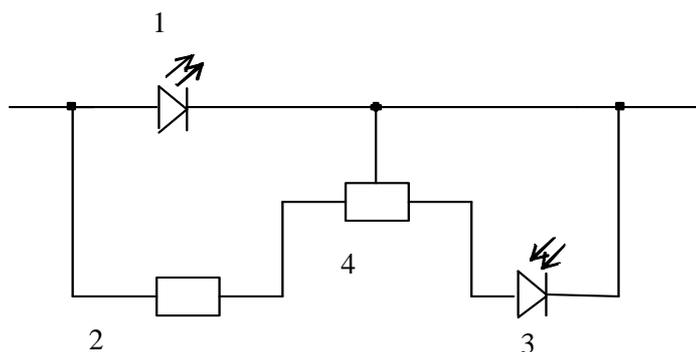


**И.А. Коняхин**

**РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА  
ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ И  
СИСТЕМ  
(ПАРАМЕТРЫ НАДЁЖНОСТИ)**



**Санкт-Петербург  
2020**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

**И.А. Коняхин**  
**РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА**  
**ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ И**  
**СИСТЕМ**  
**(ПАРАМЕТРЫ НАДЁЖНОСТИ)**

ПРАКТИКУМ

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УНИВЕРСИТЕТЕ  
ИТМО

по направлению подготовки 12.03.02 Опотехника  
в качестве учебного пособия для реализации основных  
профессиональных образовательных программ высшего образования  
бакалавриата

 УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург  
2020

Коняхин И.А. Расчёт показателей качества опико-электронных приборов и систем (Параметры надёжности). Практикум – СПб: Университет ИТМО, 2020. – 44 с.

Рецензент:

Лукьянов Геннадий Николаевич, доктор технических наук, профессор, профессор факультета систем управления и робототехники Университета ИТМО.

В учебном пособии (практикуме) рассматриваются типовые методики расчёта параметров надёжности как одного из показателей качества опико-электронной системы, используемого в процессе проектирования. Учебный материал представлен в форме задач, решение которых позволяет получить практические навыки оценки надёжности опико-электронной системы на различных этапах проектирования. В практикум включены задачи по расчёту параметров надёжности для основных схем соединения элементов и блоков: последовательного, параллельного, со сложной топологией. Указанные группы задач сопровождаются краткими теоретическими сведениями по теории надёжности и примерами решения, демонстрирующими применение рекомендованных методик расчёта. Учебное пособие (практикум) предназначено для использования на практических занятиях, подготовке к промежуточной аттестации по дисциплине «Основы проектирования опико-электронных приборов и систем», а также при расчёте показателей качества при выполнении курсового проекта и выпускной квалификационной работы по программе бакалавриата.

 УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

**Университет ИТМО** – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2020  
© Коняхин И.А. 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ .....	3
ВВЕДЕНИЕ .....	4
1 Расчёт параметров и характеристик надёжности элементов по результатам испытаний .....	6
1.1 Характеристики и параметры надёжности нерезервированных невосстанавливаемых элементов и приборов .....	6
1.2 Примеры решения задач.....	10
1.3 Задачи для самостоятельного решения.....	12
2 Расчёт параметров надёжности систем с последовательным соединением элементов.....	16
2.1 Характеристики и параметры надёжности при экспоненциальном распределении времени работы до отказа.....	16
2.2 Методика определения параметров надёжности при последовательном соединении элементов. Примеры решения задач ...	17
2.3 Примеры решения задач.....	18
2.4 Задачи для самостоятельного решения.....	19
3 Расчёт характеристик надёжности невосстанавливаемых резервированных элементов.....	24
3.1 Виды и способы резервирования.....	24
3.2 Расчет параметров надёжности при резервировании.....	25
3.3 Методика определения параметров надёжности системы при резервировании. Примеры решения задач .....	26
3.1 Примеры решения задач.....	26
3.1 Задачи для самостоятельного решения.....	28
4 Расчёт параметров надёжности невосстанавливаемых систем с топологически сложным соединением элементов .....	32
4.1 Расчёт параметров надёжности по методу минимальных путей и минимальных сечений .....	32
4.2 Пример решения задачи .....	33
4.3 Задачи для самостоятельного решения.....	35
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	42
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	43

## ВВЕДЕНИЕ

Оптико-электронные приборы (ОЭП) широко используются в науке и технике для дистанционного контроля и измерения, передачи и преобразования информации, в устройствах управления системами и сетевых структурах сбора данных. В оптико-электронных приборах информация об исследуемом или наблюдаемом объекте содержится в электромагнитном излучении оптического диапазона (оптическом сигнале), что определяет их основную особенность – наличие преобразования энергии излучения в электрическую энергию. Как следствие, в состав ОЭП входят оптические, электронные, электромеханические, вычислительные звенья, а также компоненты, функционирование которых основаны на иных физических принципах (например, акустических или гидравлических). Указанные обстоятельства определяют значительное количество требований, предъявляемых к ОЭП и, соответственно, сложность используемых при их проектировании методик расчёта параметров составляющих элементов и блоков.

Наряду с требованиями по точности, диапазону, быстродействию важным требованием, предъявляемым к ОЭП, является его *надёжность*.

*Надёжность* может быть определена как свойство технического объекта (в рассматриваемом случае – ОЭП) сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных нормативными документами режимах и условиях применения, хранения и транспортирования.

Надёжность является комплексным свойством технического объекта, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать следующие частные свойства (или определённые их сочетания):

- безотказность как свойство непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени;
- долговечность как свойство сохранять работоспособность до наступления момента некоторого предельного состояния, определяемого установленными нормами эксплуатации и технического обслуживания;
- ремонтпригодность, заключающаяся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта;
- сохраняемость, определяемая возможностью сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции, в течение и после хранения и (или) транспортирования.

С точки зрения проектирования надёжность есть *качественная* характеристика технической системы, зависящая от параметров составляющих её элементов и их количества, величины воздействия внутренних (например, изменения выходного напряжения внутреннего блока питания) и внешних (например, изменение температуры окружающей среды) влияющих факторов и вероятностных характеристик их проявления - то есть, объектов, описываемых числовыми показателями. По этой причине надёжность ОЭП может быть

описана определенными числовыми параметрами и функциональными характеристиками, которые могут определяться по определённым проектным методикам.

Практикум содержит 65 задач, позволяющих получить практические навыки в расчете параметров и характеристик надежности ОЭП.

Задачи практикума разбиты на 4 группы, соответствующие наиболее часто встречающимся вариантам инженерных расчетов параметров надёжности:

- расчёты параметров надёжности отдельных элементов или приборов по экспериментальным данным, полученным при испытаниях и экспериментах с некоторым количеством их образцов (Глава 1);

- определение параметров надёжности технической системы при последовательном соединении элементов (Глава 2);

- определение характеристик надёжности при резервировании элементов технической системы (Глава 3);

- оценка параметров надёжности технической системы при топологически сложном соединении элементов (Глава 4).

Практикум предназначен для использования при проведении аудиторных занятий, а также для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Основы проектирования ОЭП» бакалаврской подготовки. Задачи, аналогичные рассмотренным в практикуме, включаются в общее задание при прохождении промежуточной аттестации.

При аудиторных практических занятиях задачи, входящие в практикум, предлагаются студентам в качестве индивидуального задания. Непосредственно на занятии преподавателем выполняется проверка правильности решения задачи с анализом и обсуждением со студентом возможных ошибок и неточностей.

В другом варианте задачи практикума предлагаются студентам в качестве обязательного домашнего задания с представлением для проверки в назначенный преподавателем срок. В этом случае контроль знаний предполагает оформление студентом решения задач в соответствии с приведённым в каждой главе примерами с последующей защитой домашнего задания. Защита домашнего задания заключается в развёрнутом ответе на вопросы о последовательности и содержании выполненных расчётов. По объёму и глубине ответы должны соответствовать комментариям, сопровождающим решение задач, приведённых в каждой главе в качестве примера.

Целью защиты решения задачи при выполнении домашнего задания или задания при проведении промежуточной аттестации является контроль приобретенных студентом компетенций, предусмотренных направлениями подготовки и формируемых в рамках осваиваемой дисциплины (модуля), включая уровень достижения студентом конкретных результатов обучения (умений, навыков). При необходимости, в ходе выполнения домашнего задания или подготовки к промежуточной аттестации студенту может потребоваться изучение литературы, рекомендованной преподавателем.

# 1 Расчёт параметров и характеристик надёжности элементов по результатам испытаний

## 1.1 Характеристики и параметры надёжности нерезервированных невосстанавливаемых элементов и приборов

Невосстанавливаемыми полагаются приборы и элементы, использование которых прекращается после отказа. Ремонту, восстановлению функционирования такие объекты не подлежат по техническим или экономическим причинам.

В теории надёжности *отказ* - нарушение нормального функционирования прибора (элемента), под которым понимается одно из двух событий: первое - прекращение работы прибора (элемента) и второе - выход за установленные границы значения одного (или нескольких) основных параметров прибора (например, увеличение погрешности измерения дистанции лазерным дальномером свыше величины, указанной в паспорте).

Для определения параметров надёжности рассмотрим натурный эксперимент [2].

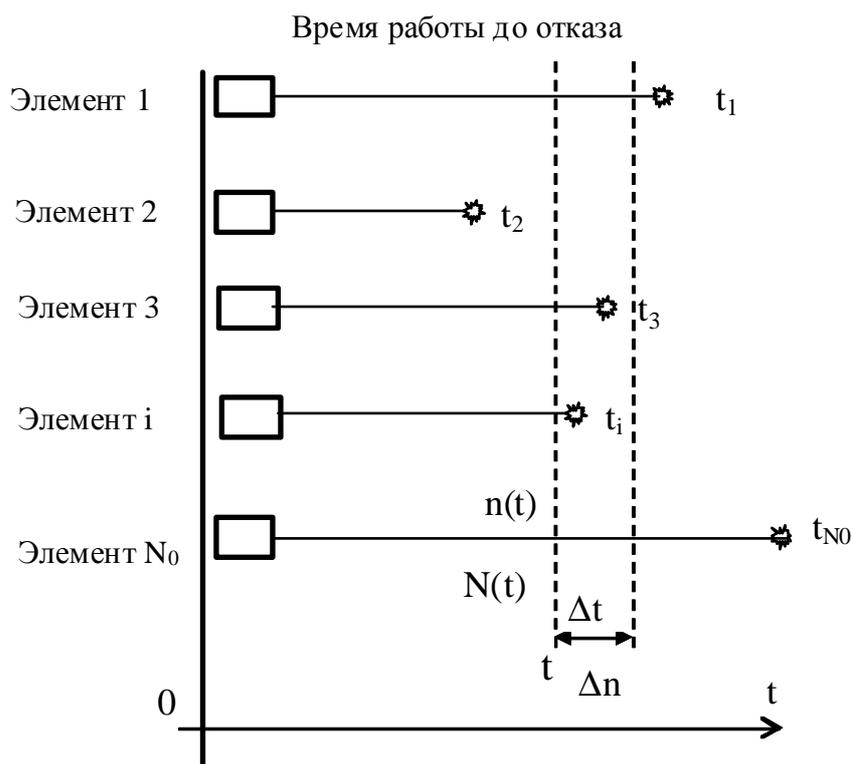


Рисунок 1.1 – Схема эксперимента по определению параметров надёжности

Пусть испытывается группа в составе  $N_0$  одинаковых элементов прибора с порядковыми номерами  $i = 1 \dots N_0$  (Рисунок 1.1).

В процессе испытаний элементы отказывают, проработав время  $t_i$ , где  $i$  - порядковый номер прибора. При достаточно большом количестве  $N_0$  время  $t$  работы элементов до отказа можно рассматривать как некоторую случайную

величину, принимающую значения  $t_i$  и характеризующую надежность этого прибора. Тогда характеристики случайной величины  $t$  будут определять надежность рассматриваемого элемента.

Пусть функция  $f(t)$  определяет плотность вероятности времени  $t$  работы элемента до отказа [1,2].

Тогда вероятность отказа  $S(t)$  элемента за период времени  $0...t$  определится интегралом:

$$S(t) = \int_0^t f(\tilde{t}) d\tilde{t} . \quad (1.1)$$

Теперь определим вероятность отказа как вероятность события, заключающегося в том, что при эксплуатации или испытаниях в заданном интервале времени возникнет хотя бы один отказ. Тогда по результатам эксперимента приближенное значение функции  $S(t)$  определится соотношением (Рисунок. 1.1):

$$S(t) \approx \frac{n(t)}{N_0} , \quad (1.2)$$

где  $n(t)$  – количество элементов, отказавших за интервал времени  $0-t$ ,  $N_0$  – исходное количество элементов. Очевидно, что эти два параметра связаны с количеством  $N(t)$  элементов, еще работающих на момент времени  $t$ , следующим соотношением:

$$N(t) = N_0 - n(t), \quad (1.3)$$

Так как отказ есть событие, противоположное ситуации безотказной работы в момент времени  $t$ , вероятность безотказной работы  $P(t)$  в течение промежутка времени  $0-t$  определится как

$$P(t) = 1 - S(t) = \int_t^{\infty} f(\tilde{t}) d\tilde{t} , \quad (1.4)$$

или, по результатам эксперимента:

$$P(t) \approx \frac{N(t)}{N_0} , \quad (1.5)$$

где  $N(t)$  есть количество элементов из общего количества  $N_0$ , еще работающих на момент времени  $t$  (Рисунок 1.1).

В важном для практического использования случае так называемого экспоненциального закона распределения величины  $t$  времени работы до отказа интенсивность отказов – постоянная величина:

Если распределение величины  $t$  времени работы до отказа отдельного элемента или состоящей из них системы подчиняется так называемому экспоненциальному закону, значительно увеличивается достоверность анализа надёжности оптико-электронного прибора при проектировании.

Параметры надёжности испытываемых элементов соответствуют экспоненциальному закону, если значения вероятности безотказной работы  $P(t)$  найденные для различных моментов времени  $t_1$  и  $t_2$ , подчиняются следующему

условию:

$$\frac{\ln(P(t_1))}{\ln(P(t_2))} \approx \frac{t_1}{t_2} \quad (1.6)$$

Решение о соответствии параметров надёжности экспоненциальному закону принимается, если разность этих двух дробей не превышает 10%.

Среднее время безотказной работы элемента (другое название – средняя наработка на отказ)  $t_{cp}$  как математическое ожидание величины времени работы до отказа  $t$  находится из выражения:

$$t_{cp} = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (1.7)$$

Экспериментальное значение времени  $t_{cp}$  определяется после завершения испытаний (все элементы отказали) как усреднение величин  $t_i$ , соответствующим времени работы до отказа каждого из  $i$  элементов:

$$t_{cp} \approx \frac{\sum_{i=1}^{N_0} t_i}{N_0}, \quad (1.8)$$

где  $t_i$  – время работы  $i$ -го элемента до отказа.

В процессе эксперимента может быть найдена оценка  $t'_{cp}$  на момент времени  $t_i$  как предварительное значение среднего времени безотказной работы. Для этого может использоваться выражение (1.8) при подстановке как в знаменатель, так и в верхний предел суммы значения  $n(t_i)$  количества отказавших на время  $t_i$  элементов вместо параметра  $N_0$ .

Как следует из выражения (1.8), для определения достоверного значения  $t_{cp}$  средней наработки до отказа для рассматриваемого элемента или прибора необходимо знать моменты выхода из строя всех испытуемых экземпляров изделия.

Если полная продолжительность  $t_{N_0}$  испытаний достаточно велика, для расчётов можно использовать данные по нескольким относительно малым интервалам  $\Delta t$ .

Пусть количество вышедших из строя изделий равно  $n_i$  в каждом  $i$ -ом интервале времени, тогда среднее время безотказной работы можно найти как

$$t_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{t}_i}{N_0}. \quad (1.9)$$

Здесь  $\bar{t}_i$  - среднее время на интервале с номером  $i$ ,  $m$  – количество интервалов, определяемое выражениями:

$$\bar{t}_i = (t_{i-1} + t_i) / 2, \quad (1.10)$$

$$m = t_{N_0} / \Delta t, \quad (1.11)$$

где  $t_{i-1}$  и  $t_i$  – границы интервала,  $t_{N_0}$  – время работы до отказа последнего испытуемого образца.

Важной характеристикой надежности является интенсивность отказов  $\lambda(t)$ , под которой понимают вероятность отказа элемента в единичный отрезок времени после данного момента  $t$  времени при условии, что до данного момента времени отказа не произошло. Интенсивность отказов  $\lambda(t)$  выражается через функции  $P(t)$  и  $f(t)$  как [1,2]

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (1.12)$$

По статистическим данным интенсивность отказов есть отношение числа отказавших изделий  $n(t)$  в единицу времени к среднему числу изделий  $N(t)$ , исправно работающих на момент времени  $t$ .

Экспериментальное значение интенсивности отказов  $\lambda(t)$  в момент времени  $t$  находится по следующей методике .

1. Выбирается требуемый момент времени  $t$ . Пусть на этот момент времени еще работает  $N(t)$  элементов из общего количества  $N_0$ .

2. От момента времени  $t$  отсчитывается малый интервал времени  $\Delta t$ . Определяется количество элементов  $n(\Delta t)$ , вышедших из строя за интервал времени  $\Delta t$ .

3. Определяется искомое значение интенсивности отказов за время  $t$ :

$$\lambda(t) = \frac{N(\Delta t)}{\Delta t \cdot N(t)}. \quad (1.13)$$

Так как при экспоненциальном законе распределения времени работы  $t$  до отказа интенсивность отказов – постоянная величина, можно записать следующее соотношение:

$$\lambda(t) = \lambda_0 \quad (1.14)$$

При анализе экспериментальных данных решение о соответствии распределения величины времени работы до отказа экспоненциальному закону принимается, если значения интенсивности отказов, полученные для различных моментов времени, отличаются не более чем на 10%.

Достоверность определения соответствия параметров надёжности элемента экспоненциальному закону с помощью соотношения (1.14) выше, чем при использовании соотношения (1.6), поскольку основывается на дифференциальных соотношениях, а не на данных, полученных в отдельные моменты времени.

Также по результатам эксперимента может быть определена характеристика под названием частота отказов  $F_0(t)$ , которая в момент времени  $t$  численно равна величине плотности вероятности  $f(t)$  времени работы элемента до отказа.

Частота отказов  $F_0(t)$  определяется как отношение числа отказавших изделий в единицу времени к первоначальному числу испытуемых изделий:

$$F_0(t) = \frac{N(\Delta t)}{\Delta t \cdot N_0}, \quad (1.15)$$

где  $N_0$  – общее количество испытуемых элементов, остальные параметры те же,

что и в выражении (1.13).

В выражениях (1.13),(1.15) предполагается выполнение следующих условий:

$$n(\Delta t) \ll N(t); \Delta t \ll t. \quad (1.16)$$

Если указанные условия не выполнены, в частности:

$$n(\Delta t) > 0,1 \cdot N(t), \quad (1.17)$$

расчет по выражению (1.13) следует проводить с использованием усредненной величины  $N(t)_{cp}$ , заменив ею величину  $N(t)$ [1]:

$$N(t)_{cp} = \frac{N(t) + N(t + \Delta t)}{2}, \quad (1.18)$$

где  $N(t)$  и  $N(t+\Delta t)$  - количество работающих элементов в моменты времени, соответствующие началу и концу интервала  $\Delta t$ .

Соответственно, при соотношении

$$\Delta t > 0,1 \cdot t, \quad (1.19)$$

расчет по выражениям (1.13),(1.15) определяет величины  $\lambda(t)$  и  $F_0(t)$  для момента времени  $\bar{t}$ , соответствующего середине интервала  $\Delta t$ . Эта величина находится по следующему выражению:

$$\bar{t} = \frac{\Delta t}{2} + t. \quad (1.20)$$

При одновременном выполнении двух условий, соответствующих соотношениям как (1.17), так и (1.20), расчет проводится по двум усредненным величинам  $N(t)_{cp}$  и  $\bar{t}$ .

## 1.2 Примеры решения задач

**Пример 1.1.** На испытательном стенде установлено 1000 однотипных электронных изделий. За 3000 час испытаний отказало 80 изделий. После 6000 час испытаний отказало 125 изделий.

*Задание.*

1. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа электронных изделий в течение 3000 час.

2. Проверить гипотезу о соответствии параметров надёжности прибора экспоненциальному закону.

*Решение.*

1. По формулам (1.5) и (1.2) определяем:

$$P(3000) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = \frac{1000 - 80}{1000} = 0,92$$

$$s(3000) = \frac{n(t)}{N_0} = \frac{80}{1000} = 0,08$$

2. По формуле (1.5) определяем:

$$P(6000) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = \frac{1000 - 125}{1000} = 0,875$$

Находим значения, соответствующие правой и левой частям соотношения (1.6):

$$\frac{\ln(P(3000))}{\ln(P(6000))} = \frac{\ln(0,92)}{\ln(0,875)} = 0,625; \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{3000}{6000} = 0,5$$

Поскольку разность между полученными значениями превышает 10%, гипотеза о соответствии параметров надёжности испытуемых элементов экспоненциальному закону отклоняется.

**Пример 1.2.** Проводятся испытания 1000 однотипных приборов. За первые 3000 час отказало 80 приборов, а за интервал времени 3000-4000 час отказало еще 50 приборов. Также за интервал времени 100 час после момента времени  $t = 4000$  час отказало еще 5 приборов. Требуется определить частоту и интенсивность отказов электронных приборов в промежутке времени 3000-4000 час, а также установить, подчиняются ли характеристики их надежности экспоненциальному закону.

**Решение.** Условия (1.17),(1.19) для экспериментальных данных выполняются, и, следовательно, в расчете следует использовать усредненные величины  $N(t)_{cp}$  и  $\bar{t}$ , определяемые по выражениям (1.18),(1.20),(1.19). Далее по выражениям (1.15),(1.13) находим:

$$\bar{t} = t_1 + \frac{\Delta t}{2} = 3000 + \frac{1000}{2} = 3500 \text{ час},$$

$$F_0(3500) = \frac{n(\Delta t)}{\Delta t \cdot N_0} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{час}},$$

$$N(t)_{cp} = \frac{(1000 - 80) + (1000 - 80 - 50)}{2} = \frac{920 + 870}{2} = 895,$$

$$\bar{\lambda}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{\Delta t \cdot N(t)_{cp}} = \frac{50}{1000 \cdot 895} \approx 5,6 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{час}}.$$

Для принятия решения о вероятностном законе распределения для величины  $t$  наработки до отказа следует найти значение интенсивности отказа на время  $t = 4000$  час и сравнить с ранее найденной величиной. В случае приблизительного равенства (с погрешностью 10%) можно сделать вывод об экспоненциальном законе для плотности распределения величины  $t$ .

Условия (1.17),(1.19) для второй группы экспериментальных данных не выполняются, и, следовательно, в расчете следует использовать данные, непосредственно соответствующие отдельным моментам времени.

По выражению (1.13) находим:

$$\lambda(4000) = \frac{n(\Delta t)}{\Delta t \cdot N(4000)} = \frac{5}{100 \cdot 870} \approx 5,7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{час}}.$$

Так как  $\bar{\lambda}(3500) \approx \lambda(4000)$  с погрешностью менее 10%, можно сделать вывод о том, что плотность вероятности  $f(t)$  описывается экспоненциальным

законом.

### 1.3 Задачи для самостоятельного решения

#### Задача 1.1

На испытательном стенде размещено  $N_0 = 300$  приборов. Спустя время  $t=300$  час количество нормально функционирующих приборов равно:  $N(t) = 180$ . Количество приборов, которое отказало в промежуток времени от 300 до 303 час равно 6.

Определите параметры надежности прибора, в частности, вероятности отказа и безотказной работы на время  $t=300$  час, а также интенсивность отказа на этот момент времени.

#### Задача 1.2

Пусть испытаниям подвергается  $N_0=400$  приборов. Спустя время 250 час нормально функционируют:  $N(t)=190$  приборов. В промежутке времени от 250 до 251 час отказало 9 приборов.

Определить параметры надежности прибора, в частности, интенсивность отказов и частоту отказов на время  $t=250$ .

#### Задача 1.3

Исследуются параметры надежности  $N_0=250$  приборов. Спустя время  $t=250$  час испытаний количество нормально функционирующих приборов равно:  $N(t)=150$ . Количество приборов, которое отказало в промежутке времени от 250 до 252 час равно 9. Затем, на время  $t=350$  час испытаний нормально функционирует приборов:  $N(t)=70$ . Количество приборов, которое отказало в промежуток времени от 350 до 351 час равно 2.

Проверьте гипотезу о соответствии параметров надёжности прибора экспоненциальному закону (допустимая погрешность расчета - 10%).

#### Задача 1.4

Пусть испытывается  $N_0=350$  приборов. Спустя время  $t=250$  час испытаний количество нормально функционирующих приборов равно  $N(t)=130$ . Количество приборов, которое отказало в промежуток времени от 250 до 300 час, равно 11. На время  $t=450$  час испытаний количество нормально функционирующих приборов равно:  $N(t)=130$ . Количество приборов, которое отказало в промежуток времени от 350 до 354 час, равно 3.

Проверьте гипотезу о соответствии параметров надёжности прибора экспоненциальному закону (возможная погрешность расчета - 10%).

#### Задача 1.5

Пусть на испытательном стенде размещено  $N_0=500$  приборов. Спустя время  $t=200$  час выяснилось, что отказало 150 приборов. Количество приборов, нормально функционирующих спустя 100 час от этого момента, уменьшилось на 50 штук.

Необходимо найти:

- вероятность безотказной работы и вероятность отказа на время  $t=200$  час;

- вероятность безотказной работы и вероятность отказа, соответствующие второму моменту времени.

Проверьте гипотезу о соответствии параметров надёжности прибора экспоненциальному закону.

#### Задача 1.6

Исследуется надёжность  $N_0=230$  приборов. Спустя время  $t = 150$  час нормально работают  $N(t)=130$  приборов. Еще через 30 час работает уже 121 прибор.

Определите плотность вероятности времени работы прибора в указанном промежутке и вероятность отказа на время 150 час.

#### Задача 1.7

В эксперименте участвует  $N_0=600$  приборов. Через время  $t=150$  час испытаний количество функционирующих приборов равно:  $N(t)=120$ . На конец промежутка времени от 150 до 152 час функционировало уже 112 приборов. Далее, на время  $t=350$  час испытаний количество функционирующих приборов равно:  $N(t)=25$ . Количество приборов, которое отказало в промежуток времени от 350 до 352 час равно 4.

Проверьте гипотезу о соответствии параметров надёжности прибора экспоненциальному закону (допустимая погрешность расчета - 10%).

#### Задача 1.8

Испытываются  $N_0=300$  приборов. Спустя время  $t=250$  час испытаний среднее количество нормально функционирующих приборов равно:  $N(t)=120$ . Количество приборов, которое отказало в промежуток времени от 250 до 300 час равно 13. Спустя время  $t=350$  час испытаний нормально функционирует  $N(t)=70$  приборов. Количество приборов, которое отказало в промежутке времени от 350 до 400 час равно 9.

Определите, частоту отказов для первого из указанных интервалов времени и плотность распределения вероятности времени работы для второго интервала времени.

#### Задача 1.9

Пусть на испытательном стенде размещено  $N_0=500$  приборов. Спустя время  $t=250$  час испытаний количество нормально функционирующих приборов равно:  $N(t)=165$ . Количество приборов, которое отказало в промежутке времени от 250 до 252 час, равно 17. Затем, на время  $t=350$  час испытаний количество функционирующих приборов равно:  $N(t)=110$ . Количество приборов, которое отказало в промежуток времени от 350 до 353 час равно, 16.

Проверьте гипотезу о соответствии параметров надёжности прибора экспоненциальному закону (допустимая погрешность расчета - 10%).

### Задача 1.10

Пусть на испытательном стенде размещено  $N_0=700$  приборов. Спустя время  $t=1500$  час испытаний количество функционирующих приборов равно:  $N(t)=320$ . Количество работающих приборов спустя еще 200 час равно  $N(t)=280$ . Далее, на время  $t=2500$  час испытаний функционирует  $N(t)=150$  приборов. Через 300 час количество работающих приборов составило  $N(t)=119$ .

Определите значения плотности вероятности времени  $t$  наработки на отказ для двух указанных интервалов времени.

### Задача 1.11

Пусть на испытательном стенде размещено  $N_0=900$  приборов. Спустя время  $t=400$  час выяснилось, что отказало 250 приборов. Количество приборов, нормально функционирующих спустя 300 час от этого момента, уменьшилось на 150 штук.

Необходимо найти:

- вероятность безотказной работы и вероятность отказа на время  $t=400$  час;

- вероятность безотказной работы и вероятность отказа, соответствующие второму моменту времени.

Проверьте гипотезу о соответствии параметров надёжности прибора экспоненциальному закону.

### Задача 1.12

Пусть на испытательном стенде размещено  $N_0=500$  приборов. Спустя время  $t=250$  час испытаний количество нормально функционирующих приборов равно:  $N(t)=165$ . Количество приборов, которое отказало в промежутке времени от 250 до 252 час, равно 17. Затем, на время  $t=350$  час испытаний количество функционирующих приборов равно:  $N(t)=110$ . Количество приборов, которое отказало в промежутке времени от 350 до 353 час, равно 16.

Проверьте гипотезу о соответствии параметров надёжности прибора экспоненциальному закону (допустимая погрешность расчета - 10%).

### Задача 1.13

Исследуется надёжность  $N_0=430$  приборов. Спустя время  $t = 250$  час нормально работают  $N(t)=330$  приборов. Еще через 130 час работает уже 220 приборов.

Определите плотность вероятности времени работы прибора в указанном промежутке и вероятность отказа на время 250 час.

### Задача 1.14

Протокол испытаний  $N_0=550$  приборов приведен в Таблице 1.11.

В первой строке приведены значения времени  $t$ , во второй – количество приборов, отказавших на время  $t$ :

Таблица 1.1 Протокол испытаний

$t \cdot 10^2$ , час	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$n(t)$	45	85	113	138	157	174	190	206	221	235	250	264	276	280	300	312

Продолжение Таблицы

$t \cdot 10^2$ , час	17	18	19	20	21	22	23	240	250	26	27	28	29	30
$n(t)$	325	338	351	363	374	387	399	412	426	442	460	485	515	550

Найти:

1. Вероятность безотказной работы на время  $t = 500$  час, интенсивность отказов по данным на интервале 500...600 час.
2. Вероятность безотказной работы на время  $t = 1500$  час, интенсивность отказов по данным на интервале 1500...1900 час.
3. Вероятность безотказной работы на время  $t = 2500$  час, интенсивность отказов по данным на интервале 2500...2700 час.
4. Проверьте гипотезу о соответствии параметров надёжности прибора экспоненциальному закону.

#### Задача 1.15

Протокол испытаний  $N_0=600$  приборов приведен в Таблице 1.11.21.1 .

В первой строке приведены значения времени  $t$ , во второй – количество приборов, отказавших на время  $t$ :

Таблица 1.2 Протокол испытаний

$t \cdot 10^2$ , час	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
$n(t)$	41	89	103	128	147	184	198	206	218	230	245	271	282	291	305	312

Продолжение Таблицы

$t \cdot 10^2$ , час	34	36	38	40	42	44	46	48	20	52	54	56	58	60
$n(t)$	332	343	351	362	375	389	409	438	461	493	532	561	575	600

Найти:

1. Вероятность отказа на время  $t = 500$  час, частоту отказов по данным на интервале 500...600 час.
2. Вероятность безотказной работы на время  $t = 1500$  час, частоту отказов по данным на интервале 1500...1900 час.
3. Вероятность безотказной работы на время  $t = 2500$  час, частоту отказов по данным на интервале 2500...2700 час.
4. Определить среднее время безотказной работы прибора.

## 2 Расчёт параметров надёжности систем с последовательным соединением элементов

### 2.1 Характеристики и параметры надёжности при экспоненциальном распределении времени работы до отказа

При последовательном соединении  $N$  элементов (см. рисунок 2.1) отказ любого элемента с номером  $i$  из них приводит к отказу всей системы.

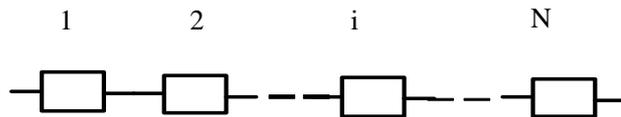


Рисунок 2.1 – Последовательное соединение элементов

Вероятность безотказной работы  $P_{\Sigma}(t)$  и интенсивность отказов  $\lambda_{\Sigma}(t)$  системы из  $N$  элементов при последовательном соединении определяются соответственно как произведение и сумма характеристик отдельных элементов [1,2]:

$$P_{\Sigma}(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot P_i(t) \cdot \dots \cdot P_N(t), \quad (2.1)$$

$$\lambda_{\Sigma}(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \dots + \lambda_i(t) + \dots + \lambda_N(t), \quad (2.2)$$

где  $P_i(t)$ ,  $\lambda_i(t)$  – вероятность безотказной работы и интенсивность отказов  $i$  – го элемента.

Выражения (2.1) и (2.2) справедливы при любом законе распределения времени  $t$  работы системы до отказа.

На практике часто встречается экспоненциальный закон распределения времени  $t$  работы до отказа [1,2].

В этом случае плотность  $f(t)$  распределения времени  $t$  определяется как

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}. \quad (2.3)$$

Выражение (1.4) для вероятности безотказной работы принимает вид:

$$P(t) = e^{-\lambda t}. \quad (2.4)$$

При условии  $\lambda \cdot t < 0,3$  рассмотренные выражения могут быть преобразованы к более простому виду:

$$f(t) = \lambda \cdot (1 - \lambda \cdot t), \quad (2.5)$$

$$P(t) = 1 - \lambda \cdot t, \quad (2.6)$$

$$s(t) = \lambda \cdot t. \quad (2.7)$$

Погрешность аппроксимации указанных выражений не более 10%.

Выражения для интенсивности отказов (1.12) и среднего времени безотказной работы (1.7) при экспоненциальном законе имеют вид:

$$\lambda(t) = \lambda, \quad (2.8)$$

$$tcp = \frac{1}{\lambda} . \quad (2.9)$$

Использование выражений (2.3)-(2.9) значительно упрощает практические расчеты.

## 2.2 Методика определения параметров надёжности при последовательном соединении элементов. Примеры решения задач

Типичной задачей проектирования является определение параметров надёжности системы по параметрам отдельных элементов.

При решении подобных практических задач следует исходить из гипотезы об экспоненциальности распределения времени работы до отказа для каждого элемента, если нет прямых указаний (например, о наличии резервирования) или сведений об ином распределении. В соответствии со свойствами последовательного соединения элементов, закон распределения времени работы всей системы будет также экспоненциальным. Необходимо иметь в виду, что, если хотя бы один из элементов системы имеет не экспоненциальное распределение времени безотказной работы, то и вся система не экспоненциальна.

Общий метод решения заключается в определении для каждого элемента системы с номером  $i$  интенсивности отказов  $\lambda_i$  по выражениям (2.3)-(2.9). Затем по выражению (2.2), которое для случая экспоненциального закона принимает вид

$$\lambda_{\Sigma} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_i + \dots + \lambda_N , \quad (2.10)$$

определяется интенсивность  $\lambda_{\Sigma}$  отказов системы. Далее по выражениям (2.3) - (2.9), определяются требуемые параметры надёжности для всей системы.

Также часто встречается обратная задача - определение параметров одного элемента с номером  $i$  по известному параметру надёжности всей системы и параметрам надёжности остальных  $N - 1$  элементов.

В этом случае на первом этапе расчёта определяется интенсивность отказов  $\lambda_{\Sigma}$  для всей системы и интенсивности отказов для остальных  $N - 1$  элементов. На втором этапе с использованием выражения (2.10) находится интенсивность отказов  $\lambda_j$  для нужного элемента по выражению:

$$\lambda_i = \lambda_{\Sigma} - \sum_{j=1}^{N-1} \lambda_j , \quad (2.11)$$

На завершающем этапе по выражениям (2.3)-(2.9) с учётом найденных значений интенсивности отказов  $\lambda_j$  определяются искомые параметры надёжности элемента с номером  $i$ .

В случае не экспоненциального закона распределения времени работы до отказа расчеты проводятся по выражениям (1.1), (1.4), (1.7), (1.12).

Выражения (2.1) и (2.2) могут использоваться в случае не экспоненциального закона распределения времени работы как одного элемента, так и всей системы.

## 2.3 Примеры решения задач

### Пример 2.1.

Прибор включает 4 элемента с параметрами: первый элемент имеет вероятность отказа спустя 100 час, равную 0,02; среднее время безотказной работы второго элемента равно 1000 час; для третьего элемента плотность вероятности времени безотказной работы спустя 600 час равна 0,0001 (1/час).

Определите вероятность безотказной работы всего прибора через 300 час.

#### Решение.

Полагаем распределение времени работы элементов до отказа экспоненциальным.

Поскольку соотношение  $\lambda \cdot t < 0,3$  выполняется, по приближенному выражению (2.7) определим интенсивность отказа первого элемента:

$$0,02 = \lambda_1 \cdot 100 \text{ или } \lambda_1 = 0,002 \text{ 1/час.}$$

В соответствии с выражением (2.9) для второго элемента находим:

$$\lambda_2 = 1/tcp_2 \text{ или } \lambda_2 = 0,001 \text{ 1/час.}$$

По выражению (2.5) для третьего элемента составляем уравнение:

$$0,0001 = \lambda_3 \cdot (1 - \lambda_3 \cdot 600) \text{ или } 600\lambda_3^2 - \lambda_3 + 0,0001 = 0 ,$$

откуда находим:  $\lambda_{3-1} = 0,0016$  1/час и  $\lambda_{3-1} = 0,0001067$  1/час. Выбираем «пессимистическую» оценку  $\lambda_3 = 0,0016$  1/час.

По выражению (2.10) находим для всей системы:

$$\lambda_{\Sigma} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0,002 + 0,001 + 0,0016 = 0,0046 \text{ 1/час.}$$

По выражению (2.4) находим для всей системы:

$$P(600) = e^{-0,0046 \cdot 600} = 0,063.$$

При этом использовано точное выражение, поскольку соотношение  $\lambda \cdot t < 0,3$  не выполняется.

### Пример 2.2

С момента начала работы прибора прошло 300 час. Плотность распределения вероятности времени работы всего прибора до отказа составила 0,0007 (1/час), а интенсивность отказов - 0,001 (1/час). Прибор включает 2 блока. Вероятность отказа первого блока на время 300 час составляет 0,85. Определите интенсивность отказов второго блока на время 300 час, если его плотность распределения времени работы до отказа равна 0,01 (1/час). Закон распределения вероятности времени работы до отказа не экспоненциальный.

#### Решение.

По общему выражению (1.12) определяем вероятность безотказной работы прибора:

$$P_{\Sigma}(300) = f_{\Sigma}(300) / \lambda_{\Sigma}(300) = 0,0007 / 0,001 = 0,7.$$

Вероятность безотказной работы первого блока находится по выражению (1.4).

$$P_1(300) = 1 - S_1(300) = 1 - 0,15 = 0,85.$$

По выражению (2.1) вычисляется вероятность безотказной работы второго блока:

$$P_2(300) = P_{\Sigma}(300)/P_1(300) = 0,7 / 0,85 = 0,82.$$

По выражению (1.12) находим для второго блока:

$$\lambda_2(300) = f_2(300)/P_2(300) = 0,01/0,82 = 0,012 \text{ 1/час.}$$

## 2.4 Задачи для самостоятельного решения

### Задача 2.1.

Прибор включает 10 элементов с параметрами: первые 3 элемента одинаковы и имеют вероятность отказа спустя 300 час, равную 0,01 для каждого; следующие 2 элемента одинаковы и имеют среднее время безотказной работы 600 час - совокупное; следующие 2 элемента одинаковы, и их плотность вероятности времени безотказной работы спустя некоторое время равна 0,0001 (1/час), а вероятность безотказной работы спустя то же время равна 0,01 (данные приведены для каждого элемента); замыкающие 3 одинаковых элемента имеют интенсивность отказов 0.002 каждый.

Определите среднее время безотказной работы всего прибора.

### Задача 2.2

Прибор включает 7 элементов с параметрами: первые 2 элемента одинаковы и имеют вероятность безотказной работы спустя 500 час, равную 0,95 для каждого; следующие 2 одинаковых элемента имеют среднее время безотказной работы 1000 час каждый; замыкающие 3 одинаковых элемента имеют плотность вероятности времени безотказной работы спустя 600 час, равную 0.0015 (1/час) для каждого.

Определите вероятность безотказной работы всего прибора спустя 300 час.

### Задача 2.3

Прибор включает 8 элементов с параметрами: первые 2 одинаковых элемента имеют плотность вероятности времени безотказной работы спустя 200 час, равную 0,0001 (1/час) для каждого; следующие 2 одинаковых элемента имеют частоту отказов 0,0002 (1/час) через 300 час. следующие 2 одинаковых элемента имеют общую вероятность отказа спустя 600 час, равную 0.01 каждый; замыкающие 2 одинаковых элемента имеют интенсивность отказов 0.002 каждый.

Вероятность отказа всего прибора через 500 час работы.

### Задача 2.4

Прибор включает 6 элементов с параметрами: первые 2 одинаковых элемента имеют общую вероятность отказа спустя 200 час, равную 0,02 для

каждого; следующие 2 элемента имеют совокупное среднее время безотказной работы - 1000 час; замыкающие 2 одинаковых элемента имеют совокупную плотность вероятности времени безотказной работы спустя 600 час, равную 0,0001 (1/час), причем вероятность безотказной работы одного из них спустя то же время равна 0,9.

Определите вероятность безотказной работы прибора через 200 час.

#### Задача 2.5

Прибор включает 7 элементов с параметрами: первые 2 одинаковых элемента имеют вероятность отказа спустя 300 час, равную 0,001 для каждого; следующие 3 одинаковых элемента имеют совокупную плотность вероятности времени безотказной работы в некоторый момент времени, равную 0,004(1/час), причем вероятность отказа одного из этих элементов на тот же момент времени равна 0,15; замыкающие 2 одинаковых элемента имеют вероятность отказа спустя 100 час работы 0,01 каждый.

Определите интенсивность отказов всего прибора.

#### Задача 2.6

Прибор включает 8 элементов с параметрами: первые 3 одинаковых элемента имеют общую вероятность отказа спустя 300 час, равную 0,1; следующие 2 одинаковых элемента имеют среднее время безотказной работы - 600 час каждый; каждый из следующих двух одинаковых элемента имеет плотность вероятности времени работы до отказа, равную 0,0005 (1/час) и вероятность безотказной работы спустя то же время, равную 0,75; замыкающие 3 одинаковых элемента имеют интенсивность отказов 0,002 каждый.

Определите частоту отказов прибора через 400 час.

#### Задача 2.7

Прибор включает 5 элементов с параметрами: первые 2 одинаковых элемента имеют вероятность отказа спустя 200 час, равную 0,02 для каждого; следующий элемент имеет среднее время безотказной работы 600 час; следующие 2 одинаковых элемента имеют каждый: плотность вероятности времени безотказной работы спустя 300 час, равную 0,0001 (1/час), и вероятность отказа на то же время, равную 0,01; следующие 2 элемента имеют частоту отказов спустя 200 час 0,0002 (1/час) каждый.

Определите плотность вероятности времени работы прибора до отказа на время 500 час.

#### Задача 2.8

Прибор включает 10 элементов с параметрами: первые 3 одинаковых элемента имеют вероятность отказа спустя 300 час, равную 0,01 для каждого; следующие 2 одинаковых элемента имеют среднее время безотказной работы - 1600 час каждый; следующие 2 одинаковых элемента имеют

каждый общую частоту отказов спустя 250 *час*, равную 0,0001, причем вероятность отказа одного из них – 0,1 на то же время; замыкающие 3 одинаковых элемента имеют интенсивность отказов 0,002 каждый.

Определите интенсивность отказов всего прибора.

#### Задача 2.9

После 100 *час* работы вероятность отказа прибора составляет 0,5. Прибор включает 6 элементов с параметрами: первые 2 элемента имеют вероятность безотказной работы 0,99 каждый; следующие 2 элемента одинаковы; замыкающие 2 одинаковых элемента имеют среднее время безотказной работы 5000 *час* каждый.

Определите интенсивность отказов третьего или четвертого по счету элемента.

#### Задача 2.10

Среднее время безотказной работы прибора равно 100 *час*. Прибор включает 8 элементов с параметрами: первый элемент имеет среднее время безотказной работы 1500 *час*; второй элемент имеет вероятность отказа спустя 100 *час*, равную 0,005; следующие 2 одинаковых элемента имеют плотность распределения времени работы спустя некоторое время, равную 0,00036 *1/час* и вероятность безотказной работы спустя то же время, равную 0,9; замыкающие 3 элемента одинаковы.

Определите вероятность безотказной работы одного из трех замыкающих элементов спустя 100 *час*.

#### Задача 2.11

Вероятность безотказной работы прибора спустя некоторое время  $t'$  составила 0,95. Плотность вероятности времени безотказной работы в тот же момент времени  $t'$  равна 0,01 (*1/час*). Прибор включает 5 элементов с параметрами: первые 2 элемента имеют среднее время безотказной работы 2000 *час* для каждого; следующий элемент имеет вероятность безотказной работы спустя 1000 *час*, равную 0,8; замыкают цепь 2 одинаковых элемента.

Определите плотность вероятности времени безотказной работы одного из замыкающих элементов на момент времени 200 *час*.

#### Задача 2.12

Интенсивность отказов прибора равна 0,01 (*1/час*). Прибор включает 6 элементов с параметрами: первые 2 элемента одинаковы; следующие 2 одинаковых элемента имеют совокупную плотность вероятности времени безотказной работы 0,0003 (*1/час*), причем вероятность безотказной работы одного из них на то же время равна 0,9, и замыкающие 2 элемента имеют среднее время безотказной работы 1600 *час* каждый.

Определите вероятность безотказной работы одного из двух первых элементов спустя 300 *час*.

### Задача 2.13

Вероятность безотказной работы прибора спустя 700 час составляет 0,98. Прибор включает 6 элементов с параметрами: первые 2 элемента имеют совокупную вероятность отказа 0,05; следующие 2 одинаковых элемента имеют среднее время безотказной работы 1000 час каждый; замыкающие 2 элемента одинаковы.

Определите частоту отказов одного из замыкающих элементов спустя 300 час.

### Задача 2.14

Частота отказов блока составляет 0,01 (1/час) при вероятности безотказной работы на то же время – 0,9. Блок включает 5 элементов с параметрами: первая группа - 2 одинаковых элемента; каждый из этих двух элементов имеет вероятность безотказной работы спустя 100 час, равную 0,999; во второй группе – два одинаковых элемента; замыкающий элемент имеет интенсивность отказа 0,0001 (1/час).

Определите среднее время безотказной работы одного элемента из второй группы в составе двух элементов.

### Задача 2.15

После 1 часа ускоренных испытаний плотность вероятности времени безотказной работы прибора составляет 0,2 (1/час). Прибор включает 7 элементов с параметрами: первые 2 элемента имеют вероятность безотказной работы спустя 10 час, равную 0,999; следующие 2 одинаковых элемента имеют одинаковое среднее время безотказной работы каждый; замыкающие 3 одинаковых элемента имеют интенсивность отказа 0,0001 (1/час) каждый.

Определите среднее время безотказной работы одного из двух элементов второй группы.

### Задача 2.16

В начальный момент времени  $t=0$  ускоренных испытаний плотность распределения вероятности времени работы прибора равна 0,1 (1/час). Прибор включает 6 элементов с параметрами: первые 2 элемента имеют одинаковую частоту отказов; следующие 2 одинаковых элемента имеют среднее время безотказной работы 10000 час каждый; следующий элемент имеет вероятность отказа спустя 100 час, равную 0,001; замыкающий 1 элемент имеет интенсивность отказа 0,00001 (1/час).

Определите частоту отказов одного из первых элементов спустя 200 час.

### Задача 2.17

Прибор проработал 400 час. Прибор включает 4 элемента с параметрами, значения которых спустя 400 час работы равны: первые 2 одинаковых элемента имеют вероятность отказа, равную 0,05 и соответствующие интенсивности отказов 0,00002 (1/час) для каждого;

следующие 2 одинаковых элемента имеют совокупную интенсивность отказов 0,001 ( $1/час$ ) и совокупную вероятность отказа 0,08.

Определите плотность распределения вероятности времени работы всего прибора спустя 400 *час*. Закон распределения вероятности времени работы не экспоненциальный.

#### Задача 2.18

Прибор проработал 300 *час*. Прибор включает 4 элемента с параметрами, значения которых спустя 300 *час* работы равны: первые 2 одинаковых элемента имеют вероятность безотказной работы, равную 0,96, и соответствующие интенсивности отказов 0,00001 ( $1/час$ ) для каждого; следующие 2 одинаковых элемента имеют совокупную интенсивность отказов 0,001 ( $1/час$ ) и совокупную вероятность безотказной работы 0,95.

Определите плотность распределения вероятности времени работы всего прибора спустя 300 *час*. Закон распределения вероятности времени работы до отказа не экспоненциальный.

#### Задача 2.19

Прибор проработал 500 *час*. Плотность распределения вероятности времени работы всего прибора спустя 500 *час* равна 0,01 ( $1/час$ ), а интенсивность отказов равна 0,00001 ( $1/час$ ). Прибор включает 5 элементов с параметрами, значения которых спустя 500 *час* работы равны: первые 2 одинаковых элемента имеют вероятность безотказной работы равную, 0,97 и соответствующие интенсивности отказов 0,00001 ( $1/час$ ) для каждого; следующие 3 элемента одинаковы.

Определите частоту отказов каждого из одинаковых элементов второй группы на время 500 *час*. Закон распределения вероятности времени работы до отказа не экспоненциальный.

#### Задача 2.20

Прибор проработал 300 *час*. Частота отказов всего прибора спустя 500 *час* равна 0,0008 ( $1/час$ ), а интенсивность отказов равна 0,001 ( $1/час$ ). Прибор включает 4 элемента с параметрами, значения которых спустя 300 *час* работы равны: первые 2 одинаковых элемента имеют вероятность отказа, равную, 0,02 и соответствующие интенсивности отказов 0,0001 ( $1/час$ ) для каждого; следующие 2 элемента одинаковы.

Определите частоту отказов каждого из одинаковых элементов второй группы на время 500 *час*. Закон распределения вероятности времени работы до отказа не экспоненциальный.

### 3 Расчёт характеристик надёжности невосстанавливаемых резервированных элементов

#### 3.1 Виды и способы резервирования

Резервирование является одним из основных схемных методов повышения надежности отдельных элементов, групп элементов и прибора в целом. Резервирование заключается во включении параллельно основному (резервируемому) элементу аналогичных ему резервных. В результате полученный модуль прекратит функционирование только после отказа как основного элемента, так и всех резервных [1,2].

На практике применяется резервирование двух видов: общее – резервируется прибор в целом (рис.3.1) и отдельное – части прибора резервируются по отдельности (рис. 3.2).

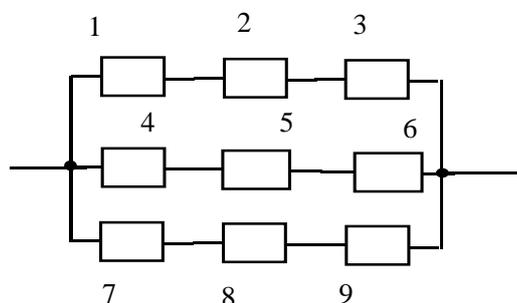


Рисунок3.1 – Схема общего резервирования: 1,2,3 – элементы основного блока, 4,5,6 и 7,8,9 – двух резервных блоков

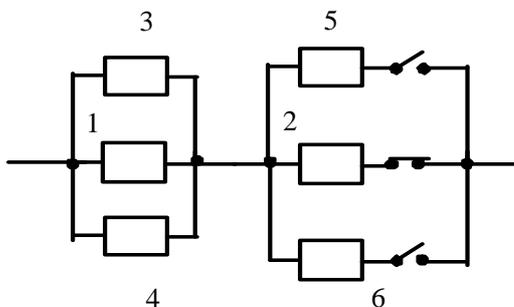


Рисунок3.2 – Схема отдельного резервирования: 1,2 – основные элементы, 3,4 и 5,6 – резервирующие их элементы

По способу включения различают постоянное резервирование и резервирование замещением.

Постоянным называется резервирование, при котором резервные элементы подключены в течение всего времени работы и находятся в одинаковом режиме с основным элементом.

При резервировании замещением резервные элементы поочередно замещают основные после их отказа. На рис. 3.2 элемент 1 резервирован постоянным резервом, элемент 2 резервирован способом замещения. Резервный

элемент 5 при резервировании замещением подключится специальным устройством после отказа элемента 2. Далее, после отказа элемента 5, будет подключен элемент 6.

Теоретически резервирование замещением обеспечивает большую надежность по сравнению со способом постоянного резервирования, однако практически используется реже, поскольку приводит к усложнению схемы (требуются устройства диагностики отказа элемента и его отключения, подключения следующего элемента).

Приведем основные расчетные формулы для рассматриваемых способов резервирования.

### 3.2 Расчет параметров надежности при резервировании

Пусть время  $t$  работы до отказа каждого элемента схемы резерва (как основного, так и резервирующих элементов) имеет экспоненциальное распределение.

Тогда для постоянно включенного резерва вероятность безотказной работы  $P_r(t)$  и среднее время безотказной работы  $tcp_r$  определяются соотношениями [1,2]:

$$P_r(t) = 1 - [1 - e^{-\lambda t}]^n, \quad (3.1)$$

$$tcp_r = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^n \frac{1}{i} = tcp_1 \sum_{i=0}^n \frac{1}{i}, \quad (3.2)$$

где  $\lambda, tcp_1$  - интенсивность отказов и среднее время безотказной работы основного или резервного элемента в схеме резерва,  $n$  – количество элементов в схеме резерва (включая основной элемент).

Часто используется термин «кратность резервирования», определяемый как отношение  $m$  количества резервных элементов к количеству резервируемых. При резервировании одного элемента полное количество элементов  $n$  и кратность резервирования  $m$  соотносятся как

$$m = n - 1. \quad (3.3)$$

При условии  $\lambda \cdot t < 0,05$  и  $n < 5$  выражение (3.1) может быть записано в более простом виде (погрешность аппроксимации не более 10%):

$$P_r(t) = 1 - \lambda^n \cdot t^n. \quad (3.4)$$

Тестовые расчёты показывают, что в случае  $\lambda \cdot t < 0,1$  погрешность аппроксимации не превысит 20%.

Для резервирования замещением и экспоненциального закона надежности для каждого элемента резерва аналогичные выражения имеют вид [1,2]:

$$P_r(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!}, \quad (3.5)$$

$$tcp_r = tcp_1 \cdot n, \quad (3.6)$$

где  $\lambda_1, t_{cp1}$  - интенсивность отказов и среднее время безотказной работы основного или резервного элемента в схеме резерва,  $n$  – количество элементов в схеме резерва (включая основной элемент).

При условии  $\lambda \cdot t < 0,12$  и  $n < 5$  выражение (3.5) может быть упрощено (погрешность аппроксимации не более 10% ):

$$P_r(t) = 1 - \frac{\lambda^n \cdot t^n}{n!}. \quad (3.7)$$

Для случая  $\lambda \cdot t < 0,22$  погрешность аппроксимации будет не более 20%.

### 3.3 Методика определения параметров надёжности системы при резервировании. Примеры решения задач

Типичной задачей является определение параметров надёжности системы, включающей основной и резервирующие его элементы. Также часто встречается на практике и задача вычисления параметров надёжности системы при использовании одного из видов резервирования, в то время как исходные данные определяют параметры надёжности той же системы, но при другом виде резервирования.

При решении подобных практических задач следует исходить из гипотезы об экспоненциальности распределения времени работы до отказа для каждого элемента в системе резерва, если нет сведений об ином распределении. Однако надо помнить, что в соответствии со свойствами параллельного соединения элементов (по надёжности) закон распределения времени работы системы резерва уже не будет экспоненциальным.

Общий метод решения заключается в определении для любого  $i$ -го элемента системы резерва его интенсивности отказов  $\lambda_i$  по выражениям (3.1)-(3.4) или (3.5)-(3.7). Затем по тем же выражениям можно вновь найти параметры системы резерва при ином способе резервирования или определить требуемые характеристики надёжности одного элемента по выражениям (2.3)-(2.9).

#### 3.1 Примеры решения задач

##### Пример 3.1.

Среднее время безотказной работы системы, резервированной методом замещения, равно 10000 час. Система резерва имеет кратность  $m = 4$ .

Определите вероятность безотказной работы одного элемента системы после 200 час работы, а также вероятность отказа системы, но из трех элементов при использовании постоянно включенного резерва спустя 500 час. Допускается погрешность расчёта 10%.

**Решение.** Так как полное количество элементов  $n$  связано с указанной кратностью  $m$  соотношением (3.3), находим:

$$n = m + 1 = 4 + 1 = 5.$$

Для резервирования способом замещения по выражению (3.6) определяем среднее время безотказной работы одного элемента.

$$tcp_1 = \frac{tcp_r}{n} = \frac{10000}{5} = 2000 \text{ час}.$$

Полагаем, что время работы каждого элемента до отказа имеет экспоненциальное распределение. Тогда интенсивность отказов одного элемента определяется по выражению (2.9):

$$\lambda_1 = 1/tcp_1 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/час}.$$

Поскольку соотношение  $\lambda \cdot t < 0,3$  выполняется, по приближенному выражению (2.6) определим вероятность безотказной работы для одного элемента резерва:

$$P_1(200) = 1 - t \cdot \lambda = 1 - 200 \cdot (5 \cdot 10^{-4}) = 0,9.$$

Вероятность отказа системы при постоянно включенном резерве и количестве элементов резерва  $n=3$  вычисляется по выражению (3.1) с учетом соотношения (1.4):

$$S_r(500) = 1 - S_r(500) = \left(1 - e^{-5 \cdot 10^{-4} \cdot 500}\right)^3 = (1 - 0,779)^3 = 0,011.$$

Поскольку соотношение  $\lambda \cdot t < 0,05$  не выполняется, приближенное выражение (3.4) использовать для расчета нельзя.

### Пример 3.2.

Более сложной является задача расчета параметров надежности прибора, включающего как не резервированные элементы, так и системы резерва (модули резерва) – см. рисунок 3.3.

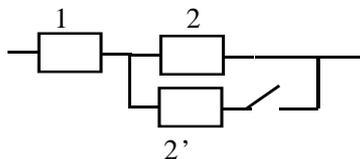


Рисунок 3.3 – Схема прибора (по надёжности) к Примеру 3.2.

Интенсивность отказов прибора, схема которого по надёжности изображена на рисунке 3.3, спустя 500 час равна  $5,07 \cdot 10^{-3} \text{ 1/час}$ , а плотность вероятности времени работы до отказа –  $0,006 \text{ 1/час}$ . Прибор включает 2 модуля с параметрами: первый модуль – одиночный элемент, имеет вероятность отказа спустя 100 час, равную 0,03; второй элемент представляет собой модуль резерва замещением из двух элементов.

Определите среднее время безотказной работы одного из элементов, составляющих модуль резерва.

В этом случае для всего прибора при расчёте используется общее выражение (2.1), позволяющее определить вероятность безотказной работы для не резервированного элемента или модуля резерва для некоторого единого момента времени по известной величине вероятности безотказной работы всего прибора. Затем по отдельности используются выражения для расчета параметров не резервированного и резервированных элементов.

**Решение.** По выражению (1.12) определяем вероятность безотказной

работы всего прибора:

$$P_{\Sigma}(500) = \lambda_{\Sigma}(500)/f_{\Sigma}(500) = (5,07 \cdot 10^{-3})/0,006 = 0,845.$$

Определим интенсивность отказов одиночного элемента. Поскольку требуемое соотношение для величины  $\lambda \cdot t < 0,3$  выполняется, может использоваться упрощённое выражение (2.7):

$$\lambda_1 = S_1(t)/t = 0,03/100 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/час.}$$

По выражению (2.6) вычисляется вероятность безотказной работы одиночного элемента, но на время 500 час:

$$P_1(500) = 1 - \lambda \cdot t = 1 - 3 \cdot 10^{-4} \cdot 500 = 0,85.$$

Теперь из выражения (2.1) находим вероятность безотказной работы модуля резерва:

$$P_r(500) = P_{\Sigma}(500)/P_1(500) = 0,845/0,85 = 0,994.$$

Из выражения (3.7) находим интенсивность отказов одного элемента резерва:

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{(1 - P_r(t)) \cdot 2}{t^2}} = \sqrt{\frac{(1 - 0,994) \cdot 2}{500^2}} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/час.}$$

Поскольку отдельные элементы имеют экспоненциальное распределение времени работы до отказа, из выражения (2.9) находим:

$$t_{cp2} = 1/\lambda_2 = 1/(2,2 \cdot 10^{-4}) = 4545 \text{ час.}$$

### 3.1 Задачи для самостоятельного решения

#### Задача 3.1

Система резервируется методом замещения. Среднее время безотказной работы системы при использовании резерва с постоянным включением 10000 час. Количество элементов в схеме резервирования  $n = 4$ .

Определите вероятность безотказной работы той же системы, но при использовании резерва методом замещения спустя 300 час.

#### Задача 3.2

Даны две схемы резервирования: постоянно включённый резерв с общим количеством элементов  $n = 4$  и совокупной вероятностью отказа, равной 0,0001 спустя 100 час, и резерв замещением с кратностью 2 и совокупным временем безотказной работы, равным 5000 час.

Определите, в какой схеме используются элементы с меньшей интенсивностью отказа.

#### Задача 3.3

Даны две схемы резервирования: методом замещения с общим количеством элементов, равным 4 и общим средним временем безотказной работы 12000 час и резерв с постоянным включением кратности 3 с совокупной вероятностью отказа 0,0001 спустя 500 час.

Определите, в какой схеме используются элементы с большим средним временем безотказной работы.

#### Задача 3.4

Даны две схемы резервирования: при постоянном подключении резерв кратности 2 с общим средним временем безотказной работы 12000 *час* и резерв замещением с общим количеством элементов, равным 3 и совокупной вероятностью безотказной работы 0,97 спустя 5000 *час*.

Определите, в какой схеме используются элементы с большим средним временем безотказной работы.

#### Задача 3.5

Вероятность отказа системы резерва замещением кратности 4 спустя 100 *час* составляет 0,0015.

Определите среднее время безотказной работы той же системы, при увеличении кратности резервирования на 3.

#### Задача 3.6

Вероятность отказа системы резерва замещением с кратностью резервирования 4 спустя 200 *час* составляет 0,005.

Определите: соответствующую вероятность отказа аналогичной системы при постоянном включении резерва; среднее время безотказной работы исходной системы резервирования замещением, но при увеличении кратности резервирования на 3.

#### Задача 3.7

Прибор включает 2 элемента с параметрами: первый элемент имеет вероятность отказа спустя 300 *час*, равную 0,01; второй элемент представляет собой модуль резерва постоянным включением с кратностью резервирования  $K=4$ , при этом для каждого из составляющих элементов модуля вероятность безотказной работы спустя 100 *час* равна 0,8.

Определите вероятность безотказной работы всего прибора спустя 30 *час*.

#### Задача 3.8

Прибор включает 2 элемента с параметрами: первый элемент имеет вероятность отказа спустя 300 *час*, равную 0,01; второй элемент представляет собой модуль резерва постоянным включением с кратностью резервирования  $K=2$ , при этом для каждого из составляющих элементов модуля среднее время безотказной работы равно 50 *час*.

Определите вероятность отказа для всего прибора спустя 50 *час*.

#### Задача 3.9

Вероятность отказа прибора спустя 500 *час* составляет 0,08. Прибор включает 2 элемента с параметрами: первый элемент имеет вероятность отказа

спустя 300 *час*, равную 0,02; второй элемент представляет собой модуль резерва замещением с кратностью резервирования  $m = 3$ .

Определите среднее время безотказной работы одного элемента модуля.

#### Задача 3.10

Вероятность безотказной работы прибора спустя 800 *час* составляет 0,85. Прибор включает 2 блока с параметрами: блок – не резервированный элемент, имеет интенсивность отказов 0,0001 (1/*час*); второй элемент представляет собой модуль резерва с постоянным включением и общим количеством элементов  $n = 5$ .

Определите интенсивность отказов одного элемента модуля.

#### Задача 3.11

Вероятность безотказной работы всего прибора спустя 100 *час* составляет 0,96. Прибор включает 2 элемента с параметрами: первый – не резервированный элемент; второй элемент представляет собой модуль постоянно включенного резерва с кратностью резервирования  $m = 3$ , каждый элемент которого имеет вероятность безотказной работы спустя 100 *час*, равную 0,99.

Определите среднее время безотказной работы первого элемента (расчет его параметров выполнить для времени работы 100 *час*).

#### Задача 3.12

Интенсивность отказов всего прибора спустя 800 *час* составляет 0,009 (1/*час*), частота отказов на тот же момент времени – 0,007 1/*час*. Прибор включает 2 элемента с параметрами: первый элемент имеет частоту отказов спустя 300 *час*, равную 0,0001 (1/*час*); второй элемент представляет собой модуль резерва замещением с кратностью резервирования  $m = 3$ .

Определите вероятность отказа одного из элементов модуля резерва спустя 800 *час*.

#### Задача 3.13

Интенсивность отказов прибора спустя 400 *час* составляет 0,001 (1/*час*), а плотность вероятности времени работы 0,0006. Прибор включает 2 элемента с параметрами: первый элемент не резервирован; второй элемент представляет собой модуль резерва замещением с общим количеством элементов  $n = 3$ , каждый элемент которого имеет вероятность безотказной работы спустя 100 *час*, равную 0,99.

Определите среднее время безотказной работы первого элемента.

#### Задача 3.14

Вероятность безотказной работы прибора через 500 *час* работы составляет 0,95. Прибор включает 2 элемента с параметрами: первый – не резервированный элемент; второй элемент представляет собой модуль резерва с

постоянным включением и кратностью резервирования  $m = 3$ , каждый элемент которого имеет вероятность отказа спустя 200 час, равную 0,005.

Определите среднее время безотказной работы первого элемента (расчет его параметров выполнить для времени работы 500 час).

### Задача 3.15

Прибор включает 3 элемента с параметрами: первых два элемента имеют суммарное среднее время безотказной работы 600 час; замыкающий элемент имеет интенсивность отказов 0,002 1/час. Для повышения надежности решено применить резервирование замещением кратности 1. Возможны две схемы резервирования: резервировать каждый элемент; резервировать всю цепь элементов в целом.

Задание:

1. Определите среднее время безотказной работы прибора по исходной схеме.
2. Оцените, какая из предложенных схем резервирования приводит к наибольшей вероятности безотказной работы спустя время 500 часов.

### Задача 3.16

Прибор включает 3 элемента с параметрами: первый элемент имеет среднее время безотказной работы 500 час каждый; для 2 замыкающих одинаковых элемента интенсивность отказов 0,005 1/час (суммарное). Для повышения надежности решено применить резервирование с постоянно включенным резервом и общим количеством элементов  $n = 2$ . Возможны две схемы резервирования: раздельное (резервируется каждый элемент по отдельности) и общее (резервируется вся цепь элементов).

Задание:

1. Определите интенсивность отказов прибора по исходной схеме.
2. Оцените, при использовании какой схемы резервирования реализуется меньшая вероятность безотказной работы на время 500 часов.

### Задача 3.17

Прибор включает 3 элемента с параметрами: первый элемент имеет среднее время безотказной работы 800 час; замыкающие 2 одинаковых элемента имеют интенсивность отказов 0,002 1/час каждый. Для повышения надежности решено применить резервирование способом замещения кратности 2. Возможны две схемы резервирования: раздельное (резервируется каждый элемент по отдельности) и общее (резервируется вся цепь элементов).

Задание:

1. Определите среднее время безотказной работы прибора по исходной схеме.
2. Какая схема обеспечивает большую надежность?

## 4 Расчёт параметров надёжности невосстанавливаемых систем с топологически сложным соединением элементов

### 4.1 Расчёт параметров надёжности по методу минимальных путей и минимальных сечений

Во многих практических случаях анализа надёжности система не может быть представлена как совокупность фрагментов с последовательным или параллельным соединением элементов (см. рисунок 4.1). В таких случаях говорят о топологической сложности системы с точки зрения соединения по надёжности [1,2].

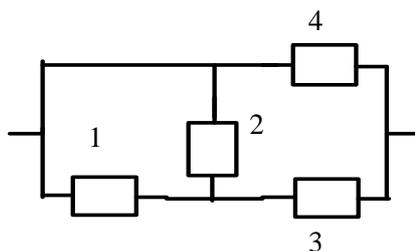


Рисунок 4.1 – Схема с топологически сложным соединением по надёжности

Точный теоретический анализ надёжности таких систем сложен, поэтому для практических расчетов используются приближенные методики.

Для приблизительной оценки надёжности при инженерных расчётах может использоваться метод «минимальных путей и минимальных сечений».

По этому методу топологически сложная система заменяется эквивалентными фрагментами с последовательным и параллельным соединением. Далее параметры надёжности системы определяются по рассмотренным ранее выражениям для последовательного и параллельного (при резервировании) соединения элементов. Эквивалентная замена базируется на понятиях "минимальный путь" и "минимальное сечение".

Минимальным путем называется совокупность работоспособных элементов, которая достаточна для работоспособности системы, причем никакое подмножество этой совокупности таким свойством не обладает. При этом система в целом функционирует только тогда, когда в ней имеется хотя бы один работоспособный минимальный путь. Минимальный путь работоспособен, если не отказал ни один элемент, ему принадлежащий. При таком подходе вся система заменяется на параллельное соединение минимальных путей, каждый из которых определён последовательным соединением находящихся на нём элементов.

Пусть система имеет  $R$  минимальных путей. Каждый путь с номером  $i$  (где  $i = 1..R$ ) содержит  $r_i$  элементов. В соответствии со свойствами минимальных путей и составленной из них системы, каждый минимальный путь  $i$  представляется в виде последовательного соединения  $r_i$  элементов с номером  $j$  (где  $j = 1..r_i$ ). Сами же минимальные пути в соответствии со своими

свойствами могут рассматриваться как  $R$  последовательных цепочек, соединенных параллельно.

В результате вероятность безотказной работы  $P_R(t)$  системы на интервале времени от 0 до  $t$  определяется выражением [1,2]:

$$P_R(t) = 1 - \prod_{i=1}^R (1 - \prod_{j=1}^{r_i} P_j(t)), \quad (4.1)$$

где  $P_j(t)$  – вероятность безотказной работы  $j$ -го элемента на минимальном пути  $R_i$ ,  $r_i$  обозначает количество элементов на этом пути  $R_i$ .

Минимальным сечением называется совокупность элементов, отказ которых приводит к отказу всей системы, причем никакое подмножество этой совокупности таким свойством не обладает.

Следовательно, система отказывает при отказе ее любого минимального сечения. Минимальное же сечение работоспособно до тех пор, пока на нем не отказал последний элемент, ему принадлежащий. В этом случае вся система заменяется на последовательное соединение минимальных сечений, каждое из которых определено параллельным соединением находящихся на нём элементов.

Пусть система имеет  $K$  минимальных сечений. Каждое сечение с номером  $i$  (где  $i = 1... K$ ) содержит  $k_i$  элементов. В соответствии со свойствами минимальных сечений и составленной из них системы, каждое минимальное сечение  $i$  представляется в виде параллельного соединения  $k_i$  элементов с номером  $j$  (где  $j = 1... k_i$ ). Сами же минимальные сечения в соответствии со своими свойствами могут рассматриваться как  $K$  эквивалентных элементов, соединенных последовательно.

Выражение для вероятности безотказной работы системы в этом случае имеет вид [1,2]:

$$P_K(t) = \prod_{i=1}^K (1 - \prod_{j=1}^{k_i} (1 - P_j(t))), \quad (4.2)$$

где  $P_j(t)$  – вероятность безотказной работы  $j$ -го элемента на минимальном сечении  $K_i$ ,  $k_i$  обозначает количество элементов на этом сечении  $K_i$ .

В результате расчёта по «минимальным путям» и «минимальным сечениям» получены две различные оценки вероятности безотказной работы  $P(t)$ . Теоретический анализ показывает, что истинная величина  $P(t)$  находится в интервале  $[P_K, P_R]$ .

## 4.2 Пример решения задачи

### Пример

Схема системы автоматического управления уровнем освещённости музейного объекта (по надёжности) соответствует рисунку 4.1.

Структурные элементы системы включают следующие компоненты:

- блок 1 в составе 5 светодиодных ламп GNL/01;

- блок 2 – оптопара;
- блок 3 – фоторезистор СФ;
- блок 4 – электронная подсистема обработки принимаемых сигналов и выработки команд управления в составе 200 микросхем типа ТТХ.

Распределение времени работы до отказа для всех элементов экспоненциальное. Внутри блока элементы соединены последовательно (по надёжности). Параметры надёжности оптических и электронных компонентов приведены в таблицах 4.1 и 4.2.

Найти оценку вероятности безотказной работы системы спустя 3000 часов.

**Решение.**

1) Из таблиц 4.1 и 4.2. определяется среднее время безотказной работы элементов:  $tcp_1 = 5000 \text{ час}$  (для Блока 1),  $tcp_2 = 10^4 \text{ час}$  (для Блока 2),  $tcp_3 = 2000 \text{ час}$  (для Блока 3), а также интенсивность отказов микросхемы Блока 4  $\lambda_4 = 10^{-6} \text{ 1/час}$ .

По выражению (2.9) вычисляются интенсивности отказа элементов блоков 1,2,3:

$$\lambda_1 = 1/tcp_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/час}, \lambda_2 = 1/tcp_2 = 10^{-4} \text{ 1/час}, \lambda_3 = 1/tcp_3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/час}.$$

По данным для отдельных элементов блоков определяются параметры надёжности  $\lambda_{1\Sigma}$  и  $\lambda_{4\Sigma}$  блоков 1 и 4. По выражению (2.10) находим:

$$\lambda_{1\Sigma} = n_1 \cdot \lambda_1 = 5 \cdot (2 \cdot 10^{-4}) = 10^{-3} \text{ 1/час}; \quad \lambda_{4\Sigma} = n_4 \cdot \lambda_4 = 200 \cdot (5 \cdot 10^{-6}) = 5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/час},$$

где  $n_1, n_4$  - количество элементов в блоках 1 и 4.

2) Минимальными путями в рассматриваемой схеме являются:

- путь  $R_1$  в составе элемента 4 (количество элементов на этом пути  $r_1 = 1$ );
- путь  $R_2$  в составе элементов 1,3 (количество элементов  $r_2 = 2$ );
- путь  $R_3$  в составе элементов 2,3 (количество элементов  $r_3 = 2$ ).

(Путь в составе элементов 1,2,4 не является минимальными, поскольку содержит более короткий путь в составе элемента 4).

По выражению (4.1) получаем следующее выражение для расчёта вероятности безотказной работы по эквивалентной схеме, представленной минимальными путями:

$$P_R(t) = 1 - \prod_{i=1}^R (1 - \prod_{j=1}^{r_i} P_j(t)) = 1 - (1 - P_4(t)) \cdot (1 - P_1(t) \cdot P_3(t)) \cdot (1 - P_2(t) \cdot P_3(t)). \quad (4.3)$$

В формуле (4.3) вероятности безотказной работы элементов преобразуются к виду, соответствующему экспоненциальному закону, в соответствии с выражением (2.4):

$$P_R(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_{\Sigma 4} \cdot t}) \cdot (1 - e^{-\lambda_{\Sigma 1} \cdot t} \cdot e^{-\lambda_3 \cdot t}) \cdot (1 - e^{-\lambda_2 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_3 \cdot t}).$$

Определим вероятность безотказной работы на момент времени  $t = 3000 \text{ час}$  по минимальным путям.

$$P_R(3000) = 1 - \left(1 - e^{-2 \cdot 10^{-4} \cdot 3000}\right) \cdot \left(1 - e^{-10^{-3} \cdot 3000} \cdot e^{-10^{-4} \cdot 3000}\right) \cdot \left(1 - e^{-5 \cdot 10^{-4} \cdot 3000} \cdot e^{-10^{-4} \cdot 3000}\right),$$

$$P_R(3000) = 0,637.$$

Для расчёта с использованием эквивалентной схемы по минимальным сечениям используется выражение (4.2).

В схеме анализируемой системы два минимальных сечения  $K = 2$ :

- сечение  $K_1$  включает элементы 1,2,4 (количество элементов на сечении  $k_1 = 3$ );

- сечение  $K_2$  включает элементы 3,4 (соответственно,  $k_2 = 2$ ).

Элементы 2,3,4 образуют сечение, но оно - не минимальное, так как содержит более малую группу элементов 3,4.

С учетом найденных минимальных сечений по формуле (4.2) получаем расчётное выражение:

$$P_K(t) = \prod_{i=1}^K \left(1 - \prod_{j=1}^{k_i} (1 - P_j(t))\right) = (1 - (1 - P_1(t)) \cdot (1 - P_2(t)) \cdot (1 - P_4(t))) \cdot (1 - (1 - P_3(t)) \cdot (1 - P_4(t))). \quad (4.4)$$

Определим вероятность безотказной работы на момент времени  $t = 3000$  час по минимальным сечениям.

Предварительно преобразуем выражение (4.4), используя выражение (2.4) для вероятности  $P(t)$  безотказной работы при экспоненциальном законе:

$$P_K(t) = \left(1 - \left(1 - e^{-\lambda_{\Sigma 1} \cdot t}\right) \cdot \left(1 - e^{-\lambda_2 \cdot t}\right) \cdot \left(1 - e^{-\lambda_{\Sigma 4} \cdot t}\right)\right) \cdot \left(1 - \left(1 - e^{-\lambda_3 \cdot t}\right) \cdot \left(1 - e^{-\lambda_{\Sigma 4} \cdot t}\right)\right).$$

После подстановки числовых значений параметров находим искомую оценку вероятности:

$$P_K(3000) = \left(1 - \left(1 - e^{-10^{-3} \cdot 3000}\right) \cdot \left(1 - e^{-10^{-4} \cdot 3000}\right) \cdot \left(1 - e^{-2 \cdot 10^{-4} \cdot 3000}\right)\right) \cdot \left(1 - \left(1 - e^{-5 \cdot 10^{-4} \cdot 3000}\right) \cdot \left(1 - e^{-2 \cdot 10^{-4} \cdot 3000}\right)\right),$$

$$P_K(3000) = 0,577.$$

В результате расчётов найден интервал  $[P_K, P_R]$ , в котором находится величина вероятности безотказной работы:

$$0,577 < P(3000) < 0,637$$

Использованный метод расчёта не позволяет найти более точную оценку искомой величины.

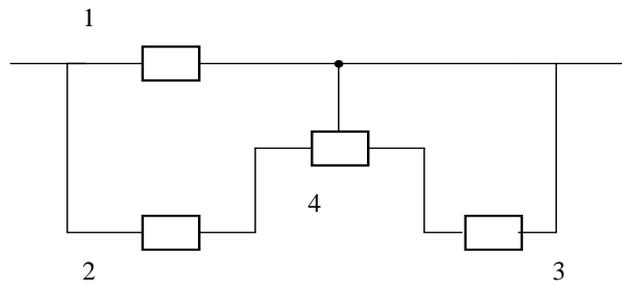
### 4.3 Задачи для самостоятельного решения

В предлагаемых задачах требуется по методу «минимальных путей и минимальных сечений» определить интервал, в котором находится значение вероятности безотказной работы системы, схема которой (по надёжности) определяется рисунком, приведённым в задании.

Элементы, входящие в состав блоков, соединены последовательно, если иное не указано в условии задачи

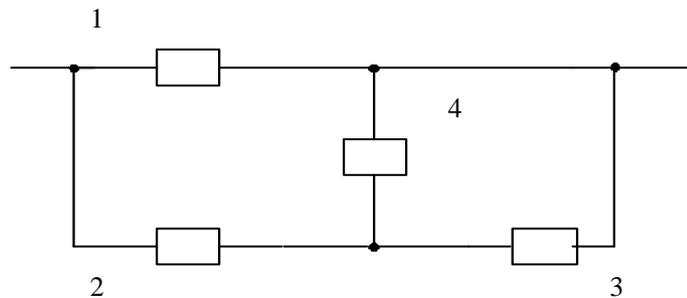


микросхемы ( операционные усилители)



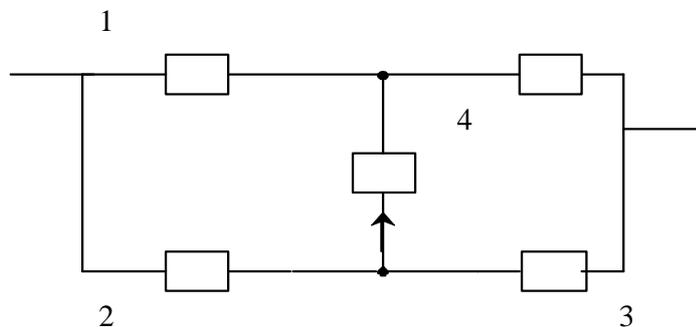
Задача 4.4

1. Источник излучения – три галогенных лампы
2. Оптопара
3. Приёмный блок в составе двух фотоумножителей и двух сопротивлений
4. Разъём



Задача 4.5

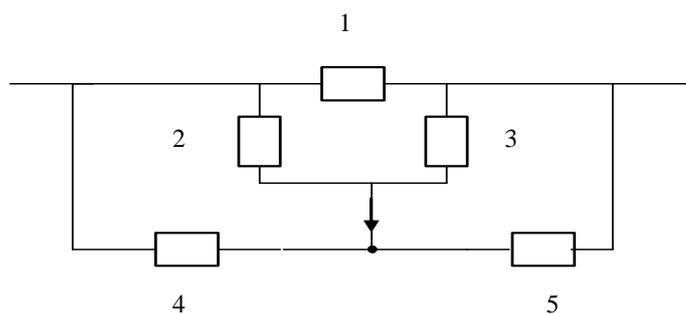
1. Источник излучения – газовый лазер
2. Объектив в составе трёх линз без покрытия
3. Фоторезистор СФ
4. Микропроцессорный блок в составе микропроцессора и чипа памяти



Задача 4.6

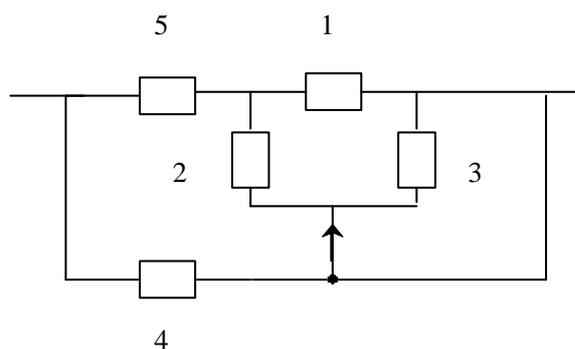
1. Источник излучения светодиод.
2. Фотодиод кремниевый
3. Цифровой индикатор АЛ 11 ЗА

4. Блок управления в составе 3 микросхем и 10 резисторов
5. Электродвигатель переменного тока.



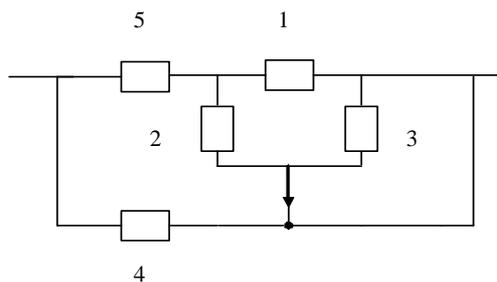
Задача 4.7

1. Осветитель в составе 3 светодиодных ламп GNL/01
2. Объектив из четырёх линз с просветляющим покрытием
3. Матрица ПЗС
4. Усилительный блок в составе 3 микросхем и двух резисторов.
5. Разъем.
6. Жидкокристаллический индикатор ЦИЖ 9



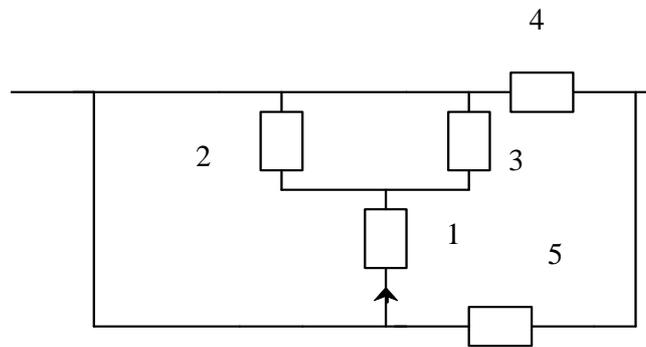
Задача 4.8

1. Приемный блок – два фоторезистора.
2. Оптопара
3. Фотоумножитель
4. Усилительный блок в составе микросхемы, 3 резисторов и 4 конденсаторов
5. Разъем.



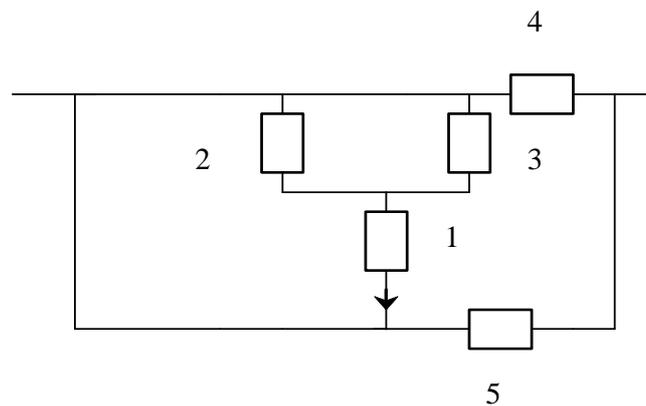
#### Задача 4.9

1. Объектив, включающий 6 линз без покрытий Приемник излучения – ПЗС матрица.
2. Осветитель - две галогенных лампы
3. Жидкокристаллический индикатор
4. Микропроцессор
5. Разъем.



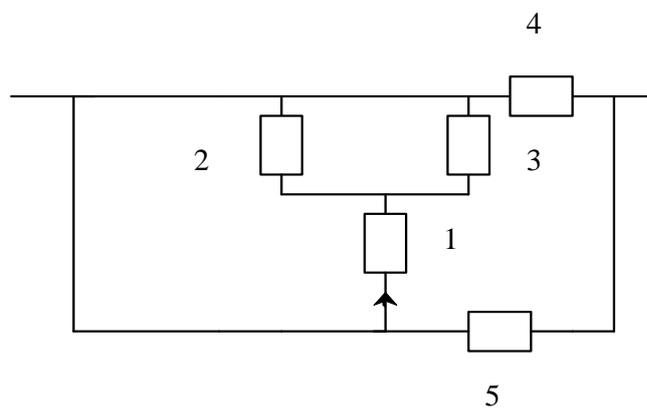
#### Задача 4.10

1. Оптопара.
2. Матрица ПЗС
3. Трёхлинзовый объектив, все линзы имеют просветляющее покрытие
4. Микропроцессор
5. Блок памяти (4 микросхемы).



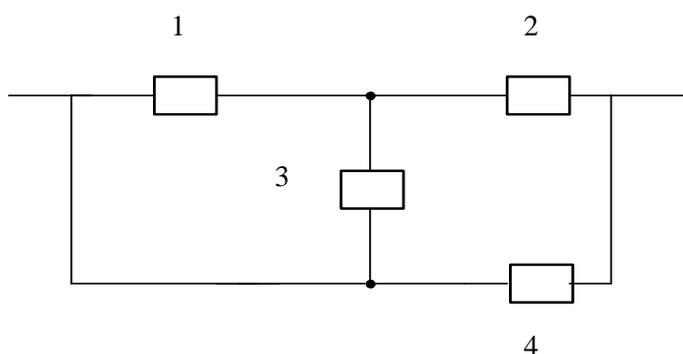
#### Задача 4.11

1. Четырёхлинзовый конденсор (линзы не имеют просветления)
2. Приёмный блок из двух фотоумножителей
3. Цифровой индикатор АЛ 11 ЗА
4. Блок обработки (транзистор кремниевый, 5 резисторов, 3 конденсатора).
5. Разъем.



Задача 4.12

1. Газовый лазер.
2. Приёмный блок (фоторезистор СФ и кремниевый фотодиод).
3. Цифровой индикатор
4. Электродвигатель переменного тока



Задача 4.13

1. Оптопара.
2. Матрица ПЗС
3. Трёхлинзовый объектив, все линзы имеют просветляющее покрытие
4. Микропроцессор
5. Блок памяти (4 микросхемы). Электродвигатель переменного тока

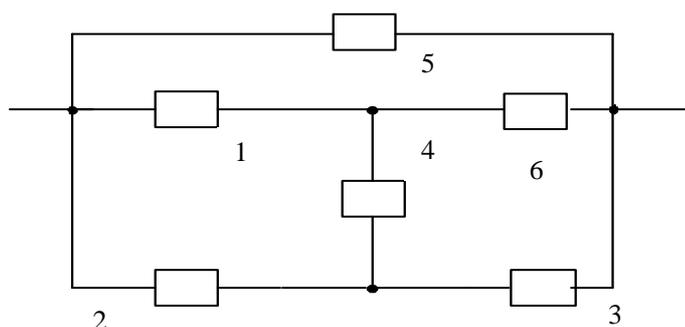


Таблица 4.1 Параметры надёжности электронных элементов [3]

Изделие	Интенсивность отказов , 1/час
Микросхема ТТЛ	$1 \cdot 10^{-6}$
Микропроцессор	$40 \cdot 10^{-6}$
Микросхема памяти	$0,1 \cdot 10^{-6}$
Резистор металлоплёночный	$0,04 \cdot 10^{-6}$
Конденсатор керамический	$0,1 \cdot 10^{-6}$
Транзистор кремниевый	$0,5 \cdot 10^{-6}$
Диод кремниевый	$0,2 \cdot 10^{-6}$
Электродвигатель переменного тока	$5,2 \cdot 10^{-6}$
Разъём штепсельный	$9 \cdot 10^{-6}$

Таблица 4.2 Параметры надёжности оптоэлектронных элементов [3]

Изделие	Среднее время безотказной работы, час
Светодиод	40000
Оптопара	10000
Светодиодная лампа GNL/01	5000
Светодиодная лампа GNL/02	10000
КГМ6.6 - 200 (галогенная)	500
Цифровой индикатор АЛ 11 ЗА	10000
Жидкокристаллический индикатор ЦИЖ 9	25000
Газовый лазер He-Ne (Melles Griot)	50000
Фоторезистор СФ	5000
Фотодиод Si	10000
Матрица ПЗС	30000
Фотоумножитель	2000
Линза без просветляющего покрытия	1000000
Линза с просветляющим покрытием	400000

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемые варианты задач позволяют получить практические навыки по расчету параметров надежности наиболее часто встречающихся на практике ОЭП с последовательным, параллельным (в режиме резервирования) и топологически сложным соединением элементов.

Особое внимание при изложении сопутствующего теоретического материала уделено альтернативе использования упрощенных расчётных выражений с указанием в качестве критерия допустимой погрешности аппроксимации.

Особо следует отметить, что рассмотренные методики расчёта параметров надёжности, отражающие свойства безотказности и долговечности (например, вероятность безотказной работы в течение времени  $t$ , среднее время безотказной работы, интенсивность отказов при работе), могут непосредственно использоваться и для расчёта параметров, отражающих свойства сохраняемости (например, вероятность отказа после хранения в течение времени, среднее время безотказного хранения, интенсивность отказов при транспортировке, частота отказов при транспортировке) с соответствующей заменой значений исходных параметров элементов.

Приведенные в пособии задачи могут использоваться при практических занятиях, самостоятельной работе и подготовке к промежуточной аттестации по дисциплине «Основы проектирования оптико-электронных приборов и систем» бакалаврской подготовки.

Также методики расчёта параметров надёжности, приведённые в пособии, предназначены для определения показателей качества при выполнении курсового проекта и выпускной квалификационной работы по направлению подготовки 12.03.02 Оптотехника.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надёжности. – 2-е изд., перераб. и доп.- СПб.: БХВ-Петербург 2006. - 704 с.: ил.
2. Коняхин И.А. Методы и средства статистического моделирования оптико-электронных систем/ Учебное пособие.— СПб: СПб ГУ ИТМО, 2006. - 52 с.
3. Коняхин И.А., Зверева Е.Н. Типовые расчеты по определению характеристик надежности оптико-электронных приборов. – СПб: Университет ИТМО, 2016. – 70 с.

Коняхин Игорь Алексеевич

**Расчёт показателей качества  
оптико-электронных приборов и систем  
(определение параметров надёжности)**

**Практикум**

В авторской редакции

Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Подписано к печати

Заказ №

Тираж

Отпечатано на ризографе

**Редакционно-издательский отдел**  
**Университета ИТМО**  
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49