

Для иллюстрации возможностей объединения описанных программируемых модулей в более сложные вычислительные структуры рассмотрим устройство, предназначенное для вычисления полиномов вида $a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$. Известен табличный способ вычисления подобных полиномов. Существует и другой способ, не требующий предварительного табулирования полинома. При этом (рис. 7.25) используются фиксированные отображения для всех степеней x — $x, x^2, x^3, \dots, x^{n-1}, x^n$, которые реализуются в виде волоконно-оптических узлов, стыкуемых со входами программируемых модулей. Коэффициенты полинома вводятся в умножители с электрического входа, а значение переменной x — с оптического. К выходам множителей переключаются модули, запрограммированные в качестве сумматоров, которые осуществляют суммирование различных степеней x с их коэффициентами. На рисунке показан пример вычисления полинома $3x^3 + x^2 + 4x + 3$ при $x = 3$.

Оценим быстродействие такого устройства. Время, требуемое для вычисления одного значения полинома, складывается из времени, необходимого для установки сумматоров на суммирование с остатками, полученными умножителями, и продолжительности распространения светового импульса через 4 модуля. Время распространения световой волны через один модуль, размер которого оценивается в 1,3 см, составляет около 40 пс. Время установки сумматора складывается из времени срабатывания фотоприемника ($\sim 0,5$ нс), времени перехода управляющего триггера из одного состояния в другое (~ 1 нс), времени переключения волноводного элемента (~ 20 пс); оно составляет около 1,5 нс. Допустим, что еще 1,5 нс требуется для прохождения светового импульса через сумматор и перехода триггеров в исходное состояние. Следовательно, полный цикл работы устройства будет равен 3 нс. Вследствие параллельности структуры время вычисления приблизительно одинаково для полиномов любого конечного порядка.

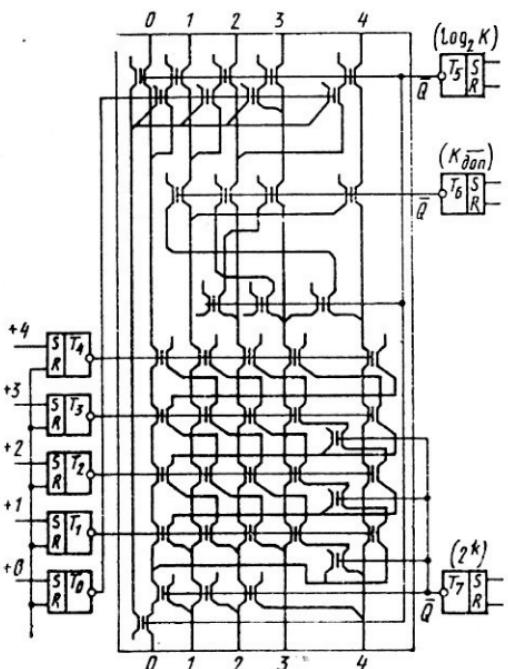


Рис. 7.24. Схема программируемого арифметического модуля в остаточных классах

Одними из важнейших операций при решении множества прикладных задач, например, обработки изображений, являются векторные и матричные операции. На основе программируемых остаточных модулей можно построить вычислительные устройства для умножения матрицы на вектор, матрицы на матрицу и другие операции. Рассмотрим организацию устройства для

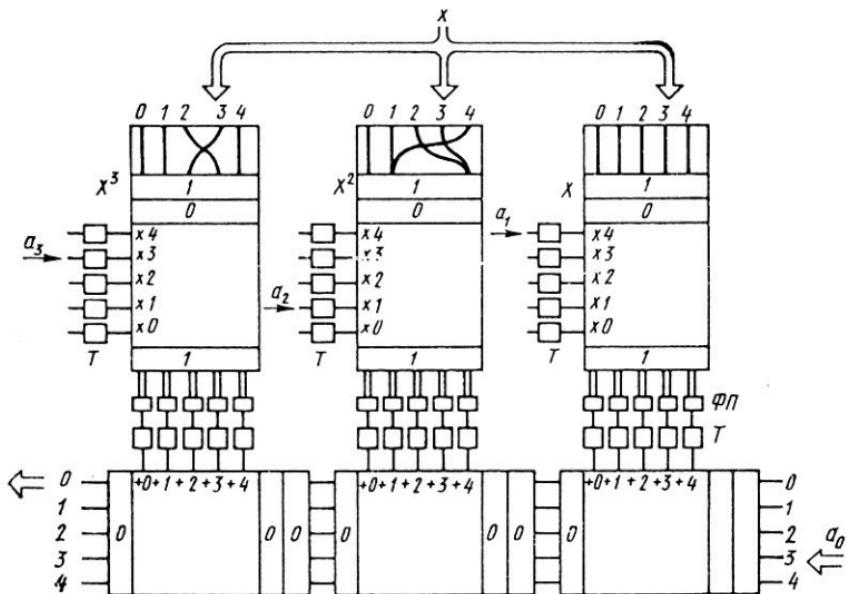


Рис. 7.25. Схема остаточного устройства для вычисления полиномов третьей степени

перемножения матриц, представленного на рис. 7.26. Устройство выполняет матричную операцию $C = AB$, где A — матрица размерности $m \times n$; B — матрица размерности $n \times p$. Элементы основной матрицы B вводятся в умножители с электрического входа и хранятся как сомножители. Элементы матрицы A проходят через умножители строка за строкой, устанавливая в определенное состояние соответствующие сумматоры. Световые импульсы, поступающие на входы сумматоров, проходят через горизонтальные ряды сумматоров, образуя на выходе остаточные значения одной строки результирующей матрицы C : $C_{ij} = \sum_{s=1}^n A_{i,s} B_{s,j}$, где $j = 1, 2, \dots, p$. После этого

триггеры, управляющие состоянием сумматоров, вновь переходят в исходные состояния, разрешая прием на входы умножителей элементов следующей строки матрицы A . На этом заканчивается один цикл работы устройства. Вся операция перемножения завершается за m циклов.

Если, как и ранее, время задержки светового импульса на модуле примем равным 40 пс, а время установки сумматора равным 3 нс, то время, требуемое для перемножения двух матриц, можно оценить как $m(3 + 0,04n)$ нс. Для матриц размерностью 100×100 это время составит $100(3 + 0,04 \cdot 100) = 0,7$ мкс. Для сравнения отметим, что на универсальной ЭВМ быстродействием 100 тыс. оп/с перемножение таких матриц занимает несколько десятков секунд.

Для реализации устройства необходимо $2np$ программируемых остаточных модулей. Если $n = p = 100$, то требуется большое число модулей — $2 \cdot 10^4$. В таких устройствах задержка светового импульса на сумматорах становится уже соизмеримой со временем их установки. Однако основное ограничение обусловлено оптическими потерями в волноводах, т. е. затуханием световой волны и разбросом амплитуд световых импульсов на выходе устройства. Затраты на оборудование могут быть существенными — до $2n$ модулей при организации только одного ряда умножителей и сумматоров. В этом случае устройство за один цикл работы вычисляет только один элемент матрицы. Следовательно, время перемножения матриц увеличивается в p раз и для рассмотренного примера составит порядка 0,1 мс.

Остаточные устройства преобразования кодов чисел. Рассмотрим устройства, реализующие алгоритмы перевода чисел из позиционной системы счисления в систему остаточных классов.

Рассмотрим устройство перевода чисел в СОК. Обычно в системах обработки сигналов входной аналоговый сигнал с помощью аналого-

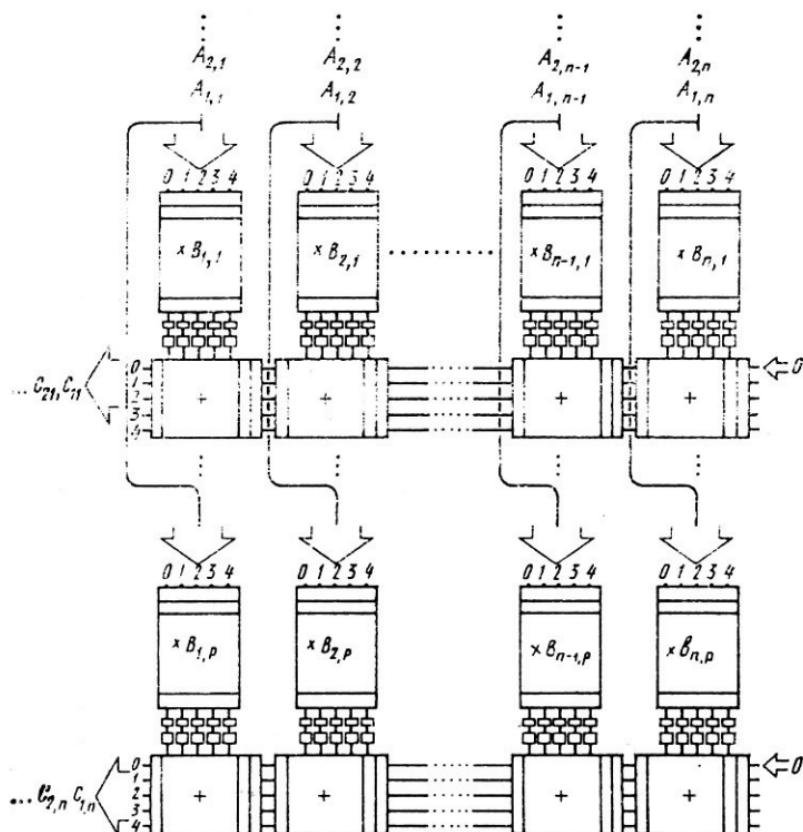


Рис. 7.26. Структура остаточного устройства для перемножения матриц

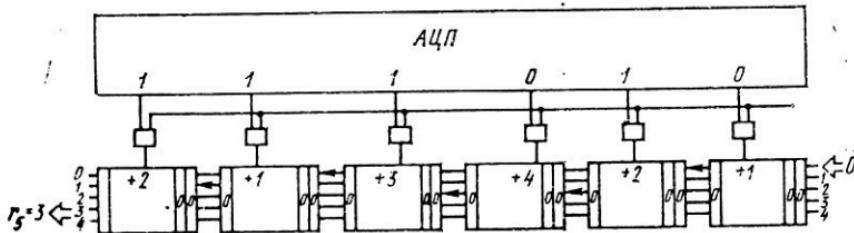


Рис. 7.27. Схема устройства преобразования двоичного кода в остаточный

цифрового преобразователя АЦП преобразуется в двоичный код. Двоичный код числа просто переводится в СОК с помощью устройства, структура которого приведена на рис. 7.27. Сумматоры преобразователя устанавливаются в фиксированные состояния, определяемые остаточными представлениями степеней 2 — основания исходной системы: $[2^0]_5 = 1$, $[2^1]_5 = 2$, $[2^2]_5 = 4$, $[2^3]_5 = 3$, $[2^4]_5 = 1$, $[2^5]_5 = 2$, $[2^6]_5 = 4$, $[2^7]_5 = 3$ и т. д. Время преобразования двоичного кода числа в остаточный код составит около 3 нс. Поскольку получение остаточных кодов по другим модулям СОК осуществляется параллельно, это время характеризует скорость перевода чисел для любого набора модулей.

Перевод чисел из СОК в позиционную систему является более сложной операцией. Наиболее эффективным является алгоритм преобразования остатков в систему со смешанным основанием, рассмотренный ранее. Основное преимущество данного алгоритма состоит в том, что он довольно просто реализуется в СОК на основе программируемых остаточных модулей. Указанный алгоритм удобно представить схематически, как показано на рис. 7.28, для модулей $m = 3, 5$ и 7 . Преобразователь кодов, реализующий данный алгоритм, имеет подобную структуру: он состоит из двух каскадов остаточных вычитателей и умножителей. В общем случае преобразователь состоит из $n - 1$ каскадов остаточных вычитателей и умножителей, где n — число модулей выбранной СОК. Недостаток алгоритма состоит в последовательном образовании весовых коэффициентов a_0, a_1, \dots, a_{n-1} разложения числа x в системе со смешанным основанием, что может затруднить синхронизацию преобразователя с последующими узлами. Чтобы получить искомые коэффициенты одновременно, необходимо задержать ранее полученные коэффициенты до образования последующих, т. е. a_0 задержать до образования a_1 ; a_0, a_1 — до образования a_2 и т. д. Это может быть осуществлено с помощью схемы, приведенной на рис. 7.29. Световой сигнал, вышедший из элемента одного каскада, детектируется фотоприемником и заносится на триг-

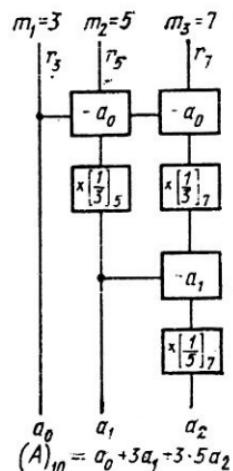


Рис. 7.28. Схема преобразования остаточного кода в десятичный

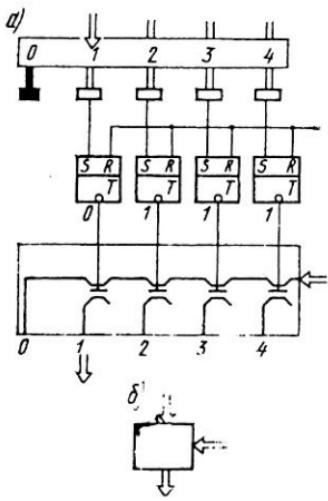


Рис. 7.29. Схема элемента памяти с оптической схемой считывания:
а - логическая схема; б - условное обозначение

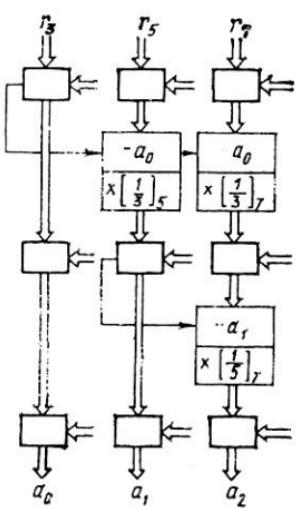


Рис. 7.30. Схема преобразователя остаточного кода в десятичный

герный регистр, где и хранится до поступления светового импульса в интегрально-оптический вентиль, управляющие электроды которого связаны с выходами триггеров. Следовательно, световая волна распространяется далее по тому волноводу, электрод которого связан с триггером, находящимся в единичном состоянии. Таким образом, данная схема представляет собой элемент памяти с электрическим входом и оптическим считыванием.

Структурная схема преобразователя кода из остаточных классов в систему со смешанным основанием, построенного с использованием описанных элементов памяти, представлена на рис. 7.30. Преобразуемый остаточный код числа хранится на триггерных регистрах первого каскада элементов памяти. Первый каскад программируемых модулей настроен на последовательное выполнение операций вычитания ($a_i - a_0$) и умножения полученного результата на инверсный множитель $[1/m_1]_{m_i}$. Поскольку инверсные множители фиксированы, операция остаточного умножения может быть реализована фиксированными отображениями. Световые импульсы, введенные в интегрально-оптические вентили элементов памяти, выбирают остаточный код числа, хранящийся на триггерных регистрах, и проходят через вычитатели и умножители. Фотоприемники преобразуют импульсы в электрические сигналы и заносят в триггерные регистры второго каскада элементов памяти. На этом этапе образуется коэффициент a_1 . Световой сигнал, несущий коэффициент a_1 , устанавливает также второй каскад вычитателей на выполнение операции ($a_i - a_1$), где $i \geq 1$. После этого световые

импульсы вводятся в элементы памяти второго каскада. Они выбирают промежуточные результаты, хранящиеся в триггерных регистрах, и проходят через вычитатели и умножители второго каскада и т. д.; процесс продолжается до получения всех коэффициентов. Десятичный код числа вычисляется по известной формуле (7.22) с помощью десятичного арифметического устройства.

Рассмотренный преобразователь остаточного кода в систему со смешанным основанием является важным узлом оптоэлектронных вычислительных устройств в СОК, так как он используется в устройствах, реализующих такие операции, как обнаружение переполнения, сравнение величин и т. п., трудно реализуемых в СОК.

Оптоэлектронные вычислительные устройства в СОК целесообразно проектировать в виде специализированных вычислительных блоков, предназначенных для реализации трудоемких вычислительных процессов, базирующихся на операциях векторного и матричного умножения и сложения. Высокая производительность таких вычислительных устройств достигается благодаря их параллельной организации. Достоинством специализированных вычислительных блоков в СОК является и то, что часть данных, постоянно участвующих в вычислительном процессе, заносится и хранится в программируемых модулях блока. Например, в остаточном устройстве рис. 7.26 для перемножения матриц — это элементы основной матрицы **B**, которые хранятся в умножителях. Это повышает быстродействие блока и является особенно ценным для вычитательных устройств, работающих в реальном масштабе времени.

В качестве источников света целесообразно использовать полупроводниковые инжекционные лазеры с электронными схемами модуляции и управления, которые могут быть выполнены совместно с интегрально-оптическими узлами в едином технологическом процессе. Очевидно, что ряд функциональных узлов, например преобразователь двоичного кода числа в остаточный (см. рис. 7.27), может быть реализован более простой схемой. Однако использование унифицированных модулей при построении вычислительных устройств делает его структуру однородной и при серийном производстве является более экономичным.

Предполагается, что оптико-электронные вычислительные устройства в СОК найдут широкое применение в системах обработки изображений для реализации таких важных и вместе с тем трудоемких математических операций, как преобразования Фурье и Адамара, линейная фильтрация и корреляционная обработка. Такие вычислительные устройства способны реализовать алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ) для 1024 точек в микросекундном диапазоне вместо миллисекундного, требуемого для реализации на электронных фурье-процессорах.

§ 7.4. Табличное операционное устройство на основе ГПЗУ

Табличная реализация арифметических и логических операций, а также функциональных преобразований используется в вычислительной технике, когда требуется достичь максимального быстродействия [51]. Под табличной реализацией функции f_k двух входных переменных

$$z_{i,j} = f_k(x_i, y_j) \quad (7.23)$$

понимается организация такой таблицы, в которой каждой комбинации x_i и y_j соответствует единственное значение выходной переменной (результата операции) $z_{i,j}$. Такие таблицы вводятся и хранятся в памяти вычислительной машины. Исполнительный адрес результата табличной операции обычно образуется с использованием операндов искомой организации. Далее остается считать из памяти результат данной операции; если он является промежуточным, то нужно вновь обратиться к таблице.

Для хранения таблиц можно применять как ОЗУ, так и ПЗУ. Построение табличных операционных устройств на основе ПЗУ обладает рядом достоинств, позволяющих повысить эффективность табличных операций. Использование ГПЗУ страничной организации для хранения таблиц еще более упрощает реализацию табличных операционных устройств и открывает возможность параллельной обработки.

Рассмотрим структуру и функционирование табличных операционных устройств на основе ГПЗУ.

Объем памяти, требующийся для хранения таблиц для K операций вида (7.23), можно оценить следующим образом:

$$C = \sum_{k=1}^K l_k 2^{m+n}, \quad (7.24)$$

где l_k — разрядность результата k -й операции; m, n — разрядности операндов x и y . Если $m = n = l_k$, что справедливо для большинства операций универсальной ЭВМ, то соотношение (7.24) упрощается:

$$C = K m 2^{2m}. \quad (7.25)$$

Система команд современных универсальных ЭВМ включает 100 и более операций над операндами, имеющими 32 и более двоичных разрядов. Для табличной реализации такой системы команд потребуется память емкостью $C \sim 100 \times 32 \times 2^{64} \approx 10^{23}$ бит. Следовательно, задача построения табличного операционного устройства с развитой системой команд и требуемыми форматами данных является практически неразрешимой.

Соотношения (7.24) и (7.25) не учитывают специфики организации таблиц: коммутативность входных operandов, что имеет место для большинства операций; возможность использования специального кодирования; возможность ступенчатой организации работы операционного

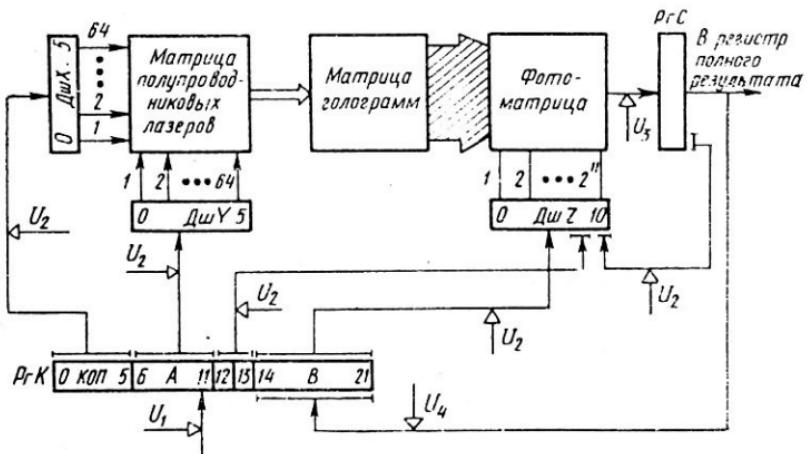


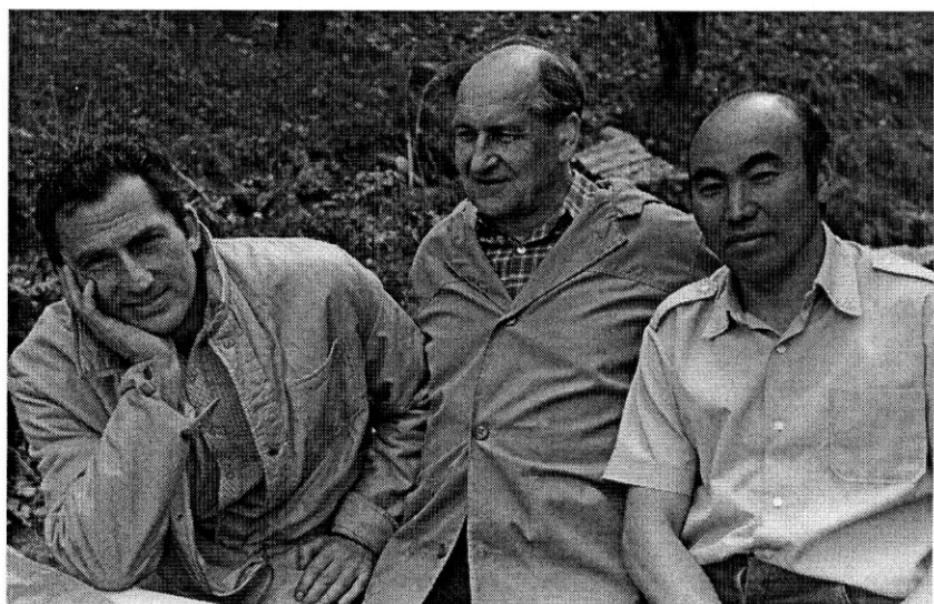
Рис. 7.31. Схема табличного операционного устройства на основе ГПЗУ

устройства и т. п. Учет этих факторов позволяет существенно сократить объем таблиц [43].

Практически реальным является создание табличных операционных устройств, работающих с малоформатными операндами, например байтовыми. Используя таблично-алгоритмические методы обработки данных, операции над многобайтовыми операндами нетрудно свести к последовательно-параллельному выполнению операции над отдельными байтами. Кроме того, имеется большой класс задач, не требующих точности выше 0,01 %, что достигается при разрядности operandов, равной 12. В этом случае для хранения таблиц требуется ПЗУ емкостью порядка 10^{10} бит, что реализуемо на современном технологическом уровне развития ГПЗУ.

Структура байтового табличного операционного устройства на основе ГПЗУ с матрицей полупроводниковых инжекционных лазеров и страничной организацией представлена на рис. 7.31. Таблицы разбиты на страницы объемом 128×128 бит. Каждая страница записана в виде отдельной фурье-голограммы. Матрица голограмм состоит из 64×64 голограмм по числу излучателей в матрице лазеров. Следовательно, емкость ГПЗУ составляет примерно 10^8 бит, что достаточно для реализации байтового табличного операционного устройства. Устройство может выполнять 64 различных операций над байтовыми operandами с получением результата в формате 2 байт.

Устройство функционирует следующим образом. Текущая команда программы по микрокоманде U_1 заносится в регистр команды PrK . Первые шесть разрядов представляют код операции KOP . Затем следуют два поля A и B по 8 разрядов, в которых находятся непосредственно сами operandы. По микрокоманде U_2 содержимое PrK передается на дешифраторы $DshX$, $DshY$ и $DshZ$. Дешифраторы $DshX$ и $DshY$



Профессора И. К. Мешковский, Г. Н. Дульнев, А. А. Акаев на отдыхе. 1981 год

формируют адрес (x_i, y_j) страницы (гологramмы или соответствующего лазера), в которой находится множество значений выходной величины для заданной операции при заданном операнде A . Дешифратор DzZ формирует адрес двухбайтового слова в странице, являющегося искомым результатом. Лазер с координатой (x_i, y_j) инжеектируется и генерирует пучок когерентного излучения, которое освещает голограмму с координатой (x_i, y_j) . Освещенная голограмма восстанавливает изображение страницы двоичной информации, которое проецируется на фотоматрицу. Последняя детектирует оптическое изображение страницы и запоминает ее во встроенной транзисторной памяти с пословной организацией. По микрокоманде U_3 слово с адресом z_3 , являющееся искомым результатом, выбирается из памяти фотоматрицы и заносится в регистр промежуточных результатов PzC . Старший разряд данного регистра содержит цифру переноса; если обрабатываются многобайтовые операнды, то сигнал переноса поступает в младший разряд DzZ и участвует в выборке следующей части результата. Так как число на PzC является частью результата данной операции, оно переписывается в специальный многобайтовый регистр результата, где за несколько тактов составляется полный результат. В том случае, когда результат данной операции является одним из операндов следующей операции, содержимое PzC по микрокоманде U_4 заносится в поле $B PzK$.

Табличные операционные устройства в СОК. Использование СОК резко снижает требование к емкости памяти, применяемой к табличных устройствах обработки информации, открывая возможность создания последних для данных широкоиспользуемого формата, в частности 4 байта. Действительно, если m_1, m_2, \dots, m_n — модули СОК, то затраты памяти при табличной реализации системы команд из K операций можно оценить по формуле

$$C_{(m)} = K \sum_{i=1}^n \{ \lceil \text{ent} \log_2 (m_i - 1) \rceil + 1 \} m_i^2. \quad (7.26)$$

Предполагается, что для реализации любой операции требуется одинаковый объем памяти. Выражение в квадратных скобках определяет число двоичных разрядов, необходимых для представления модулей m_i , а каждый член суммы в фигурных скобках — затраты памяти на реализацию одной операции по одному модулю m_i . Результат суммирования характеризует затраты памяти на реализацию одной операции из системы команд.

Число модулей и их значения должны выбираться из условия

$$M = \sum_{i=1}^n m_i \geq R_{\max}, \quad (7.27)$$

где R_{\max} — диапазон представления операндов и результатов операций над ними. Для широко распространенного формата данных, равного 4 байтам, $R_{\max} = 10^{11}$. Если выбирать малые модули, то их число будет велико. При этом таблицы и их реализация по каждому модулю

Таблица 7.4

m_i	$C_{(m)}^1$	M	$C_{(2)}^1$	m_i	$C_{(m)}^1$	M	$C_{(2)}^1$
2	4	$2.0 \cdot 10^0$	$4.0 \cdot 10^0$	17	2849	$5.1 \cdot 10^5$	$2.0 \cdot 10^{13}$
3	22	$6.0 \cdot 10^0$	$1.9 \cdot 10^0$	19	4654	$9.6 \cdot 10^6$	$2.4 \cdot 10^{12}$
5	97	$3.0 \cdot 10^1$	$5.1 \cdot 10^3$	23	7299	$2.9 \cdot 10^8$	$3.0 \cdot 10^{20}$
7	244	$2.1 \cdot 10^2$	$5.1 \cdot 10^5$	29	11504	$6.5 \cdot 10^9$	$3.0 \cdot 10^{23}$
11	728	$2.3 \cdot 10^3$	$1.9 \cdot 10^8$	31	16309	$2.0 \cdot 10^{11}$	$4.0 \cdot 10^{26}$
13	1404	$3.0 \cdot 10^4$	$1.5 \cdot 10^{10}$				

упрощаются, однако возрастает время выполнения немодульных операций, требующих последовательной обработки результатов по всем основаниям СОК.

Чтобы диапазон представимых чисел в СОК составил $R_{\max} = 10^{11}$, в качестве модулей системы можно выбрать первые 11 простых чисел: $m_1 = 2, m_2 = 3, m_3 = 5, m_4 = 7, m_5 = 11, m_6 = 13, m_7 = 17, m_8 = 19, m_9 = 23, m_{10} = 29, m_{11} = 31$ либо следующие шесть чисел: $m_1 = 101, m_2 = 103, m_3 = 107, m_4 = 109, m_5 = 113, m_6 = 127$.

Выбор модулей СОК осуществляется так, чтобы добиться компромисса между аппаратурными затратами и быстродействием табличного операционного устройства.

В табл. 7.4 указаны затраты памяти при табличной реализации одной операции в СОК $C_{(m)}^1$ для первых 11 модулей, а также диапазон представимых чисел больший, чем 10^{11} , при этом для табличной реализации одной операции над 32-разрядными операндами требуется память емкостью $1.7 \cdot 10^7$ бит. Если число операций в системе команд не превышает 100, то для построения табличного операционного устройства в СОК нужно ГПЗУ емкостью порядка 10^6 бит, которое реализуется в компактном виде с использованием матрицы полупроводниковых лазеров.

Рассмотрим особенности построения табличных операционных устройств в СОК. Поскольку разряды результата при любых операциях в СОК образуются независимо, в операционном устройстве может быть выделен ряд каналов по числу модулей, работающих значительную часть процессорного времени независимо и параллельно. Эти каналы могут быть оформлены в виде типовой конструкции, что обеспечит однородность структуры устройства и простоту его резервирования. Струк-

$$C_2^1 = (\text{ent} | \log_2 M | + 1) 2^{\text{ent} + \log_2 M + 1}$$

Из рассмотрения таблицы видно, что затраты памяти при реализации табличного операционного устройства в СОК несравненно меньше, чем в позиционной системе счисления. Используя первые 11 простых чисел в качестве модулей СОК, можно обеспечить диапазон представимых чисел больший, чем 10^{11} , при этом для табличной реализации одной операции над 32-разрядными операндами требуется память емкостью $1.7 \cdot 10^7$ бит. Если число операций в системе команд не превышает 100, то для построения табличного операционного устройства в СОК нужно ГПЗУ емкостью порядка 10^6 бит, которое реализуется в компактном виде с использованием матрицы полупроводниковых лазеров.

Рассмотрим особенности построения табличных операционных устройств в СОК. Поскольку разряды результата при любых операциях в СОК образуются независимо, в операционном устройстве может быть выделен ряд каналов по числу модулей, работающих значительную часть процессорного времени независимо и параллельно. Эти каналы могут быть оформлены в виде типовой конструкции, что обеспечит однородность структуры устройства и простоту его резервирования. Струк-

тура типового канала табличного операционного устройства в СОК отличается от структуры схемы, приведенной на рис. 7.31, лишь наличием разрядности. Код операции и операнды, как и ранее, интерпретируются как адрес результата операции, который хранится в табличной форме в ГПЗУ. Пример составления таблицы в СОК дан в § 7.3 (см. табл. 7.3).

Дальнейшего уменьшения объемов таблиц можно добиться путем реализации типового канала в многоступенчатой СОК. Например, табличное операционное устройство в одноступенчатой СОК с модулями 101, 103, 107, 109, 113, 127, для которой на 100 операций необходима память емкостью порядка 10^8 бит, может быть реализовано в двухступенчатой СОК. Так как каждый канал оперирует семиразрядными operandами в диапазоне представимых чисел $R_{\max} = 128$, в качестве модулей второй ступени можно выбрать следующие числа: 2, 3, 5 и 7. Объем памяти, требуемый для реализации такого канала, равен 244 (см. табл. 7.4). Общий объем памяти, необходимый на 6 каналов и 100 операций, составит $244 \times 6 \times 100 \approx 1.5 \cdot 10^5$ бит, что почти на три порядка меньше, чем при одноступенчатой реализации.

Для перевода чисел из позиционной системы счисления в СОК и обратно, а также для выполнения немодульных (позиционных) операций табличное операционное устройство целесообразно снабдить остаточными устройствами преобразования кодов чисел, подобными описанным в § 7.3. Следует отметить, что все же табличные операционные блоки в СОК не могут быть универсальными; они проектируются как узкоспециализированные для обработки задач, алгоритмы решения которых основаны на операциях сложения (вычитания) и умножения, поскольку деление и ряд других операций в СОК в общем случае неприменимы.

§ 7.5. Оптоэлектронный табличный операционный блок с управляемыми операторами

Советский ученый академик Н. Г. Басов предложил принцип хранения в памяти табличного процессора операторов вместо результатов операций [44]. В ряде работ им были изложены принципы построения оптоэлектронных табличных процессоров с хранимыми в памяти операторами, базисные операции таких процессоров, а также некоторые алгоритмы эффективного решения задач на них.

Принцип хранения таблиц операторов заключается в сопоставлении каждой логической или арифметической операции определенного оператора или набора операторов $\{\Phi_i\}$, не зависящих от входных переменных (operandов). Поскольку число операций в любой системе команд не превышает нескольких сотен, требования к емкости памяти в табличном процессоре с хранимыми операторами являются нежесткими. Независимость таблиц операторов от входных данных, а также возможность добавления новых операторов делают такой процессор достаточно гибким.

Основным узлом процессора является блок, в котором реализуется взаимодействие оператора с входными или промежуточными данными.

Таким узлом служит оптический управляемый транспарант (ОУТ), описанный в § 3.3. Как операторы, так и данные записываются и хранятся в виде фурье-голограмм в ГЗУ со страницей организацией. Поэтому они формируются в формате входной страницы, как правило, в двоичном коде и вводятся в ГЗУ с помощью электрически управляемых транспарантов — устройств набора страниц (УНС). ОУТ размещается в плоскости восстановления изображений ГЗУ с таблицами операторов. Оптическое изображение страницы с оператором, восстановленное с фурье-голограммы, управляет состоянием ячеек ОУТ, почему сами операторы получили название управляющих. Кроме того, на ОУТ проецируется изображение страницы с операндами, восстановленное с ГЗУ, предназначенного для хранения данных. Отраженный от ОУТ свет несет информацию, представляющую результат воздействия оператора на страницу данных. На рис. 7.32 показано преобразование входного числа $x = \{101\}$ страницей $\Phi = \{z_{ij}\} = \{z_{1j} = 10011; z_{2j} = 01010; z_{3j} = 11001\}$, представляющей некоторый оператор. Входное число и оператор представлены в параллельном коде, причем не заштрихованные клетки означают наличие света (двойной единицы), а заштрихованные — его отсутствие (двоичный нуль). Отраженный свет будет в тех клетках, на которые свет падает с обеих сторон.

В общем случае для выполнения отдельной операции необходимо произвести ряд последовательных преобразований описанного типа над определенным набором страниц данных, что можно записать в виде цепочки операторных соотношений: $\Phi_0(X_0) = X_1; \Phi_1(X_1) = X_2; \dots; \Phi_{n-1}(X_{n-1}) = X_n = Y$, где Y — результат заданной операции над входным числом X_0 ; $\Phi_0, \dots, \Phi_{n-1}$ — базисные операторы.

Базисные операции процессора реализуются на базе операций объединения и пересечения:

$$y_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } z_{ij} \cap x_i = \emptyset; \\ 1, & \text{если } z_{ij} \cap x_i \neq \emptyset; \end{cases} \quad | \quad (7.28)$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } z_{ij} \cup x_i = \Omega; \\ 1, & \text{если } z_{ij} \cup x_i \neq \Omega; \end{cases} \quad |$$

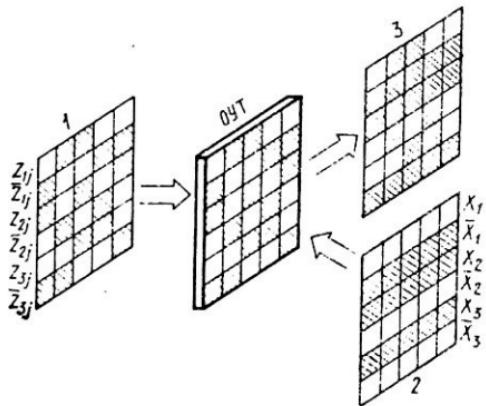


Рис. 7.32. Схема преобразования страницы данных управляющим оператором:
1 — изображение управляющего оператора;
2 — изображение числа; 3 — изображение результата преобразования

где Π — знак, означающий пересечение сигналов z_{ij} и x_i ; \cup — объединение сигналов z_{ij} и x_i ; θ, Ω — определенные множества, принимающие значения 0,1; \emptyset (пустое множество). Предполагается, что $X = \{x_i\}$ — входное число, $\Phi = \{z_{i,j}\}$ — управляющий оператор, $Y = \{y_{ij}\}$ — результат преобразования X оператором Φ . Операции объединения и пересечения страниц, а также сдвига и отрицания иллюстрируются рис. 7.33. Возможно другое определение действия базисных операторов:

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } z_{ij} \cap x_i = \theta; \\ 0, & \text{если } z_{ij} \cap x_i \neq \theta; \end{cases} \quad |$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } z_{ij} \cup x_i = \Omega; \\ 0, & \text{если } z_{ij} \cup x_i \neq \Omega. \end{cases} \quad |$$
(7.29)

Выбор того или иного определения действия базисного оператора зависит от типа используемого ОУТ. Если ОУТ отражает свет при единичном операторном сигнале и поглощает при нулевом, как показано на рис. 7.32, то в основу базисных операторов положено определение (7.28). В том случае, когда ячейки ОУТ отражают свет при нулевом операторном сигнале и поглощают при единичном, как это показано на рис. 7.34, выбирается определение (7.29). Схема, представленная на данном рисунке, благодаря наличию цилиндрической линзы ЦЛ, позволяет выполнить операции дизъюнкции и конъюнкции над элементами страницы данных, преобразованной оператором:

$$y_j = \bar{z}_{1,j} x_1 \vee \bar{z}_{2,j} x_2 \vee \dots \vee \bar{z}_{n,j} x_n;$$

$$\bar{y}_j = (z_{1,j} \vee \bar{x}_1) \wedge (z_{2,j} \vee \bar{x}_2) \wedge \dots \wedge (z_{n,j} \vee \bar{x}_n).$$

Приведем примеры выполнения простейших логических и арифметических операций с помощью управляющих операторов.

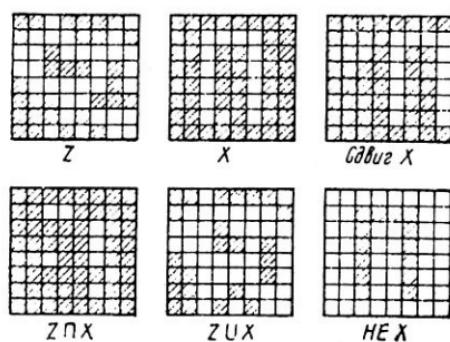


Рис. 7.33. Схемы реализации операций объединения и пересечения бинарных страниц

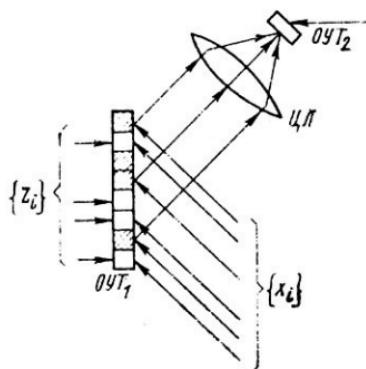


Рис. 7.34. Схема пространственной реализации логических операций

Сложение по модулю $m = 2$. Даны два двоичных числа $A = \{a_i\}$; $B = \{b_i\}$. Результатом выполнения логической операции сложения по модулю $m = 2$ над этими числами является двоичное число $Q = \{q_i\}$, где

$$q_i = a_i \oplus b_i = \bar{a}_i b_i \vee a_i \bar{b}_i. \quad (7.30)$$

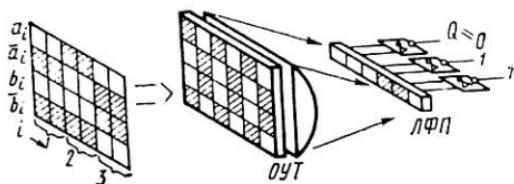


Рис. 7.35. Оптоэлектронная схема, реализующая операцию сложения по модулю $m=2$

Оптическая схема, реализующая данную операцию, представлена на рис. 7.35, где в качестве operandов взяты трехразрядные числа $A = \{101\}$; $B = \{110\}$. Управляющий оператор, показанный на ОУТ, позволяет в парном i -м разряде выделить такие сочетания разрядов a_i и b_i , которые входят в формулу (7.30), т. е. \bar{a}_i и b_i , a_i и \bar{b}_i . ЦЛ осуществляет операцию дизъюнкции, поэтому на выходах линейки фотоприемников ЛФП появляются парные сигналы $\bar{a}_i \vee b_i$ и $a_i \vee \bar{b}_i$, которые детектируются фотоприемником и подаются на входы электронных схем И — НЕ. Выходной сигнал можно представить в виде

$q_i = (\bar{a}_i \vee b_i) \wedge (a_i \vee \bar{b}_i) = (\bar{a}_i \vee b_i) \vee (a_i \vee \bar{b}_i) = \bar{a}_i b_i \vee a_i \bar{b}_i$. Следовательно, на выходе рассматриваемой схемы имеет место сигнал, являющийся логической суммой A и B . Данный пример показывает, что преимущества табличного операционного блока с управляющими операторами достигаются усложнением структуры операционного блока.

Сдвиг. Сдвиг числа на любое число разрядов в пределах страницы осуществляется путем последовательного применения управляющих операторов (рис. 7.36). Входное число 2 проецируется на ОУТ в виде вертикальных полос света. ОУТ отражает страницу в соответствии с управляющим оператором 1. Отраженная картина 3 является пересечением оператора 1 и входного числа 2. На ОУТ, настроенный управляющим оператором 4, проецируется промежуточная страница 5, в котором единичные сигналы представляются в виде горизонтальных полос света 5. В отраженной результирующей картине 6 находим исходное число, сдвинутое на три разряда вправо. Меняя управляющий оператор 4, можно выполнять сдвиг на любое число разрядов в пределах формата страницы.

Арифметические операции. Сумму двух чисел $A = a_1 a_2 \dots a_n$ и $B = b_1 b_2 \dots b_n$ можно вычислить в три такта. В первом рассчитывают-

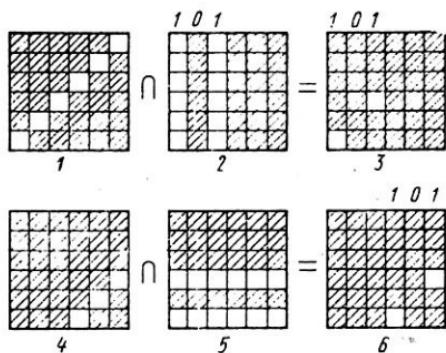


Рис. 7.36. Схема, иллюстрирующая выполнение операции сдвига

ся и запоминаются поразрядные суммы $q_i = \bar{a}_i b_i \vee a_i \bar{b}_i$, во втором образуются переносы \bar{P}_i по рекуррентным соотношениям (7.11): $\bar{P}_i = a_{i+1} b_{i+1} \vee a_{i+2} b_{i+2} (a_{i+1} \vee b_{i+1}) \vee \dots \vee a_n b_n (a_{n-1} \vee b_{n-1}) \times (a_{n-2} \vee b_{n-2}) \dots a_{i+1} \vee b_{i+1}$, в третьем находится сумма $C = C_1 C_2 \dots C_n$, где $C_i = P_i q_i \vee \bar{P}_i q_i$. Поскольку умножение сводится к операциям сложения и сдвига, его выполнение также не вызывает затруднений. Деление можно выполнять с помощью поразрядного вычитания и сравнения.

Следует отметить, что пока отсутствует общая методика синтеза последовательности управляющих операторов, реализующих любую заданную операцию из системы команд универсальной вычислительной машины.

Структурная организация оптоэлектронного вычислительного комплекса (ОЭВК) с операционным блоком, предназначенным для параллельной обработки двоичных страниц с помощью управляющих операторов и использующим современные возможности оптоэлектронной элементной базы, разработана советскими учеными М. А. Карцевым и Б. Г. Маршалко [45]. Структурная схема ОЭВК приведена на рис. 7.37. В состав комплекса входят оптоэлектронный операционный блок с управляющими операторами, постоянная голограммическая память большой емкости БПГП, волоконно-оптические линии связи (ВОЛС) и ЭВМ, предназначенная для обработки команд программы, и осуществления общего управления работой комплекса. Поскольку в настоящее время ГОЗУ еще не реализованы, в ОЭВК используется двухуровневая буферная система полупроводниковой оперативной памяти (OZY_1 и OZY_2), связанная с оптическим каналом обработки информации $OKOI$ через устройства набора страниц YHC , предназначенные для ввода данных в $OKOI$ и матриц фотоприемников MFP , осуществляющих детектирование преобразованной в $OKOI$ страницы. Емкости OZY_1 должны быть не менее одной страницы, а OZY_2 — в 4 раза больше. Через OZY_2 осуществляется обмен информацией между $OKOI$ и ЭВМ, управляющей комплексом. Преобразованная в $OKOI$ страница через буферную память может вновь вводиться в нее и участвовать в вычислительном процессе. Так как пропускная способность YHC и MFP ограничена, в состав операционного блока введены коммутатор страниц KC и

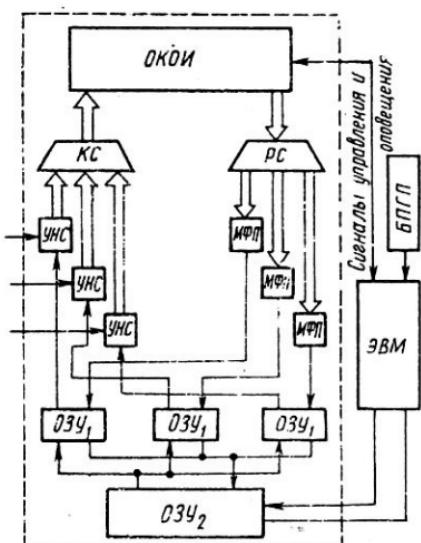


Рис. 7.37. Структурная схема ОЭВК

сигналами управления и преобразования. БПГП подключен к ЭВМ. Сигналы управления и преобразования передаются от БПГП к ЭВМ. ОЗУ₁ и ОЗУ₂ связаны между собой и могут обмениваться данными.

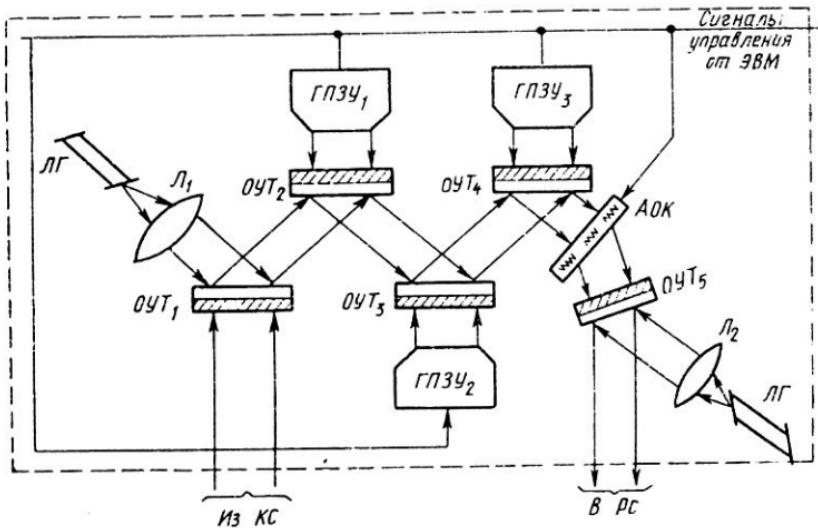


Рис. 7.38. Схема оптического канала обработки информации

разветвитель страниц *PC*, которые можно реализовать средствами волоконной или интегральной оптики. Достоинством рассматриваемого ОЭВК является полное разделение потока команд и потока данных.

Обработка данных, как отмечалось, осуществляется в ОКОИ. Структурная схема ОКОИ приведена на рис. 7.38. В состав ОКОИ входят *OУТ*, *ГПЗУ*, газовые лазеры (*ЛГ*), коллимирующие линзы *L₁*, *L₂* и многоканальный акусто-оптический коммутатор *АОК*. *OУТ*₁ выполняет функции входного усилителя световых сигналов, *OУТ*₂ – *OУТ*₄ осуществляют преобразование страниц данных в соответствии с падающими на них оптическими изображениями управляющих операторов, которые восстанавливаются с *ГПЗУ*, предназначенных для хранения таблиц операторов. Хотя бы один из *OУТ* должен осуществлять инвертирование страницы, т. е. операцию НЕ, и должен быть негативным. *АОК* обеспечивает выполнение логических операций И, ИЛИ над элементами преобразованной страницы. *OУТ*₅ является выходным усилителем оптических страниц. Число *OУТ*, входящих в состав ОКОИ, зависит от того, насколько широким должен быть класс операций, выполняемых в ОКОИ. Например, для вычисления логических функций достаточно одного *OУТ*, а для выполнения арифметических операций уже требуется три *OУТ*.

Оценим пропускную способность ОКОИ и производительности ОЭВМ. Преобразование страницы данных в ОКОИ с помощью управляющих операторов осуществляется за время

$$\tau_0 = k\tau_{\text{OУТ}} + \tau_{\text{МФП}} + \tau_{\text{расп}}, \quad (7.31)$$

где *k* — число последовательно расположенных *OУТ*; $\tau_{\text{OУТ}}$ — время переключения *OУТ*; $\tau_{\text{МФП}}$ — время срабатывания МФП; $\tau_{\text{расп}}$ — время распространения светового потока в ОКОИ. Характерные значения составляющих τ_0 таковы:

$\tau_{\text{OUT}} \approx \tau_{\text{МФП}} = 10^{-6}$ с; $\tau_{\text{расп}} \approx 0.3 \cdot 10^{-8}$ с при длине оптического пути ОКОИ порядка 1 м. Следовательно, $\tau_0 \approx 6 \cdot 10^{-6}$ с.

За время τ_0 в ОКОИ может быть преобразован объем информации (бит) $V = M_I^2 k_{\text{изб}}$, где M_I — число строк (столбцов) страницы данных, преобразуемых ОУТ; $k_{\text{изб}}$ — коэффициент, учитывающий избыточность представления информации при обработке ее с помощью управляющих операторов. Установившиеся форматы страниц данных — 32×32 , 64×64 и 128×128 . Ранее при рассмотрении выполнения различных операций с помощью управляющих операторов требовалось избыточное представление операндов. Например, при выполнении арифметических операций в ОКОИ с тремя ОУТ $k_{\text{изб}} \approx 20$. Таким образом, если $M_I^2 = 64 \times 64$; $k_{\text{изб}} = 20$, то $V \approx 200$ бит.

Пропускная способность ОКОИ составляет $p_0 = V/\tau_0 = M_I^2/(k_{\text{изб}} \tau_0)$. Для указанных значений M_I , τ_0 и $k_{\text{изб}}$ $p_0 > 32 \cdot 10^6$ бит/с.

Производительность ОЭВК (оп/с) можно оценить следующим образом:

$$X = p_0 (2n) = M_I^2 (2n k_{\text{изб}} \tau_0). \quad (7.32)$$

где n — разрядность operandов. Если $n = 32$, то $N > 0.5 \times 10^6$ оп/с. Следовательно, производительность ОЭВК составляет порядка 1 млн. оп/с, что не так много.

Дальнейшего повышения производительности ОЭВК можно добиться путем организации в ОКОИ конвейерной обработки информации, увеличения формата страниц до 128×128 элементов, совершенствования характеристик компонентов. Конвейерная обработка информации при формате страницы, равном 128×128 , позволяет увеличить производительность ОЭВК более чем на один порядок и довести до 10 млн. оп/с. Следует отметить, что полученная производительность может быть достигнута только при достаточно однородной обработке больших массивов информации. Следовательно, ОЭВК должна быть ориентирована на решение задач, обладающих естественным параллелизмом. Кроме того, для обеспечения высокой производительности ОЭВК при конвейерной обработке необходимо иметь не менее 4 УНС и соответствующее количество МФП, причем КС должен обеспечивать коммутацию не менее четырех страниц за время, равное времени срабатывания ОУТ τ_{OUT} .

§ 7.6. Перспективы создания и применения оптоэлектронных цифровых вычислительных машин

Интерес к цифровой оптической обработке информации на начальном этапе был вызван необходимостью преодоления тех проблем, с которыми столкнулась аналоговая оптическая вычислительная техника: малая точность вычислений и отсутствие гибкости, присущей электронным вычислительным машинам. В процессе развития этого направления был предложен ряд способов построения оптоэлектронных вычислительных устройств и блоков, исследованы возможности создания соответствующей элементной базы. Однако исследования в этом направлении еще не вышли за рамки экспериментального под-

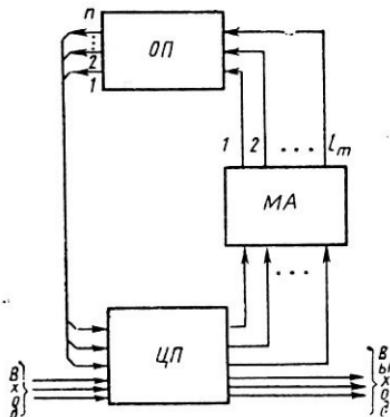


Рис. 7.39. Схема фон-Неймановской ЭВМ

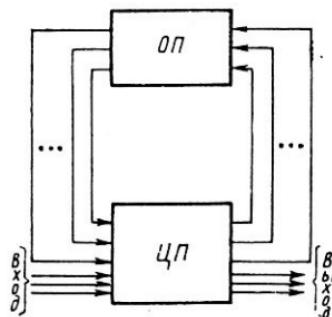


Рис. 7.40. Схема параллельной вычислительной машины

тверждения предложенных идей и концепций. Уровень технологий оптических и оптоэлектронных элементов и узлов все еще невысок, а их основные характеристики не отвечают предъявленным требованиям. Поэтому в настоящее время основное внимание исследователей сосредоточено на разработке оптоэлектронных цифровых вычислительных машин (ОЭЦВМ).

Стимулом, гарантирующим дальнейшее развитие этого направления, являются большие потенциальные возможности ОЭЦВМ. Основными преимуществами цифровой оптической обработки информации являются параллельность, а также возможность мультиплексирования оптических сигналов, благодаря отсутствию взаимодействия между пересекающимися оптическими сигналами. Однако, быть может, главным аргументом в пользу разработки и создания ОЭЦВМ является возможность преодоления принципиальных недостатков, присущих фон-Неймановским ЭВМ, которые ограничивают дальнейшее повышение их эффективности и производительности.

В ЭВМ фон-Неймана обмен данными между основной оперативной памятью ОП и центральным процессором ЦП или ее узлами осуществляется с помощью механизма адресации АМ (рис. 7.39). Память, а следовательно, программы и данные в такой ЭВМ имеют линейную структуру, а механизм адресации является последовательным, что затрудняет распараллеливание потоков команд и данных и препятствует дальнейшему повышению производительности ЭВМ. Механизм адресации и обмена данными между ОП и ЦП представляет собой узкое место современных ЭВМ. Последовательный характер механизма является следствием использования двоичной системы кодирования информации, что, однако, позволяет уменьшить число адресных цепей связи с ОП до $l_m = \lceil \log_2 A_m \rceil + 1$, где A_m — ячейка ОП с макси-

мальным номером, и строить шины обмена данными из минимального числа оборудования.

Указанный недостаток может быть устранен при переходе к цифровой оптической обработке информации и создании ОЭЦВМ полностью параллельной структуры (рис. 7.40). Каждый элементарный вход — выход процессора направную связь с ОП. Поэтому весь поток данных, обработанный процессором, параллельно передается в ОП. Это оказывается возможным, поскольку свет может распространяться в воздухе или по жгуту световолокон и изменять свое направление с помощью зеркал или призм, что не накладывает ограничений на число цепей связи между ЦП и ОП. Таким образом, в ОЭЦВМ данной структуры практически реализуется идея совмещения вычислений с хранением данных; память должна быть активной в противоположность обычной пассивной памяти. Лучшим из известных типов активной памяти является ассоциативная память. Наиболее подходящей памятью для данной ОЭЦВМ является голографическое оперативное ЗУ, допускающее параллельную страницочную запись и считывание. В голографическом ЗУ наряду с адресным механизмом записи, поиска и выборки информации возможна организация ассоциативного поиска и выборки, причем поиск может вестись одновременно по всему носителю.

Была предложена [46] одна из возможных структур полностью параллельного оптического операционного блока (рис. 7.41), в состав которого входят оптическая логическая матрица ОЛМ, матрица голографических распределителей оптических сигналов ГРОС, матрица оптоэлектронных вентилей МОЭВ, голографическое оперативное ЗУ, линзы L_1 , L_2 и зеркала M_1 , M_2 , M_3 .

ОЛМ представляет собой регулярную матрицу, состоящую из логических элементов НЕ — ИЛИ, которая обладает функциональной полнотой. Поэтому последовательно пропуская через ОЛМ световой

поток, модулированный страницей двоичной информации, можно реализовать произвольную логическую функцию. ОЛМ может быть реализована на основе УТ. Однако наиболее перспективным является изготовление ОЛМ на основе трансфазоров в интегральном исполнении как в отношении быстродействия, так и плотности размещения логических элементов.

Световой поток, преобразованный ОЛМ, с помощью зеркала и линзы направляется на МОЭВ, которая выполняет функции памяти, а по

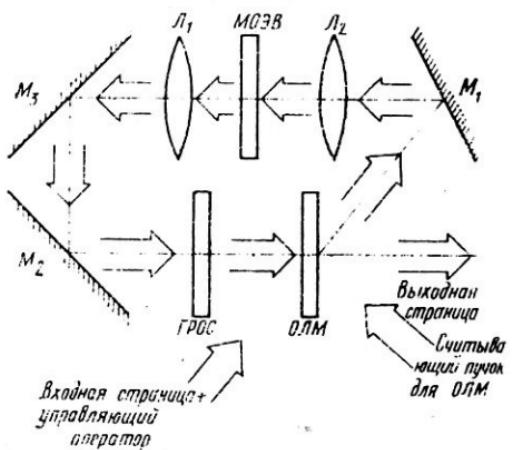


Рис. 7.41. Схема параллельного оптического операционного блока

существу осуществляется задержку оптической страницы на один цикл работы операционного блока. МОЭВ также выполняется в интегральном исполнении. Каждый элемент МОЭВ состоит из фототранзисторного приемника и инжекционного полупроводникового лазерного излучателя, изготовленного по интегральной технологии. Фототранзисторный приемник детектирует сигнал и запоминает его на требуемое время задержки, после чего инжектирует полупроводниковый лазер. На выходе МОЭВ имеет место та же оптическая страница, что и на входе.

Далее световой поток направляется на ГРОС, который осуществляет распределение оптических сигналов на входы элементов ОЛМ. Необходимость в этом возникает в связи с операциями сдвига, объединения сигналов с элементарных выходов ОЛМ на одном входе, а также разветвления сигнала с выхода ОЛМ и др. Например, необходимость в объединении сигналов с выхода $(i - 1, j)$, $(i + 1, j)$, $(i, j - 1)$ и $(i, j + 1)$ -го элементов ОЛМ на входе (i, j) -го элемента возникает при численном решении краевых задач дифференциальных уравнений в частных производных. Каждый элемент ГРОС представляет собой микроголограмму, способную расщепить падающий луч на нужное число лучей и направить их на определенные элементарные входы. По существу каждая микроголограмма восстанавливает и проецирует на ОЛМ небольшую бинарную оптическую страницу. Изменение взаимосвязей входных и выходных элементов ОЛМ требует смены микроголограмм, что является недостатком ГРОС, ограничивающим функциональные возможности операционного блока.

Программное управление процессом обработки оптических страниц в рассматриваемом операционном блоке осуществляется путем изменения в каждом такте структуры ОЛМ с помощью управляющих операторов, проецируемых в виде бинарной оптической страницы на ОЛМ, так же как в табличном операционном блоке с управляющими операторами (см. § 7.5). Библиотека прикладных пакетов программ, каждая из которых состоит из совокупности управляющих операторов, записывается и хранится в специальном управляющем ГПЗУ большого объема. Управляющие операторы в нужной последовательностичитываются и проецируются на ОЛМ, изменяя процесс преобразования входных оптических страниц в соответствии с заданной программой их обработки.

Страницы входных данных также хранятся в ГЗУ, но оперативного типа и вводятся в оптический операционный блок аналогично управляющим операторам, т. е. считаются из ГЗУ и проецируются на ОЛМ, которая осуществляет ее преобразование. Выходная страница, являющаяся результатом обработки, направляется на фототранзисторную матрицу, которая детектирует ее и запоминает для выдачи по мере поступления запроса.

Описанный оптический операционный блок может иметь высокую производительность, так как полностью использует параллелизм оптики. Например, если ОЛМ имеет размерность 128×128 при длитель-

Таблица 7.5

Параметр	Система счисления		
	аналоговая	СОК	двоичная
Диапазон представимых чисел	x_{\max}	$\prod_{i=1}^n m_i - 1$	$2^N - 1$
Число каналов:			
для $x_{\max} = 1000$	1	$3 \Rightarrow (9, 10, 11)$	10
для $x_{\max} = 2^{32}$	1	$8 \Rightarrow (11, 13, 16,$ $17, 19, 21, 23, 25)$	32
Относительная точность, %	$\pm \frac{0.5}{x_{\max}}$	$\pm \frac{0.5}{m_1 - 1}$	± 0.5
для $x_{\max} = 1000$	± 0.05	± 5	± 50
для $x_{\max} = 2^{32}$	$\pm 10^{-9}$	± 2.5	± 50

ности цикла в наносекунды, то производительность операционного блока составит порядка 10^{10} оп/с.

Успехи интегрально-оптической технологии позволяют надеяться, что уже в ближайшие годы будут получены оптоэлектронные интегральные компоненты с характеристиками, присущими полупроводниковым цифровым интегральным схемам. Оптоэлектронные операционные блоки, построенные на базе таких интегрально-оптических компонентов, будут обладать более высокой производительностью, чем аналогичные электронные блоки, вследствие более полного использования параллелизма. Анализ систем счисления для кодирования информации показал, что наиболее перспективной при построении оптоэлектронных арифметических устройств является система остаточных классов. Благодаря независимости образования разрядов числа при любых арифметических операциях и отсутствию межразрядных переносов, СОК также способствует полному использованию естественного параллелизма оптики. Малоразрядность остаточных чисел открывает хорошие перспективы для создания табличных оптических вычислительных устройств. Циклическая природа числовых остатков, а также отсутствие межразрядных передач позволяют применить линейные элементы, а также методы аналогового представления и преобразования сигналов с последующей их дискретизацией, что важно при создании устройств обработки оптических изображений. Более того, по своим свойствам СОК является промежуточной между аналоговой и двоичной системами счисления (табл. 7.5) [47].

Однако для широкого использования СОК при построении оптоэлектронных вычислительных устройств еще предстоит разработать эффективные алгоритмы сравнения, деления, а также декодирования, о трудности реализации которых в СОК подробно говорилось в § 7.3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время дальнейшее развитие народного хозяйства немыслимо без новейших достижений науки и техники. Методы оптической обработки информации, основанной на самой современной оптоэлектронной элементной базе и передовой технологии, находят широкое применение при решении целого ряда практических задач, возникающих в спектроскопии, технике связи, устройствах хранения информации и др. Актуально создание на основе данных методов систем машинного зрения роботов.

В настоящее время в данной области науки далеко не использованы резервы совершенствования систем оптической обработки информации как с точки зрения улучшения существующих и поиска новых методов, так и развития элементной базы. Как видно из практики, системы оптической обработки имеют определенные недостатки, связанные с отсутствием эффективных логических средств и устройств оперативного ввода — вывода информации. Решение данной проблемы заключается в нахождении оптимального варианта гибридных оптоэлектронных систем обработки информации, сочетающего в себе преимущества оптических и цифровых методов. Многообещающими являются успехи в совершенствовании элементной базы оптоэлектронных систем, в частности, улучшении параметров и характеристик волоконно-оптических систем передачи данных на основе применения новых материалов, получаемых по новой технологии. Успешно развивается направление по созданию оптических процессоров на основе трансфазоров, оптических волноводных переключателей и др.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение I. Двумерное преобразование Фурье и его свойства

Двумерным преобразованием Фурье или фурье-образом функции $f(x, y)$ (в общем случае комплексной) называют комплексную функцию

$$F(\xi, \eta) = |F(\xi, \eta)| \exp[i\varphi(\xi, \eta)] = \\ = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[i2\pi(\xi x + \eta y)] dx dy, \quad (I.1)$$

где ξ, η — пространственные частоты; $|F(\xi, \eta)|, \varphi(\xi, \eta)$ — амплитудные и фазовые спектры. Это преобразование обладает свойством обратимости, т. е. функция $f(x, y)$ может быть определена через $F(\xi, \eta)$ следующим образом:

$$f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) \exp[i2\pi(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta. \quad (I.2)$$

Преобразование (I.1) называют *прямым преобразованием Фурье*, а преобразование (I.2) — *обратным*. Операции прямого и обратного преобразований Фурье отличаются только знаком показателя экспоненты в подынтегральном выражении. Поэтому вполне логичны их краткие обозначения в виде $F\{f(x, y)\}$ и $F^{-1}\{F(\xi, \eta)\}$.

Необходимо отметить, что преобразование Фурье существует не для всякой функции $f(x, y)$. Прежде чем рассматривать свойства прямого и обратного преобразований Фурье, определим условия, при которых выражения (I.1) и (I.2) имеют смысл. Приведем условия, достаточные для существования интеграла (I.1):

1) функция $f(x, y)$ должна быть абсолютно интегрируемой на всей плоскости xy , т. е. $\iint_{-\infty}^{\infty} |f(x, y)| dx dy \leq M$, где M — конечное положительное число;

2) функция $f(x, y)$ должна иметь только конечное число разрывов, максимумов и минимумов в пределах любого прямоугольника конечных размеров;

3) функция $f(x, y)$ не должна иметь разрывов второго рода.

Существуют функции, для которых эти условия частично не выполняются, однако существуют соответствующие преобразования Фурье, например δ -функция Дирака, функции $f(x, y) = 1, f(x, y) = \cos(2\pi f_x x)$ и др.

Дельта-функция является обобщенной функцией и удовлетворяет следующим условиям:

$$f(x, y) = \begin{cases} \infty & \text{при } x=0; y=0; \\ 0 & \text{в остальных точках.} \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x, y) dx dy = 1,$$

где ε — сколь угодно малое положительное число. Такую функцию можно рассматривать как предел некоторой последовательности обычных функций, например $\{n^2 \exp[-n^2 \pi (x^2 + y^2)]\}$ (рис. П.1), т. е.

$$\delta(x, y) = \lim_{n \rightarrow \infty} \{n^2 \exp[-n^2 \pi (x^2 + y^2)]\}.$$

Фурье-образ δ -функции находится как предел фурье-образов функций, представляющих последовательности

$$F\{\delta(x, y)\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \{F\{n^2 \exp[-n^2 \pi (x^2 + y^2)]\}\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \times \\ \times \left[\exp\left(-\pi \frac{\xi^2 + \eta^2}{n^2}\right) \right] \equiv 1.$$

Рассмотрим основные свойства преобразования Фурье, выражаемые в виде ряда теорем.

Теорема линейности. Пусть функции $f_1(x, y), f_2(x, y), \dots, f_n(x, y)$ имеют фурье-образы $F_1(\xi, \eta), F_2(\xi, \eta), \dots, F_n(\xi, \eta)$ и комплексные числа c_1, c_2, \dots, c_n , не все равные нулю. Тогда справедливо следующее равенство:

$$F\left\{\sum_{i=1}^n c_i f_i(x, y)\right\} = \sum_{i=1}^n c_i F_i(\xi, \eta). \quad (\text{П.3})$$

Теорема подобия (изменения масштаба). Если $F\{f(x, y)\} = F(\xi, \eta)$, то

$$F\{f(ax, by)\} = \frac{1}{ab} F\left(\frac{\xi}{a}, \frac{\eta}{b}\right), \quad (\text{П.4})$$

где a, b — произвольные постоянные

Эта теорема показывает, что растяжение координат в пространственной области приводит к их сжатию в области частот и изменению общей амплитуды спектра.

Теорема смещения. Если $F\{f(x, y)\} = F(\xi, \eta)$, то

$$F\{f(x - x_0, y - y_0)\} = F(\xi, \eta) \exp[-i2\pi(\xi x_0 + \eta y_0)], \quad (\text{П.5})$$

где x_0, y_0 — произвольные действительные постоянные. Согласно данной теореме смещение функции в пространственной области вызывает линейный фазовый сдвиг в области частот.

Обратная теорема смещения. Пусть $F\{f(x, y)\} = F(\xi, \eta)$. Тогда

$$F\{f(x, y) \exp[-i2\pi(\xi x_0 + \eta y_0)]\} = F(\xi - \xi_0, \eta - \eta_0). \quad (\text{П.6})$$

Теорема Парсеваля. Если $F_2(f(x, y)) = F(\xi, \eta)$, то

$$\iint_{-\infty}^{\infty} |f(x, y)|^2 dx dy = \iint_{-\infty}^{\infty} |F(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta. \quad (\text{П.7})$$

Данная теорема является выражением закона сохранения энергии.

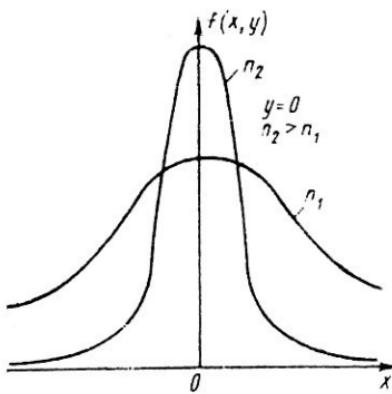


Рис. П.1. Кривые, иллюстрирующие последовательность функций $\{n^2 \exp[-n^2 \pi (x^2 + y^2)]\}$, стремящихся к δ -функции

Теорема свертки. Если $F\{f_1(x, y)\} = F_1(\xi, \eta)$ и $F\{f_2(x, y)\} = F_2 \times$

$\times (\xi, \eta)$, то

$$F \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} f_1(p, q) f_2(x-p, y-q) dp dq \right\} = F_1(\xi, \eta) F_2(\xi, \eta) \quad (\text{П.8})$$

или в сокращенном виде

$$F\{f_1(x, y)*f_2(x, y)\} = F_1(\xi, \eta) F_2(\xi, \eta),$$

где $f_1(x, y)*f_2(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f_1(p, q) f_2(x-p, y-q) dp dq$ — свертка двух функций.

Теорема автокорреляции. Если $F\{f(x, y)\} = F(\xi, \eta)$, то

$$F \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} f(p, q) f^*(p-x, q-y) dp dq \right\} = |F(\xi, \eta)|^2 \quad (\text{П.9})$$

или в сокращенном виде

$$F\{f(x, y)*f^*(x, y)\} = |F(\xi, \eta)|^2.$$

Эта теорема является частным случаем теоремы свертки.

Теорема взаимной корреляции. Если $F\{f_1(x, y)\} = F_1(\xi, \eta)$: $F\{f_2(x, y)\} = F_2(\xi, \eta)$, то

$$\begin{aligned} F\{f_1(x, y)*f_2^*(x, y)\} &= F_1(\xi, \eta) F_2^*(\xi, \eta), \\ F\{f_1^*(x, y)*f_2^*(x, y)\} &= F_1^*(\xi, \eta) F_2(\xi, \eta). \end{aligned} \quad (\text{П.10})$$

Свойство симметрии. Если $f(x, y)$ — действительная функция, т. е. $f(x, y) = f^*(x, y)$, то

$$F(\xi, \eta) = F^*(-\xi, -\eta), \quad F^*(\xi, \eta) = F(-\xi, -\eta). \quad (\text{П.11})$$

Если функция $f(x, y)$ — действительная и четная, т. е. $f(x, y) = f^*(x, y) = f^*(-x, -y)$, то $F(\xi, \eta)$ также является действительной и четной функцией:

$$F(\xi, \eta) = F^*(-\xi, -\eta) = F^*(\xi, \eta). \quad (\text{П.12})$$

Если функция $f(x, y)$ — действительная и нечетная, т. е. $f(x, y) = f^*(x, y) = -f^*(-x, -y)$, то

$$F(\xi, \eta) = F(-\xi, -\eta) = F^*(-\xi, -\eta). \quad (\text{П.13})$$

Интегральная теорема Фурье. В каждой точке непрерывной функции $f(x, y)$

$$FF^{-1}\{f(x, y)\} = F^{-1}F\{f(x, y)\} = f(-x, -y), \quad (\text{П.14})$$

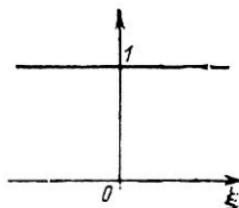
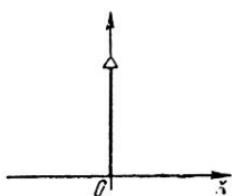
причем в каждой точке разрыва первого рода два последовательных преобразования дают среднее значение $f(x, y)$ в окрестности этой точки.

**Приложение II. Преобразования Фурье и Фурье—Бесселя
часто используемых функций**

$f(x)$

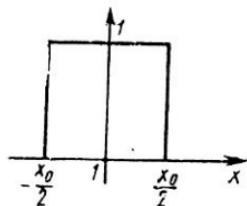
$$F(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-2\pi i \xi x) dx$$

1. $\delta(x)$ --- дельта-функция

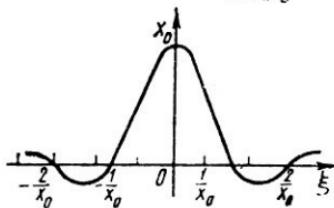


2. Прямоугольная функция

$$\text{rect}\left(\frac{x}{x_0}\right) = \begin{cases} 1, & |x| \leq \frac{x_0}{2}; \\ 0, & |x| > \frac{x_0}{2} \end{cases}$$

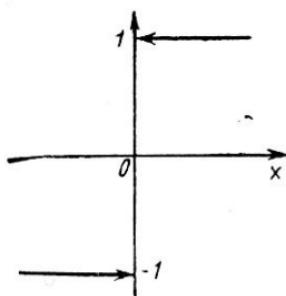


$$x_0 \text{sinc}(x_0 \xi) = x_0 \frac{\sin \pi x_0 \xi}{\pi x_0 \xi}$$

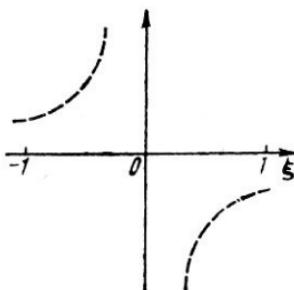


3. Знаковая функция

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x = 0; \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$



$$\frac{1}{i\pi\xi}$$

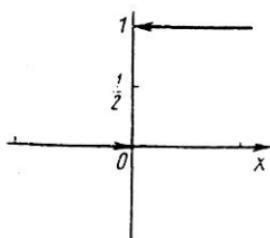


$f(x)$

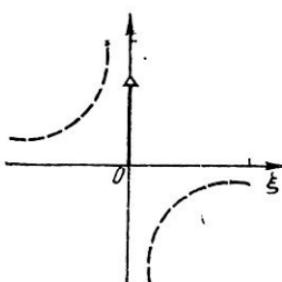
$F(\xi) := \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-2\pi i \xi x) dx$

4. Единичная функция

$$\mathbf{1}(x) := \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

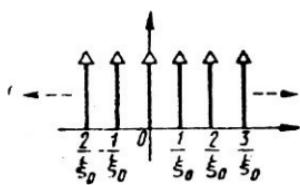


$\frac{1}{2\pi i \xi} + \frac{1}{2} \delta(\xi)$

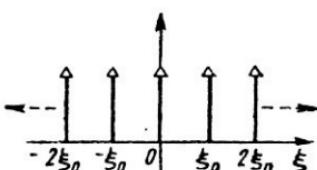


5. Гребенчатая функция

$\text{comb}(\xi_0 x) := \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\xi_0 x - n)$

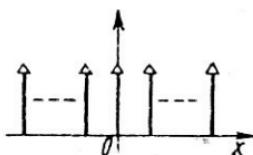


$\frac{1}{|\xi_0|} \text{comb}\left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)$



6.

$\sum_{n=-N}^N \delta(x - nx_0)$



$$\sum_{n=-N}^N \frac{\exp(-2\pi i n x_0 \xi)}{\sin[\pi x_0 \xi (2N+1)]} \frac{\sin \pi x_0 \xi}{\sin \pi x_0 \xi}$$

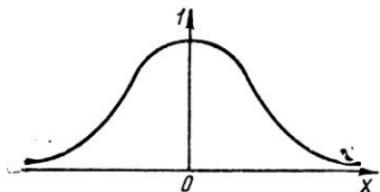


$f(x)$

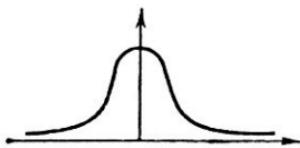
$$F(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-2\pi i \xi x) dx$$

7.

$$\exp(-\pi \alpha x^4)$$

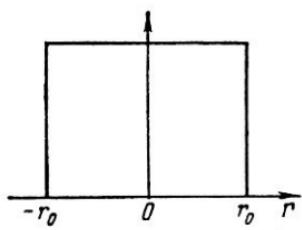


$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \exp\left(-\pi \frac{\xi^2}{\alpha}\right)$$

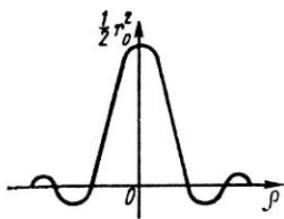


8. Круговая функция

$$\text{circ}\left(\frac{r}{r_0}\right) = \begin{cases} 1, & r \leq r_0 \\ 0, & r > r_0 \end{cases}$$

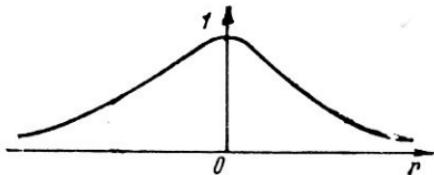


$$r_0 \frac{J_1(2\pi r_0 \rho)}{2\pi\rho} \\ = \frac{r_0^2}{2} J_1(2\pi r_0 \rho)$$

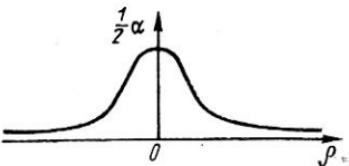


9.

$$\exp(-\alpha r^2)$$



$$\frac{1}{2\alpha} \exp\left(-\frac{\pi^2}{\alpha} \rho^2\right)$$



ОСНОВНЫЕ ДАТЫ ЖИЗНИ И НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ АВТОРОВ МОНОГРАФИИ

Аскар Акаевич Акаев

Родился 10 ноября 1944 года в селе Кызыл-Байрак Кеминского района Киргизской ССР.

1962 – 1968 – обучение в Ленинградском институте точной механики и оптики.

1968 – 1972 – аспирант, инженер научно-исследовательской части ЛИТМО.

1972 – защита диссертации "Новый приближенный аналитический метод для решения многомерных краевых задач теплопроводности и его приложение в инженерной практике" на соискание ученой степени кандидата технических наук.

1972 – 1973 – работа во Фрунзенском политехническом институте.

1973 – 1976 – старший научный сотрудник, старший преподаватель ЛИТМО.

1976 – 1986 – старший преподаватель, доцент, заведующий кафедрой Фрунзенского политехнического института.

1977 – присуждение премии Ленинского комсомола Киргизии за математические исследования проблем нагревания электронных вычислительных машин.

1981 – защита диссертации "Теоретические основы и методы расчета голограмических систем хранения и преобразования информации" на соискание ученой степени доктора технических наук.

1984 – избрание членом-корреспондентом Академии наук Киргизской ССР.

1986 – 1987 – работа заведующим отделом науки и учебных заведений ЦК Компартии Кыргызстана.

1987 – 1988 – избрание вице-президентом Академии наук республики 1989 – Президент Академии наук Киргизской ССР.

С 12 октября 1991 года – Президент Кыргызстана.

2004 – избрание почетным доктором СПбГУ ИТМО.

Основные научные публикации

Когерентные оптические вычислительные машины. – Л.: "Машиностроение", 1977. (Соавтор – С. А. Майоров)

Теоретические основы и методы расчета голограммических систем хранения и преобразования цифровой информации. – М., 1980.

Оптические методы обработки информации. – М.: "Высшая школа", 1988. (Соавтор – С. А. Майоров)

Некоторые принципы локальной записи микроголограмм на движущейся фототермопластический диск. – Фрунзе, 1990. (В соавторстве).

Избранные лекции по оптическим компьютерам. – Бишкек, 1996. (В соавторстве).

Голографическая память. – США, 1996. (В соавторстве).

Рельефография. – Бишкек, 1996. (В соавторстве).

Оптическое изображение. передача, обработка, хранение. – Бишкек, 1999. (В соавторстве)

Голографические системы хранения и обработки информации. – Бишкек, 2000. (Соавторы – С. Б. Гуревич, К. М. Жумалиев).

Ввод и хранение информации в голографической памяти. Учебное пособие для вузов. – Бишкек – С.Пб., 2002. (Соавторы – С. Б. Гуревич, К. М. Жумалиев)

Голография и оптическая обработка информации. – Бишкек, 2003. (Соавторы – С. Б. Гуревич, К. М. Жумалиев)

Сергей Александрович Майоров

Родился 6 июля 1914 года в Ленинграде.

1931 – 1935 – обучение в Ленинградском техникуме точной механики и оптики.

1939 – 1944 – обучение на приборостроительном факультете Московского авиационного института.

1935 – 1949 – работа на заводе (Москва) в должностях мастера, начальника цеха, заместителя главного инженера.

1945 – 1953 – работа в Московском авиационном институте преподавателем.

1949 – 1954 – работа главным инженером на ряде предприятий авиационной промышленности.

1953 – защита диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук.

1954 – 1955 – работа заведующим кафедрой авиационных приборов и автоматов Ленинградского института авиационного приборостроения.

1956 – 1958 – советник директора Харбинского политехнического института (Китай) по подготовке кадров в области точного приборостроения.

1958 – 1962 – заведующий кафедрой специального приборостроения Ленинградского военно-механического института.

С 1962 – работа в Ленинградском институте точной механики и оптики.

1962 – 1977 – заведующий кафедрой вычислительной техники (до 1962 года кафедра счетно-решающих приборов и устройств), проректор по научной работе ЛИТМО.

1965 – присвоение ученого звания "профессор".

1969 – присуждение Государственной премии СССР.

1970 – защита диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук.

1977 – 1986 – профессор кафедры вычислительной техники.

Скончался в 1986 году.

Основные научные публикации

Технология производства вычислительных машин. – М. – Л.: «Машиностроение», 1965. – 412 с.

Малогабаритные вычислительные машины: Проектирование цифровых управляемых систем. – Л.: "Машиностроение", 1967. (Соавтор – Г. И. Новиков)

Принципы организации цифровых машин. – Л.: "Машиностроение", 1974. (Соавтор – Г. И. Новиков)

Когерентные оптические вычислительные машины. – Л.: "Машиностроение", 1977. (Соавтор – А. А. Акаев)

Структура электронных вычислительных машин. – Л.: "Машиностроение", 1979. (Соавтор – Г. И. Новиков)

Оптические методы обработки информации. – М.: "Высшая школа", 1988. (Соавтор – А. А. Акаев)

Введение в микроЭВМ. – Л.: Машиностроение, 1988. – 304 с.
(Соавторы – В. В. Кириллов, А. А. Приблуда)

НАИМЕНОВАНИЯ ПРЕДЫДУЩИХ КНИГ СЕРИИ

- Г. Н. Дульнев.* Энергоинформационный обмен в природе. 2000. – 134 с.
- А. В. Сечкарев.* Фотонная оптика. 2000. – 220 с.
- В. С. Игнатовский.* Элементарные основы теории оптических приборов. 2001. – 202 с.
- К. Г. Коротков.* Основы ГРВ биоэлектрографии. 2001. – 360 с.
- В. Н. Чуриловский.* Теория оптических приборов. 2001. – 274 с.
- Ю. Г. Шнейдер.* Эксплуатационные свойства деталей с регулярным микрорельефом. 2001. – 264 с.
- В. С. Меськин.* Основы легирования стали. 2002. – 236 с.
- Э. С. Слив.* Прикладная теория навигации. 2002. – 132 с.
- Г. М. Кондратьев, Г. Н. Дульнев, Е. С. Платунов, Н. А. Ярышев.* Прикладная физика: Теплообмен в приборостроении. 2003. – 550 с.
- М. М. Русинов.* Композиция нецентрированных оптических систем. 2004. – 228 с.
- В. И. Земский, Ю. Л. Колесников, И. К. Мешковский.* Физика и техника импульсных лазеров на красителях. 2005. – 150 с.

**Аскар Акаевич Акаев
Сергей Александрович Майоров**

ОПТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

*Репринтное воспроизведение
издания 1988 года*

Компьютерная верстка дополнений
Дизайн обложки серии
Автор проекта

А. А. Иванова
В. А. Петров
М. И. Потеев

Подписано в печать 27.01.05. Формат А5. Бумага офсетная.
Отпечатано на ризографе. Тираж 150 экз. Заказ № 131.

Санкт-Петербургский
государственный университет
информационных технологий,
механики оптики
Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99
197101, СПб., ул. Саблинская, 14

Издательство "ИВА"
Лицензия ИД № 00705 от 17.01.2000
197348, СПб., ул. Аэродромная, 4