

**Н.В. Пилипенко**

# **ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА В НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОМЕТРИИ**



**Санкт-Петербург  
2017**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

**Н.В. Пилипенко**

**ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА  
В НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОМЕТРИИ**

**Учебное пособие**

 **УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

**Санкт–Петербург  
2017**

Пилипенко Н.В. Применение фильтра Калмана в нестационарной теплотметрии. Учебное пособие – СПб: Университет ИТМО, 2017. – 36 с.

Учебное пособие разработано в соответствии с программой курса «Специальные разделы теории тепло– и массообмена» Федерального образовательного стандарта Министерства высшего образования и науки РФ для магистров по направлению подготовки 16.03.01– «Техническая физика» и 14.03.01 – «Ядерная энергетика и теплофизика».

В настоящее издание вошли лекции и практические занятия, посвященные методам параметрической идентификации дифференциально–разностных моделей теплопереноса при определении нестационарных тепловых потоков на основе решения обратных задач теплопроводности с использованием фильтра Калмана.

Рекомендовано к печати Ученым советом факультета лазерной и световой инженерии 19 января 2017 года, протокол № 1



**Университет ИТМО** – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно–образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2017

©Пилипенко Н.В., 2017

## СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	4
ВВЕДЕНИЕ.....	5
1 ФИЛЬТР КАЛМАНА.....	9
2 ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОвого ПОТОКА НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА .....	11
2.1 Классический оптимальный цифровой фильтр Калмана [15] .....	11
2.2 Применение алгоритма цифрового ФК для решения граничных ОЗТ по восстановлению нестационарного теплового потока [15] .....	12
3 ПРОБЛЕМЫ ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ КАЛМАНА [15] .....	14
4 СТРАТЕГИЯ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМОВ ФК ПРИ В–СПЛАЙН АППРОКСИМАЦИИ [15] .....	14
5 УСЛОВИЯ ВХОДА В АЛГОРИТМ ФИЛЬТРА КАЛМАНА [14].....	15
6 ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА [14].....	17
7 МЕТОДИКА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕДУР ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТЕПЛОвого ПОТОКА И ПРИМЕРЫ ЕЕ РЕАЛИЗАЦИИ [14].....	19
8 ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ ФИЛЬТРА КАЛМАНА.....	20
8.1 Построение дифференциально–разностной модели для двухсоставного комбинированного ПТП.....	20
8.2 Динамические характеристики двухсоставного ПТП .....	27
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	31

## **ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ**

ДРМ – дифференциально–разностная модель;  
ММТ – математическая модель теплопереноса;  
ОЗТ – обратная задача теплопроводности;  
ПЗТ – прямая задача теплопроводности;  
ПК – программный комплекс;  
ПТП – приемник (преобразователь) теплового потока;  
СОДУ – система обыкновенных дифференциальных уравнений;  
ТФХ – теплофизические характеристики;  
ФК – фильтр Калмана.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время разрабатываются и широко используются для прикладной теплотометрии различного типа приемники тепловых потоков (в дальнейшем изложении – ПТП), которые, как правило, представляют собой автономные достаточно миниатюрные устройства с одномерным теплопереносом, а в некоторых вариантах при упрощающих допущениях – одноемкостные. По наличию или отсутствию статических характеристик (градуировок) ПТП могут быть статическими, являясь средствами прямых измерений тепловых потоков, и астатическими – средствами косвенных измерений. Для большинства практически важных случаев прикладная теплотометрия является нестационарной, когда измерения постоянных или переменных во времени плотностей тепловых потоков  $q(\tau)$  как астатическими, так и статическими теплоинерционными ПТП выполняются в нестационарных режимах работы последних. При этом возникает необходимость **расчетного определения (восстановления)** плотности входящего в ПТП теплового потока  $q(\tau)$  по измеряемым температурам или их разностям в отдельных точках ПТП с применением современных ЭВМ. Эта задача относится к **нестационарным граничным обратным задачам теплопроводности (ОЗТ)**, а в аспекте измерительной техники – к косвенным методам измерений  $q(\tau)$ .

Известно, что в общем случае граничные ОЗТ относятся к некорректно поставленным задачам математической физики. Это приводит к возможной неустойчивости их решений и, следовательно, к необходимости обращения к регуляризованным методам решения ОЗТ, интенсивно развиваемым в работах О. М. Алифанова, В. А. Морозова, В. Б. Гласко, Ю. В. Полежаева, Е. А. Артюхина, А. В. Ненароковой, С. В. Резника, В. В. Михайлова, Ю. Е. Воскобойникова, Дж. Бека и других исследователей.

В настоящее время общепризнанным является то, что для научно-технических приложений эффективными методами решения граничных ОЗТ являются экстремальные постановки с последующей функциональной (по классификации О. М. Алифанова) или параметрической идентификацией (оптимизацией). Они основаны на априорной параметрической аппроксимации искомой величины  $q(\tau)$ , неизвестные постоянные коэффициенты (параметры) которой подлежат идентификации. В этих случаях, как правило, применяются регуляризованные алгоритмы решения ОЗТ, реализующие итерационный принцип минимизации функционала (функции) невязки, что связано со значительными объемами вычислений. Поэтому возможности применения этих методов в теплотометрических измерительных системах, работающих в реальном времени, существенно ограничены.

В то же время в работах J.V. Beck, Д. Ф. Симбирского, Ю. М. Мацевитого, А. Е. Воскобойникова, J. Hodge, D. Audley, J. Hayes, Е. Н. Бута, А. С. Гольцова, А. В. Олейника, Н. В. Пилипенко, И. А. Сивакова и

других исследователей предложено использовать последовательные (рекуррентные) методы параметрической идентификации, в частности, модифицированные алгоритмы известного цифрового фильтра Калмана (ФК). Они исходно предназначены для измерительных систем реального времени и доказали свою эффективность при решении ряда граничных ОЗТ для однородных ПТП. Однако их использование требует проведения соответствующих исследований в части устойчивости, сходимости, возможности получения оценок погрешностей результатов восстановления  $q(\tau)$ .

Одной из актуальных проблем является оценивание и устранение методических погрешностей нестационарной теплотметрии, особенно возникающих при решениях некорректно поставленных граничных ОЗТ по восстановлению  $q(\tau)$ .

Таким образом, в литературе практически отсутствует научно-обоснованный общий подход к тепломерам как к автономным измерительным системам реального времени, к методологии и возможностям их использования в нестационарной теплотметрии.

Изложенное показывает как научную, так и практическую актуальность нестационарной прикладной теплотметрии, в особенности, при подготовке бакалавров и магистров по направлению «Техническая физика».

Целью данного учебного пособия является дальнейшее обоснование общей, по отношению к различным типам ПТП и условиям измерений, методологии нестационарной теплотметрии и возможности использования для этого алгоритмов цифрового рекуррентного фильтра Калмана по искомым параметрам.

Вступительная часть и описание математических основ ФК рассматриваются по книге [2], исторические справки – по материалам [2, 4], краткая биография Р. Калмана – по монографии [1].

## **Рудольф Эмиль Калман**

Рудольф Эмиль Калман (1930 – 2016) родился в Будапеште (Венгрия). Сын инженера-электрика, он решил пойти по стопам отца. Он иммигрировал в США, там получил образование бакалавра, а затем в 1953 – 1954 гг. ему была присвоена степень магистра по электротехнике в Массачусетском технологическом институте (MIT). Позже Калман покинул MIT и продолжил свое образование в Колумбийском университете, где в 1957 году получил ученую степень доктора философии под руководством профессора Дж.Р.Рагаццини.

Ранний интерес к системам управления появился у Калмана еще во время учебы в MIT и особенно в Колумбийском университете. Его первые исследования обладали математической новизной и были основаны на применении дифференциальных и разностных уравнений в переменных состояниях. Источником этих исследований были практические задачи. Уже в эти ранние годы Калман проявил свой яркий оригинальный подход к исследованию динамических систем, который он развивал на протяжении своей блестящей научной карьеры.

В период 1957 – 1958 гг. Калман работал штатным инженером в исследовательской лаборатории известной фирмы IBM. В течение этого времени он внес существенный вклад в создание теории анализа и синтеза дискретных линейных систем управления по квадратическому критерию качества, в том числе и на основе применения теории Ляпунова. Он предвидел значение цифровых вычислительных машин для анализа и синтеза больших систем и был одним из пионеров их использования для анализа и моделирования процессов в них, а также оптимального синтеза структур больших (крупномасштабных) систем управления.

В 1958 году Калман начинает работать в исследовательском институте перспективных разработок (RIAS) в Балтиморе, который позже возглавил известный профессор С. Левшец. Здесь Калман прошел путь от математика-исследователя до заместителя директора по научной работе. Именно в этот период (1958–1964 гг.) Калманом были выполнены пионерские работы, внесшие существенный вклад в современный системный анализ и теорию управления. Его лекции и публикации того времени говорят о его огромной плодотворной деятельности в области общей теории управления. Полученные Калманом результаты позволили подвести прочный фундамент общей линейной теории управления на основе таких понятий, как управляемость, наблюдаемость и создать структурную теорию сложных управляемых систем, важную для инженерной практики. Калман сыграл важную роль во внедрении работ Каратеодори в теорию оптимального управления, впервые выявил связь между принципом максимума Понтрягина и уравнением Гамильтона–Якоби–Беллмана. Его работы подчеркивали не только математическую общность, но и были нацелены на широкое использование ЭВМ как неотъемлемой части процессов анализа, синтеза и эксплуатации систем управления в различных областях науки, техники и производства.

Именно в эти годы (1958 – 1959 гг.) Калман сделал одно из самых своих известных изобретений – фильтр Калмана. Калман писал, что в 1958 году он предложил свой фильтр для дискретных динамических систем, обобщив известные результаты Винера, Колмогорова, Бодэ, Шеннона, Пугачева и др. на случай систем, заданных в пространстве состояний. В 1960 – 1961 гг. Калман в сотрудничестве с Бьюси разработал непрерывную версию своего фильтра («фильтр Калмана–Бьюси»).

Фильтр Калмана по критерию минимума средней квадратической ошибки и его обобщения на случай гауссовских нелинейных непрерывных и дискретных динамических систем являются, пожалуй, самыми известными результатами современной теории управления, которые нашли практическое приложение. Круг областей применения ФК необычайно широк. Это космическая навигация и инерциальное управление летательными аппаратами (проект «Аполлон»), радиолокационная техника и связь, анализ и синтез систем управления и регулирования технических и социально-экономических систем. ФК предполагают неперенное использование ЭВМ, что позволяет эффективно решать задачи анализа и синтеза систем на всех этапах разработки, производства, испытаний и эксплуатации изделий. С теоретической точки зрения Калман подвел единый



фундамент под теорию фильтрации и управления в виде принципа «дуальности».

В 1984 году Калман начал работать в Стенфордском университете, сотрудничая с департаментами электротехники, механики и исследования операций. Здесь его исследования сместились в область теории реализации и алгебраической теории систем. Он открыл новые пути в известных и новых направлениях и построил область современной теории системного анализа.

В 1971 году Калман стал директором Математического центра системного анализа и профессором университета Флорида. Он вел активную научно-исследовательскую и педагогическую работу с департаментами математики и электротехники, инженерии и промышленности. Он также работал консультантом в исследовательском центре Франции. В период 1973 – 1997 гг. Калман возглавлял кафедру в Швейцарском федеральном институте технологий в Цюрихе. Последние годы Калман посвятил исследованию проблем построения математических моделей динамических систем (идентификации) по экспериментальным, зашумленным данным, применительно к задачам эконометрики, статистики и теории вероятностей.

Заслуги Калмана в развитии теории управления, прикладной математики и инженерном деле получили широкое признание. В 1985 году Калман стал одним из первых лауреатов Kyoto Prize – японский аналог Нобелевской премии в области новых технологий. Калман являлся обладателем многих почетных наград, таких как IEEE Medal of Honor (1974) и IEEE Centennial Medal (1984), премия Steel Prize, премии Беллмана (1997). Калман являлся иностранным членом Американской, Французской, Венгерской и Российской академий наук, а также почетным доктором многих университетов.

# 1 ФИЛЬТР КАЛМАНА

Фильтр Калмана (ФК) одно из самых ярких открытий в истории статистической теории оценивания. Его использование позволило человечеству осуществить многое из того, что раньше считалось невозможным и стало в настоящее время нужным и незаменимыми, как, например, кремний при рассмотрении производства электронных систем. Самое непосредственное применение ФК нашел в управлении сложными динамическими системами, примерами которых являются непрерывные производственные процессы, самолеты, корабли или космические аппараты. Для того, чтобы управлять динамической системой необходимо в первую очередь определить ее текущее состояние. Для этих целей не всегда имеется возможность измерить каждый интересующий нас параметр управления, тогда как ФК обеспечивает средствами для получения отсутствующей информации о неизвестных параметрах косвенных измерений. ФК также используется для предсказания возможных тенденций развития динамических систем, которыми невозможно управлять, например, дебит воды в реках во время наводнения, траектории небесных тел или уровни цен на продаваемые товары.

Первоначальное знакомство с ФК включает понимание следующих его особенностей:

**ФК – это только инструмент.** Он не решает какую-либо задачу полностью сам по себе, хотя его использование существенно упрощает достижение поставленной цели. ФК – это не физический инструмент, а математический. Он создается на основе математических моделей, которые по существу являются предметами интеллектуальных категорий, то есть они делают умственную работу более эффективной, также как, например, механические инструменты облегчают нам физическую работу.

**ФК – это компьютерная программа.** Он идеально подходит для программной реализации на цифровых устройствах. Частично это объясняется использованием конечного числа параметров представления задачи оценивания, которые, в свою очередь, можно представить вещественными числами с неограниченным порядком точности.

**ФК – это полное статистическое описание задачи оценивания.** Он гораздо больше, чем просто оценивающая функция, так как полностью определяет во времени распределения вероятностей тех параметров, которые подлежат оцениванию, тем самым, характеризуя текущий уровень знания о динамической системе, основываясь на данных всех предыдущих произведенных измерениях. Полученные распределения вероятности составляют основу дальнейшего статистического анализа и методов планирования эксперимента при конструировании, выборе и использовании всевозможных типов датчиков.

**В ограниченном контексте ФК – это метод изучения.** Он использует такую модель оценивания, которая различает феномен (то, что можно наблюдать), ноумен (то, что действительно происходит) и наш уровень знаний про ноумен, который можно установить из феномена. Уровень знаний о реальных

явлениях представляется распределениями вероятностей, а сам процесс накопления таких знаний называется изучением – достаточно простым и вполне эффективным методом для целого ряда приложений.

Применения ФК охватывают много различных областей знаний, но чаще всего его используют исключительно как инструмент для решения двух определенных задач: задачи оценивания и планирования эксперимента.

Первая функция – оценивание состояния динамической системы. Что такое динамическая система? Почти все, что нас окружает, если строго подходить к ответу на этот вопрос. При ближайшем рассмотрении все физические системы являются динамическими в той или иной мере. В случае, если необходимо точно оценить изменяющиеся во времени параметры системы, то обязательно нужно учитывать ее динамику.

Основная проблема состоит в том, что динамика системы не всегда точно известна и лучшее, что мы можем сделать – это выразить наше незнание более точно, используя вероятности. ФК позволяет нам оценить состояние динамической системы с определенными типами случайных процессов, используя соответствующую статистическую информацию.

Вторая функция – это планирование эксперимента. Целями планирования является подбор подходящего наилучшим образом датчика (его тип, местоположение, ориентация относительно измеряемой системы и др.) в зависимости от выдвигаемого набора критериев (допустимые пределы неопределенности оценивания, стоимость системы и др.).

Может показаться странным, что термин «фильтр» употребляется в названии оценивающей функции. Более привычно первоначальное определение фильтра, как физического устройства для очищения жидкостей, газов от нежелательных примесей. В эпоху электронных ламп этот термин начал применяться еще и для обозначения аналогового устройства, пропускающего электрические колебания определенной частоты. Позднее это определение было расширено Колмогоровым и Винером для задач отделения нежелательных шумов от полезного сигнала. Последнее различие связано с применением его для решения обратных задач, в которых при известном представлении измеряемых величин, как функций интересующих нас неизвестных параметров, становится возможным провести идентификацию этих параметров. Математический фундамент ФК представлен на рисунке 1.

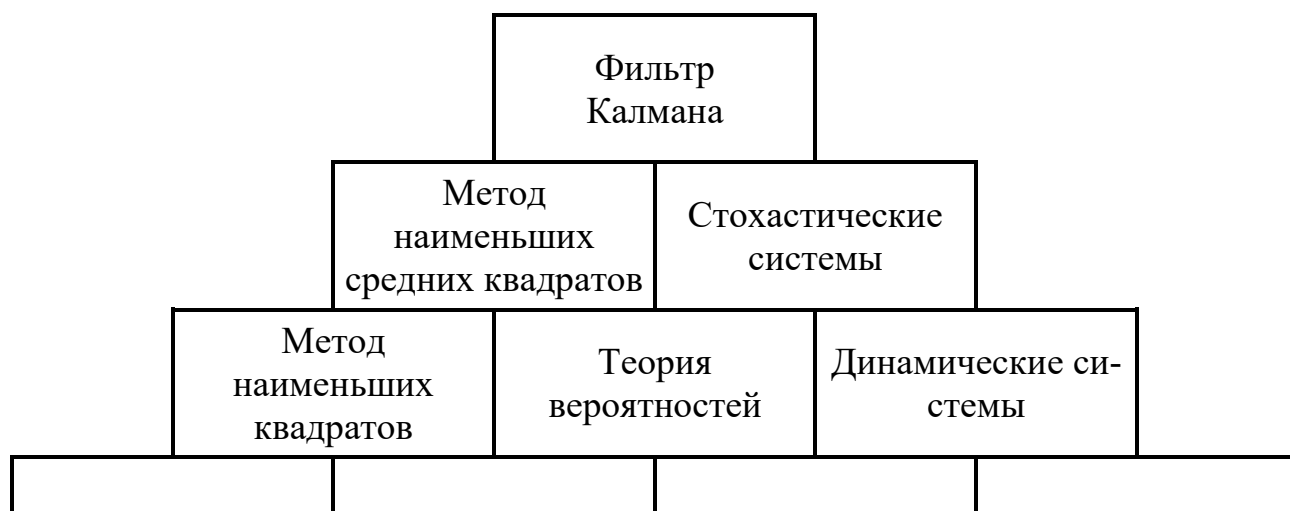


Рисунок 1 – Фундаментальные основы фильтра Калмана

## 2 ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА

### 2.1 Классический оптимальный цифровой фильтр Калмана [15]

Исходно классический алгоритм ФК был получен с позиций теории пространства состояний динамических объектов, линейные модели которых имеют форму систем однородных дифференциальных уравнений (СОДУ), для определения оптимальных оценок их векторов состояний. В качестве объектов практического приложения ФК первоначально выступали воздушные и космические летательные аппараты, а в последующем – самые различные технические объекты.

Предметно классический алгоритм дискретного (цифрового) ФК заключается в последовательном, от  $k$ -го момента времени к  $(k+1)$ -му, где  $k = 0, 1, \dots, N$ , определении оптимальных оценок  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$  ( $n \times 1$ )-вектора состояния  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$  и их ковариационной ( $n \times n$ )-матрицы  $P_{k+1}$  ошибок этих оценок на основании предыдущих значений  $\hat{\mathbf{X}}_k$  и  $P_k$ , измерений  $\mathbf{Y}_{k+1}$ , и известного (измеряемого) вектора управления  $\mathbf{U}_k$ . Эта задача решается по мере поступления измерений  $\mathbf{Y}_k$  и  $\mathbf{U}_k$ , т. е. в реальном времени. В последующем, после уточнения и устранения ряда негативных особенностей ФК, в том числе и возможностей его расходимости, алгоритмы ФК приняли окончательную форму, которая приведена, например, в литературе [6 – 11]. В настоящее время классические алгоритмы ФК нашли свою реализацию для самых различных технических объектов в форме универсальных программных продуктов в пакетах Simulink, Vissim и др. Они получены при условиях идеальной адекватности модели объ-

екту, наблюдаемости и управляемости последнего, а также наличия полной статистической информации о ковариационной матрице  $R$  шумов  $\varepsilon_k$  в измерениях и условиях входа в алгоритм – начальных оценок  $X_{0/0}$  вектора состояния и ковариационной матрицы  $P_0$  его ошибок.

Однако классический алгоритм, не может быть непосредственно использован для решения граничных ОЗТ, так как для него необходимы измерения вектора управления  $U(\tau)$ , в который входит искомая плотность теплового потока  $q(\tau)$ . В теории **параметрической идентификации динамических объектов** в подобных случаях используется прием расширения пространства состояний объекта и вводится расширенный вектор состояния  $R_k$ , в котором к вектору состояния  $X_k$  присоединен постоянный вектор искомых параметров  $Q$ . Тогда для каждого  $(k + 1)$ -го временного шага алгоритмом ФК могут быть получены оценки  $\hat{R}_{k+1}$   $[(n + r) \times 1]$ -вектора  $R_{k+1}$ , которые включают искомые оценки  $\hat{Q}_{k+1}$ , а также их ковариационная  $[(n + r) \times (n + r)]$  матрица  $P_{k+1}$ . В этом случае ФК становится нелинейным.

## 2.2 Применение алгоритма цифрового ФК для решения граничных ОЗТ по восстановлению нестационарного теплового потока [15]

Методология использования алгоритма ФК для решения граничных ОЗТ нашла свое последовательное развитие в работах представителей научной школы ХАИ им. Н. Е. Жуковского Д. Ф. Симбирского, Е. Н. Бута, А. В. Олейника, А. С. Гольцова, Г. В. Макаренко и других [6 – 11]. Изложим основные моменты этой методологии в соответствии с работой [6]. Общим в них является использование дифференциально–разностных моделей (ДРМ) ПТП и В–сплайн аппроксимации  $q(\tau)$ . В частности, В–сплайны первого порядка обычно записываются в следующей форме[6]:

$$q(\tau) = \sum_{i=1}^r q_i Sp_i^{(1)}(\tau), \quad (1)$$

$$Sp_i^{(1)}(\tau) = \begin{cases} 1 - |\xi_i|, & |\xi_i| \leq 1; \\ 0, & |\xi_i| > 1, \end{cases}$$

где  $\xi_i = \tau / \Delta - i + 1$  – безразмерный аргумент сплайн–функции  $Sp_i^{(1)}(\tau)$ ;  $\Delta$  – участок сплайн–аппроксимации ( $z = 1, 2, \dots, r - 1$ ), включающий  $l$  измерений, каждое из которых выполняется через дискретное время  $\Delta\tau$ . Общее количество измерений  $N = l \cdot (r - 1)$  соответствует суммарному времени теплотрии  $\tau_N = N \cdot \Delta\tau$ . Величина  $\Delta = l \cdot \Delta\tau$  выбирается по результатам априорных исследований вида функции  $q(\tau)$ , особенностей и характеристик регистрирующей аппаратуры и других факторов. Коэффициенты  $q_i$  равны узловым значениям

функции  $q(\tau)$  и на всем отрезке времени  $\tau_N$  составляют  $(r \times 1)$ -вектор искомых параметров  $\mathbf{Q} = [q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_r]^T$ .

Для получения оптимальных оценок  $\mathbf{Q}_{k+1}$  вектора  $\mathbf{Q}$  в  $(k+1)$ -й момент времени применяется либо упомянутый выше расширенный ФК, либо полученный там же так называемый **ФК по искомым параметрам** в следующем виде [6]:

$$\hat{\mathbf{Q}}_{k+1} = \hat{\mathbf{Q}}_k + K_{k+1}[\mathbf{Y}_{k+1} - \hat{\mathbf{Y}}_{k+1}(\hat{\mathbf{Q}}_k)], \quad (2)$$

$$K_{k+1} = P_k H_k^T (H_k P_k H_k^T + R)^{-1}, \quad (3)$$

$$P_{k+1} = P_k + K_{k+1} H_k P_k, \quad (4)$$

где  $P_k, P_{k+1}$  – ковариационные матрицы ошибок оценок параметров для моментов времени  $\tau_k = k \cdot \Delta\tau$  и  $\tau_{k+1} = (k+1)\Delta\tau$ ;  $H_k$  – матрица коэффициентов чувствительности измеряемой температуры ПТП к изменению искомых параметров в момент времени  $\tau_{k+1}$ ;  $K_k$  – весовая матрица.

Начальные оценки  $\hat{\mathbf{Q}}_0 = [\hat{q}_{1,0} \quad \hat{q}_{2,0} \quad \dots \quad \hat{q}_{r,0}]^T$  задаются произвольно на основе априорных знаний и могут быть для простоты приняты равными нулю. Дисперсии начальных оценок  $P_{ii,0} (i=1, 2, \dots, r)$ , достоверности априорной информации о величине  $q_{i,0}$  используются в качестве диагональных элементов ковариационной матрицы  $P_0$  ошибок начальных оценок.

Приведенная методология параметрической идентификации  $q(\tau)$  была **исследована и успешно реализована на практике применительно к однородным градиентным ПТП**, в основном, при определении граничных условий и температурного состояния элементов авиационных газотурбинных двигателей, при термовакуумных испытаниях космических объектов и других. Помимо граничных задач на ее основе успешно решались также **коэффициентные и комбинированные ОЗТ** [6].

В работах Дж. Ходжа [12, 13] описаны случаи успешного многоцелевого применения аналогичной методологии решения нелинейных граничных и коэффициентных ОЗТ для **одномерной модели многокомпонентного теплозащитного покрытия**. При этом используются ДРМ теплопереноса с уточнением изменяющейся толщины покрытия, линейного представления  $q(\tau)$  и модели измерений.

Фундаментальные исследования особенностей применения алгоритмов ФК и некоторых его модификаций проведены в работах Ю. М. Мацевитого и его учеников, **посвященных идентификации и моделированию процессов теплопереноса в элементах теплоэнергетического оборудования**. В большинстве случаев рассматривались многомерные ОЗТ с использованием конечно-разностных ММТ деталей.

### 3 ПРОБЛЕМЫ ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ КАЛМАНА [15]

Известно, что при практическом использовании алгоритмов ФК могут возникнуть проблемы, связанные с устойчивостью (сходимостью) и точностью конечных результатов. В частности, для классического варианта применения алгоритма ФК к летательным объектам наблюдаются **случаи его расходимости** по причине несоблюдения на практике ряда условий. В частности, по результатам детальных исследований к основным **причинам расходимости** были отнесены **неопределенности задания априорных данных**. Показано, что для их исключения разработаны и успешно применяются различные **модификации алгоритма ФК**, в частности, адаптивные фильтры: корреляционные; фильтр Язвинского; фильтры, не требующие априорной информации; редуцированные алгоритмы линейной фильтрации и другие.

Указанные обстоятельства вынуждают для каждого класса объектов обязательно проводить большие объемы исследований особенностей функционирования алгоритмов ФК, уделяя основное внимание условиям входа в алгоритм, остановка вычислений, точности конечных результатов и др. Обычно такие исследования проводятся путем **численного моделирования процедур фильтрации или идентификации**, технологии проведения и результатам которых посвящена обширная библиография [2 – 6].

### 4 СТРАТЕГИЯ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМОВ ФК ПРИ В–СПЛАЙН АППРОКСИМАЦИИ [15]

При использовании оптимальной фильтрации в теплоизмерительных системах известны **различные варианты реализации** процедуры параметрической идентификации.

В работе [6] рассмотрены особенности использования алгоритма ФК для восстановления температуры поверхности и  $q(\tau)$  по показаниям заглубленных термометров для однородных градиентных ПТП с пошаговой (на каждом промежутке  $\Delta\tau$  дискретного времени) кусочно–постоянной параметризацией. Результаты численных экспериментов показали возникновение явления расходимости ФК при увеличении уровня случайных погрешностей (шумов) в измерениях, подтвердив тем самым, во–первых, необходимость проведения подобных исследований, и во–вторых, полезность функциональной аппроксимации  $q(\tau)$ . Тогда, при определении параметров  $Q$  этой аппроксимации  $q(\tau)$  используется избыточная информация, нейтрализующая явление шумов в измерениях.

При использовании В–сплайн аппроксимации  $q(\tau)$  возможны различные стратегии получения оценок полного вектора искомых параметров  $Q$  по всему времени измерений  $\overline{0, N}$ .

1) **непрерывное** («non stop») последовательное по всем  $z$  участкам сплайн–аппроксимации получение оценок составляющих  $q_i$  вектора  $Q(z = 1, 2, \dots, r)$ .

2) **скользящее** оценивание части составляющих  $Q$  с последовательным использованием  $2l$  и более измерений на  $2$ -х и более участках аппроксимации, после которого следует перемещение на следующий участок с повторением вычислений.

3) то же с последовательным использованием  $l$  измерений на каждом участке с **кусочно–постоянной аппроксимацией**  $q(\tau)$  на нем и другие варианты.

При разработке алгоритмов теплоизмерительных систем реального времени для выбора стратегии оценивания  $Q$ , а также исследовании сходимости ФК, используется **численный эксперимент** (имитационное моделирование). Такие исследования с общими положительными оценками в первом приближении были проведены: для однородных градиентных ПТП и ПТП в виде полубесконечного тела; батарейного ПТП с упрощенной моделью; для однородного одноемкостного калориметрического ПТП; при оценках ТФХ материала однородных градиентных ПТП. Однако, для всего многообразия известных и вновь разрабатываемых ПТП различных тепловых и измерительных схем, с различными ММТ теплопереноса проблема использования алгоритмов оптимальной фильтрации Калмана в качестве общего метода восстановления  $q(\tau)$  остается открытой и требует проведения дополнительных исследований.

## 5 УСЛОВИЯ ВХОДА В АЛГОРИТМ ФИЛЬТРА КАЛМАНА[14]

Для выполнения расчетов по алгоритму ФК от момента  $k = 0$  к моменту времени  $k = 1$  кроме геометрических и теплофизических характеристик ПТП в его ДРМ необходимо задать интервал  $\Delta t$  дискретного времени, начальное распределение температур  $T_0 = T(k = 0)$ , начальные оценки  $\hat{Q}_0$  и ковариационную матрицу  $P_0$  ошибок начальных оценок. Эти величины обычно называют условиями входа в алгоритм.

Принципиальным достоинством предложенного алгоритма ФК является произвольное задание  $\hat{Q}_0$  в предположении, что он является случайным вектором с нормальным законом распределения, математическим ожиданием и ковариационной  $P_0$  матрицей ошибок. Возможны два варианта выбора  $\hat{Q}_0$  и  $P_0$ . Для первого  $z = 1$  участка  $\Delta_1$  сплайн–аппроксимации  $q_1(\tau)$ , на котором необходимо получить оценки  $\hat{Q} = |\hat{q}_{al} \quad \hat{q}_{bl}|^T$ , значения  $\hat{q}_{a0}$  и  $\hat{q}_{b0}$  выбираются произ-



вольню, а  $P_0$  имеет вид:

$$P_0 = \begin{vmatrix} \sigma_{\hat{q}_{a_0}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\hat{q}_{b_0}}^2 \end{vmatrix}, \quad (5)$$

где  $\sigma_{\hat{q}_{a_0}}^2$  и  $\sigma_{\hat{q}_{b_0}}^2$  – дисперсии ошибок задания начальных оценок значений  $\hat{q}_{a_0}$  и  $\hat{q}_{b_0}$  искомым параметров  $q_a$  и  $q_b$ .

Если предположить, что неточности начальных оценок  $\hat{q}_{a_0}$  и  $\hat{q}_{b_0}$  укладываются в интервалы  $\pm\Delta q_a$  и  $\pm\Delta q_b$  соответственно, то с доверительной вероятностью 0,95 величины дисперсий предлагается определить по формуле:

$$\sigma_{\hat{q}_{a_0}}^2 = \frac{4}{9}\Delta^2 q_{a_0}; \quad \sigma_{\hat{q}_{b_0}}^2 = \frac{4}{9}\Delta^2 q_{b_0}. \quad (6)$$

Для 2–го, 3–го и т. д. участков сплайн–аппроксимации в качестве начальной оценки  $\hat{q}_{a_0}$  рекомендуется принять значение оценки  $\hat{q}_{bl}$ , полученной по  $l$  измерениям на предыдущем участке, а значение  $\hat{q}_{b_0}$  – произвольным. Такой выбор можно отразить соответствующим выбором диагональных элементов матрицы  $P_0$  для второго участка и т. д.

Существенным является также **выбор начального распределения температур** в ПТП. Идеальным является случай, когда для  $k=0$  на первом  $z=1$  участке  $\Delta_1$  сплайн–аппроксимации  $\mathbf{T}_0^{(1)}$  достоверно известно. Если такая возможность отсутствует, то необходимо учитывать известное обстоятельство, что практически для всех видов решений ПЗТ с течением времени начальное распределение температуры перестает влиять на температурное поле тела. Это означает, что неточности в  $\mathbf{T}_0^{(1)}$  для  $z=1$  будут сказываться на решениях прямых и обратных задач теплопроводности на ограниченном количестве временных шагов  $\Delta\tau$ . Поэтому для  $k=0$  на втором участке  $z=2$  начальное распределение температуры  $\mathbf{T}_0^{(2)}$  необходимо задать равным полученному распределению температур  $\mathbf{T}_l^{(1)}$  на первом участке. Это правило затем распространяется на все последующие  $z$ –участки, что способствует приближению момента нечувствительности вычислений к неточностям в  $\mathbf{T}_0$ .

Кроме того, имеется возможность аппроксимировать начальные распределение температуры  $\mathbf{T}(x, \tau=0)$ , а неизвестные коэффициенты этой аппроксимации включить в состав искомым параметров для восстановления входящей в ПТП плотности теплового потока  $q(\tau)$ .

## 6 ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА [14]

Приведенный выше алгоритм восстановления входящего в ПТП теплового потока  $q(\tau)$ , реализован в форме программных комплексов ПК–1 «Heat Stream» и ПК–2 «Heat Identification», которые написаны на языке C++ в среде Borland C++ Builder 5 и предназначены для решения следующих задач для одномерных ПТП различных типов:

- прямых задач теплопереноса (ПЗТ) в ПТП;
- граничных обратных задач теплопереноса (ОЗТ) по восстановлению входящего ПТП теплового потока с помощью алгоритма ФК по искомым параметрам  $Q$ ;
- задач по численному моделированию вычислительных процедур решения ОЗТ с целью изучения их сходимости и выработки требований к условиям проведения реальной теплотметрии.

На рисунке 2 представлена схема алгоритма подпрограммы решения граничной ОЗТ программного комплекса «Heat Stream» с использованием алгоритма ФК по искомым параметрам.

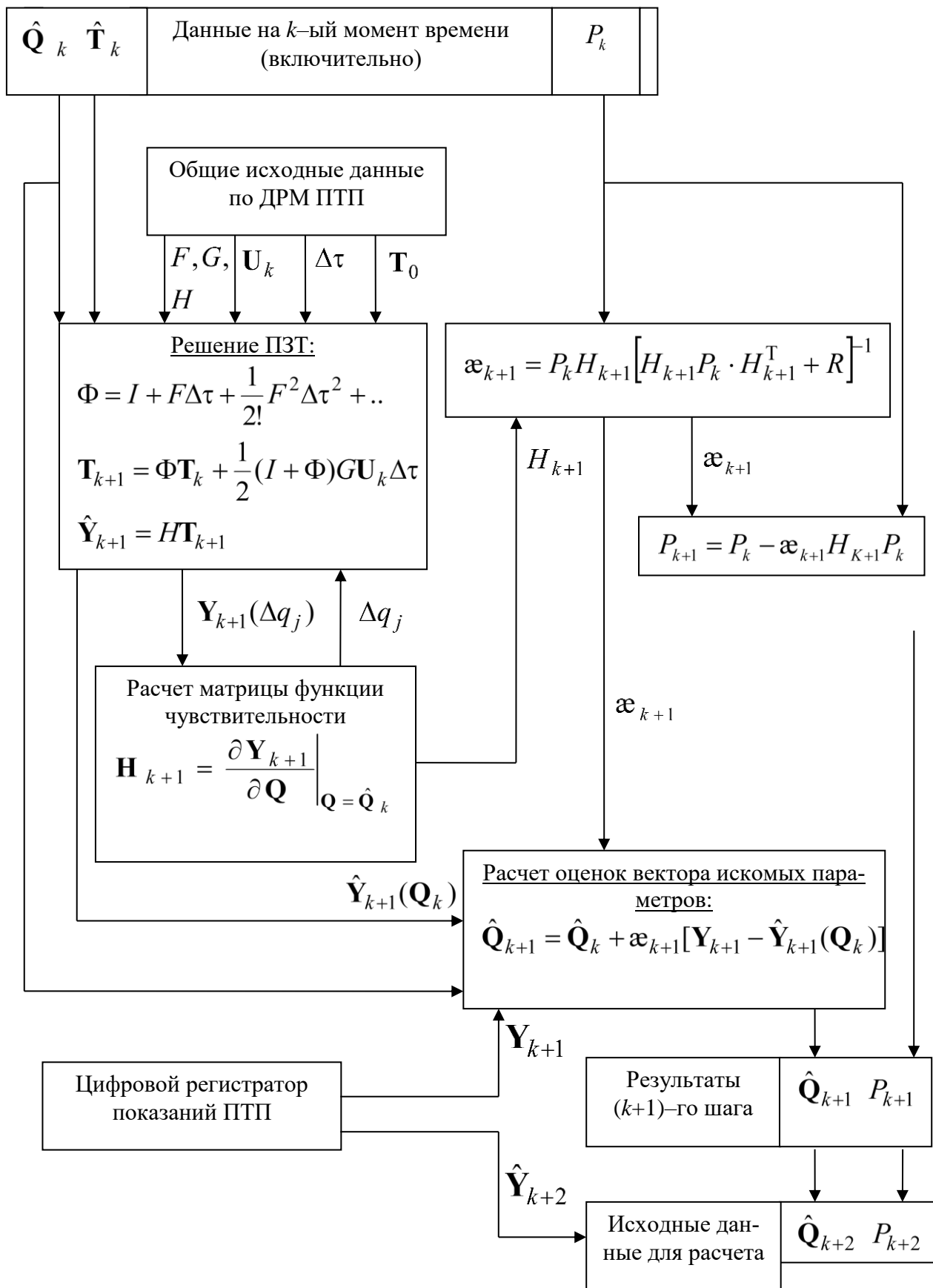


Рисунок 2 – Схема алгоритма подпрограммы решения граничной ОЗТ с использованием ФК по искомым параметрам

## 7 МЕТОДИКА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕДУР ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТЕПЛОвого ПОТОКА И ПРИМЕРЫ ЕЕ РЕАЛИЗАЦИИ [14]

В практических приложениях при решении задач, связанных со сходимостью вычислительных процедур и точностью получаемых оценок, обычно, а для нелинейных оценок – обязательно, проводят имитационное моделирование. Его особенностью является то, что эталонные значения вектора  $\hat{\mathbf{Y}}_k$  берутся из решения некоторых эталонных ПЗТ для рассматриваемого ПТП.

Сущность имитационного моделирования заключается в выполнении следующих операций:

1. Задаем значениями всех параметров ДРМ конкретного ПТП, а также выбранным законом изменения  $q(\tau)$  и начальным вектором температурного состояния  $\mathbf{T}_0$ . Получаем решения ПЗТ в виде температур  $\mathbf{T}_k$  для моментов времени  $\tau_k = k\Delta\tau$ , особо выделив те, которые подлежат измерению.

2. Используя цифровой датчик случайных чисел (шума) с регулируемой величиной дисперсии, получаем значения погрешностей в измерениях  $\boldsymbol{\varepsilon}_k = [\varepsilon_{zk}]_{z=1}^m$ .

3. Определяем значения вектора  $\mathbf{Y}_k$  путем наложения шума на соответствующие выбранные составляющие вектора состояния  $\mathbf{T}_k$ .

4. Используя значения  $\mathbf{Y}_k$  в алгоритме ФК, получаем значения  $\hat{\mathbf{Q}}_{\Sigma,l}$  оценок полного вектора параметров  $\mathbf{Q}_{\Sigma}$  на всех участках сплайн–аппроксимации искомого теплового потока  $q(\tau)$  при различных условиях входа в алгоритм ФК ( $\hat{\mathbf{Q}}_0$  и  $P_0$ ), различном количестве  $l$  моментов времени  $\tau_k$  на участках аппроксимации, дисперсиях шумов  $\sigma^2$  в измерениях, неточностей в задании начального вектора состояния  $\mathbf{T}_0$  и др.

5. Путем сравнения  $\hat{\mathbf{Q}}_{\Sigma,l}$  с известными (эталонными) значениями теплового потока  $q_0, q_1, \dots, q_{r-1}$  на стыках участков его сплайн–аппроксимации делаем вывод о характере сходимости и конечной точности получаемых решений ОЗТ в зависимости от перечисленных выше факторов, а также вырабатываем количественные требования к последним.

Приведенная методика была успешно реализована нами с помощью ПК–1 и ПК–2 при решениях ОЗТ по восстановлению  $q(\tau)$  для всех без исключения рассматриваемых ПТП.

В качестве примера использования фильтра Калмана по параметрам рассмотрим восстановление плотности нестационарного теплового потока с помощью одного из ПТП, а именно, двухсоставного неоднородного с контактными тепловым сопротивлением, схема и топология которого приведены в статье [11].

## 8 ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ ФИЛЬТРА КАЛМАНА

### 8.1 Построение дифференциально–разностной модели для двухсоставного комбинированного ПТП

Двухсоставной ПТП с контактным сопротивлением  $R_k$  состоит из двух частей с коэффициентами теплопроводности 31 и 0,7 Вт/м К соответственно.

Тепловая модель двухсоставного комбинированного ПТП показана на рисунке 3а.

Топология ДРМ двухсоставного ПТП представлена на рисунке 3б.

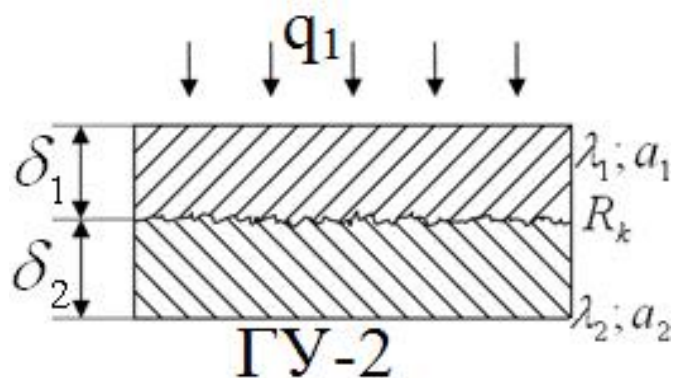


Рисунок 3а – Тепловая модель двухсоставного комбинированного ПТП с контактным тепловым сопротивлением

Исходные данные:

	1	2
$\delta, м$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$
$\lambda, Вт/(м \cdot К)$	31	0,7
$a, м^2/с$	$8 \cdot 10^{-6}$	$0,22 \cdot 10^{-6}$
$\Delta, м$	$0,18 \cdot 10^{-3}$	$0,27 \cdot 10^{-3}$

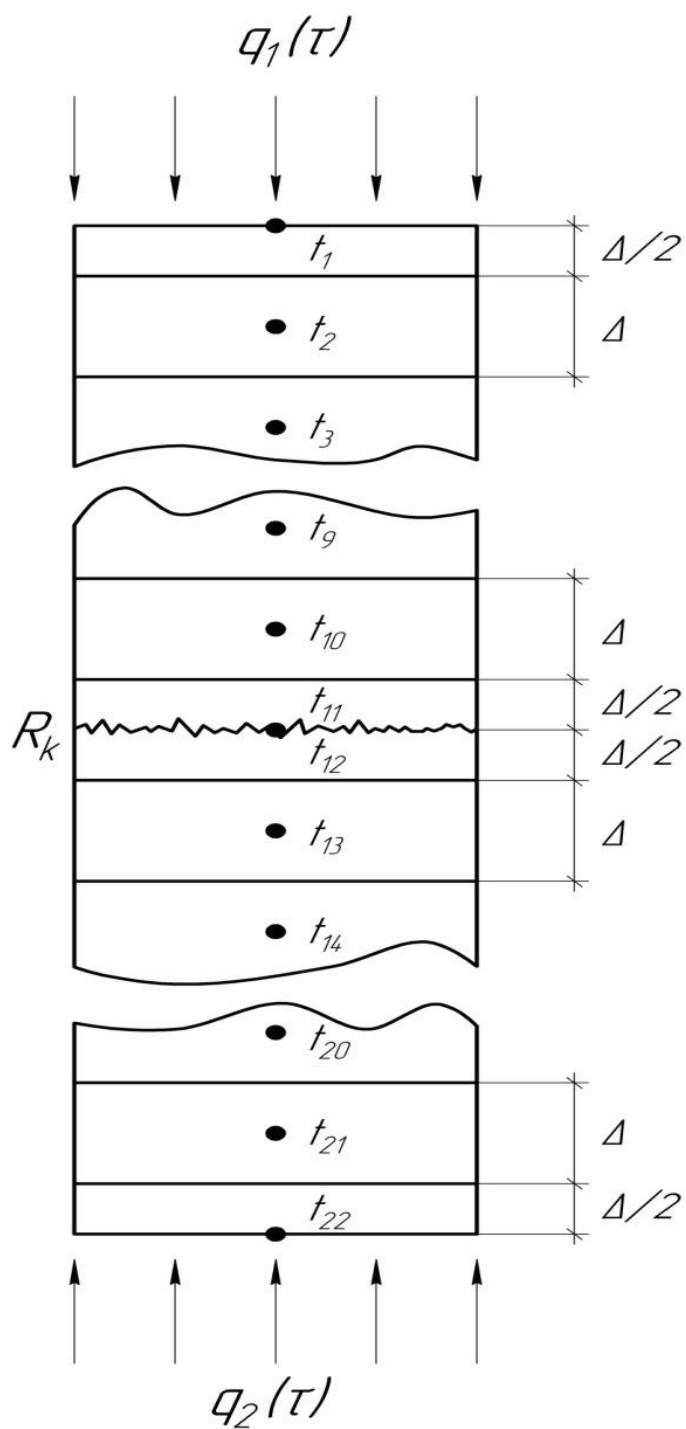


Рисунок 3б – Топология ДРМ двухсоставного ПТП

Составим уравнения теплового баланса для ПТП:

$$\left. \begin{aligned}
 q_1(\tau)S &= C_1 \frac{dt_1}{d\tau} + \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_1 - t_2), \\
 \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_1 - t_2) &= C_1 \frac{dt_2}{d\tau} + \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_2 - t_3), \\
 \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_2 - t_3) &= C_1 \frac{dt_3}{d\tau} + \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_3 - t_4), \\
 \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_3 - t_4) &= C_1 \frac{dt_4}{d\tau} + \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_4 - t_5), \\
 \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_4 - t_5) &= C_1 \frac{dt_5}{d\tau} + \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_5 - t_6), \\
 \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_5 - t_6) &= C_1 \frac{dt_6}{d\tau} + \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_6 - t_7), \\
 \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_6 - t_7) &= C_1 \frac{dt_7}{d\tau} + \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_7 - t_8), \\
 \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_7 - t_8) &= C_1 \frac{dt_8}{d\tau} + \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_8 - t_9), \\
 \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_8 - t_9) &= C_1 \frac{dt_9}{d\tau} + \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_9 - t_{10}), \\
 \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_9 - t_{10}) &= C_1 \frac{dt_{10}}{d\tau} + \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_{10} - t_{11}), \\
 \frac{\lambda_1 S}{\Delta_1} (t_{10} - t_{11}) &= C_1 \frac{dt_{11}}{d\tau} + \frac{S}{R_k} (t_{11} - t_{12}), \quad (7) \\
 \frac{S}{R_k} (t_{11} - t_{12}) &= C_2 \frac{dt_{12}}{d\tau} + \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{12} - t_{13}), \\
 \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{12} - t_{13}) &= C_2 \frac{dt_{13}}{d\tau} + \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{13} - t_{14}), \\
 \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{13} - t_{14}) &= C_2 \frac{dt_{14}}{d\tau} + \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{14} - t_{15}), \\
 \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{14} - t_{15}) &= C_2 \frac{dt_{15}}{d\tau} + \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{15} - t_{16}), \\
 \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{15} - t_{16}) &= C_2 \frac{dt_{16}}{d\tau} + \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{16} - t_{17}), \\
 \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{16} - t_{17}) &= C_2 \frac{dt_{17}}{d\tau} + \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{17} - t_{18}), \\
 \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{17} - t_{18}) &= C_2 \frac{dt_{18}}{d\tau} + \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{18} - t_{19}), \\
 \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{18} - t_{19}) &= C_2 \frac{dt_{19}}{d\tau} + \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{19} - t_{20}), \\
 \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{19} - t_{20}) &= C_2 \frac{dt_{20}}{d\tau} + \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{20} - t_{21}), \\
 \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{20} - t_{21}) &= C_2 \frac{dt_{21}}{d\tau} + \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{21} - t_{22}), \\
 \frac{\lambda_2 S}{\Delta_2} (t_{21} - t_{22}) &= C_2 \frac{dt_{22}}{d\tau} + q_2 S,
 \end{aligned} \right\}$$

где  $q_1(\tau)$  и  $q_2(\tau)$  – поверхностная плотность теплового потока, поглощаемого ПТП;

$S$  – площадь поверхности ПТП;

$C_1, C_2, \lambda_1, \lambda_2$  – полная теплоемкость и теплопроводность частей ПТП;

$t_1, t_2 \dots t_{22}$  – температуры составляющих элементов толщиной  $\Delta$ .

Перенесем в левую часть производные по температуре  $\frac{dt}{d\tau}$  и введем обо-

значение  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ , где  $c$  – удельная теплоемкость элемента  $\Delta$ ;  $\rho$  – его плотность.

Тогда система (7) будет иметь вид:

$$1) \frac{dt_1}{d\tau} = q_1 \frac{2a_1}{\lambda_1 \Delta_1} + \frac{2a_1}{\Delta_1^2} t_2 - \frac{2a_1}{\Delta_1^2} t_1,$$

$$2) \frac{dt_2}{d\tau} = \frac{a_1}{\Delta_1^2} t_1 - 2 \frac{a_1}{\Delta_1^2} t_2 + \frac{a_1}{\Delta_1^2} t_3.$$

·  
·  
·

Уравнения 3) – 10) включительно имеют вид, аналогичный уравнению 2, поэтому не будем приводить их здесь в развернутом виде.

$$11) \frac{dt_{11}}{d\tau} = \frac{2\lambda_1}{c_1 \rho_1 \Delta_1^2} t_{10} - 2 \left( \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1 \Delta_1^2} + \frac{1}{R_k c_1 \rho_1 \Delta_1} \right) t_{11} + \frac{1}{R_k c_1 \rho_1 \Delta_1} t_{12}, \quad (8)$$

$$12) \frac{dt_{12}}{d\tau} = \frac{2}{R_k c_2 \rho_2 \Delta_2} t_{11} - 2 \left( \frac{\lambda_2}{c_2 \rho_2 \Delta_2^2} + \frac{1}{R_k c_2 \rho_2 \Delta_2} \right) t_{12} + \frac{2\lambda_2}{c_2 \rho_2 \Delta_2^2} t_{13}, \quad (9)$$

$$13) \frac{dt_{13}}{d\tau} = \frac{a_2}{\Delta_2^2} t_{12} - 2 \frac{a_2}{\Delta_2^2} t_{13} + \frac{a_2}{\Delta_2^2} t_{14}. \quad (10)$$

Уравнения 14) – 21) аналогичны уравнению (10) и поэтому их приводить здесь не будем.

$$22) \frac{dt_{22}}{d\tau} = \frac{2a_2}{\Delta_2^2} t_{21} - \frac{2a_2}{\Delta_2^2} t_{22} + q_2 \frac{2a_2}{\lambda_2 \Delta_2} \quad (11)$$

Вектор управления  $U(\tau)$ , а также матрицы управления  $G$  и обратных связей  $F$  для двухсоставного ПТП имеют вид:

$$G_{(22 \times 2)} = \begin{pmatrix} 2d_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 0 \\ 0 & 2d_2 \end{pmatrix}, \quad U(\tau)_{(2 \times 1)} = \begin{pmatrix} q_1(\tau) \\ q_2(\tau) \end{pmatrix}, \quad \text{где } d_1 = \frac{1}{c_1 \rho_1 \Delta}; \quad d_2 = \frac{1}{c_2 \rho_2 \Delta}. \quad (12)$$





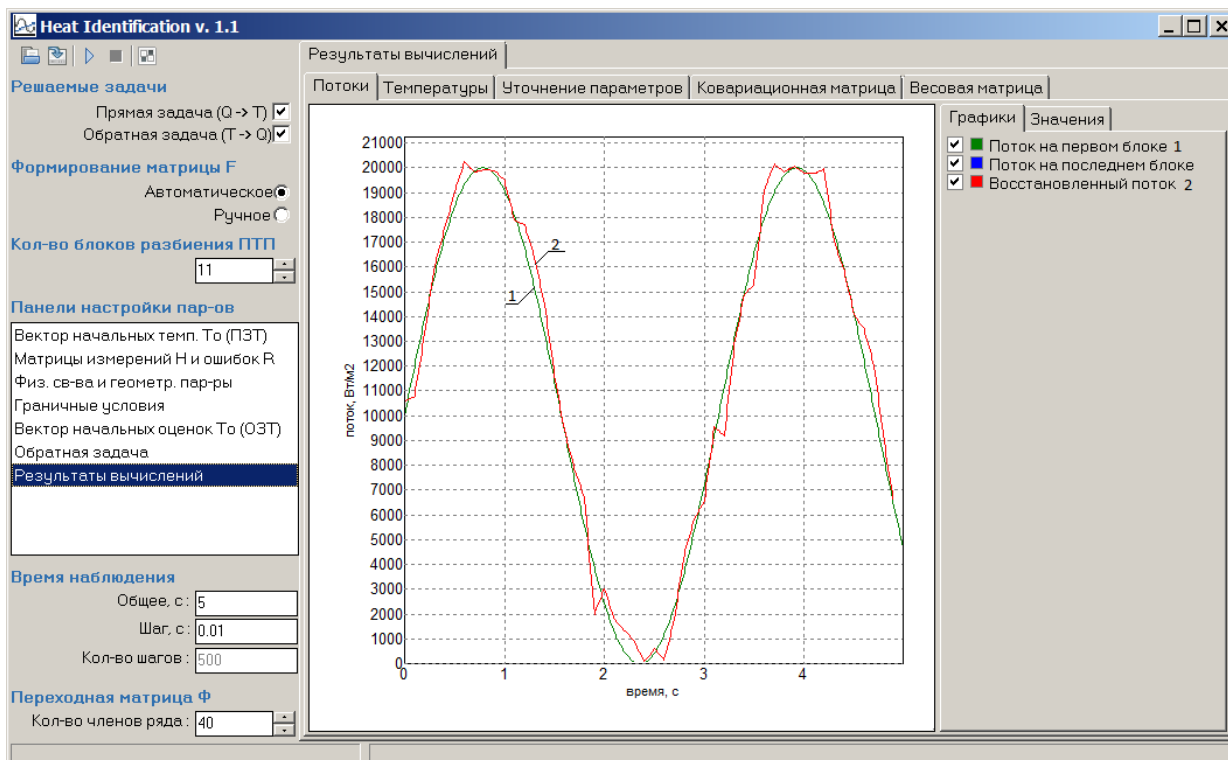


Рисунок 5 – окно программы «Heat Identification».

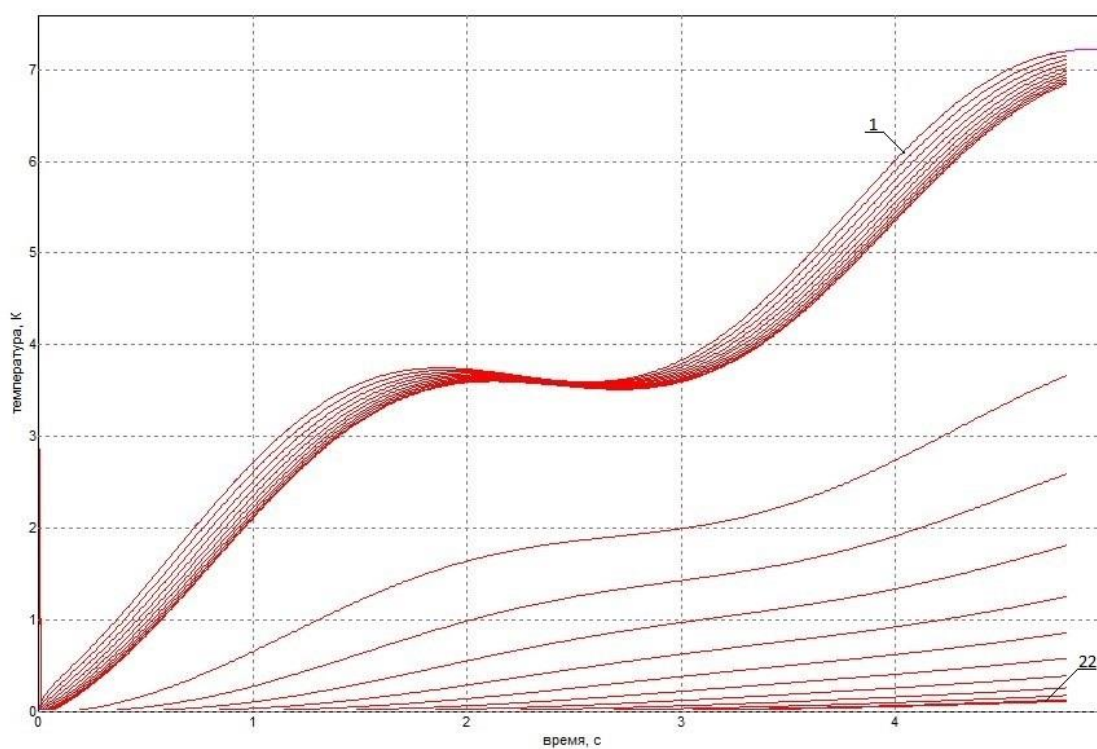


Рисунок 6 – Модельные значения температуры на различных блоках ПТП (с 1 по 22)

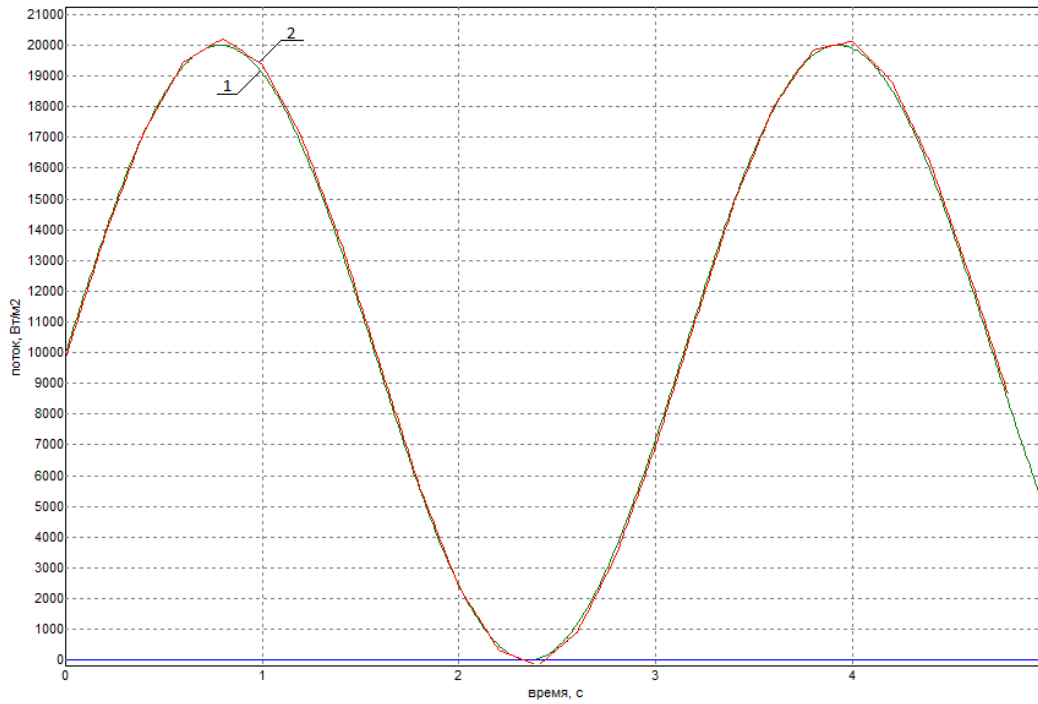


Рисунок 7 – Заданный (1) и восстановленный (2) тепловой поток при  $\sigma = 0^\circ\text{C}$

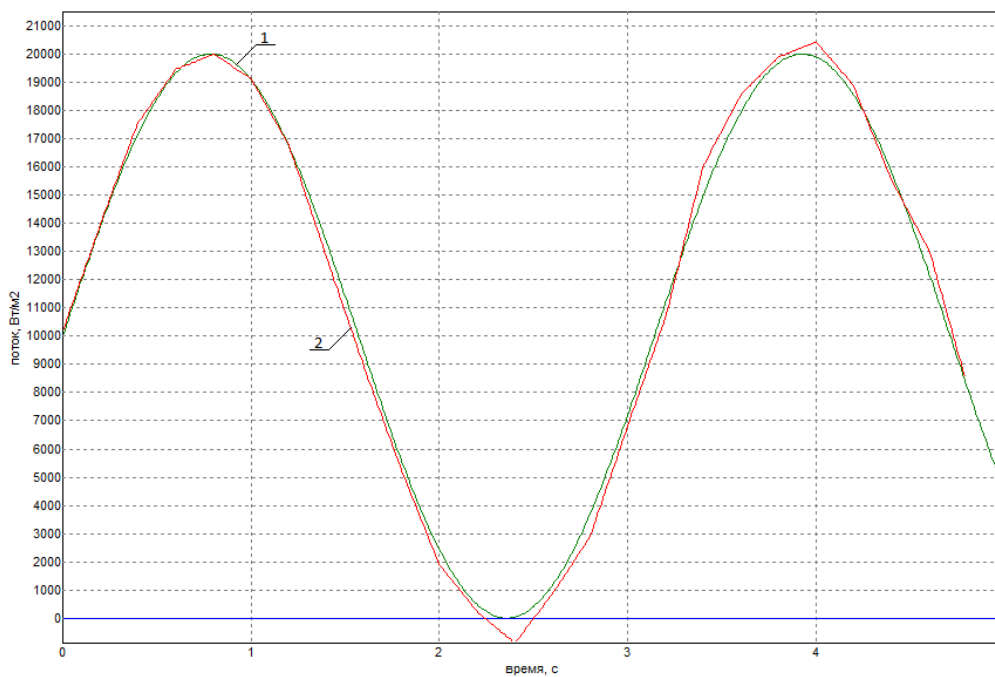


Рисунок 8 – Заданный (1) и восстановленный (2) тепловой поток при  $\sigma = 0,05^\circ\text{C}$

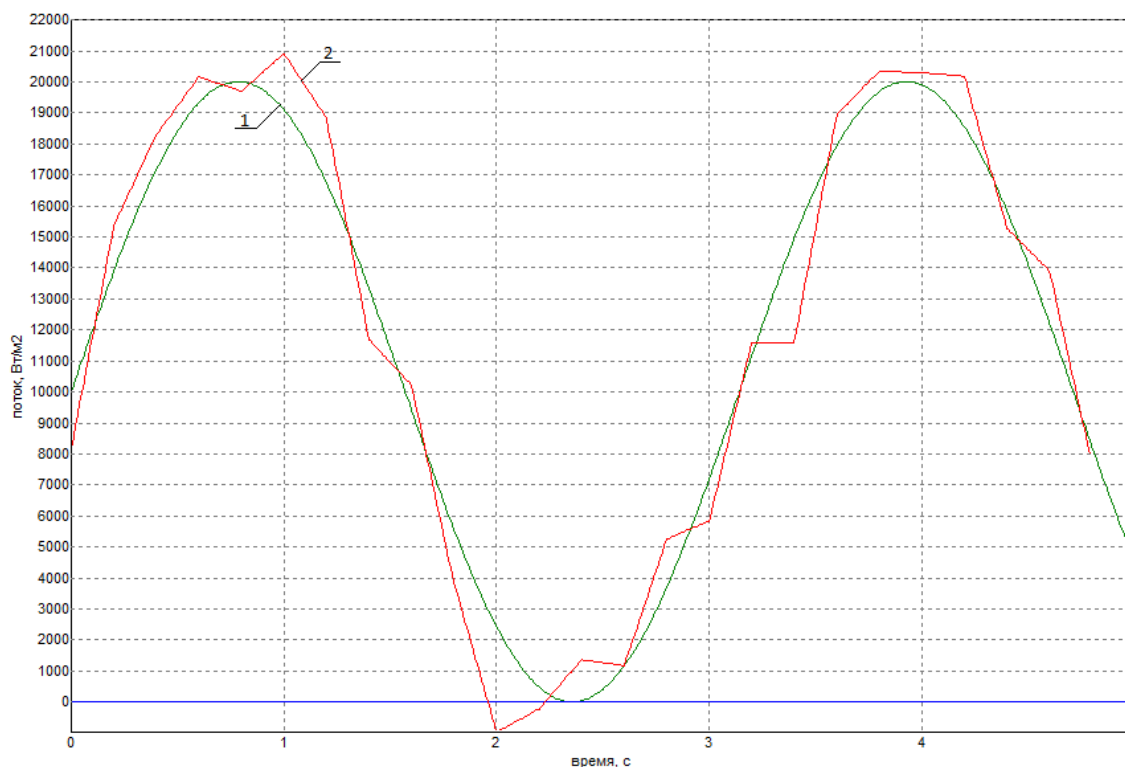


Рисунок 9 – Заданный (1) и восстановленный (2) тепловой поток при  $\sigma = 0,1^{\circ}\text{C}$

## 8.2 Динамические характеристики двухсоставного ПТП

Важными параметрами при разработке и выборе ПТП являются их динамические свойства, которые в общем случае представлены набором стандартных динамических характеристик: переходной, импульсной, амплитудно– и фазочастотной, а также, передаточной функцией. Наиболее презентативной и общедоступной является переходная характеристика – реакция ПТП на единичное ступенчатое воздействие.

Обычно динамические характеристики получают экспериментальным путем, либо приближенным расчетным. Передаточную функцию обычно получают операционным методом с использованием преобразования Лапласа. Это трудоемкий путь и часто приближенный в связи с тем, что найти точно оригинал функции не представляется возможным.

Использование дифференциально–разностных моделей ПТП, получение матриц обратных связей  $F$ , управления  $G$  и измерений  $H$  позволяет легко получить все названные выше динамические характеристики и передаточную функцию.



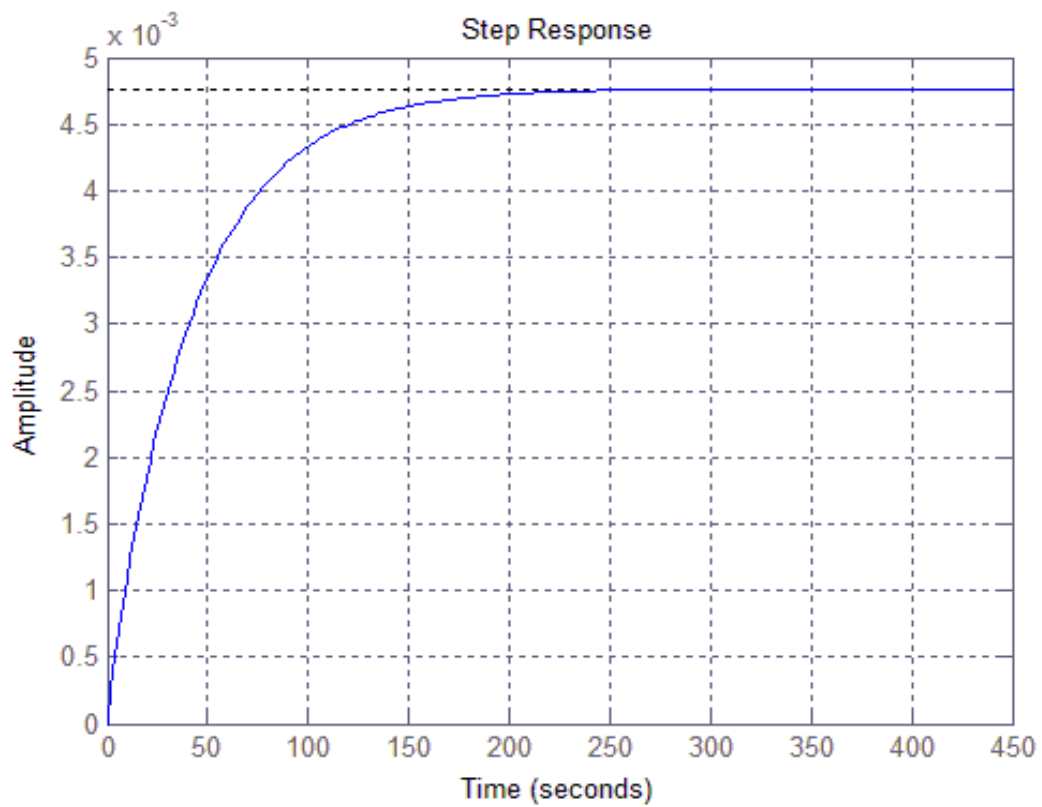


Рисунок 10 – Переходная характеристика двухсоставного ПТП

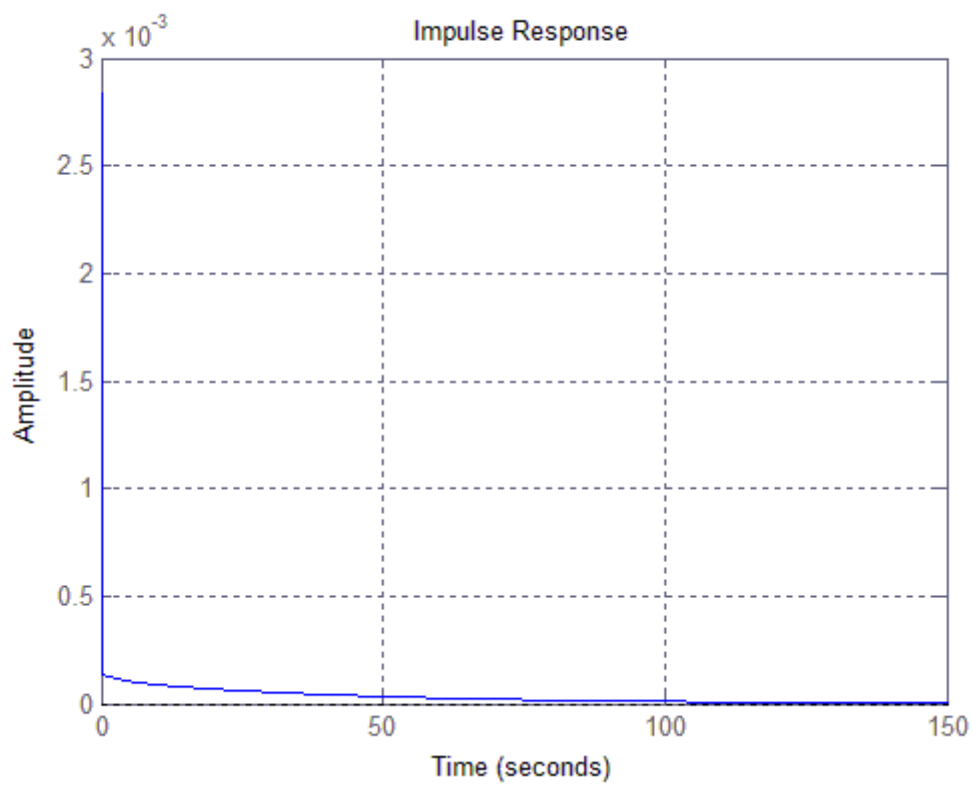


Рисунок 11 – Импульсная характеристика двухсоставного ПТП

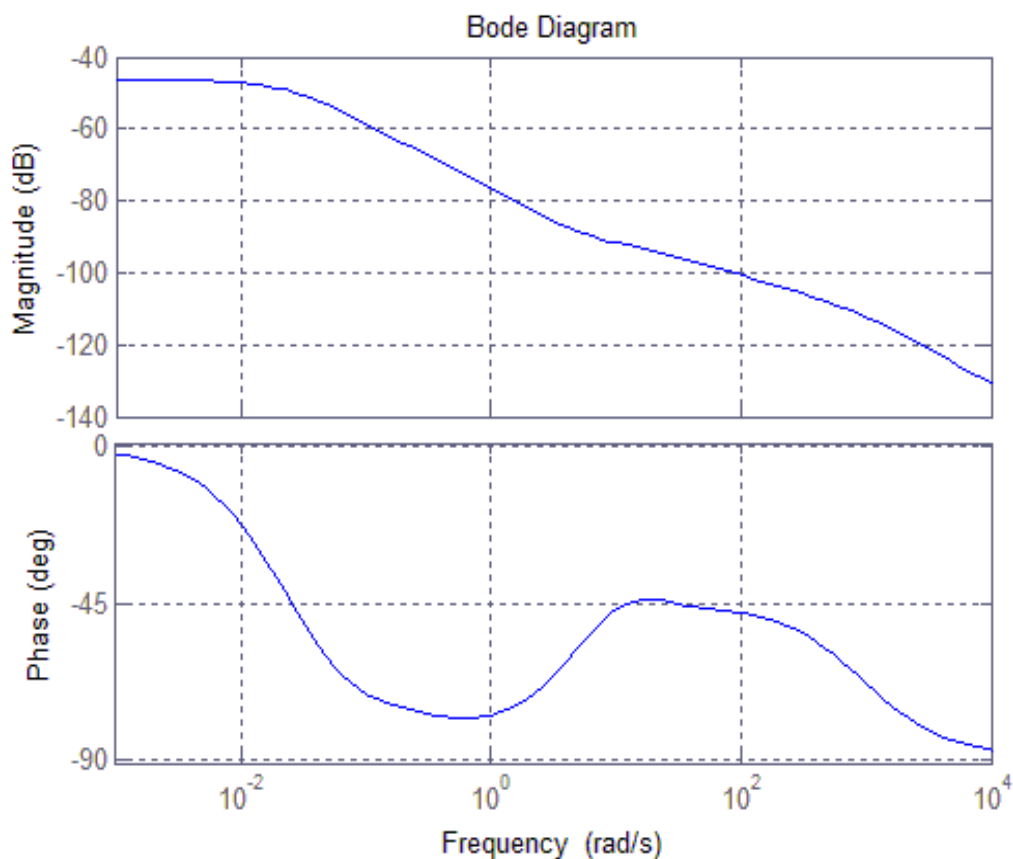


Рисунок 12 – Амплитудно–(вверху) и фазочастотные(внизу) характеристики двухсоставного ПТП

Анализ рисунков 10 – 12 позволяет сделать выводы о динамических возможностях рассматриваемого ПТП и дать рекомендации о границах его применения.

В литературе [14, 15] приведены результаты исследований по оценке доверительных областей при восстановлении нестационарных тепловых потоков методом параметрической идентификации дифференциально–разностных моделей с использованием ФК.

В заключение отметим, что фильтр Калмана является отличным инструментом, позволяющим решать сложнейшие современные задачи в различных областях науки и техники. Этот инструмент непрерывно совершенствуется, расширяются границы его использования, появляются возможности решения таких задач, которые в недавнем прошлом казались неразрешимыми.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Синицын И. Н.* Фильтры Калмана и Пугачева. – М., 2006.
2. *Grewal M., Andrews A.* Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB. – New York, 2001.
3. *Kalman R. E.* A New Approach to Linear Filtering and Prediction // Transaction ASME Journal of Basic Engineering – 1960 – N 86 – pp. 35–45.
4. *Sorenson H. W.* Least-squares Estimation: From Gauss to Kalman // IEEE Spectrum – 1970 – N 7 – pp. 63–68.
5. *Welch G., Bishop G.* An Introduction to the Kalman Filter. – Los Angeles, 2001.
6. *Симбирский Д. Ф.* Температурная диагностика двигателей. Киев: Техника, 1976. 208 с.
7. *Пилипенко Н. В.* Методы параметрической идентификации в нестационарной теплотометрии. Ч. 1 // Известия ВУЗов. Приборостроение, 2003. № 8. Т.46. С. 50–54.
8. *Пилипенко Н. В.* Методы параметрической идентификации в нестационарной теплотометрии. Ч. 2 // Изв. вузов. Приборостроение, 2003. № 10. Т.46. С. 67–71.
9. *Пилипенко Н. В.* Методические погрешности определения нестационарных условий теплообмена при параметрической идентификации // Измерительная техника, 2007. № 8. С. 54–59.
10. *Pilipenko N.* Parametrical Identification of Differential–difference Heat Transfer Models in Non–stationary Thermal Measurements // Advances in heat transfer: Proceedings of the Baltic heat transfer conference, 2007. Vol. 2. P. 598–602.
11. *Pilipenko N.* Parametrical Identification of Differential–difference Heat Transfer Models in Non–stationary Thermal Measurements // Heat Transfer Research, 2008. Vol. 39. №. 4. pp. 311–315.
12. *Ходж Дж. К., Одли Д. Р.* Оценка аэротермодинамических параметров по показаниям термопар, полученным в условиях неустановившихся маневров орбитальной ступени «Спейс Шаттл» // Аэрокосмическая техника, 1987. № 8. С. 37–47.
13. *Ходж Дж. К., Чжэнь Э. Дж., Хей Дж. Р.* Метод определения коэффициента теплоотдачи в нестационарных условиях при больших временах измерения // Аэрокосмическая техника, 1989. № 4. С. 146–158.
14. *Пилипенко Н. В.* Методы параметрической идентификации в нестационарной теплотометрии. Учебное пособие – СПб: Университет ИТМО, 2016. – 79 с.
15. *Пилипенко Н. В.* Приборы и методы нестационарной теплотометрии. Учебное пособие – СПб: Университет ИТМО, 2016. – 82 с.



**Миссия университета** – генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

---

## **КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕПЛОФИЗИКИ И ЭНЕРГОФИЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА**

Начало теплофизической научной школы в университете было положено организацией в 1938 году кафедры приборов теплосилового контроля, заведующим которой стал профессор, доктор технических наук Г.М.Кондратьев (1887–1958). В 1954 году вышла в свет его монография «Регулярный тепловой режим». Изложенные в ней идеи впоследствии были успешно применены в различных областях, например, при создании нового типа приборов для исследования теплофизических свойств веществ и параметров теплообмена. В начале 50–х годов началась разработка методов теплового расчета радиоэлектронных устройств, а в дальнейшем и других приборов – оптических, оптико–электронных, гироскопических. Серия этих работ была выполнена под руководством Заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, профессора, доктора технических наук Дульнева Г.Н., возглавлявшего кафедру с 1958 года по 1995 год. В результате был создан новый математический аппарат анализа теплового режима сложных технических систем и приборов, разработаны методы проектирования приборов с заданным тепловым режимом. Комплекс этих работ признается и в нашей стране, и за рубежом как новое научное направление в теплофизике. Кафедра приборов теплосилового контроля за свою многолетнюю историю не раз изменяла свое название. Так, с 1947 года она именовалась кафедрой тепловых и контрольно–измерительных приборов, с 1965 года – кафедрой теплофизики, с 1991 года – кафедрой компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга. Однако основным направлением ее научной и педагогической деятельности оставалось применение учения о теплообмене в физике и приборостроении. С 1995 года заведующим кафедрой является профессор, доктор технических наук А.В.Шарков.

Многолетняя деятельность кафедры привела к созданию научной и педагогической школы теплофизиков–приборостроителей, из которой вышли доктора наук А.Н.Гордов, А.И.Лазарев, Г.Н.Дульнев, Б.Н.Олейник, Е.С.Платунов, Н.А.Ярышев, В.Н.Васильев, Ю.П.Заричняк, А.В.Шарков, Н.В. Пилипенко и другие ученые–теплофизики.

Сотрудники кафедры принимали участие в разработке нового поколения вычислительных машин, исследовании термооптических явлений в космических комплексах, в реализации международных программ космических исследований. Так, предложенные на кафедре методы были использованы при проектировании телевизионных камер космических аппаратов в проекте «ВЕГА», при создании лазерного устройства в проекте «ФОБОС». Возможности разработанных на кафедре методов математического моделирования тепловых процессов в сложных системах и технике теплофизического эксперимента были продемонстрированы при анализе процессов теплообмена в организме человека; при создании электрогенераторов, работа которых использует явления сверхпроводимости; при создании оригинальных образцов оборонной, медицинской и измерительной техники.

В рамках традиционных направлений развиваются работы по созданию методов и приборов для измерения температуры, тепловых потоков, теплофизических свойств веществ, исследования коэффициентов переноса в неоднородных средах, а также работы по созданию принципиально новых композиционных материалов – особо прочных, термостойких, теплоизоляционных и т.д.

В последние годы наряду с традиционными научными направлениями появился ряд новых направлений, связанных с экологическим мониторингом, энергосберегающими технологиями, биологией и медицинским теплофизическим приборостроением. На базе ведущихся на кафедре научных исследований осуществляется обучение молодых специалистов, первый выпуск которых по специальности «Теплофизика» состоялся в 1969 году. В 1998 году кафедра получила также право обучения по новому для нашего университета направлению – «Техническая физика». В июне 1998 года состоялся первый выпуск бакалавров, а в 2000 году – магистров.

На кафедре ведется подготовка научных кадров высшей квалификации в аспирантуре и докторантуре по специальностям 01.04.14 – «Теплофизика и теоретическая теплотехника» и 05.11.01 «Приборы и методы измерения тепловых величин». Сейчас коллектив кафедры продолжает развитие как ставших уже традиционными научных направлений и направлений подготовки специалистов, так и ведет поиск в новых областях науки и техники.

Николай Васильевич Пилипенко

**ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА  
В НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОМЕТРИИ**

**Учебное пособие**

В авторской редакции

Редакционно–издательский отдел Университета ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Подписано к печати

Заказ №

Тираж

Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел  
Университета ИТМО  
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49