

АДАПТИВНЫЕ АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ

Учебное пособие Часть 2



Санкт-Петербург

2016

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

АДАПТИВНЫЕ АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ
Учебное пособие
Часть 2

 **УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

Санкт-Петербург

2016

Адаптивные антенные решетки. Учебное пособие в 2-ух частях. Часть 2.: В.А. Григорьев, С.С. Щесняк, В.Л. Гулюшин, Ю.А. Распаев, И.А. Хворов, Щесняк А.С./ под общ. ред. В.А. Григорьева. – СПб: Университет ИТМО, 2016. – с. 118.

Излагаются основные теоретические сведения, описаны принципы построения, методы и алгоритмы адаптации адаптивных антенных решеток (ААР). Приведены выражения для оптимальных весовых коэффициентов ААР, для ряда классов алгоритмов адаптации, основанных на процедурах непосредственного вычисления, градиентных процедурах первого и второго порядков, процедурах с нелинейными правилами принятия решения. Для алгоритмов адаптации анализируются основные характеристики. Приведены сведения о влиянии ААР на характеристики систем радиосвязи.

Учебное пособие может быть полезно студентам, специалистам в области радиосвязи и адаптивных систем обработки сигналов.

Издание предназначено для студентов, обучающихся по направлению 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».

Рекомендовано к печати Ученым советом факультета ИКТ от 18 октября 2015 года, протокол №7.



Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2016

© Авторы, 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА 5. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ	
ХАРАКТЕРИСТИКИ АДАПТИВНЫХ АНТЕНН	4
5.1. Процесс адаптации при подавлении помех	4
5.2. Классификация адаптивных антенн	10
5.3. Полная и частичная адаптация в антенных решётках	21
5.4. Адаптивные антенные решётки фильтрации сигналов	26
5.5. Адаптивные компенсаторы	34
5.6. Многолучёвые адаптивные антенны	42
5.7. Гибридные адаптивные антенны	48
5.8. Предпроцессоры	50
ГЛАВА 6. ПРИМЕНЕНИЕ АДАПТИВНОЙ ОБРАБОТКИ	
СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ.....	52
6.1. Адаптивные антенные решётки	53
6.2. Адаптивные режекторные фильтры	60
6.3. Адаптивные комбинированные системы обработки сигналов	64
6.4. Применение адаптивной обработки сигналов в режиме приёма	
информации	70
6.5. Применение адаптивных систем обработки сигналов в	
системах связи со случайным множественным доступом	73
ГЛАВА 7. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ АДАПТИВНОЙ	
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ.....	82
7.1. Применение адаптивной обработки для решения задач оценивания	
спектра сигналов	
7.2. Применение адаптивной обработки для решения задач	
электромагнитной совместимости в системах радиосвязи	92
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	96
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	97
Приложение 1 Сведения из теории матриц	104

ГЛАВА 5. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АДАПТИВНЫХ АНТЕНН

5.1. Процесс адаптации при подавлении помех

Адаптивная антенна подавляет помеховые сигналы на выходе сумматора путём формирования в ХН глубоких минимумов в направлении прихода помехи. Формирование минимумов производится изменением ВК в каналах адаптации. Так как оптимальные значения ВК при реализации многих критериев оптимальности совпадают, то для данных критериев одинаковы и характеристики ААР в конце процесса адаптации, связанные с величиной подавления помехи.

Процесс адаптации зависит от многих факторов: принципа построения адаптивной антенны, антенных элементов, типа процессора, используемого метода адаптации и т. д. Однако физическая суть работы многих разновидностей ААР при подавлении помех оказывается одинаковой. Можно по-разному трактовать сам процесс адаптации, но от этого не изменяется его физическая суть.

Пути достижения оптимальных ВК могут быть различными. Рассмотрим сущность работы ААР при подавлении помех в установившемся режиме адаптации. В качестве критерия оптимальности выберем максимум ОСШП. Вектор оптимальных ВК при этом определяется обобщённым выражением:

$$\mathbf{W}_{\text{опт}} = \mathbf{R}_{\text{пш}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{ш}} \mathbf{b}_c, \quad (5.1)$$

где $\mathbf{b}_c$ – вектор направления полезного сигнала; $\mathbf{R}_{\text{пш}}$ и $\mathbf{R}_{\text{ш}}$ – корреляционные матрицы смеси помех и шумов и только шумов.

Для того, чтобы понять физическую суть процесса адаптации, рассмотрим самую простую ситуацию. Пусть на эквидистантную АР с изотропными элементами воздействует один детерминированный помеховый сигнал, т. е. падает одна плоская электромагнитная волна.

В этом случае корреляционная матрица шумов и помех $\mathbf{R}$ принимает вид (см. главу 1)

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{\text{ш}} + \mathbf{X}_{\text{п}} \mathbf{X}_{\text{п}}^+ = \sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I} + P_{\text{п}} \mathbf{b}_{\text{п}} \mathbf{b}_{\text{п}}^+, \quad (5.2)$$

где $\mathbf{X}_{\text{п}}$ – вектор сигналов помехи на выходах антенных элементов.

Ещё упростим ситуацию, приняв, что шумы в каждом из каналов АР не коррелированы между собой, т. е. $\mathbf{R}_{\text{ш}} = \sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I}_{N_a}$. С учётом диагональной структуры матрицы $\mathbf{R}_{\text{ш}}$ и формулы для обращения суммы матриц (П.100) вектор оптимальных ВК перепишем в виде

$$\mathbf{W}_{\text{опт}} = \mathbf{b}_c - \frac{\mathbf{X}_{\Pi} \mathbf{X}_{\Pi}^+ \mathbf{b}_c}{\sigma_{\text{ш}}^2 + \mathbf{X}_{\Pi}^+ \mathbf{X}_{\Pi}}. \quad (5.3)$$

Проанализируем теперь изменение ХН ААР в процессе адаптации. В общем случае характеристика направленности адаптивной антенны может быть записана как

$$F_a(u) = \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_u(u) = \sum_{n=1}^M w_n^* e^{iu(2n-M-1)}, \quad (5.4)$$

где $e^{iu(2n-M-1)} = b_{nn}$ – ХН n -го изотропного элемента с учётом запаздывания падающей плоской волны на элементах АР.

Выражение для ХН адаптивной антенны в установившемся режиме, т. е. в конце процесса адаптации, с учётом формулы (5.3) представляется в виде:

$$F_a(u) = \mathbf{W}_{\text{опт}}^+ \mathbf{b}_u = \mathbf{b}_c^+ \mathbf{b}_u(u) - \frac{\mathbf{b}_c^+ \mathbf{X}_{\Pi} \mathbf{X}_{\Pi}^+ \mathbf{b}_u(u)}{\sigma_{\text{ш}}^2 + \mathbf{X}_{\Pi}^+ \mathbf{X}_{\Pi}}. \quad (5.5)$$

В случае, когда помеховый сигнал детерминирован и приходит с направления θ_{Π} , в линейной эквидистантной АР он описывается вектором

$$\mathbf{X}_{\Pi} = \begin{Bmatrix} x_{\Pi 1} \\ \vdots \\ x_{\Pi M} \end{Bmatrix}, \quad (5.6)$$

где $x_{\Pi n} = |x_{\Pi n}| b_{\Pi n} = |x_{\Pi n}| e^{i\pi d_0 \sin \theta_{\Pi} (2n-M-1)/\lambda_0}$; $b_{\Pi n} = e^{i\pi d_0 \sin \theta_{\Pi} (2n-M-1)/\lambda_0}$; $|x_{\Pi n}|$ – амплитуда помехового сигнала.

С учётом представления помехи вектором (5.6), перепишем выражение (5.5):

$$F_a(u) = \mathbf{b}_c^+ \mathbf{b}_u(u) - \frac{P_{\Pi} \mathbf{b}_c^+ \mathbf{b}_{\Pi} \mathbf{b}_{\Pi}^+ \mathbf{b}_u(u)}{\sigma_{\text{ш}}^2 + P_{\Pi} \mathbf{b}_{\Pi}^+ \mathbf{b}_{\Pi}}, \quad (5.7)$$

где $\mathbf{b}_{\Pi}^T = \|b_{\Pi 1} \dots b_{\Pi M}\|$.

Рассмотрим все составляющие в последнем соотношении отдельно. Первое слагаемое в выражении (5.7) соответствует ХН адаптивной антенны $F_0(u)$ в исходном состоянии, т. е. до начала процесса адаптации:

$$F_0(u) = \mathbf{b}_c^+ \mathbf{b}_n(u). \quad (5.8)$$

Второе слагаемое рассмотрим по основным составляющим. Так, сомножитель $\mathbf{b}_n^+ \mathbf{b}_n$ представляет собой число:

$$\mathbf{b}_n^+ \mathbf{b}_n = \sum_{n=1}^{N_a} e^{iu_n(2n-N-1)} e^{-iu_n(2n-N-1)} = N_a. \quad (5.9)$$

Другой сомножитель $\mathbf{b}_n^+ \mathbf{b}_n(u)$ есть множитель АР с максимумом, ориентированным на источник помехи:

$$\mathbf{b}_n^+ \mathbf{b}_n(u) = \sum_{n=1}^N e^{-iu_n(2n-N-1)} e^{iu_n(2n-N-1)} = \frac{\sin N(u - u_n)}{\sin(u - u_n)} = f_M(u - u_n). \quad (5.10)$$

Ещё один сомножитель во втором слагаемом $\mathbf{b}_c^+ \mathbf{b}_n$ характеризует значение ХН АР до начала адаптации в направлении прихода помехи. Действительно,

$$\mathbf{b}_c^+ \mathbf{b}_n = \sum_{n=1}^N b_{cn}^* e^{iu_n(2n-N-1)} = F_0(u_n). \quad (5.11)$$

С учётом формул (5.8) – (5.11) выражение для ХН ААР (5.7) записывается в виде:

$$F_0(u) = F_0(u) - \frac{P_n}{\sigma_{ш}^2 + N_a P_n} F_0(u_n) f_M(u - u_n). \quad (5.12)$$

Множитель АР $f_M(u - u_n)$, как видно из формулы (5.10), является ненормированным и соответствует равноамплитудному распределению поля по апертуре, т. е. минимально узкой ХН. Нормируя множитель АР, выражение (5.12) можно переписать в форме:

$$F_a(u) = F_0(u) - \alpha_a F_0(u_n) F_M(u - u_n), \quad (5.13)$$

где $\alpha = \frac{N_a P_n}{\sigma_{ш}^2 + N_a P_n}$; $F_M(u - u_n) = \frac{1}{N_a} f_M(u - u_n)$.

В практических ситуациях мощность помехи намного превышает мощность шумов:

$$P_{\Pi} \gg \sigma_{\Pi}^2. \quad (5.14)$$

При выполнении условия (5.14) коэффициент α_a в (5.13) стремится к единице: $\alpha_a \rightarrow 1$.

Из выражения (5.13) можно уяснить физическое содержание процесса адаптации в случае подавления одной помехи. Анализ выражения (5.13) показывает, что физическая сущность процесса адаптации в АР при подавлении помех состоит в том, чтобы автоматически определить направление прихода помехи, сформировать в этом направлении максимально узкую вспомогательную ХН и затем, взвесив её до уровня исходной ХН в направлении помехи, скомпенсировать помеху на выходе ААР. Точность компенсации помехи зависит от отношения мощности помехи к шуму. Чем больше это отношение, тем больше степень компенсации.

В случае одновременного воздействия на ААР нескольких помех процесс адаптации является более сложным. Однако основные особенности и физическая сущность этого процесса остаются такими же, как и при воздействии одной помехи.

Как было указано выше, переходный процесс при адаптации зависит от выбранного метода оптимизации. При анализе алгоритмов адаптации основное внимание было уделено влиянию параметров и характеристик помех на скорость сходимости и, таким образом, на изменение ХН в процессе адаптации. С точки зрения влияния алгоритма адаптации на изменение ХН ААР все алгоритмы можно условно разделить на два больших класса.

К первому классу относятся алгоритмы, скорость сходимости которых зависит от матрицы $\mathbf{R}$, т. е. от параметров помех. К другому классу относятся алгоритмы, скорость сходимости которых не зависит от матрицы $\mathbf{R}$. Соответственно, существует два возможных пути изменения ХН ААР в процессе адаптации.

Первый путь рассмотрим на примере алгоритма минимизации СКО вида (4.15). Как показано в параграфе 4.2, переходный процесс для ВК в данном случае определяется выражением

$$\hat{\mathbf{W}}(t) = [\hat{\mathbf{W}}_0 - \hat{\mathbf{W}}(\infty)]e^{-\Lambda t/\tau_0} + \hat{\mathbf{W}}(\infty), \quad (5.15)$$

где Λ — диагональная матрица, состоящая из собственных значений корреляционной матрицы $\mathbf{R}$.

Переходный процесс описывается спадающими экспонентами с различными постоянными времени τ_0 / λ_i , где λ_i – i -е собственное значение матрицы $\mathbf{R}$. Выражение (5.15) позволяет выявить физическую сущность переходных процессов для ААР, использующих алгоритмы адаптации первого класса.

Во-первых, чем больше мощность помехи (это эквивалентно большему значению λ_i), тем меньше постоянная времени адаптации τ_0 / λ_i и тем быстрее заканчивается процесс адаптации. Во-вторых, при одновременном воздействии нескольких помех, быстрее подавляется помеха, которая обладает наибольшей мощностью, и следовательно, в направлении этой помехи быстрее формируется минимум ХН. Преимущественное формирование минимума ХН в направлении прихода помехи наибольшей мощности будет до тех пор, пока мощность этой помехи на выходе ААР не сравняется с мощностью остальных помех.

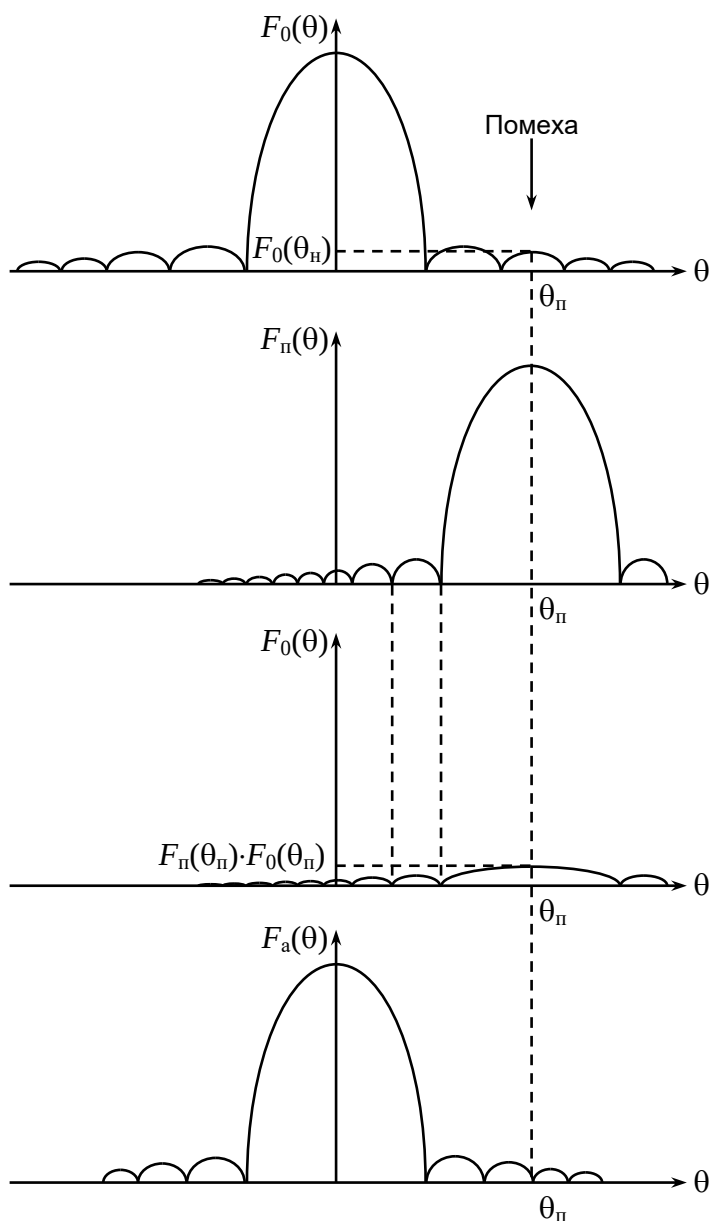


Рис. 5.1

Для другого класса алгоритмов, когда постоянная времени адаптации не зависит от матрицы $\mathbf{R}_{\text{пш}}$ (алгоритмы (4.166) и (4.157)), подавление помех различной мощности происходит одновременно.

Выражение (5.13) позволяет выработать следующую последовательность операций, которые необходимо произвести в АР с целью подавления помехи.

1. Заранее определяется исходная ХН АР $F_0(\theta)$.
2. Устанавливается направление на источник помехи $\theta_{\text{п}}$.
3. Вычисляется значение исходной ХН АР в направлении на источник помехи $F_0(\theta_{\text{п}})$.

4. Измеряется отношение помеха/шум $|x_n|^2 / \sigma_{ш}^2$.
5. Формируется вспомогательная максимально узкая ХН $F_M(\theta - \theta_n)$ АР в направлении на источник помехи.
6. Сформированная в направлении на источник помехи ХН взвешивается до величины, возможно более точно равной уровню исходной ХН АР в направлении на источник помехи.
7. Из исходной ХН вычитается взвешенная ХН, ориентированная на источник помехи.

Эту последовательность операций можно проиллюстрировать графически (рис. 5.1).

Существуют различные способы реализации исходной и вспомогательной ХН, а также способы взвешивания вспомогательной ХН. Отсюда большое разнообразие типов ААР и принципов их построения.

5.2. Классификация адаптивных антенн

Классификация адаптивных антенн может быть проведена по различным признакам. К числу таких признаков относятся принцип построения адаптивной антенны, наличие дополнительных устройств повышения качества адаптации, соотношение общего количества антенных элементов и количества элементов взвешивания сигналов, а также принципы формирования опорного сигнала, подавления помех и т.д.

В настоящей работе в основу классификации адаптивных антенн положены признаки, которые лежат в основе принципов функционирования и принципов построения. Такая классификация отражена на рис. 5.2.

Для современных антенных решёток число приёмных элементов может составлять сотни, тысячи и даже десятки тысяч. Обработка сигналов на выходе каждого антенного элемента при этом значительно затрудняется. Это

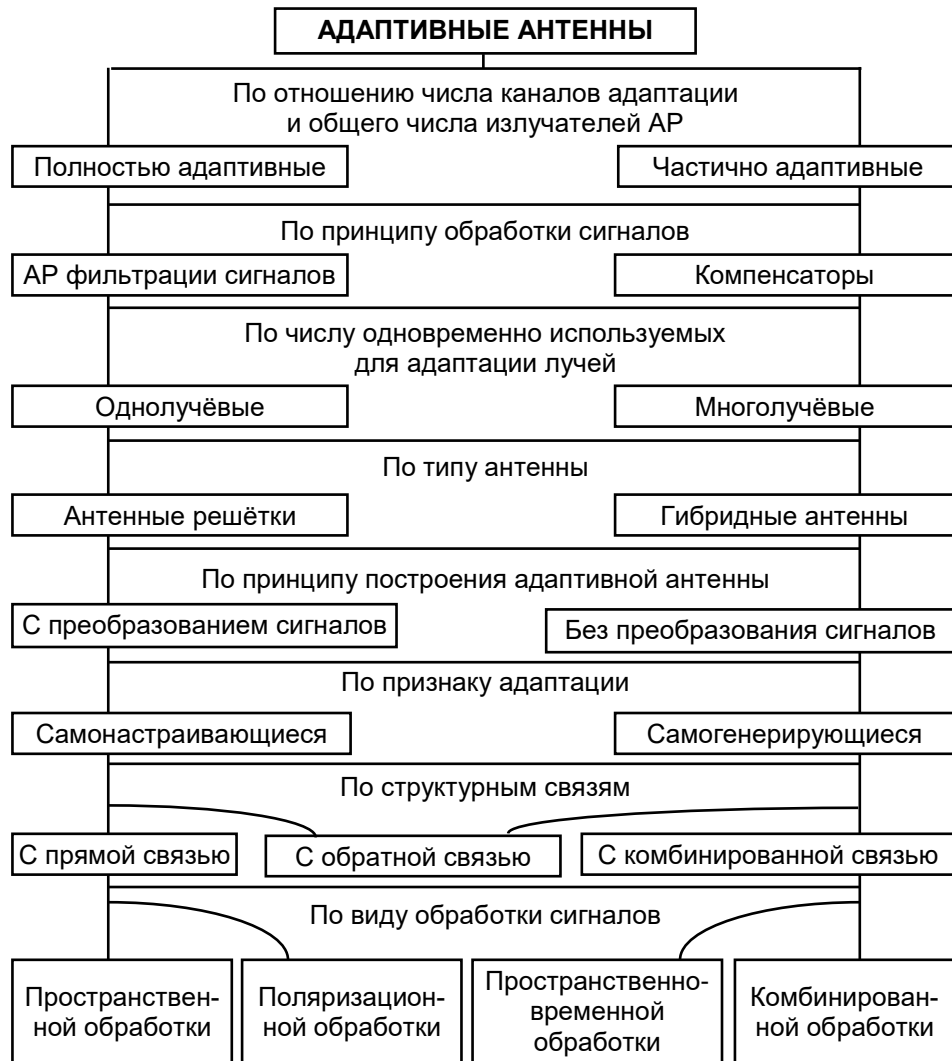


Рис. 5.2

связано с увеличением количества элементов устройств обработки сигналов, а также ухудшением качества приёма полезного сигнала, увеличением времени адаптации, ухудшением качества подавления помех. В связи с этим в многоэлементных решётках обработка сигналов, как правило, проводится в ограниченном числе антенных элементов. При этом количество каналов адаптации меньше общего числа антенных элементов (рис. 5.3). Характеристики процесса адаптации в таких антеннах определяются как числом элементов решётки, так и числом каналов адаптации (взвешивания). Поэтому по соотношению числа антенных элементов и каналов обработки сигналов адаптивные антенны подразделяются на полностью и частично адаптивные. В полностью адаптивных решётках взвешивающие элементы находятся в каждом канале решётки. К частично адаптивным решёткам относятся антенные решётки, построенные по принципу модульной обработки сигналов (сигналов субрешёток), а также адаптивные

компенсаторы. В общем случае в каждом модуле (субрешётке) может быть различное число антенных элементов.

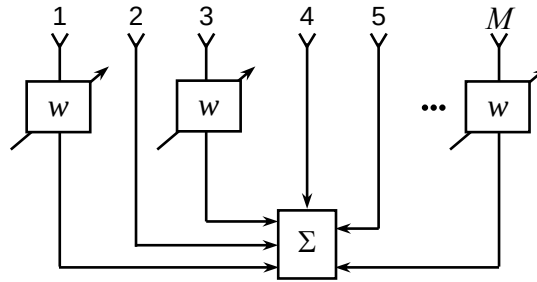


Рис. 5.3

По принципам обработки сигналов (принципам подавления помех) адаптивные антенны подразделяются на АР фильтрации сигналов и адаптивные компенсаторы (АК). В АР адаптивной пространственной фильтрации сигналов одновременно в косвенной форме производится оценка приходящих сигналов. При этом вся АР рассматривается как единый пространственный фильтр, который характеризуется передаточной характеристикой. В адаптивных компенсаторах принципиальным является наличие основного и дополнительного (компенсационного) каналов, причём взвешивание сигналов осуществляется только в дополнительном канале, а в основном — не производится. Дополнительный канал часто называют компенсационным, так как в режиме подавления помех он предназначен для компенсации сигналов основного канала (рис. 5.4). В сумматоре происходит вычитание компенсационного сигнала из основного.

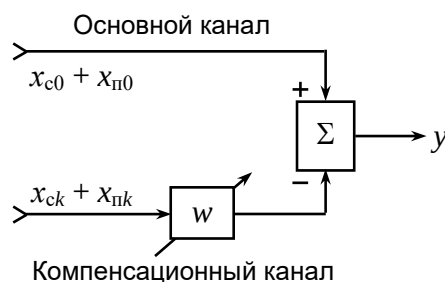


Рис. 5.4

Принцип подавления помех в адаптивном компенсаторе состоит в следующем. Пусть на адаптивный компенсатор воздействует полезный сигнал и помеха. На выходе антенного элемента основного канала имеется сигнал $x_{с0}$, помеха $x_{п0}$, а на выходе антенного элемента компенсационного канала — полезный сигнал $x_{сk}$ и помеха $x_{пk}$. Весовой коэффициент в компенсационном канале w изменяется таким образом, чтобы значение

сигнала после взвешивания в компенсационном канале $w^+(x_{ck} + x_{pk})$ стремилось к значению $x_{п0}$. Тогда сигнал на выходе компенсатора будет определяться выражением

$$y = x_{c0} + x_{п0} - w^+(x_{ck} + x_{pk}). \quad (5.16)$$

В случае, когда

$$|x_{pk}| \gg |x_{ck}| \quad (5.17,a)$$

и

$$|x_{c0}| \gg |x_{ck}| \quad (5.17,b)$$

получим:

$$y \cong x_{c0} + x_{п0} - w^+ x_{pk}. \quad (5.18)$$

Если весовой коэффициент w подобрать таким, чтобы выполнялось равенство

$$w^+ x_{pk} = x_{п0}, \quad (5.19)$$

то на выходе компенсатора получим только полезный сигнал основного канала, т. е.

$$y \cong x_{c0}. \quad (5.20)$$

Из условия $|x_{pk}| \gg |x_{ck}|$ следует, что принцип адаптивной компенсации помех целесообразно применять тогда, когда на выходе антенны компенсационного канала мощность помехи намного превышает мощность полезного сигнала. При этом в практических ситуациях компенсационная антенна может быть как остронаправленной, так и слабонаправленной. Если в качестве компенсационной используется остронаправленная антенна, то максимум её ХН ориентируется в направлении источника помех. При слабонаправленной компенсационной антенне её ХН должна перекрывать зону возможного наличия источников помех. В обоих случаях при этом выполняются неравенства (5.17).

В зависимости от количества элементов компенсационной решётки различают одно- и многоканальные компенсаторы. Для подавления одной помехи достаточно в большинстве случаев одноканального компенсатора. Если же помех несколько, то используют многоканальные компенсаторы.

Адаптивные антенны фильтрации сигналов осуществляют весовую обработку сигналов во всех приёмных каналах. Весовая обработка

заключается в суммировании сигналов x_i получаемых с N выходов различных антенн с учётом весовых коэффициентов w_i , т. е.

$$y = \sum_{i=1}^M w_i^* x_i. \quad (5.21)$$

В адаптивных антенных решётках управление характеристикой направленности осуществляется регулировкой амплитуд и фаз напряжений сигналов x_{cn} и x_{pn} , снимаемых с выходов отдельных элементов (групп элементов) АР. Это достигается умножением указанных напряжений на соответствующие комплексные ВК w_n (рис. 5.5). После умножения напряжений сигнала и помехи на комплексные весовые коэффициенты w_n последующего суммирования, получим:

$$y = \sum_{i=1}^M w_i^* (x_{cn} + x_{pn}) = y_c + y_p, \quad (5.22)$$

где y_c , y_p – напряжение полезного сигнала и помехи соответственно на выходе сумматора решётки.

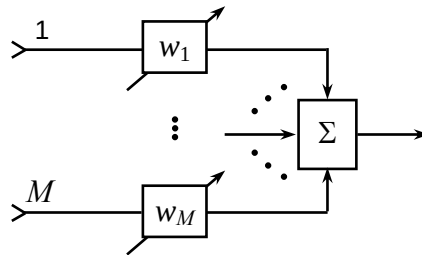


Рис. 5.5

Весовые коэффициенты в адаптивных решётках фильтрации сигналов подбираются автоматически таким образом, чтобы в сумматоре напряжения полезного сигнала складывались приблизительно в фазе, а напряжения помехи компенсировались.

Свойства и особенности сигналов, поступающих на вход процессора адаптивной антенны, зависят от количества одновременно формируемых антенной лучей. В зависимости от количества формируемых лучей адаптивные антенны подразделяются на однолучёвые и многолучёвые. Каждый из этих типов антенн обладает своими особыми характеристиками, хотя принцип адаптации у них одинаков.

В однолучёвых антеннах взвешиванию подвергаются сигналы, снимаемые с выходов элементов АР. При этом ХН отдельных элементов считаются одинаковыми. В такой антенне информация о направлении

прихода сигналов в основном содержится в разности фаз сигналов на выходах элементов решётки.

В многолучевой антенне взвешиваются сигналы, снимаемые с выходов каналов, соответствующих отдельным лучам. Информация о направлении прихода сигналов здесь в основном содержится в различиях амплитуд сигналов разных источников на выходах каналов, многолучевую антенну можно представить в виде антенной решётки, ХН отдельных элементов которой различны. Эти особенности однолучевых и многолучевых АА приводят к различию их характеристик в процессе адаптации. Обобщённые структурные схемы однолучевых и многолучевых АА показаны на рис. 5.6, *а* и *б* соответственно.

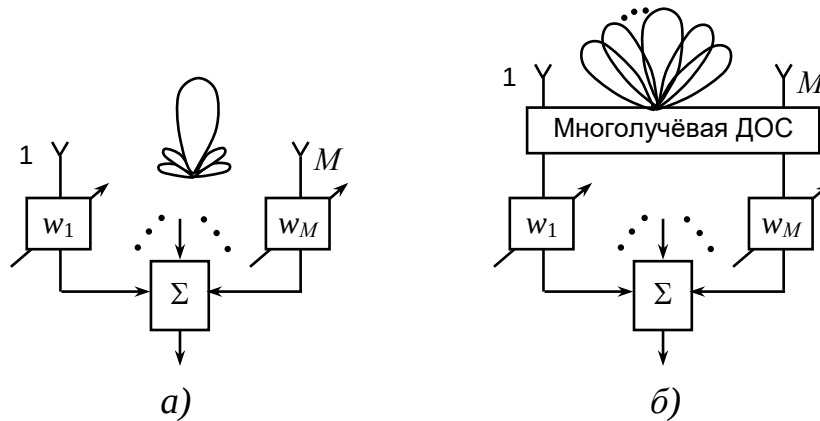


Рис. 5.6

В многолучевых антеннах взвешиванию подвергаются сигналы с выходов, соответствующих отдельным, как говорят, парциальным лучам. При этом ХН многолучевой АА определяется выражением

$$F(u) = \sum_{m=1}^M w_m^* F_m(u), \quad (5.23)$$

где w_m – весовой коэффициент в канале адаптации m -го луча; $F_m(u)$ – ХН, соответствующая m -му парциальному лучу.

Характеристики АА в большой степени зависят от характеристик непосредственно антенны, т. е. от типа антенны. В адаптивных антеннах используются два основных типа антенн – антенные решётки и гибридные антенны. Под гибридными антеннами подразумеваются антенны, которые состоят из антенной решётки и формирователя (преобразователя) поля излучения. На практике в качестве формирователей применяются зеркальные отражатели или линзы. В гибридных антеннах обычно АР располагаются в

фокальных плоскостях зеркал или линз. Наличие формирователей влияет как на ход, так и на результат процесса адаптации.

Характеристики адаптивных антенн во многом определяются свойствами сигналов, которые поступают на адаптивный процессор. Обычно сигналы, воздействующие на антенну в различных каналах обработки оказываются коррелированными, что затрудняет получение высоких качественных характеристик АА. Кроме того, не всегда удобно проводить обработку сигналов на несущей частоте. В ряде случаев для преобразования входных сигналов АР к виду, удобному для обработки, используют специальные устройства. Данные устройства подразделяются на адаптивные и неадаптивные.

В неадаптивных устройствах используются фиксированные (постоянные) связи между отдельными элементами устройства. Неадаптивные устройства можно разделить на линейные и нелинейные. К линейным относятся, например, устройства сложения и вычитания сигналов АР. В качестве нелинейных применяются устройства переноса спектра сигналов как на более низкие, так и на более высокие частоты.

Адаптивные устройства преобразования сигналов часто называют предпроцессорами. По сути дела речь идёт об одно- и многоэтапном построении адаптивных устройств в ААР. Здесь необходимо заметить, что в предпроцессорах, в отличие от линейных устройств, осуществляется адаптивная обработка сигналов. Именно по этому признаку предпроцессор отличается от различного рода диаграммообразующих схем типа матриц Батлера и т. п. Обычно предпроцессор осуществляет декорреляцию сигналов на основе адаптивных процедур типа Грама – Шмидта (см. прил. 1). Общая структурная схема АА с устройством преобразования сигналов представлена на рис. 5.7.

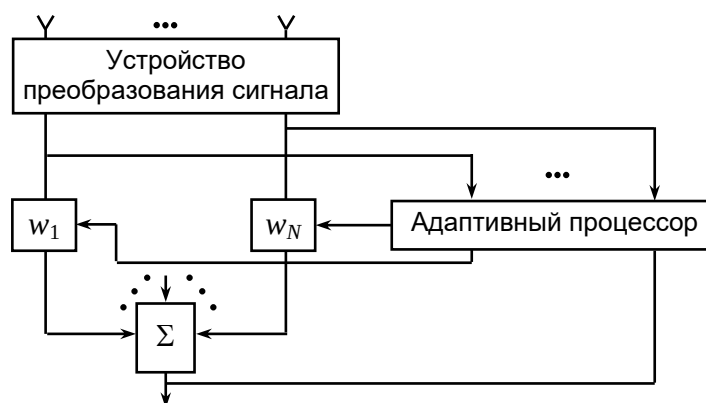


Рис. 5.7

Возможность и качество процесса адаптации непосредственно связаны с необходимыми априорными данными. Без этих данных процесс адаптации невозможен. На основании априорных данных формируется так называемый опорный сигнал. Именно опорный сигнал во многом определяет принципы построения АР как адаптивной системы. В зависимости от типа опорного сигнала выделяют два основных принципа адаптации – самонастройка и самогенерация. Аналогично классифицируются и адаптивные антенны (см. рис. 5.2). В самонастраивающихся АА опорный сигнал $d(t)$ известен заранее и формируется в УФОС. Этот же сигнал $d(t)$ приходит на антенну совместно с полезным. Задача в самонастраивающихся АА состоит в том, чтобы по внутреннему опорному сигналу УФОС настроиться на входящий сигнал, также содержащий $d(t)$. Структурная схема такой АА показана на рис. 5.8.

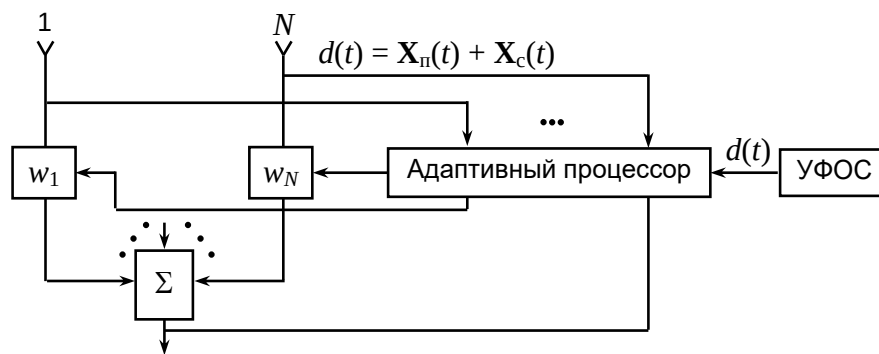


Рис. 5.8

В отличие от самонастраивающихся антенн, в самогенерирующихся АА опорный сигнал по некоторым косвенным априорным данным формируется только в адаптивной антенне и поступает в процессор. Кроме того, опорный сигнал вводится в фидерные тракты антенных элементов непосредственно или через окружающее пространство с помощью отдельной антенны (рис. 5.9). В самонастраивающихся АА источник внешнего опорного сигнала $d(t)$ находится вне адаптивной антенны, и чаще всего он совмещается с источником полезного сигнала. В самогенерирующихся антеннах источник опорного сигнала находится непосредственно в АА.

Адаптивные антенны для преодоления неопределённости параметров сигнально-помеховой обстановки в процессе адаптации производят оценку этих параметров. В АА информация для такой оценки содержится в сигналах на выходах антенных элементов X и сигнале на выходе сумматора АР y . В связи с этим в адаптивных антеннах могут использоваться для обработки процессором как входные сигналы X , так и выходной сигнал y . Посредством соответствующих связей эти сигналы поступают на процессор. От вида

связей, т. е. от того, какая информация используется в процессоре, зависят характеристики АА. Кроме того, вид связей влияет на конструктивную реализацию адаптивной антенны. Поэтому следующим признаком классификации АА является вид связей между АР и процессором. По этому признаку адаптивные антенны подразделяются на АА с прямой, обратной и комбинированной связью.

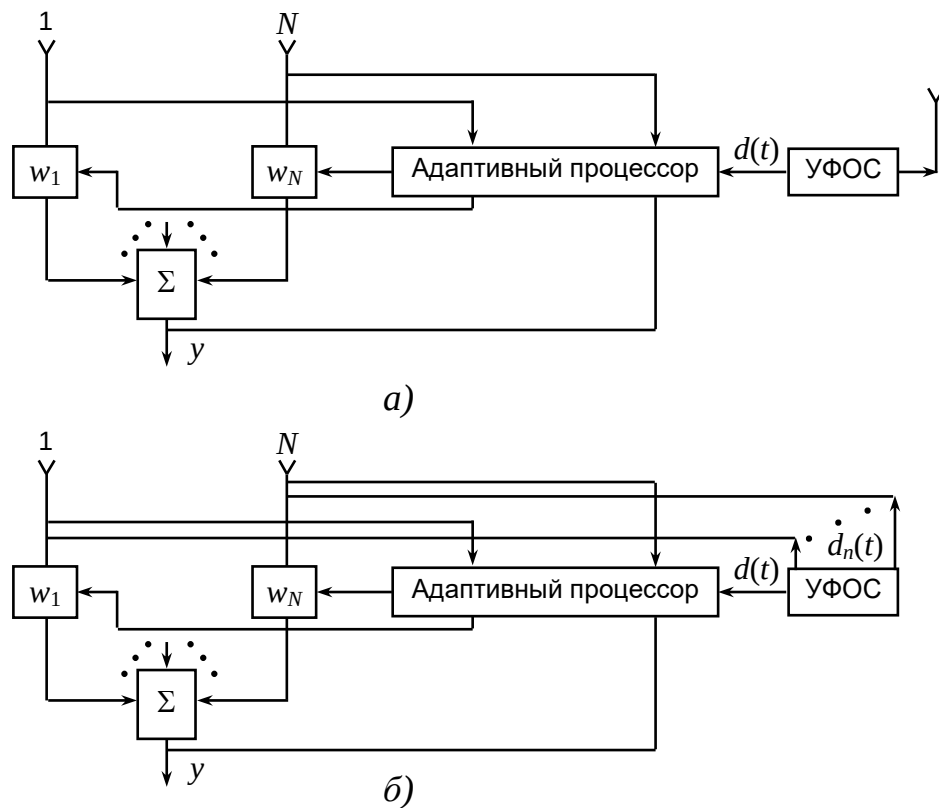


Рис. 5.9

Принцип адаптации решёток с прямой связью состоит в том, что для оценки вектора ВК используются в процессоре только сигналы, снимаемые с выходов антенных элементов (рис. 5.10). На выходах элементов решётки информация о пространственных характеристиках сигналов присутствует в явном виде (содержится в АФР падающего поля на раскрые АР).

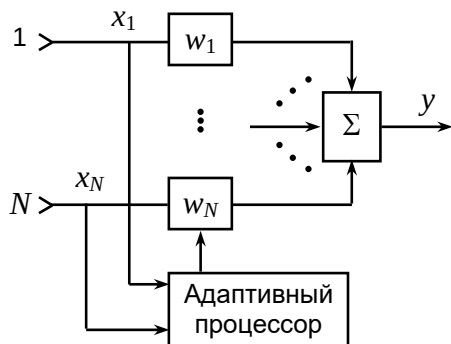


Рис. 5.10

Адаптивные антенные решётки с обратной связью в процессе адаптации обязательно используют информацию о сигналах, снимаемых с выхода сумматора АР. На выходе сумматора антенной решётки

сигналы от отдельных элементов складываются. Поэтому информация об углах прихода сигналов здесь в явном виде отсутствует. Однако наличие обратной связи позволяет автоматически проводить коррекцию ВК с учётом реального сигнала на выходе АА, отражающего все особенности антенных элементов и диаграммообразующей схемы. С другой стороны, сигнал на выходе сумматора является по отношению к числу каналов адаптации одномерной величиной, что не позволяет эффективно оптимизировать N весовых коэффициентов в АА, содержащих обратную связь. На рис. 5.11 показана структурная схема ААР с обратной связью.

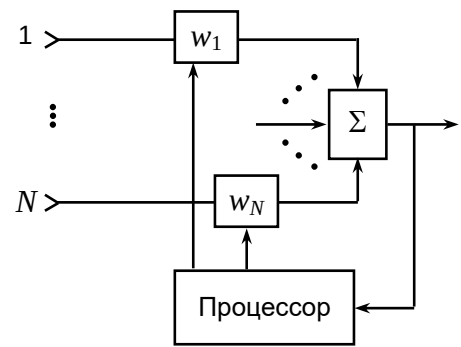


Рис. 5.11

Адаптивные антенны с комбинированной связью используют сигналы как с выхода сумматора АА, так и с выходов отдельных элементов решётки (рис. 5.12). Такие антенны обладают наиболее широкими возможностями и наилучшими характеристиками. Это объясняется тем, что решётки данного типа используют более полную информацию.

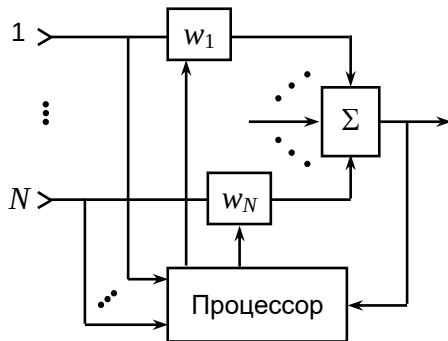


Рис. 5.12

В процессе разработки адаптивной антенны выбор типа связи в АА определяется многими факторами. Прежде всего учитывается вид воздействующих на антенну сигналов. Кроме того, учитываются вычислительные характеристики применяемого процессора, так как количество вычислений, требуемое для реализации АА без обратной связи и с обратной связью, различны.

Достоинством АА с обратной связью является их работоспособность во многих приложениях, где аналитические методы синтеза неэффективны. Кроме того, ААР с обратной связью автоматически учитывают, например, искажения в фидерных трактах, взаимное влияние элементов решётки, нестационарность параметров решётки.

Однако адаптивным антеннам с обратной связью присущи и недостатки. В некоторых случаях целевая функция для антенн такого типа является многоэкстремальной, что сильно затрудняет получение конечного однозначного решения и усложняет алгоритм адаптации. В антеннах с

обратной и с комбинированной связью необходимо следить за тем, чтобы процесс адаптации был устойчивым. Несмотря на это, ААР с обратной и комбинированной связью являются эффективным средством пространственно-временной обработки и преодоления неопределённости характеристик принимаемых сигналов.

В адаптивных антеннах производится обработка принимаемых сигналов, которые характеризуются определённым направлением прихода, видом поляризации и временными параметрами. В соответствии с этим различают АА, предназначенные для пространственной, поляризационной, пространственно-временной обработки и их возможных комбинаций.

Адаптивные антенны пространственной обработки сигналов обычно состоят из однотипных антенных элементов с одинаковыми поляризационными характеристиками. При этом в процессе обработки сигналов их временная структура не учитывается. Такие антенны предназначены для решения задач оценки направлений прихода помех, их мощности и подавления помех за счёт формирования минимумов в ХН ААР.

Адаптивные антенны поляризационной обработки сигналов предназначены для увеличения пропускной способности радиоканала и увеличения ОСШП за счёт различий в поляризационных характеристиках полезного и помеховых сигналов. При этом адаптивные элементы состоят из двух или, в общем случае, трёх взаимно ортогональных по поляризации излучателей. Наиболее часто в качестве таких излучателей применяются взаимно ортогональные вибраторы. В каждом из ортогональных каналов производится взвешивание принимаемых сигналов. Структурная схема ААР поляризационной обработки сигналов показана на рис. 5.13. В случае, когда сигналы и помехи приходят на АР из небольшого пространственного угла (например, $\Delta\theta \leq \pi/2$), то для подавления помех достаточно двух взаимно ортогональных по поляризации АР (антенн).

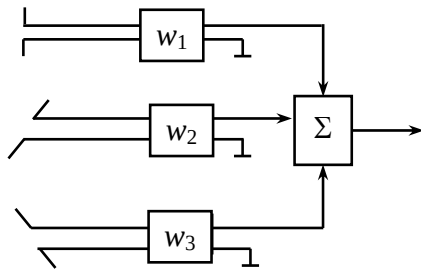


Рис. 5.13

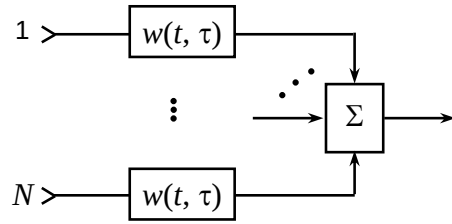


Рис. 5.14

Для повышения помехоустойчивости радиоканала в полезном сигнале информация дополнительно кодируется. Использование временных различий между полезным и помеховым сигналами позволяет улучшать характеристики ААР при решении различных задач. Антенна, которая наряду с пространственной осуществляет одновременно и временную обработку, относится к антеннам с пространственно-временной обработкой сигналов. В состав таких антенн в общем случае входят ВК, которые являются функциями времени t (или временного сдвига τ). Обобщённая структурная схема АА данного типа показана на рис. 5.14.

5.3. Полная и частичная адаптация в антенных решётках

Адаптивные антенные решётки по количеству управляемых каналов относительно общего числа антенных элементов подразделяются на полностью и частично адаптивные. В полностью адаптивных АР сигнал на выходе каждого антенного элемента взвешивается с помощью ВК. Это позволяет использовать все степени свободы АР для управления апертурной функцией на раскрые решётки и получать максимальную эффективность при подавлении помех для данной АР. Однако на практике полностью адаптивные АР не всегда реализуемы, особенно если решётка содержит большое число антенных элементов.

Характеристики АА, как и любой антенны, определяются размерами апертюры и, следовательно, количеством элементов. Однако время адаптации для большинства алгоритмов пропорционально количеству управляемых ВК. Кроме того, реализация большого числа контуров управления часто невозможна из-за значительного усложнения АР и увеличения её стоимости.

Для того, чтобы оценить возникающие в полностью адаптивных АР проблемы, рассмотрим особенности построения их процессоров. Адаптивный процессор с N степенями свободы должен осуществить обработку сигналов в N каналах. При этом нахождение оптимальных ВК

эквивалентно решению системы из N линейных уравнений. В основном во всех методах адаптации необходимое количество операций примерно пропорционально $N^2 \dots N^3$. Это ограничивает возможности полностью адаптивных АР с большим количеством антенных элементов N . Поэтому в ряде случаев целесообразно снижать число управляемых ВК при сохранении размерности АР. Иными словами, в отдельных случаях предпочтительнее обратиться к концепции частичной адаптации.

В полностью адаптивных АР элементы управляются группами (в виде субрешёток) либо по отдельности. При этом необходимо лишь, чтобы количество управляемых ВК превышало число воздействующих помех. Разработка частично адаптивных АР с большими апертурами осуществляется в три этапа. На первом этапе производится изучение различных конфигураций и рассмотрение способов реализации частичной адаптации АР. Второй этап состоит в оценке погрешностей, возникающих при работе таких АР. На третьем этапе оценивается влияние времени адаптации на эффективность работы всей системы в целом.

Рассмотрим разновидности АР с частичной адаптацией.

В случае, когда количество управляемых ВК намного меньше общего числа антенных элементов N , адаптивную АР можно построить как компенсатор. Общая структурная схема такой АР показана на рис. 5.15. Здесь $(N - K)$ выходов образуют суммарный сигнал основного канала. Остальные K выходов через взвешивающие устройства подключаются к сумматору, образуя компенсационный канал АА.

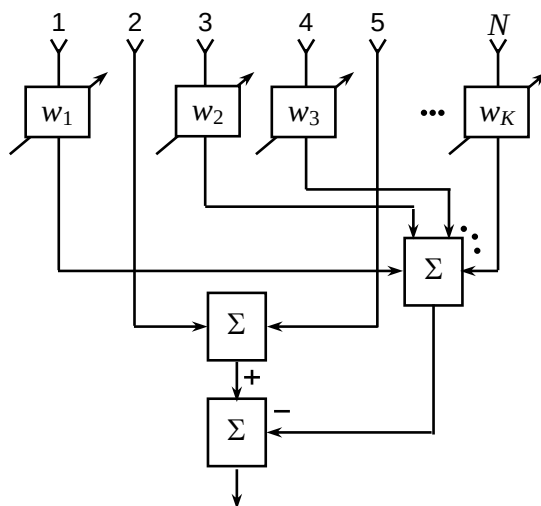


Рис. 5.15

Количество регулируемых весовых коэффициентов K выбирается исходя из ожидаемого количества приходящих помех, из необходимости

эффективного формирования минимумов в пределах боковых лепестков и ряда иных факторов.

Другим широко распространённым методом частичной адаптации АР является метод субрешёток. Простейший способ формирования субрешёток состоит в конструктивном объединении смежных элементов. В этом случае сигналы, принятые элементами субрешётки, суммируются, а затем взвешиваются посредством одного ВК. В АР, состоящих из субрешёток, ХН в общем случае многолепестковая.

На рис. 5.16 показана структурная схема АР, состоящая из M субрешёток.

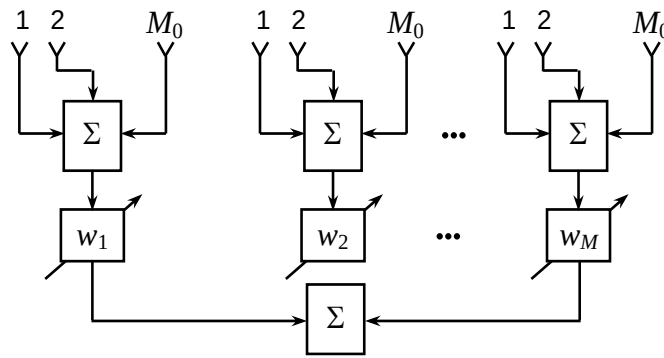


Рис. 5.16

Величина выигрыша в отношении сигнал/помеха по мощности, называемая коэффициентом выигрыша K_c , в полностью и частично адаптивной АР определяется разными выражениями. Так, для полностью адаптивной решётки

$$K_c = \frac{F_a^2(\theta_c) / F_a^2(\theta_n)}{N / F_0^2(\theta_n)} = \left(1 + \frac{1 - F_a^2(\theta_n)}{\sigma_{\text{ш}}^2} NP_n \right)^2, \quad (5.24)$$

где $F_a(\theta_c)$, $F_a(\theta_n)$ – значения ХН после адаптации в направлениях прихода полезного сигнала и помехи соответственно; $F_0(\theta_n)$ – значение ХН в направлении прихода помехи до адаптации; P_n – мощность помехи; $\sigma_{\text{ш}}^2$ – мощность шумов.

Выигрыш в отношении сигнал/помеха для субрешёточной ААР определяется соотношением

$$K_c = \left(1 + \frac{F_{mn}^2(\theta_n) [1 - F_{mp}^2(\theta_n)] MP_n}{\sigma_{\text{ш}}^2} \right)^2, \quad (5.25)$$

где $F_{mn}(\theta)$ – нормированная ХН модуля; $F_{mp}(\theta)$ – нормированный множитель решётки, состоящей из субрешёток.

Величина коэффициента подавления одиночной помехи для полностью адаптивной АР и АР, состоящей из субрешёток, определяется соответственно выражениями

$$\frac{F_a(\theta_n)}{F_0(\theta_n)} = \frac{1}{1 + NP_n / \sigma_{ш}^2} \quad (5.26)$$

и

$$\frac{F_a(\theta_n)}{F_0(\theta_n)} = \frac{1}{1 + MF_{mn}^2(\theta_n)P_n / M_0\sigma_{ш}^2}, \quad (5.27)$$

где M_0 – число элементов, образующих субрешётку.

В полностью адаптивных АР подавление инвариантно к уровню ХН в направлении на источник помехи. В то же время, поскольку в области боковых лепестков $|F_{mn}(\theta)| \ll 1$, в субрешёточных АР эффективность подавления помехи за пределами основного лепестка ХН субрешётки падает. Поэтому, когда помеха приходит на дальние боковые лепестки, то она подавляется значительно слабее по сравнению с полностью адаптивной АР. Антенные решётки, состоящие из субрешёток, не подавляют помехи, которые приходят с направления максимума дифракционного лепестка множителя АР и малоэффективны для помех, источники которых близки к этому направлению. В таком случае необходимо формировать минимум также и в ХН субрешёток.

Ещё одним видом частично адаптивных антенн являются решётки с многолучевой диаграммообразующей схемой (ДОС). Структурная схема таких антенн показана на рис. 5.17. В качестве многолучёвых ДОС могут применяться линзы Ротмана, матрицы Батлера и другие ДОС. В антеннах рассматриваемого типа число выходов многолучёвой ДОС M не превышает количества антенных элементов решётки N . Недостатком подобных частично адаптивных АР является то, что эффективно управлять ХН можно только в одной плоскости.

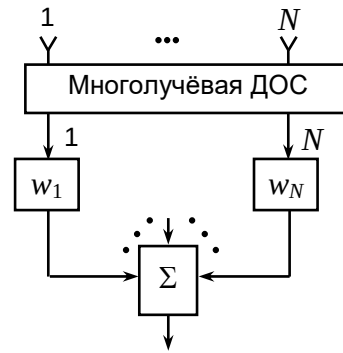


Рис. 5.17

Для осуществления управления ХН в обеих плоскостях АР необходимо обеспечить раздельное управление ВК по двум координатам в плоскости АР (по «строкам» и по «столбцам»). В качестве иллюстрации на рис. 5.18 показана схема ААР, скомпонованной в виде квадратной плоской апертуры. Сигнал каждого элемента разделяется на два канала. По одному каналу сигнал

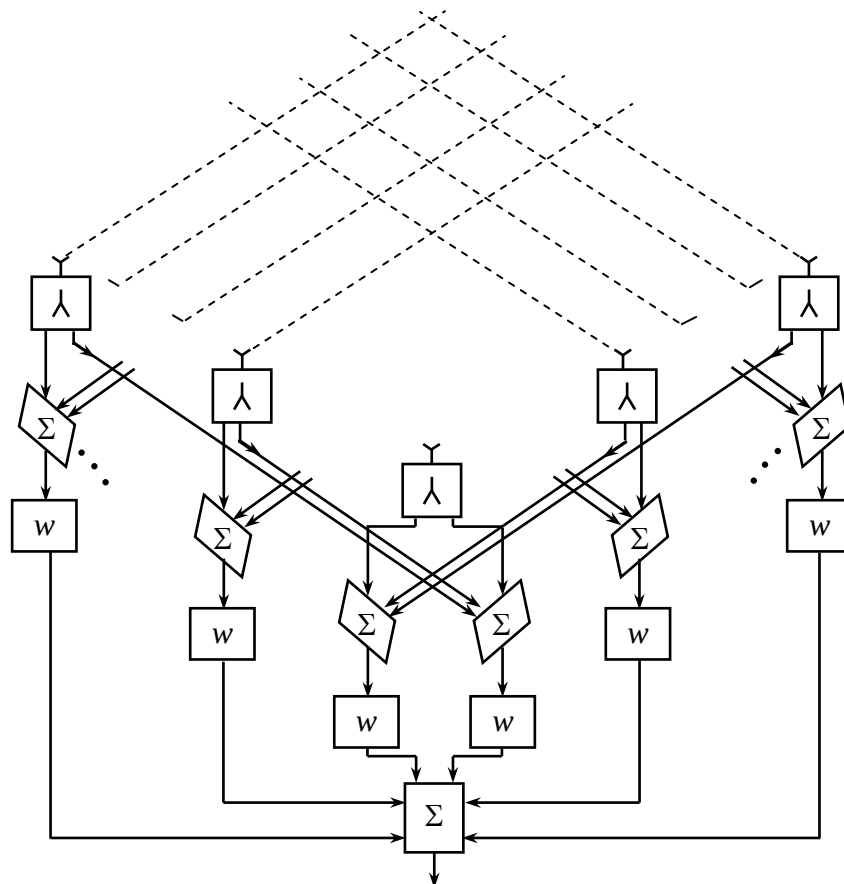


Рис. 5.18

поступает на сумматор строк. Выходы строк взвешиваются ВК. Вторая часть сигнала с каждого элемента подаётся на сумматор столбцов. Выходы

столбцов также адаптивно взвешиваются. В результате число адаптивных степеней свободы равняется сумме количества строк и столбцов АР. Преимущество такой структуры АР состоит в простоте реализации при обеспечении достаточной гибкости процесса адаптации.

5.4. Адаптивные антенные решётки фильтрации сигналов

Адаптивные АР фильтрации сигналов позволяют одновременно поддерживать максимум ХН в направлении прихода полезного сигнала и формировать в ХН минимумы на источники помех. В подобных ААР взвешивание сигналов осуществляется в каждом канале таким образом, чтобы по возможности полезный сигнал на выходе АА был максимальным, а помеха – минимальной. Процесс изменения с помощью ВК полезного сигнала и помехи в различных точках АА графически проиллюстрирован с помощью векторов на рис. 5.19. На данном рисунке видно, что посредством ВК осуществляется поворот фазы сигналов в отдельных каналах так, чтобы на выходе антенны полезный сигнал складывался приблизительно в фазе, а суммарный вектор помехи стремился к нулю.

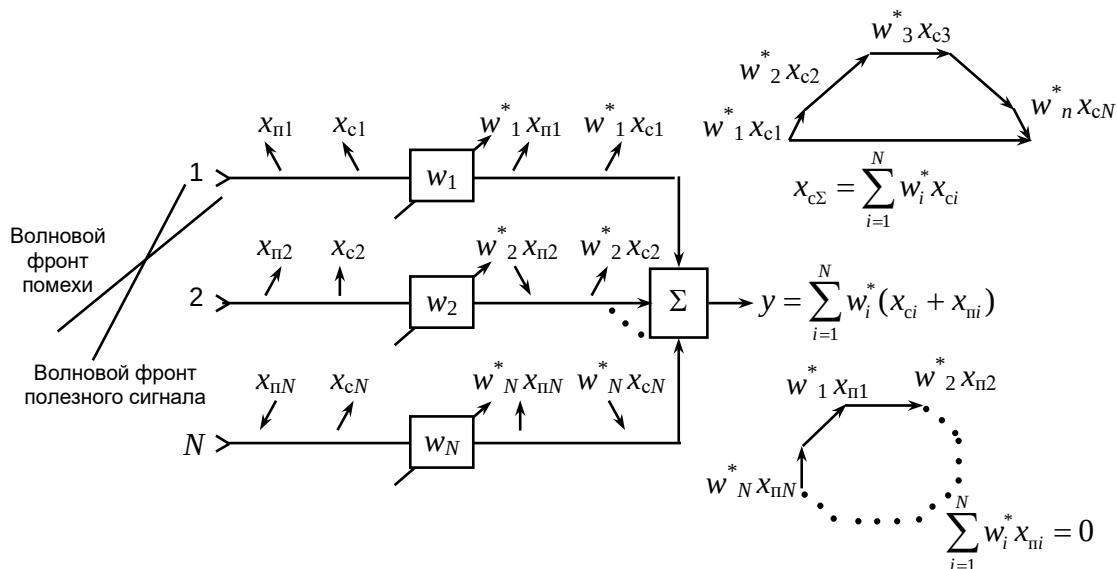


Рис. 5.19

Одним из основных свойств ААР является максимизация отношения мощностей сигнала и помех. Если начальная ХН АР имеет в направлении прихода сигнала максимально возможное для данной АР значение, то любой процесс адаптации к помехам одновременно приводит и к уменьшению уровня сигнала. Однако ОСШП при этом за счёт подавления помех увеличивается. Анализ изменения уровней помех и сигналов в процессе

адаптации представляет несомненный интерес для понимания физических процессов, происходящих в ААР. Остановимся поэтому последовательно на оценках изменения уровня помехи, сигнала и ОСШП.

В направлении прихода помехи, т. е. при $u = u_n$, коэффициент передачи ААР определяется выражением (5.13). В случае фиксированных значений весовых коэффициентов АР, коэффициент передачи АР в направлении на источник помехи равен $F_0(u_n)$. Из формулы (5.13) следует, что оптимальная обработка позволяет уменьшить коэффициент передачи АР в направлении на источник помехи обратно пропорционально отношению

$$K_{AP} = \frac{1}{1 + NP_n / \sigma^2}. \quad (5.28)$$

При этом коэффициент подавления помехи определяется по формуле

$$K_n = 1 + NP_n / \sigma_{ш}^2. \quad (5.29)$$

Анализ формулы (5.29) показывает, что с увеличением отношения помеха/шум увеличивается и подавление помехи. Величина подавления помехи примерно обратно пропорциональна отношению мощности помехи к шуму.

Оценим степень подавления полезного сигнала в процессе адаптации. Из соотношения (5.13) следует, что в направлении прихода полезного сигнала u_c коэффициент передачи АР уменьшается на величину

$$K_1 = \alpha_a F(u_n) F_M(u_c - u_n), \quad (5.30)$$

где $u_c = \pi d_0 \sin \theta_c / \lambda_0$.

Модуль множителя решётки $F_M(u_c - u_n)$ определяется выражение

$$F_M(u_c - u_n) = \frac{\sin N(u_c - u_n)}{\sin(u_c - u_n)}. \quad (5.31)$$

Анализ выражений (5.30), (5.31) показывает, что в пределах главного лепестка ХН $F_M(u_c - u_n)$ по мере уменьшения углового расстояния между источниками сигнала и помехи, т. е. $u_n \rightarrow u_c$, полезный сигнал в результате адаптации уменьшается.

Одним из главных критериев качества радиосвязи является отношение сигнал/шум. В условиях воздействия на РЭС различных помех под шумом часто понимается сумма помеха + шум. В адаптивных решётках в зависимости от внешней сигнально-помеховой обстановки в реальном

масштабе времени изменяется ХН. Это позволяет увеличить отношение сигнал/(шум + помеха) на выходе ААР по сравнению с неадаптивной антенной.

Рассмотрим неадаптивную антенную решётку. В этом случае вектор весовых коэффициентов является неизменным и определяет ХН неадаптивной решётки. Отношение сигнал/(помеха + шум) при этом будет равно:

$$\rho = \frac{\mathbf{W}_0^+ \mathbf{X}_c \mathbf{X}_c^+ \mathbf{W}_0}{\mathbf{W}_0^+ (\mathbf{R}_{ш} + \mathbf{R}_{п}) \mathbf{W}_0} = \frac{P_c \mathbf{W}_0^+ \mathbf{b}_c \mathbf{b}_c^+ \mathbf{W}_0}{\sigma_{ш}^2 \mathbf{W}_0^+ \mathbf{R} \mathbf{W}_0}. \quad (5.32)$$

В случае адаптивной решётки:

$$\rho_a = \frac{P_c \mathbf{W}_{опт}^+ \mathbf{b}_c \mathbf{b}_c^+ \mathbf{W}_{опт}}{\sigma_{ш}^2 \mathbf{W}_{опт}^+ \mathbf{R} \mathbf{W}_{опт}} \quad (5.33)$$

или

$$\rho_a = h_{с/ш\text{ вх}}^2 \mathbf{W}_0^+ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{W}_0 \quad (5.34)$$

при $\mathbf{W}_0 = \mathbf{b}_c$; $h_{вх}^2$ – отношение сигнал / шум на входе ААР.

В исходном состоянии, т. е. при отсутствии помех, ОСШП в обеих антеннах определяется равенством:

$$\rho_{и} = \frac{P_c \mathbf{W}_0^+ \mathbf{b}_c \mathbf{b}_c^+ \mathbf{W}_0}{\sigma_{ш}^2 \mathbf{W}_0^+ \mathbf{R}_{ш} \mathbf{W}_0}. \quad (5.35)$$

При условии, что $\mathbf{R}_{ш} = \sigma_{ш}^2 \mathbf{I}_M$ и вектор $\mathbf{W}_0$ соответствует направлению прихода сигнала, т. е. $\mathbf{W}_0 = \mathbf{b}_c$, получим:

$$\rho_{и} = \frac{P_c (\mathbf{W}_0^+ \mathbf{W}_0)^2}{\sigma_{ш}^2 \mathbf{W}_0^+ \mathbf{W}_0} = \frac{NP_c}{\sigma_{ш}^2} = h_{с/ш}^2 = N_a. \quad (5.36)$$

Пусть теперь на антенну воздействуют помехи, которые описываются в решётке корреляционной матрицей $\mathbf{R}_{п}$. Тогда для неадаптивной АР:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{P_c (\mathbf{W}_0^+ \mathbf{W}_0)^2}{\mathbf{W}_0^+ (\mathbf{R}_{ш} + \mathbf{R}_{п}) \mathbf{W}_0} = \frac{P_c (\mathbf{W}_0^+ \mathbf{W}_0)^2}{\sigma_{ш}^2 (\mathbf{W}_0^+ \mathbf{W}_0) [1 + \mathbf{W}_0^+ \mathbf{R}_{п} \mathbf{W}_0 / (\mathbf{W}_0^+ \mathbf{W}_0)]} = \\ &= \frac{\rho_{и}}{1 + \mathbf{W}_0^+ \mathbf{R}_{п} \mathbf{W}_0 / (\mathbf{W}_0^+ \mathbf{W}_0)} = \frac{\rho_{и}}{1 + P_{п} / N \sigma_{ш}^2} = \frac{\rho_{и}}{1 + P_{п0} / P_{ш0}}, \end{aligned} \quad (5.37)$$

где $P_{п0} = \mathbf{W}_0^+ \mathbf{R}_{п} \mathbf{W}_0$; $P_{ш0} = N \sigma_{ш}^2$.

Для того, чтобы выразить коэффициент ρ_a через ρ_n , воспользуемся представлением (5.34). Заметим, что корреляционная матрица $\mathbf{R}$ состоит из суммы корреляционных матриц шума и помех. Тогда

$$\rho_a = P_c \mathbf{W}_0^+ (\mathbf{R}_{\text{ш}} + \mathbf{R}_{\text{п}})^{-1} \mathbf{W}_0. \quad (5.38)$$

Далее преобразуем выражение (5.38) с помощью тождества

$$(\mathbf{R}_{\text{ш}} + \mathbf{R}_{\text{п}})^{-1} = \mathbf{R}_{\text{ш}}^{-1} - (\mathbf{R}_{\text{ш}} + \mathbf{R}_{\text{п}}) \mathbf{R}_{\text{п}} \mathbf{R}_{\text{ш}}^{-1} \quad (5.39)$$

к виду

$$\begin{aligned} \rho_a &= P_c \mathbf{W}_0^+ [\mathbf{R}_{\text{ш}}^{-1} - (\mathbf{R}_{\text{ш}} + \mathbf{R}_{\text{п}}) \mathbf{R}_{\text{п}} \mathbf{R}_{\text{ш}}^{-1}] \mathbf{W}_0 = \frac{NP_c}{\sigma_{\text{ш}}^2} - \\ &\quad - \frac{P_c \mathbf{W}_0^+ (\mathbf{R}_{\text{ш}} + \mathbf{R}_{\text{п}})^{-1} \mathbf{R}_{\text{п}} \mathbf{W}_0}{\sigma_{\text{ш}}^2} = \\ &= \rho_n \left(1 - \frac{\mathbf{W}_0^+ (\mathbf{R}_{\text{ш}} + \mathbf{R}_{\text{п}})^{-1} \mathbf{R}_{\text{п}} \mathbf{W}_0 \mathbf{W}_0^+ \mathbf{R}_{\text{п}} \mathbf{W}_0 \sigma_{\text{ш}}^2}{\mathbf{W}_0^+ \mathbf{R}_{\text{п}} \mathbf{W}_0 N \sigma_{\text{ш}}^2} \right) = \\ &= \rho_n (1 - \gamma P_{\text{п0}} / P_{\text{ш0}}), \end{aligned} \quad (5.40)$$

где $\gamma = \sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{W}_0^+ (\mathbf{R}_{\text{ш}} + \mathbf{R}_{\text{п}})^{-1} \mathbf{R}_{\text{п}} \mathbf{W}_0 / (\mathbf{W}_0^+ \mathbf{R}_{\text{п}} \mathbf{W}_0)$.

Последнее равенство можно переписать в форме

$$\rho_a = \frac{\rho_n (1 - \gamma P_{\text{п0}} / P_{\text{ш0}})}{1 - \gamma P_{\text{п0}} / P_{\text{ш0}} + \gamma P_{\text{п0}} / P_{\text{ш0}}} = \frac{\rho_n}{1 + \frac{\gamma P_{\text{п0}} / P_{\text{ш0}}}{1 - \gamma P_{\text{п0}} / P_{\text{ш0}}}} = \frac{\rho_n}{1 + \gamma_a P_{\text{п0}} / P_{\text{ш0}}}, \quad (5.41)$$

где $\gamma_a = \frac{\gamma}{1 + \gamma P_{\text{п0}} / P_{\text{ш0}}}$.

Проанализируем полученные соотношения (5.32), (5.37) и (5.41) для различных решёток и различных помеховых ситуаций. В неадаптивных антенных решётках, максимальное ОСШП которых описывается формулой (5.37), ОСШП при воздействии помех уменьшается примерно пропорционально отношению $P_{\text{п0}} / P_{\text{ш0}}$. В адаптивных решётках, как следует из анализа формулы (5.41), влияние помехи на ОСШП уменьшается за счёт коэффициента γ_0 . Этот коэффициент характеризует степень уменьшения $P_{\text{п}} / P_{\text{ш}}$ на выходе ААР по сравнению с выходом неадаптивной решётки.

В случае воздействия одной узкополосной помехи

$$\begin{aligned}
\gamma &= \frac{\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{W}_0^+ (\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I}_N + \mathbf{X}_{\text{п}} \mathbf{X}_{\text{п}}^+)^{-1} \mathbf{X}_{\text{п}} \mathbf{X}_{\text{п}}^+ \mathbf{W}_0}{\mathbf{W}_0^+ \mathbf{X}_{\text{п}} \mathbf{X}_{\text{п}}^+ \mathbf{W}_0} = \frac{\mathbf{W}_0^+ \mathbf{X}_{\text{п}}}{\mathbf{W}_0^+ \mathbf{X}_{\text{п}}} - \frac{\mathbf{W}_0^+ \mathbf{X}_{\text{п}} \mathbf{X}_{\text{п}}^+}{\mathbf{W}_0^+ \mathbf{X}_{\text{п}} (\sigma_{\text{ш}}^2 + \mathbf{X}_{\text{п}}^+ \mathbf{X}_{\text{п}}) \mathbf{W}_0} = \\
&= 1 - \frac{\mathbf{X}_{\text{п}}^+ \mathbf{X}_{\text{п}}}{\sigma_{\text{ш}}^2 + \mathbf{X}_{\text{п}}^+ \mathbf{X}_{\text{п}}} = \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{\sigma_{\text{ш}}^2 + \mathbf{X}_{\text{п}}^+ \mathbf{X}_{\text{п}}} = \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{\sigma_{\text{ш}}^2 + NP_{\text{п}}}, \tag{5.42}
\end{aligned}$$

где $P_{\text{п}}$ – мощность помехи на выходе элемента АР.

Отсюда

$$\gamma_a = \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{(\sigma_{\text{ш}}^2 + NP_{\text{п}}) \left(1 - \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{\sigma_{\text{ш}}^2 + NP_{\text{п}}} \frac{P_{\text{п0}}}{N\sigma_{\text{ш}}^2} \right)} = \frac{N\sigma_{\text{ш}}^2}{N\sigma_{\text{ш}}^2 + N^2P_{\text{п}} - P_{\text{п0}}} = \frac{1}{1 + N \frac{P_{\text{п}}}{\sigma_{\text{ш}}^2} - \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}}}}. \quad (5.43)$$

Окончательно ОСШП ААР при воздействии одной узкополосной помехи равно:

$$\rho_a = \frac{\rho_{\text{и}}}{1 + \left(1 + N \frac{P_{\text{п}}}{\sigma_{\text{ш}}^2} - \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}}} \right)^{-1} \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}}}}. \quad (5.44)$$

Для того, чтобы ОСШП ААР было больше, чем ОСШП неадаптивной решётки, необходимо выполнение условия:

$$1 + N \frac{P_{\text{п}}}{\sigma_{\text{ш}}^2} - \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}}} \gg 1 \quad (5.45)$$

или

$$N \frac{P_{\text{п}}}{\sigma_{\text{ш}}^2} - \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}}} \gg 0. \quad (5.46)$$

Известно, что

$$\frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}}} = \frac{\mathbf{W}_0^+ \mathbf{X}_{\text{п}} \mathbf{X}_{\text{п}}^+ \mathbf{W}_0}{N\sigma_{\text{ш}}^2}. \quad (5.47)$$

Проанализируем выражение (5.46) с учётом (5.47). Соотношение (5.47) имеет максимум в случае, когда направление прихода помехи совпадает с заданным направлением прихода полезного сигнала $\mathbf{b}_c$. Действительно, при этом

$$\frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}}} = \frac{P_{\text{п}} \mathbf{W}_0^+ \mathbf{b}_{\text{п}} \mathbf{b}_{\text{п}}^+ \mathbf{W}_0}{N\sigma_{\text{ш}}^2} = \frac{P_{\text{п}}}{N\sigma_{\text{ш}}^2} N^2 = \frac{P_{\text{п}}}{\sigma_{\text{ш}}^2} N_a. \quad (5.48)$$

В любом другом случае, т. е. когда направление прихода помехи $\mathbf{b}_{\text{п}}$ не совпадает с направлением прихода полезного сигнала $\mathbf{b}_c$:

$$\left. \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}}} \right|_{\mathbf{b}_{\text{п}} \neq \mathbf{b}_c} < \frac{NP_{\text{п}}}{\sigma_{\text{ш}}^2}. \quad (5.49)$$

При выполнении (5.49) условие (5.46) также выполняется, и ОСШП в ААР больше, чем в неадаптивной решётке.

Из анализа выражений (5.48) и (5.49) следует, что эффективность ААР сильно зависит от направления прихода помехи $\mathbf{b}_\Pi$. Когда источник помехи находится в области главного лепестка, т. е. $\mathbf{W}_0^+ \mathbf{b}_\Pi \approx N_a$, эффективность ААР невелика. В этом случае наряду с формированием минимума в направлении помехи сильно искажается ХН в направлении полезного сигнала. Графически эта ситуация показана на рис. 5.20.

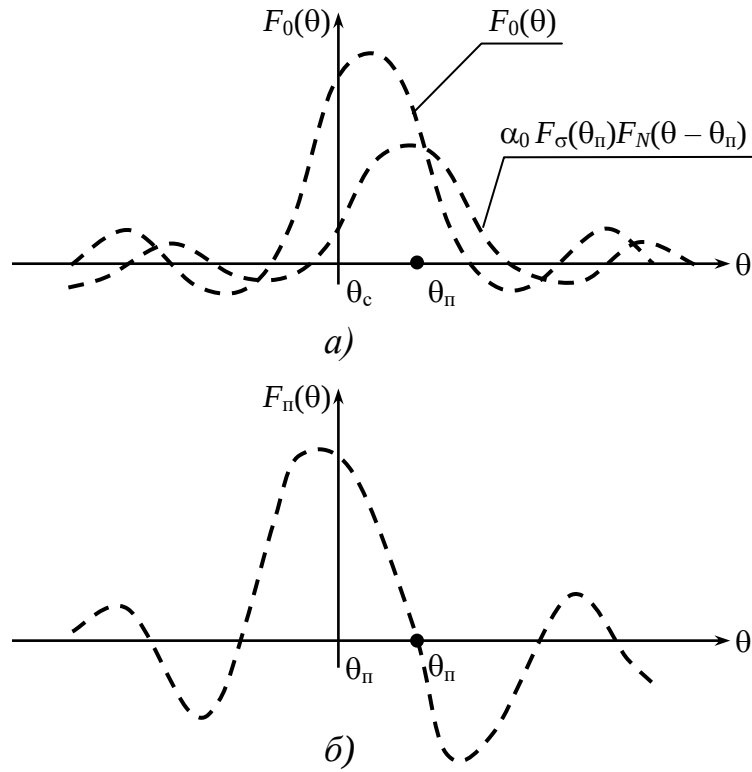


Рис. 5.20

Адаптивные АР наиболее эффективны в ситуации, когда $\mathbf{W}_0^+ \mathbf{b}_\Pi \ll N_a$. Это условие выполняется, если помеха воздействует по боковым лепесткам ХН решётки. Действительно, при этом

$$\frac{NP_\Pi}{N\sigma_\Pi^2} \gg \frac{P_{\Pi 0}}{P_{\Pi 0}} \gg 1. \quad (5.50)$$

Следовательно,

$$\rho_a \approx \frac{\rho_\Pi}{1 + \left(N \frac{P_\Pi}{\sigma_\Pi^2} \right)^{-1} \frac{P_{\Pi 0}}{P_{\Pi 0}}} = \frac{\rho_\Pi}{1 + \frac{P_{\Pi 0}}{P_\Pi}} = \rho_\Pi. \quad (5.51)$$

Таким образом, ОСШП ААР при воздействии помех по боковым лепесткам ХН примерно равняется потенциально достижимому ОСШП при отсутствии помех. Это означает, что помехи подавляются в ААР почти полностью, т. е. до уровня собственных шумов. Величина подавления помех $1/\gamma_a$ при этом прямо пропорциональна мощности помехи P_1 . В общем случае выигрыш в ОСШП ААР по сравнению с ОСШП неадаптивной решётки определяется равенством:

$$K_2 = \frac{\rho_a}{\rho} = \frac{\rho_{\text{и}}}{1 + \gamma_a \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{п}}}} \bigg/ \frac{\rho_{\text{и}}}{1 + \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{п}}}} = \frac{1 + P_{\text{п0}}/P_{\text{ш0}}}{1 + \gamma_a P_{\text{п0}}/P_{\text{ш0}}}. \quad (5.52)$$

При $P_{\text{п0}} \gg P_{\text{ш0}}$, т. е. если $\gamma_a \ll 1$ (помеха воздействует по боковым лепесткам),

$$K_2 \approx \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}} + \gamma_a P_{\text{п0}}} = \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}}}. \quad (5.53)$$

Как следует из неравенства (5.50), в этом случае

$$\frac{1}{\gamma_a} \gg \frac{P_{\text{п0}}}{P_{\text{ш0}}}. \quad (5.54)$$

Рассмотрим ОСШП при воздействии нескольких помех. При этом

$$\rho_a = \mathbf{X}_c^+ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X}_c. \quad (5.55)$$

Приведём данное соотношение к ортонормированной системе координат. Для этого используем известные (см. прил. 1) соотношения для матриц преобразования $\mathbf{Q}$ вида $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^+ = \mathbf{I}_N$ и $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{Q}^+ \mathbf{R} \mathbf{Q}$. С учётом этого выражение для величины ρ_a можно записать в виде

$$\rho_a = \mathbf{X}_c^+ \mathbf{Q} \mathbf{Q}^+ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X}_c \quad (5.56)$$

и

$$\rho_a = \hat{\mathbf{X}}_c^+ \mathbf{\Lambda}^{-1} \hat{\mathbf{X}}_c, \quad (5.57)$$

где $\hat{\mathbf{X}}_c = \mathbf{Q}^+ \mathbf{X}_c$.

Так как $\mathbf{\Lambda}^{-1}$ – диагональная матрица, то в такой системе координат получаем сумму независимых величин:

$$\rho_a = \sum_{n=1}^N \hat{x}_{cn}^+ \hat{x}_{cn} \lambda_n^{-1} = \sum_{n=1}^N x_{cn}^* x_{cn} \lambda_n^{-1}, \quad (5.58)$$

где $\hat{x}_{cn} = \mathbf{q}_n^+ \mathbf{x}_c$; $\mathbf{q}_n$ – n -й собственный вектор матрицы $\mathbf{R}$ ($\mathbf{Q} = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_N$).

В случае, когда помехи являются пространственно независимыми, т. е. приходят на различные боковые лепестки ХН, тогда справедливы следующие соотношения:

$$\mathbf{q}_n \approx \|v_{n1} - v_{nN}\|; \quad (5.59)$$

$$\lambda_n \gg \sigma_{\text{ш}}^2. \quad (5.60)$$

При этом

$$\rho_a \approx \sum_{n=1}^N \frac{P_{ci}}{\sigma_{\text{ш}}^2 + \lambda_n} \approx \sum_{i=1}^{M_{\text{п}}} \frac{P_{ci}}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^{M_{\text{п}}} \frac{P_{ci}}{\sigma_{\text{ш}}^2} \approx \sum_{i=1}^{N-M_{\text{п}}} \frac{P_{ci}}{\sigma_{\text{ш}}^2}, \quad (5.61)$$

где $M_{\text{п}}$ – количество помех.

Следовательно, ОСШП ААР в данной ситуации почти не зависит от мощности воздействующих помех. Необходимо лишь, чтобы количество воздействующих на антенну помех $M_{\text{п}}$ было меньше количества элементов ААР N , т. е. $M_{\text{п}} < N$.

5.5. Адаптивные компенсаторы

На практике из всех АА адаптивные компенсаторы (АК) получили наибольшее распространение, что объясняется простотой их конструкции. Физическая трактовка подавления помех в таких антеннах весьма наглядна. Однако в отличие от ААР пространственной фильтрации сигналов адаптивные компенсаторы предназначены только для подавления помех и не позволяют следить за источником полезного сигнала.

Адаптивные компенсаторы по количеству вспомогательных антенн (количеству каналов взвешивания) подразделяются на одноканальные и многоканальные. В одноканальных АК для регулирования в процессе адаптации используется один ВК. Такие АК позволяют подавлять только одну помеху, но на практике именно они, как самые простые, получили наибольшее распространение. В многоканальных АК для регулирования используются несколько ВК, и соответственно такие АА содержат несколько вспомогательных антенн. На рис. 5.21 представлены схемы одноканального и многоканального АК. Особенности и характеристики АК рассмотрим на примере одноканальных компенсаторов. На рис. 5.22 представлена схема одноканального АК и показаны векторы полезного сигнала и помехи в различных точках

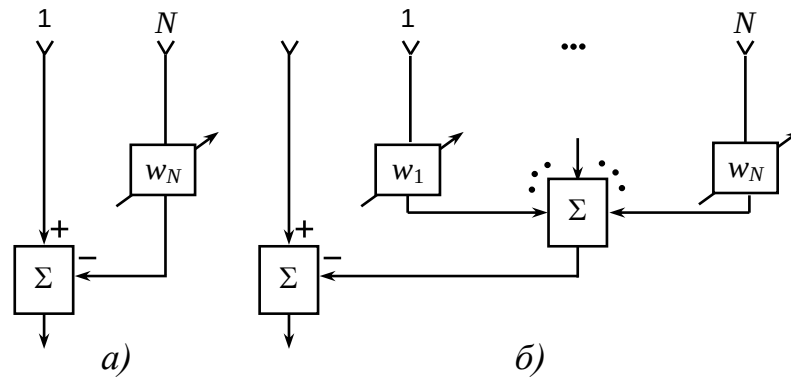


Рис. 5.21

компенсатора. Весовой коэффициент вспомогательного канала w в процессе адаптации подбирается таким образом, чтобы помеха на выходе сумматора компенсировалась, т. е. векторы направлений помехи основного и вспомогательного каналов на выходе сумматора складывались в противофазе. При этом векторы направлений полезного сигнала в тех же точках складываются не в фазе, что приводит к снижению уровня полезного сигнала. Вместе с тем за счёт подавления помехи результирующее ОСШП возрастает аналогично тому, как это имеет место в АА фильтрации сигналов.

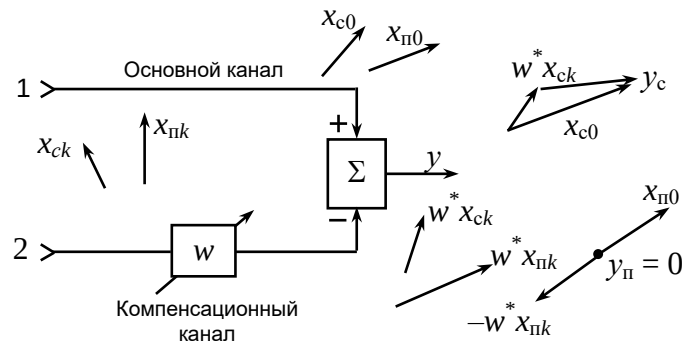


Рис. 5.22

В АК происходит минимизация мощности суммарного сигнала на выходе компенсатора. Заметим, что минимизация этой мощности достигается путём компенсации коррелированных составляющих сигналов, принятых в основном и компенсационном каналах. На выходе АК остаются только некоррелированные составляющие сигналов. Поэтому сигналы на выходе и входах адаптивного компенсатора оказываются декоррелированными между собой.

Особенностью АК является то, что в качестве опорного используется сигнал, снимаемый с выхода основной антенны. Оптимальные ВК АК в случае воздействия стационарных сигналов записывается в виде

$$\mathbf{W}_{\text{опт}} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_{xd}. \quad (5.62)$$

Рассмотрим подробно характеристики одноканального АК в условиях воздействия одного полезного сигнала и одной помехи (см.рис. 5.22). Адаптивный компенсатор используется только тогда, когда на выходе основной антенны присутствует наряду с полезным сигналом и помеховый. При этом ХН основной антенны в процессе адаптации изменяться не может. Для простоты анализа можно, не нарушая общности рассуждений, положить, что коэффициент передачи основной антенны в направлениях источников полезного сигнала и помехи максимален и равен единице. В то же время ХН вспомогательной антенны, как определяющая характеристики АК, должна выбираться исходя из определённых требований. Положим предварительно, что коэффициент передачи вспомогательной антенны в направлениях на источники полезного сигнала и помехи равен соответственно $F_k(\theta_c)$ и $F_k(\theta_n)$.

Проанализируем характеристики АК сначала в двух простых частных случаях, когда на антенну воздействует только полезный сигнал или только помеха.

В случае, если на антенну помимо шума воздействует только полезный сигнал, то сигнал на выходе основной антенны определяется соотношением

$$x_0 = x_{c0} + x_{ш0}, \quad (5.63)$$

где $x_{ш0}$ – шум основной антенны, а на выходе вспомогательной антенны – соотношением

$$x_k = x_{c0} F_k(\theta_c) + x_{шk}, \quad (5.64)$$

где $x_{шk}$ – шум вспомогательной антенны.

В соответствии с выражением (5.62) оптимальный ВК АК записывается в виде:

$$w_{\text{опт}} = R^{-1} R_{xd} = \left(\overline{x_k x_k^+} \right)^{-1} \overline{x_k x_0^*}. \quad (5.65)$$

Подставим выражения для x_0 и x_k из соотношений (5.63), (5.64) в равенство (5.65), учтя при этом, что полезный сигнал и шумы некоррелированы между собой. В результате получим

$$w_{\text{опт}} = \left(\overline{x_c^2 F_k^2(\theta_c)} + \overline{x_{шk}^2} \right)^{-1} \overline{(x_{c0} F_k(\theta_c) + x_{шk})(x_{c0} + x_{ш0})^*} =$$

$$= (P_c F_k^2(\theta_c) + \sigma_{\text{ш}}^2)^{-1} P_c F_k(\theta_c), \quad (5.66)$$

где $P_c = \overline{x_{c0} x_{c0}^+}$ – мощность полезного сигнала; $\sigma_{\text{ш}}^2$ – мощность шума во вспомогательном канале.

Запишем выражение для мощности полезного сигнала на выходе АК:

$$P_{\text{ac}} = P_c (1 - w^+ F_k(\theta_c)) = P_c \left(1 - \frac{P_c F_k(\theta_c)}{P_c F_k(\theta_c) + \sigma_{\text{ш}}^2} \right)^2. \quad (5.67)$$

Анализ выражения (5.67) показывает, что для максимального поддержания уровня сигнала на выходе АК необходимо, чтобы коэффициент передачи вспомогательной антенны $F_k(\theta_c)$ в направлении прихода полезного сигнала был минимален, т. е. стремился к нулю. На практике должно, по крайней мере, выполняться условие

$$F_k(\theta_c) \gg 1. \quad (5.68)$$

Рассмотрим характеристики АК в случае воздействия на антенну только помехи. При этом сигнал на выходе основной и вспомогательной антенны записывается соответственно в виде:

$$x_0 = x_{\text{п}} + x_{\text{ш0}}; \quad (5.69)$$

$$x_k = x_{\text{п0}} F_k(\theta_{\text{п}}) + x_{\text{шk}}. \quad (5.70)$$

Поступая далее аналогично тому, как и в случае воздействия только полезного сигнала, получим ВК компенсатора

$$w_{\text{опт}} = [P_{\text{п}} F_k^2(\theta_{\text{п}}) + \sigma_{\text{шk}}^2]^{-1} P_{\text{п}} F_k(\theta_{\text{п}}) \quad (5.71)$$

и мощность помехи на выходе АК

$$P_{\text{ап}} = P_{\text{п}} \left(1 - \frac{P_{\text{п}} F_k(\theta_{\text{п}})}{P_{\text{п}} F_k(\theta_{\text{п}}) + \sigma_{\text{шk}}^2} \right)^2, \quad (5.72)$$

где $P_{\text{п}} = \overline{x_{\text{п}}^+ x_{\text{п}}}$ – мощность помехи.

Запишем коэффициент подавления помехи как отношение мощности помехи в основном канале (на выходе основной антенны) к мощности помехи на выходе АК:

$$K_{\text{п}} = P_{\text{п}} / P_{\text{ап}}. \quad (5.73)$$

Подставим в последнее соотношение выражения для мощностей помехи $P_{\text{п}}$ и $P_{\text{ап}}$. Получим:

$$K_{\pi} = P_{\pi} / \left(P_{\pi} \left(1 - \frac{P_{\pi} F_k(\theta_{\pi})}{P_{\pi} F_k(\theta_{\pi}) + \sigma_{\text{шк}}^2} \right) \right) = (P_{\pi} F_k(\theta_{\pi}) + \sigma_{\text{шк}}^2) / \sigma_{\text{шк}}^2. \quad (5.74)$$

Отсюда следует, что если выполняется условие

$$P_{\pi} F_k^2(\theta_{\pi}) \gg \sigma_{\text{шк}}^2, \quad (5.75)$$

то коэффициент подавления помехи пропорционален отношению мощности помехи к мощности шума во вспомогательном канале.

Для выполнения условия (5.75) необходимо, чтобы мощность помехи намного превышала мощность шумов вспомогательного канала и чтобы коэффициент передачи вспомогательной антенны в направлении источника помехи был максимален, т. е. стремился к единице

$$F_k(\theta_{\pi}) \rightarrow 1. \quad (5.76)$$

Заметим, что уровень шума в основной антенне не влияет на величину подавления помехи. Это объясняется тем, что собственные шумы основной и вспомогательной антенн не коррелированы между собой.

Рассмотрим далее случай одновременного воздействия полезного сигнала и помехи. Определим отношение сигнал/помеха на выходе адаптивного компенсатора.

Сигналы на выходах основной и вспомогательной антенны в таком случае определяются соответственно соотношениями:

$$x_0 = x_c + x_{\pi} + x_{\text{ш}}; \quad (5.77)$$

$$x_k = x_c F_k(\theta_c) + x_{\pi} F_k(\theta_{\pi}) + x_{\text{шк}}. \quad (5.78)$$

Положим, что полезный сигнал, помеха и шумы некоррелированы между собой. Тогда ВК АК запишется в форме:

$$w_{\text{опт}} = (P_c F_k^2(\theta_c) + P_{\pi} F_k^2(\theta_{\pi}) + \sigma_{\text{шк}}^2)^{-1} [P_c F_k(\theta_c) + P_{\pi} F_k(\theta_{\pi})]. \quad (5.79)$$

Мощность полезного сигнала и помехи на выходе АК определяется соответственно формулами:

$$P_{\text{ас}} = P_c (1 - w_{\text{опт}}^+ F_k(\theta_c))^2; \quad (5.80)$$

$$P_{\text{ап}} = P_{\pi} (1 - w_{\text{опт}}^+ F_k(\theta_{\pi}))^2. \quad (5.81)$$

Используя формулу (5.79), запишем выражение для отношения мощностей сигнал/помеха:

$$\frac{P_{ac}}{P_{ap}} = \frac{P_c}{P_n} \left[\frac{1 - w_{оп}^+ F_k(\theta_c)}{1 - w_{оп}^+ F_k(\theta_n)} \right]^2 = \frac{P_c}{P_n} \left[\frac{P_n F_k^2(\theta_n) - P_n F_k^2(\theta_n) F_k(\theta_c) + \sigma_{шк}^2}{P_c F_k^2(\theta_c) - P_c F_k^2(\theta_c) F_k(\theta_n) + \sigma_{шк}^2} \right]^2. \quad (5.82)$$

Если учесть условия (5.68) и (5.75), то последнее равенство можно упростить:

$$\frac{P_{ac}}{P_{ap}} = \frac{P_c}{P_n} \left[\frac{P_n F_k^2(\theta_n)}{P_c F_k^2(\theta_c) F_k(\theta_n)} \right]^2 = \frac{P_c}{P_n} \frac{F_k^2(\theta_n)}{F_k^2(\theta_c)}. \quad (5.83)$$

Отсюда следует, что при увеличении отношения сигнал/помеха на входе адаптивного компенсатора существует обратно пропорциональная зависимость между отношениями сигнал/помеха на входе и выходе АК.

Рассмотрим далее требования к коэффициентам передачи вспомогательной антенны $F_k(\theta_c)$ и $F_k(\theta_n)$. Выразим для этого ОСП на выходе АК через отношение сигнал/помеха на выходе вспомогательной антенны. Мощность полезного сигнала и помехи на выходе вспомогательной антенны определяется соответственно выражениями

$$P_{kc} = P_c F_k^2(\theta_c); \quad (5.84)$$

$$P_{kn} = P_c F_k^2(\theta_n). \quad (5.85)$$

Тогда соотношение (5.83) можно представить в виде

$$\frac{P_{ac}}{P_{ap}} = \frac{P_{kn}}{P_{kc}}. \quad (5.86)$$

Таким образом, между ОСП на выходе АК и на выходе вспомогательной антенны существует обратно пропорциональная зависимость. Анализ выражений (5.83) и (5.86) показывает, что для увеличения отношения сигнал/помеха на выходе АК необходимо уменьшить ОСП на вспомогательном входе. Это возможно за счёт соответствующего выбора коэффициентов передачи $F_k(\theta_c)$ и $F_k(\theta_n)$. Наилучшим является выбор $F_k(\theta_c)$ с минимумом на источник полезного сигнала, а $F_k(\theta_n)$ – с максимумом на источник помехи. При этом чем больше КНД вспомогательной антенны, тем больше ОСП на выходе АК.

В сумматоре АК происходит сложение полезных сигналов основного и компенсационного каналов. Если эти сигналы противофазны, то полезный

сигнал на выходе АК уменьшается максимально. Степень этого уменьшения зависит в первую очередь от ХН компенсационной и основной антенны.

Для обоснования требований к ХН основной антенны рассмотрим отношение мощности полезного сигнала на выходе компенсационного канала P_{kc} к мощности полезного сигнала на выходе основного канала P_{oc} :

$$\frac{P_{kc}}{P_{oc}} = \frac{P_c F_k^2(\theta_c) w^2}{F_k^2(\theta_n)} = F_k^2(\theta_c) w^2. \quad (5.87)$$

Наибольший интерес представляет случай, когда для ХН выполняются условия (5.68) и (5.76). Тогда, учитывая эти условия в уравнении для ВК (5.79), равенство (5.87) можно записать в виде:

$$\frac{P_{kc}}{P_{oc}} = \frac{F_k^2(\theta_c)}{F_k^2(\theta_n)}. \quad (5.88)$$

Перепишем выражение (5.88) с учётом соотношений (5.83) и (5.86). Получим формулу:

$$\frac{P_{kc}}{P_{oc}} = \frac{P_{kc}}{P_{kn}} \left/ \left(\frac{P_c}{P_n} \right) \right. = \frac{P_{kc}}{P_{kn}} \left/ \left(\frac{P_{oc}}{P_{on}} \right) \right. \quad (5.89)$$

Из последнего соотношения видно, что для уменьшения ослабления полезного сигнала необходимо ОСП повышать на основном входе и уменьшать на вспомогательном входе АК.

Для повышения ООП на основном входе необходимо, чтобы максимум ХН основной антенны был направлен на источник полезного сигнала, а минимум – на источник помехи. При этом с увеличением КНД основной антенны уменьшается ослабление полезного сигнала.

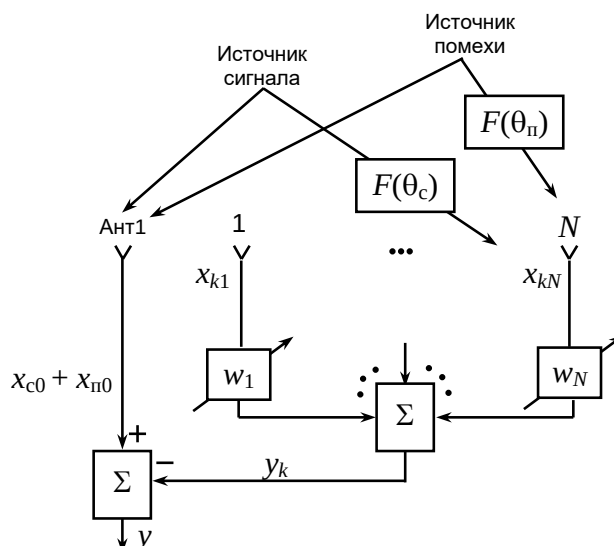


Рис. 5.23

Принцип работы компенсационных адаптивных антенн состоит Э следующем (рис. 5.23). Основная антенна Ан1 принимает полезный сигнал и помеху. При этом уровень ХН основной антенны в направлении прихода полезного сигнала θ_c много больше, чем в направлении помехи $\theta_п$. Характеристика направленности компенсационной N -элементной решётки наоборот, в направлении помехи $\theta_п$ имеет большее значение, чем в направлении полезного сигнала θ_c . Адаптивный процессор стремится устанавливать весовые коэффициенты $\mathbf{W}$ таким образом, чтобы амплитуды помехи в основном и компенсационном каналах сравнялись, а фазы были противоположны. В результате вычитания сигнала y_k из $x_{c0} + x_{п0}$ на выходе антенны помеха устраняется, а полезный сигнал ослабляется незначительно. Характеристика направленности адаптивной антенны в случае воздействия одной помехи по боковым лепесткам имеет вид, показанный на рис. 5.24. В направлении прихода помехи к ХН антенны существует глубокий минимум.

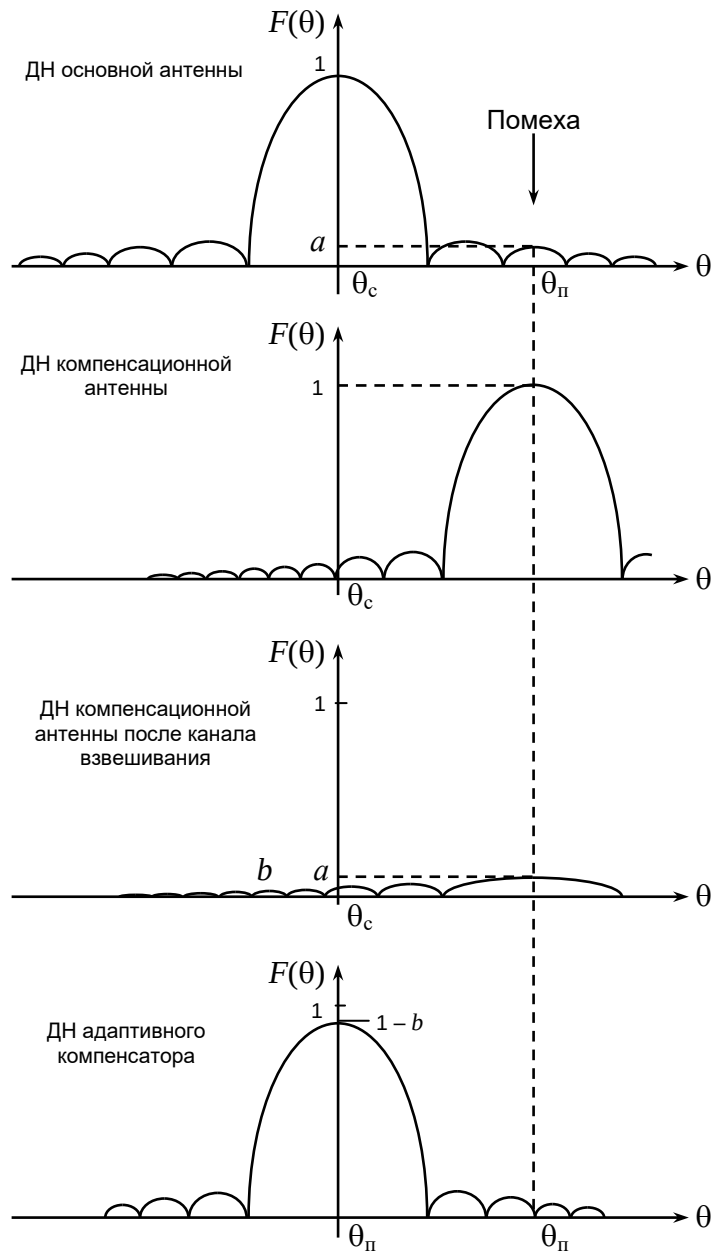


Рис. 5.24

Сравнение графиков, изображённых на рис. 5.1 и 5.24, показывает, что принцип подавления помехи в АК такой же, как и в АР фильтрации сигналов.

5.6. Многолучёвые адаптивные антенны

Однолучёвые адаптивные антенны представляют собой ААР без устройств преобразования сигналов и, преимущественно, с одинаковыми ХН элементов решётки. В случае единственного источника полезного сигнала однолучевые ААР позволяют эффективно подавлять помехи и при этом следить за источником полезного сигнала. Однако такие антенны не способны отслеживать несколько полезных сигналов.

Характеристики однолучёвых ААР достаточно подробно рассмотрены ранее, что позволяет не повторять здесь этого анализа.

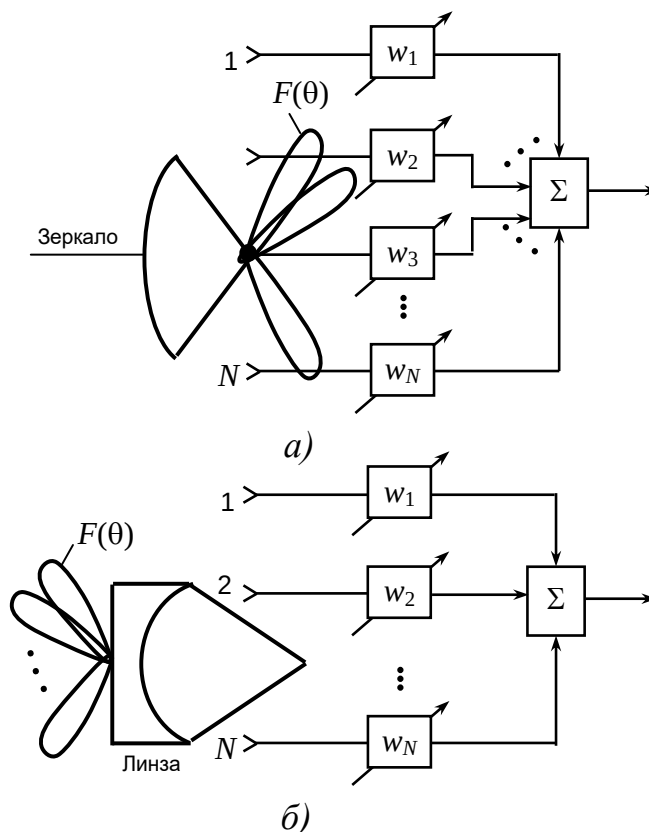


Рис. 5.25

Многолучёвые адаптивные антенны так же разнообразны по принципам построения, как и однолучевые ААР. Многолучёвые антенны используются для обеспечения многостанционного независимого приёма сигналов, обслуживания абонентов в некоторой зоне радиосвязи, для подавления помех по главному и боковым лепесткам ХН. Основными видами многолучёвых адаптивных антенн являются АР с многолучёвыми ДОС (см. рис. 5.17), многолучёвые гибридные антенны, принимающие посредством АР предварительно отражённые от рефлектора или преломлённые линзой волны (рис. 5.25), многолучёвые гибридные адаптивные антенны с многолучевой ДОС (рис. 5.26 и рис. 5.27) и многоканальные антенные решётки с независимым управлением АФР по каждому из каналов (рис. 5.28).

Антенные решётки на основе многолучёвых диаграммообразующих схем формируют ряд парциальных ХН. Эти ХН могут быть как одинаковыми, так и различными по форме. В оптимальном случае все парциальные ХН должны быть ортогональными в соответствии с условием

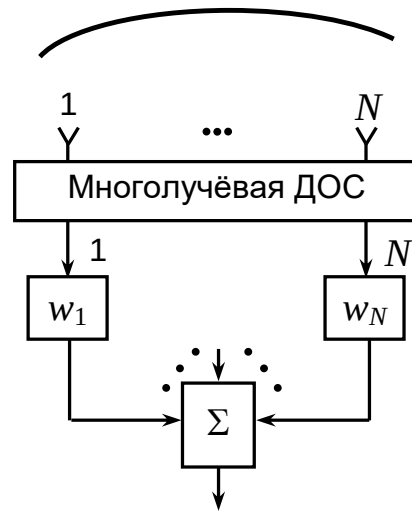


Рис. 5.26

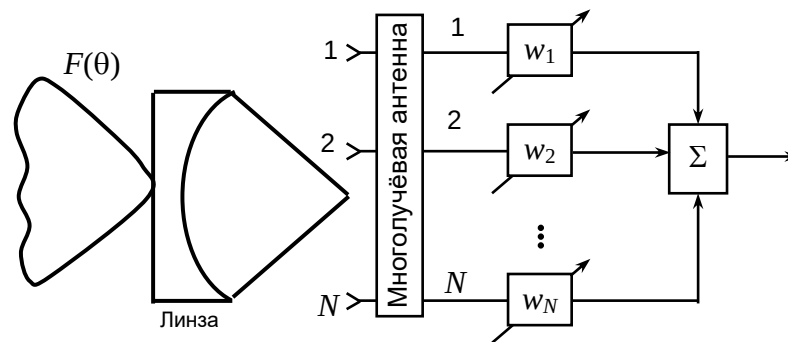


Рис. 5.27

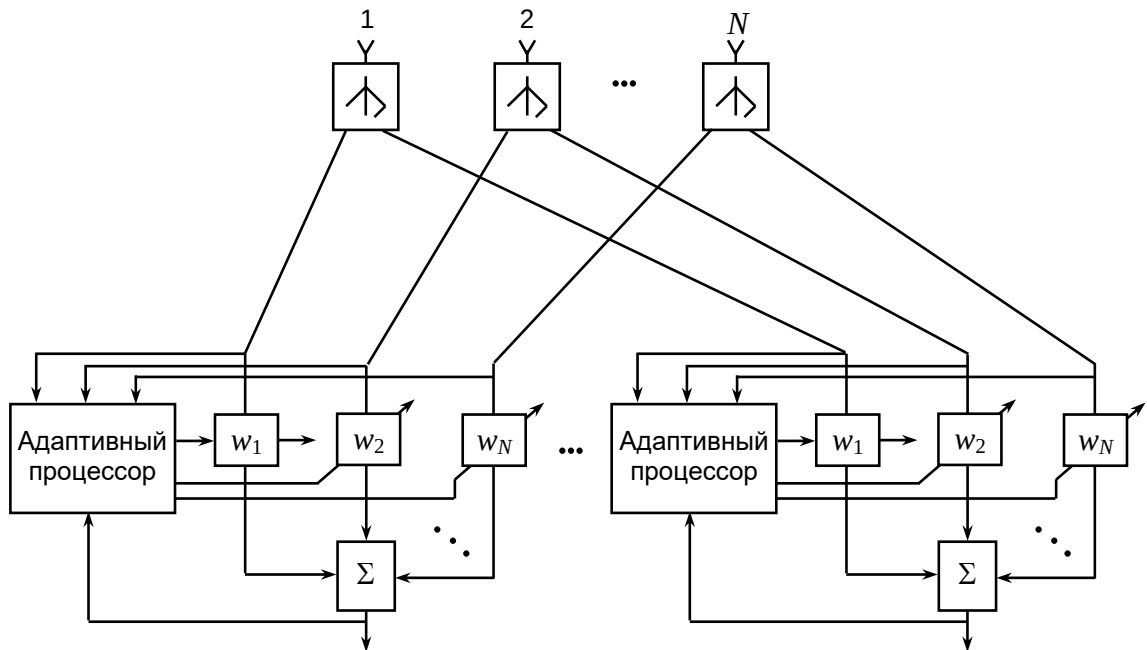


Рис. 5.28

$$\int_u F_i(u)F_j^*(u)du = 0, \quad (5.90)$$

где $F_i(u)$ и $F_j(u)$ – i -я и j -я парциальные ХН.

В частном случае, удобном для понимания работы АА рассматриваемого типа, парциальные ХН одинаковой формы создаются равноамплитудными линейно-фазовыми апертурными распределениями. Эти распределения могут быть реализованы, например, с помощью матрицы Батлера. Для обеспечения ортогональности парциальных ХН разнос их максимумов осуществляется на такие углы, чтобы в направлении максимума отдельной парциальной ДН были нули всех остальных ДН. В этом случае сигнал, приходящий с определённого направления проходит только (или преимущественно) на один из выходов ДОС. Если имеется совокупность сигналов, разнесённых по направлению в пространстве, то каждый из них проходит только (или преимущественно) на соответствующий ему выход ДОС.

Наряду с матрицей Батлера в адаптивных многолучёвых АР находят применение и другие ДОС, в частности, суммарно-разностного типа. В этом случае формируется два вида парциальных ДН – суммарные и разностные. При этом разностные ДН имеют нулевые значения в направлениях максимумов соответствующих им суммарных диаграмм.

С помощью специальных диаграммообразующих устройств, например, линзы Ротмана, АА рассматриваемого типа могут быть реализованы при произвольной конфигурации АР. При этом в решётке не обязательно применять идентичные и одинаково ориентированные элементы. Кроме того, ДОС типа матриц Батлера и линз Ротмана могут применяться в АА как с полной, так и с частичной адаптацией.

Суммарно-разностные ДОС используются только в АА с частичной адаптацией – адаптивных компенсаторах. Структурная схема АА с суммарно-разностной ДОС на основе линейной АР показана на рис. 5.29. Выходной сигнал суммарного канала ДОС используется в основном канале компенсатора, а выходные сигналы разностных каналов – в его компенсационных каналах. В процессе адаптации с помощью фазовращателей максимум ДН основного (суммарного) канала ориентируется в направлении на источник полезного сигнала, которое известно. В этом случае полезный сигнал в суммарном канале будет максимальным, а в компенсационных (разностных) каналах – отсутствовать. Следовательно, сигналы $x_1, \dots, x_{N-1}$ содержат информацию только о помехах,

которые приходят с направлений, отличающихся от направления на источник полезного сигнала. Сигнал на выходе суммарного канала представляет собой совокупность всех сигналов, принятых в пределах ХН адаптивной многолучевой АР. Дальнейшая обработка сигналов $x_1, \dots, x_{N-1}$ производится по принципу многоканальной адаптивной компенсации (см.рис. 5.21, б).

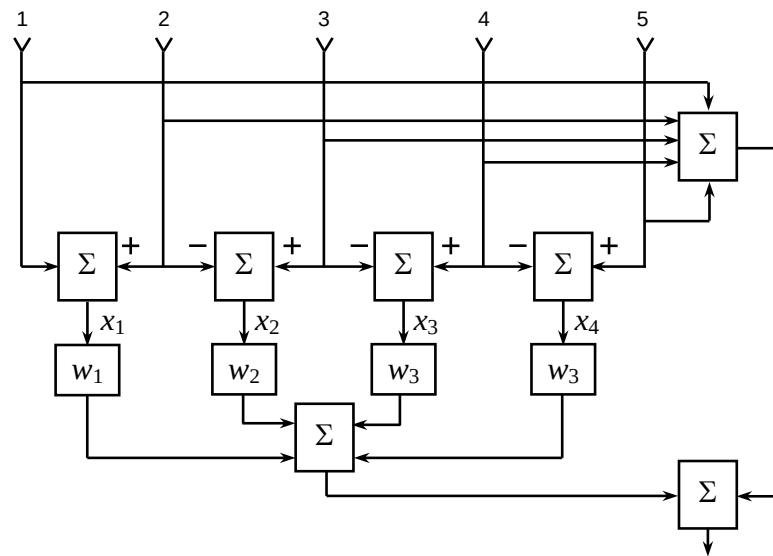


Рис. 5.29

Суммарно-разностная ДОС имеет несколько выходов и предназначена для формирования одной суммарной и совокупности разностных парциальных ХН. При этом используется компенсационный метод подавления помех. Каждый выход ДОС входит в состав соответствующего одноимённого канала АА. Суммарный канал является основным, а разностные – вспомогательными (компенсационными).

На рис.5.30 приведена структурная схема АА на основе линейной АР с многолучевой ДОС типа матрицы Батлера. Адаптация в этой АА производится по принципу адаптивной компенсации.

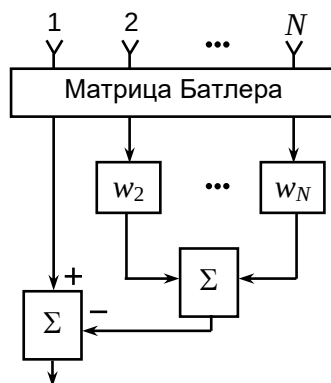


Рис. 5.30

Диаграмма направленности АА с многолучевой ДОС в случае использования принципа адаптивной компенсации определяется выражением

$$F(u) = F_1(u) - \sum_{m=2}^M w_m^* F_m(u), \quad (5.91)$$

где $F_m(u)$ – m -я парциальная ДН.

В адаптивных МАРс полной адаптацией взвешиванию подвергаются сигналы во всех каналах МАР. Структурная схема такой АА изображена на рис. 5.17.

Диаграмма направленности АА с многолучевой ДОС в случае полной адаптации определяется по формуле:

$$F(u) = \sum_{n=1}^N w_n^* F_n(u). \quad (5.92)$$

В зеркальных и линзовых многолучевых антеннах облучающая антенная решётка располагается в фокальной плоскости зеркала или линзы, что обеспечивает формирование множества лучей.

Многолучевые антенны на основе АР с многолучевой ДОС, а также гибридные многолучевые антенны в зависимости от сигнально-помеховой обстановки имеют две области применения. Если местоположение источника полезного сигнала известно, то в таких антеннах осуществляется адаптивная компенсация помех. Один луч (обычно центральный) используется в качестве основного, а остальные – в качестве вспомогательных. В случае, когда априори известна только зона обслуживания, лучи в МАРвыбирают так, чтобы они перекрывали всю эту область, образуя один широкий главный луч. При воздействии помех по этому главному лучу сигналы на выходах отдельных каналов АР взвешиваются с целью формирования в главном луче минимумов ХН. Для рассмотренных адаптивных многолучевых АР

характерно то, что парциальные ХН, формируемые на выходе ДОС, имеют в пространстве строго определённое взаимное положение. При этом с помощью фазовращателей, установленных на выходе элементов АР, вся совокупность ДН может перемещаться в пространстве только одновременно.

Наряду с описанными адаптивными МАРсуществуют другие их типы, в которых также одновременно формируется несколько ДН, но управление их положением в пространстве может осуществляться независимо. Структурная схема АМАР с независимо управляемыми ДН показана рис. 5.28.

Число формируемых и независимо управляемых ДН соответствует количеству одновременно приходящих полезных сигналов. Принимаемые каждым элементом АР сигналы распределяются в M каналов. В каждом из них осуществляется независимая адаптивная обработка сигналов, которая реализуется на основе любого из рассмотренных ранее принципов. Каждый канал адаптивной обработки настраивается на приём только определённого сигнала, априорная информация о котором закладывается в соответствующее УФОС.

5.7. Гибридные адаптивные антенны

В адаптивных антеннах производится обработка сигналов, снимаемых с выходов элементов антенной решётки. Однако на эти элементы приходящий сигнал может поступать двумя путями. Первый путь состоит в непосредственном наведении тока на элементах АР от внешнего источника. Во втором случае используются зеркала и линзы (рис. 5.25). Такие ААР называют гибридными. Иногда для выполнения задач концентрации электромагнитных волн применяется не одно зеркало, а система зеркал.

Наличие зеркал (линз) приводит к изменению сигналов на выходах элементов АР. Это в свою очередь влияет на качественные и количественные характеристики АА. Поскольку принцип работы зеркальных и линзовых антенн аналогичен, то рассмотрим работу антенн этого типа на примере гибридной однозеркальной антенны (ГЗА).

При приёме сигналов от различных источников падающие на зеркало плоские электромагнитные волны преобразуются в сходящиеся сферические. Каждая из этих волн, фокусируясь в фокальной плоскости, образует дифракционный сгусток энергии (дифракционное «пятно»). Местоположение этого «пятна» определяется направлением прихода электромагнитной волны. Амплитудно-фазовое распределение в «пятне» соответствует диаграмме направленности зеркальной антенны в режиме передачи при облучении её

изотропным источником. При этом источник располагается в центре дифракционного «пятна». Совокупность дифракционных «пятен» от всех источников сигналов возбуждает соответствующую совокупность элементов ААР. В дальнейшем каждый из принятых решёткой сигналов подвергается адаптивной обработке.

Процесс приёма и обработки сигналов в ГЗА можно трактовать таким образом, что производится приём сигналов посредством парциальных ДН. Каждая из них формируется отдельным элементом АР совместно с зеркалом.

Особенностью адаптивных ГЗА (в отличие от адаптивных многолучевых АР) является то, что одновременное перемещение веера парциальных ДН осуществляется не электрическим способом, а путём механического поворота антенны в целом. Кроме того, – парциальные ДН, формируемые многолучевой ГЗА, оказываются неодинаковыми по форме из-за фазовых искажений, возникающих вследствие прихода плоских волн не с осевого направления зеркала. Это обстоятельство усложняет пространственную ортогонализацию парциальных ДН. Для решения этой проблемы каждая парциальная ДН формируется не отдельным элементом АР, а группой элементов (кластером), располагаемых в пределах всего дифракционного «пятна», соответствующего отдельному источнику сигнала.

Отметим также, что в гибридных антеннах основная информация о пространственных характеристиках сигналов содержится в их амплитудах на выходах элементов АР. Напомним, что в обычных ААР такая информация преобладает в фазах сигналов на выходе АР.

По степени адаптации ГЗА могут быть частично или полностью адаптивными. Подавление помех в них может осуществляться путём компенсации или фильтрации сигналов. Диаграмма направленности адаптивной ГЗА определяется аналогично ДН адаптивной многолучевой АР [см. формулы (5.91) и (5.92)].

Особыми свойствами обладает гибридная адаптивная антенна с многолучевой ДОС на выходе АР. Подобные АА состоят из линзы (зеркала), антенной решётки, расположенной в фокальной плоскости линзы, и многолучевой ДОС (см. рис. 5.26 и 5.27). Многолучевая ДОС формирует множество лучей с помощью, например, фидерной матрицы. На раскрытии линзы в режиме передачи формируется распределение поля в виде совокупности пятен от облучения с каждого из входов фидерной матрицы. Эти пятна возбуждения играют ту же роль, что и отдельные субрешетки в составе АР. Диаграмма направленности такой антенны [32] для случая

$D/a \ll 2m$ (D – размер раскрыва линзы, a – расстояние между центрами субрешёток на выходе линзы, m – число субрешёток), представляется в виде:

$$F(u) = A(B(u - u_0))F_{\Phi}[(Bu - u_0)/(\gamma B)]. \quad (5.93)$$

где $F_{\Phi}(\cdot)$ – ХН по входу фидерной матрицы в режиме передачи, приведённая к раскрыву линзы; $A(\cdot)$ – множитель решётки линзы, состоящей из субрешёток; $B = \lambda_0 / \lambda$; $u = a \sin \theta / \lambda$; $u_0 = a \sin \theta_0 / \lambda$; $\gamma = ba / (\lambda f_0)$; λ_0 – среднediaпазонная длина волны; f_0 – фокусное расстояние линзы; b – половина размера раскрыва матрицы; θ – пространственный угол, отсчитываемый от нормали к апертуре линзы; θ_0 – угол смещения лучей АА.

Данная АА обладает тем свойством, что при выполнении условия $D/a \ll 2m$ и формировании минимума ХН шириной δ_0 в характеристике направленности $F_{\Phi}(u)$ будет сформирован минимум шириной $\gamma \delta_0$ в ХН антенны $F(u)$.

5.8. Предпроцессоры

Характеристики адаптивных антенн зависят от многих факторов. Если ААР и процессор заданы, то основным фактором, влияющим на время адаптации и степень подавления помех, является сигнально-помеховая обстановка. Выполненный ранее (см. главу 4) анализ сходимости градиентных алгоритмов показал, что время адаптации определяется в общем случае характером корреляционной матрицы помех $\mathbf{R}$. Матрица $\mathbf{R}$ в свою очередь зависит от количества и направлений прихода помех. Основными путями уменьшения времени адаптации являются декорреляция помех на выходах элементов решётки и снижение размерности обрабатываемых процессором сигналов. Декорреляция для уменьшения времени адаптации может быть реализована с помощью устройства, подключаемого к выходам элементов АР и называемого предпроцессором. Из анализа характеристик компенсаторов помех и адаптивных решёток следует, что максимизация ОСП на выходе ААР достигается в том случае, когда ХН компенсационной антенны или компенсационная ХН ААР имеет минимум в направлении полезного сигнала. Поэтому прежде чем обрабатывать сигналы в процессоре целесообразно провести декорреляцию (ортогонализацию) полезного и помеховых сигналов. Эту функцию также может выполнять предпроцессор.

Общая структурная схема ААР с предпроцессором показана на рис. 5.7.

Переходный процесс в ААР определяется собственными значениями корреляционной матрицы помех. Задача уменьшения разброса собственных

значений корреляционной матрицы $\mathbf{R}$ и, следовательно, уменьшения времени адаптации решается с помощью предпроцессора декорреляции сигналов. Такой предпроцессор из N входных коррелированных сигналов $x_1, \dots, x_N$, формирует также N , но некоррелированных между собой сигналов $x'_1, \dots, x'_N$. Эта процедура эквивалентна процессу диагонализации корреляционной матрицы $\mathbf{R}$ путём ортогонализации (декорреляции) или $\mathbf{Q}$ -преобразования входных сигналов. Структурная схема ААР с предпроцессором ортогонализации сигналов изображена на рис. 5.31.



Рис. 5.31

После предпроцессора применяются усилители с автоматической регулировкой усиления (АРУ), которые выравнивают мощности сигналов во всех каналах адаптации. Так как в сигналах на выходе процессора отсутствуют корреляционные связи, то установление оптимальных ВК в каждом из каналов может быть осуществлено независимо и с максимальной скоростью сходимости.

Предпроцессор декорреляции сигналов можно реализовать различными методами, например на основе процедуры ортогонализации Грама – Шмидта. Предпроцессор выполняет обработку сигналов на $(N - 1)$ уровнях. На каждом уровне осуществляется преобразование, в результате которого $(j - 1)$ выходных сигналов из j , участвующих в преобразовании, будут не коррелированы с одним из сигналов, также участвующим в этом преобразовании. Для примера на рис. 5.32 показана структурная схема предпроцессора АР из трёх элементов.

На первом уровне сигнал x'_1 не коррелирован с x'_2 и x'_3 . После преобразований на втором уровне не будут коррелированы и сигналы x''_2 и x''_3 .

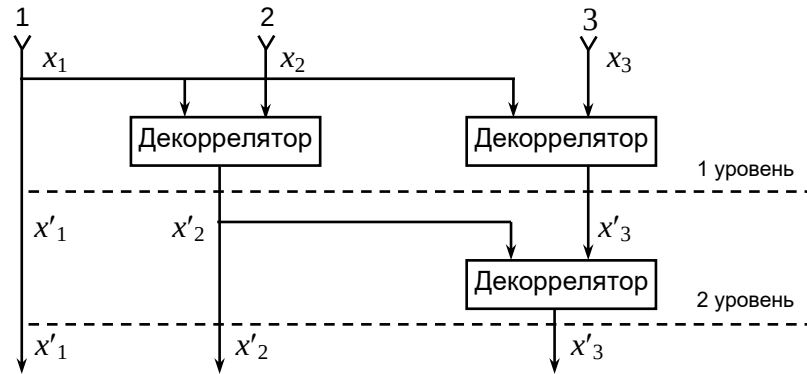


Рис. 5.32

В качестве декорреляторов на отдельных уровнях можно использовать адаптивные компенсаторы. Например, с помощью одноканального компенсатора декоррелируются сигналы первого и второго каналов. Затем можно получить на выходе второго канала сигнал, не коррелированный с сигналом третьего канала. Каждый декоррелятор имеет независимую обратную связь (ОС), что повышает устойчивость схемы в целом. Физическая сущность декоррелирующих свойств адаптивного компенсатора состоит в том, что компенсируются все составляющие помехи, поступающие на его основной вход и некоррелированные с сигналами, поступающими на его компенсационные входы. Это и приводит к тому, что сигнал на выходе компенсатора оказывается некоррелированным с помеховыми сигналами на входах компенсатора.

ГЛАВА 6. ПРИМЕНЕНИЕ АДАПТИВНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ

Совершенствование систем радиосвязи направлено на увеличение помехоустойчивости при заданной пропускной способности, либо на увеличение пропускной способности при заданных требованиях к электромагнитной совместимости и помехоустойчивости при фиксированных затратах.

Общей тенденцией развития является увеличение количества обслуживаемых с требуемым качеством абонентов и предоставление им новых, ранее трудно осуществимых, услуг. К таковым можно отнести предоставление непосредственно в системах связи и управления оперативной координатной информации, оперативное создание выделенных сетей различного назначения, введение и гибкое изменение приоритетов для различных групп абонентов и т.д.

Одним из средств, позволяющих решить подобного рода задачи на новом техническом уровне, являются системы с адаптивной обработкой сигналов.

Многообразие решаемых с помощью адаптивных систем на физическом уровне задач связано прежде всего с использованием в их составе ряда разнородных компонент, а также способностью таких систем к адаптации в изменяющихся сигнально-помеховых условиях.

Применение ААР позволяет получать дополнительную информацию из принимаемых сигналов об их параметрах и свойствах и за счёт этого решать задачи обеспечения требований по электромагнитной совместимости, помехоустойчивости, пропускной способности, разделению полезных сигналов и т.д.

Перспективы применения адаптивной обработки в системах радиосвязи связаны также с уменьшением затрат на реализацию при тех же достигаемых показателях качества, что и для традиционных систем обработки сигналов, а также с возможностью реализации всех основных элементов на цифровой элементной базе и на базе функциональной электроники.

В дальнейшем рассмотрены лишь некоторые наиболее важные приложения методов адаптивной обработки сигналов, касающиеся обеспечения требуемых помехоустойчивости и электромагнитной совместимости систем связи и управления, обеспечения требуемой пропускной способности и решения задач по определению координат источников излучения.

6.1. Адаптивные антенные решётки

Адаптивными антенными решётками (ААР) называют сложные N_a - элементные ($N_a \geq 2$) приёмные антенные системы, у которых в соответствии с сигнально-помеховой обстановкой изменяется диаграмма направленности таким образом, что в направлениях прихода помех формируются «нули» или «провалы» [2,3,55].

Обобщённая структурная схема ААР (рис. 6.1) содержит диаграммообразующую схему (ДОС), устройство измерения параметров сигналов (УИС) и устройства реализации алгоритма управления (УРАУ).

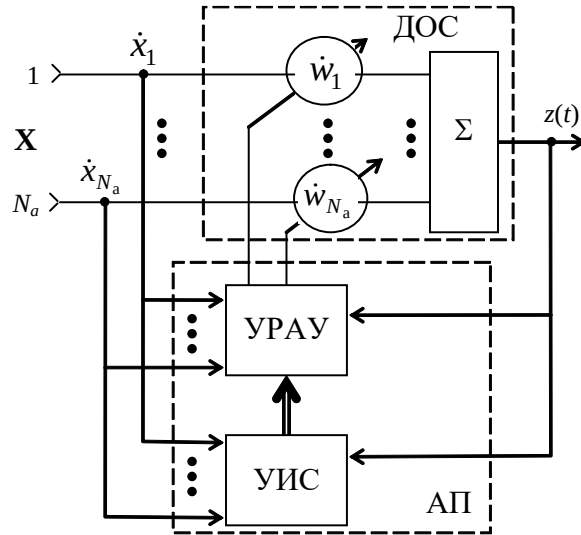


Рис. 6.1

Основным элементом диаграммообразующей схемы является весовой сумматор, в который входят N_a умножителей сигналов $\dot{x}_i$ на весовые множители $\dot{w}_i$ и сумматор. На выходе сумматора действует выходной сигнал

$$\dot{z}(t) = \sum_{i=1}^{N_a} \dot{w}_i^* \dot{x}_i(t), \quad (6.1)$$

где $*$ – знак комплексного сопряжения.

Сигналы $\dot{x}_i(t)$ являются электрическими процессами на выходах антенных элементов и содержат полезный сигнал $u_{s_i}(t)$, помехи $u_{п_i}(t)$ и внутренний шум антенны $n_i(t)$

$$\dot{x}_i(t) = u_{s_i}(t) + u_{п_i}(t) + n_i(t). \quad (6.2)$$

Для N_a -элементной ААР совокупность сигналов представляется вектором

$$\mathbf{X}^T = [\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dots, \dot{x}_{N_a}(t)], \quad (6.3)$$

где T – знак транспонирования. Выходной сигнал $z(t)$ может быть представлен как произведение вектора $\mathbf{X}(t)$ на вектор весовых коэффициентов $\mathbf{W}$

$$z(t) = \mathbf{X}^+(t)\mathbf{W}, \quad (6.4)$$

где « $+$ » – знак эрмитова сопряжения.

Подставляя выражение (6.2) в формулы (6.1) и (6.4), получим

$$z(t) = \sum_{i=1}^{N_a} w_i^* \dot{u}_{s_i}(t) + \sum_{i=1}^{N_a} w_i^* \dot{u}_{\pi_i}(t) + \sum_{i=1}^{N_a} w_i^* n_i(t) =$$

$$= \mathbf{W}^+ \mathbf{U}_s(t) + \mathbf{W}^+ \mathbf{U}_{\pi}(t) + \mathbf{W}^+ \mathbf{N}_{\pi}(t) = u_{s \text{ Вых}}(t) + u_{\pi \text{ Вых}}(t) + u_{\pi \text{ Вых}}(t). \quad (6.5)$$

Для пространственно узкополосных сигнала и помех при идентичных элементах антенной решётки возможно представление в виде произведения скалярного сигнала на вектор амплитудно-фазового распределения

$$\mathbf{U}_s^T(t) = u_s(t) \left[1, e^{j\varphi_c}, e^{j2\varphi_c}, \dots, e^{j(N_a-1)\varphi_c} \right],$$

$$\mathbf{U}_{\pi}^T(t) = u_{\pi}(t) \left[1, e^{j\varphi_{\pi}}, e^{j2\varphi_{\pi}}, \dots, e^{j(N_a-1)\varphi_{\pi}} \right], \quad (6.6)$$

где $\varphi_c = \frac{2\pi d}{\lambda_c} \sin \theta_c$, $\varphi_{\pi} = \frac{2\pi d}{\lambda_{\pi}} \sin \theta_{\pi}$ – фазы сигнала и помехи, которые определяются временем распространения фронта электромагнитной волны от одного антенного элемента к соседнему (рис. 6.2); θ_c , θ_{π} – направление прихода сигнала и помехи, λ_c , λ_{π} – длины волн сигнала и помехи; d – расстояние между антеннами.

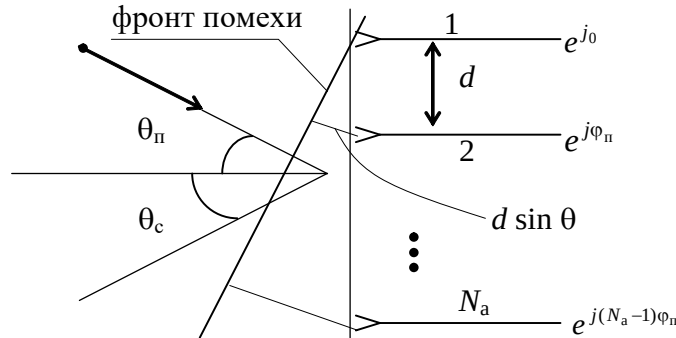


Рис. 6.2

Различия в направлениях прихода сигнала и помех позволяют адаптивному процессору так сформировать весовые коэффициенты $\mathbf{W}$, что отклик на сигнал будет максимальным, а на помехи – равен нулю. Это эквивалентно решению системы линейных уравнений

$$\begin{cases} \dot{u}_{c \text{ Вых}}(t) = \mathbf{W}^+ \mathbf{U}_s(t) = \sum_{i=1}^{N_a} w_i^* u_{s_i}(t) = 1, \\ \dot{u}_{\pi \text{ Вых}}(t) = \mathbf{W}^+ \mathbf{U}_{\pi}(t) = \sum_{i=1}^{N_a} w_i^* u_{\pi_i}(t) = 0. \end{cases} \quad (6.7)$$

Если помех несколько, то система уравнений будет содержать $L_{\pi} + 1$ уравнение, где L_{π} – число помех.

Для одной помехи получим

$$\begin{cases} w_1^* \dot{u}_{s_1}(t) + w_2^* \dot{u}_{s_2}(t) = 1, \\ w_1^* \dot{u}_{\pi 1}(t) + w_2^* \dot{u}_{\pi 2}(t) = 0. \end{cases} \quad (6.8)$$

Откуда, подставляя выражения для сигнала и помехи (6.6) получим

$$\begin{cases} U_s(w_1^* + w_2^* e^{j\varphi_c}) = 1, \\ U_{\pi}(w_1^* + w_2^* e^{j\varphi_{\pi}}) = 0. \end{cases}$$

Из последней системы уравнений

$$w_1^* = [U_s(1 - e^{j(\varphi_c - \varphi_{\pi})})]^{-1}, \quad w_2^* = -w_1^* e^{j\varphi_{\pi}} \quad (6.9)$$

Для получения значений весовых коэффициентов в соответствии с (6.9) нам требуется информация о значениях фаз φ_c и φ_{π} , которые в реальных условиях неизвестны. Поэтому в адаптивном процессоре сначала происходит измерение этих параметров (либо связанных с ними параметров), а затем на основании измеренных параметров производится расчёт весовых коэффициентов. Измерение параметров сигнала, помех и шума производится в устройстве измерения параметров сигналов (УИС). Расчёт весовых коэффициентов осуществляется в устройстве реализации алгоритма управления (УРАУ).

В общем случае в условиях, когда параметры (направления прихода) помех и сигнала неизвестны, для расчёта и подстройки весовых коэффициентов (ВК) используются критерии качества. Под критерием качества понимают правило, в соответствии с которым выбирают или подстраивают весовые коэффициенты. Наиболее распространены на сегодня критерии максимума отношения сигнал-шум (МСШ), минимума среднего квадратического отклонения (МСКО), максимума функции правдоподобия. Критерий показывает путь поиска. Например, при использовании критерия МСКО ищем такие ВК, чтобы значение среднего квадратического отклонения выходного сигнала ААР $z(t)$ от эталонного $d_{\text{эт}}(t)$ было минимальным

$$J_{\text{СКО}} = \overline{(z(t) - d_{\text{эт}}(t))^2} \rightarrow \min_w, \quad (6.10)$$

где $\overline{(\)}$ – операция усреднения случайной величины.

Способ достижения такого минимального значения называют **методом адаптации**. А вариант конкретной реализации метода адаптации называется **алгоритмом адаптации**.

Для нахождения оптимальных по критерию МСКО ВК необходимо найти экстремум функции $J_{\text{СКО}}$ по переменным $\mathbf{W}$. Так как для $z(t)$ справедливо представление (6.1), то

$$J_{\text{СКО}} = \overline{(\mathbf{W}^+ \mathbf{X} - d_{\text{эт}})^2};$$

раскрывая скобки и выполняя операцию усреднения, получим

$$J_{\text{СКО}} = \mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{xx} \mathbf{W} - 2\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{xd} + E(d_{\text{эт}}), \quad (6.11)$$

где $\mathbf{R}_{xx}$ – корреляционная матрица входных сигналов $\dot{x}_i(t)$, элементы которой определяются выражением

$$r_{xx \, ij} = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}_i^*(t) \dot{x}_j(t) dt;$$

$\mathbf{R}_{xd \, \text{эт}}$ – корреляционный вектор входных сигналов и эталонного сигнала, элементы которого определяются выражением

$$r_{xd \, i} = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}_i^*(t) d_{\text{эт}}(t) dt;$$

$E(d_{\text{эт}})$ – мощность эталонного сигнала.

Минимум показателя качества $J_{\text{СКО}}$ найдём, приравнявая производную по $\mathbf{W}$ к нулю

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{W}} = 2\mathbf{R}_{xx} \mathbf{W} - 2\mathbf{R}_{xd} = 0. \quad (6.12)$$

Из выражения (6.12) получим $\mathbf{R}_{xx} \mathbf{W} = \mathbf{R}_{xd}$ или

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{R}_{xd}. \quad (6.13)$$

Уравнение (6.13) носит название уравнения Винера-Хопфа по именам авторов, впервые их получивших.

Подставляя формулу (6.13) в (6.11), получим минимальное значение СКО

$$J_{\text{СКО min}} = E(d_{\text{эт}}) - \mathbf{R}_{xd}^+ \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{R}_{xd}.$$

Отношение сигнал/(помеха + шум) в адаптивных системах обработки вводится следующим образом

$$h_{\text{ВЫХ}}^2 = \frac{P_{\text{с ВЫХ}}}{P_{\text{п ВЫХ}} + P_{\text{ш ВЫХ}}}.$$

Так как $P_{\text{с ВЫХ}} = (\mathbf{R}_{\text{xd}}^+ \mathbf{R}_{\text{xx}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{xd}})^2$, а $P_{\text{п+ш}} = P_{\text{п ВЫХ}} + P_{\text{ш ВЫХ}} = \mathbf{R}_{\text{xd}}^+ \mathbf{R}_{\text{xx}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{xd}}$, то получаем

$$h_{\text{ВЫХ}}^2 = \mathbf{R}_{\text{xd}}^+ \mathbf{R}_{\text{xx}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{xd}}. \quad (6.14)$$

Рассмотрим пример, когда на вход ААР приходит только полезный сигнал. Тогда вектор оптимальных весовых коэффициентов

$$\mathbf{W}_{\text{опт}} = (\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I} + P_{\text{с}} \mathbf{b} \mathbf{b}_c^+)^{-1} P_{\text{с}} \mathbf{b}_c = h_{\text{ВХ}}^2 \left(\mathbf{b}_c - \frac{h_{\text{ВХ}}^2 \mathbf{b}_c N_a}{1 + h_{\text{ВХ}}^2 N_a} \right) = h_{\text{ВХ}}^2 \mathbf{b}_c \frac{1}{1 + h_{\text{ВХ}}^2 N_a}, \quad (6.15)$$

где $\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I} = \mathbf{R}_{\text{ш}}$ – корреляционная матрица шума антенных элементов; $\sigma_{\text{ш}}^2$ – дисперсия шума; $\mathbf{I}$ – единичная матрица; $h_{\text{ВХ}}^2 = P_{\text{с}} / \sigma_{\text{ш}}^2$ – входное отношение сигнал-шум; $P_{\text{с}} \mathbf{b} \mathbf{b}_c^+$ – корреляционная матрица сигнала; $\sqrt{P_{\text{с}}} \mathbf{b}_c = \mathbf{R}_{\text{xd}}$ – вектор амплитудно-фазового распределения сигнала; $\mathbf{b}_c^+ \mathbf{b}_c = N_a$.

Подставляя выражение для ВК (6.15) в соотношение (6.13), получим

$$h_{\text{ВЫХ}}^2 = N_a h_{\text{ВХ}}^2. \quad (6.16)$$

То есть в условиях отсутствия помех происходит улучшение отношения сигнал-шум в N_a раз. Число элементов ААР поэтому иногда называют пространственной базой сигналов.

Если присутствует на входах ААР одна помеха, то выражение для оптимальных ВК получим в виде

$$\mathbf{W}_{\text{опт}} = (\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I} + P_{\text{с}} \mathbf{b} \mathbf{b}_c^+ + P_{\text{п}} \mathbf{b} \mathbf{b}_п^+)^{-1} P_{\text{с}} \mathbf{b}_c.$$

Предположим, что $P_{\text{с}} \ll \sigma_{\text{ш}}^2$, что справедливо, например, для случая системы связи с широкополосными сигналами. Тогда составляющей сигнала в корреляционной матрице $\mathbf{R}_{\text{xx}}$ можно пренебречь

$$\mathbf{W}_{\text{опт}} \approx (\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I} + P_{\text{п}} \mathbf{b} \mathbf{b}_п^+)^{-1} P_{\text{с}} \mathbf{b}_c,$$

где $P_{\text{п}} \mathbf{b} \mathbf{b}_п^+$ – корреляционная матрица помехи.

Тогда

$$\mathbf{W}_{\text{опт}} = h_{\text{вх}}^2 \left(\mathbf{b}_c - \frac{q_{\text{п}}^2 \mathbf{b}_{\text{п}}^+ \mathbf{b}_c}{1 + q_{\text{п}}^2 N_a} \mathbf{b}_{\text{п}} \right), \quad (6.17)$$

где $q_{\text{п}}^2 = P_{\text{п}} / \sigma_{\text{ш}}^2$ – входное отношение помеха-шум.

Подставляя (6.17) в выражение для отношения сигнал/(помеха + шум), на выходе ААР получим

$$h_{\text{вых}}^2 = h_{\text{вх}}^2 \left(N_a - \frac{q_{\text{п}}^2 (\mathbf{b}_{\text{п}}^+ \mathbf{b}_c)(\mathbf{b}_c^+ \mathbf{b}_{\text{п}})}{1 + q_{\text{п}}^2 N_a} \right) = h_{\text{вх}}^2 N_a \left(1 - \frac{q_{\text{п}}^2}{1 + q_{\text{п}}^2 N_a} \frac{\sin N_a (\varphi_c - \varphi_{\text{п}})}{\sin(\varphi_c - \varphi_{\text{п}})} \right),$$

где $\varphi_c = \frac{2\pi d}{\lambda_c} \sin \theta_c$, $\varphi_{\text{п}} = \frac{2\pi d}{\lambda_{\text{п}}} \sin \theta_{\text{п}}$.

Анализ зависимостей отношения сигнал/(помеха + шум) на выходе ААР (рис. 6.3) показывает, что эффективным подавление помех является тогда, когда направление прихода помехи отличается от направления прихода сигнала. Кроме того, чем большее число элементов N_a содержит ААР, тем лучше подавление и тем меньший разнос по углу прихода требуется для подавления помех.

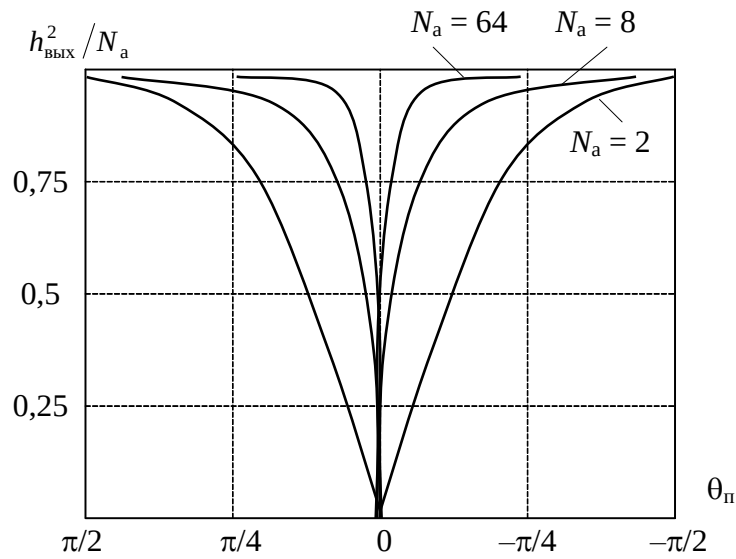


Рис. 6.3

Число подавляемых в ААР помех не превышает число $(N_a - 1)$, которое называют числом степеней свободы. Если число помех $L_{\text{п}} > N_a - 1$, то применение ААР неэффективно и требуется использование других методов обработки, либо увеличение числа элементов антенной решётки.

6.2. Адаптивные режекторные фильтры

Для борьбы с помехами, спектр которых намного уже спектра полезного сигнала (либо полосы частот линии спутниковой связи) широко используются адаптивные режекторные фильтры. Адаптивный режекторный фильтр содержит (рис. 6.4): многоотводную линию задержки (МЛЗ), весовой сумматор и адаптивный процессор.

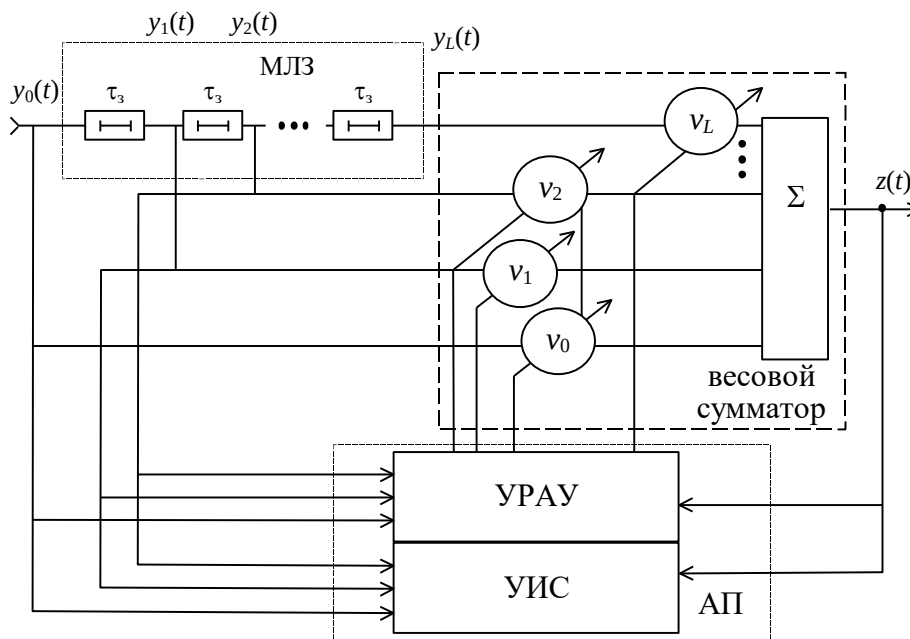


Рис. 6.4

Выходным сигналом режекторного фильтра является выходной сигнал весового сумматора

$$z(t) = \sum_{i=0}^L v_i^* y_i(t) = \sum_{i=0}^L v_i^* y_i(t - i\tau_3). \quad (6.18)$$

Сигналы $y_i(t)$ являются задержанными на интервал времени τ_3 копиями входного сигнала $y_0(t)$. Сущность обработки в адаптивном режекторном фильтре состоит в таком подборе весовых коэффициентов (ВК) $\{v_i\}$, чтобы полезный сигнал был принят в наилучших условиях, а помеха была подавлена. Выбор весовых коэффициентов осуществляется на основании одного из критериев адаптации (см. параграф 6.1).

Для анализа процессов функционирования в режекторном фильтре используется дискретная модель сигнала, задаваемая вектором

$$\mathbf{Y}^T = [y_0(t), y(t - \tau_3), y(t - 2\tau_3), \dots, y(t - L\tau_3)].$$

Так как для узкополосных помех выполняется условие $\Delta F_{\text{УП}} \ll \Delta F_c$, то для её представления будем использовать гармонический сигнал со случайной начальной фазой

$$u_{\text{УП}}(t) = Ae^{j(\omega_{\text{УП}}t + \varphi_0)},$$

где φ_0 – начальная фаза; $\omega_{\text{УП}} = 2\pi f_{\text{УП}}$, $f_{\text{УП}}$ – частота узкополосной помехи; $A = \sqrt{P_{\text{УП}}}$ – амплитуда УП. Дискретную модель УП можно представить в виде

$$\mathbf{u}_{\text{УП}}^T(t) = u_{\text{УП}}(t)[1, e^{j\omega_{\text{УП}}\tau_3}, \dots, e^{j\omega_{\text{УП}}L\tau_3}] = u_{\text{УП}}(t)\mathbf{c}, \quad (6.19)$$

где $\mathbf{c}$ – вектор распределения фаз в линии задержки.

Для сигнала и шума при выборе интервала времени задержки из условия

$$\tau_3 > \frac{1}{\Delta F_c}$$

отклики на выходах МЛЗ будут взаимно некоррелированными.

Если для сигнала потребовать, чтобы выполнялось условие

$$u_{\text{с вых}}(t) = \mathbf{V}\mathbf{U}_c^+(t) = \sum_{i=0}^L u_c(t - i\tau_3)v_i^* = 1,$$

а для помехи

$$u_{\text{УП вых}}(t) = \mathbf{V}^+\mathbf{U}_{\text{УП}}(t) = \sum_{i=0}^L u_{\text{УП}}(t - i\tau_3)v_i^* = 0,$$

то это эквивалентно системе из линейных уравнений относительно двух неизвестных. Если учесть, что отсчёты сигнала с выходов МЛЗ взаимно некоррелированы, то получим

$$\begin{cases} v_0 = 1, \\ \sum_{i=0}^L u_{\text{УП}}(t - i\tau_3)v_i^* = \sum_{i=0}^L e^{-j\omega_{\text{УП}}\tau_3} v_i^* = 0. \end{cases} \quad (6.20)$$

Для режекторного фильтра, содержащего одноэлементную линию задержки, справедливо

$$\begin{cases} v_0 = 1, \\ 1 + e^{-j\omega_{\text{УП}}\tau_3} v_1 = 0, \end{cases}$$

или

$$v_0 = 1, \quad v_1 = -e^{j\omega_{\text{УП}}\tau_3}.$$

Для нахождения ВК в соответствии с формулой (6.20) требуется знать частоту помехи, однако в реальных условиях она неизвестна. Поэтому для получения весовых коэффициентов измеряют параметры сигнально-помеховой обстановки по сигналам на выходах МЛЗ с помощью УИС и на основании полученных результатов рассчитывают значения ВК.

В соответствии с критерием МСКО ищут такие ВК $\mathbf{V}$, для которых обеспечивается минимум функции

$$J_{\text{СКО}} = \overline{(\mathbf{V}^+ \mathbf{Y} - d_{\text{эт}}(t))}. \quad (6.21)$$

Раскрывая скобки и выполняя усреднение, получим

$$J_{\text{СКО}} = \mathbf{V}^+ \mathbf{R}_{YY} \mathbf{V} - 2\mathbf{V}^+ \mathbf{R}_{Y d_{\text{эт}}} - E(d_{\text{эт}}),$$

где $\mathbf{R}_{YY}$ – корреляционная матрица сигналов на выходах МЛЗ $y_i(t)$, элементы которой определяются выражением

$$r_{YY \, ij} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t - j\tau_3) y(t - i\tau_3) dt;$$

$\mathbf{R}_{Y d_{\text{эт}}}$ – корреляционный вектор сигналов на выходах МЛЗ эталонного сигнала $d_{\text{эт}}(t)$, элементы которого определяются выражением

$$r_{y_i d} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t - j\tau_3) d_{\text{эт}}(t) dt.$$

Минимум по переменным $\mathbf{V}$ найдём, приравнявая производную $J_{\text{СКО}}$ по $\mathbf{V}$ к нулю

$$\frac{\partial J_{\text{СКО}}}{\partial \mathbf{V}} = 2\mathbf{R}_{YY} \mathbf{V} - 2\mathbf{R}_{Y d_{\text{эт}}} = 0,$$

или

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{Y d_{\text{эт}}}.$$

Последнее выражение с точностью до обозначений сигналов совпадает с полученным решением Винера – Хопфа в параграфе 6.1. Поэтому отношение сигнал/(помеха + шум) на выходе фильтра и минимальное значение СКО запишутся аналогично

$$J_{\text{CKO min}} = E(d_{\text{эт}}) - \mathbf{R}_{Yd}^+ \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{Yd}, \quad h_{\text{вых}}^2 = \mathbf{R}_{Yd}^+ \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{Yd}.$$

Так как отсчёты сигнала на выходах МЛЗ взаимно некоррелированы, то

$$\mathbf{R}_{Y d_{\text{эт}}}^T = P_c [1, 0, \dots, 0] = P_c \mathbf{C}_{on}$$

в силу того, что $d_{\text{эт}}(t) = u_{c0}(t) = u_c(t)$, где $\mathbf{C}_{on} = [1, 0, \dots, 0]$.

Поэтому для случая, когда УП отсутствуют

$$h_{\text{вых}}^2 = h_{\text{вх}}^2.$$

Это значит, что в адаптивном режекторном фильтре не осуществляется когерентное накопление полезного сигнала (эта функция выполняется в согласованном фильтре или в корреляторе).

Если на входе режекторного фильтра присутствует узкополосная помеха, то

$$\mathbf{V}_{\text{опт}} = (\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I} + P_c \mathbf{I} + P_{\text{уп}} \mathbf{C}_{\text{уп}} \mathbf{C}_{\text{уп}}^+)^{-1} \mathbf{R}_{Yd},$$

откуда

$$\mathbf{V}_{\text{опт}} = \frac{P_c}{\sigma_{\text{ш}}^2 + P_c} \left(\mathbf{C}_{on} - \frac{Q^2}{1 + Q^2(L+1)} \mathbf{C}_{\text{уп}} \right), \quad (6.22)$$

$$\text{где } Q^2 = \frac{P_{\text{уп}}}{P_c + \sigma_{\text{ш}}^2}.$$

Подставляя (6.22) в выражение для $h_{\text{вых}}^2$, получим

$$h_{\text{вых}}^2 = h_{\text{вх}}^2 \left(1 - \frac{Q^2}{1 + Q^2(L+1)} \right).$$

То есть, если количество УП не превышает число степеней свободы адаптивного режекторного фильтра L , влияние УП будет полностью ослаблено.

На рис. 6.5 приведены примеры амплитудно-частотных характеристик фильтра для $L = 2$ и $L = 7$. Видно, что с увеличением числа степеней свободы помеха вырезается более точно. Отметим, что режекторный фильтр приводит к появлению искажений корреляционной функции полезного сигнала из-за появления откликов $u_c(t - i\tau_3)$, а также импульсных помех в моменты переходных процессов.

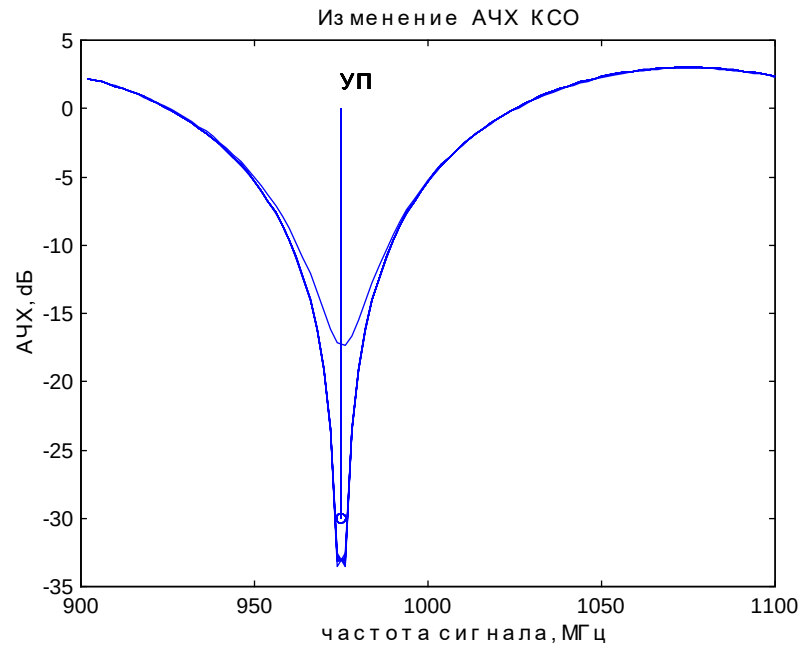


Рис. 6.5а L=2

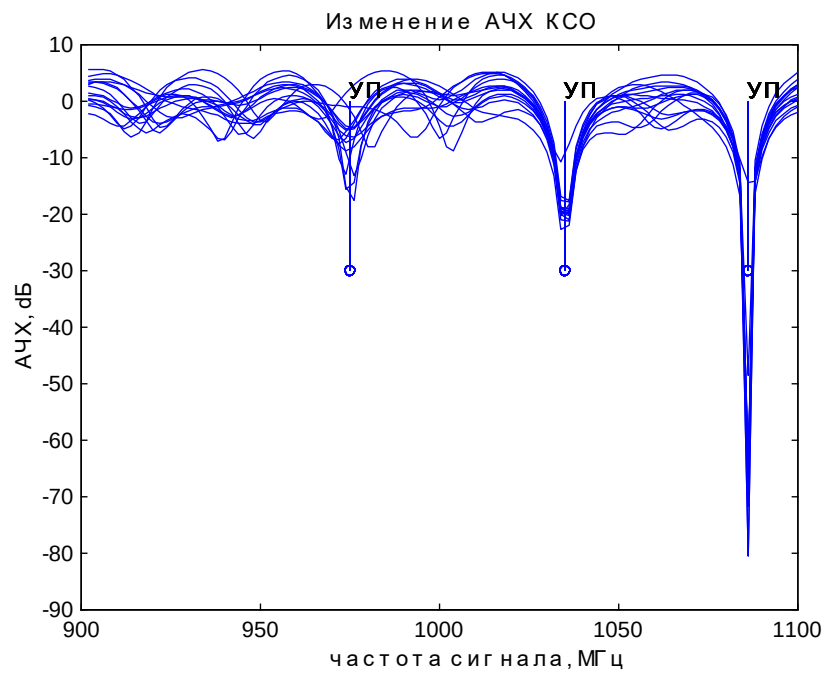


Рис. 6.5б L=7

6.3. Адаптивные комбинированные системы обработки сигналов

Для достижения максимальной эффективности подавления помех требуется использовать все доступные физические различия между полезным сигналом и помехами. С этой целью могут использоваться совместно

пространственная обработка в ААР, режекторные временные фильтры, поляризационная обработка в антенных элементах [19].

Рассмотрим особенности применения систем с комбинированной обработкой на примере пространственно-временных фильтров.

Комбинированная система обработки содержит пространственный и временной режекторный фильтры. Пространственный фильтр (ПФ) состоит из N_a каналов, в каждом из которых находится взвешивающее устройство. Взвешенные сигналы на выходах N_a каналов суммируются в сумматоре пространственного фильтра (Σ). Выходной сигнал сумматора пространственного фильтра поступает на вход временного режекторного фильтра (ВФ). ВФ реализован на базе многоотводной линии задержки с $(L + 1)$ -ми отводами, в каждом из которых устанавливаются устройства взвешивания с весовыми коэффициентами v_i , $i = \overline{0, L}$. Выходным сигналом комбинированной системы пространственно-временной обработки является сигнал $z(t)$ на выходе сумматора временного фильтра. Таким образом, выходной сигнал является результатом взвешивания с весовыми коэффициентами $\mathbf{W}$ и $\mathbf{V}$ в пространственном и временном режекторном фильтрах

$$z(t) = \sum_{i=0}^L v_j^* \sum_{j=1}^{N_a} w_i^* x_i(t - j\tau_3) = \text{tr}(\mathbf{V} \otimes \mathbf{W}^+ \mathbf{X}), \quad (6.23)$$

где w_i – весовой коэффициент в i -м канале ПФ; v_j – ВК в j -м канале ВФ; τ_3 – длительность элемента задержки во временном фильтре; $\otimes$ – обозначение операции внешнего произведения, tr – обозначение операции нахождения следа матрицы.

Для нахождения оптимальных ВК используем критерий минимума среднего квадратического отклонения (МСКО). В соответствии с этим критерием целью адаптации является минимизация ошибки между выходным сигналом комбинированной системы обработки $z(t)$ и желаемым (эталонным или опорным) сигналом $d(t)$. Выражение для среднего квадрата отклонения записывается в следующем виде

$$J_{\text{МСКО}} = \overline{(z(t) - d(t))^2} = \overline{\left(\sum_{i=0}^L v_j^* \sum_{j=1}^{N_a} w_i^* x_i(t - j\tau_3) - d(t) \right)^2}, \quad (6.24)$$

где $x_i(t)$ – i -я составляющая N_a -мерного векторного суммарного случайного процесса

$$\mathbf{X} = u_S(t)p_S b_S + \sum_{i=1}^L u_{\pi i}(t)p_{\cdot i} b_{\cdot i} + \mathbf{n}(t), \quad (6.25)$$

где $u_S(t)$ – огибающая полезного сигнала; $u_{\pi i}(t)$ – огибающая i -й помехи; b_S – амплитудно-фазовое распределение (АФР) полезного сигнала на апертуре антенной решётки; $b_{\pi i}(t)$ – АФР i -й помехи; $\mathbf{n}(t)$ – вектор шума в каналах пространственного фильтра.

Перепишем выражение (6.24), принимая $v_0 = 1$ и вводя обозначение $y(t) = \mathbf{W}^+ \mathbf{X}$, тогда

$$J_{\text{МСКО}} = \overline{(\mathbf{W}^+ \mathbf{X} + \mathbf{YV}^+ - d(t))^2}, \quad (6.26)$$

где $\mathbf{Y}^T = [y(t), y(t - \tau), y(t - L\tau)]$.

Условием оптимальности весовых коэффициентов $\mathbf{W}$ и $\mathbf{V}$ является равенство нулю производных

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{W}} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial \mathbf{V}} = 0. \quad (6.27)$$

Уравнения относительно векторов ВК $\mathbf{V}$ и $\mathbf{W}$ запишем в виде

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{XX} \mathbf{W} + \mathbf{R}_{XY} \mathbf{V} - \mathbf{R}_{Xd} + \sum_{i=1}^L v_i^* (\mathbf{R}_{X_i X} \mathbf{W} + \mathbf{R}_{X_i Y} \mathbf{V} - \mathbf{R}_{X_i d}) = 0, \\ \mathbf{R}_{YY} \mathbf{W} + \mathbf{R}_{YX} \mathbf{V} - \mathbf{R}_{Yd} = 0. \end{cases}$$

где $\mathbf{R}_{XX}$ – корреляционная матрица размерностью $N_a \times N_a$ сигналов на входах ПФ; $\mathbf{R}_{X_i X}$ – корреляционная матрица сигнала $\mathbf{X}$ на входе ПФ и сигнала $\mathbf{X}_i = \mathbf{X}(t - i\tau_3)$, задержанного на $i\tau_3$; $\mathbf{R}_{X_i Y}$ – корреляционная матрица сигналов $\mathbf{X}_i (i = 1 \dots L)$ и сигналов $\mathbf{Y}^T = [y_a, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_L]$; $\mathbf{R}_{Xd}$, $\mathbf{R}_{X_i d}$, $\mathbf{R}_{Yd}$ – соответствующие взаимокорреляционные векторы.

Отсюда получим

$$\begin{cases} \mathbf{V} = \mathbf{R}_{YY}^{-1} (\mathbf{R}_{Yd} - \mathbf{R}_{YX} \mathbf{W}), \\ (\mathbf{R}_{XX} - \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX}) \mathbf{W} - \mathbf{R}_{Xd} + \mathbf{R}_{Yd}^+ [(\mathbf{R}_{X_i X} - \mathbf{R}_{X_i Y} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX}) \mathbf{W}] - \\ - \mathbf{R}_{Yd}^+ [\mathbf{R}_{X_i d} - \mathbf{R}_{X_i Y} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{Yd}] - \mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{XX} \mathbf{R}_{YY}^{-1} [(\mathbf{R}_{X_i X} - \mathbf{R}_{X_i Y} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX}) \mathbf{W}] + \\ + \mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} [\mathbf{R}_{X_i d} - \mathbf{R}_{X_i Y} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{Yd}] = 0, \end{cases} \quad (6.28)$$

где квадратными скобками обозначены блочные матрицы, блоками в которых служат L матриц $\mathbf{R}_{X_i X}$, $\mathbf{R}_{X_i Y}$ или векторов $\mathbf{R}_{X_i d}$. Второе уравнение

в системе (6.28) является квадратичным относительно ВК $\mathbf{W}$, решение его возможно одним из известных численных методов.

Рассмотрим в дальнейшем помехи двух классов: широкополосные и узкополосные. Тогда входной случайный процесс (6.25) можно представить в виде

$$\mathbf{X}_\Sigma = u_S(t)\mathbf{b}_S + \sum_{i=1}^{L_{\text{ШП}}} u_{\text{ШП}_i}(t)\mathbf{b}_{\text{ШП}_i} + \sum_{j=1}^{L_{\text{УП}}} u_{\text{УП}_j}(t)\mathbf{b}_{\text{УП}_j} + \mathbf{n}(t), \quad (6.29)$$

где $L_{\text{ШП}}$, $L_{\text{УП}}$ – количество широкополосных и узкополосных помех соответственно.

Выберем для удобства длительность элементарной задержки τ_3 временного фильтра равной интервалу корреляции широкополосной помехи

$$\tau_3 = (\Delta F_{\text{ШП}})^{-1},$$

тогда корреляцию широкополосной помехи и сигнала на выходах линии задержки можно считать примерно равной нулю. Поэтому значения векторов $\mathbf{R}_{Yd} \equiv 0$ и $\mathbf{R}_{X_d} \equiv 0$, и уравнения (6.28) переписутся в более простом виде

$$\begin{cases} \mathbf{V} = -\mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX} \mathbf{W}, \\ \mathbf{W} = (\mathbf{R}_{XX} - \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX} - \mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} [\mathbf{R}_{X_iX} - \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX}])^{-1} \mathbf{R}_{Xd}. \end{cases} \quad (6.30)$$

Будем считать, что на входе пространственного фильтра действует сигнал

$$\mathbf{X} = S(t)\mathbf{b}_S + u_{\text{ШП}}(t)\mathbf{b}_{\text{ШП}} + u_{\text{УП}}(t)\mathbf{b}_{\text{УП}} + \mathbf{n}(t),$$

т.е. число широкополосных помех $L_{\text{ШП}} = 1$ и число узкополосных помех $L_{\text{УП}} = 1$. Примем допущение, что мощность полезного сигнала P_S много меньше мощности собственного шума и сигнал не влияет на адаптацию весовых коэффициентов. Корреляционные матрицы $\mathbf{R}_{XX}$, $\mathbf{R}_{XY}$, $\mathbf{R}_{YY}$ при условии, что длительность элемента задержки временного фильтра $\tau_3 \geq \Delta f_{\text{ШП}}^{-1}$, определяются выражениями

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{XX} &= P_S \mathbf{b}_S \mathbf{b}_S^+ + P_{\text{ШП}} \mathbf{b}_{\text{ШП}} \mathbf{b}_{\text{ШП}}^+ + P_{\text{УП}} \mathbf{b}_{\text{УП}} \mathbf{b}_{\text{УП}}^+ + \sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I}, \\ \mathbf{R}_{YY} &= P_S \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_S \mathbf{b}_S^+ \mathbf{W} \mathbf{I} + P_{\text{ШП}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{ШП}} \mathbf{b}_{\text{ШП}}^+ \mathbf{W} \mathbf{I} + \sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{W}^+ \mathbf{W} \mathbf{I} + P_{\text{УП}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{УП}} \mathbf{b}_{\text{УП}}^+ \mathbf{W} \mathbf{C} \mathbf{C}^+, \\ \mathbf{C}^T &= \|1, e^{j\omega\tau_3}, e^{j\omega 2\tau_3}, \dots, e^{j\omega L\tau_3}\|, \mathbf{R}_{XY} = \mathbf{R}_{YX}^+ = P_{\text{УП}} \mathbf{b}_{\text{УП}}^+ \mathbf{W} \mathbf{b}_{\text{УП}} \mathbf{C}_{\text{УП}}^+, \\ \mathbf{R}_{Xd} &= \sqrt{P_S P_d} \mathbf{b}_S, \mathbf{R}_{Yd} = \sqrt{P_S P_d} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_S [\mathbf{R}_{Sd}]. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Подставляя выражение (6.31) в формулу (6.30), в результате преобразований получим

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{W} &= \left[\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I} + P_{\text{шп}} \mathbf{b}_{\text{шп}} \mathbf{b}_{\text{шп}}^+ + P_{\text{уп}} \mathbf{b}_{\text{уп}} \mathbf{b}_{\text{уп}}^+ - P_{\text{уп}} \gamma \frac{LQ_{\text{уп}}^2(\mathbf{W})}{1 + LQ_{\text{уп}}^2(\mathbf{W})} \mathbf{b}_{\text{уп}} \mathbf{b}_{\text{уп}}^+ \right]^{-1} \times \\ &\times (\mathbf{b}_S - P_{\text{уп}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{уп}} \mathbf{b}_{\text{уп}}^+ \mathbf{C}_{\text{уп}}^+ [(\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{W}^+ \mathbf{W} + P_{\text{шп}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{шп}} \mathbf{b}_{\text{шп}}^+ \mathbf{W}) \mathbf{I} + P_{\text{уп}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{уп}} \mathbf{b}_{\text{уп}}^+ \mathbf{W} \mathbf{C} \mathbf{C}^+]^{-1} \mathbf{C}_{\text{уп}}); \\ \mathbf{V} &= [(\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{W}^+ \mathbf{W} + P_{\text{шп}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{шп}} \mathbf{b}_{\text{шп}}^+ \mathbf{W}) \mathbf{I} + P_{\text{уп}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{уп}} \mathbf{b}_{\text{уп}}^+ \mathbf{W} \mathbf{C} \mathbf{C}^+]^{-1} \times \\ &\times (\mathbf{R}_{Zd} - P_{\text{уп}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{уп}} \mathbf{b}_{\text{уп}}^+ \mathbf{W} \mathbf{C}_{\text{уп}}^+), \end{aligned} \right. \quad (6.32)$$

где
$$Q_{\text{уп}}^2(\mathbf{W}) = \frac{P_{\text{уп}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{уп}} \mathbf{b}_{\text{уп}}^+ \mathbf{W}}{\sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{W}^+ \mathbf{W} + P_{\text{шп}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{шп}} \mathbf{b}_{\text{шп}}^+ \mathbf{W} + P_S \mathbf{W}^+ \mathbf{b}_S \mathbf{b}_S^+ \mathbf{W}}.$$

Из выражений (6.31) и (6.21) следует, что влияние узкополосных помех на пространственный фильтр компенсируется с помощью вспомогательной корреляционной матрицы тем точнее, чем больше элементов содержит временной фильтр, а влияние широкополосных помех на временной фильтр устраняется за счёт подавления в пространственной компоненте. Таким образом, качественное подавление помех обеспечивается, даже если $N_a = 2$, так как широкополосная помеха будет режектироваться в пространственном, а узкополосная – во временном фильтре.

Перспективы применения методов комбинированной обработки сигналов связаны, прежде всего, с возможностями оценивания пространственного положения источников сигналов и влияния КСО на помехоустойчивость систем связи.

На рис. 6.6 приведены спектрограммы для идеального случая (кривая 1), когда отсутствуют либо узкополосные либо широкополосные сигналы, оценки пространственного спектра для традиционного случая, когда адаптация фильтров КСО проводится независимо (кривая 2) и для исследуемого решения (кривая 3).

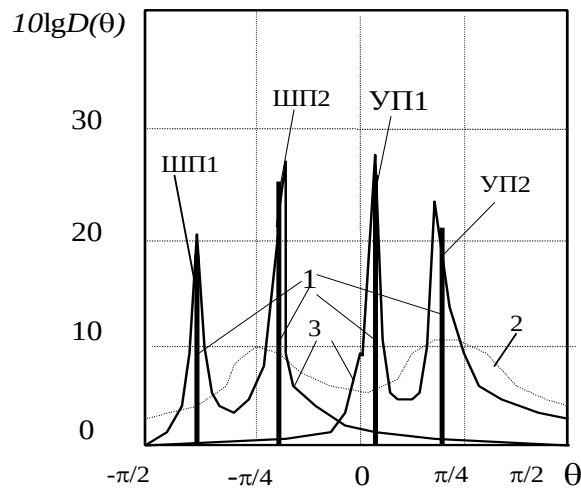


Рис. 6.6

В приведённом примере число различаемых сигналов в два раза превышает число степеней свободы пространственного фильтра. Традиционные методы, использующие только пространственный фильтр, в таких условиях неработоспособны, так как корреляционная матрица $\mathbf{R}_{XX}$ оказывается вырожденной. Поэтому с их помощью оценить направления прихода сигналов невозможно.

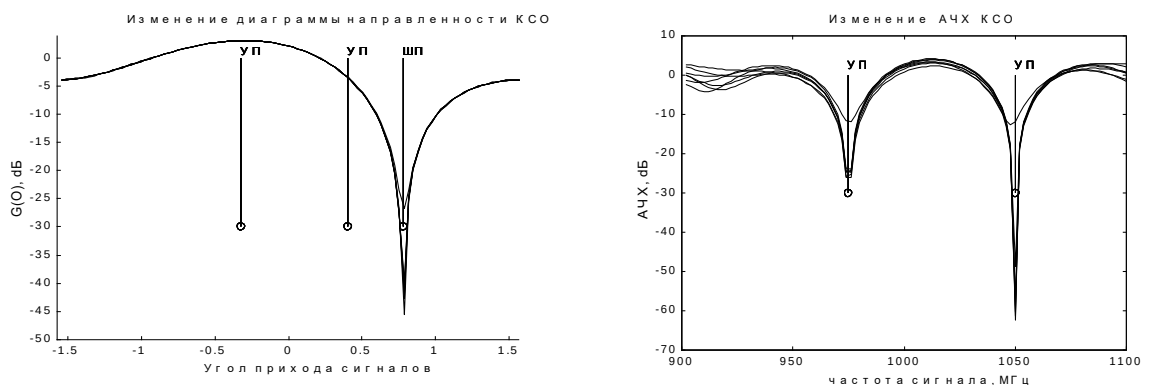


Рис. 6.7

Таким образом, рассмотренный метод измерения параметров спектра сигналов позволяет расширить область применимости спектральных методов.

Применение КСО особенно актуально для систем, где жесткие ограничения накладываются на затраты на реализацию. Приведем также пример, когда на систему с размерностью пространственного фильтра $N_a = 2$ и временного фильтра $L = 2$. Сигнально-помеховая обстановка включает одну широкополосную и две узкополосных помехи. Если зафиксировать число степеней свободы систем $N_a L = 4$, то полная схема в каждом плече

пространственного фильтра будет содержать только один элемент задержки. Поэтому в такой сигнально-помеховой обстановке полная схема не обеспечивает подавления всех трёх помех, в то время как схема с отдельной адаптивной адаптацией обеспечивает подавление всех трёх помех (рис. 6.7).

6.4. Применение адаптивной обработки сигналов в режиме приёма информации

За показатель качества функционирования систем связи в режиме приёма информации чаще всего принимается средняя вероятность ошибки на бит [19, 98, 160].

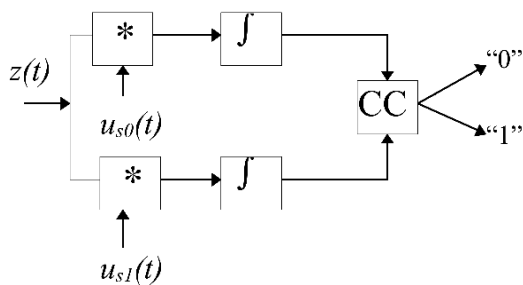


Рис.7.12

В двоичном симметричном канале широко применяется критерий идеального наблюдателя, согласно которому решение о значении переданного символа принимается по максимуму апостериорной вероятности [19, 98, 160].

Решение о том, что был передан символ "0" принимается, если выполняется неравенство

$$P("0" | z(t)) > P("1" | z(t)), \quad (6.33)$$

в противном случае принимается решение о том, что передан символ "1".

Вероятность ошибки $P_{\text{ош}}$ при приёме равна вероятности принятия решения о том, что был передан сигнал $u_{s0}(t)$, когда передавался сигнал $u_{s1}(t)$. Для двоичного симметричного канала

$$P_{\text{ош}} = 1 - P("0" | z(t) = u_{s0}(t) + n(t)), \quad (6.34)$$

Принятие решения в пользу одного из сигналов на практике осуществляют сравнением отношения правдоподобия с пороговой величиной

$$\ln L(x) = \ln \frac{P("0" | z(t))}{P("1" | z(t))} > \ln \frac{p_1}{p_0}, \quad (6.35)$$

где $L(x)$ – функция правдоподобия; p_1 и p_0 – априорные вероятности передачи символов "1" и "0" соответственно. При равновероятных символах пороговое значение в (6.35) равно нулю.

Рассмотрим ситуацию, когда параметры сигналов, кроме информационного, u_{s0} и u_{s1} на приёмной стороне известны точно, а шум является гауссовским. Тогда (6.35) переписывается в виде

$$\int_0^{T_{об}} z(t)[u_{s0}(t) - u_{s1}(t)]dt \underset{<}{>} \ln \frac{p_1}{p_0}, \quad (6.36)$$

откуда при $p_1=p_0$

$$\int_0^{T_{об}} z(t)u_{s0}(t)dt \underset{<}{>} \int_0^{T_{об}} z(t)u_{s1}(t)dt. \quad (6.37)$$

Выражение (6.37) определяет структуру оптимального по критерию идеального наблюдателя приёмника в двоичном симметричном канале с когерентной обработкой (рис.6.8) на фоне гауссовского шума.

Вероятность ошибки приёма одного символа определяется выражением

$$P_{ош} = p_0 P_{ош}(0) + p_1 P_{ош}(1) = \frac{1}{2} \left(1 - \Phi(\sqrt{\alpha h_0^2}) \right), \quad (6.38)$$

где $h_0^2 = E_c/N_0$ – отношение сигнал/шум на выходе коррелятора, α – коэффициент, зависящий от вида модуляции и определяемый взаимной корреляцией сигналов,

$$\Phi(x) = \sqrt{2/\pi} \int_0^x e^{-t^2/2} dt, \quad (6.39)$$

$\alpha=2$ для противоположных сигналов, $\frac{1}{E} \int_0^T u_{s0}(t)u_{s1}(t)dt=1$.

Так как $z(t)$ является процессом на выходе ААР, то приближение (6.38) для вероятности ошибки не всегда приемлемо. Однако, считая, что помехи распределены по гауссовскому закону, можно учитывать только энергетический параметр, который зависит от качества подавления помех в ААР.

Кроме того, специфика использования ААР в режиме приёма информации состоит в изменении свойств полезного сигнала из-за преобразования в элементах ААР. В частности, изменяется вид корреляционной функции, если используется временной фильтр. Поэтому опорный сигнал в корреляторах должен иметь вид

$$u'_{s0}(t) = \sum_{i=0}^L v_i S^*(t - i\tau_3), \quad (6.40)$$

где v_i – значения весовых коэффициентов временного фильтра, $S^*(t - i\tau_3)$ – временная зависимость копии полезного сигнала, задержанного по времени на $i\tau_3$.

В этом случае отношение сигнал/(помеха+шум) на входе схемы принятия решения для ААР может быть представлено в соответствии с выражением

$$h_{\text{вых}}^2 = h_{\text{вх}}^2 \frac{W^+ b_s b^+ W V^+ V B_{\text{об}}}{W^+ W V^+ V + \sum_{i=1}^{L_{\text{ШП}}} q_{\text{ШП}_i}^2 W^+ b b_{\text{ШП}_i}^+ W V^+ V + \sum_{i=1}^{L_{\text{УП}}} q_{\text{УП}_i}^2 W^+ b b_{\text{УП}_i}^+ W V^+ c c_{\text{УП}_i}^+ V}, \quad (6.41)$$

где $B_{\text{об}} = T_c / \tau_0$ – база обработки полезного сигнала.

Аналогичные выражения справедливы и для других вариантов построения ААР.

На рис. 6.9 приведены графики зависимостей вероятности ошибки от отношения мощности ШП и мощности шума полученные при следующих условиях: $h_{\text{вх}}^2 = 0.1$ и $q_{\text{УП}_i}^2 = 10^2$, $L_{\text{УП}} = N_a - 1$, $N_a = 8$, $L = 15$. Направления прихода

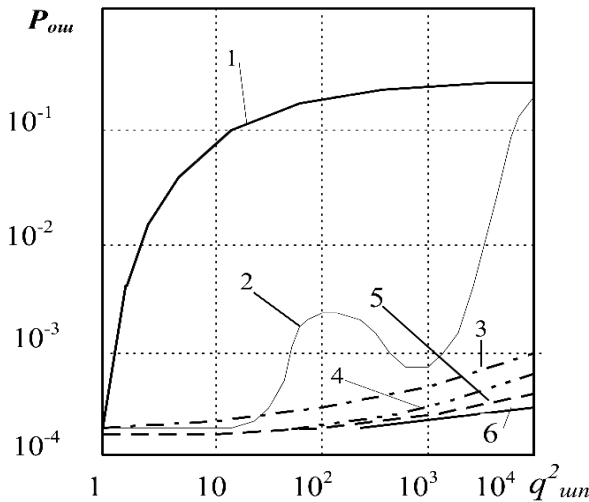


Рис. 6.9

двух узкополосных помех выбраны в области углов главного максимума диаграммы направленности.

Преимущество вариантов построения с зависимой адаптацией (кривая 4 соответствует КСО со вторым вариантом построения, кривая 5 соответствует КСО с первым вариантом построения) объясняется значительно меньшими затратами времени на адаптацию (для оценки корреляционных матриц

необходимо $60-90 \tau_0$ в зависимости от алгоритма адаптации). В стационарных условиях, при неизменной СПО преимуществом обладает схема с полной обработкой (кривая 6 – стационарное решение Винера – Хопфа), однако оно очень мало. В нестационарных условиях при изменении сигнально-помеховой обстановки через интервал меньший $240\tau_0$ решение Винера – Хопфа с полной обработкой не обеспечивает необходимой скорости адаптации (время оценки корреляционной матрицы составляет $240\tau_0$), из-за этого применение КСО с полной схемой обработки практически не даёт выигрыша даже по сравнению с системами без обработки (кривая 7). Решение с независимой адаптацией (кривая 2) несмотря на высокую скорость адаптации ($30\tau_0$) оказывается неприемлемым из-за существования областей с

низким качеством подавления помех и большой вероятностью ошибки. Кривая 1 построена для системы без обработки.

6.5. Применение адаптивных систем обработки сигналов в системах связи со случайным множественным доступом

Одной из важных проблем, возникающих при создании сетей связи с коммутацией пакетов, является выбор протокола множественного доступа в канал. При наличии большого количества редко работающих абонентов применение протоколов со статическим (фиксированным) закреплением ресурса неэффективно, поэтому в настоящее время находят применение протоколы со случайным доступом или с динамическим резервированием ресурса. Наиболее простыми с практической точки зрения являются протоколы неконтролируемого случайного множественного доступа (СМД) типа АЛОНА. Однако, из-за наличия конфликтов, максимальная пропускная способность системы не может быть больше чем 18 % для простой АЛОНА и 36 % для S-АЛОНА [16]. Такая низкая пропускная способность приводит к необходимости разработки алгоритмов разрешения конфликтов, что обеспечит улучшение вероятностно-временных характеристик (ВВХ) сетей связи с коммутацией пакетов.

При традиционном анализе S-АЛОНА предполагается, что если одновременно передано два и более пакетов, то ни один из переданных пакетов не может быть правильно принят. Вместе с тем, в некоторых системах используется эффект захвата, который позволяет правильно принять пакет в конфликтной ситуации. Применение эффекта захвата улучшает ВВХ сетей связи с коммутацией пакетов. Вардом и Комптоном в работах [200,201] предложено использовать адаптивные антенные решётки (ААР) для реализации эффекта захвата, и таким образом улучшить характеристики сети с СМД S-АЛОНА. В работе [201] показано, что применение ААР обеспечивает ВВХ сети, сравнимые с характеристиками множественного доступа с контролем несущей (МДКН), и при этом снимается ряд ограничений, присущих МДКН.

Однако результаты этой работы не распространяются на возможности селекции мешающих сигналов по поляризации. Значение селекции сигналов по поляризации возрастает при уменьшении угла прихода пакетов. Например, для спутников связи на высокоэллиптических или геостационарных орбитах угол прихода составляет 16–17°. В последние годы

всё большее применение находят многолучевые антенны. Каждый луч обслуживает небольшую по размерам зону, что также приводит к значительному уменьшению угла прихода пакетов. В этом подразделе рассматривается возможность использования ААР для улучшения характеристик функционирования сети связи путём реализации эффекта захвата при более полной селекции мешающих сигналов и помех.

Рассмотрим сеть связи, в которой передача сообщений от одного абонента другому осуществляется через ретранслятор (РТР). Количество абонентов конечно. В сети принят протокол случайного множественного доступа S-ALOHA. Конфликты имеют место только в радиолинии «абонент-ретранслятор». Квитанцией об успешной передаче является приём переданного пакета. В случае отсутствия своего пакета или обнаружения ошибок, абонент осуществляет повторную передачу через случайное количество временных сегментов. Сообщения в общем случае являются многопакетными. Количество пакетов в сообщении распределено по геометрическому закону с математическим ожиданием $1/\gamma$. Абонентский терминал имеет буфер для хранения только одного сообщения. Поэтому заявки, появившиеся в момент, когда в буфере содержится хотя бы один пакет, игнорируются. Предположим, что комбинированная система обработки расположена на ретрансляторе. Комбинированная система формирует главный луч диаграммы направленности в направлении прихода первого пакета и затем последовательно создаёт нули диаграммы

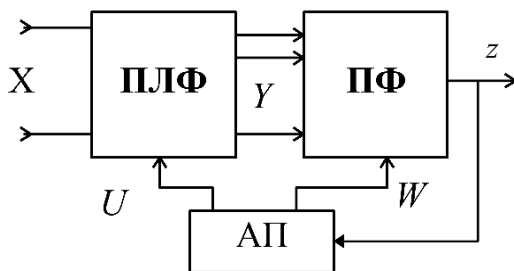


Рис. 6.10

направленности в направлениях прихода мешающих пакетов. В случае присутствия одного мешающего пакета в главном луче диаграммы направленности его подавление осуществляется в поляризационном фильтре. Такая техника позволит успешно принимать один пакет, даже

когда нескольких пакетов передано в одном временном сегменте.

В данном случае ААР включает пространственный и поляризационный фильтры. Структурная схема такой системы представлена на рис. 6.10. На схеме обозначены $\mathbf{U}^T = [u_1, u_2, u_3]$ – весовые коэффициенты поляризационной обработки; $\mathbf{W}^T = [w_1, w_2, \dots, w_{Na}]$ – весовые коэффициенты пространственной обработки; $\mathbf{X}$ – входные сигналы элементов ААР; $\mathbf{Y}$ – входные сигналы пространственного фильтра.

Для этих условий оптимальные по критерию минимума среднего квадратического отклонения весовые коэффициенты определяются рекуррентно согласно выражениям

$$\begin{cases} U = (R_{XX} - \gamma R_{XY} R_{YY}^{-1} R_{YX})^{-1} (R_{Xd} - R_{XY} R_{YY}^{-1} R_{Yd}), \\ W = R_{YY}^{-1} (R_{Yd} - R_{YX} U). \end{cases} \quad (6.42)$$

где R_{YY} , R_{XX} – корреляционные матрицы сигналов на выходах компонент КСО; R_{XY} – взаимокорреляционная матрица на выходах компонент; R_{Yd} , R_{Xd} – векторы корреляции сигналов на выходах ААР.

Каждый пакет, который может быть успешно обработан ААР, поступает в неизвестный момент времени и с неизвестного направления. Поэтому основной проблемой при использовании ААР в пакетной сети является задача синхронизации, т.е. вычисление оптимальных для данного пакета весовых коэффициентов согласно выражению (6.42). Для обеспечения быстрого процесса адаптации в структуру передаваемых пакетов включена преамбульная часть. Преамбульная часть состоит из двух кодовых последовательностей. Первая кодовая последовательность должна иметь хорошую апериодическую автокорреляционную функцию. Она предназначена для запуска второй кодовой последовательности, которая, в свою очередь, служит для адаптации ААР. Процесс адаптации ААР обеспечивает формирование главного луча ДН на захватываемый пакет, нулей ДН в направлении прихода мешающих пакетов и подавление одного мешающего сигнала, в случае, если он оказался в главном луче ДН. Таким образом, обеспечивается комбинированная пространственно-поляризационная обработка группового сигнала. В ААР изложенные процессы реализуются путём итеративного вычисления коэффициентов соответствующих фильтров согласно (6.42).

Для обеспечения разброса моментов прихода радиосигналов от абонентских терминалов длительность временного сегмента T_s выбирается больше, чем длительность пакета T_p на некоторый интервал неопределённости T_n . Интервал неопределённости T_n и периоды первой и второй кодовых последовательностей необходимо выбрать так, чтобы все пакеты в данном сегменте начинались до окончания преамбулы первого пакета. Это позволит закончить к этому моменту времени процесс адаптации и зафиксировать весовые коэффициенты соответствующих фильтров до окончания сегмента.

ААР будет функционировать следующим образом. В начале сегмента, когда ретранслятор готов к приёму нового пакета, весовые коэффициенты фильтров устанавливаются так, чтобы обеспечить равный доступ к РТР всех абонентов. Процедура захвата пакета аналогична процедуре в работе [201]. Однако в ААР вычисляются оптимальные весовые коэффициенты и пространственного, и поляризационного фильтров.

Анализ пропускной способности и задержки сети проведён при следующих предположениях.

1. На входе ААР отношение сигнал/(шум + помеха) достаточно для обеспечения требуемых условий процесса адаптации.

2. Передача пакетов различными абонентами осуществляется независимо.

3. Вероятность ложной тревоги, т.е. ошибочного включения опорного генератора второй кодовой последовательности, пренебрежимо мала.

Рассмотрим N абонентских терминалов (АТ), передающих пакеты через РТР с ААР. В начале каждого сегмента любой из N АТ может быть либо блокирован, либо нет. Неблокированный АТ передаёт новый пакет с вероятностью $p_{н1}$. Блокированный АТ передаёт «повторный» пакет с вероятностью p_6 в каждом сегменте до успешной передачи пакета. Средняя длина сообщения $1/\gamma$ (пакетов). Если R (в количествах сегментов) задержка распространения до РТР и обратно, то АТ должен дожидаться квитанции о передаче своего пакета. Для того чтобы учесть эту задержку в работе [20] предложена следующая аппроксимация

$$p_{н} = 1/(R + 1/p_{н1}). \quad (6.43)$$

Пусть X_k – количество блокированных АТ в начале k -го сегмента. Изменение числа блокированных АТ от сегмента к сегменту при принятых предположениях может быть описано марковской цепью. Вычислим матрицу переходных вероятностей $P = \{p_{ij}\}$ и определим начальное распределение состояний.

Вероятность передачи $n_{н} = l$ новых пакетов при $X_k = i$ блокированных АТ в сети определяется выражением

$$Q_{н}(l/i) = \binom{N-i}{l} p_{н}^l (1-p_{н})^{N-i-l}. \quad (6.44)$$

Вероятность передачи $n_6 = l$ повторных пакетов при $X_k = i$ равна

$$Q_6(l/i) = \binom{i}{l} p_6^l (1 - p_6)^{i-l}. \quad (6.45)$$

Тогда вероятность передачи в сегменте $n_h + n_6 = l$ пакетов при $X_k = i$

$$Q_\Sigma(l/i) = \sum_{s=0}^l Q_h(s/i) Q_6(l-s/i). \quad (6.46)$$

Пусть $p_s(l)$ будет вероятность успешной передачи пакета при условии, что в сегменте передавалось l пакетов. Элементы матрицы переходных вероятностей $p_{i,i+k}$ можно определить путём перечисления возможных путей для каждого перехода:

– $k \leq -2$: невозможен, так как успешно может быть передан только один пакет в сегменте

$$p_{i,i+k} = 0;$$

– $k = -1$: $n_h = 0$, $n_6 \geq 1$ и один блокированный пакет успешный и этот пакет оказался последним в сообщении

$$p_{i,i+k} = Q_h(0/i) \sum_{l=1}^i Q_6(l/i) p_s(l) \gamma; \quad (6.47)$$

– $k \geq 0$:

$n_h = k$, $n_6 \geq 0$ и один пакет успешный и этот пакет не последний в сообщении;

$n_h = k + 1$, $n_6 \geq 0$ и один пакет успешный и этот пакет последний в сообщении;

$n_h = k, n_6 \geq 0$ и успешных пакетов нет

$$\begin{aligned} p_{i,i+k} = & Q_h(k/i) - Q_h(k/i) \sum_{l=0}^i Q_6(l/i) p_s(l+k) \gamma + \\ & + Q_h(k+1/i) \sum_{l=0}^i Q_6(l/i) p_s(l+k+1) \gamma. \end{aligned} \quad (6.48)$$

Для вычисления $p_s(l)$ определим качественное отличие понятий «принятый» и «успешный» пакеты. Принятый пакет – это пакет, для которого в приёмном тракте ААР сформирован эталонный сигнал, некоррелированный с любыми другими пакетами. «Принятый» пакет будет «успешным» только в том случае, если ААР сможет сформировать луч на

принимаемый пакет и подавить все мешающие пакеты. Предполагаем, что в сегменте передаются l пакетов. Каждый пакет характеризуется временем прибытия t_i , углом прибытия θ_i и углом поляризации по сфере Пуанкаре ψ_i , $i = 1 \dots l$. В соответствии с процедурой приёма считаем, что величины t_i, θ_i, ψ_i являются случайными и равномерно распределёнными соответственно в интервале неопределённости сегментов $[0, T_n]$, угла обзора ААР в режиме единой зоны $[0, \theta]$ и возможного угла поляризации по сфере Пуанкаре $[0, 2\pi^2]$. В соответствии с изложенным, вероятность $p_s(l)$ определяется выражением

$$p_s(l) = P_t(l)P_{\text{КСО}}(l), \quad (6.49)$$

где $p_t(l)$ – вероятность того, что пакет будет «принят» при наличии $l - 1$ мешающих пакетов в момент времени t ; $p_{\text{КСО}}(l)$ – вероятность успешной обработки пакета ААР при наличии $l - 1$ мешающих пакетов.

Вероятность «принятия» пакета определяется процедурой приёма. Первый пакет будет принят, если все последующие поступили на вход ААР не раньше, чем через длительность элементарного символа кодовой последовательности τ_0 . Таким образом, выражение для вероятности того, что пакет будет «принятым», имеет вид [200]:

$$P_t(l) = \begin{cases} 1, & l = 1; \\ \left(1 - \frac{\tau_0}{T_n}\right)^l, & l \geq 2. \end{cases} \quad (6.50)$$

Вероятность успешной обработки пакета после его приёма $p_{\text{КСО}}(l)$ определяется характеристиками комбинированной системы. Среди них выделим разрешающую способность θ_B , количество элементов пространственного фильтра N_a , угол по сфере Пуанкаре ψ поляризационного фильтра. Разрешающая способность характеризует минимальное угловое различие между полезным и мешающими сигналами, равное $\theta_r = \theta_B / 2$, при котором ААР ещё способна подавить мешающие и выделить полезную составляющую. Количество элементов N_a в пространственном фильтре определяет максимальное количество сигналов, при котором система может обеспечить успешную обработку одного из них при условии, что их взаимное угловое различие больше θ_r . Угол по сфере Пуанкаре ψ поляризационного фильтра характеризует такое различие углов поляризации двух сигналов, при котором в поляризационном фильтре обеспечивается требуемое подавление мешающей составляющей.

Таким образом, можно выделить следующие условия, при выполнении любого из которых принимаемый сигнал будет успешно обработан.

1. В сегменте осуществляется передача только одного пакета.
2. В сегменте передано $1 < l \leq N_a - 2$ дополнительных сигналов, углы прихода их отличаются от угла прихода принимаемого пакета не менее, чем на θ_r .
3. В сегменте передано $1 < l \leq N_a - 2$ дополнительных сигналов, углы прихода у $l - 1$ сигналов отличаются от угла прихода принимаемого пакета не менее, чем на θ_r , различие по поляризации между принимаемым сигналом и сигналом, попавшим в главный луч диаграммы направленности на величину, большую, чем ψ .
4. В сегменте передано $l = N_a - 1$ дополнительных сигналов углы прихода у $l - 1$ сигналов отличаются от угла прихода принимаемого пакета не менее, чем на θ_r , различие по поляризации между принимаемым сигналом и сигналом, попавшим в главный луч диаграммы направленности на величину, большую, чем ψ .

В соответствии с изложенным запишем вероятность успешной обработки пакета при условии, что он принят:

$$P_{\text{КСО}}(l) = \begin{cases} 1, & l = 1 \\ (1 - \frac{\theta_b}{\theta})^{l-1} + (l-1) \frac{\theta_b}{\theta} (1 - \frac{\theta_b}{\theta})^{l-2} (1 - \frac{\psi}{2\pi^2}), & 1 < l \leq N_a - 1 \\ (l-1) \frac{\theta_b}{\theta} (1 - \frac{\theta_b}{\theta})^{l-2} (1 - \frac{\psi}{2\pi^2}), & l = N_a \\ 0, & l > N_a \end{cases} \quad (6.51)$$

Выражения (6.48) – (6.51) определяют значения вероятности успешной передачи пакета $p_s(l)$.

Поскольку рассматриваемая марковская цепь является неприводимой, апериодической и однородной, существуют предельные вероятности состояний $\pi = [\pi(0), \pi(1), \dots, \pi(N)]$, значения которых можно найти из системы уравнений:

$$\begin{cases} \pi^T = \pi^T P; \\ \sum_{j=0}^N \pi(j) = 1. \end{cases} \quad (6.52)$$

Выражения для условной и средней пропускной способности $S(j)$ и $\bar{S}$ соответственно, среднего времени задержки $\bar{D}$ имеют вид [200]:

$$S(j) = \sum_{l=1}^N Q_{\Sigma}(l/j) P_s(l),$$

$$\bar{S} = \sum_{j=0}^n S(j) \pi(j), \quad (6.53)$$

$$\bar{D} = \frac{N}{\bar{S}\gamma} - \frac{1}{p_n} + R + 1.$$

На рис. 6.11 представлена зависимость средней задержки от средней пропускной способности. Расчёт проводился для следующих исходных данных: количество станций в сети $N = 50$, количество степеней свободы пространственного фильтра $N_a = 8$, угол прихода пакетов 15° , вероятность повторной передачи $p = 0,3$. Сплошная линия соответствует случаю, когда на РТР используется ААР с пространственной и поляризационной обработками, пунктирная линия – когда применяется только пространственный фильтр. Анализ зависимости показывает, что использование ААР позволяет увеличить максимальную среднюю пропускную способность при сохранении средней временной задержки. Однако, потенциально система доступа всё

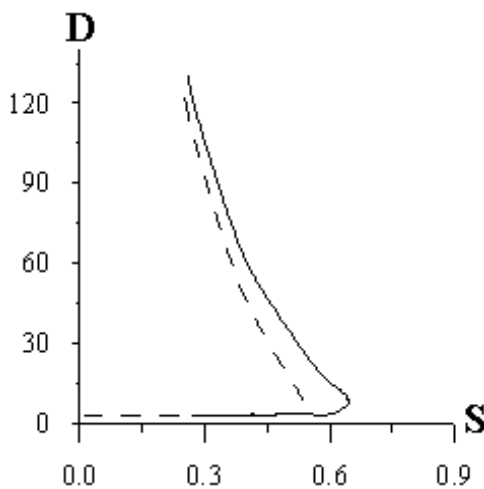


Рис. 6.11

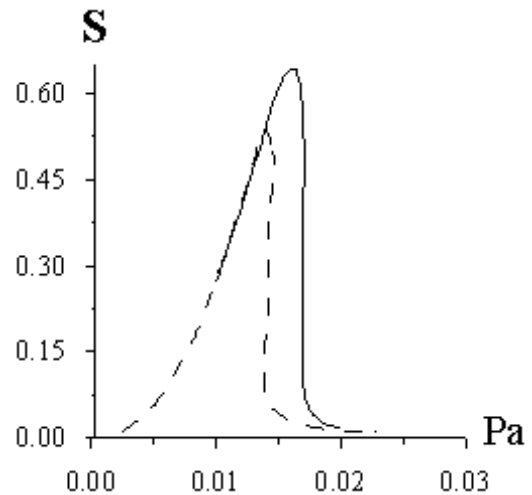


Рис. 6.12

равно остаётся неустойчивой, так как имеет место область входных нагрузок, при которых наблюдается резкое уменьшение средней пропускной способности и увеличение задержки, что наглядно отображает зависимость средней пропускной способности от интенсивности поступающей нагрузки от одной станции рис. 6.12. Анализ этой зависимости также показывает, что применение ААР позволяет системе эффективно функционировать при больших входных нагрузках, чем в системе случайного доступа без ААР.

Таким образом, можно сделать вывод о целесообразности использования ААР в пакетных сетях с небольшим $(10\text{--}15)^\circ$ углом прихода радиосигналов. Применение совместной пространственно-поляризационной обработки позволяет улучшить вероятностно-временные характеристики функционирования сети. Кроме того, применение ААР может обеспечить решение проблем электромагнитной совместимости при работе в перегруженных частотных диапазонах.

ГЛАВА 7. ПРИМЕНЕНИЕ АДАПТИВНОЙ ОБРАБОТКИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ СПЕКТРА СИГНАЛОВ И РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ЭМС

7.1 Применение адаптивной обработки для решения задач оценивания спектра сигналов

Современные методы и средства спектрального оценивания являются мощным инструментом решения множества прикладных задач [3,21,35,66–69, 70,78–82,84,89,107,174]. В радиотехнике распространение получили методы спектрального анализа в пространственной и временной областях благодаря их сравнительно простой реализации. В ряде практических задач требуется оценивание спектров по большему, чем два, числу координат. Такие задачи встречаются при необходимости оценки пространственных, поляризационных и временных характеристик сигналов в многосигнальной ситуации. Кроме того, для задач оценки пространственных и поляризационных параметров сигналов существенную роль играет ограничение числа степеней свободы на разрешающую способность и саму возможность оценки параметров. Снизить влияние такого рода ограничений можно за счёт учёта корреляционных свойств различных сигналов и обработки их в различных компонентах системы разнородными методами.

Процедуры оценки спектра в пространственной, поляризационной и временной областях строятся на основе решения задач оптимизации различных функционалов [3, 78–83,110]. Наибольшее распространение получили методы максимального правдоподобия, максимума энтропии и их различные модификации [3,110].

Функция правдоподобия для сигналов после завершения процесса адаптации и определения оптимальных весовых коэффициентов записывается в виде

$$\varphi(\mathbf{X}_\Sigma | \Lambda_i) = (\pi \det \mathbf{R})^{-1} \exp(-\mathbf{X}_\Sigma^+ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X}), \quad (7.1)$$

где в общем случае $\mathbf{X}_\Sigma^T = [\mathbf{X}_1^T, \mathbf{X}_2^T, \dots, \mathbf{X}_n^T]$,

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{X_1 X_1} & \mathbf{R}_{X_1 X_2} & \cdots & \mathbf{R}_{X_1 X_n} \\ \mathbf{R}_{X_2 X_1} & \mathbf{R}_{X_2 X_2} & & \mathbf{R}_{X_2 X_n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \mathbf{R}_{X_n X_1} & \mathbf{R}_{X_n X_2} & \cdots & \mathbf{R}_{X_n X_n} \end{bmatrix},$$

Λ_i – вектор неизвестных параметров, например мощности помех $\{q_i^2\}$, направлений прихода $\{\theta_i, \phi_i\}$, параметров поляризации $\{\beta_i, \alpha_i\}$.

Вид матриц $\mathbf{R}_{X_i X_j}$ зависит от априорных предположений о количестве и характере помех и от завершённости процесса адаптации. Последнее замечание следует из зависимости значений сигналов от весовых коэффициентов предыдущих компонент

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{W}_i^+ \mathbf{X}_i.$$

Более удобным показателем качества при решении частных задач оценки спектра сигналов в конкретной области является условный функционал правдоподобия [161]

$$\varphi(\mathbf{X} | \mathbf{Y}, \Lambda_i) = [\pi \det(\mathbf{R}_{XX} - \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX})]^{-1} \exp\{-\mathbf{X}_Y^+ (\mathbf{R}_{XX} - \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX}) \mathbf{X}_Y\}, (7.2)$$

где $\mathbf{X}_Y = \mathbf{X} - \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{Y}$.

Уравнения для вычисления параметров Λ_i спектра сигналов получим дифференцированием функции правдоподобия (7.1) или условной функции правдоподобия (7.2) по неизвестным параметрам.

В общем случае получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_i} &= \left[\mathbf{X}_\Sigma^+ \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \lambda_i} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X}_\Sigma - \text{tr} \left(\mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \lambda_i} \right) \right] (\det \pi \mathbf{R})^{-1} \exp(-\mathbf{X}^+ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X}) = \\ &= \text{tr} \left(\mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \lambda_i} \mathbf{R}^{-1} \overline{\mathbf{X}_\Sigma \mathbf{X}_\Sigma^+} - \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \lambda_i} \right) = 0. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Откуда следует уравнение

$$\mathbf{R}^{-1} \overline{\mathbf{X}_\Sigma \mathbf{X}_\Sigma^+} - \mathbf{I} = 0. \quad (7.4)$$

Последнее уравнение можно переписать в виде

$$\mathbf{R} = \overline{\mathbf{X}_\Sigma \mathbf{X}_\Sigma^+}. \quad (7.5)$$

Общее выражение для оценки дисперсии случайной погрешности измерения параметров Λ_i определяется в соответствии с правилами [98, 148, 161]

$$\sigma_{\lambda_i}^2 \geq \frac{(1 + \Delta(\lambda_i))}{-M \left(\frac{\partial^2}{\partial \lambda_i \partial \lambda_i} \ln \varphi(\mathbf{X}_\Sigma | \lambda) \right)}, \quad (7.6)$$

где $\Delta(\lambda_i)$ – смещение оценки,

$$\begin{aligned} M\left(\frac{\partial^2}{\partial\lambda_i\partial\lambda_i}\ln\varphi(\mathbf{X}_\Sigma|\lambda)\right) &= M\left[\operatorname{tr}\left(\mathbf{R}^{-1}\frac{\partial\mathbf{R}}{\partial\lambda_i}(\mathbf{R}^{-1}\overline{\mathbf{X}_\Sigma\mathbf{X}_\Sigma^+}-\mathbf{I})\right)\right]^2 = \\ &= -\operatorname{tr}\left(\mathbf{R}^{-1}\frac{\partial\mathbf{R}}{\partial\lambda_i}\mathbf{R}^{-1}\frac{\partial\mathbf{R}}{\partial\lambda_i}\right). \end{aligned} \quad (7.7)$$

Оценка пространственного и временного спектров сигналов, а также их поляризационных параметров возможна после завершения процесса адаптации. В этом случае матрица $\mathbf{R}_0^* = \mathbf{R}_{ZZ}$ при фиксированных направлении $\mathbf{b}_0$ и вектора поляризации $\mathbf{p}_0$ будет содержать информацию о спектре узкополосных сигналов и сигнале, приходящем с направления $\mathbf{b}_0$ с поляризацией $\mathbf{p}_0$.

Матрицы

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1^* &= \mathbf{R}_{YY} - \mathbf{R}_{YZ}\mathbf{R}_{ZZ}^{-1}\mathbf{R}_{ZY}; \\ \mathbf{R}_2^* &= \mathbf{R}_{YZ}\mathbf{R}_{ZZ}^{-1}\mathbf{R}_{ZY} \end{aligned} \quad (7.8)$$

содержат информацию о пространственном спектре широкополосных сигналов $\mathbf{R}_1^*$; и узкополосных сигналов $\mathbf{R}_2^*$ с поляризацией $\mathbf{p}_0$.

Информацию о поляризационных параметрах содержат матрицы

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_3^* &= \mathbf{R}_{XX} - \mathbf{R}_{XZ}\mathbf{R}_{ZZ}^{-1}\mathbf{R}_{ZX} - (\mathbf{R}_{XY} - \mathbf{R}_{XZ}\mathbf{R}_{ZZ}^{-1}\mathbf{R}_{ZY})(\mathbf{R}_{YY} - \mathbf{R}_{YZ}\mathbf{R}_{ZZ}^{-1}\mathbf{R}_{ZY}) \times \\ &\quad \times (\mathbf{R}_{YX} - \mathbf{R}_{YZ}\mathbf{R}_{ZZ}^{-1}\mathbf{R}_{ZX}); \\ \mathbf{R}_4^* &= (\mathbf{R}_{XY} - \mathbf{R}_{XZ}\mathbf{R}_{ZZ}^{-1}\mathbf{R}_{ZY})(\mathbf{R}_{YY} - \mathbf{R}_{YZ}\mathbf{R}_{ZZ}^{-1}\mathbf{R}_{ZY})(\mathbf{R}_{YX} - \mathbf{R}_{YZ}\mathbf{R}_{ZZ}^{-1}\mathbf{R}_{ZX}); \\ \mathbf{R}_5^* &= \mathbf{R}_{XZ}\mathbf{R}_{ZZ}^{-1}\mathbf{R}_{ZX}. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Матрица $\mathbf{R}_3^*$ содержит информацию о поляризационных параметрах сигнала, приходящего с заданного направления $\mathbf{b}_0$. Матрица $\mathbf{R}_4^*$ содержит информацию о всех сигналах, приходящих с направлений, отличных от $\mathbf{b}_0$. И матрица $\mathbf{R}_5^*$ содержит информацию о поляризационных параметрах узкополосных сигналов.

Если суммарный сигнал на входе ААР представляет собой смесь узкополосных и широкополосных сигналов, приходящих с различных направлений и с разной поляризацией, то

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{i=1}^{L_{\text{ШП}}} u_{\text{ШП}_i}(t) \mathbf{b}_i \mathbf{p}_i^+ + \sum_{j=1}^{L_{\text{УП}}} u_{\text{УП}_j}(t) \mathbf{b}_j \mathbf{p}_j^+ + \mathbf{n}(t),$$

где $u_{\text{ШП}_i}(t)$ – огибающая i -го ШП сигнала; $\mathbf{b}_i$ – вектор амплитудно-фазового распределения (АФР) i -го сигнала; $\mathbf{p}_i$ – вектор поляризации i -го сигнала; $\mathbf{n}(t)$ – матрица шумов в элементах системы; $+$ – знак эрмитова сопряжения.

После завершения процесса адаптации матрицы $\mathbf{R}_1^*, \mathbf{R}_2^*, \mathbf{R}_3^*, \mathbf{R}_4^*, \mathbf{R}_5^*$ будут иметь следующий вид

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_3^* &= \sigma_{\text{ш}}^2 (\mathbf{I}_K + \mathbf{q}_i^2 \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^+ + \Delta_0); \\ \mathbf{R}_1^* &= \sigma_{\text{ш}}^2 (\mathbf{U}^+ \mathbf{U}) \left(\mathbf{I}_N + \sum_{i=1}^{L_{\text{ШП}}} q_{\text{ШП}_i}^2 \mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^+ (\mathbf{U}^+ \mathbf{p}_i)^2 + \Delta_1 \right); \\ \mathbf{R}_0^* &= \left[\left(\sigma_{\text{ш}}^2 (\mathbf{U}^+ \mathbf{U}) (\mathbf{W}^+ \mathbf{W}) + \sum_{i=1}^{L_{\text{ШП}}} \mathbf{p}_{\text{ШП}_i} (\mathbf{U}^+ \mathbf{p}_i)^2 (\mathbf{W}^+ \mathbf{b}_i)^2 \right) \mathbf{I}_L + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^{L_{\text{УП}}} \mathbf{p}_{\text{УП}_j} (\mathbf{U}^+ \mathbf{p}_j)^2 (\mathbf{W}^+ \mathbf{b}_j)^2 \mathbf{C}_j \mathbf{C}_j^+ \right], \end{aligned} \quad (7.10)$$

где $\mathbf{I}_X$ – единичная матрица соответствующей размерности; $\mathbf{C}_j^T = \|1, \dots, e^{j(L-1)\omega_j \tau_3}\|$ – фазовый вектор j -го УП сигнала; Δ_0, Δ_1 – матрицы невязок, вызванные неполным подавлением помех в других компонентах. Наличие невязок приводит к снижению точности оценки параметров сигналов (к смещению оценок пространственного спектра и поляризационных параметров). Снижение их влияния может быть обеспечено увеличением размерности временной и пространственной компонент. Выбор числа элементов антенной решётки N_a и числа элементов временного фильтра в общем случае необходимо согласовывать с точностью оценки корреляционных матриц, так как суммарная погрешность складывается из погрешности оценки матриц и невязок Δ_i

$$\Delta_{\Sigma} \mathbf{R}_i^* = \Delta_{\text{оц } i} + \Delta_i. \quad (7.11)$$

Погрешность оценки $\Delta_{\text{оц } i}$ уменьшается с ростом числа выборочных элементов N .

Таким образом, если Δ_i достаточно малы и погрешность $\Delta_{\text{оц } i}$ таковы, что

$$\Delta_i \square + \Delta_{\text{оц } i} < \Delta_{\text{max}},$$

где $\Delta_{\max}$ определяется обусловленностью матриц $\mathbf{R}_i^*$, то по имеющимся оценкам $\mathbf{R}_i^*$ можно получить значения $\mathbf{p}_i$, $\mathbf{b}_i$, $\mathbf{C}_i$. То есть оценить пространственный и временной спектры, а также поляризационные параметры сигналов. Особенностью метода является зависимость точности оценки параметров как от точности оценки матриц, так и от параметров системы комбинированной обработки сигналов.

Рассмотрим задачу оценки координаты и мощности широкополосной помехи при отсутствии с наличии узкополосных помех на входе комбинированной системы пространственно-временной обработки сигналов.

Если $L_{\text{УП}} = 0$, то условная корреляционная матрица

$$\mathbf{R}_{XX}^* = \mathbf{R}_{XX} - \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX} = \sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I} + \mathbf{p}_{\text{ШП}} \mathbf{b}_{\text{ШП}} \mathbf{b}_{\text{ШП}}^+.$$

Минимальная дисперсия оценки мощности в соответствии с (7.6) и (7.7) при использовании N некоррелированных выборочных элементов вычисляется следующим образом

$$\sigma^2(\mathbf{p}_{\text{ШП}}^2) \geq \frac{1}{N \left(\frac{\sigma_{\text{ш}}^2 + \mathbf{p}_{\text{ШП}} N_a}{N_a} \right)^{-2}} = \frac{1}{N} \left(\frac{\sigma_{\text{ш}}^2 + \mathbf{p}_{\text{ШП}} N_a}{N_a} \right)^2 \approx \frac{\mathbf{p}_{\text{ШП}}^2}{N}. \quad (7.12)$$

При измерении направления прихода минимальная дисперсия определяется выражением

$$\sigma^2(\theta) \geq \frac{1}{N \operatorname{tr}(\mathbf{q}_{\text{ШП}}^4 \mathbf{T} \mathbf{b}_{\text{ШП}} \mathbf{b}_{\text{ШП}}^+ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{T}^+ \mathbf{b}_{\text{ШП}} \mathbf{b}_{\text{ШП}}^+ \mathbf{R}^{-1})}, \quad (7.13)$$

где $\mathbf{T}$ – матрица размерностью $N_a \times N_a$ с элементами

$$t_{ij} = \frac{2\pi}{\lambda} \theta(x_i - x_j),$$

где x_i – координаты i -го антенного элемента.

Смещение оценки угла прихода при $L_{\text{УП}} = 0$ равно нулю $\bar{\Delta}\theta = 0$.

Если $L_{\text{УП}} = 1$, то условная корреляционная матрица

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{XX}^* &= \mathbf{R}_{XX} - \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX} = \sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I} + \mathbf{p}_{\text{ШП}} \mathbf{b}_{\text{ШП}} \mathbf{b}_{\text{ШП}}^+ + \\ &+ \mathbf{p}_{\text{УП}} \mathbf{b}_{\text{УП}} \mathbf{b}_{\text{УП}}^+ \frac{1}{(1 + L \mathbf{q}_{\text{УП}}^2 (\mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{УП}})^2)}. \end{aligned}$$

В этом случае смещение оценки угла прихода не равно нулю, так как

$$\Delta \mathbf{b}_{\text{ШП}} = \mathbf{b}_{\text{УП}} \frac{q_{\text{УП}}^2}{(1 + Q_{\text{УП}}^2 L)} (\mathbf{b}_{\text{УП}}^+ \mathbf{b}_{\text{ШП}} + \mathbf{b}_{\text{ШП}}^+ \mathbf{b}_{\text{УП}}). \quad (7.14)$$

При $L_{\text{УП}} > 1$

$$\Delta \mathbf{b}_{\text{ШП}} = \sum_{l=1}^{L_{\text{УП}}} \mathbf{b}_{\text{УП}l} \frac{q_{\text{УП}l}^2}{(1 + Q_{\text{УП}l}^2 L)} (\mathbf{b}_{\text{УП}l}^+ \mathbf{b}_{\text{ШП}} + \mathbf{b}_{\text{ШП}}^+ \mathbf{b}_{\text{УП}l}).$$

Дисперсия измерения мощности ШП при $L_{\text{УП}} = 1$

$$\begin{aligned} \sigma^2(\mathbf{p}_{\text{ШП}}) &\geq \frac{1}{N \left(\frac{\sigma_{\text{ш}}^2 + \mathbf{p}_{\text{ШП}} N_{\text{а}} + \mathbf{p}_{\text{УП}} N_{\text{а}} \cos \theta L^{-1}}{N_{\text{а}}} \right)^{-2}} = \\ &= \frac{(\sigma_{\text{ш}}^2 + \mathbf{p}_{\text{ШП}} N_{\text{а}} + \mathbf{p}_{\text{УП}} N_{\text{а}} \cos \theta L^{-1})^2}{N N_{\text{а}}} \approx \frac{\mathbf{p}_{\text{ШП}}^2 + \mathbf{p}_{\text{УП}} N_{\text{а}} \cos \theta L^{-1}}{N}. \end{aligned} \quad (7.15)$$

В общем случае при $L_{\text{УП}} \geq 1$

$$\sigma^2(\mathbf{p}_{\text{ШП}}) \geq \frac{\left(\sigma_{\text{ш}}^2 + \mathbf{p}_{\text{ШП}} N_{\text{а}} + \sum_{i=1}^{L_{\text{УП}}} \mathbf{p}_{\text{УП}i} N_{\text{а}} \cos \theta L^{-1} \right)^2}{N N_{\text{а}}}.$$

При определении погрешностей измерения параметров мешающих сигналов возможен другой подход, основанный на анализе уравнений измерения.

Уравнения измерений относительно параметров $\{q_l^2\}$ и $\{\theta_l\}$ записываются в виде

$$r_{ij} = f_{ij}(\{q_l^2\} \{ \theta_l \}). \quad (7.16)$$

При представлении уравнений в действительной области

$$r_{ij \cos} = f_{ij \cos}(\{q_l^2\} \{ \theta_l \}), \quad r_{ij \sin} = f_{ij \sin}(\{q_l^2\} \{ \theta_l \}),$$

получаем систему уравнений, анализ которой позволяет получить оценки погрешностей.

При анализе смещения оценок $\bar{\Delta} q_l^2$ и $\bar{\Delta} \theta_l$, получим

$$\begin{cases} \bar{\Delta}r_{ij \cos} = \sum_{l=1}^{L_{\text{УП}}} \frac{\partial f_{ij \cos}}{\partial q_l^2} \bar{\Delta}q_l^2 + \sum_{l=1}^{L_{\text{УП}}} \frac{\partial f_{ij \cos}}{\partial \theta_l} \bar{\Delta}\theta_l, \\ \bar{\Delta}r_{ij \sin} = \sum_{l=1}^{L_{\text{УП}}} \frac{\partial f_{ij \sin}}{\partial q_l^2} \bar{\Delta}q_l^2 + \sum_{l=1}^{L_{\text{УП}}} \frac{\partial f_{ij \sin}}{\partial \theta_l} \bar{\Delta}\theta_l. \end{cases} \quad (7.17)$$

Из выражения (7.17) следует

$$\begin{bmatrix} \bar{\Delta}q_l^2 \\ \bar{\Delta}\theta_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{ij \cos}}{\partial q_l^2} & \frac{\partial f_{ij \sin}}{\partial q_l^2} \\ \frac{\partial f_{ij \cos}}{\partial \theta_l} & \frac{\partial f_{ij \sin}}{\partial \theta_l} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{\Delta}r_{ij \cos} \\ \bar{\Delta}r_{ij \sin} \end{bmatrix}. \quad (7.18)$$

С учётом смещения можно определить матрицу дисперсий параметров

$$\begin{bmatrix} \sigma^2(q_l^2) \\ \sigma^2(\theta_l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_{ij \cos}}{\partial q_l^2} \right)^2 & \left(\frac{\partial f_{ij \sin}}{\partial q_l^2} \right)^2 \\ \left(\frac{\partial f_{ij \cos}}{\partial \theta_l} \right)^2 & \left(\frac{\partial f_{ij \sin}}{\partial \theta_l} \right)^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sigma^2(r_{ij \cos}) \\ \sigma^2(\bar{\Delta}r_{ij \sin}) \end{bmatrix}. \quad (7.19)$$

Для расчёта погрешности измерения по (7.17) – (7.19) необходимо знать погрешность измерения r_{ij} . Смещение (систематическая погрешность) определяются в виде

$$\bar{\Delta}\mathbf{R}_{XX}^* = \sum_{i=1}^{L_{\text{УП}}} q_{i\text{УП}}^2 \frac{1}{(1 + Q_{i\text{УП}}^2 L)} \mathbf{b}_{\text{УП}} \mathbf{b}_{i\text{УП}}^+.$$

Дисперсия случайной составляющей погрешности измерения КМ

$$\sigma^2(\Delta\mathbf{R}_{XX}^*) = \frac{2}{N} \sigma_{\text{ш}}^4 \left(1 + \sum_{i=1}^{L_{\text{ПП}}} q_{i\text{ПП}}^2 + \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L_{\text{УП}}} q_{i\text{УП}}^2 \right) \mathbf{E}.$$

Измерение параметров помех возможно и на основе расчётов, проводимых в адаптивном процессоре при вычислении весовых коэффициентов.

Реализация исследуемого метода основана на использовании получаемых в процессе адаптации весовых коэффициентов $\mathbf{U}$, $\mathbf{W}$, $\mathbf{V}$. Соотношения, связывающие ВК с поляризационной характеристикой, диаграммой направленности и амплитудно-частотной характеристикой комбинированной системы обработки записываются в форме дискретного преобразования Фурье:

$$G(\theta) = \sum_{i=1}^{N_a} w_i e^{-j \frac{2\pi d i}{\lambda} \sin \theta},$$

$$C(\omega) = \sum_{i=1}^L v_i e^{-j \omega i \tau_3}.$$
(7.20)

Так как ВК $\mathbf{W}_{\text{опт}}$ в пространственно-узкополосном приближении можно считать ортогональными амплитудно-фазовому распределению широкополосных сигналов

$$\mathbf{W}_{\text{опт}}^+ \mathbf{b}_{\text{ишп}} \approx 0,$$

то нули диаграммы направленности несут информацию о пространственном положении ИШП сигналов. Вычисляя ВК с использованием матрицы $\mathbf{R}_2^*$, можно получить оценку направлений прихода узкополосных помех.

Нули амплитудно-частотной характеристики $C(\omega)$ определяют положение узкополосных сигналов на оси частот, так как

$$\mathbf{V}_{\text{опт}}^+ \mathbf{C}_{\text{ишп}} = 0.$$

Функции $G^{-1}(\theta)$, $C^{-1}(\omega)$, $H^{-1}(p)$ имеют резкие выбросы в точках, где присутствуют сигналы, и поэтому могут использоваться в качестве оценки спектра. Величина выброса пропорциональна квадрату мощности сигнала, а положение на оси определяет значение частоты, направления прихода или поляризацию.

Реализация соотношения (7.20) может быть обеспечена акустооптическим анализатором спектра. На рис. 7.1 приведена схема устройства, реализующего описанный алгоритм.

Акустооптический модулятор освещается коллимированным пучком света и работает в режиме дифракции Рамана-Ната или Брэгга. Высокочастотный сигнал $Ae^{j\omega t}$ модулируется последовательностью весовых коэффициентов w_i . Длительность импульса с амплитудой Aw_i равна $T_{\text{умзс}}/N_a$, где $T_{\text{умзс}}$ – длина модулятора, N_a – число элементов антенной решётки. В момент времени, когда апертура ультразвукового модулятора света полностью заполнена сигналом, в фокальной плоскости линзы интенсивность света будет соответствовать диаграмме направленности $G(\theta)$. На выходах фотодетекторов сигнал пропорционален $G^2(\theta)$, $C^2(\omega)$, $H^2(p)$.

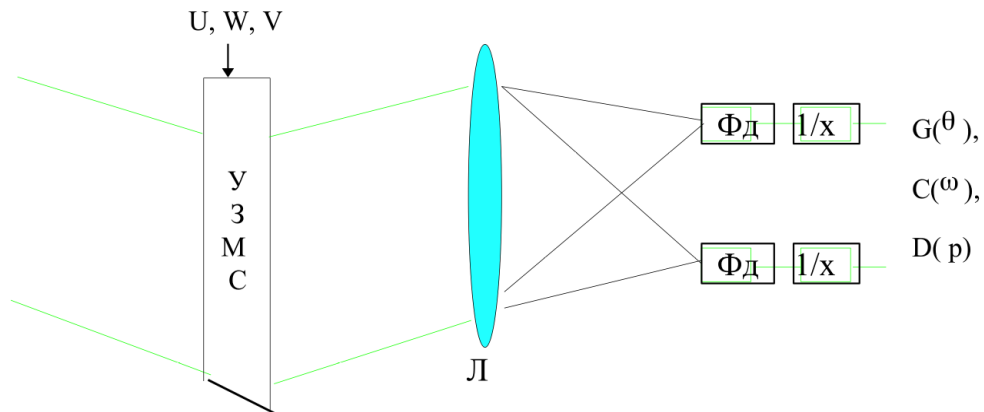


Рис.7.1

Влияние АОС на точность оценивания параметров спектра обусловлено двумя факторами: апертурным эффектом и внутренним шумом. Апертурный эффект проявляется в том, что суммы (7.57) записываются в виде

$$G'(\theta) = \sum_{i=1}^{N_a} w_i e^{j\omega_k i} \left(\frac{\sin \omega_x}{\omega_x} \right)$$

Влияние шума проявляется в уменьшении глубины нулей и снижении контрастности спектра:

$$G''(\theta) = G'(\theta) + \mathbf{n}_{\text{АОС}}(t),$$

где $\mathbf{n}(t)$ – шум АОС, обусловленный шумами УЗМС, линзы и фотодетектора.

Отклик на выходе фотодетектора тогда пропорционален величине

$$G^*(\theta) = \sigma_{\text{ш}}^2 + (G'(\theta))^2,$$

а на входе порогового устройства

$$u = k[G^*(\theta)]^{-1}.$$

При необходимости измерить частотный спектр широкополосного сигнала необходимо зафиксировать в качестве опорных векторы $\mathbf{p}_{\text{шп}}$ и $\mathbf{b}_{\text{шп}}$ и выходной сигнал системы подать на вход АОС. В этом случае с помощью временного фильтра устраняется влияние узкополосных сигналов.

Использование методов комбинированной обработки сигналов для получения спектров сигналов позволяет находить параметры сигналов в ситуациях, когда традиционные методы либо неработоспособны, либо дают неверный результат, например в ситуациях, когда число сигналов превышает число степеней свободы пространственного фильтра.

Рассмотрим пример разрешения четырёх сигналов в комбинированной системе обработки на основе приведённого алгоритма. Расчёты проводились для случая воздействия двух широкополосных сигналов и двух узкополосных сигналов с параметрами $q_{\text{ШП}_1}^2 = 100$; $q_{\text{ШП}_2}^2 = 50$; $q_{\text{УП}_1}^2 = 200$; $q_{\text{УП}_2}^2 = 100$; $\theta_{\text{ШП}_1} = -1,1$; $\theta_{\text{ШП}_2} = -0,4$; $\theta_{\text{УП}_1} = 0,1$; $\theta_{\text{УП}_2} = 0,6$; $f_{\text{УП}_1} \neq f_{\text{УП}_2}$. В КСО входят пространственный фильтр с числом элементов $N_a = 3$ и временной фильтр с числом элементов $L = 5$; неидеальность линзы и неравномерность оптического пучка не учитывались.

На рис. 7.2 приведены спектрограммы для идеального случая (кривая 1), когда отсутствуют либо узкополосные либо широкополосные сигналы, оценки пространственного спектра для традиционного случая, когда адаптация фильтров КСО проводится независимо (кривая 2) и для исследуемого решения (кривая 3).

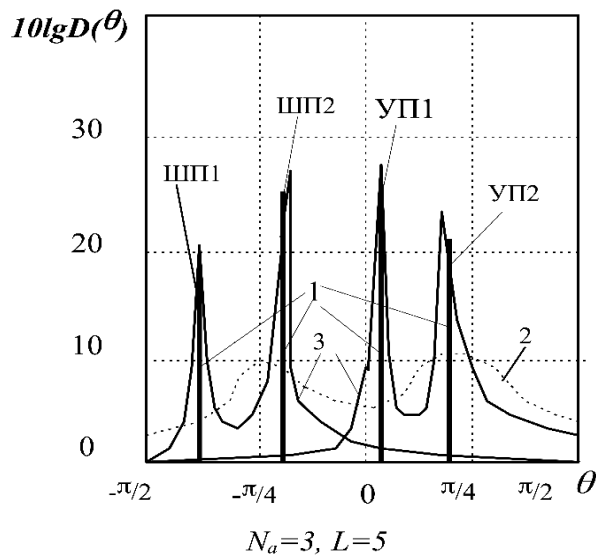


Рис. 7.2

В приведённом примере число различаемых сигналов в два раза превышает число степеней свободы пространственного фильтра. Традиционные методы, использующие только пространственный фильтр, в таких условиях неработоспособны, так как корреляционная матрица $\mathbf{R}_{xx}$ оказывается вырожденной. Поэтому с их помощью оценить направления прихода сигналов невозможно.

Таким образом, рассмотренный метод измерения параметров спектра сигналов позволяет расширить область применимости спектральных методов.

7.2. Применение адаптивной обработки для решения задач электромагнитной совместимости в системах радиосвязи

Проблема электромагнитной совместимости в доступной части радиоспектра постоянно обостряется. Современный этап развития систем радиосвязи характеризуется активным внедрением новых цифровых технологий, обеспечивающих высокую эффективность использования частотно-территориального ресурса. Широкое применение такого рода систем сдерживается рядом факторов, одним из которых является загруженность доступных к использованию полос частот радиоспектра традиционными узкополосными системами. Поэтому применение систем, реализующих технологии расширенного спектра сигналов, в частности DSCDMA и FHCDMA, возможно при выполнении жёстких ограничений на допустимую мощность излучения (спектральную плотность). Поиск «лишних» диапазонов частот и возможностей для применения систем радиосвязи, реализующих новые технологии, требует проведения масштабных исследований по оценке возможности организации связи в условиях таких ограничений с учётом уровня допустимых потерь качества обслуживания. Заметно снизить требования к уровню допустимых помех позволяют методы адаптивной обработки сигналов, обеспечивающие селекцию полезных сигналов на фоне мешающих. В частности широкие возможности для решения задач электромагнитной совместимости дают методы комбинированной обработки сигналов, допускающих совместное функционирование однотипных систем радиосвязи в одной полосе частот за счёт существенного снижения требований к частотно-территориальному разнесу.

В общем случае задача может быть поставлена следующим образом. В общей полосе частот на одной территории двумя операторами связи развёрнуты системы радиосвязи. Ясно, что без принятия специальных мер, они будут создавать друг другу недопустимые помехи. Это приведёт к потере эффективности функционирования обеих систем. Традиционно для устранения недопустимых помех применяется метод частотно-территориального разнеса. Однако его применение для решения указанной задачи даст заведомо известный результат, ведущий к необходимости выключения одной из систем или потере более 50 % эффективности обеих систем радиосвязи.

Применение адаптивной обработки сигналов позволяет существенно сократить нормы частотно-территориального разнеса и фактически

применять на одной территории в одной полосе частот более одной системы радиосвязи за счёт подавления соканальных межсистемных помех.

На основе уравнений адаптации рассчитываются весовые коэффициенты обеспечивающие подавление мешающих сигналов. Отношение сигнал/(шум+помеха) для пространственно-временной адаптивной системы обработки записывается следующим образом:

$$h_{\text{НА}}^2 = h_{\text{ВХ}}^2 \frac{\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{\text{SS}} \mathbf{W} \mathbf{V}^+ \mathbf{V}}{\sum_{i=1}^{L_{\text{ШП}}} q_{\text{ШП}}^2 (\mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{ШП}})^2 \mathbf{V}^+ \mathbf{V} + \sum_{i=1}^{L_{\text{УП}}} q_{\text{УП}}^2 (\mathbf{W}^+ \mathbf{b}_{\text{УП}})^2 (\mathbf{V}^+ \mathbf{c}_{\text{УП}})^2 + \mathbf{W}^+ \mathbf{W} \mathbf{V}^+ \mathbf{V}}.$$

Последнее выражение можно переписать представив коэффициенты подавления помех как произведение двух коэффициентов: коэффициента частотно-территориального разнеса и коэффициента подавления адаптивной системы обработки сигналов:

$$K_{i\text{ШП}} = \mathbf{W}^+ \mathbf{b} \mathbf{b}_{i\text{ШП}}^+ \mathbf{W} \approx \frac{1}{(1 + (N_a - 1) q_{i\text{ШП}}^2)^2};$$

$$K_{i\text{УП}} = \mathbf{W}^+ \mathbf{b} \mathbf{b}_{i\text{УП}}^+ \mathbf{W} \mathbf{V}^+ \mathbf{C} \mathbf{C}^+ \mathbf{V} \approx \frac{1}{(1 + (L - 1) Q_{i\text{УП}}^2)^2};$$

$$h^2 = \frac{h_{\text{ВХ}}^2 \mathbf{W}^+ \mathbf{b} \mathbf{b}_c \mathbf{W}}{\mathbf{W}^+ \mathbf{W} + \sum_{i=1}^{L_{\text{ШП}}} K_{\text{ШП}} K_{i\text{ШП}} q_{i\text{ШП}}^2 + \sum_{i=1}^{L_{\text{УП}}} K_{\text{УП}} K_{i\text{УП}} q_{i\text{УП}}^2},$$

где

$$Q_{\text{УП}}^2 = \frac{q_{\text{УП}}^2 \mathbf{W}^+ \mathbf{b} \mathbf{b}_{\text{УП}}^+ \mathbf{W}}{\mathbf{W}^+ \mathbf{W} + \sum_{i=1}^{L_{\text{ШП}}} \mathbf{W}^+ \mathbf{b} \mathbf{b}_{i\text{ШП}}^+ \mathbf{W} q_{i\text{ШП}}^2}.$$

Как правило за счёт частотно-территориального разнеса добиваются такого значения мощности сигналов от мешающей системы связи, при котором обеспечивается требуемое качество услуг в затрагиваемой системе связи. Значения территориального разнеса при работе систем радиосвязи на одной частоте достигают десятков и сотен километров. Снижение значения территориального разнеса дает возможность повторного использования частоты с большей эффективностью. Подавление мешающего сигнала в ААР на 10 дБ означает, что можно снизить в 10 раз требования к нормам частотно-территориального разнеса, например, уменьшить в 10 раз расстояние между радиостанциями работающими на одной частоте.

Типовые значения коэффициентов подавления мешающих сигналов за счёт ААР для широкополосных сигналов составляют 10–30 дБ, а для узкополосных 50–70 дБ. Такое ослабление влияния мешающих сигналов в значительной степени упрощает процедуру частотно-территориального планирования. В частности для случая узкополосных мешающих сигналов ослабление за счёт применения ААР сопоставимо с нормами подавления сигналов соседнего канала.

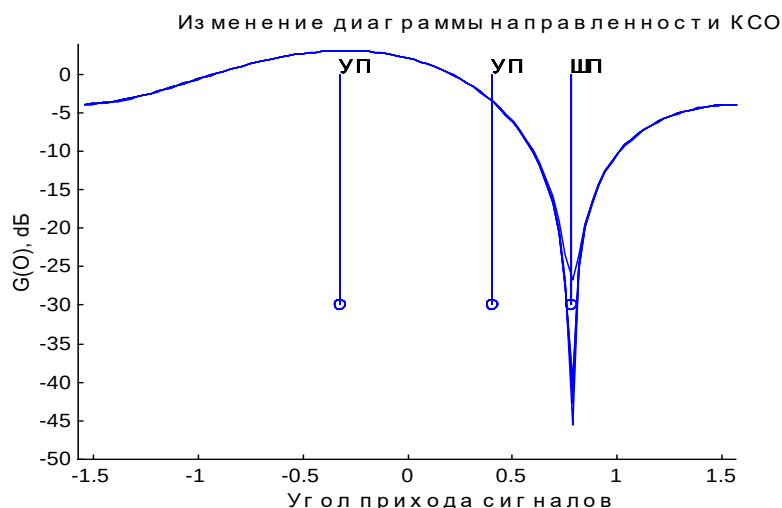


Рис. 7.3, а

Эффект от применения ААР зависит от многих факторов. Это и количество элементов пространственного и временного фильтров, и алгоритм адаптации, и качество изготовления и т.д. В общем случае с увеличением количества элементов эффективность подавления увеличивается. Проиллюстрируем эффективность работы ААР совместно с временным фильтром на примере (рис. 7.3). Число элементов пространственного фильтра $N_a = 2$, число элементов временного фильтра $L = 3$. Видно, что широкополосный мешающий сигнал подавляется в пространственном фильтре (рис. 7.3а), а узкополосные – во временном (рис. 7.3б).

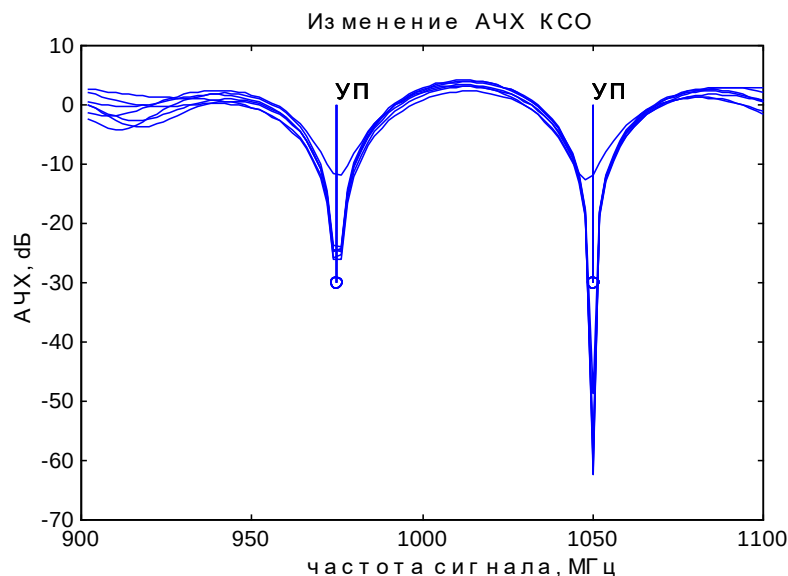


Рис. 7.3,б

Число подавляемых помех составляет для узкополосных помех примерно $L - 1$, а для широкополосных — примерно $N_a - 1$. В данном примере подавляются все три присутствующие на входе радиостанции помехи. Отношение сигнал/(шум+помеха), достигаемое в приведённом примере за счёт пространственного фильтра, на 2 дБ больше отношения сигнал/шум на входе антенны.

Устранения влияния узкополосных сигналов на широкополосную систему при решении задач совместного функционирования широкополосных и узкополосных систем добиваются за счёт режекции участков спектра на приёме. Для устранения влияния широкополосной системы на узкополосную необходимо широкополосный сигнал формировать с режекцией участков спектра. Кроме того, для большего эффекта можно формировать диаграмму направленности передатчика так, чтобы в направлениях других радиостанций был минимум излучения.

Повышение эффективности использования частотно-территориального ресурса осуществляется на основе различных подходов. Эволюция систем радиосвязи идёт в направлении перехода к цифровым способам передачи и усложнению обработки сигналов. Цифровые способы модуляции позволяют увеличить число одновременно действующих каналов. Методы адаптивной обработки сигналов позволяют существенно сократить нормы частотно-территориального разнеса между системами радиосвязи. Однако применение указанных способов зависит не только от возможности технической реализации, но и от принятия организационных решений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Адаптивные антенные решётки являются мощным инструментом решения задач в области радиосвязи, позволяя улучшить практически все показатели качества. Платой за выигрыш является усложнение систем формирования и обработки сигналов, увеличение требуемой вычислительной мощности, энергопотребления, габаритов. Однако с развитием вычислительных технологий и технологий производства антенных элементов удельные затраты на 1 Мбит/с уменьшаются.

Технологии адаптивных формирования и обработки сигналов активно развиваются в направлении использования всех доступных возможностей по выделению сигналов на фоне помех различного происхождения. В частности, актуальными являются направления объединения методов ММОи адаптивной обработки, распределённых вычислений ВК в системе связи на основе данных геоинформационных систем и т. д.

Квинтэссенцией развития технологий станет представление всей совокупности антенн как одной распределённой антенной решётки, функционирование которой осуществляется по единому алгоритму с целью достижения предельных показателей по пропускной способности. При этом антенны станут неразрывной частью кодеров и декодеров сигналов, позволяющих формировать новые системы сигналов в расширенном сигнальном пространстве, размерность которого существенно увеличится, что откроет новые возможности по разделению сигналов и повышению эффективности использования радиочастотного спектра и позволит говорить о неограниченности частотного ресурса.

Всё вышеизложенное говорит о безграничных возможностях совершенствования адаптивных формирования и обработки сигналов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адаптивная компенсация помех в каналах связи/ Ю.И. Лосев, А.Г. Бердников, Э.Ш. Гойхман, Б.Д. Сизов; Под ред. Ю.И.Лосева.-М.: Радио и связь, 1988.-208с.
2. Адаптивные антенны./Щесняк С.С., Попов М.П.- СПб.: Издательство ВИККА им. А.Ф. Можайского, 1996 г., 611с.
3. Адаптивные радиотехнические системы с антенными решётками/ Журавлев А.К., Хлебников В.А., Родимов А.П. и др.-Л.: Издательство Ленинградского университета, 1991-544с.
4. Адаптивные фильтры: Пер.с англ. под ред.К.Ф.Н.Коуэна и П.М.Гранта.- М.: Мир, 1988.- 392 с.
5. Адресные системы управления и связи. Вопросы оптимизации/Г.И.Тузov, Ю.Ф.Урядников, В.И.Прытков и др.; Под ред.Г.И.Тузova.- М.: Радио и связь, 1993.- 384 с.
6. Акустооптическая обработка сигналов // ТИИЭР. - 1981.- Т. 69.- № 1
7. Андросов В.А., Кутахов В.П., Лавров А.А. Архитектура перспективного авиационного радиоэлектронного комплекса. //рРадиотехника, 1996г., №5, стр. 18-22.
8. Абрамович Ю.И., Неврев А.И. Анализ эффективности адаптивной максимизации отношения сигнал/помеха использующей образуемые оценки корреляционной матрицы// Радиотехника и электроника. 1981. Т.26, №12. стр.2558-2566.
9. Антенны и устройства СВЧ. Проектирование фазированных антенных решёток./В.С. Филлипов, Л.И. Пономарёв, А.Ю. Гринёв и др.-М.: Радио и связь,1994.-592 с.
- 10.Аоки М. Введение в методы оптимизации функционалов./М.: Наука, 1976,
- 11.Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры./М.: Наука.ГФМЛ,1983.-336 с.
- 12.Беллман Р. Введение в теорию матриц./М.: Наука, 1969, 368 с.
- 13.Буга Н.Н., Казаков А.А. Статистическая теория связи./ВИККА им. А.Ф. Можайского, 1979.-342с.
- 14.Бунин С.Г., Войтер А.П. Вычислительные сети с пакетной радиосвязью./К.: Тэхника, 1989.-223 с.
- 15.Буняк Ю.А. Двумерный спектральный анализ по методу максимума правдоподобия на основе линейной симметрии корреляционной матрицы.//Изв. Ввузов “Радиоэлектроника” , 1996г., №4, стр.19-27.
- 16.Ван-Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т 1,2.- М.: ИЛ, 1961.- 462 с.

- 17.Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами.-М.: Радио и связь, 1985.-384с.
- 18.Введение в теорию адаптивных антенн/А.А. Пистолькорс, О.С. Литвинов.- Наука, 1991.-200 с.
- 19.Веретягин А.А. Теория обработки сигналов и автоматического управления в радиоэлектронных системах.-Л.: МО, 1992, 718 с.
- 20.Виноградов Е.М., Винокуров В.И., Харченко И.П. Электроманитная совместимость радиоэлектронных средств.-Л.: Судостроение, 1986.-264с.
- 21.Гантмахер Ф.Р. Теория матриц./М.: Наука, 1989, 552 с.
- 22.Гейбриел У.Ф. Спектральный анализ и методы сверхразрешения с использованием антенных решёток // ТИИЭР. - 1980. - Т. 68. - № 6. - С. 19-32.
- 23.Глухов А.И. Эффективные методы непараметрического спектрального анализа сигналов.//Р и Э , том 41, №1, стр. 72-85.
- 24.Глушанков Е.И., Конторович В.Я., Построение марковских моделей векторных негауссовских случайных процессов, описывающих параметры сигналов в антенных решётках.//Приложение к журналу Радиотехника "Пространственно-временная обработка сигналов в системах радиосвязи, 1992г.,стр.3-11.
- 25.Гольдберг А.П. Режекция комплекса сосредоточенных помех.//Радиотехника.-1978.-том 33.-№6.-стр.3-9.
- 26.Грибанов Ю.И., Мальков В.Л. Погрешности и параметры цифрового спектральнокорреляционного анализа. М.: Радио и связь, 1984г.
- 27.Григорьев В.А. Адаптивная комбинированная обработка сигналов в системах радиосвязи. – М.: Эко-Трендз, 2003. – 264 с.: ил.
- 28.Григорьев В.А., Кузичкин А.В. Бортовые устройства комбинированной обработки сигналов.//Радиоэлектроника и связь №1-2, 1998г., стр. 30-40.
- 29.Гуляев Ю.В., Проклов В.В., Соколовский С.В., Сотников В.Н. Акустооптические устройства обработки аналоговой и цифровой информации//Радиотехника и электроника.-1987.-№1.-стр.169-181.
- 30.Гуткин Л.С. Проектирование радиосистем и радиоустройств. М.: Радио и связь, 1986.-288с.
- 31.Данилевский Л.Н., Коробко О.В., Лютаревич Б.А. О факторизуемости пространственно-временной обработки широкополосных сигналов// Радиотехника.-1985.-№1.-стр.24-29.
- 32.Данилевский Л.Н., Коробко О.В., Таурогинский Б.И. Методы обработки сигналов в антенных решетках при наличии широкополосных помех//Зарубежная радиоэлектроника.-1987.-№3.-стр.43-52.
- 33.Ермолаев В.Т., Флакман А.Г., Ануфрин А.А. Оценивание параметров сигналов, принимаемых антенной решёткой.// Изв. Вузов "Радиофизика", том 39, № 9, 1996г., стр1044-1060.

34. Журавлёв А.К. Определение числа и координат точечных источников излучения, не разрешаемых по критерию Рэлея.// Радиотехника, 1995г. , №2, стр.62-66.

35. Журавлёв В.И. Поиск и синхронизация в широкополосных системах.-М.:Радио и связь,1986.-240с.

36. Журавлёв В.И., Бокк О.Г., Трусевич Н.П. Помехоустойчивость широкополосных систем связи с адаптивными антенными решетками в режиме поиска полезного сигнала по задержке//Теоретическая электроника.-1990.-№48.-стр.130-137(Львов, Политехнический институт).

37. Журавлёв В.И., Моисеева Г.Г. Адаптивные антенные решетки в системах связи (Обзор)//Зарубежная техника связи сер. Радиосвязь, Радиовещание, телевидение, выпуск14-15.-Москва, 1986.- стр.1-30.

38. Зернов Н.В., Меркулов Г.В. Антенны в режиме излучения (приёма) сверхширокополосных сигналов.//Зарубежная радиоэлектроника.-1991.-№1.-стр.84-94.

39. Караваев В.В., Молодцов В.С. Точностные характеристики сверхразрешающей антенны.//Р и Э. 1987г. том 32, №1, стр.22-26.

40. Кей С.М., Марпл С.Л. Современные методы спектрального анализа // ТИИЭР- 1981.- Т. 69.- № 11.- С.5-51.

41. Кейпон. Пространственно-временной спектральный анализ с высоким разрешением // ТИИЭР. - 1969. Т. 57. - № 87. - С. 69-79.

42. Кириллов С.Н., Соколов М.Ю., Стукалов М.Ю. Оптимальная обработка при спектральном анализе.//Радиотехника, №6, 1996г., стр.36-38.

43. Кловский Д.Д., Конторович В.Я., Широков С.М. Модели непрерывных каналов связи на основе стохастических дифференциальных уравнений.-М.:Радио и связь,1984.

44. Комарович В.Ф., Никитченко В.В. Адаптивное оценивание пространственно-поляризационных параметров радиосигналов/Л.: ВАС,1989.-233 с.

45. Комарович В.Ф., Никитченко В.В. Методы пространственной обработки сигналов./Л.: ВАС, 1989.-278 с.

46. Комптон Р.Т. Адаптивная антенная решётка в широкополосной системе связи/ТИИЭР.- 1978.- Т.66.- № 3.- С.23-34.

47. Коновалов Л.Н., Меркуленко Н.Д. Непараметрические алгоритмы обнаружения и определения числа сигналов на выходе эквидистантной антенной решётки.// Р иЭ.-1989.-том 34.-№5._стр.1026-1033.

48. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех.-М.: Сов. Радио,1979.-296 с.

49. Ланкастер П. Теория матриц: Пер. с англ./М.: Наука ГФМЛ, 1982.- 272 с.

50. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении: пер. с англ.-М.: Сов. Радио, 1978.-598 с.

- 51.Литвинов О.С., Морозов Н.Я., Вопросы построения адаптивной антенной решётки подавления помех.// Антенны, №1(38), 1997г., стр. 35-40.
- 52.Лосев В.В., Бродская Е.Б., Коржик В.И. Поиск и декодирование сложных сигналов.-М.: Радио и связь, 1988.-224 с.
- 53.Марчук Л.А. Пространственно-временная обработка сигналов в линиях радиосвязи./Л.: ВАС, 1991.-135 с.
- 54.Методы обработки сигналов при наличии помех в линиях связи / Под ред. Е.Ф.Камнева. - М.:Радио и связь, 1985. - 224 с.
- 55.Милстайн Л.Б. Методы подавления помех в системах связи с широкополосными сигналами/ТИИЭР.- 1988.- Т.76.- № 6.- С.19-36.
- 56.Миронов В.А. Оценка влияния объёма обучающей выборки на эффективность адаптивных антенных систем.// Р и Э, том 42, №10, 1997г., стр. 1198-1200.
- 57.Миронов В.А. Оценка помехоустойчивости адаптивных антенных решёток в условиях многопозиционных стационарных помех.// Антенны, №1(38), 1997г., стр. 41-43.
- 58.Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решётки: пер. с англ. -М.: Радио и связь,19867.-446 с.
- 59.Никитченко В.В., Рожков А.Г. Анализ собственных структур в адаптивных антенных системах./ С.Пб.: ВАС, 1992.-212 с.
- 60.Никитченко В.В.,Смирнов П.Л. Комбинированные методы помехозащиты (использование адаптивных антенных систем и программной перестройки рабочей частоты)/Зарубежная радиоэлектроника.- 1988.- № 5.- С.24-31.
- 61.Оптическая обработка радиосигналов в реальном времени/О.Б. Гусев, С.В. Кулаков, Б.П. Разживин, Д.В. Тигин; Под ред. С.В. Кулакова.-М.: Радио и связь, 1989.-136 с.
- 62.Ортега Дж., Рейнболт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными./ Пер. с англ. -М.: Мир, 1975.-560с.
- 63.Первачев С.В., Перов А.И. Адаптивная фильтрация сообщений.-М.: Радио и связь, 1991., 160с.
- 64.Пистолькорс А.А. Защита главного максимума в адаптивных антенных решётках.// Радиотехника. 1980. том 35. №12. стр. 8-19.
- 65.Пистолькорс А.А., Бахрах Л.Д., Курочкин А.П. Развитие отечественной антенной техники.// Антенны, №1(38), 1997г., стр. 85-100.
- 66.Поиск, обнаружение и измерение параметров сигналов в радионавигационных системах/ Под ред. Казаринова.- М.: Сов. Радио, 1975.- 296 с.
- 67.Помехозащищённость радиосистем со сложными сигналами/ Г.И.Тузov, В.А.Сивов, В.И.Прытков и др.;под ред.Г.И.Тузова.- М.: Радио и связь, 1985,264с.

68. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации/ Под ред. А.Г. Зюко.- М.: Радио и связь, 1985.-276 с.

69. Проблемы антенной техники./ Под ред. Л.Д. Бахраха и Д.И. Воскресенского . М.: Радио и связь, 1989.-361 с.

70. Радиооптические антенные решетки/ Воскресенский Д.И., Гринёв А.Ю., Воронин Е.Н.-М.: Радио и связь, 1986.-240 с.

71. Ратынский М.В. Эффективность пространственной фильтрации в зависимости от числа и расположения источников помех.// Радиотехника.- 1990.-№10.-стр.37-40.

72. Резников Б.А. Системный анализ и методы системотехники.-Ч1.-Изд. МО СССР, 1990.-552 с.

73. Риглер, Комптон Р.Т. Адаптивная антенная решётка для подавления помех.// ТИИЭР.-1973.-том 61.-№6.-стр.75-86.

74. Родимов А.П., Поповский В.В. Статистическая теория поляризационно-временной обработки сигналов и помех в линиях связи.- М.: Радио и связь, 1984.- 272 с.

75. Самойленко В.И., Грубрин И.В. Совместная адаптация пространственного и временного фильтров в многоканальных системах//Радиотехника и электроника. - 1989. - Т.34. - №4.-С.749-755.

76. Самойленко В.И., Грубрин И.В. Адаптивная пространственно-временная фильтрация помех в многоканальных системах //Изв.вузов. Сер. Радиоэлектроника. - 1985.- № 9.- С.13-20.

77. Сети радиосвязи с пакетной передачей информации. А.Н. Шаров, В.А. Степанец, В.И. Комашинский/Под ред. А.Н. Шарова. СПб.: ВАС, 1994.- 216 с.

78. Сикарев А.А., Фалько А.И. Оптимальный приём дискретных сигналов.-М Связь, 1978.-328 с.

79. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации/М.: Радио и связь, 1992.-304 с.

80. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь.М.: Связь, 1979.-592 с.

81. Сташкевич А.И., Щесняк С.С. Критерий качества адаптивных решёток с учётом корреляции внешних шумов.// Радиотехника, 1990.-№10.-стр.51-53.

82. Стиффлер Дж. Теория синхронной связи.-М.: Связь, 1975.-487 с.

83. Стогов Г.В., Постюшков В.П., Родимов А.П. Помехи в радиолиниях.-Л.: ВИКИ, 1976.-100с.

84. Стратонович Р.Л. Принципы адаптивного приёма. М.: Сов. Радио, 1973.-142 с.

85. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах (информационно-статистические алгоритмы).-М.: Наука, Гл. Ред. Физ-мат. Лит., 1978.-240 с.

86. Тихонов В.И. Оптимальный приём сигналов.- М.: Радио и связь, 1983.-320 с.

87. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника.-М.: Радио и связь, 1982.-624 с.
88. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов : Пер. с англ.-М.: Радио и связь, 1989.-440с.
89. Фалькович С.Е., Пономарёв В.И., Шкварко Ю.В. Оптимальный приём пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием/Под ред. С.Е. Фальковича.-М.: Радио и связь, 1989.-296 с.
90. Хелстрём К. Статистическая теория обнаружения сигналов. Иностранная литература,-1963.-432 с.
91. Хименко В.И., Тигин Д.В. Статистическая акустооптика и обработка сигналов./СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 1996.-292 с.
92. Чердынцев В.А. Статистическая теория совмещённых радиотехнических систем.- Минск: Высш. Школа, 1980. 206 с.
93. Черемисин О.П. Эффективность адаптивных методов пеленгации помех.// Р и Э.-1989.-том 34.-№9.-стр.1850-1861.
94. Чони Ю.И. Оптимальные адаптивные антенные решётки систем связи и навигации.// Р и Э.-1990.-том 35.-стр. 335-342.
95. Шахтарин Б.И. Случайные процессы в радиотехнике.-М.: радио и связь, 2000.-584 с.
96. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех.- М.: Радио и связь, 1981.-415 с.
97. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации/ Под ред. В.Б. Пестрякова.-М.: Сов. Радио, 1973.-424 с.
98. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике.- М.: Сов. Радио,1980.-360 с.
99. Alternative design analysis of combined spatial-time signal processing systems.//Сан-Диего, 1998г.
100. Berezdivin R., Breining R., Topp R. Next-generation wireless communication concepts and technologies // IEEE Commun. Magazine № 3, mart 2002, PP.108-116.
101. Compton R.T. On the Performance of a Polarization Sensitive Adaptive Array/IEEE Trans.-1981.-Vol.AP-29.- № 5.-P.718-725.
102. Compton R.T. The Tripole Antenna: Adaptive Arrays With Full Polarization Flexibility/IEEE Trans.- 1981.-Vol.AP-29.-№ 6.-P.944-952.
103. Godara L.C. Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part I: Performance Improvement, Feasibility, and System Considerations, Proc. IEEE. Vol.85, № 7, 1997. – PP. 1031-1060.
104. Godara L.C. Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-Forming and Direction-of-Arrival Considerations, Proc. IEEE. Vol.85, № 8, 1997. – PP. 1195-1245.

105. Grant P.M., Spangenberg S.M., Cruickshank G.M., McLaughlin S. and Mulgrew B. New Adaptive Multiuser Detection Technique for CDMA Mobile Receivers. Proc. of PIMRC'99, Osaka, Japan, September 1999. – PP.52-54.
106. Householder A.S. The theory of matrices in numerical analysis.- Boston: Ginn (Blaisdell), 1964.
107. Heikkila M., Komulainen P. and Lilleberg J. Interference Suppression in CDMA Downlink through Adaptive Channel Equalization. Proc. of VTC'99, Amsterdam, The Netherlands, September 1999. – PP. 978-982.
108. Honig M., Madhow U. and Verdu S. Blind Adaptive Multiuser Detection. IEEE Trans. Inform. Th., Vol. 41, №3, 1995. – PP. 944-960.
109. Kohno R., Imai H., Hatori M. and Pasupathy S. Combination of an Adaptive Array Antenna and a Canceller of Interference for Direct-Sequence Spread-Spectrum Multiple-Access System, IEEE H. Select. Areas Commun., Vol.8, № 4, 1990. – PP.675-682.
110. Komulainen P. and Htikila M. Adaptive Channel Equalization Based on Chip Separation for CDMA Downlink. Proc. of PIMRC'99, Osaka, Japan, September 1999. – PP. 1114-1118.
111. Latva-aho M. LMMSE Receivers for DS-CDMA Systems in Frequency-Selective Fading Channels, in CDMA Techniques for 3rd Generation Mobile Systems, ed. F. Swarts P. van Rooyen, I. Oppermann and M. Lotter, Chapter 13, Kluwer, 1988. ISSSTA'98, Sun City, South Africa, September 1998. – PP.652-657.
112. Latva-aho M. and Juntti M. Modified LMMSE Receiver for DS-CDMA – Part I: Performance Analysis and Adaptive Implementations. Proc. of ISSSTA'98, Sun City, South Africa, September 1998. – PP.652-657.
113. Miller S.L. An Adaptive Direct-Sequence Code-Division Multiple-Access Receiver for Multiuser Interference Rejection, IEEE Trans. Commun., Vol.43, №2/3/4, 1995. – PP.1746-1755.
114. Muszynski P. Interference Rejection Rake-Combining for WCDMA, Proceedings of WPMC98, Yokosuka, Japan, November 1998. – PP.93-97.
115. Neira A.P., Mestre X., Fonollosa J.R. Smart antennas in software radio base stations // IEEE Commun. Magazin №2, Feb. 2001, PP.166-173.
116. Proakis J.G. Digital Communications, 3rd edn, McGraw-Hill, New York, 1995.
117. Ward J., Compton R.T. High Throughput slotted ALOHA Packet Radio Networks with Adaptive Arrays//IEEE Trans. Commun., v.41.,№3, March 1993, pp.460-470.
118. Ward J., Compton R.T. Improving the performance of slotted ALOHA packet radio network with an adaptive array//IEEE Trans. Commun. v.40, №2, Feb. 1992,pp.292-300.

Приложение 1

Сведения из теории матриц

Математический аппарат теории матриц очень широко используется для описания преобразований сигналов в многоэлементных адаптивных антеннах. Это обусловлено наглядностью и компактностью матричной записи соответствующих преобразований. Ниже приведены основные сведения о матрицах, необходимые для понимания как последующего материала, так и публикаций в других источниках.

Матрицей $\mathbf{A}$ называется прямоугольная или квадратная таблица, состоящая из элементов a_{mn} , где $m = 1, \dots, M$; $n = 1, \dots, N$:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{M1} & a_{M2} & \cdots & a_{MN} \end{pmatrix}. \quad (\text{П.1})$$

Элементы a_{mn} называются компонентами матрицы $\mathbf{A}$. Индекс m , стоящий на первом месте, является номером строки, а индекс n – номером столбца.

Матрица

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_N \end{pmatrix} \quad (\text{П.2})$$

называется вектор-строкой, а матрица

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} \quad (\text{П.3})$$

получила название вектор-столбца. В теории адаптивных антенн, как правило, под вектором подразумевается вектор-столбец.

Вектор $\mathbf{A}$ состоит из совокупности N значений (компонент) a_n , где $n = 1, \dots, N$. Значения a_n можно представить как проекции вектора $\mathbf{A}$ на оси некоторого N -мерного пространства. Это пространство принято называть векторным пространством. Очевидно, в практических случаях векторное пространство всегда конечномерно.

Пусть направления осей векторного пространства задаются векторами $\mathbf{y}_n$. Если эти векторы взаимно ортогональны, то они образуют так называемый ортогональный базис N -мерного пространства. Количество базисов в N -мерном пространстве бесконечно, так как поворот исходного базиса на любой угол создаёт новый базис. Ортогональность базисных векторов определяется равенством нулю их скалярного произведения:

$$\mathbf{y}_n \mathbf{y}_k^* = 0 \quad \text{при} \quad n \neq k. \quad (\text{П.4})$$

Ортогональная система векторов называется ортонормированной, если она образована единичными векторами, т. е.

$$\mathbf{y}_n \mathbf{y}_k^* = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad n \neq k; \\ 1 & \text{при} \quad n = k. \end{cases} \quad (\text{П.5})$$

Вектор $\mathbf{A}$, состоящий из компонент a_n , в ортонормированном пространстве представляется в виде линейной комбинации независимых векторов:

$$\mathbf{A} = a_1 \mathbf{y}_1 + a_2 \mathbf{y}_2 + \dots + a_N \mathbf{y}_N. \quad (\text{П.6})$$

Матрица, получаемая из заданной матрицы $\mathbf{A}$ заменой строк столбцами и, наоборот, столбцов – строками, называется транспонированной и обозначается $\mathbf{A}^T$. Например, транспонирование матрицы (П.1) приводит к результату

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{N1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{N2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1M} & a_{2M} & \dots & a_{NM} \end{pmatrix}. \quad (\text{П.7})$$

Результатом транспонирования вектор-столбца является вектор-строка и наоборот.

Диагональ квадратной матрицы, образованной элементами вида a_{nn} (т. е. с одинаковыми индексами) называется главной диагональю.

Если все элементы квадратной матрицы, кроме её главной диагонали, равны нулю, то матрица называется диагональной. Например,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & b_{MN} \end{pmatrix}. \quad (\text{П.8})$$

Если ненулевые элементы диагональной матрицы равны единице, то матрица называется единичной. Обычно единичная матрица обозначается символом $\mathbf{I}_N$:

$$\mathbf{I}_N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{П.9})$$

Единичная матрица играет в теории матриц такую же роль, как единица в теории чисел.

Если определитель квадратной матрицы равен нулю, то матрица называется особой или вырожденной, в противном случае – неособой или невырожденной. В неособой матрице строки и столбцы линейно независимы.

Матрица, получаемая из заданной матрицы $\mathbf{A}$ заменой всех её элементов комплексно-сопряжёнными величинами, называется комплексно-сопряжённой по отношению к матрице $\mathbf{A}$ и обозначается $\mathbf{A}^*$. Для комплексно-сопряжённых матриц справедливы равенства

$$(\mathbf{A}^*)^* = \mathbf{A}; \quad (\text{П.10})$$

$$\mathbf{A}^{\text{T}*} = \mathbf{A}^{*\text{T}}. \quad (\text{П.11})$$

Матрицу, над которой выполнены операции комплексного сопряжения и транспонирования, для краткости часто обозначают $\mathbf{A}^+$, т. е. $\mathbf{A}^{\text{T}*} = \mathbf{A}^+$. Матрица $\mathbf{A}^+$ называется эрмитово сопряжённой (или сопряжённой по Эрмиту) по отношению к матрице $\mathbf{A}$. Если справедливо равенство $\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}$, то матрица называется эрмитовой или симметрической. Как видно из определения, эрмитова матрица всегда квадратная, а элементы её главной диагонали есть вещественные числа. Кроме того, элементы, симметричные относительно главной диагонали, являются комплексно сопряжёнными: $a_{mn} = a_{nm}^*$.

Матрица $\mathbf{A}$ размерности $(N + 1) \times (N + 1)$, элементы a_{ij} которой зависят только от разности индексов $i - j$, называется Теплицевой:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_0 & a_{-1} & \cdots & a_M \\ a_1 & a_0 & \cdots & a_{M+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_M & a_{M-1} & \cdots & a_0 \end{pmatrix}. \quad (\text{П.12})$$

Например, элементы вида $a_{ki} = e^{i(k-l)}$ при $k = 1, \dots, N$ и $l = 1, \dots, N$ образуют Теплицеву матрицу:

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & e^{-i} & \dots & e^{-i(M-1)} \\ e^i & 1 & \dots & e^{-i(M-2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{i(M-1)} & e^{i(M-2)} & \dots & 1 \end{vmatrix}.$$

Произведением матрицы $\mathbf{A}$ размерностью $M \times N$ на матрицу $\mathbf{B}$ размерностью $N \times L$ называется такая матрица $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$ размерности $M \times L$, элементы которой c_{ml} определяются выражением

$$c_{ml} = \sum_{n=1}^N a_{mn} b_{nl}, \quad (\text{П.13})$$

где $m = 1, \dots, M$; $l = 1, \dots, L$. При этом действие перемножения матриц записывается в виде $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$. Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ есть векторы, то при $N = 1$ их произведение есть матрица, а при $M = L = 1$ – скаляр.

В общем случае для матриц справедливы следующие соотношения:

$$\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}; \quad (\text{П.14})$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}; \quad (\text{П.15})$$

$$(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T; \quad (\text{П.16})$$

$$(\mathbf{AB})^* = \mathbf{B}^* \mathbf{A}^*; \quad (\text{П.17})$$

$$(\mathbf{AB})^+ = \mathbf{B}^+ \mathbf{A}^+; \quad (\text{П.18})$$

$$\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}. \quad (\text{П.19})$$

Если квадратная матрица $\mathbf{A}$ – неособая, то существует обратная ей матрица, обозначаемая $\mathbf{A}^{-1}$, и связанная с ней равенством

$$\mathbf{AA}^{-1} = \mathbf{I}_N. \quad (\text{П.20})$$

Для обратных матриц справедливы равенства

$$(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1} \quad (\text{П.21})$$

и

$$(\mathbf{A}^m)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^m, \quad (\text{П.22})$$

где m – степень матрицы.

Процедура получения обратной матрицы из исходной называется обращением исходной матрицы. Для диагональной матрицы процедура обращения состоит в замене каждой из диагональных компонент обратными числами. Например, если

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{vmatrix}, \text{ то } \mathbf{B}^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{1}{b_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{b_3} \end{vmatrix}. \quad (\text{П.23})$$

В последнем случае действие над каждой из компонент исходной матрицы также называется обращением соответствующей компоненты. В общем случае обращение матриц производится по более сложным алгоритмам в соответствии с определением (П.20).

Если матрица $\mathbf{A}$ – эрмитова и существует матрица $\mathbf{A}^{-1}$, то матрица $\mathbf{A}^{-1}$ тоже эрмитова. При этом справедлива формула

$$\mathbf{A}^{-1} = (\mathbf{A}^*)^{-1}. \quad (\text{П.24})$$

Процедура обращения возможна только для квадратных матриц. Вместе с тем в практических задачах может возникнуть необходимость обращения прямоугольных матриц. В этих случаях используется искусственный приём формирования так называемой псевдообратной матрицы. Свойства прямоугольных псевдообратных и квадратных обратных матриц во многом похожи. Процедура формирования псевдообратной матрицы называется псевдообращением. Псевдообращение возможно не только при полной независимости строк и столбцов, но и в тех случаях, когда независимы только строки или только столбцы прямоугольной матрицы. Если в исходной матрице $\mathbf{A}$ независимы только строки, то псевдообратная матрица $\mathbf{A}^0$ определяется соотношением

$$\mathbf{A}^0 = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \mathbf{A}^+ (\mathbf{A}\mathbf{A}^+ + \gamma \mathbf{I}_N)^{-1}. \quad (\text{П.25})$$

В случае независимости столбцов

$$\mathbf{A}^0 = \lim_{\gamma \rightarrow 0} (\mathbf{A}\mathbf{A}^+ + \gamma \mathbf{I}_N)^{-1} \mathbf{A}^+. \quad (\text{П.26})$$

Малая величина γ вводится с целью так называемой регуляризации исходной матрицы для искусственного устранения линейной зависимости

столбцов (строк). Если и столбцы и строки независимы, то $\gamma = 0$. В этом случае можно вводить псевдообратную матрицу любым из соотношений (П.25) или (П.26). Следует однако иметь в виду, что свойства псевдообратных матриц (П.25) и (П.26) несколько различны. Именно, если матрица $\mathbf{A}$ введена соотношением (П.25), то

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^0 = \mathbf{I}_N. \quad (\text{П.27})$$

Для матрицы (П.26) справедливо иное соотношение:

$$\mathbf{A}^0\mathbf{A} = \mathbf{I}_N. \quad (\text{П.28})$$

Любая матрица $\mathbf{A}^0$ обладает следующими основными свойствами:

$$(\mathbf{A}^0)^0 = \mathbf{A}; \quad (\text{П.29})$$

$$(\mathbf{A}^+)^0 = (\mathbf{A}^0)^+; \quad (\text{П.30})$$

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^0\mathbf{A} = \mathbf{A}. \quad (\text{П.31})$$

Рассмотрим характерные частные случаи. Пусть $\mathbf{A}$ – скаляр, тогда

$$A^0 = \begin{cases} A^{-1} & \text{если } A \neq 0; \\ 0 & \text{если } A = 0. \end{cases} \quad (\text{П.32})$$

Если $\mathbf{A}$ – вектор, то

$$\mathbf{A}^0 = \begin{cases} \mathbf{A}^+ / (\mathbf{A}^+ \mathbf{A}) & \text{если } \mathbf{A} \text{ – ненулевой вектор;} \\ \mathbf{0}^+ & \text{если } \mathbf{A} \text{ – нулевой вектор,} \end{cases} \quad (\text{П.33})$$

где $\mathbf{0}$ – вектор с нулевыми проекциями на орты.

Если $\mathbf{A}$ – квадратная матрица, то

$$\mathbf{A}^0 = \mathbf{A}^{-1}. \quad (\text{П.34})$$

Если элементы матрицы $\mathbf{A}$ являются функциями скалярного аргумента t (т. е. $a_{mn} = a_{mn}(t)$), то производной матричной функции $\mathbf{A}(t)$ по аргументу t называют матрицу

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \left\| \begin{array}{ccc} \frac{da_{11}(t)}{dt} & \dots & \frac{da_{1N}(t)}{dt} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{da_{M1}(t)}{dt} & \dots & \frac{da_{MN}(t)}{dt} \end{array} \right\| \quad (\text{П.35})$$

Правила дифференцирования сложной матричной функции скалярного аргумента состоят в следующем:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \frac{d\mathbf{A}}{dt} + \frac{d\mathbf{B}}{dt}; \quad (\text{П.36})$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{AB} = \mathbf{A} \frac{d\mathbf{B}}{dt} + \frac{d\mathbf{A}}{dt}\mathbf{B}; \quad (\text{П.37})$$

$$\frac{d\mathbf{A}^T}{dt} = \left(\frac{d\mathbf{A}}{dt} \right)^T. \quad (\text{П.38})$$

Интеграл от матричной функции $\mathbf{A}(t)$ по переменной t имеет вид:

$$\int_t \mathbf{A}(t) dt = \begin{vmatrix} \int_t a_{11}(t) dt & \cdots & \int_t a_{1N}(t) dt \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \int_t a_{M1}(t) dt & \cdots & \int_t a_{MN}(t) dt \end{vmatrix}. \quad (\text{П.39})$$

Рассмотрим матрицу $\|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}_N\|$, где $\mathbf{A}$ – невырожденная квадратная матрица, λ – скаляр. Многочлен, являющийся определителем данной матрицы, называется характеристическим многочленом матрицы $\mathbf{A}$. Обычно запись $\|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}_N\|$ обозначает не матрицу, а именно её определитель, т. е. соответствующий многочлен матрицы $\mathbf{A}$ и обозначается $|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}_N|$. Рассмотрим выражение, имеющее важное значение в теории матриц:

$$\|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}_N\| = 0. \quad (\text{П.40})$$

Последнее уравнение получило название характеристического. Корни характеристического уравнения $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ называются собственными значениями матрицы $\mathbf{A}$. Число собственных значений равно порядку матрицы. Совокупность всех собственных значений образует спектр квадратной матрицы.

Сумма диагональных членов квадратной матрицы $\mathbf{A}$ называется её следом и обозначается $\text{tr}\mathbf{A}$, т. е.

$$\text{tr}\mathbf{A} = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{NN}. \quad (\text{П.41})$$

Сумма собственных значений невырожденной матрицы $\mathbf{A}$ равна её следу:

$$\text{tr}\mathbf{A} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_N. \quad (\text{П.42})$$

Если все собственные значения матрицы $\mathbf{A}$ удовлетворяют неравенствам $\lambda_n > 0$ или $\lambda_n \geq 0$, то такая матрица называется соответственно положительно определённой или положительно полуопределённой. Для

положительно определённой матрицы $\mathbf{A}$ обратная матрица $\mathbf{A}^{-1}$ существует, для положительно полуопределённой – не существует.

Каждый ненулевой вектор-столбец $\mathbf{q}$, удовлетворяющий уравнению

$$\|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}_N\| \mathbf{q} = 0 \quad (\text{П.43})$$

или

$$\mathbf{A}\mathbf{q} = \lambda_n \mathbf{q} \quad (\text{П.44})$$

называется собственным вектором матрицы $\mathbf{A}$, принадлежащим собственному значению λ_n . Таким образом, умножение на собственный вектор как матрицы $\mathbf{A}$, так и её собственного значения λ_n , приводит к одному и тому же результату. Собственные векторы, принадлежащие разным собственным значениям, всегда взаимно ортогональны. Это означает, что их скалярное произведение равно нулю:

$$(\mathbf{q}_n, \mathbf{q}_{n+i}) = 0. \quad (\text{П.45})$$

Число взаимно ортогональных векторов равно порядку матрицы. Если $\mathbf{q}$ – собственный вектор, то всякий вектор $a\mathbf{q}$, где a – произвольная постоянная, тоже есть собственный вектор той же матрицы, принадлежащий тому же собственному значению.

Рассмотрим совокупность всех N взаимно ортогональных собственных векторов (вектор-столбцов) $\mathbf{q}_n$, принадлежащих разным собственным значениям λ_n матрицы $\mathbf{A}$ порядка N . Составим из этих векторов-столбцов матрицу $\mathbf{Q}$:

$$\mathbf{Q} = \|\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2 \dots \mathbf{q}_N\|. \quad (\text{П.46})$$

Данная матрица называется фундаментальной или унитарной матрицей, отвечающей матрице $\mathbf{A}$. Очевидно, если матрица $\mathbf{A}$ невырожденная, то она обладает унитарной матрицей $\mathbf{Q}$. В этом случае матрицу $\mathbf{A}$ можно привести к диагональной форме $\mathbf{\Lambda}$ посредством так называемого унитарного преобразования

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{Q}, \quad (\text{П.47})$$

где

$$\mathbf{\Lambda} = \left\| \begin{array}{ccc} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_N \end{array} \right\|.$$

Матрица $\mathbf{A}$ связана со своей унитарной матрицей $\mathbf{Q}$ соотношением

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q}\mathbf{A}\mathbf{Q}^{-1}. \quad (\text{П.48})$$

При этом для унитарной матрицы справедливо соотношение

$$\mathbf{Q}^+ = \mathbf{Q}^{-1}. \quad (\text{П.49})$$

Максимальное число линейно независимых строк (или столбцов) матрицы называется её рангом. Матрица вида

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}\mathbf{Y}^+, \quad (\text{П.50})$$

где $\mathbf{Z}$ и $\mathbf{Y}$ – векторы размерности N , имеет ранг, равный единице. Матрица ранга единица имеет одно отличное от нуля собственное значение λ_1 :

$$\lambda_1 = \mathbf{Y}^+\mathbf{Z}, \quad \lambda_n|_{n \neq 1} = 0. \quad (\text{П.51})$$

Указанному собственному значению λ_1 соответствует единственный ненулевой собственный вектор $\mathbf{q}_1$:

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{Z}. \quad (\text{П.52})$$

Если матрица $\mathbf{A}$ может быть представлена в виде:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}\mathbf{Z}^+, \quad (\text{П.53})$$

то её называют диадной (или имеющей диадную структуру). Такая матрица всегда вырожденная. Для диадной матрицы ранга единица ненулевое собственное значение определяется соотношением

$$\lambda_1 = \mathbf{Z}^+\mathbf{Z}, \quad (\text{П.54})$$

а ненулевой собственный вектор – формулой (П.52).

Квадратная матрица вида:

$$\mathbf{A} = \mathbf{I}_N + \mathbf{Z}\mathbf{Y}^+, \quad (\text{П.55})$$

где $\mathbf{Z}$ и $\mathbf{Y}$ – векторы, называется элементарной. Ранг элементарной матрицы равен единице. Элементарная матрица имеет только одно отличное от единицы собственное значение

$$\lambda_1 = 1 + \mathbf{Y}^+\mathbf{Z}. \quad (\text{П.56})$$

Этому собственному значению соответствует собственный вектор

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{Z}. \quad (\text{П.57})$$

Матрица, обратная элементарной, существует тогда и только тогда, когда

$$\mathbf{Y}^+\mathbf{Z} \neq -1. \quad (\text{П.58})$$

При выполнении последнего условия

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}_N - \mathbf{Z}\mathbf{Y}^+(1 + \mathbf{Y}^+\mathbf{Z})^{-1}. \quad (\text{П.59})$$

Операция обращения элементарной матрицы [формула (П.59)] может быть обобщена на случай, когда единичная матрица $\mathbf{I}_N$ в выражении (П.55) заменяется на произвольную обращаемую матрицу $\mathbf{B}$. Итак, если исходная матрица $\mathbf{A}$ может быть представлена в виде суммы двух матриц, ранг одной из которых равен единице:

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} + \mathbf{Z}\mathbf{Y}^+, \quad (\text{П.60})$$

то обратная матрица $\mathbf{A}^{-1}$ находится из соотношения

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B}^{-1} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{Y}^+\mathbf{B}^{-1}(1 + \mathbf{Y}^+\mathbf{B}^{-1}\mathbf{Z})^{-1}. \quad (\text{П.61})$$

Обращение суммы двух произвольных квадратных матриц производится с использованием тождества

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - (\mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}. \quad (\text{П.62})$$

В ряде случаев особенности структуры обращаемых матриц позволяют упростить операцию обращения. При этом могут быть полезными следующие равенства:

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{C}\mathbf{B}^+)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{B}^+\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{C})^{-1}\mathbf{B}^+\mathbf{A}^{-1}, \quad (\text{П.63})$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}^+\mathbf{C}\mathbf{B}^+)^{-1}\mathbf{B}^+\mathbf{C} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^+(\mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^+ + \mathbf{C}^{-1})^{-1}; \quad (\text{П.64})$$

$$\mathbf{C} - (\mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^+ + \mathbf{C}^{-1})^{-1} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{A} + \mathbf{B}^+\mathbf{C}\mathbf{B}^+)^{-1}\mathbf{B}^+\mathbf{C}. \quad (\text{П.65})$$

Матрица $\mathbf{A}$ в общем случае является комплексной:

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} + i\mathbf{C}, \quad (\text{П.66})$$

где $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ – действительные матрицы. Если обозначить

$$\mathbf{D} = \mathbf{B} + \mathbf{C} \quad (\text{П.67})$$

и

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - \mathbf{C}, \quad (\text{П.68})$$

то обратную матрицу $\mathbf{A}^{-1}$ можно получить с помощью следующих соотношений:

$$\mathbf{A}^{-1} = (\mathbf{D} + \mathbf{H}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{H})^{-1}[(\mathbf{H}\mathbf{D}^{-1} + \mathbf{I}_N) + i(\mathbf{H}\mathbf{D}^{-1} - \mathbf{I}_N)] \quad (\text{П.69})$$

или

$$\mathbf{A}^{-1} = (\mathbf{H} + \mathbf{D}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{D})^{-1}[(\mathbf{D}\mathbf{H}^{-1} + \mathbf{I}_N) + i(-\mathbf{D}\mathbf{H}^{-1} - \mathbf{I}_N)]. \quad (\text{П.70})$$

Таким образом обращение комплексной матрицы $\mathbf{A}$ сводится к обращению действительных матриц $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$ или их комбинаций.

При обработке сигналов в адаптивных антеннах часто приходится иметь дело со скалярными величинами $\mathbf{X}^+\mathbf{Y} = \mathbf{Y}^T\mathbf{X}^*$ и $\mathbf{X}^+\mathbf{A}\mathbf{X}$, где $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$ – N -мерные вектор-столбцы, $\mathbf{A}$ – симметрическая матрица. Эти величины определяются как скалярные произведения

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{X}^+\mathbf{Y} = \mathbf{Y}^T\mathbf{X}^*; \quad (\text{П.71})$$

$$(\mathbf{A}^+\mathbf{X}, \mathbf{X}) = \mathbf{X}^+\mathbf{A}\mathbf{X} = (\mathbf{X}, \mathbf{A}\mathbf{X}). \quad (\text{П.72})$$

Скаляр $\mathbf{X}^+\mathbf{A}\mathbf{X}$ при этом является квадратичной формой, т. е. однородным многочленом второй степени относительно компонент вектора $\mathbf{X}$. В последней формуле использовано важное перестановочное свойство скалярного произведения векторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$: $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$. Такое обозначение будет и далее использоваться в тех случаях, когда необходимо подчеркнуть порядок действий при наличии нескольких скалярных, векторных и матричных сомножителей.

Функция вида

$$\rho_0(\mathbf{q}) = \frac{\mathbf{q}^+\mathbf{A}\mathbf{q}}{\mathbf{q}^+\mathbf{q}}, \quad (\text{П.73})$$

где $\mathbf{q}$ – ненулевой N -мерный вектор; $\mathbf{A}$ – N -мерная квадратная матрица, называется отношением Рэлея.

Отношение Рэлея обладает следующими свойствами:

- однородность: $\rho_0(\alpha\mathbf{q}) = \rho_0(\mathbf{q})$ при $\alpha \neq 0$;
- ограниченность: $\rho_0(\mathbf{q})$ заключено в интервале $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$, когда $\mathbf{q}$ принимает любые ненулевые значения;
- стационарность: $\rho_0(\mathbf{q})$ стационарно в точке $\mathbf{q}$.

Под стационарностью понимается тот факт, что градиент $\rho_0(\alpha\mathbf{q})$ равен нулю при данном значении $\mathbf{q}$, если и только если $\mathbf{q}$ – собственный вектор матрицы $\mathbf{A}$. Равенство нулю градиента означает, что в этой точке функция $\rho_0(\mathbf{q})$ имеет экстремум.

При решении задач оптимизации (и, в частности, адаптации) используются понятия норм и градиентов векторов.

Норма вектора $\mathbf{X}$, обозначаемая $|\mathbf{X}|$, определяет длину этого вектора. В общем случае (для комплексных векторов)

$$|\mathbf{X}| = \sqrt{\mathbf{X}^+ \mathbf{X}}. \quad (\text{П.74})$$

Рассмотрим оператор градиента $\nabla_{\mathbf{Y}} F(\mathbf{Y})$ скалярной функции $F(\mathbf{Y})$ векторного аргумента $\mathbf{Y}$. Этот оператор ставит в соответствие функции $F(\mathbf{Y})$ некоторый вектор, компонентами которого являются частные производные функции $F(\mathbf{Y})$ по соответствующим составляющим y_n вектора $\mathbf{Y}$. Если вектор $\mathbf{Y}$ – действительный, то

$$\nabla_{\mathbf{Y}} F(\mathbf{Y}) \stackrel{\text{def}}{=} \left| \frac{\partial F}{\partial y_1}, \frac{\partial F}{\partial y_2}, \dots, \frac{\partial F}{\partial y_N} \right|. \quad (\text{П.75})$$

В том случае, когда элемент y_n вектора $\mathbf{Y}$ является комплексным (т. е. $y_n = \alpha_n + i\beta_n$), частная производная функции $F(\mathbf{Y})$ содержит действительную и мнимую составляющие:

$$\frac{\partial}{\partial y_n} F \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\partial}{\partial \alpha_n} + i \frac{\partial}{\partial \beta_n} \right) F = \frac{\partial F}{\partial y_n} = \frac{\partial F}{\partial \alpha_n} + i \frac{\partial F}{\partial \beta_n}. \quad (\text{П.76})$$

Для действительных векторов $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$ и симметрической матрицы $\mathbf{A}$ широко применяются следующие формулы для вычисления градиентов функций:

$$\nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{Y}^T \mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}; \quad (\text{П.77})$$

$$\nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T \mathbf{A} \mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{Y}; \quad (\text{П.78})$$

$$\nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T \mathbf{A} \mathbf{X} = 2\mathbf{A} \mathbf{X}; \quad (\text{П.79})$$

$$\nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} = \mathbf{Y}. \quad (\text{П.80})$$

Если функция $F(\mathbf{Y})$ комплексная, то частная производная $F(\mathbf{Y})$ по комплексному аргументу $\mathbf{Y}$ определяется по формуле

$$\frac{\partial}{\partial y_n} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \alpha_n} + i \frac{\partial}{\partial \beta_n} \right). \quad (\text{П.81})$$

С учётом (П.81) для комплексных векторов $\mathbf{X}$ и $\mathbf{Y}$:

$$\nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{Y}^+ \mathbf{A} \mathbf{X}^* = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}^*; \quad (\text{П.82})$$

$$\nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{X}^+ \mathbf{A} \mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{Y}; \quad (\text{П.83})$$

$$\nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{X}^+ \mathbf{A} \mathbf{X} = 2\mathbf{A} \mathbf{X}; \quad (\text{П.84})$$

$$\partial(\mathbf{AB})/\partial\mathbf{Y} = \partial\mathbf{A}/\partial\mathbf{Y} \cdot \mathbf{B} + \partial\mathbf{B}^+/\partial\mathbf{Y} \cdot \mathbf{A}^+. \quad (\text{П.85})$$

В процессе решения оптимизационных задач широко используются процедуры ортогонализации векторов и так называемые проекционные операторы. Остановимся на них более подробно.

Если ортонормированная система векторов $\mathbf{Y}_i$ является базисом, то такой базис называется ортонормированным. Ортонормированный базис можно получить, например, методом ортогонализации Грама – Шмидта из векторного пространства конечной размерности путём последовательной ортогонализации. Если $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_N$ – базис некоторого пространства, то из него получают ортогональную систему $\hat{\mathbf{Y}}_1, \hat{\mathbf{Y}}_2, \dots, \hat{\mathbf{Y}}_N$, где

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}}_1 &= \mathbf{Y}_1; \\ \hat{\mathbf{Y}}_k &= \mathbf{Y}_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\hat{\mathbf{Y}}_i \hat{\mathbf{Y}}_i^+}{\hat{\mathbf{Y}}_i^+ \hat{\mathbf{Y}}_i} \mathbf{Y}_k = \left(\mathbf{I}_N - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\hat{\mathbf{Y}}_i \hat{\mathbf{Y}}_i^+}{\hat{\mathbf{Y}}_i^+ \hat{\mathbf{Y}}_i} \right) \mathbf{Y}_k. \end{aligned} \right\}, \quad (\text{П.86})$$

Здесь $k = 2, 3, \dots, N$.

Обозначим

$$\sum_{i=1}^{k-1} \frac{\hat{\mathbf{Y}}_i \hat{\mathbf{Y}}_i^+}{\hat{\mathbf{Y}}_i^+ \hat{\mathbf{Y}}_i} = \mathbf{P}_k, \quad (\text{П.87})$$

тогда

$$\hat{\mathbf{Y}}_k = (\mathbf{I}_N - \mathbf{P}_k) \mathbf{Y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{Y}_k, \quad (\text{П.88})$$

где $\mathbf{H}_k = (\mathbf{I}_N - \mathbf{P}_k)$.

При этом матрицы $\mathbf{P}_k$ и $\mathbf{H}_k$ называются проекционными операторами и вычисляются рекуррентно по формулам

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} - \frac{\hat{\mathbf{Y}}_{k-1} \hat{\mathbf{Y}}_{k-1}^+}{\hat{\mathbf{Y}}_{k-1}^+ \hat{\mathbf{Y}}_{k-1}}; \quad \mathbf{P}_0 = 0; \quad (\text{П.89})$$

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{H}_{k-1} - \frac{\hat{\mathbf{Y}}_{k-1} \hat{\mathbf{Y}}_{k-1}^+}{\hat{\mathbf{Y}}_{k-1}^+ \hat{\mathbf{Y}}_{k-1}}; \quad \mathbf{H}_0 = \mathbf{I}_N. \quad (\text{П.90})$$

Вектор $\hat{\mathbf{Y}}_k$ строится как вектор, ортогональный всем предыдущим $k-1$ векторам. Операторы $\mathbf{P}_k$ и $\mathbf{H}_k$ дополняют друг друга до полного N -мерного пространства, т. е.

$$\mathbf{P}_k + \mathbf{H}_k = \mathbf{I}_N. \quad (\text{П.91})$$

При этом данные проекционные операторы ортогональны между собой, т. е.

$$(\mathbf{P}_k, \mathbf{H}_k) = 0. \quad (\text{П.92})$$

Операторы $\mathbf{P}_k$ и $\mathbf{H}_k$ обладают следующими свойствами:

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^+; \quad (\text{П.93})$$

$$\mathbf{P}_k \mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k; \quad (\text{П.94})$$

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{H}_k^+; \quad (\text{П.95})$$

$$\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k = \mathbf{H}_k. \quad (\text{П.96})$$

Действительно, любой вектор $\mathbf{Y}_i$ можно представить в виде суммы двух проекций

$$\mathbf{Y}_i = \hat{\mathbf{Y}}_i + \hat{\mathbf{Y}}_{\perp i}, \quad (\text{П.97})$$

где $\hat{\mathbf{Y}}_i = (\mathbf{I}_N - \mathbf{P})\mathbf{Y}_i$; $\hat{\mathbf{Y}}_{\perp i} = \mathbf{P}\mathbf{Y}_i$.

В двумерном случае такое разложение может быть проиллюстрировано рис. П.1. Построение ортогонального базиса $\hat{\mathbf{Y}}_1, \hat{\mathbf{Y}}_2$ из исходного $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2$ в двумерном случае показано на рис. П.2.

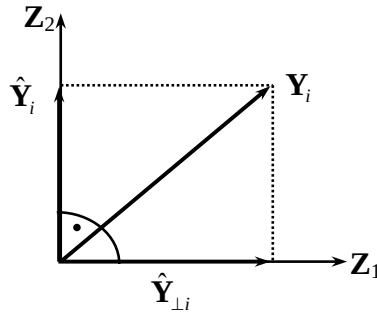


Рис. П.1

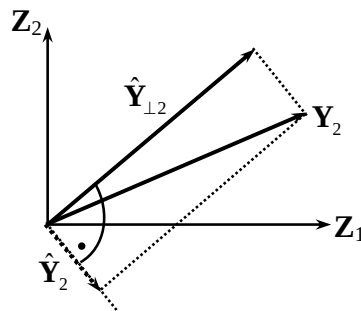


Рис. П.2

Рассмотрим случай, когда имеется некоторый базис, не обязательно ортогональный, который характеризуется прямоугольной матрицей $\mathbf{A}$ размерности $N \times M$ со столбцами $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_M$ ($M < N$). Для того, чтобы построить новый вектор $\hat{\mathbf{a}}$, ортогональный всем столбцам матрицы $\mathbf{A}$, необходимо решить систему уравнений

$$\hat{\mathbf{a}}^+ \mathbf{A} = 0. \quad (\text{П.98})$$

Решением данной системы является вектор

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{I}_N - \mathbf{A}\mathbf{A}^0)\mathbf{A}, \quad (\text{П.99})$$

где $\mathbf{A}^0$ – псевдообратная матрица.

Обозначим

$$\mathbf{I}_N - \mathbf{A}\mathbf{A}^0 = \mathbf{I}_N - \mathbf{P} = \mathbf{H}, \quad (\text{П.100})$$

где $\mathbf{P} = \mathbf{A}\mathbf{A}^0$. Матрица $\mathbf{P}$ называется оператором ортогонального проектирования на подпространство, образованное столбцами матрицы $\mathbf{A}$. Матрица

$\mathbf{I}_N - \mathbf{P} = \mathbf{H}$ называется оператором ортогонального проектирования на подпространство, ортогональное подпространству, образованному столбцами матрицы $\mathbf{A}$.

В случае, когда матрица $\mathbf{A}$ состоит из линейно независимых строк:

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}^0 \mathbf{A}. \quad (\text{П.101})$$

При этом оператор $\mathbf{P}$ является оператором ортогонального проектирования на подпространство, образованное строками матрицы $\mathbf{A}$.

Обозначим символом $\mathbf{A}_m$ матрицу, имеющую m линейно независимых столбцов, а символами $\mathbf{H}_m$ и $\mathbf{P}_m$ – соответствующие ей операторы ортогонального проектирования. В этом случае оператор $\mathbf{H}_m = \mathbf{I}_m - \mathbf{P}_m = \mathbf{I}_m - \mathbf{A}_m \mathbf{A}_m^0$ может вычисляться рекуррентно по формуле

$$\mathbf{H}_m = \mathbf{H}_{m-1} - \frac{\mathbf{H}_{m-1} \mathbf{A}_m \mathbf{A}_m^+ \mathbf{H}_{m-1}}{|\mathbf{H}_{m-1} \mathbf{A}_m|^2}, \quad (\text{П.102})$$

где $\mathbf{H}_{m-1} = \mathbf{I}_N - \mathbf{A}_{m-1} \mathbf{A}_{m-1}^0$; $\mathbf{H}_0 = \mathbf{I}_N$; $\mathbf{A}_{m-1}$ – матрица размерностью $N \times (m-1)$, образованная $(m-1)$ первыми столбцами матрицы $\mathbf{A}_m$.



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Миссия университета – генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

КАФЕДРА БЕСПРОВОДНЫХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

Кафедра основана в 2011 году группой специалистов в области электросвязи, занимающихся научно-исследовательской и практической деятельностью, и уже зарекомендовала себя как динамично развивающееся подразделение университета.

Основной упор при подготовке студентов делается на обучении основам построения и функционирования систем, сетей и технологий беспроводной связи. В процессе обучения изучаются современные и перспективные технологии сотовой связи (GSM, UMTS, LTE), телевидения и радиовещания (DVB-T/H, DRM), спутниковой связи и навигации (ГЛОНАСС, GPS), а также технологий специализированной связи.

Во время обучения уделяется особое внимание услугам в сетях беспроводной связи: мобильное телевидение, мобильный Интернет, IP-телефония и др.

Григорьев Владимир Александрович, Щесняк Сергей Станиславович,
Гулюшин Валерий Леонидович, Распаев Юрий Алексеевич,
Хворов Игорь Алексеевич, Щесняк Анна Сергеевна

Адаптивные антенные решетки

Учебное пособие

Часть 2

В авторской редакции

Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Подписано к печати

Заказ №

Тираж

Отпечатано на ризографе