменьшается, поэтому наибольшую амплитуду будет иметь первый пичок генерации. Длительность пичка генерации τ_p, определенную как время движения изображающей точки по траектории между значениями $m = m_B$, можно также определить следующим образом:

$$\tau_p = \frac{2}{G\Delta U_{max}} ln \frac{2G\Delta U_{max}^2}{\alpha - 1}$$

$$\text{или} \quad \tau_p = \sqrt{\frac{2}{G(\alpha - 1) ln \frac{\alpha - 1}{m_H}}} ln\left(4 ln \frac{\alpha - 1}{m_H}\right). \qquad (1.24)$$

Интервал времени между пичками τ_0 находится из формулы (1.20):

$$\tau_0 = \frac{2\Delta U_{max}}{\alpha - 1}. \qquad (1.25)$$

Величина интенсивности поля в момент достижения порога генерации m_H может быть найдена только в случае учета в системе балансных уравнений спонтанного излучения. Уравнение для $\dot{m}$ при учете спонтанного излучения может быть записано в виде

$$\dot{m} = Gm(n - 1) + G\varepsilon(U + U_\Sigma), \qquad (1.26)$$

где $\varepsilon = \frac{\beta B T_1}{2} = \frac{2\pi\beta\omega T_1 T_2 \mu^2 \xi}{\hbar V_s}$, U_Σ – суммарная относительная доля активных центров на обоих рабочих уровнях системы.

Для величины m_H справедливо следующее выражение

$$m_H \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}}(U_\Sigma + 1)\varepsilon\sqrt{\frac{G}{\alpha - 1}}. \qquad (1.27)$$

<u>Цель работы</u>: Изучение динамики генерации, временных и энергетических характеристик излучения твердотельного лазера, работающего в режимах свободной генерации (СГ) и модулированной добротности (МД)

Задание к лабораторной работе

1. Изучить влияние параметров лазера на характер фазовых траекторий в режиме свободной генерации (начальное значение инверсии $u1=0$) при отсутствии потерь в резонаторе (коэффициент потерь равен $\gamma=0$). Определить энергию генерации, характерную пиковую мощность и характерный период следования пичков свободной генерации. При проведении расчетов интервал времени "tf" выбрать из диапазона значений 3-10 в зависимости от условий генерации. Значение параметра накачки "a" выбрать в соответствии с вариантом исходных данных.

2. Исследовать энергетические и временные параметры импульса лазерной генерации при мгновенном включении модулятора добротности (влиянием накачки пренебречь: $a=0$). Определить энергию, пиковую мощность и длительность моноимпульса, время развития генерации. При проведении расчетов интервал времени "tf" выбрать из диапазона значений 0.001-0.1в зависимости от условий генерации. Значение начальной инверсии "$u1$" выбрать в соответствии с вариантом исходных данных.

Характерный вид фазовой траектории и зависимость плотности фотонов в резонаторе от времени, соответствующие режиму свободной генерации, представлены на рис. 1.2 и 1.3.

Обозначения переменных в программе:

G – g-параметр, a – параметр накачки
γ – коэффициент диссипативных потерь
$u1$ – начальная инверсия, $tf=t/T_1$ – расчетный интервал времени

Содержание отчета

1. Постановка задачи с указанием набора расчетных параметров, соответствующих варианту исходных данных

2. Полученные результаты численных расчетов: временные и энергетические характеристики лазерной генерации в режимах свободной генерации имодулированной добротности.

3. Выводы по результатам проведенных численных расчетов

Таблица 1.1 Варианты исходных данных

№	Параметр G, отн.ед.	Параметр накачки α, отн.ед.	Начальная инверсия $u1$ отн. ед.
1	10^3	1.5	1.5
2	10^4	2	2
3	10^3	2.5	3
4	10^4	3	4
5	10^3	4	5
6	10^4	1.5	1.5
7	10^3	2	2
8	10^4	2.5	3
9	10^3	3	4
10	10^4	4	5
11	10^3	2.0	2.5
12	10^4	2.5	3.5
13	10^3	3	4
14	10^4	4.5	5.5
15	10^3	1.5	1.5
16	10^4	2	2
17	10^3	2	3
18	10^4	2.5	4.5
19	10^3	3	3
20	10^4	4	4
21	10^3	1.5	5
22	10^4	2.5	1.5
23	10^3	3	2.5
24	10^4	4	3.5
25	10^3	1.5	4
26	10^4	2	5
27	10^3	2.5	2.5
28	10^4	3.5	3.5
29	10^3	4	4.5
30	10^4	2	5.5

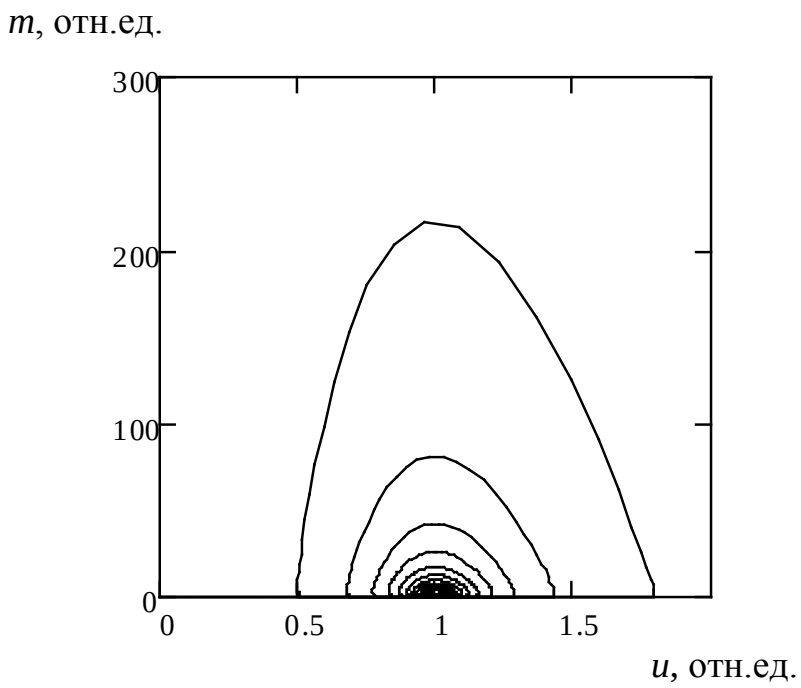


Рис. 1.2 Фазовая траектория лазера в режиме свободной генерации (*m*-плотность фотонов в резонаторе, *u*-плотность инверсной населенности)

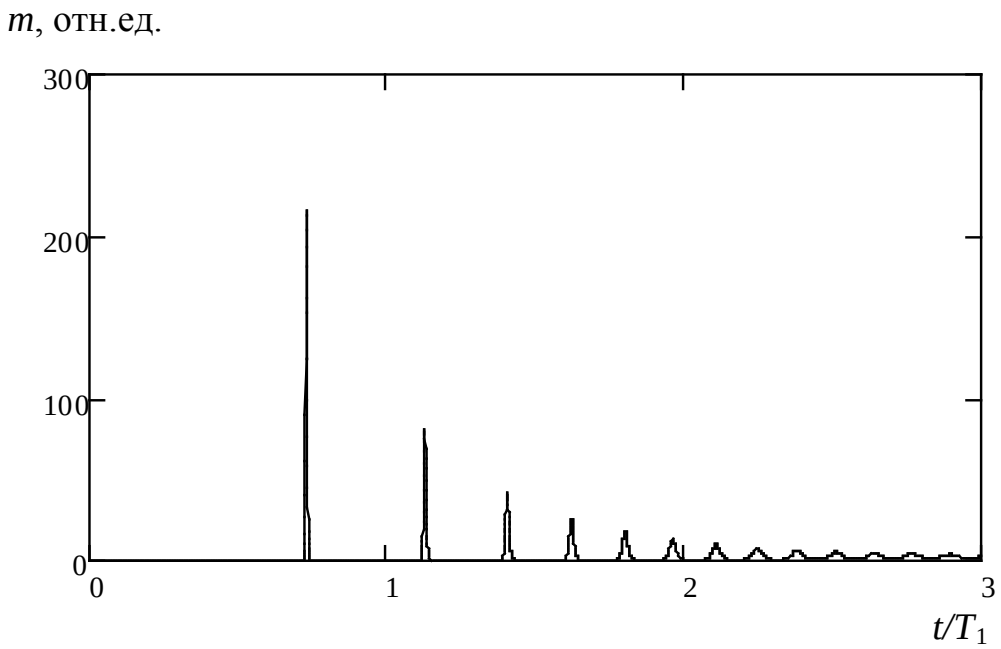


Рис. 1.3 Зависимость плотности фотонов в резонаторе от времени в режиме свободной генерации

1.2 Исследование режима свободной генерации лазеров на базе активированных ионами эрбия лазерных кристаллов в условиях диодной накачки

Цель работы: Провести исследования энергетических параметров излучения свободной генерации лазера. Исследование зависимости энергетических параметров лазерной генерации от энергии и длительности импульса накачки.

Краткие сведения из теории

Для исследования генерационных характеристик эрбиевых лазеров воспользуемся многоуровневой моделью твердотельного лазера с селективной накачкой, основанная на системе балансных уравнений, описывающей многоуровневую эрбиевую активную среду [2]. В качестве примера рассмотрим пятиуровневую модель твердотельного лазера Er:YAG. Система балансных уравнений, описывающая динамику генерации лазера состоит из 5 дифференциальных уравнений и приведена ниже.

$$\begin{aligned}
&\frac{dS}{dt} = c \cdot [\sigma_1 S \cdot (\alpha \cdot n_2 - \beta \cdot n_1)] - \frac{S}{tr(t)} \\
&\frac{dn_1}{dt} = [\sigma_1 S \cdot (\alpha \cdot n_2 - \beta \cdot n_1)] + \frac{n_2}{t_2} - \frac{n_1}{t_1} - 2w_{11}n_1^2 \\
&\frac{dn_2}{dt} = -[\sigma_1 S \cdot (\alpha \cdot n_2 - \beta \cdot n_1)] + \frac{n_3}{t_3} - \frac{n_2}{t_2} - 2w_{22}n_1^2 + w_4 n_4 + \\
&+ R(t) \cdot (N_s - n_1 - 2n_2 - n_3 - n_4) \\
&\frac{dn_3}{dt} = -\frac{n_3}{t_3} + w_{11} \cdot n_1^2 + \frac{n_4}{t_4} \\
&\frac{dn_4}{dt} = -\frac{n_4}{t_4} - w_4 n_4 + w_{22} \cdot n_2^2 \\
&N_s = n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4
\end{aligned} \qquad (1.28)$$

Здесь n_i – плотность населенности i-уровня, N_s – объемная плотность ионов эрбия в кристалле, S – плотность потока генерируемого излучения внутри резонатора, c – скорость света в среде, t_i – время жизни i-уровня, w_4 – скорость безызлучательных переходов с уровня 4 на уровень 2. Коэффициенты w_{11} и w_{22} определяют вероятности кросс-релаксационных процессов. Обратное время жизни фотона в резонаторе $1/tr(t)$ записано в форме, где явно указана временная зависимость для подчеркивания возможности

реализации периодической модуляции добротности. То же относится к члену *R(t)*, характеризующему скорость процессов возбуждения с основного уровня ионов активатора. Только здесь подчеркивается возможность реализации модуляции усиления активной среды.

Следует отметить, что запись скоростных уравнений в виде системы (1.28) является базовой, ориентированной на формулирование и описание ясной картины учитываемых переходов между уровнями.

Система уравнений (1.28) предполагает резонансную накачку с помощью лазерных диодов на верхний лазерный уровень, что учитывается выражением $R(t)(N_s - n_1 - 2n_2 - n_3 - n_4)$.

Задание к лабораторной работе

1. Построить зависимость энергии генерации *en* от мощности накачки P_{pump} при заданной длительности импульса накачки *td*, указанной в исходных данных Мощность накачки P_{pump} изменять в интервале от 0.5 до 6 кВт. Оптимизировать значение коэффициента отражения выходного зеркала ρ для достижения максимальных значений энергии генерации.

2. Построить зависимость энергии генерации en от длительности импульса накачки *td* при заданной энергии импульса накачки *Ep*, указанной в исходных данных. Длительность импульса накачки td изменять в интервале от 0.1 до 10 мс. Оптимизировать значение коэффициента отражения выходного зеркала ρ для достижения максимальных значений энергии генерации.

Примеры зависимостей интенсивности лазерного излучения и населенности лазерных уровней от времени приведены на рис. 1.4 и 1.5.

Таблица 1.2 Основные характеристики лазерных сред

Параметр	Er:YAG	Er:Cr:YSGG	Er:YLF
α	0.2	0.29	0.2
β	0.04	0.18	0.052
σ_1,см^2	$3.0*10^{-20}$	$3.0*10^{-20}$	$3.0*10^{-20}$
t_1,мкс	4000	4800	11000
t_2,мкс	100	1300	4000
t_3,мкс	10	10	10
t_4,мкс	10	10	10
w_4, мкс-1	0.1	0.1	0.1
w_{11},10^{-16}см$^{-3}$с$^{-1}$	2.5	1.2	1
w_{22},10^{-16}см$^{-3}$с$^{-1}$	1	3.8	1

Обозначения переменных в программе

lar– длина засвечиваемой области активного элемента (АЭ), см
L– база резонатора [см]
sar – сечение засвечиваемой области АЭ, см^2
Var– объем засвечиваемой области АЭ, см^3
ρ– коэффициент отражения выходного зеркала резонатора
γ – удельные диссипативные потери в АЭ, см$^{-1}$
μ – коэффициент заполнения резонатора
dl– коэффициент для оценки потерь излучения вследствие расходимости
tr(t) – время жизни фотона в резонаторе, мкс
t– текущее время, мкс
tdp – длительность импульса накачки, мкс
Ep– энергия импульса накачки, Дж
tf – рассматриваемый интервал времени, мкс
ppm – количество точек дискретизации по времени за 1мкс
NN – общее количество точек временных зависимостей
Ppump –полная мощность накачки в засвечиваемой области АЭ, Вт
effp – эффективность накачки
NN0 – концентрация активных центров, см$^{-3}$
λ, λ0 – длины волн генерации и накачки, см
c – скорость света, см/мкс
R0 – скорость накачки, мкс$^{-1}$
w11, w22 – ап-конверсионные константы, см^3*мкс$^{-1}$
t1, t2, t3, t4 – времена жизни соответствующих уровней, мкс
σ – сечение генерационного перехода, см^2
S – плотность потока фотонов в резонаторе, фот*см$^{-2}$*мкс$^{-1}$
Pout – полная мощность на выходе лазера [Вт]
U – инверсная населенность, см$^{-3}$
Eg – энергия импульса, Дж

Содержание отчета

1. Постановка задачи с указанием набора расчетных параметров, соответствующих варианту исходных данных
2. Энергетические характеристики излучения свободной генерации лазера на Er-активированном кристалле. Графические зависимости энергии генерации от мощности накачки (задание 1). Графические зависимости энергии генерации от длительности импульса накачки (задание 2)
3. Выводы по результатам проведенных численных расчетов

Таблица 1.3 Варианты исходных данных

№	Активная среда	длительность импульса накачки *td*, мс (для задания 1)	энергия накачки *Ep*, Дж (для задания 2)
1	*Er:YAG*	4	10
2	*Er:YLF*	6	15
3	*Er:YSGG*	8	20
4	*Er:YAG*	10	25
5	*Er:YLF*	4	10
6	*Er:YSGG*	6	15
7	*Er:YAG*	8	20
8	*Er:YLF*	10	25
9	*Er:YSGG*	4	10
10	*Er:YAG*	6	15
11	*Er:YAG*	7	20
12	*Er:YLF*	8	25
13	*Er:YSGG*	10	10
14	*Er:YAG*	4	15
15	*Er:YLF*	6	20
16	*Er:YSGG*	6	30
17	*Er:YAG*	8	25
18	*Er:YLF*	10	10
19	*Er:YSGG*	4	15
20	*Er:YAG*	6	20
21	*Er:YLF*	8	10
22	*Er:YSGG*	10	15
23	*Er:YAG*	4	20
24	*Er:YAG*	6	25
25	*Er:YLF*	8	10
26	*Er:YSGG*	10	15
27	*Er:YAG*	4	20
28	*Er:YLF*	6	25
29	*Er:YSGG*	7	10
30	*Er:YAG*	8	15

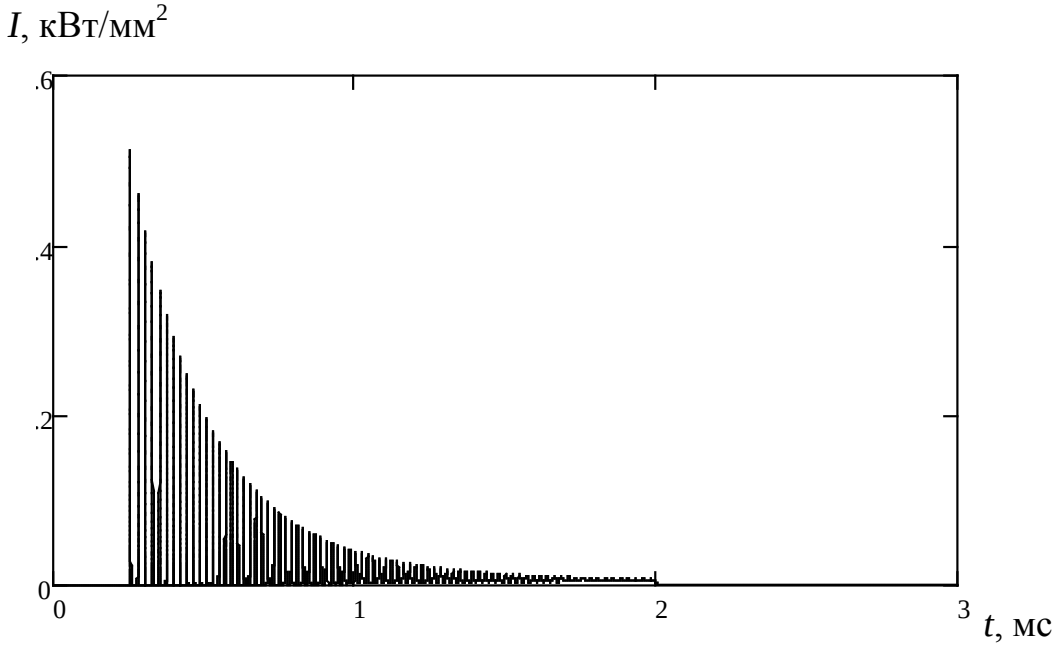


Рис. 1.4 Зависимость интенсивности излучения свободной генерации от времени (длительность импульса диодной накачки 2мс, мощность накачки 400Вт)

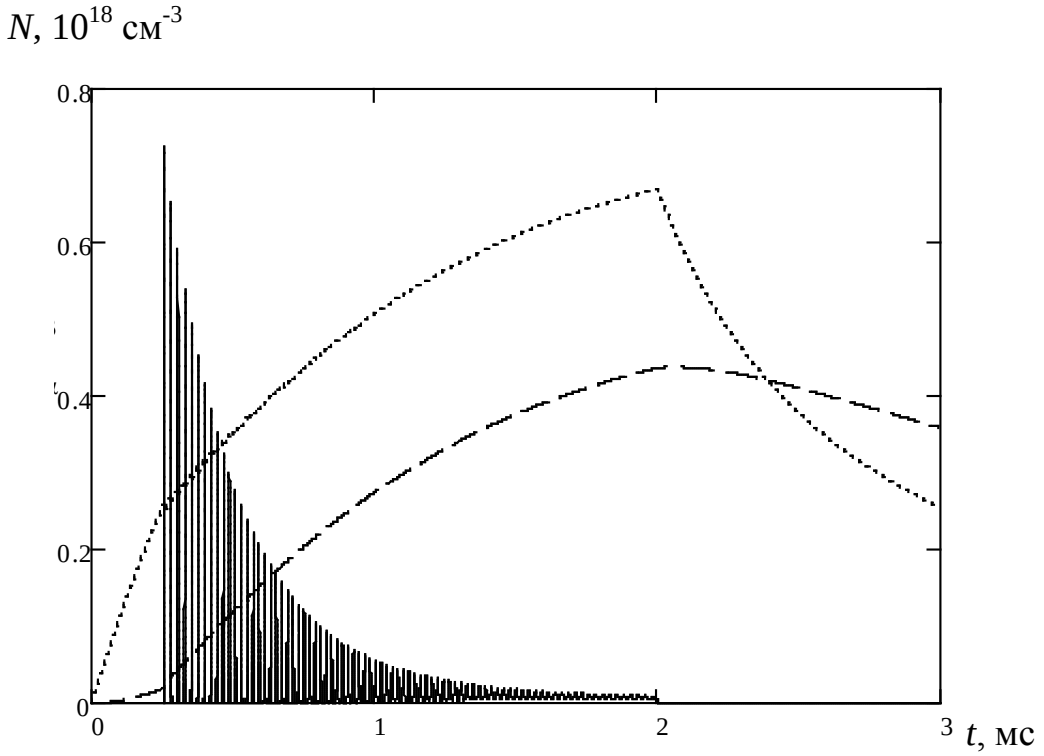


Рис. 1.5 Изменение населенностей верхнего (точки) и нижнего (штриховая линия) лазерных уровней в условиях лазерной генерации

1.3 Моделирование распространения импульса лазерного излучения в активной среде

Цель работы: Изучение процесса взаимодействия импульса лазерного излучения с активной средой. Исследование зависимости временных и энергетических параметров импульса на выходе активной среды от параметров импульса на входе в среду и величины инверсной населенности активной среды.

Краткие сведения из теории

Большинство актуальных задач, связанных с расчетом полуклассическим методом характеристик импульсов, формирующихся в лазерах, не позволяет получить не только точных аналитических, но и приближенных решений, основанных на использовании различных аппроксимаций. По этой причине развитие численных методов решения подобных задач становится особенно актуальным. В настоящее время накоплен достаточно богатый опыт компьютерных расчетов характеристик импульсов, распространяющихся в нелинейной резонансно-усиливающей среде при учете различных нелинейных явлений. Анализируя полученные результаты, можно выделить общие особенности проведения численных расчетов подобного рода и сформулировать основные положения, которые могут оказаться полезными при решении аналогичных задач. Рассматриваемые ниже методы могут быть реализованы с применением различных математических пакетов, например, Mathcad или MatLab.

Начнем с рассмотрения методики численного решения простейшей системы уравнений, описывающей распространение в резонансно-усиливающей среде короткого ($T_2 \ll \tau \ll T_1$) импульса, представляющего собой однородную волну с плоским волновым фронтом, распространяющуюся вдоль оси z[3].

Математически подобная задача сводится к решению нелинейной системы уравнений в частных производных для функции $I(z,t)$и $U(z,t)$:

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial I(z,t)}{\partial t} = [\sigma U(z,t) - \gamma] I(z,t) \qquad (1.29)$$

$$\frac{\partial U(z,t)}{\partial t} = -2\sigma U(z,t) I(z,t) \qquad (1.30)$$

для области, в которой расположено активное вещество. Для определенности эта область может быть задана следующим образом:

$0<z<L$, где L – длина активного элемента при заданных начальных и граничных условиях. Начальные условия определяются заданием значений $U(z,0)$ и $I(z,0)$ в некоторый начальный момент времени t=0, граничные условия – заданием импульса $I(0,t)$ входе в усиливающую среду, форма, импульса на входе в усиливающую среду может быть различной, однако для большинства практически важных случаев можно принять гауссову временную зависимость, тогда начальные и граничные условия могут быть заданы как:

$$U(z,0) = U_0 = const$$

$$I(0,t) = I_{m0}\, exp\left[-\frac{(t-t_0)^2}{\tau^2}\right] \qquad (1.31)$$

Такое задание начальных и граничных условий соответствует прохождению через активную среду импульсов наносекундной или субнаносекундной длительности, получаемых в режиме модулированной добротности, возможно с последующим дополнительным сжатием импульсов в нелинейной среде. Для такого режима характерно быстрое изменение по времени величин I и U, а также наличие величин, имеющих большие масштабные различия в абсолютных значениях. Поэтому целесообразно использование масштабных коэффициентов, вводимых с помощью соотношений:

$$I = aI_1,\ U = bU_1,\ t_1 = dt \qquad (1.32)$$

Тогда уравнения (1.29), (1.30) будут иметь следующий вид:

$$\frac{\partial I_1}{\partial z} + \frac{1}{c_1}\frac{\partial I_1}{\partial t_1} = [\,\sigma_1 U_1 - \gamma\,]\, I_1 \qquad (1.33)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial t} = -2\sigma_2 U_1 I_1 \qquad (1.34)$$

где новые постоянные $c_1 = \dfrac{V}{d}$, $\sigma_1 = b\sigma$, $\sigma_2 = \dfrac{a\sigma}{d}$

Начальные и граничные условия преобразуются к виду:

$$U_1(z,0) = \frac{U_0}{b} = const$$

$$I_1(0,t) = \frac{I_{m0}}{a} exp\left[-\frac{(t - t_0)^2}{\tau^2} \right]; \qquad (1.35)$$

где $k = \dfrac{1}{\tau^2 d^2}$; $t_{01} = dt_0$.

Численное решение уравнений (1.33) и (1.34) при граничных начальных условиях (1.35) можно искать методом конечных разностей (метод сеток). При этом вместо точного решения исходной задачи ищется приближенное решение в отдельных точках (узлах сеточной области), описываемых сеточными функциями:

$$I_{i,K} = I_1(z_i, t_{1K}) = \frac{I(z_i, t_{1K})}{a} \qquad (1.36)$$

$$U_{i,K} = U_1(z_i, t_{1K}) = \frac{U(z_i, t_{1K})}{b} \qquad (1.37)$$

где $z_i = i \cdot h_z$; $t_K = k \cdot h_t$; $t_{1K} = k \cdot h_{t1}$; – шаги по осям *oz*, *ot*, *ot*1 соответственно.

С помощью (1.36) и (1.37).система дифференциальных уравнений (1.33) и (1.34) заменяется системой алгебраических уравнений для сеточных функций $I_{i,k}$ и $U_{i,k}$. В зависимости от выбора способа аппроксимации дифференциальных уравнений конечно-разностными могут быть получены различные системы уравнений для сеточных функций, обеспечивающие различную точность решения.

Одним из простых способов аппроксимации является аппроксимация с разностями по *t*«вперед» и с разностями по*z*«назад», приводящая к явной схеме определения сеточных функций на каждом временном слое. Конечно-разностная аппроксимация производных при этом может быть представлена следующими соотношениями:

$$\frac{\partial I_1}{\partial z}\Big|_{i,K} \approx \frac{I_{i,K} - I_{i-1,K}}{h_z} \qquad (1.38)$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial t_1}\Big|_{i,K} \approx \frac{I_{i,K+1} - I_{i,K}}{h_{t1}} \qquad (1.39)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial t_1}\Big|_{i,K} \approx \frac{U_{i,K+1} - U_{i,K}}{h_{t1}} \qquad (1.40)$$

При этом система уравнений для сеточных функций приобретает вид:

$$I_{i,K+1} = \left[1 - c_1 \frac{h_{t1}}{h_z} + c_1 h_{t1}(\sigma_1 U_{i,K} - \gamma)\right] I_{i,K} + \frac{c_1 h_{t_1}}{h_z} I_{i-1,K} \quad (1.41)$$

$$U_{i,K+1} = (1 - 2\sigma_2 I_{i,K}) U_{i,K} \quad (1.42)$$

$$K = 0,1,2...n_t - 1; \qquad i = 1,2...n_z; \qquad n_z = h_z^{-1}$$

где n_tи n_z – число шагов по осям t и z соответственно

Граничные и начальные условия для сеточных функций:

$$U_{i,0} = \frac{U_0}{b} = const$$

$$I_{i,0} = \frac{I_0}{a} = const \quad (1.43)$$

$$I_{0,K} = \frac{I_{m0}}{a} exp\left[-k(Kh_{t1} - t_{01})^2\right] \qquad K = 1,2...n_t$$

Для линейного случая (без учета уравнения для U) условие неустойчивости схемы (1.41–1.42) записывается как:

$$\frac{h_{t1}}{h_z} < \frac{1}{c_1} \quad (1.44)$$

Нарушение этого условия в случае нелинейности задачи приводит к расходящемуся процессу.

Достоинство изложенного способа заключается в его простоте. Однако его существенный недостаток – пропорциональность погрешности шагу сетки (связанная с первым порядком аппроксимаций), поэтому обеспечение необходимой точности требует решения с достаточно малыми шагами, что значительно увеличивает машинное время вычислений. Следовательно, более выгодными могут оказаться более сложные схемы аппроксимации.

Рассмотрим схему повышенной точности (второго порядка аппроксимации). В этом случае производная по времени аппроксимируется с порядком $O(h_t^2)$. Напишем ряд Тейлора для сеточной функции $I_{i,K+1}$:

$$I_{i,K+1} = I_{i,K} + h_{t_1} \frac{\partial I_1}{\partial t_1}\Big|_{i,K} + \frac{h_{t_1}{}^2}{2} \frac{\partial^2 I_1}{\partial t_1{}^2}\Big|_{i,K} + \frac{h_{t_1}{}^3}{6} \frac{\partial^3 I_1}{\partial t_1{}^3}\Big|_{i,K} + \ldots,$$

откуда получим аппроксимацию первой производной второго порядка точности:

$$\frac{\partial I_1}{\partial t_1}\Big|_{i,K} = \frac{I_{i,K+1} - I_{i,K}}{h_{t_1}} - \frac{h_{t_1}{}^2}{2} \frac{\partial^2 I}{\partial t_1{}^2}\Big|_{i,K} + O(h_t{}^2) \qquad (1.45)$$

Используя уравнение (1.33), находим:

$$\frac{\partial I_1}{\partial t_1} = c_1 \sigma_1 U_1 I_1 - c_1 \gamma I_1 - c_1 \frac{\partial I_1}{\partial z} \qquad (1.46)$$

Дифференцируя это уравнение по tполучим:

$$\frac{\partial^2 I_1}{\partial t_1{}^2} = c_1 \sigma_1 I_1 \frac{\partial U_1}{\partial t_1} + c_1 \sigma_1 U_1 \frac{\partial I_1}{\partial t_1} - c_1 \gamma \frac{\partial I_1}{\partial t_1} - c_1 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial I_1}{\partial t_1}\right) \qquad (1.47)$$

подставив в (1.47) $\frac{\partial U_1}{\partial t_1}$ из (1.34) можно получить

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 I_1}{\partial t_1{}^2} &= 2c_1 \sigma_1 \sigma_2 U_1 I_1{}^2 + c_1{}^2 (\sigma_1 U_1 - \gamma)^2 I_1 - \\ &- 2c_1 (\sigma_1 U_1 - \gamma)^2 - c_1{}^2 \sigma_1 \frac{\partial U_1}{\partial z} + c_1{}^2 \left(\frac{\partial^2 I_1}{\partial t_1{}^2}\right) \end{aligned} \qquad (1.48)$$

Применив конечно-разностные аппроксимации второго порядка точности для производных $\frac{\partial I_1}{\partial z}; \frac{\partial U_1}{\partial z}; \frac{\partial^2 I_1}{\partial z^2}$; получим:

$$\frac{\partial I_1}{\partial z}\Big|_{i,K} = \frac{I_{i+1,K} - I_{i-1,K}}{2h_z} + O(h_z{}^2) \qquad (1.49)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial z}\Big|_{i,K} = \frac{U_{i+1,K} - U_{i-1,K}}{2h_z} + O(h_z{}^2) \qquad (1.50)$$

$$\frac{\partial^2 I_1}{\partial z^2}\Big|_{i,K} = \frac{I_{i+1,K} - 2I_{i,K} + I_{i-1,K}}{2h_z{}^2} + O(h_z{}^2) \qquad (1.51)$$

Путем подстановки их в (1.45) с использованием (1.48) получим конечно-разностную аппроксимацию первой производной I_1по t, второго порядка точности:

$$\frac{\partial I_1}{\partial t_1}\Big|_{i,K} = \frac{1}{h_{t1}}(I_{i,K+1} - I_{i,K}) + h_{t1}c_1\sigma_1\sigma_2 U_{i,K} I_{i,K}{}^2 - \frac{h_{t1}}{2}c_1{}^2 x$$

$$x(\sigma_1 U_{i,K} - \gamma)^2 I_{i,K} + \frac{c_1{}^2 h_{t1}}{2h_z{}^2}(I_{i+1,K} - I_{i-1,K}) \qquad (1.52)$$

$$+\frac{c_1{}^2 h_{t1}}{4h_z{}^2}(U_{i+1,K} - U_{i-1,K}) - \frac{c_1{}^2 h_{t1}}{2h_z{}^2}(I_{i+1,K} - 2I_{i,K} + I_{i-1,K}) + O(h_z{}^2)$$

Окончательное уравнение для сеточной функции I_{jK+1}в каждом внутреннем узле сеточной области примет вид:

$$I_{i,K+1} = \frac{c_1 h_{t1}}{2h_z}\left[\frac{c_1 h_{t1}}{2h_z} - 1 - c_1 h_{t1}(\sigma_1 U_{i,K} - \gamma)\right] I_{i+1,K} +$$

$$+\frac{c_1 h_{t1}}{2h_z}\left[\frac{c_1 h_{t1}}{2h_z} + 1 + c_1 h_{t1}(\sigma_1 U_{i,K} - \gamma)\right] I_{i-1,K} +$$

$$+\left\{1 + c_1 h_{t1}(\sigma_1 U_{i,K} - \gamma)\left[1 + \frac{c_1 h_{t1}}{2}(\sigma_1 U_{i,K} - \gamma)\right] - \frac{c_1{}^2 \sigma_1 h_{t1}{}^2}{4h_z} x \right. \qquad (1.53)$$

$$\left. x(U_{i+1,K} - U_{i-1,K}) - \frac{c_1 h_{t1}}{2}\right\} I_{i,K} - c_1\sigma_1\sigma_2 h_{t1}{}^2 U_{i,K} I_{i,K}{}^2$$

где $i = 1,2...n_z - 1;\ K = 0,1,2...n_t - 1$

Для вычислений сеточной функции $I_{i,K+1}$ на правой границе активной среды (при z = 1) и определения сеточной функции $U_{i,K+1}$,можно использовать формулы первого порядка аппроксимации (1.41–1.42). Граничные и начальные условия при этом будут иметь тот же вид.

Приведенная выше схема позволяет сократить машинное время вычислений примерно в четыре раза при той же точности расчетов. Численные значения входящих в уравнение величин и масштабных коэффициентов выбираются с учетом условий задачи, Шаги h_zи h_tвыбираются сначала ориентировочно из соображений необходимой точности, а затем их значение уточняется в процессе проведения расчетов.

Алгоритм численного решения состоит в следующем: сначала по первым двум формулам (1.43) вычисляются значения $U_{i,0}$и $I_{i,0}$ ($i = 0,1,2...n_z$) на нулевом слое времени, затем вычисляются $I_{i,K+1}$для последующего слоя времени, по третьей формуле (1.43) и по формулам (1.53) и (1.51) и $U_{i,K+1}$ по формуле (1.42). Так последовательно заполняется вся сеточная область для функций $I_{i,K+1}$и $U_{i,K+1}$.

Программа вычислений составляется в соответствии с приведенным алгоритмом и в зависимости от используемого типа математического пакета.

При переходе к более сложным вариантам расчетов (усиления расходящегося пучка, учета нелинейности преломления и потерь и так далее) усложняются конечно-разностные уравнения, увеличивается количество переменных (зависимость не только от *z*, но и от *r*, или от *i*, а также от *y*), но может использоваться аналогичный изложенному ниже принцип написания уравнений и составления алгоритмов.

Рассмотренную выше методику, позволяющую описывать процесс распространения короткого импульса лазерного излучения ($\tau_p \sim T_1$) в резонансно-усиливающей среде, легко адаптировать для моделирования продольной диодной накачки. В случае моделирования распространения длинных импульсов диодной накачки в резонансно-поглощающей среде система дифференциальных уравнений, описывающая данный процесс, должна учитывать процессы спонтанного расселения, как лазерных уровней, так и уровней, на которые осуществляется диодная накачка. Рассмотрим простейшую систему уравнений, описывающую взаимодействие импульсов диодной накачки с трехуровневой активной средой, при условии, что накачка осуществляется с основного уровня на верхний лазерный уровень:

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial I(z,t)}{\partial t} = -[\sigma_a N_0(z,t) - \sigma_e N_2(z,t)]I(z,t) - \gamma I(z,t)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = [\sigma_a N_0(z,t) - \sigma_e N_2(z,t)]I(z,t) - \frac{N_2(z,t)}{T_{12}} \qquad (1.54)$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{N_2(z,t)}{T_{12}} - \frac{N_1(z,t)}{T_{11}}$$

где *I(z,t)* – интенсивность излучения накачки, распространяющегося в активной среде; $N_0(z,t)$, $N_1(z,t)$, $N_2(z,t)$ –

плотность населенностей основного, нижнего и верхнего лазерных уровней соответственно; σ_a, σ_e – сечения поглощения и вынужденного излучения активатора на длине волны накачки; T_{12}, T_{11} – времена жизни верхнего и нижнего лазерных уровней соответственно; γ – коэффициент нерезонансных потерь излучения в активной среде.

Данная система уравнений должна быть дополнена уравнением, связывающим населенности всех трех уровней:

$$N_S = N_0(z,t) + N_1(z,t) + N_2(z,t) \qquad (1.55)$$

где N_S – концентрация активатора.

Граничные условия могут быть заданы в виде:

$$I(0,t) = \begin{cases} I_{0P},\ при\ t < \tau_p \\ 0, при\ t > \tau_p \end{cases}, \qquad (1.56)$$

где I_{0P} и τ_p – интенсивность и длительность импульса накачки соответственно.

Начальные условия определяются выражениями:

$$N_0(z,0) = N_S;\ N_1(z,0) = N_2(z,0) = 0; \qquad (1.57)$$

Решение данной системы уравнений проводится методом конечных разностей, как и в задаче о распространении излучения в резонансно-усиливающей среде. При этом вместо точного решения исходной задачи ищется решение в виде сеточных функций. С учетом нормировочных коэффициентов выражения для сеточных функций имеют вид:

$$I_{i,K} = I_1(z_i, t_{1K}) = \frac{I(z_i, t_{1K})}{a}; \qquad (1.58)$$

$$N0_{i,K} = N1_0(z_i, t_{1K}) = \frac{N_0(z_i, t_{1K})}{b} \qquad (1.59)$$

$$N1_{i,K} = N1_1(z_i, t_{1K}) = \frac{N_1(z_i, t_{1K})}{b} \qquad (1.60)$$

$$N2_{i,K} = N2_1(z_i, t_{1K}) = \frac{N_2(z_i, t_{1K})}{b} \qquad (1.61)$$

При этом система уравнений для сеточных функций приобретает вид:

$$I_{i,K+1} = (1 + c1\frac{ht1}{hz} + c1 \cdot ht1(\sigma_e N2_{i,K} - \sigma a N0_{i,K} - \gamma)I_{i,K} + c1\frac{ht1}{hz} I_{i,K} \qquad (1.62)$$

$$N2_{i,K+1} = (1 + ht1 \cdot \sigma e \cdot I_{i,K} - \frac{ht1}{T_{12}})N2_{i,K} + ht1 \cdot \sigma_a N0_{i,K} I_{i,K} \qquad (1.63)$$

$$N1_{i,K+1} = N1_{i,K} - \frac{ht1}{T_{11}} N1_{i,K} + \frac{ht1}{T_{12}} N2_{i,K} \qquad (1.64)$$

$$N0_{i,K} = N_S - N1_{i,K} - N2_{i,K} \qquad (1.65)$$

$$K = 0,1,2...n_t - 1; \quad i = 1,2...n_z;$$

где n_t и n_z–число шагов по осям t и z соответственно

Граничные и начальные условия для сеточных функций:

$$I_{i,K} = \begin{cases} \frac{I_{0P}}{a}, \; при\; K < \frac{\tau_p}{ht} \\ 0, при\; K > \frac{\tau_p}{ht} \end{cases} \qquad (1.66)$$

$$N0_{i,0} = \frac{N_S}{b}; \; N1_{i,0} = N2_{i,0} = 0; \qquad (1.67)$$

Обобщая рассмотренный пример численного решения систем уравнений, можно указать следующую последовательность решений:

1. подбор масштабных коэффициентов, преобразование уравнений и заданных граничных и начальных условий;
2. выбор способа аппроксимации и составление конечно-разностных уравнений;
3. составление алгоритма решения;
4. выбор математического пакета и составление программы решения;

5. проведение пробных расчетов, выбор шагов;
6. выбор метода проверки (контрольные вычисления);
7. окончательный выбор шагов;
8. проведение расчетов;
9. анализ полученных результатов.

Задание к лабораторной работе

1. Провести численное моделирование процесса распространения импульса излучения в усиливающей активной среде.

Временные формы импульса излучения, а также необходимые исходные данные приведены в таблице. При расчете начальных параметров импульса гауссовой формы считать пиковую мощность P_p равной среднеимпульсной мощности P_{pav}:

$$P_p \approx P_{pav} = E_p / \tau_p$$

где E_p, τ_p– энергия и длительность импульса излучения соответственно. При расчете максимальной плотности мощности I_{m0} считать, что излучение равномерно заполняет круглую апертуру, имеющую диаметр 6мм.

При расчете начальной плотности инверсной населенности U_0 считать, что распределение инверсной населенности в активной среде равномерное, а плотность инверсной населенности связана с начальным коэффициентом усиления слабого сигнала k_{ae0} зависимостью $k_{ae0} = exp(\sigma U_0 \cdot L)$, где L –длина активной среды. Активная среда NdYAG; принять значение сечения генерационного перехода равным σ=7.5*10^{-19} см^2.

2. Получить численные значения *I(z,t) U(z,t)* для координаты *z* в диапазоне 0<*z*<*L* и на интервале времени, соответствующем времени прохождения импульса излучения через усиливающую среду. Построить графические зависимости рассчитанных величин в виде функций двух переменных.

Таблица 1.4 Варианты исходных данных

Вар-т	Временная форма импульса излучения	E_p, мДж	Длит-ть импульса τ_p [нс]	Коэффи-циент усиления слабого сигнала k_{ae0}[отн.ед]	Длина актив-ной среды, *lar* [мм]
1	гауссова	10	10	3	80
2	прямоугольная	20	15	2.5	40
3	треуг. пер.фронт	30	30	2	100
4	треуг. задн.фронт	50	20	5	70
5	гауссова	100	15	7.5	110
6	прямоугольная	50	17	3	30
7	треуг. пер.фронт	20	15	4.5	80
8	треуг. задн.фронт	10	50	2	65
9	гауссова	30	15	10	100
10	прямоугольная	100	14	5	25
11	треуг. пер.фронт	50	15	7	70
12	треуг. задн.фронт	20	30	5.5	80
13	гауссова	10	23	8	100
14	прямоугольная	30	18	3	50
15	треуг. пер.фронт	50	20	1.5	65
16	треуг. задн.фронт	20	15	2.5	110
17	гауссова	50	15	2	80
18	прямоугольная	100	17	10	100
19	треуг. пер.фронт	50	15	5	50
20	треуг. задн.фронт	20	50	7	65
21	гауссова	10	15	7.5	100
22	прямоугольная	30	30	3	70
23	треуг. пер.фронт	100	20	4.5	110
24	треуг. задн.фронт	50	15	2	30
25	гауссова	20	17	10	80
26	прямоугольная	10	15	5	65
27	треуг. пер.фронт	20	50	7	100
28	треуг. задн.фронт	10	15	5.5	25
29	гауссова	30	14	8	70
30	прямоугольная	50	15	3	80

2 Пространственные характеристики излучения лазеров с внутрирезонаторными термооптическими неоднородностями

2.1 Моделирование устойчивых резонаторов твердотельных лазеров с учетом тепловой линзы в активном элементе

Цель работы: Провести исследование пространственных характеристик основной моды резонатора твердотельного лазера с учетом тепловой линзы в активном элементе

Краткие сведения из теории

Свойства резонаторов твердотельных лазеров в значительной мере определяются величиной тепловой линзы в активном элементе, возникающей в результате действия процессов накачки и охлаждения активного элемента. Для анализа свойств лазерных резонаторов с тепловой линзой используется аппарат лучевых матриц, который позволяет определить параметры основной моды резонатора, а также провести анализ ряда характеристик, таких как наличие областей устойчивости резонатора в зависимости от значения тепловой линзы; коэффициент заполнения апертуры активного элемента излучением основной моды; стабильность каустики пучка излучения основной моды и размер пятен основной моды на активном элементе и зеркалах резонатора при флюктуации тепловой линзы; чувствительность резонатора к разъюстировкам зеркал. При этом используется ряд допущений:

1. Расчет выполняется в параксиальном приближении для основной моды устойчивого резонатора. Радиус кривизны волнового фронта излучения в плоскости зеркал совпадает с радиусом кривизны зеркал. Переход резонатора в неустойчивую область означает прекращение генерации.
2. Активный элемент заменяется эквивалентной тонкой линзой, оптическая сила которой прямо пропорциональна мощности.
3. Выходная мощность излучения основной моды определяется размером каустики излучения w_{ap0}в плоскости расположения тонкой тепловой линзы (активного элемента). Стабилизация выходной мощности отвечает требованию неизменности радиуса каустики в плоскости активного элемента.
4. Угол одномодовой дифракционной расходимости излучения θ_{00} определяется размером пучка излучения основной моды на выходном зеркале резонатора. Условие стабильности угла расходимости требует неизменности размеров пучка на выходном зеркале при изменении оптической силы тепловой линзы. Предполагается, что геометрическая

составляющая угловой расходимости скомпенсирована конструкцией подложки выходного зеркала, которое для выходящего излучения является линзой.

Основные параметры, описывающие классический пустой резонатор, при наличии в резонаторе динамической тепловой линзы должны быть видоизменены. Так, параметры резонатора g_1 и g_2 записываются в виде [4]:

$$g_1 = 1 - \frac{L_2}{f} - \frac{L^*}{R_1},$$
$$g_2 = 1 - \frac{L_1}{f} - \frac{L^*}{R_2}, \qquad (2.1)$$
$$L^* = L_1 + L_2 - \frac{L_1 \cdot L_2}{f},$$

где f – фокусное расстояние тепловой линзы, L_i– расстояние от i-зеркала до плоскости расположения тонкой тепловой линзы, R_i – радиусы кривизны зеркал.

Траектория рабочей точки резонатора на конфигурационной диаграмме g_1g_2 при изменении оптической силы тепловой линзы представляет собой прямую линию. Пересечение этой прямой линии с областями устойчивости $0<g_1g_2<1$ образует две зоны устойчивости резонатора, которые при определенных условиях могут перекрываться, образуя одну расширенную зону устойчивости. Ширина зоны устойчивости, измеряемая в единицах оптической силы тепловой линзы, может быть представлена в виде [5]:

$$\Delta\left(\frac{1}{f}\right) = \frac{2 \cdot \lambda}{\pi} \cdot \frac{1}{w_{ap0}^2}, \qquad (2.2)$$

где величина w_{ap0} приблизительно равна радиусу каустики излучения в плоскости активного элемента в середине зоны устойчивости. Чувствительность резонатора к разъюстировке i-того зеркала S_i определяется отношением относительного поперечного смещения оси резонатора в плоскости активного элемента x_{ap}^i/w_{ap}^i к углу разворота зеркала α^i, вызвавшего это смещение.

$$S_i = \frac{x_{ap}^i}{w_{ap}^i \cdot \alpha^i}. \qquad (2.3)$$

Параметр разъюстировки S резонатора в целом вычисляется по формуле:

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} \qquad (2.4)$$

Размеры пятен излучения на зеркалах резонатора определяется выражениями:

$$w_1 = \frac{\lambda \cdot L^*}{\pi} \sqrt{\frac{g_2}{g_1 \cdot (1 - g_2 g_1)}},$$

$$w_2 = \frac{\lambda \cdot L^*}{\pi} \sqrt{\frac{g_1}{g_2 \cdot (1 - g_2 g_1)}}, \qquad (2.5)$$

где λ – длина волны излучения

Величина одномодовой расходимости зависит от размера пятна основной моды на выходном зеркале w_2 (при условии компенсации геометрической составляющей расходимости):

$$\theta_{00} = \frac{\lambda}{\pi w_2} \qquad (2.6)$$

Угол расходимости в режиме многомодовой генерации θ_{mn} оценивается при помощи соотношениея:

$$\theta_{mn} = \theta_{00} \cdot \frac{r_{ap}}{w(z = z_{ap})}, \qquad (2.7)$$

где r_{ap} – радиус апертурной диафрагмы, например, радиус активного элемента), $w(z=z_{ap})$ – радиус каустики в плоскости расположения апертурной диафрагмы. Из данного соотношения следует независимость угла расходимости многомодовой генерации от длины волны излучения.

Задание к лабораторной работе

1. Для заданной конфигурации резонатора твердотельного лазера определить интервалы изменения тепловой линзы в активном элементе, соответствующие областям устойчивости резонатора. На *g1g2*-диаграмме устойчивости показать ход зависимости *g2*(*g1*),

соответствующей изменению значений тепловой линзы в пределах одной из областей устойчивости.

2. Построить кривую изменения чувствительности резонатора к разъюстировке зеркал в зависимости от изменения тепловой линзы в пределах заданного интервала тепловой линзы *df*.

3. Для заданного интервала значений тепловой линзы *df* построить зависимости радиусов основной моды на 2-м зеркале *w2* и активном элементе *w3*. Построить зависимости величин одномодовой Θ_{00} и многомодовой Θ_{mn} расходимости при изменении величины тепловой линзы в пределах интервала *df*.

Геометрические параметры резонатора и диапазон изменения тепловой линзы указаны в файле исходных данных.

На рис 2.1–2.3 представлен пример расчета пространственных характеристик излучения основной моды резонатора твердотельного лазера с учетом тепловой линзы в активном элементе. Активный элемент 4x80 мм расположен в центре плоского резонатора с базой 11 см. Длина волны генерации 1.54 мкм. Зависимости радиусов основной моды в активном элементе (сплошная линия) и на зеркалах резонатора (штриховая линия) от оптической силы тепловой линзы показаны на рис 2.1. На рис 2.2 изображена зависимость чувствительности резонатора к разъюстировке зеркал от оптической силы тепловой линзы. На рис 2.3 приведены зависимости одномодовой (сплошная линия) и многомодовой (точки) расходимости излучения от оптической силы тепловой линзы.

Обозначения переменных в программе

lar – длина активного элемента, м
ni – показатель преломления активного элемента
Lcav – геометрическая база резонатора, м
L1c –расстояние от глухого зеркала до центра активного элемента, м
DR1, DR2 –обратный радиус кривизны "глухого" и выходного зеркал резонатора соответственно (>0, если зеркало обращено вогнутой поверхностью внутрь резонатора), $м^{-1}$
dar – диаметр активного элемента, м
df – диапазон изменения оптической силы тепловой линзы в активном элементе, $м^{-1}$
L – оптическая база резонатора, м
L1,L2 – расстояния от "глухого" и выходного зеркал резонатора соответственно до главных плоскостей тепловой линзы, м
LE –эффективная оптическая база резонатора, м
g1,g2 – g-параметры резонатора для построения диаграммы устойчивости

λ– длина волны лазерного излучения, мкм
w_1,w_2– радиус пучка основной моды на "глухом" и выходном зеркалах резонатора соответственно, мм
w_3 – радиус пучка основной моды в активном элементе, мм
S_0 – чувствительность резонатора к разъюстировке зеркал, отн.ед.
θ_{00}, θ_{mn} – одномодовая и многомодовая расходимости выходного излучения (в полном угле), мрад

Содержание отчета

1. Постановка задачи с указанием набора расчетных параметров, соответствующих варианту исходных данных
2. Зависимость *g2*(*g1*) на *g1g2*-диаграмме устойчивости. Кривые радиусов основной моды на 2-м зеркале *w2* и активном элементе *w3*. Кривая изменения чувствительности резонатора к разъюстировке зеркал.Зависимости величин одномодовой и многомодовой расходимости от величины тепловой линзы.
3. Выводы по результатам проведенных численных расчетов

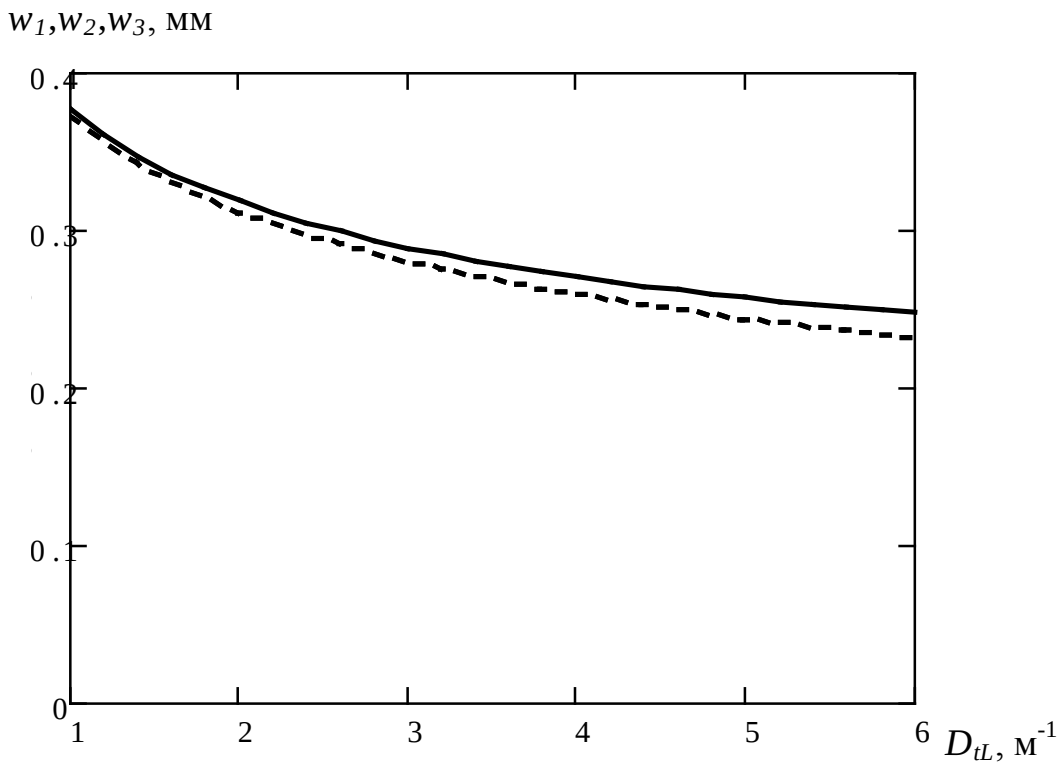


Рис. 2.1 Зависимости радиусов основной моды в активном элементе w_3 (сплошная линия) и на зеркалах резонатора w_1,w_2 (штриховая линия) от оптической силы тепловой линзы

Таблица 2.1 Варианты исходных данных

№	λ, мкм	*dar*, мм / *lar*, м	*ni*	*Lcav*, м	*L1c* см	*DR1*, $м^{-1}$	*DR2*, $м^{-1}$	*df*, $м^{-1}$
1	2.94	0.2/0.035	1.81	0.08	4	0	0	0.1÷ 1.0
2	2.81	0.2/0.03	1.45	0.08	4	0	0.1	0 ÷ 1.0
3	2.78	0.2/0.035	1.92	0.08	4	0.1	0	0 ÷ 1.0
4	2.94	0.25/0.035	1.81	0.1	3	0.2	0.5	-0.5 ÷ 1
5	2.81	0.25/0.03	1.45	0.1	3	0.1	0.5	-0.5 ÷ 1
6	2.78	0.25/0.035	1.92	0.1	3	0.1	0.5	-0.5 ÷ 1
7	2.94	0.3/0.035	1.81	0.12	4	0.1	1.2	-1 ÷ 1
8	2.81	0.3/0.05	1.45	0.12	4	0.3	1	-1 ÷ 1
9	2.78	0.3/0.035	1.92	0.12	4	0.2	1.2	-1 ÷ 1
10	2.94	0.35/0.035	1.81	0.1	5	0.2	0.2	-0.4 ÷ 1
11	2.81	0.2/0.035	1.45	0.08	4	0	0	0.1÷ 1.5
12	2.78	0.25/0.05	1.92	0.08	4	0	0.1	0 ÷ 1.5
13	2.94	0.25/0.035	1.81	0.08	4	0.1	0	0 ÷ 1.5
14	2.81	0.25/0.035	1.45	0.1	3	0.2	0.5	-0.5 ÷1.5
15	2.78	0.3/0.035	1.92	0.1	3	0.1	0.5	-0.5 ÷1.5
16	2.94	0.2/0.05	1.81	0.1	3	0.1	0.5	-0.5 ÷1.5
17	2.81	0.2/0.05	1.45	0.12	4	0.1	1.2	-1 ÷1.5
18	2.78	0.25/0.035	1.92	0.12	4	0.3	1	-1 ÷1.5
19	2.94	0.25/0.06	1.45	0.12	4	0.2	1.2	-1 ÷1.5
20	2.81	0.25/0.04	1.92	0.1	5	0.2	0.2	-0.4 ÷1.5
21	2.78	0.3/0.035	1.81	0.08	4	0	0	0.1÷2.
22	2.94	0.3/0.05	1.81	0.08	4	0	0.1	0 ÷2
23	2.81	0.3/0.04	1.92	0.08	4	0.1	0	0 ÷2
24	2.78	0.35/0.035	1.81	0.1	3	0.2	0.5	-0.5 ÷2
25	2.94	0.2/0.035	1.81	0.1	3	0.1	0.5	-0.5 ÷2
26	2.81	0.3/0.04	1.92	0.1	3	0.1	0.5	-0.5 ÷2
27	2.78	0.3/0.035	1.45	0.12	4	0.1	1.2	-1 ÷2
28	2.94	0.35/0.035	1.81	0.12	4	0.3	1	-1 ÷2
29	2.81	0.2/0.06	1.94	0.12	4	0.2	1.2	-1 ÷2
30	2.78	0.25/0.035	1.45	0.1	5	0.2	0.2	-0.4 ÷2

S_0, отн.ед.

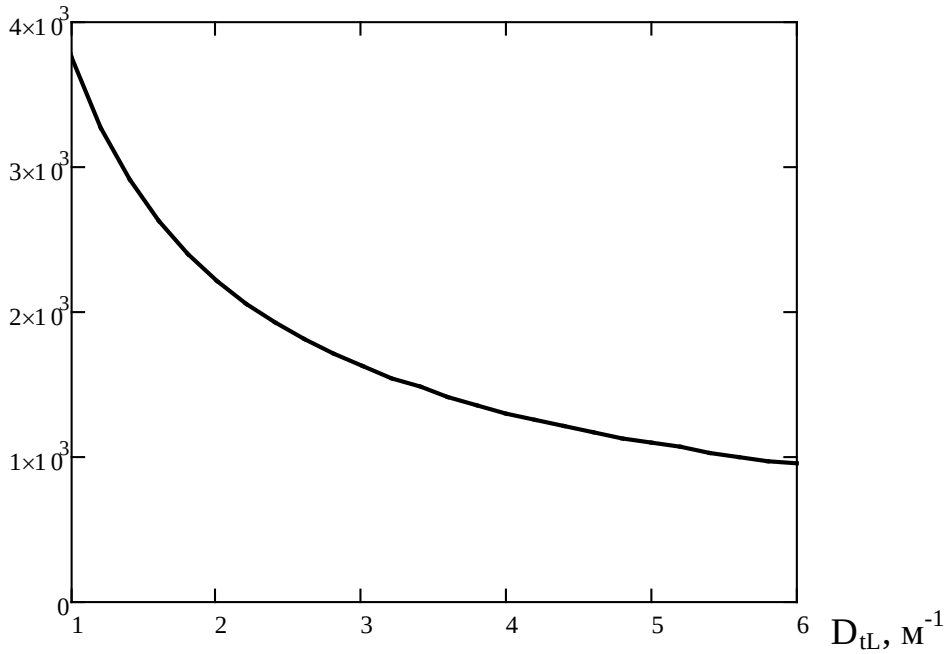


Рис. 2.2 Зависимость чувствительности резонатора к разъюстировке зеркал от оптической силы тепловой линзы

θ_{00}, θ_{mn}, мрад

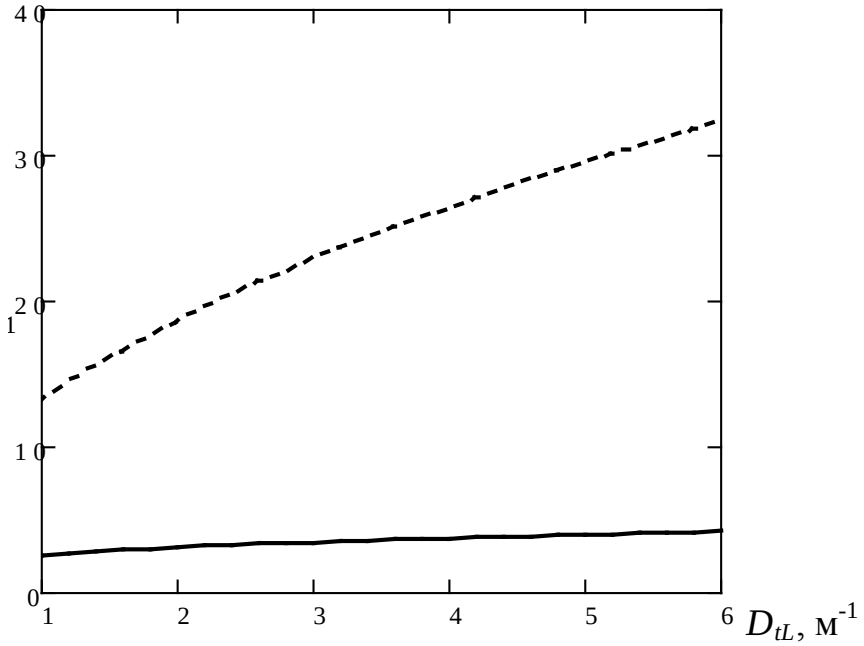


Рис. 2.3 Зависимости одномодовой (сплошная линия) и многомодовой (точки) расходимости излучения от оптической силы тепловой линзы

2.2 Моделирование диэлектрического градиентного зеркала с супергауссовым профилем коэффициента отражения

Цель работы: Исследованиеамплитудно-фазового профиля коэффициента отраженияятрехслойного диэлектрического градиентного зеркала.Провести оптимизацию параметров трехслойного диэлектрического покрытия, содержащего слой переменной толщины, для получения супергауссова распределения коэффициента отражения градиентного зеркала.

Краткие сведения из теории

Одним из наиболее эффективных методов улучшения пространственных характеристик излучения, генерируемого лазерными системами, является применение так называемых внутрирезонаторных многослойных диэлектрических градиентных зеркал (ГЗ), т.е. зеркал с плавно меняющимся по сечению коэффициентом отражения.

В большинстве случаев, конструкция выходных градиентных зеркал предусматривает использование многослойных диэлектрических покрытий. Конструкция покрытия представляет собой нечетное число чередующихся слоев с высоким и низким показателями преломления, нанесенных на просветленную поверхность подложки. Как правило, оптическая толщина наносимых на просветленную подложку переменных слоев, составляющая в центре апертуры величину $\lambda_0/4$ (λ_0 - длина волны, на которую изготовлено ГЗ), плавно уменьшается от центра зеркала к его краям до некоторого значения, обеспечивающего минимальное отражательную способность на краю зеркала. ГЗ неизбежно вносит в отраженную от него световую волну фазовые искажения, которые обусловлены неоднородной толщиной тонкопленочных покрытий, формирующих переменный по сечению коэффициент отражения. ГЗ вносит фазовые искажения как в поле волны, отраженной от него, так и в поле излучения, выходящее из резонатора.

Излучение с длиной волны λ, распространяющееся в среде с показателем преломления (ПП) n_1 при проходе через слой с ПП n_2 и толщиной d в среду с ПП n_3 испытывает отражение на границах двух сред с различнымиПП. Амплитудные коэффициенты отражения r_{12}, r_{23} и пропускания τ_{12}, τ_{23} на границах раздела 1й-2й и 2й-3й диэлектрических сред соответственно можно определить при помощи выражений[6]:

$$r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \qquad \tau_{12} = \frac{2 \cdot \sqrt{n_1 \cdot n_2}}{n_1 + n_2} \qquad (2.8)$$

$$r_{23} = \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \qquad \tau_{23} = \frac{2 \cdot \sqrt{n_2 \cdot n_3}}{n_2 + n_3} \qquad (2.9)$$

При этом суммарные коэффициенты отражения r_{13} и пропускания τ_{13} в результате прохождения двух границ будет определяться выражениями:

$$r_{13}(d) = \frac{r_{12} + r_{23} \cdot exp(2 \cdot i\varphi(d))}{1 + r_{12} \cdot (r_{23} \cdot exp(2 \cdot i\varphi(d)))} \qquad (2.10)$$

$$\tau_{13}(d) = \frac{\tau_{12} \cdot \tau_{23} \cdot exp(i\varphi(d))}{1 + r_{12} \cdot r_{23} \cdot exp(2 \cdot i\varphi(d))} \qquad (2.11)$$

где $\varphi(d) = 2\pi \cdot n_2 \cdot \frac{d}{\lambda}$ – фазовый набег при прохождении слоя толщиной d

Энергетические к-ты отражения и пропускания R и T для такой диэлектрической структуры определяются соотношениями:

$$R = |r_{13}|^2 \qquad (2.12)$$

$$T = |\tau_{13}|^2 \qquad (2.13)$$

Фазы коэффициентов отражения φ_r и φ_t пропускания диэлектрических слоев определяются следующими выражениями:

$$\varphi_r(d) = \arg(r_{13}(d)) \qquad (2.14)$$

$$\varphi_t(d) = \arg(\tau_{13}(d)) \qquad (2.15)$$

При добавлении дополнительных диэлектрических слоев выражения (2.11) следует использовать рекуррентно: для нового слоя с толщиной d в качестве ПП n_2 следует использовать n_1 ($n_2 = n_1$), а в качестве ПП первой среды n_1 следует использовать новый ПП n_0 ($n_1 = n_0$). При этом амплитудные коэффициенты отражения r_{12} и пропускания τ_{12} определяются выражениями (2.10), а в качестве r_{23} и τ_{23} используются r_{13} и τ_{13}, полученные на предыдущем шаге.

В качестве примера рассмотрим модельные градиентные зеркала. Будем считать, что эти зеркала построены по простейшей схеме – один

аксиально-симметричный слой переменной толщины диэлектрика с высоким показателем преломления $n_{\text{Н}}$ на просветляющем покрытии (см. рис. 2.4). При описании модельных зеркал исходной будем считать зависимость толщины слоя переменной толщины от пространственной радиальной координаты $h(r)$, причем $h(0)\cdot n_{\text{Н}} \approx \lambda/4-$ оптическая толщина слоя в центре, которая для модельных зеркал принимается примерно равной четверти длины волны излучения. Функция $h(r)$ определяет характер зависимости толщины и, следовательно, амплитуды коэффициента отражения зеркала от координаты. В качестве основных пленкообразующих веществ могут быть выбраны материалы, часто применяемые при создании диэлектрических зеркал для лазерной техники: MgF_2, SiO_2, MgO, ZrO_2, и т.п. а подложкой, как правило, служит стекло К8.

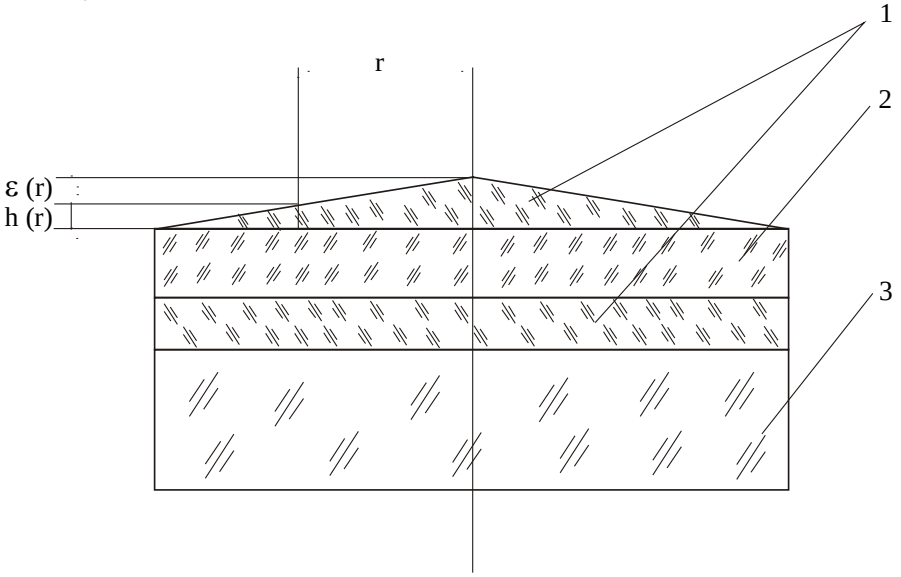


Рис. 2.4 К расчету изменения формы волнового фронта излучения при отражении от градиентного многослойного диэлектрического зеркала.

1 - слой с высоким показателем преломления,
2 - слой с низким показателем преломления,
3 - подложка.

Наличие слоя переменной толщины требует учета дополнительного набега фаз из-за неравномерного воздушного промежутка, обусловленного наличием слоя переменной толщины [7,8]. Результирующие фазы для волн, отраженной и прошедшей через данную диэлектрическую структуру будет определяться выражениями:

$$\varphi_{1r}(r) = \varphi_r(r) + \left[4\frac{\pi}{n_2}\cdot\left(h(r) - h(0)\right)\right] \qquad (2.16)$$

$$\varphi_{1t}(r) = \varphi_t(r) - 2\frac{\pi}{n_2} \cdot (h(r) - h(0)) \qquad (2.17)$$

Таблица 2.2 Показатели преломления различных диэлектрических сред

Материал	Показатель преломления (на длине волны 1мкм)
Воздух	1
Стекло К8	1.51
SiO_2	1.45
Sc_2O_3	1.79
ZrO_2	1.96

Задание к лабораторной работе

1. Определить толщины слоев, образующих просветление, нанесенное на стеклянную подложку и позволяющее получить в области просветления энергетический к-т отражения R порядка 10^{-5}.
2. Определить зависимость геометрической толщины слоя переменной толщины, позволяющую получить супергауссов профиль коэффициента отражения с заданными параметрами R_0, n, wm. При этом зависимость амплитудного к-та отражения определяется выражением:

$$\rho(r) = \sqrt{R_0} \cdot exp\left[-\left(\frac{r}{wm} \right)^n \right],$$

где r– относительная координата (диапазон изменения [0-1]).

3. Построить графические зависимости энергетического к-та отражения диэлектрического зеркала от радиальной координаты. Определить максимальные значения фазовой добавки при отражении и пропускании.

Параметры супергауссова зеркала и материал диэлектрических слоев указаны в таблице 2.3.

Содержание отчета

1. Постановка задачи с указанием набора расчетных параметров, соответствующих варианту исходных данных
2. Графическая зависимость коэффициентов отражения и пропускания (по интенсивности) диэлектрического покрытия от радиальной

координаты. Графические зависимости фазового отклика при отражении и пропускании от радиальной координаты.
3. Выводы по результатам проведенных численных расчетов

Таблица 2.3 Варианты исходных данных

№ вар	Параметры супергауссова зеркала			Материал слоя переменной толщины	просветляющее покрытие	
	n	R_0	w_m, отн.ед.		Верхний слой	Нижний слой
1	7	0.27	0.35	ZrO_2	SiO_2	ZrO_2
2	4	0.3	0.5	ZrO_2	SiO_2	Sc_2O_3
3	5	0.25	0.45	Sc_2O_3	SiO_2	Sc_2O_3
4	4	0.2	0.6	ZrO_2	SiO_2	ZrO_2
5	6	0.3	0.5	ZrO_2	SiO_2	Sc_2O_3
6	4	0.15	0.45	Sc_2O_3	SiO_2	Sc_2O_3
7	3	0.3	0.35	ZrO_2	SiO_2	ZrO_2
8	8	0.2	0.6	ZrO_2	SiO_2	Sc_2O_3
9	10	0.2	0.75	Sc_2O_3	SiO_2	Sc_2O_3
10	6	0.28	0.45	ZrO_2	SiO_2	ZrO_2
11	8	0.15	0.75	ZrO_2	SiO_2	Sc_2O_3
12	10	0.27	0.8	Sc_2O_3	SiO_2	Sc_2O_3
13	7	0.25	0.5	ZrO_2	SiO_2	ZrO_2
14	4	0.2	0.45	Sc_2O_3	SiO_2	Sc_2O_3
15	5	0.3	0.6	ZrO_2	SiO_2	Sc_2O_3
16	4	0.15	0.5	Sc_2O_3	SiO_2	ZrO_2
17	6	0.3	0.45	ZrO_2	SiO_2	Sc_2O_3
18	4	0.2	0.35	Sc_2O_3	SiO_2	Sc_2O_3
19	3	0.2	0.6	Sc_2O_3	SiO_2	ZrO_2
20	8	0.28	0.75	ZrO_2	SiO_2	Sc_2O_3
21	10	0.15	0.45	Sc_2O_3	SiO_2	Sc_2O_3
22	6	0.27	0.75	ZrO_2	SiO_2	ZrO_2
23	6	0.15	0.35	Sc_2O_3	SiO_2	Sc_2O_3
24	4	0.3	0.6	ZrO_2	SiO_2	Sc_2O_3
25	3	0.15	0.75	Sc_2O_3	SiO_2	ZrO_2

2.3 Исследование фазовых искажений волнового фронта

Цель работы: Проведение анализа фазовых искажений волнового фронта. Определение эффективной сферической составляющей волнового фронта для оптимизации угловых характеристик излучения.

Краткие сведения из теории

Пространственные характеристики лазерного излучения, проходящего через оптическую систему, такие как расходимость и качество пучка, в значительной степени определяются аберрациями входящих в систему оптических элементов. В прикладных задачах часто возникает необходимость проведения анализа формы волнового фронта для последующей минимизации фазовых искажений с целью улучшения пространственных характеристик излучения. Наиболее распространенным вариантом улучшения пространственной структуры излучения является компенсация сферической составляющей волнового фронта, что существенно уменьшает геометрическую составляющую расходимости лазерного излучения.

Проведем оценку величины фазовых искажений плоского волнового фронта, проходящего через слой оптически неоднородной среды с неоднородностью показателя преломления Δn. В приближении радиальной симметрии величина неоднородности фазового набега будет выражаться соотношением:

$$\varphi(r) = k\,\Delta n(r)\cdot L \qquad (2.18)$$

где $\Delta n(r)$ – неоднородность показателя преломления

L – длина оптической среды; k – волновое число

$r = r'/a$ – относительная радиальная координата

В теории волновых аберраций для исследования искажений волнового фронта традиционно применяют полиномом 4-й степени, который при помощи которого можно оценить величину сферических аберраций [6]:

$$z_4(r, a_j) = a_0 + a_2 r^2 + a_4 r^4; \qquad j = 0,2,4 \qquad (2.19)$$

С помощью данного полинома проведем оценку погрешности аппроксимации искаженного волнового фронта:

$$J(a_0, a_2, a_4) = \int_0^1 \left[\varphi(r) - z_4(r, a_j)\right]^2 \rho(r) dr \qquad (2.20)$$

где $z_4(r, a_j)$– полином 4-й степени;

$J(a_0, a_2, a_4)$– погрешность аппроксимации как функция параметров a_j.

$\rho(r) = r$ – весовая функция, учитывающая парциальный вклад точек с координатой r при интегрировании в пределах круговой апертуры.

При поиске численного решения задачи методом сеток найдем приближенное решение в виде сеточных функций:

$$\varphi_i \equiv \varphi(r_i);$$

$$z_i(a_j) \equiv z_4(r_i, a_j) \qquad (2.21)$$

где r_i– дискретная радиальная координата для узлов эквидистантной сетки с шагом dr

$$J(a_j) \approx \sum_i \left[\varphi_i - z_i(a_j)\right]^2 r_i dr \qquad (2.22)$$

– погрешность аппроксимации при использовании сеточных функций.

Минимальному значению погрешности должен соответствовать экстремум функции J, определяемый тремя условиями:

$$\frac{\partial J(a_j)}{\partial a_j} = 0, \text{ где } j = 0,2,4 \qquad (2.23)$$

Частные производные J по координатам a_j имеют вид:

$$\frac{\partial J}{\partial a_j} = \frac{\partial J}{\partial z_i}\frac{\partial z_i}{\partial a_j} = -2dr\sum_i \left[\varphi_i - z_i\right] \cdot \frac{\partial z_i}{\partial a_j} \cdot r_i \qquad (2.24)$$

где $\frac{\partial z_i}{\partial a_j} = (r_i)^j$ – производные полиномов по координатам a_j.

С учётом (2.24) условия (2.23) выглядят следующим образом:

$$\sum_i \varphi_i (r_i)^{j+1} = a_0 \sum_i (r_i)^{j+1} + a_2 \sum_i (r_i)^{j+3} + a_4 \sum_i (r_i)^{j+5} \qquad (2.25)$$

Условия (2.25) можно записать в виде системы 3-х линейных уравнений относительно координат a_0, a_2, a_4:

$$c_1 = b_1 a_0 + b_3 a_2 + b_5 a_4$$

$$c_3 = b_3 a_0 + b_5 a_2 + b_7 a_4 \qquad (2.26)$$

$$c_5 = b_5 a_0 + b_7 a_2 + b_9 a_4$$

где $c_1 = \sum_i \varphi_i r_i$; $c_3 = \sum_i \varphi_i r_i^3$; $c_5 = \sum_i \varphi_i r_i^5$,

$b_1 = \sum_i r_i$; $b_3 = \sum_i r_i^3$;

$b_5 = \sum_i r_i^5$; $b_7 = \sum_i r_i^7$;

$b_9 = \sum_i r_i^9$

Систему (2.26) можно решить аналитически (например, методом Гаусса, см. [9]) или с использованием численных методик (например, средствами MathCad). При этом удобно записать уравнения (2.26) в матричной форме:

$$c = Mb \cdot a \qquad (2.27)$$

где $c = \begin{Vmatrix} c_1 \\ c_3 \\ c_5 \end{Vmatrix}$ - вектор правых частей системы уравнений,

$$Mb = \begin{Vmatrix} b_1 & b_3 & b_5 \\ b_3 & b_5 & b_7 \\ b_5 & b_7 & b_9 \end{Vmatrix}$$ - матрица коэффициентов уравнений;

$$\mathrm{a} = \begin{Vmatrix} \mathrm{a}_0 \\ \mathrm{a}_2 \\ \mathrm{a}_4 \end{Vmatrix}$$ - вектор искомых коэффициентов полинома

Определив коэффициенты a_0, a_2, a_4 с использованием метода наименьших квадратов, мы таким образом провели аппроксимацию функции $\varphi(r)$ полиномом 4 степени:

$$\varphi(r) = a_0 + a_2 r^2 + a_4 r^4 \qquad (2.28)$$

Зависимость (2.28) может быть переписана в виде:

$$\begin{aligned} \varphi(r) &= a_0 - \frac{a_4}{6} + (a_2 + a_4) r^2 + \frac{a_4}{6}[6r^4 - 6r^2 + 1] = \\ &= a_0 - \frac{a_4}{6} + (a_2 + a_4) r^2 + \frac{a_4}{6} \cdot z_{4,2} \end{aligned} \qquad (2.29)$$

где $\mathrm{z}_{4,2} = 6\mathrm{r}^4 - 6\mathrm{r}^2 + 1$ – полином Цернике, который в теории волновых аберраций описывает сферическую аберрацию третьего порядка. Величина коэффициента $(a_2 + a_4)$ в выражении (2.29) соответствует эффективной сферической составляющей искажений волнового фронта. Для волнового фронта с остаточными (в результате компенсации эффективной сферической составляющей) фазовыми искажениями можно определить число Штреля N_{str} с использованием выражения [10]:

$$N_{str} = 1 - \frac{{a_4}^2 \pi^2}{45} \qquad (2.30)$$

Применение выражения (2.30) для вычисления числа Штреля позволяет получить корректные результаты при относительно небольших искажениях волнового фронта,определяемых коэффициентомa_4. В тех случаях, когда искажения волнового фронта достаточно велики, то можно рассчитать число Штреля, основываясь

на параметрах углового спектра анализируемого пучка. В этом случае число Штреля соответствует отношению осевой интенсивности углового спектра анализируемого пучка к осевой интенсивности идеального пучка с плоским волновым фронтом.

Для определения углового спектра в приближении радиально симметрии будем использовать известное преобразование Ганкеля, позволяющее найти распределение амплитуды пучка $E(u_r)$ в пространстве угловых частот u_r:

$$E(u_r) = 2\pi \int_0^{\infty} g(r) J0(\pi(\ _r r) \cdot r dr \qquad (2.31)$$

где $g(r)=exp(i\varphi(r))$ – радиальное распределение комплексной амплитуды анализируемого пучка, обладающего равномерным радиальным распределением интенсивности; $J_{0(}\pi u_r r)$ – функция Бесселя нулевого порядка.

Угловой спектр пучка излучения (соответствующий распределению интенсивности в дальней зоне), будет в этом случае определяться выражением:

$$I(u_r) = |E(u_r)|^2 \qquad (2.33)$$

В этом случае число Штреля можно определить как отношение значения углового спектра анализируемого пучка$I(u_r)$ к значению углового спектра идеального пучка $I(u_r)$ при значении угловой координаты: $u_r=0$

$$N_{str} = \frac{I(0)}{I_0(0)} \qquad (2.34)$$

Задание к лабораторной работе

1. При помощи полинома 4-й степени провести численную аппроксимацию (найти коэффициенты a_0, a_2, a_4) волнового фронта,

имеющего фазовые искажения, определенные следующим выражением:

$$\varphi(r) = S \cdot \sum_{n=1}^{3} B_n \cdot cos(wr_n \cdot r) \qquad (2.35)$$

где S – абсолютная величина фазовой неоднородности, B_n, wr_n – параметры, определяющие характер фазовой неоднородности.

При расчете считать, что радиальная координата изменяется в интервале $0<r<1$ (количество узлов и шаг сетки dr выбрать самостоятельно).

2. При помощи найденного в п.1 набора коэффициентов a_0, a_2, a_4 определить эффективную сферическую составляющую волнового фронта при помощи выражения (2.30).

3. В случае, если использование выражения (2.30) для расчета числа Штреля не позволяет получить корректный результат, вычисление числа Штреля следует проводить на основе анализа углового спектра исходного пучка. Постройте угловой спектр исходного пучка $I(u_r)$, обладающего фазовым распределением $\varphi(r)$. Постройте угловой спектр идеального пучка $I_0(u_r)$ (для случая $\varphi(r) = 0$). Проведите нормировку полученных распределений на величину $I_0(u_r)$. Нормированное значение I_0 будет соответствовать числу Штреля исходного пучка. Постройте нормированный на угловой спектр пучка, обладающего скорректированным фазовым распределением $\varphi_{corr}(r) = \varphi(r) - (a_1 + a_2) \cdot r^2$, определите число Штреля для данного пучка.

Таблица 2.4 Варианты исходных данных

№ Вар.	B_1	wr_1	B_2	wr_2	B_3	wr_3	S, рад
1	0.6	3.14	0.3	6.28	0.1	9.42	9.42
2	0.6	1.57	0.35	1.57	0.05	6.28	3.14
3	0.7	3.14	0.2	3.14	0.1	9.42	1.57
4	0.5	1.57	0.35	6.28	0.15	6.28	3.14
5	0.3	3.14	0.65	1.57	0.05	9.42	9.42
6	0.7	1.57	0.2	3.14	0.1	6.28	6.28
7	0.8	3.14	0.1	6.28	0.1	9.42	3.14
8	0.5	1.57	0.45	3.14	0.05	6.28	1.57
9	0.6	3.14	0.3	1.57	0.1	9.42	3.14
10	0.8	1.57	0.05	6.28	0.15	6.28	6.28
11	0.7	3.14	0.3	3.14	0.1	9.42	3.14
12	0.8	1.57	0.35	6.28	0.05	6.28	1.57
13	0.5	3.14	0.2	1.57	0.1	9.42	3.14
14	0.6	1.57	0.35	3.14	0.15	6.28	9.42
15	0.8	3.14	0.65	6.28	0.05	9.42	6.28
16	0.6	1.57	0.2	3.14	0.1	9.42	3.14
17	0.6	3.14	0.1	6.28	0.1	6.28	1.57
18	0.7	1.57	0.45	1.57	0.05	6.28	9.42
19	0.5	3.14	0.3	1.57	0.1	9.42	3.14
20	0.3	1.57	0.05	6.28	0.15	6.28	6.28
21	0.8	1.57	0.2	3.14	0.1	9.42	1.57
22	0.7	3.14	0.35	6.28	0.05	6.28	3.14
23	0.8	1.57	0.65	1.57	0.1	9.42	6.28
24	0.5	3.14	0.2	3.14	0.15	6.28	3.14
25	0.6	1.57	0.1	6.28	0.1	9.42	1.57
26	0.8	3.14	0.45	3.14	0.05	6.28	3.14
27	0.6	1.57	0.3	6.28	0.1	9.42	9.42
28	0.6	3.14	0.05	1.57	0.15	9.42	6.28
29	0.7	1.57	0.3	1.57	0.05	6.28	3.14
30	0.5	3.14	0.35	6.28	0.1	6.28	1.57

2.4 Исследование термооптических искажений, наводимых в цилиндрических активных элементах твердотельных лазеров

Цель работы: Провести исследования динамики температурных полей в цилиндрических активных элементах в условиях импульсно-периодической накачки

Краткие сведения из теории

Внутреннее тепловыделение в активном элементе является одной из важнейших особенностей твердотельного лазера. Основными источниками нагрева являются поглощение излучения ламп накачки матрицей активного элемента, стоксовы потери в активных центрах, поглощение излучения, как накачки, так и непосредственно лазерной генерации различными примесными и поглощающими центрами, в том числе и динамически наводимыми в активной среде в процессе накачки. Неоднородные температурные поля, возникающие вследствие неоднородного тепловыделения в активном элементе при оптической накачке, а также в результате отвода тепла от активного элемента, являются основными источниками возникновения термооптических неоднородностей [11, 12].

Для анализа температурных полей в активных элементах мощного твердотельного лазера были использованы результаты решения задачи теплопроводности применительно к цилиндрическим твердотельным активным элементам для импульсно-периодического режима работы лазера в условиях радиальной неоднородной накачки с прямоугольным временным профилем. Введем следующие величины:

$Bi = \frac{\alpha \cdot R}{k}$ – число Био, безразмерный комплекс, характеризующий эффективность теплообмена активного тела с окружающей средой,

$Fo = \frac{a \cdot t}{R^2}$ – число Фурье, безразмерный комплекс, представляющий время протекания процессов,

$r1 = \dfrac{r}{R}$ – безразмерный текущий радиус,

μ_n – корни характеристического уравнения $Bi \cdot J0(\mu) = \mu \cdot J1(\mu)$,

$$A_n = \frac{2 \cdot Bi}{(\mu_n)^2 \cdot J0(\mu_n) \cdot (\mu_n^2 + Bi^2)} \qquad (2.36)$$

где A_n – коэффициенты, зависящие от числа Био, $J0(\mu)$, $J1(\mu)$– цилиндрические функции Бесселя первого рода.

Для описания импульсно-периодического режима зададим период повторения импульсов Tf (в безразмерном виде $fot = \dfrac{a}{R^2} \cdot Tf$), длительность импульса накачки tp (в безразмерном виде $fop = \dfrac{a}{R^2} \cdot tp$), длительность промежутка охлаждения $-tc = Tf - tp$(в безразмерном виде $foc = \dfrac{a}{R^2} \cdot (Tf - tp)$). Символом s будем обозначать номер импульса накачки или следующего за ним соответствующего промежутка охлаждения в последовательности импульсов. Средняя плотность поглощенной мощности накачки $q0$ может быть записана в виде:

$$q0 = \frac{Wp \cdot \eta}{\pi \cdot R^2 \cdot lar}, \qquad (2.37)$$

где Wp – мощность накачки, η – параметр эффективности поглощения мощности накачки, произведение $Wp \cdot \eta$– полная мощность источников тепловыделения в активной среде, lar – длина активной среды. Для описания процессов неоднородного тепловыделения введем следующие параметры:

$$qm(r) = \frac{2 \cdot \int_0^r r1 \cdot q(r1) \cdot dr1}{r^2}, \qquad (2.38)$$

где $q(r/R)$ – исходная ненормированная радиальная зависимость плотности мощности тепловыделения. Параметр $qm(r)$ представляет собой относительную среднюю плотность мощности тепловыделения в объеме, ограниченным радиусом r,

$$q_0 i = \frac{q_0}{qm(1)},$$

$$qm_2(r) = \int_r^1 r_1 \cdot [qm(r_1) - qm(1)] dr_1, \qquad (2.39)$$

$$q_2(n) = \frac{q_0 i \cdot R^2 \cdot (\mu_n)^4}{Bi \cdot J_0(\mu_n) \cdot a \cdot c \cdot \rho \cdot 2} \int_0^1 r_1 \cdot J_0(m_n \cdot r_1) \cdot qm_2(r_1) \cdot dr_1. \qquad (2.40)$$

Решение сформулированной выше тепловой задачи может быть представлено в виде бесконечного ряда, запись членов которого выглядит весьма громоздко. Предварительно введем для промежутков накачки и охлаждения, следующие параметры:

$$Fp(n,s) = 1 - \frac{\left[1 - exp\left[-(\mu_n)^2 \cdot fot \cdot (s-1)\right]\right]}{\left[1 - exp\left[-(\mu_n)^2 \cdot fot\right]\right]} \cdot \left[exp\left[-(\mu_n)^2 \cdot foc\right] - exp\left[-(\mu_n)^2 \cdot fot\right]\right],$$

(2.41)

$$Fc(n,s) = \frac{\left[1 - exp\left[-(\mu_n)^2 \cdot fot \cdot s\right]\right]}{\left[1 - exp\left[-(\mu_n)^2 \cdot fot\right]\right]} \cdot \left[1 - exp\left[-(\mu_n)^2 \cdot fop\right]\right].$$

С учетом всех вышеприведенных параметров выражения для радиального распределения температуры в активном элементе на s промежутках накачки $TP(s, r1, fo)$ и охлаждения $TC(s, r1, fo)$ могут быть записаны в виде [13]:

$$TP(s, r_1, fo) = T_0 + \sum_n A_n J_0(\mu_n \cdot r_1) \cdot \left[1 - Fp(n,s) \cdot exp\left[-(\mu_n) \cdot fo\right]\right] \cdot q_2(n) +$$

$$+ \frac{q_0 \cdot R^2}{a \cdot c \cdot \rho} \cdot \sum_n A_n \cdot J_0(\mu_n \cdot r_1) \cdot \left[1 - Fp(n,s) \cdot exp\left[-(\mu_n)^2 \cdot fo\right]\right],$$

(2.42)

$$TC(s, r_1, fo) = T_0 + \sum_n A_n J_0(\mu_n \cdot r_1) \cdot Fc(n,s) \cdot exp\left[-(\mu_n) \cdot fo\right] \cdot q_2(n) +$$

$$+ \frac{q_0 \cdot R^2}{a \cdot c \cdot \rho} \cdot \sum_n A_n \cdot J_0(\mu_n \cdot r_1) \cdot Fc(n,s) \cdot exp\left[-(\mu_n)^2 \cdot fo\right].$$

При заданных параметрах активного элемента и режима накачки для выбранного промежутка s и момента времени fo из выражений (2.41) и (2.42) может быть получена функция радиального распределения температуры в активном элементе $T(r)$. Для определения степени отклонения функции $T(r)$ от параболы следует провести аппроксимацию функции $T(r)$полиномом 4-й степени:

$$T(r) \approx T_0 + \Delta T_2 \left(\frac{r}{r_{AR}}\right)^2 + \Delta T_4 \left(\frac{r}{r_{AR}}\right)^4 \qquad (2.43)$$

Значения коэффициентов T_0, ΔT_2, ΔT_4 определялись стандартными методами регрессии. Зависимость (3.23) может быть переписана в виде:

$$T(r) = T_0 - \frac{\Delta T_4}{6} + (\Delta T_2 + \Delta T_4) \cdot \left(\frac{r}{r_{AR}}\right)^2 + \frac{\Delta T_4}{6} \cdot \left[6\left(\frac{r}{r_{AR}}\right)^4 - 6\left(\frac{r}{r_{AR}}\right)^2 + 1\right] =$$

$$= T_0 - \frac{\Delta T_4}{6} + (\Delta T_2 + \Delta T_4) \cdot \left(\frac{r}{r_{AR}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T_4}{6}\right) \cdot z_{4,2}$$

(2.44)

где $z_{4,2} = 6\left(\frac{r}{r_{AR}}\right)^4 - 6\left(\frac{r}{r_{AR}}\right)^2 + 1$ – полином Цернике, который в теории волновых аберраций описывает сферическую аберрацию третьего порядка [6]. Величина коэффициента $(\Delta T_2 + \Delta T_4)$ в выражении (2.44) соответствует эффективной сферической составляющей термооптических искажений.

Задание к лабораторной работе

1. Рассчитать радиальное распределение температуры в цилиндрическом активном элементе в условиях импульсно-периодической накачки. Определить максимальный градиент температур (разность температур между краем и центром активного элемента) в течение серии импульсов накачки.

2. Для заданного импульса накачки n_{pls} построить радиальное распределение инкремента температуры $\Delta T = T(r) - T_0$ в указанный момент времени t_{pls} в течении импульса накачки (время от начала импульса $t_{pls} \cdot t_i$, где t_i – длительность импульса накачки).

3. Для полученного поперечного распределения температур определить значение коэффициентов $us_1 + us_2$, определяющих эффективную сферическую составляющую температурного профиля. Определить остаточное распределение температуры после компенсации сферической составляющей температурного профиля. Получить оценку числа Штреля, соответствующего остаточному профилю термооптических искажений в заданный момент времени импульса накачки.

На рис. 2.5 приведены радиальные распределения температуры $\Delta T = T(r) - T(0)$ в активном элементе, соответствующие различным моментам времени t_{pls} в течении импульса накачки (время от начала импульса $t_{pls} \cdot t_i$, где t_i – длительность импульса накачки). Активный элемент 45х340мм, импульс накачки с энергией 53кДж, длительностью 2мс. Число Био равно 10. Остаточное распределение температуры, соответствующее компенсации сферической составляющей температурного профиля, приведено на рис. 2.6. (момент времени соответствует окончанию импульса накачки: t_{pls}=1).

Обозначения переменных в программе

d,l – диаметр и длина активного элемента, см

c – теплоемкость материала активного элемента, Дж/(гр К)

ρ - удельная плотность материала активного элемента, гр/см^3

a – температуропроводность материала активного элемента, см^2/с

E – энергия импульса накачки, Дж
eff – эффективность процесса накачки
ti – длительность импульса накачки, с
Tf – период следования импульсов накачки, с
aa – коэффициент неоднородности поглощенной мощности
$tpls$ – относительное время в течение импульса накачки
$npls$ – номер импульса накачки
$rr1$ – относительная радиальная координата в активном элементе
TP, TPc – радиальные распределения температур в течение импульса накачки и на этапе охлаждения соответственно, °C
$dTPf(rr1)$ – разности температур между центром активного элемента и точкой с координатой $rr1$ в течение импульса накачки, °C
vy – текущее распределение температуры для оценки величины остаточной сферической аберрации 3-го порядка, °C
$Z01$ – полином Цернике 4-го порядка
$us1 + us2$ – коэффициенты, определяющие эффективную сферическую составляющую температурного профиля
$Nstr$ – число Штреля, определяемое остаточным профилем термооптических искажений

Содержание отчета

1. Постановка задачи с указанием набора расчетных параметров, соответствующих варианту исходных данных.

2. Радиальное распределение температуры в активном элементе и распределение температуры, соответствующе сферической составляющей. Значения коэффициентов $us1$ и $us2$. Значение числа Штреля, определяемое остаточным профилем термооптических искажений, соответствующие заданному моменту времени импульса накачки.

3. Выводы по результатам проведенных численных расчетов

Таблица 2.5 Варианты исходных данных

№	*d* / *l*, см	*c*, Дж/(г·К)	ρ г/см^3	*a*, см^2/с	*Bi*	*E*, Дж	*Ti*, мс	*Tf*, с	n_{pls}	t_{pls}
1	0.8/11	0.63	4.55	0.049	1	300	0.25	0.1	5	1
2	4.5/34	0.71	2.66	0.0052	50	$60\cdot10^3$	2	180	2	0
3	4.5/68	0.67	2.74	0.0027	50	$10\cdot10^4$	4	120	1	0.25
4	4.5/102	0.57	3.51	0.199	10	$24\cdot10^4$	8	300	2	0.25
5	0.4/8	0.63	4.55	0.049	1	200	0.2	0.1	10	0
6	0.6/8	0.63	4.55	0.049	10	50	0.25	0.05	5	0.75
7	4.5/68	0.71	2.66	0.0052	20	$15\cdot10^4$	8	300	5	1
8	4.5/102	0.67	2.74	0.0027	50	$16\cdot10^4$	8	180	3	0.5
9	4.5/34	0.57	3.51	0.199	10	$8\cdot10^4$	2	120	2	1
10	0.6/6.5	0.63	4.55	0.049	5	250	0.2	0.2	10	0.5
11	0.6/10	0.63	4.55	0.049	10	200	0.25	0.2	5	0.5
12	4.5/34	0.71	2.66	0.0052	50	$60\cdot10^3$	2	180	2	0
13	4.5/68	0.67	2.74	0.0027	50	$10\cdot10^4$	4	120	1	0.75
14	4.5/102	0.57	3.51	0.199	1	$24\cdot10^4$	8	300	2	0. 5
15	0.4/6	0.63	4.55	0.049	5	100	0.2	0.1	8	0
16	0.6/10	0.63	4.55	0.049	15	100	0.25	0.1	3	0.75
17	4.5/68	0.71	2.66	0.0052	20	$25\cdot10^4$	8	240	5	1
18	4.5/102	0.67	2.74	0.0027	30	$15\cdot10^4$	8	180	3	0.25
19	4.5/34	0.57	3.51	0.199	10	$9\cdot10^4$	2	240	2	0
20	0.6/6.5	0.63	4.55	0.049	15	180	0.15	0.2	5	0.25
21	0.6/10	0.63	4.55	0.049	10	150	0.25	0.5	6	0.5
22	4.5/34	0.71	2.66	0.0052	50	$50\cdot10^3$	2	180	2	0
23	4.5/68	0.67	2.74	0.0027	50	$10\cdot10^4$	4	120	1	0.75
24	4.5/102	0.57	3.51	0.199	10	$24\cdot10^4$	8	300	2	0. 5
25	0.4/8	0.63	4.55	0.049	5	150	0.2	0.1	5	0
26	0.6/8	0.63	4.55	0.049	10	250	0.25	0.2	8	0.5
27	4.5/68	0.71	2.66	0.0052	20	$15\cdot10^4$	8	240	5	0.25
28	4.5/102	0.67	2.74	0.0027	50	$20\cdot10^4$	8	180	3	0.75
29	4.5/34	0.57	3.51	0.199	15	$10\cdot10^4$	2	180	2	0.5
30	0.6/6.5	0.63	4.55	0.049	50	250	0.25	0.5	8	0.25

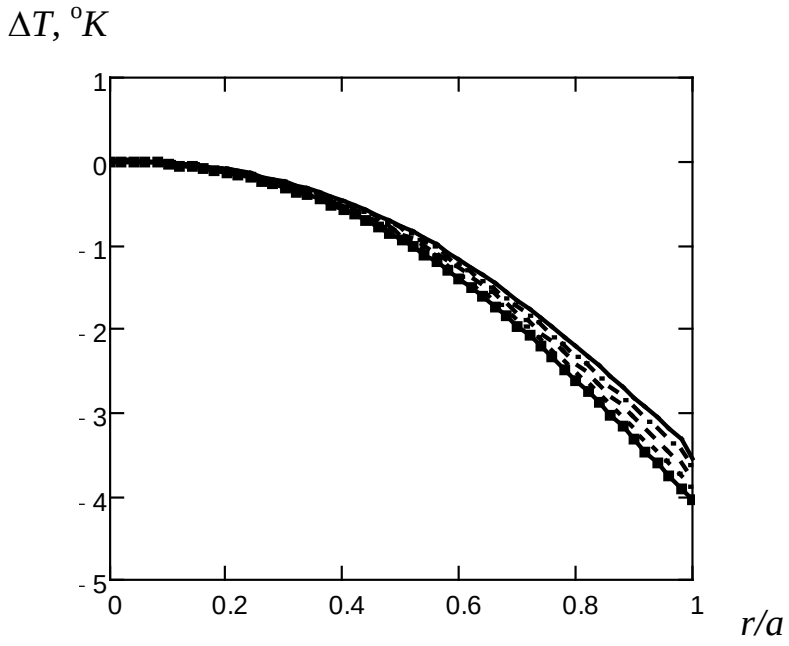


Рис. 2.5 Радиальные распределения инкремента температуры $\Delta T = T(r) - T(0)$ в активном элементе, соответствующие моментам времени t_{pls} в течение импульса накачки: t_{pls}=0 (квадраты), 0.25 (точки), 0.5 (штриховая линия), 0.75 (штрих-пунктирная линия), 1 (сплошная линия)

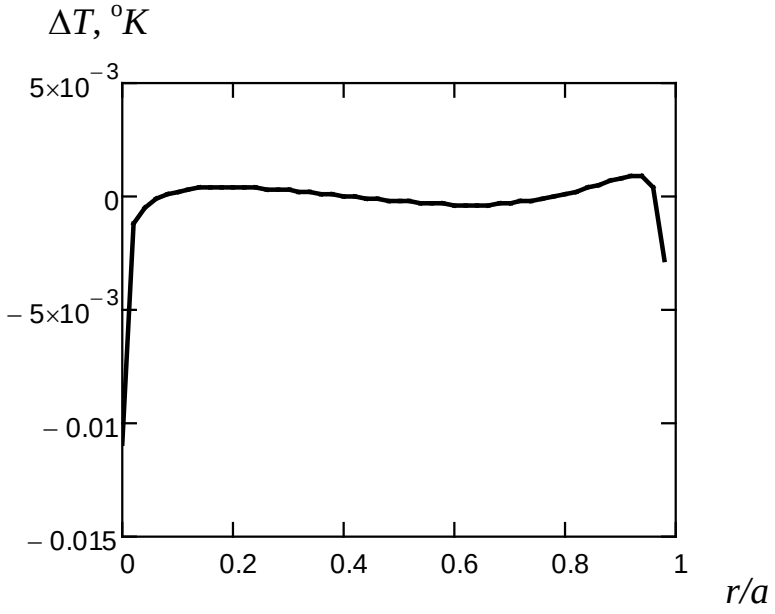


Рис. 2.6 Остаточное распределение температуры для момента времени, соответствующего окончанию импульса накачки (t_{pls}=1). Значение коэффициентов, определяющих эффективную сферическую составляющую температурного профиля: $us_1 + us_2$=0.603.

2.5 Исследование углового распределения излучения твердотельного лазера с неустойчивым резонатором и внутрирезонаторными оптическими неоднородностями

Цель работы: При помощи геометрооптической модели телескопического резонатора провести анализ углового распределения излучения лазера при наличии внутрирезонаторных оптических неоднородностей

Краткие сведения из теории

При создании мощных твердотельных лазеров широкое применение нашли неустойчивые резонаторы, позволяющие сочетать хорошее заполнение активной среды с высокой степенью селекции поперечных мод. При исследовании неустойчивого резонатора вполне допустимо использовать геометрооптическое приближение, что дает возможность проанализировать влияние внутрирезонаторных оптических неоднородностей на пространственные характеристики лазерного излучения.

В частности, приближение геометрической оптики может применяться для оценки влияния оптических неоднородностей активной среды на угловую расходимость излучения твердотельного лазера. При расчете углового спектра на выходе телескопического резонатора в геометрооптическом приближении предполагается, что основной вклад в искажение волнового фронта вносит неоднородность показателя преломления активной среды, а влияние дифракции мало. При расчетах предполагается также, что телескопический резонатор и оптические неоднородности обладают радиальной симметрией.

При многократном обходе резонатора разность оптических путей для лучей с радиальными координатами x и x=0, т.е. форма волнового фронта, определяется выражением [14]:

$$\Delta(r) = L\sum_{m=1}^{\infty}\left[n\left(\frac{r}{M^{m-1}}\right) - 2n(0) + \left(\frac{r}{M^{m-1}}\right)^{-1}\frac{M}{M-1}\cdot\int_{r/M^{m}}^{r/M^{m-1}} n(r')dr'\right] \quad (2.45)$$

где $r = \frac{x}{a}$ – безразмерная радиальная координата, M – коэффициент увеличения телескопического резонатора, m – номер двойного обхода, L – длина активной среды, a – радиус апертуры резонатора. Здесь $n(r)$ – радиальная зависимость показателя преломления активной среды.

Для удобства представления расчетных соотношений, применяемых при численном моделировании, можно изначально задать конкретные выражения для функции *n(r)*, например:

$$n(r) = n(0) + B \cdot \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot r^{2n} \qquad (2.46)$$

Нормировка выполнена так, что $\sum_{n=1}^{\infty} A_n = 1$

Тогда с учетом (2.46) выражение (2.45) приобретает вид:

$$\Delta(r) = \frac{S}{k} \cdot F(r) \qquad (2.47)$$

где $k=2\pi/\lambda$ – волновое число, $S=kLB$ – параметр, характеризующий деформацию волнового фронта при однократном прохождении пучка через активную среду; *F(r)* определяется выражением [14]:

$$F(r) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{(2n+1)M^{2n\cdot(m-1)}} \left[(2n+1) + \frac{M^{2n+1}-1}{M^{2n} \cdot (M-1)} \right] r^{2n} \qquad (2.48)$$

Угловой спектр поля на выходе неустойчивого резонатора для случая радиальной симметрии определяется выражением:

$$E(u_r) = 2\pi \int_{1/M}^{1} r \cdot g(r) \cdot J_0(\pi u_r r) dr \qquad (2.49)$$

где $g(r) = C(r) exp(ik\Delta(r))$– радиальное распределение поля на выходе резонатора, *C(r)* – распределение амплитуды поля (в дальнейших расчетах предполагаем *C(r)*=const, $u_r = \frac{\varphi_r}{(\lambda/2a)}$, φ_r– угол, отсчитываемый от оси резонатора, $J_0(\pi u_r r)$– функция Бесселя. Нижний предел интегрирования, равный 1/*M*, отражает особенность вывода излучения из резонатора, обладающего зеркалом с резким краем.

Соответствующее нормированное угловое распределение интенсивности определяется функцией:

$$I(u_r) = \frac{|E(u_r)|^2}{|E(u_r)|^2_{max}} \qquad (2.50)$$

Доля энергии, приходящаяся на угол "u" от полной энергии пучка, определяется выражением:

$$W(u) = \frac{\int_0^u |E(u_r)|^2 u_r du_r}{\int_0^\infty |E(u_r)|^2 u_r du_r} \qquad (2.51)$$

При этом "расходимость по уровню w_1" определяется как угол u_1, соответствующий заданному значению доли от общей энергии пучка: $W(u_1) = w_1$.

Задание к лабораторной работе

1. Построить угловые зависимости энергии выходного излучения лазера с телескопическим резонатором с учетом оптических неоднородностей активной среды.
2. Получить значение угловой расходимости (в дифракционных пределах) по уровню 0.84 от общей энергии. Подобрать необходимый для этого диапазон изменения угловой координаты. Рассчитать отношение полученной расходимости к расходимости пучка с идеальным волновым фронтом.
3. Определить число Штреля для выходного излучения и абсолютное значение расходимости (мрад). Параметры a_4, a_2, S, определяющие характер оптической неоднородности, коэффициент увеличения резонатора, апертура системы и длина волны излучения указаны в файле исходных данных.

Обозначения переменных в программе

λ – длина волны лазерного излучения, мкм
M_1 – коэффициент увеличения телескопического резонатора
D_{ap} – диаметр выходной апертуры лазерного резонатора, мм
S – максимальная величина оптической неоднородности, рад
a_4, a_2 – коэффициенты, определяющие радиальную зависимость внутрирезонаторной оптической неоднородности
$I(u_r)$ – угловое распределение интенсивности излучения, отн.ед.
$Ws(u_r)$ –доля энергии излучения внутри угла u_r, отн.ед.
$Nstr$ – число Штреля,
$\theta_0 d$ – абсолютное значение угла, соответствующего одному дифракционному пределу, мрад

На рис. 2.7 приведен пример угловых распределений интенсивности выходного излучения лазера с неустойчивым резонатором при наличии оптических неоднородностей (штриховая линия) и при отсутствии оптических неоднородностей (сплошная линия). Величина оптической неоднородности определена зависимостью от радиальной координаты: (полином 4-го порядка) $n(r) = S \cdot \left(a_4 \cdot r^2 - a_2 \cdot r^2 + 1\right)$, где a_4=1, a_2=1, S=2π – амплитуда оптической неоднородности.

Содержание отчета

1. Постановка задачи с указанием набора расчетных параметров, соответствующих варианту исходных данных

2. Построить угловые зависимости энергии выходного излучения лазера с телескопическим резонатором с учетом оптических неоднородностей активной среды. Значения угловой расходимости и числа Штреля.

3. Выводы по результатам проведенных численных расчетов

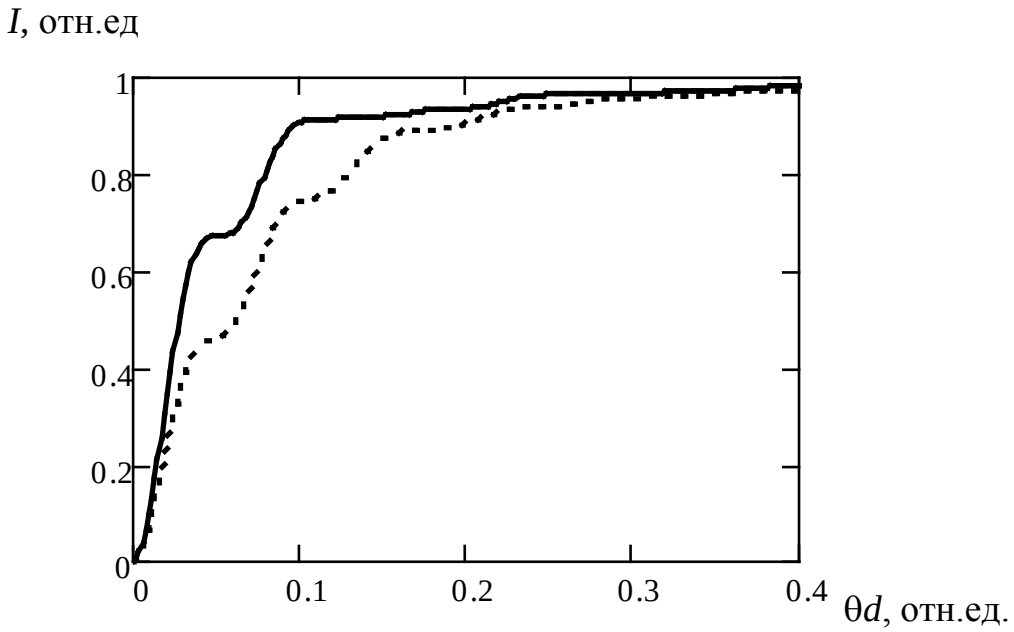


Рис. 2.7 Угловые распределения интенсивности выходного излучения лазера с неустойчивым резонатором при отсутствии оптических неоднородностей (сплошная линия) и при наличии оптических неоднородностей (штриховая линия). Значение амплитуды оптической неоднородности S=2π.

Таблица 2.6 Варианты исходных данных

№ Вар	λ, мкм	M_1	$D_{ар}$, мм	a_4,	a_2,	S, рад
1	1.064	4	6	1	1	9.42
2	2.94	1.2	2	0.5	1.5	3.14
3	1.06	2	45	1.2	0.8	1.57
4	1.06	3	30	1.4	0.6	3.14
5	1.047	1.5	3	0.8	1.2	9.42
6	1.064	3	8	0.4	0.6	6.28
7	2.94	1.15	2.5	0.3	1.7	3.14
8	1.06	2.5	30	0.6	1.4	1.57
9	1.06	3.5	45	0.7	1.3	3.14
10	1.047	2.5	4	1.8	0.2	6.28
11	1.064	3	6	0.8	1.2	9.42
12	2.94	1.5	2	0.4	0.6	6.28
13	1.06	3	45	0.3	1.7	3.14
14	1.06	1.15	30	0.6	1.4	1.57
15	1.047	2.5	3	0.7	1.3	3.14
16	1.064	3.5	8	1.8	0.2	6.28
17	2.94	2.5	2.5	1	1	9.42
18	1.06	4	30	0.5	1.5	3.14
19	1.06	1.2	45	1.2	0.8	1.57
20	1.047	2	4	1.4	0.6	3.14
21	1.064	4	6	1.2	0.8	1.57
22	2.94	1.2	2	1.4	0.6	3.14
23	1.06	2	45	0.8	1.2	9.42
24	1.06	3	30	0.4	0.6	6.28
25	1.047	1.5	3	0.3	1.7	3.14
26	1.064	3	8	0.6	1.4	1.57
27	2.94	1.15	2.5	0.7	1.3	3.14
28	1.06	2.5	30	1.8	0.2	6.28
29	1.06	3.5	45	1	1	9.42
30	1.047	2.5	4	0.5	1.5	3.14

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Б. Альтшулер, Е.Г. Дульнева, В.Б. Карасев, В.Ю. Храмов Генерация и усиление света: учебное пособие.- Л.: ЛИТМО, 1986.-69 с.

2. Ткачук А.М., Разумова И.К., Мирзаева А.А., Малышев А.В., Гапонцев В.П. Up-конверсия и заселение возбужденных уровней иона эрбия в кристаллах $LiY_{1-x}Er_xF_4$ // Оптика и спектроскопия. 2002. Т. 92. No. 1. С. 73 – 88.

3. Храмов В.Ю. Расчет элементов лазерных систем для информационных и технологических комплексов. Учебное пособие — СПб.: СПбГУ ИТМО, 2005.

4. H.P. Kortz, R. Ifflander, H. Weber. Stability and beam divergence of multimode lasers with internal variable lenses // Applied Optics, 1981, v.20, №23, p. 4124-4134.

5. V. Magni. Resonators for solid-state lasers with large-volume fundamental mode and high alignment stability // Applied Optics, 1986, v.25, №1, p. 107-117.

6. М. Борн, Э. Вольф Основы оптики. - М.: Наука, 1973. - 720 с

7. G. Duplain, P.G. Verly, J.A. Dobrowolski et al. Grade-reflectance mirrors for beam quality control in laser resonators // Applied Optics, 1993, v. 32, № 7, p. 1145-1153

8. M. Morin. Graded reflectivity mirror unstable resonators // Optical and Quantum Electronics, 1997, v. 29, № 8, p. 819-866.

9. И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев Справочник по математике – М.: Наука, 1980. – 975 с.

10. Д. Малакара Оптический производственный контроль, – М.: Машиностроение, 1985. – 400 с.

11. А.В. Мезенов, Л.М. Сомс, А.И. Степанов Термооптика твердотельных лазеров. - Л.: Машиностроение, 1986. - 199с.

12. W. Koechner. Solid-state laser engineering. Fourth extensively revised and updated edition. - Springer, 1996. - 708p.

13. Б.Р. Белостоцкий, А.С. Рубанов. Тепловой режим твердотельных оптических квантовых генераторов. - М.: Энергия, 1973. - 168с.

14. Л.А. Васильев, В.К. Демкин, и др. Расчет углового распределения излучения лазера с неоднородной активной средой и телескопическим резонатором // Квантовая Электроника, 1975, т.2, №1, стр.51-55.

Миссия университета – генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

КАФЕДРА ЛАЗЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЛАЗЕРНОЙ ТЕХНИКИ

Кафедра лазерных технологий и экологического приборостроения была создана в 1989 году на базе отраслевой лаборатории лазерных технологий (открытой в 1976 г. на основе группы лазерных технологий ЛКТБ ЛОЭП «Светлана») и кафедры охраны труда и окружающей среды. В 2015 году получила кафедра современное название - «Лазерных технологий и лазерной техники». В настоящее время кафедру возглавляет заслуженный деятель науки, доктор технических наук, лауреат Государственной премии, профессор Вадим Павлович Вейко.

В 1976 году научные работы отраслевой лаборатории лазерных технологий по «Физическим основам лазерной обработки тонких пленок» удостоены Премии Президиума АН СССР за лучшую научную работу в области «Фундаментальных проблем микроэлектроники».В 1983 и 1984 годах работы кафедры удостоены Премий Минвуза СССР за лучшую научную работу.

В 1986 году работы кафедры совместно с рядом других организаций удостоены Государственной Премии СССР в области науки и техники за «Разработку и широкое внедрение в промышленность процессов лазерной обработки тонких пленок».

В 1995 году кафедра явилась инициатором и методическим центром организации новой специальности «Лазерная техника и лазерные технологии», по которой проводят подготовку и выпуск специалистов 18 ВУЗов России.

С 2000 года лаборатория и кафедра ЛТ признаны Ведущей научной школой Российской Федерации по «Фундаментальным основам лазерных микро- и нанотехнологий», в период 2001 – 2015 годов этот статус ежегодно подтверждается. У истоков Ведущей научной школы стояли друзья, коллеги и соратники по многолетней совместной работе профессора Вадим Павлович Вейко и Михаил Наумович Либенсон. Становлению Школы во многом способствовали заведующий первой в СССР кафедрой квантовой электроники

профессор К.И. Крылов и начальник отдела ГОИ им. С.И. Вавилова профессор Алексей Михайлович Бонч–Бруевич.

В 2010 году работы кафедры совместно с рядом других организаций удостоены Премии Правительства России в области образования за «Создание инновационной системы подготовки специалистов по лазерной обработке материалов».

За период времени с 1988 по 2014 год кафедра выпустила более 500 специалистов в области лазерных технологий;

За тот же период времени сотрудниками и аспирантами кафедры и научной школы защищены 5 докторские и 45 кандидатских диссертаций;

Сотрудниками кафедры (и с их участием) издано 15 монографий, в том числе 6 на английском и 1 на китайском языке;

Результаты исследований сотрудников кафедры изложены более чем в 500 научных статьях и 50 патентах и авторских свидетельствах;

В настоящее время кафедра активно сотрудничает с университетами и институтами Германии (BIAS, FHS, Emden, Kassel), Китая (HUST), Франции (ENISE), Италии (LecceUniversity) и др.

Научный руководитель Ведущей научной школы, заведующий кафедрой и лабораторией лазерных технологий Заслуженный деятель науки России, Лауреат Государственной Премии СССР и Премии Правительства РФ, действительный член Академии инженерных наук имени А.М. Прохорова, д.т.н., профессор Вейко Вадим Павлович стал победителем конкурса 2014 года по государственной поддержке ведущих научных школ с работой по теме «Физика структурно–фазовых превращений в аморфно-кристаллических средах под действием сверхкоротких импульсов лазерного излучения».

Среди членов Школы Почетные работники высшей школы, д.т.н., профессор Е.Б. Яковлев, д.т.н., профессор Е.А. Шахно и к.ф.–м.н., доцент Г.Д. Шандыбина, профессор В.А. Серебряков, профессор А.М Скворцов, доцент университета г.Касселя (Германия) Д.С Иванов, к.ф.–м.н., доц. Ю.И. Копилевич, к.т.н., доцент А.А. Аллас, к.т.н., доцент А.А. Петров, доцент Н.Н. Марковкина, молодые научные сотрудники, кандидаты наук Б.Ю. Новиков, Э.И. Агеев, А.А. Самохвалов, Г.В. Одинцова, и др.

В 2010 году на базе кафедры Лазерных технологий был запущен специальный образовательный проект для старшеклассников - Школа лазерных технологий (ШЛТ),- спустя два года получивший уже общефакультетский статус. Образование в ШЛТ нацелено на довузовскую профессиональную подготовку учащихся 9-11 классов, углубление их знаний и погружение в области, связанные с лазерными технологиями и оптоэлектроникой.

За четыре первых года работы выпускниками ШЛТ было представлено около 40 докладов на 5 всероссийских и международных конференциях. В 2013 году летняя секция Школы лазерных технологий стала победителем IV конкурса образовательных проектов для школьников, а в 2014 году вышла на всероссийский уровень, объединив учащихся из пяти регионов страны.

Профессорско-преподавательский состав кафедры (включая штатных совместителей) составляет 12 человек. К учебному процессу привлекаются ведущие специалисты ФГУП НПК «ГОИ им. С.И. Вавилова», а также Государственного Медицинского университета.

Кафедра имеет учебную лабораторию, где проводятся лабораторные работы по безопасности труда и экологическим вопросам, компьютерный класс для реализации компьютерной практики студентов, а также научно-исследовательскую лабораторию, на базе которой студенты старших курсов проводят учебную научно-исследовательскую работу.

Кафедра имеет тесные связи с ведущими организациями города, благодаря чему студенты проходят производственную практику, а также пишут дипломные работы в таких организациях, как ВНЦ «ГОИ им. С.И. Вавилова», ГИПХ, Медлаз, Институт пульмонологии и т.п.

Вячеслав Валерьевич Назаров
Валерий Юрьевич Храмов

Применение пакета Mathcad в задачах оптики лазеров

Учебное пособие

В авторской редакции
Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО
Зав. РИО Н.Ф. Гусарова
Подписано к печати
Заказ №
Тираж 50 экз.
Отпечатано на ризографе