УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Е.В. Рабош, А.О. Георгиева, А.В. Черных, H.В. Петров ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ЦИФРОВАЯ ГОЛОГРАФИЯ"



Санкт-Петербург 2021

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Е.В. Рабош, А.О. Георгиева, А.В. Черных, Н.В. Петров ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ЦИФРОВАЯ ГОЛОГРАФИЯ"

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УНИВЕРСИТЕТЕ ИТМО по направлению подготовки 12.04.03 Фотоника и оптоинформатика в качестве Учебно-методическое пособие для реализации основных профессиональных образовательных программ высшего образования магистратуры

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург 2021 Е.В. Рабош, А.О. Георгиева, А.В. Черных, Н.В. Петров, Цифровая голография. – СПб: Университет ИТМО, 2021. – 70 с.

Рецензент(ы):

Цыпкин Антон Николаевич, доктор физико-математических наук, доцент (квалификационная категория "ординарный доцент") факультета фотоники, Университета ИТМО.

В пособии представлены учебно-методические материалы лабораторного практикума по дисциплине «Цифровая голография». Представлены теоретические сведения, методические указания и задания для выполнения лабораторных работ. Освещаются основные вопросы, связанные с цифровой голографией, в частности, особенности записи и численной обработки голограмм. Также продемонстрированы практические применения цифровой голографии. Предназначено для бакалавров и магистров, обучающихся по направлениям подготовки 12.03.03 и 12.04.03 «Фотоника и оптоинформатика».

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2021 © Е.В. Рабош, А.О. Георгиева, А.В. Черных, Н.В. Петров, 2021

Содержание

| 4 |
|----|
| |
| 9 |
| |
| 29 |
| |
| |
| 4 |
| |
| |
| 55 |
| 2 |

введение

Голография является одним из самых известных методов создания объемных изображений различных объектов путем точного детектирования и воссоздания волновых полей. Способность аналоговой изобразительной голографии записывать огромное количество информации об объемной трехмерной сцене в регистрирующую среду, толщина которой, как правило, не превышает десятков микрометров, поистине удивительна! Достигается это посредством создания и регистрации интерференционного (или иногда дифракционного) поля двух волн, которые традиционно называют опорной и объектной. Эта информация закодирована в виде несущих полос, сформированных в результате интерференции. Эти несущие полосы имеют чрезвычайно высокую частоту и поэтому не видны невооруженным глазом. Но если осветить голограмму волной, по своим параметрам идентичной опорной, то удается точно воспроизвести волновой фронт, рассеянный объектом, и тем самым сформировать изображение, обладающее эффектами перспективы и параллакса. Развитие и улучшение технологий фотодетекторов позволило заменить аналоговые фоточувствительные пластины на цифровые матричные фотоприемники, в связи с чем существовавшее до этого понятие «цифровая голография» получило новое определение. Если раньше под этим термином понимали «раздел голографии, основанный на моделировании голографического процесса с использованием вычислительной техники», и этот термин был синонимом термину «компьютерная голография», то сейчас пришло время их разделить. Теперь под цифровой голографией понимается раздел голографии, основанной на цифровой регистрации и численном восстановлении математических моделей объектной и опорной волн, в то время как старое определение можно отнести к компьютерной голографии (в основном благодаря устоявшемуся термину «computer synthesized hologram»). Восстановление информации об объекте в цифровой голографии осуществляется посредством численной обработки.

Цифровая голография позволяет осуществить точный количественный анализ свойств объекта, как оптических (показатель преломления или поглощения), так и физических (механические деформации). Данный метод широко применяется в различных областях науки и техники – в производстве, в биологии и медицине, в искусстве и музейном деле. Спектр решаемых с помощью цифровой голографии задач обширен. Сюда попадают: трекинг ансамблей частиц, анализ морфологических характеристик клеток, измерение рельефа поверхности и неразрушающий контроль промышленных деталей, измерение вибрации, запись звука и др.

Данный лабораторный практикум по дисциплине «Цифровая голография» адресован студентам факультета фотоники. Основная цель этого курса — привить практические навыки применения возможностей голографического подхода к решению практических задач.

Задачи дисциплины:

- 1. Познакомить с основными принципами и разнообразием подходов, используемых в цифровой голографии;
- Обеспечить возможность освоить на практике основные схемы записи данных в цифровой голографии, наиболее распространенные и эффективные подходы к их обработке, а также научиться извлекать полезную информацию и анализировать результаты;
- 3. Проинформировать о текущем состоянии отрасли, показать ограничения доступных в настоящее время технологий и указать тенденции их будущего развития.

Список основных терминов

Голография — раздел науки и техники, охватывающий процессы преобразования и восстановления волн дифракционными структурами, которые формируются при регистрации материальными носителями интерференционных или дифракционных полей, формируемых при наложении как физически существующих когерентных объектной и опорной волн, так и в результате их математического моделирования, а также разделы техники, решающие задачи использования голографического метода для сохранения и восстановления информации.

Голограмма — информация в виде дифракционной структуры изображения или ее математической модели.

Опорная волна — световая волна, предназначенная для интерференции с когерентной объектной волной и имеющая, как правило, плоский или сферический фронт.

Дифракционное поле — волновое поле, сформированное в результате дифракции волны оптического диапазона.

Интерференционное поле — волновое поле, сформированное объектной и опорной волнами в области их наложения.

Интерференционная картина — результат интерференции объектной и опорной волн в заданном сечении интерференционного поля.

Голографическая интерферометрия — раздел голографии, основанный на анализе изменения объектной волны, происходящего между разными моментами (двумя или более) записи голограммы на одном носителе, путем регистрации, наблюдения и интерпретации интерференционной картины, образованной волнами, из которых хотя бы одна получена с голографическим методом.

Дифракционная структура — пространственное распределение физических характеристик интерференционного поля или дифракционного поля в области их регистрации или синтеза.

Модель дифракционной структуры — дифракционная структура, представленная в виде математических символов и выражений.

Восстанавливающая волна — падающая на дифракционную структуру световая волна, которая преобразуется в объектную волну.

Математическая модель — модель, в которой сведения об объекте мо-

делирования представлены в виде математических символов и выражений [1][статья 2.1.2].

Численное моделирование — моделирование поведения объекта, процесса, явления путем получения численного решения уравнений математической модели [1][статья 2.2.12].

Запись голограммы — процесс создания интерференционного поля и формирования соответствующей дифракционной структуры на материальном носителе или создания соответствующей математической модели данного процесса.

Цифровая регистрация модели дифракционной структуры — процесс регистрации дифракционного или интерференционного поля на аналогоцифровые средства детектирования.

Синтез — численное моделирование процесса формирования модели (волны, поля, дифракционной структуры).

Реализация модели дифракционной структуры — процесс получения на материальном носителе голограммы, дифракционная структура которой функционально связана с цифровой моделью дифракционной структуры.

Аналоговая голография (физическая голография) — голография, основанная на использовании в голографическом процессе только физически существующих объектной и опорной волн.

Цифровая голография — голография, основанная на цифровой регистрации и численном восстановлении математических моделей объектной и опорной волн.

Компьютерная голография — голография, основанная на синтезе, реализации модели дифракционной структуры и оптическом восстановлении волн.

Синтезированный голограммный оптический элемент; СГОЭ — голограммный оптический элемент, выполненный в виде синтезированной голограммы [2].

Цифровая голограмма — модель дифракционной структуры, полученная путем регистрации интерференционного или дифракционного поля с использованием аналого-цифровых средств детектирования или путем представления дифракционной структуры в виде набора числовых значений. Абсолютная фаза модели волны — фаза модели волны, представленная в неограниченном диапазоне значений.

Приведенная фаза модели волны — фаза модели волны, приведенная к интервалу длиной 2π радиан.

Приведение фазы модели волны к абсолютному виду — преобразование приведенной фазы модели волны в абсолютную фазу модели волны.

Печать модели дифракционной структуры — процесс реализации модели дифракционной структуры на материальном носителе методами полиграфической печати, голографической печати (дот-матрикс), лазерной и электронно-лучевой литографии или тиснения.

Аналого-цифровое средство регистрации цифровых голограмм — электронные устройства регистрации интерференционных и дифракционных полей, позволяющие получать их представление в цифровом виде.

Вывод модели дифракционной структуры — процесс реализации модели дифракционной структуры путем ее отображения на матрице активных элементов пространственно-временного модулятора света (ПВМС).

Пространственно-временной модулятор света; ПВМС — устройство, состоящее из матрицы активных элементов (например, ЖК, МЭМС, электрооптических или электроабсорбционных и др.) и электронных управляющих схем, осуществляющих изменение характеристик приходящего излучения.

Сингулярная точка — точка с нулевой амплитудой и неопределенной фазой.

Список литературы

- [1] ГОСТ Р 57188-2016 Численное моделирование физических процессов. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2018. 12 с.
- [2] ГОСТ Р 58565-2019 Оптика и фотоника. Дифракционная оптика. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2019. 20 с.

Лабораторная работа №1 ЦИФРОВАЯ ОСЕВАЯ ГОЛОГРАФИЯ ГАБОРА

Цель работы:

Знакомство с методом осевой цифровой голографии Габора.

Задачи, решаемые в работе:

- Практическое ознакомление с принципами регистрации осевых цифровых голограмм объектов;
- Применение методов расчета дифракционного распространения волновых фронтов для восстановления сфокусированных изображений из осевых цифровых голограмм;
- 3. Изучение особенностей численной фокусировки, осуществляемой в режиме постобработки.

СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

История изобретения голографии

История голографии и её развития началась в 1947 г. с идеи улучшения разрешающей способности электронного микроскопа для того, чтобы с его помощью можно было наблюдать объекты, размеры которых сравнимы с размерами атома [1]. Учёный Денеш Габор предположил, что используемый в электронном микроскопе пучок монохроматических электронных волн, пройдя через исследуемый объект, будет формировать расфокусированное дифракционное поле, которое по-прежнему может содержать в себе всю информацию об объекте, хотя и в закодированной интерференционным способом форме. Для реализации этой идеи Габор, расположив объект вне фокальной плоскости на оптической оси с источником когерентного пучка электронов, ввел в оптическую схему дополнительный когерентный фон. Результат интерференционной картины регистрировался на обыкновенном фотонегативе. Для того, чтобы раскодировать записанную с помощью электронных волн информацию об объекте, Габор предложил освещать зарегистрированную интерференционную картину монохроматическим излучением видимого диапазона с целью уменьшения аберраций, вносимых электронной оптикой. Понимая, что пучок электронов и пучок фотонов обладают волновыми свойствами, и зная, что длины электронных волн много меньше световых, он ожидал в результате дифракции освещающего пучка на записанной интерференционной картине получить увеличенное оптическое изображение объекта. Предположение Габора оказалось верным, и такой метод получения изображений он назвал голографией, а регистрируемую дифракционную картину – голограммой. Впоследствии схему записи, которую он использовал, стали называть осевой голографической схемой Габора.

Первоначально работа Габора по голографии не вызвала ажиотажа ввиду отсутствия на тот момент мощных источников оптического когерентного излучения. Настоящее признание метода осевой голографии Габора пришло лишь после изобретения источников когерентного света – лазеров, когда Э. Лейт и Ю. Упатниекс в 1963 году продемонстрировали внеосевую голограмму игрушечного поезда.

С момента изобретения голографии прошло много времени. С тех пор в ней выделились отдельные крупные направления: аналоговая, цифровая и компьютерная голография. Чтобы дать необходимое теоретическое описание рассматриваемой в данной работе осевой цифровой голографии и связать его с современными представлениями о голографии в целом, рассмотрим сначала краткие сведения о голографическом процессе и познакомимся с основополагающими терминами.

Краткие общие сведения о голографическом процессе

Общеизвестно, что для записи голограммы необходимы две когерентные волны: объектная волна, которая несет полезную информацию (в одном из самых распространенных случаев — взаимодействует с объектом), и опорная волна. В осевой схеме Габора в качестве опорной волны выступает невозмущенная объектом часть волнового фронта (рисунок 1.1 (а)). Образующаяся в результате взаимодействия объектной и опорной волн интерференционная картина регистрируется приемником. В аналоговой голографии в качестве приемника выступает материальный носитель с регистрирующей средой (например, стекло с нанесенным слоем высокоразрешающей голографической эмульсии), в то время как в цифровой голографии в качестве приемника выступают аналогоиифровые средства детектирования (в самом распространенном случае — матричный фотоприемник, изготовленный по КМОП-технологии). В процессе аналоговой записи голограммы в регистрирующей среде формируется дифракционная структура. Во многих голографических средах эта структура – скрытая, при последующей фотохимической обработке она проявляется и фиксируется. Материальный носитель с такой дифракционной структурой называют голограммой. В процессе цифровой голографической записи формируется числовая модель дифракционной структуры, которая, будучи полученной таким образом, называется цифровой голограммой. Здесь также следует отметить и третий возможный вариант — осуществляемый в компьютерной голографии синтез модели дифракционной структуры с последующей ее реализацией на материальном носителе. Под *реализацией* понимают совокупность возможных процессов преобразования числовой модели дифракционной структуры в физически существующую на материальном носителе дифракционную структуру. К таким процессам относятся: вывод модели дифракционной структуры на пространственно-временной модулятор света (ПВМС) и печать модели дифракционной структуры на носитель.

Неотъемлемой частью голографического процесса является восстановление волны из голограммы. Различают оптическое восстановление волны и численное восстановление волны. При оптическом восстановлении восстанавливающая волна взаимодействует с дифракционной структурой голограммы, при численном восстановлении указанный процесс моделируется в памяти ЭВМ, при этом используются числовые *модели волн*, вместо самих волн. В ряде простейших случаев дифракционная структура имеет сходство с дифракционной решеткой. Поэтому говорят, что в результате освещения дифракционной структуры восстанавливающей волной (или при численном моделировании этого процесса) формируются дифракционные порядки: нулевой, первый и минус-первый.

Математическая модель записи голограммы и восстановления волн

Запись голограммы

Рассмотрим процесс регистрации голограммы с позиций математики. Запишем комплексную амплитуду объектной волны в плоскости регистрации с координатами (x, y) в виде

$$u_o(x,y) = |u_o(x,y)|e^{i\varphi_0(x,y)},$$
(1.1)

здесь под $|u_o(x, y)|$ и $\varphi_o(x, y)$ понимают вещественные амплитуду и фазу объектной волны соответственно. Аналогично обозначая $|u_r(x, y)|$ — амплитуду и $\varphi_r(x, y)$ — фазу опорной волны, можем записать для нее выражение:

$$u_r(x,y) = |u_r(x,y)|e^{i\varphi_r(x,y)}.$$
 (1.2)

Наложение этих волн приводит к образованию интерференционного

поля:

$$u_{r}(x,y) + u_{o}(x,y) = = |u_{r}(x,y)|e^{(i\varphi_{r}(x,y))} + |u_{o}(x,y)|e^{(i\varphi_{o}(x,y))} = = e^{(i\varphi_{r}(x,y))} \cdot (|u_{r}(x,y)| + |u_{o}(x,y)|e^{(i(\varphi_{o}(x,y) - \varphi_{r}(x,y)))}).$$
(1.3)

Вещественная амплитуда этого поля записывается следующим образом:

$$u_r + u_o| = = \sqrt{|u_r|^2 + |u_o|^2 + 2|u_r||u_o(x, y)|\cos\varphi_o - \varphi_r},$$
(1.4)

для краткости здесь зависимость от координат была опущена. Квадрат модуля (т. е. интенсивность I(x, y)) в пространстве характеризуется распределением максимумов и минимумов, которые можно описать следующим уравнением:

$$I = |u_r + u_o|^2 = |u_r|^2 + |u_o|^2 + u_r^* u_o + u_r u_o^*,$$
(1.5)

при регистрации этого распределения интенсивности квадратичным аналоговым или цифровым приемником излучения – регистрирующей средой или матричным фотодетектором, обеспечим линейный отклик в пределах регистрируемого динамического диапазона значений интенсивности поля. Тогда в процессе записи в регистрирующей среде сформируется дифракционная структура, матричный фотоприемник зарегистрирует ее числовую модель, а коэффициент пропускания сформированной голограммы (как аналоговой, так и цифровой) можно определить как

$$H(x,y) = H_0 I(x,y),$$
 (1.6)

здесь *H*₀ – коэффициент пропорциональности, который при рассмотрении большинства задач можно принять равным единице.

Восстановление волн из голограммы

Теперь, когда мы получили математическое выражение для записанной голограммы, рассмотрим процесс восстановления волны из нее. На этой стадии, для точного восстановления формы записанного на голограмму объектного волнового фронта, голограмма должна освещаться волной, пространственное распределение и направление распространения которой идентичны опорной волне, участвовавшей при записи голограммы. Волну, которая используется на этапе восстановления, называют восстанавливающей, хотя при выполнении только что упомянутого условия она

представляет собой поле $u_r(x, y)$. Математически освещение голограммы опорной волной соответствует перемножению модели дифракционной структуры H(x, y) и восстанавливающей волны $u_r(x, y)$:

$$Hu_r = H_0 u_r |u_r|^2 + H_0 u_r |u_o|^2 + H_0 u_r u_r^* u_o + H_0 u_r u_r u_o^*.$$
(1.7)

Для большей наглядности можно переписать уравнение (1.7) в виде отдельных слагаемых:

$$u_{rec} = u_{zo} + u_{obj} + u_{conj}$$

$$u_{zo} = H_0(u_r |u_r|^2 + u_r |u_o|^2)$$

$$u_{obj} = H_0 |u_r|^2 u_o$$

$$u_{conj} = H_0 |u_r|^2 u_o^*.$$

(1.8)

Уравнения (1.8) известны как уравнения Габора [2]. Три слагаемых в верхнем уравнении имеют вполне определенный смысл: u_{zo} представляет собой нулевой порядок дифракции, состоящий из опорной волны, ослабленной в $H_0|u_r|^2$ раз, и опорной волны, промодулированной интенсивностью объектной волны $H_0|u_o|^2$, u_{obj} есть объектная волна, промодулированная интенсивностью опорной волны, а u_{conj} — аналогичным образом промодулированная волна, комплексно-сопряженная к опорной. Этим трем слагаемым соответствуют три дифракционных порядка: нулевой, первый и минус первый. В случае, если объектная волна до записи взаимодействовала с объекта. Аналогичное изображение можно получить, если восстановить изображение сопряженной опорной волной, т. е. той же самой опорной волной, направленной с противоположной стороны.

Особенности осевой цифровой голографии: преимущества и недостатки

Ранее уже упоминалось, что рассмотренная математическая модель записи голограммы и восстановления волны из нее применима как для случая аналоговой голографии, так и для цифровой. Примечательно также то, что эта модель одинаково хорошо описывает оба рассматриваемых в рамках данного курса случая — осевой и внеосевой голографии. В рамках данной лабораторной работы мы рассмотрим осевую голографическую схему Габора (рисунок 1.1). В отличие от осевой голографической схемы с опорной волной, голографическая схема Габора относится к классу безопорных схем, поскольку в формировании голограммы участвует только один пучок, освещающий объект. В такой схеме под объектной волной понимают прошедшую через объект и дифрагировавшую на нем часть падающей на объект волны, а под опорной волной – оставшуюся часть этой же исходной волны, которая осталась невозмущенной объектом (рисунок 1.1 (a)). Ввиду этой особенности метод осевой голографии Габора особенно эффективен для исследования полупрозрачных небольших объектов, которые оставляют достаточную часть волнового фронта невозмущенной, чтобы сформировать из нее опорный волновой фронт [3]. Ключевым отличием осевой и внеосевой голографических схем является распределение дифракционных порядков, формирующихся на этапе восстановления: в случае осевой схемы Габора порядки располагаются, как показано на рисунке 1.1 (б): пучок нулевого порядка дифракции вместе с расходящимся пучком минус первого порядка дифракции формируют фоновую засветку, которая оказывает негативное влияние на распознавание объектной волны [4]. Для минимизации фоновой засветки разработаны и используются различные оптические и численные методы, позволяющие полностью подавить формирование мнимого изображения и нулевого порядка дифракции.



Рисунок 1.1 — Схема записи осевых голограмм Габора (а) и формирования дифракционных порядков при восстановлении волн (б): 0 – нулевой порядок, +1 и -1 – мнимое и действительное изображения, соответственно

В отличие от большинства внеосевых схем голографии, осевая схема Габора является достаточно простой и имеет свои преимущества, основным среди которых является обеспечение минимальной разности хода между опорной и объектной частями волнового фронта. Это позволяет использовать осевую схему Габора для записи голограмм с использованием источников излучения, обладающих низкой степенью временной когерентности. Другой сильной стороной схемы Габора является возможность обеспечения высокого пространственного разрешения в восстанавливаемом изображении объекта при относительно низких требованиях к пространственному разрешению записываемой дифракционной структуры или ее математической модели.

Регистрация цифровой голограммы значительно упрощает голографический процесс и вносит колоссальные возможности для его автоматизации, а также для проведения цифровой обработки моделей волн и содержащихся в них комплексных амплитудно-фазовых изображений. В этой связи следует отдельно упомянуть *численную фокусировку* – процесс получения сфокусированных изображений нерезких плоских объектов посредством численного решения уравнения, описывающего распространение волн. Немаловажным преимуществом такой вычислительной дифракционной визуализации является то, что проводиться численная фокусировка на объект может в режиме постобработки, когда процесс съемки давно закончен.

Для цифровой обработки данных, зарегистрированных в схеме осевой цифровой голографии Габора, было разработано множество эффективных алгоритмов, включая алгоритмы автоматизированного трекинга частиц [5], восстановления фазы волнового фронта [6] и др.

Поскольку в осевой цифровой голографии Габора серьезной помехой является присутствие на восстановленном изображении объекта ореола от расфокусированного мнимого изображения, рассмотрим численный итерационный метод его устранения [7]. Метод подобен широкоизвестному алгоритму Гершберга-Сакстона. Его основная идея также заключается в циклическом распространении волнового фронта из плоскости регистрации цифровой голограммы в плоскость сфокусированного изображения объекта и обратно, а ключевой операцией, обеспечивающей подавление мнимого изображения, является наложение на модель волнового поля в объектной плоскости условия неотрицательности — т. е. обнуления отрицательных значений амплитуды в массиве, описывающем пространственное распределение поля. В процессе многократного повторения итерационной процедуры артефакты, ассоциирумые с присутствием мнимого изображения, исчезают (рисунок 1.2).



Рисунок 1.2 — Иллюстрация эффективности алгоритма подавления мнимого изображения в осевой цифровой голографии Габора [7]: нормированная цифровая голограмма (а) и восстановленные с нее изображения объекта: восстановленные амплитуда и фаза традиционным алгоритмом численной фокусировки (b), аналогичные изображения, полученные алгоритмом подавления мнимого изображения после 1 (c), 10 (d), и 50 (e) итераций. Синими линиями обозначены места, для которых построены поперечные сечения амплитуды и фазы

Применение осевой цифровой голографии Габора

Как уже было сказано ранее, метод осевой голографии Габора эффективно позволяет исследовать прозрачные или полупрозрачные объекты небольшого размера. Примерами таких объектов являются ансамбли частиц, планктон, оптические волокна, дефекты решетки, прозрачных для излучения кристаллов. Благодаря возможности исследования микрообъектов метод осевой голографии Габора лег в основу многих техник цифровой голографической микроскопии. Чрезвычайно широкое применение данный метод находит в задачах определения формы, размеров и точного местоположения частиц в среде. В этой связи отдельно следует выделить технологию голографического видео, использующую последовательную запись и автоматизированную обработку цифровых голограмм для получения видеоряда сфокусированных изображений частиц с сохранением полной информации о форме, размерах и перемещениях всех микрообъектов в исследуемом объеме [8].

Особенности лабораторного практикума

К настоящему моменту было предложено множество вариантов практической реализации осевой схемы голографии Габора. В данной лабораторной работе рассматривается схема осевой голографии со сферическим волновым фронтом с заданной кривизной поля [9], показанная на рисунке 1.3 (а).



Рисунок 1.3 — Схема записи осевой голограммы со сферическим волновым фронтом (а) и пример осевой голограммы тест-объекта (б)

Излучение лазера с длиной волны λ направляется на апертуру малого диаметра — пинхол, имеющий диаметр порядка длины волны, вследствие чего генерируется сферический волновой фронт. Сферическая волна освещает объект в установке на некотором расстоянии от пинхола и в нескольких миллиметрах формирует в плоскости детектора геометрически увеличенную дифракционную картину. В случае, если доля рассеянного объектом волнового фронта, показанная кривыми линиями на рисунке 1.3 (а), невелика по сравнению с невозмущенным волновым фронтом (опорной волной), интерференционная картина в плоскости регистрации представляет собой голограмму, линейную в рассеянной волне. Пример осевой голограммы, полученной при помощи данной схемы, показан на рисунке 1.3 (б).

Для математического описания распространения излучения в данной схеме обозначим расстояние от пинхола до плоскости регистрации как z, а расстояние от плоскости расположения объекта до плоскости регистрации как Δz . В модели будут использованы следующие приближения:

- пинхол формирует «точечный источник» излучения, от которого исходит расходящийся сферический волновой фронт, который описывается в приближении Френеля (параболическая аппроксимация);
- поскольку в такой схеме осевой голографии необходимо устанавливать объект малого размера d относительно расстояния до плоскости регистрации (d << \Delta z), примем, что объект также является точечным источником со сферическим волновым фронтом.

Таким образом, в плоскости детектора регистрируются невозмущенный и возмущенный сферические волновые фронты с радиусами кривизны, равными расстояниям z и Δz , соответственно (опорная и объектная волны), фронты можно описать следующими выражениями:

$$u_r(x,y) = |u_r(x,y)| e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2z}},$$
(1.9)

$$u_o(x,y) = |u_o(x,y)| e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2\Delta z}} \cdot O,$$
(1.10)

где k — волновое число, z — радиус кривизны сферической волны. Функция O описывает возмущение волнового фронта, вносимое объектом:

$$O = \begin{cases} |u_{obj}(x,y)|e^{i\varphi}, & (x,y) \in \mathcal{D}; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$
(1.11)

Здесь \mathcal{D} — множество, определяющее границы объекта. При дальнейшем описании будет опущен модуль комплексной амплитуды для обеих волн (принимаем его постоянным и равным единице) и будут рассмотрены только фазовые множители. Тогда интенсивность излучения в плоскости регистрации будет представлена следующим образом:

$$I(x,y) = \left| e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2z}} + e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2\Delta z}} \cdot O \right|^2.$$
(1.12)

При использовании сферических волн на голограмму записывается волна с некоторой кривизной волнового фронта. Восстановление изображения из цифровой голограммы производится с использованием уравнений скалярной теории дифракции, описывающих процесс распространения волн [1]. Для получения увеличенного изображения объекта на этапе восстановления квадратичный фазовый множитель, ответственный за кривизну волнового фронта, не используют.

Рассмотрим подробнее описание процесса восстановления изображения из цифровой голограммы с помощью сферического и плоского волновых фронтов. Как было указано выше, для восстановления объектного волнового фронта голограмму необходимо осветить волной, пространственное распределение которой идентично опорной волне, участвовавшей при записи. Рассмотрим случай восстановления сферической волной опорной волной u_r :

$$I(x,y)u_r(x,y) = e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2z}} + |O|^2 e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2z}} + e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2\Delta z}O} + e^{ik(x^2+y^2)(\frac{1}{z}-\frac{1}{2\Delta z})}O^*.$$
(1.13)

Данное выражение аналогично уравнению (1.7), соответственно, его также можно переписать в виде уравнений Габора (1.8). Первые два слагаемых представляют собой нулевой порядок дифракции, третье и четвертое слагаемые — первый и минус первый порядки дифракции соответственно. Расстояние, на котором находится действительное изображение (первый порядок дифракции), равно Δz , т.е. расстоянию до плоскости объекта. Таким образом, при восстановлении голограммы сферической волной радиус кривизны идентичен радиусу кривизны опорной волны. Следовательно, кривизна фазы сферических волн будет скомпенсирована, и размер изображения соответствует размеру объекта.

Для получения увеличенного изображения используется плоский волновой фронт, радиус кривизны которого равен бесконечности, а процесс восстановления волны из голограммы можно описать следующим образом:

$$I(x,y) \cdot 1 = 1 + |O|^2 + e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2}(\frac{1}{\Delta z} - \frac{1}{z})}O + e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2}(\frac{1}{z} - \frac{1}{\Delta z})}O^*.$$
(1.14)

При этом действительное изображение формируется в плоскости, отличной от плоскости расположения исходного объекта. Расстояние Δz до этой плоскости можно определить из соотношения $1/\Delta z = 1/\Delta z - 1/z$, а коэффициент поперечного увеличения M [2]:

$$M_x = \frac{1}{1 - \frac{\Delta z}{z}}.\tag{1.15}$$

Таким образом, при восстановлении объектного волнового фронта из голограммы с помощью волны с радиусом кривизны, отличным от радиуса опорной волны, будет формироваться увеличенное изображение.

На рисунке 1.4 представлен снимок лабораторного прототипа цифрового микроскопа для регистрации цифровых осевых голограмм. В данном голографическом микроскопе не используются линзы, другие громоздкие оптические/механические компоненты, что значительно упрощает его конструкцию, делая его компактным, легким и экономичным. Вместо использования высококогерентного источника излучения, который обычно применяется в голографических подходах, здесь применяется лазерный диод.

Необходимые параметры для дальнейших расчетов:

- Размер пикселя 4,8 мкм
- Расстояние от источника до плоскости регистрации 49 мм
- Разрешение матрицы 1280×1024 пикселей



Рисунок 1.4 — Прототип цифрового голографического микроскопа, работающего по принципу цифровой голографии Габора, где 1 – КМОП-камера (Ximea MQ013MG-ON), 2 – держатель для образцов, 3 – система лазерный диод и пинхол

ОПИСАНИЕ ВИРТУАЛЬНОЙ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

С помощью виртуального прибора Wavefront Propagation, используемого ранее в рамках первой лабораторной работы из практикума «Методы цифровой голографии для зада оптоинформатики» [11], в данной работе реализуется возможность численного моделирования процессов формирования цифровых голограмм Габора и восстановления из них изображений.



На рисунке 1.5 представлена лицевая панель виртуального прибора.

Рисунок 1.5 — Интерфейс виртуального прибора

Программа содержит элементы управления, указанные в таблицах 1.1-1.7.

Таблица 1.1 — Кластер элементов управления путями к исходным амплитудно-фазовым маскам

| Path for amplitude | Индикатор пути, выбранного для амплитудной дифракцион- |
|--------------------|--|
| | ной маски |
| Path for phase | Индикатор пути, выбранного для фазовой дифракционной |
| 1 un jor phuse | маски |
| Activate nath A | Нажатие на эту кнопку активирует выбор пути для загрузки |
| | амплитудной маски |
| Activate nath P | Нажатие на эту кнопку активирует выбор пути для загрузки |
| | фазовой маски |

При первом запуске программы индикаторы *Path for amplitude* и *Path for phase* будут пустыми, и, если элементы управления *Activate path A* и *Activate path P* не активированы (ползунки опущены вниз и окрашены синим цветом), посредством оконного диалога пользователю последовательно будет предложено указать пути для амплитудной и фазовой маски. Применение этих кнопок упрощает работу в виртуальном приборе, а именно, позволяет избегать ввода одного и того же пути при многократном расчете дифракционных картин с разными параметрами, но от одного и того же транспаранта.

Таблица 1.2 содержит описание вкладок, которые необходимы для непосредственной работы с амплитудной и фазовой масками.

| Paramotors | Кластерный элемент управления, содержащий следующие па- |
|----------------------|---|
| 1 urumeters | раметры: |
| Transparant size | Размер, приписываемый ДОЭ, задаваемому в виде 8-битного |
| Transparant size | .bmp-файла в оттенках серого. Задается в миллиметрах |
| Number of the pixels | Количество пикселей ДОЭ |
| Wavelength | Длина волны излучения. Задается в нанометрах |
| Phase veterdation | Величина максимального фазового запаздывания тах. Зада- |
| I hase relaration | ется в радианах |
| | Кольцевой элемент управления, позволяющий выбрать метод |
| | расчета дифракционного распространения волнового фронта. |
| Method | Имеет две позиции: AS – метод УС (от англ. angular spectrum), |
| | и С – метод С (от англ. convolution). Оба метода работают для |
| | размера голограммы 512×512 пикселей |

Таблица 1.2 — Основные элементы, необходимые для начала работы с заданными амплитудой и фазой

Часть лицевой панели содержит элемент управления вкладками, отоб-

ражающими амплитудно-фазовые распределения (таблица 1.3).

| Initial manafuont | Используется для отображения поля непосредственно после |
|-------------------|--|
| Inilial wavejroni | ДОЭ |
| Transverse | Используется для отображения поперечного распределения по- |
| diffraction | ля на заданном с помощью панели вкладок <i>distance</i> расстоянии |
| pattern | |
| Longitudinal | Используется для отображения осевого продольного и динами- |
| diffraction | чески меняющегося поперечного распределения поля по мере |
| pattern | удаления от плоскости ДОЭ |

Таблица 1.3 — Вкладки, отображающие результаты расчетов

Вкладка *Transverse diffraction* включает в себя элементы, указанные в таблице 1.4.

Таблица 1.4 — Панель вкладок для выбора расстояния распространения волнового фронта

| Distance | Панель вкладок, позволяющая задавать расстояние от плоскости ДОЭ до поперечного экрана в единицах длины (вкладка « <i>mm</i> »), либо в кратных величинах со (вкладка « <i>z</i> o <i>mult</i> ») |
|----------|---|
| z_0 | Предполагаемое ¹ значение параметра z_0 |
| $F^{\#}$ | Предполагаемое ¹ число Френеля |

Расчет продольной картины дифракции ресурсоемок, поэтому он запускается отдельно с помощью элемента управления *Longitudinal diffraction* OFF/ON. Помимо этого, вкладка *Longitudinal diffraction* содержит дополнительные элементы управления, определяющие параметры расчет продольной осевой дифракционной картины, данные указаны в таблице 1.5.

Таблица 1.5— Элементы управления для выбора начальной и конечной точек распространения

| From | Определяет расстояние до начальной плоскости моделируемой дифракци- онной картины. Задается в мм |
|------|---|
| То | Определяет расстояние до конечной плоскости моделируемой дифракци- |
| | онной картины. Задается в мм |

Элементы, расположенные между *From* и *To*, позволяют различными способами задавать величину пикселя продольной дифракционной картины

¹Данные величины «предполагаемые» потому, что они рассчитываются автоматически для заданного размера транспаранта. Однако, если транспарант представляет из себя по краям непрозрачный для излучения экран (его коэффициент пропускания по краям равен нулю, например, когда производится увеличение размеров поля путем дополнения нулевыми элементами), то данные параметры следует рассчитывать самостоятельно, исходя из реального размера объекта. Его можно измерить, например, в программе просмотра изображений, и использованием операции «кадрирования».

и количество точек на ней. Панель приведена в таблице 1.6.

Таблица 1.6 — Панель вкладок для задания величины шага распространения волнового фронта

| Stan siza | В этом случае задается размер шага, а число точек на продольной |
|------------|---|
| Step size | картине дифракции вычисляется |
| Num naints | Задается число точек на продольной картине дифракции, а размер |
| Num points | шага вычисляется |

Данные вкладки содержат индикаторы типа *picture*, на которых графически отображаются результаты распределения поля. Данные индикаторы имеют элементы управления, указанные в таблице 1.7.

Таблица 1.7 — Элементы управления, с помощью которых осуществляется сохранение полученных результатов

| Manual | Рассматривание объекта с произвольным увеличением (задается при |
|--------------|---|
| Manuai 2,00m | помощи Zoom factor) |
| Scrollbar | Полоса прокрутки |
| | Позволяет записать отображаемое на индикаторе изображение в 8- |
| | битный файл. Автоматически файл сохраняется в ту же папку, где |
| | находится использованный при данном расчете файл для фазово- |
| Save to hum | го транспаранта. При этом в момент записи в файл на некоторых |
| Save to omp | вкладках имя записываемого файла генерируется автоматически, на |
| | основе некоторых параметров расчета, а на других вкладках к имени |
| | фазового транспаранта добавляется префикс, указанный в элементе |
| | управления <i>Prefix</i> |

Для моделирования цифровой голограммы Габора в прибор подаются амплитудные и фазовые распределения в виде изображений, которые могут быть получены путем сохранения в программе MS Paint в 256 градациях в формате .bmp. Выбор изображений осуществляется через кластер элементов управления путями к исходным амплитудно-фазовым маскам (таблица 1.1). При этом градации серого для распределения амплитуды задают значения функции пропускания |u(x, y)|, а градации серого для распределения фазы задают величину фазового набега функции $\varphi(x, y)$ в диапазоне от $-\pi$ до $\Delta \varphi_{max} - \pi$, причем величина $\Delta \varphi_{max}$ задается пользователем, позволяя варьировать величину фазового запаздывания. При $\Delta \varphi_{max} = \frac{\pi}{2}$ обеспечивается стандартное для цифровой обработки комплексных сигналов и для голографии, в частности, представление приведенной фазы к интервалу $(-\pi, \pi]$.

Чтобы численно смоделировать процесс восстановления волны из осевой цифровой голограммы, нужно подать соответствующее ей распре-

деление модуля амплитуды в качестве амплитудной маски, а в качестве фазовой маски следует использовать белый транспарант либо указывать величину фазового набега $\Delta \varphi_{max}$, вносимого фазовым транспарантом ничтожно малой (например, 10^{-3} радиан).

Для исследования процесса распространения волнового фронта, прошедшего чисто фазовый объект, белый экран следует использовать в качестве амплитудного изображения. При этом, для исключения дифракционных явлений на границах транспаранта, рекомендуется прибегать к аподизации (подавлению дифракционной структуры введением искусственного постепенного ослабления пучка от оси к периферии), сглаживая границы, например, по функции супергаусса [12]. Помимо восстановления изображений из голограмм, данный виртуальный прибор также может использоваться для моделирования процесса дифракции на амплитуднофазовых дифракционных оптических элементах (ДОЭ) [13].

В данной лабораторной работе реализовано два подхода к вычислению поля в плоскости z – метод распространения углового спектра плоских волн (метод УС) и метод свертки исходного поля с импульсным откликом системы (метод С). Исследованию особенностей методов расчета посвящена первая лабораторная работа в пособии [11]. Оба подхода основаны на скалярной теории дифракции, применимой на расстояниях $z >> \lambda$. Ограничения, накладываемые теоремой отсчетов для случая коллимированного волнового фронта, задают предельное расстояние

$$z_0 = \frac{N\Delta x^2}{\lambda},\tag{1.16}$$

которое определяет границы расчета методов УС и С. При $z \le z_0$ применяется метод УС, при расстоянии $z \ge z_0$ – метод С. В уравнении (1.16) N – число точек с ненулевыми значениями амплитуды волнового фронта, Δx^2 – размер пикселя.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- Пройти инструктаж у преподавателя и получить допуск к выполнению работы, ответив на вопросы преподавателя по теоретической части;
- 2. Получить цифровые голограммы. Возможные сценарии выполнения этого пункта:

(а) если занятие проводится очно с использованием установки: получить объект (исследуемый образец) для записи голограммы, произвести запись осевой голограммы, выполняя инструкцию преподавателя, и сохранить голограмму в папку "Holo Inline" на рабочем компьютере.

Внимание! Запись голограммы производится исключительно совместно с преподавателем.

- (б) если занятие проводится дистанционно или без использования лабораторной установки: получить смоделированную голограмму и параметры записи от преподавателя и сохранить это у себя для выполнения дальнейших пунктов;
- Получить из цифровой голограммы распределение модуля амплитуды, вычислить квадратный корень из соответствующего голограмме распределения интенсивности. Сохранить результат в виде изображения в 8-битном формате .bmp (256 оттенков серого);
- 4. С помощью графического редактора (MsPaint, PaintDotNet) или программы просмотра изображений (FastStone Image Viewer, InfanView и др.) произвести обрезку полученных изображений до размера 512×512 пикселей и сохранить изображение в формате 8 бит .bmp);
- 5. В программе "Wavefront Propagation" выставить необходимые параметры: размеры голограммы в пикселях (512 × 512), длина волны (следует узнать у преподавателя), размер голограммы (transparant size);
- 6. Определить расстояние до объекта путем распространения волнового фронта:
 - (a) Загрузить амплитудное изображение голограммы и плоский волновой фронт;
 - (б) Определить метод для распространения, используя теорему отсчетов;
 - (в) Подобрать расстояние до объекта (методом перебора или при помощи вкладки *longitudinal diffraction* в качестве самопроверки);
- 7. Привести три изображения на расстояниях «сфокусированное изображение» и ближайшие амплитудные изображения в двух направлениях (+0,05 мм и -0,05 мм от выбранного расстояния), подтверждающие, что центральное расстояние обеспечивает наилучшую фоку-

сировку (для достижения большего понимания рекомендовано ознакомиться с [8, 9]). С использованием внешней программы (Origin, Mathcad, MATLAB, LabVIEW, и др.) построить поперечные сечения изображений по одним и тем же координатам. В отчете объяснить наблюдаемые различия;

- Провести восстановление волны и получить сфокусированные изображения из распределения интенсивности (п. 2) и из распределения амплитуды (п. 3), сравнить результат и описать словами различия;
- 9. Рассчитать увеличение микроскопа и линейное поле зрения, соответственно. В качестве объекта использовать стандартный калибровочный слайд на пропускание с известными размерами;
- 10. Рассчитать значение граничного контраста получившегося «сфокусированного» изображения амплитуды по формуле $K = \frac{I_{out} - I_{in}}{I_{out}}$, где I_{out} , I_{in} – полученные значения интенсивности снаружи и внутри границы объекта, соответственно.

Требования к отчету

Результаты обработки данных должны быть приведены вместе с параметрами, при которых они были получены (реальный размер голограммы, длина волны, число точек, расстояния Δz и $\widetilde{\Delta z}$). В отчете должны быть приведены:

- Исходные цифровые осевые голограммы;
- Численное обоснование выбора использованного метода распространения волнового фронта;
- Восстановленное изображение из голограммы;
- Амплитудные изображения в плоскостях: «сфокусированного изображения», +0,05 мм и -0,05 мм от расстояния «сфокусированного изображения» и их поперечные сечения;
- Восстановленные изображения, полученные из распределения интенсивности (п. 2) и из распределения амплитуды (п. 3), одной и той же голограммы, с рассуждением о целесообразности использования операции извлечения квадратного корня при восстановлении цифровых голограмм;
- Численные значения рассчитанного граничного контраста;

• Развернутые выводы по результатам, представленным в отчете.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К РАБОТЕ

- 1. Напишите основные уравнения, описывающие интерференцию и дифракцию волнового поля. Объясните их смысл.
- 2. Для чего в работе применяется плоская фаза при восстановлении изображения из осевой цифровой голограммы Габора, записанной со сферически-расходящимся волновым фронтом? Проиллюстрируйте ваши аргументы математическими выкладками.
- 3. Перечислите основные особенности осевой схемы регистрации голограмм.
- 4. Какие методы распространения волнового фронта представлены в лабораторной работе? Каковы границы применимости для этих методов?
- 5. Подумайте о различиях в процессе оптического и численного восстановления волны из голограмм – аналоговой и цифровой соответственно – и выскажите предположение, почему в случае с аналоговой голограммой на этапе восстановления дифракционная структура квадратична исходному полю, а в случае с цифровой голограммой – она может быть линейна?
- 6. Можно ли записать голограмму с излучением на одной длине волны, а восстановление изображения провести, осветив голограмму другой длиной волны? Аргументируйте свой ответ.

Список литературы

- [1] Gabor D. Nobel Lecture, December 11, 1971 //Nobel Lectures, Physics 1971–1980. – 1992. – C. 6ff.
- [2] Ландсберг Г. С. Оптика: учеб. пособие для вузов //М.: Физматлит. 2003.

- [3] Xu W. et al. Digital in-line holography for biological applications //Proceedings of the National Academy of Sciences. 2001. T. 98. №. 20. C. 11301-11305.
- [4] Onural L., Scott P. D. Digital decoding of in-line holograms //Optical Engineering. – 1987. – T. 26. – №. 11. – C. 261124.
- [5] Memmolo P. et al. Recent advances in holographic 3D particle tracking //Advances in Optics and Photonics. – 2015. – T. 7. – №. 4. – C. 713-755.
- [6] Zuo C. et al. Transport of intensity equation: a tutorial //Optics and Lasers in Engineering. 2020. C. 106187.
- [7] Latychevskaia T., Fink H. W. Solution to the twin image problem in holography //Physical Review Letters. – 2007. – T. 98. – №. 23. – C. 233901.
- [8] Демин В. В. и др. Сравнение методов определения плоскости наилучшей фокусировки изображения частицы, восстановленного с цифровой голограммы. – 2013.
- [9] Бульба А. В. Введение в цифровую голографию //Петрозаводск: ПГУ. 2009.
- [10] Kim M. K. Digital holographic microscopy //Digital Holographic Microscopy. – Springer, New York, NY, 2011. – C. 149-190.
- [11] Петров Н. В., Шевкунов И. А., Андреева О. В., Манухин Б. Г., Дроздов А. А. Основы оптоинформатики. Методические материалы к лабораторному практикуму «Методы цифровой голографии для задач оптоинформатики». Университет ИТМО. С. Петербург. – 2015.
- [12] Dyomin V. V., Olshukov A. S. Improvement of the quality of reconstructed holographic images by extrapolation of digital holograms //Russian Physics Journal. – 2016. – T. 58. – №. 10. – C. 1413-1419.
- [13] ГОСТ Р 58565-2019 Оптика и фотоника. Дифракционная оптика. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2019. 20 с.

Лабораторная работа №2 ВНЕОСЕВАЯ ЦИФРОВАЯ ГОЛОГРАФИЯ

Цель работы:

Изучить особенности записи и восстановления цифровых внеосевых голограмм, восстановить и проанализировать характеристики объектного волнового фронта.

Задачи, решаемые в работе:

- 1. Ознакомление с принципом действия и устройством экспериментальной установки, используемой для записи цифровых внеосевых голограмм;
- 2. Изучение численных методов восстановления амплитудно-фазовых распределений оптического поля из цифровых внеосевых голограмм;
- 3. Запись внеосевой цифровой голограммы объектов в схеме на пропускание;
- 4. Сравнительный анализ методов восстановления амплитудно-фазовых характеристик из цифровых внеосевых голограмм: метода Фурье-фильтрации и метода локальных наименьших квадратов.

СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

В настоящей лабораторной работе рассматривается метод внеосевой цифровой голографии, процесс записи цифровых голограмм на матричные фотоприемники, а также восстановление амплитудно-фазовых характеристик объектной волны посредством реализации численных методов. Будут рассмотрены процесс формирования внеосевых цифровых голограмм в результате интерференции опорной и предметной волн и два из наиболее широко применяемых методов восстановления объектного волнового фронта – метод Фурье-фильтрации [1] и метод локальных наименьших квадратов [2].

Цифровая голография – раздел голографии, охватывающий процессы регистрации интерференционных или дифракционных полей аналогоцифровыми средствами детектирования и представление дифракционной структуры голограммы в виде набора числовых значений. Этот раздел также включает в себя рассмотрение процессов преобразования и восстановления моделей волн с использованием вычислительной техники. Одной из пионерских работ по цифровой голографии является исследование У. Шнарса и В. Жуптнера по записи голограммы на полупроводниковый прибор с зарядовой связью [3].

Формирование внеосевой голограммы в результате интерференции двух волн

Традиционно наиболее распространенные схемы записи внеосевых цифровых голограмм используют две волны¹: первая (опорная) обычно приходит в плоскость регистрации под небольшим углом к нормали без изменений, в то время как вторая (объектная) волна проходит через исследуемый объект или отражается от него (рисунок 2.1).



Рисунок 2.1 — Фрагменты схем записи внеосевых голограмм: примеры наиболее распространенных конфигураций подвода опорной волны (а, б) и расположения объекта (в, г). Сведение пучков без вспомогательных элементов (а) и с помощью светоделительного кубика (б); запись голограммы Френеля (в) и сфокусированного изображения (г)

На рисунке 2.1 рассматривается случай записи внеосевой цифровой голограммы в зоне дифракции Френеля. Для записи внеосевой цифровой голограммы минимум одна из интерферирующих волн должна приходить в плоскость регистрации под углом к нормали (как правило, это опорная волна). Чтобы, с одной стороны, не вносить возмущения в опорную волну краями объекта, а с другой стороны, обеспечить требуемую небольшую величину угла между пучками (как правило, не превышающую нескольких градусов), имеются две возможности: первая заключается в записи голограмм на значительном расстоянии от объекта (30-100 см), что про-

¹Помимо таких схем известна, например, схема записи цифровых голограмм пропускающих излучение объектов с зеркалом Ллойда, когда размеры исследуемого объекта не превышают области регистрации, и как минимум вдвое меньше диаметра пучка. В такой схеме объект располагается с краю пучка, и невозмущенная объектом часть пучка с помощью зеркала заводится под небольшим углом на цифровой матричный детектор, выступая в роли опорной волны.

демонстрировано на рисунке 2.1 (а), а вторая подразумевает использование светоделительного кубика (рисунок 2.1 (б)). В случае регистрации цифровой внеосевой голограммы, в схеме, использующей сведение пучков без вспомогательных оптических элементов (рисунок 2.1 (а)), объект располагается на значительном расстоянии, что обусловлено необходимостью оставить невозмущенной объектом опорную волну и ограничением на величину угла между пучками, позволяющим сформировать разрешаемые интерференционные полосы. В общем случае метод внеосевой цифровой голографии допускает запись не только голограмм Френеля, но и голограмм Фурье и голограмм сфокусированного изображения (рисунок 2.1 (в, г)).

Объектная и опорная волны задаются выражениями (1.1) и (1.2), соответственно. Поскольку далее будет рассматриваться внеосевая схема с использованием плоского волнового фронта, выражение для фазы опорного волнового фронта можно записать следующим образом:

$$\varphi_r = \frac{2\pi}{\lambda} \left(x \sin \beta_x + y \sin \beta_y \right), \tag{2.1}$$

где x, y – координаты пикселей регистрирующей матрицы, β_x, β_y – углы между опорным пучком и оптической осью z вдоль осей x и y соответственно, λ – длина волны.

В области наложения опорной и объектной волн формируется интерференционное поле – структура интерференционных полос, в которых и кодируется информация о фазе волнового фронта. В случае интерференции двух плоских коллимированных невозмущенных волновых фронтов образуется голографическая решетка – дифракционная структура с прямыми несущими полосами. Если объектный волновой фронт в плоскости регистрации имеет локальные искривления, интерференционные полосы в соответствующей области пространства также будут искривляться. В процессе записи аналого-цифровыми средствами детектирования регистрируется численная модель этой структуры, которую называют цифровой голограммой (рисунок 2.2). В лабораторной работе №1 было приведено математическое описание порядков дифракции (выражения (1.7), (1.8)). Дифракционные порядки проявляются в зоне дифракции Френеля и Фурье, и расположение сфокусированного изображения зависит от типа записанной голограммы.

Восстановление волнового фронта из внеосевых цифровых голограмм

В этой работе мы рассмотрим два подхода к демодуляции интерферен-



Рисунок 2.2 — Информационное разделение интерферограммы с помощью преобразования Фурье и Френеля (Адаптировано с разрешения [2] ^(C) Оптическое общество Америки (OSA))

ционных полос с целью извлечения информации об амплитудно-фазовых характеристиках объектной волны. Эти подходы позволяют получить информацию о комплексной амплитуде волнового фронта в плоскости регистрации голограммы. В зависимости от того, где происходила регистрация голограммы – в плоскости сфокусированного изображения или в зоне дифракции Френеля или Фурье, полученный волновой фронт в дальнейшем может быть численно сфокусирован посредством решения уравнений скалярной теории дифракции. Известны также и другие подходы к извлечению изображений из внеосевых цифровых голограмм. Например, для обработки цифровых внеосевых голограмм Френеля популярен подход, основанный на использовании прямого преобразования Френеля (рисунок 2.2) [2]. Известен также подход к обработке волнового фронта в пространстве Френеля, с пороговой фильтрацией частотных коэффициентов, соответствующих нежелательным дифракционным порядкам [4].

Метод Фурье-фильтрации

Одним из самых известных методов восстановления комплекснозначной волны из цифровых внеосевых голограмм, является метод двойного преобразования Фурье с фильтрацией в частотной плоскости [5]. Данный алгоритм можно условно разделить на три основных этапа:

- 1. Вычисление преобразования Фурье от записанного распределения интенсивности;
- Пространственно-частотная фильтрация спектра и центрирование спектра;
- 3. Обратное преобразование Фурье.

На рисунке 2.3 проиллюстрирована последовательность шагов метода Фурье-фильтрации.



Рисунок 2.3 — Блок-схема алгоритма Фурье-фильтрации для восстановления волны из внеосевых цифровых голограмм. I-III – шаги алгоритма, (а) – исходная голограмма, (б) – Фурье-спектр с обозначением окна для вырезания порядка дифракции, (в) – центрированный и вырезанный порядок дифракции, (г) – восстановленное фазовое распределение. ФП и ФП-1 – двумерное прямое и обратное Фурье-преобразование соответственно

Рассмотрим каждый шаг по отдельности. Первый — получен посредством вычисления преобразования Фурье от выражения (1.5), что дает:

$$\mathcal{F}_{FFT}[I(x,y)] = \mathcal{F}_{FFT} \left[u_o^2(x,y) + u_r^2(x,y) \right] + \\ + \mathcal{F}_{FFT} \left[u_o(x,y) |u_r(x,y)| e^{i2\pi(\eta_x x + \eta_y y)} \right] + \\ + \mathcal{F}_{FFT} \left[u_o^*(x,y) |u_r(x,y)| e^{-i2\pi(\eta_x x + \eta_y y)} \right],$$
(2.2)

где \mathcal{F}_{FFT} – оператор преобразования Фурье, η – несущая частота голограммы, а $\eta_x = \sin \beta_x / \lambda$ и $\eta_y = \sin \beta_y / \lambda$ ее проекции на оси x и y. Слагае-

мые, отвечающие за ±1 порядки дифракции, преобразуются в выражения:

$$\mathcal{F}_{FFT} \Big[u_o(x,y) | u_r(x,y) | e^{i2\pi(\eta_x x + \eta_y y)} \Big] = \\ = \widetilde{u_o}(f_x, f_y) | u_r | \otimes \\ \otimes \delta \left(f_x - \eta_x, f_y - \eta_y \right),$$
(2.3)

$$\mathcal{F}_{FFT} \left[u_o^*(x,y) | u_r(x,y) | e^{-i2\pi(\eta_x x + \eta_y y)} \right] =$$

= $\widetilde{u_o}^*(f_x, f_y) | u_r | \otimes$
 $\otimes \delta \left(f_x + \eta_x, f_y + \eta_y \right),$ (2.4)

где « \otimes » – оператор свертки, f_x, f_y – пространственные частоты. В дальнейшем для краткости записи зависимость от координат будет опускаться. Поскольку после вычисления фурье-преобразования в уравнениях (2.3) и (2.4) появились сдвинутые дельта-функции, то описываемые этими уравнениями дифракционные порядки оказываются сдвинуты в частотной плоскости в разные стороны на величину $\eta = \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2}$, как проиллюстрировано на рисунке 2.3 (б). Таким образом, в частотной плоскости во внеосевой голографии действительное и мнимое изображения оказываются пространственно разнесенными на величину несущей частоты. Как обсуждалось в предыдущей лабораторной работе, наличие нулевого порядка значительно осложняет процесс восстановления информации. Средняя аплитуда нулевого порядка дифракции много больше амплитуды первого и минус-первого порядков. Поэтому, возникает необходимость выполнения пространственно-частотной фильтрации спектра, что является шагом II алгоритма восстановления. Данный этап характеризуется двумя операциями: фильтрацей первого порядка дифракции и последующим центрированием этого порядка относительно начала координат.

Для восстановления волны из цифровой голограммы выбирается одно из слагаемых, представленное выражениями (2.3) и (2.4), поскольку каждое из них содержит информацию о комплексной амплитуде объектной волны. Фильтрация осуществляется следующим образом: все элементы массива внутри выбранной области одного из слагаемых остаются без изменений, в то время как остальные слагаемые обнуляются. Затем при выполнении следующего шага алгоритма восстановления осуществляется устранение сдвига спектра объектной волны посредством его центрирования для устранения дополнительного линейного набега.

Шаг III заключается в выполнении обратного преобразования Фурье над полученным во втором этапе центрированным спектром $\tilde{u}_o(f_x, f_y)$ (Рисунок 2.3 (в)).

Основным ограничением цифровой голографии является дискретная природа матричных фотоприемников. Цифровые голограммы должны подчиняться теореме отсчётов, согласно которой потеря информации будут исключены только в случае, если максимальная частота полезного сигнала равна половине или меньше частоты дискретизации (частота Найквиста). В противном случае восстановленный сигнал будет искажен таким явлением, как подмена частот (известным как «маскировка частот» или «алиасинг»). Из данного правила следует, что угол записи внеосевых цифровых голограмм ограничен между объектной и опорной волнами, а предельное значение этого угла зависит от длины волны излучения и размера пикселя матричного фотоприемника.

Метод локальных наименьших квадратов

Метод локальных наименьших квадратов (ЛНК) использует замену переменных из выражения (1.5), позволяющей квадратичную полю интенсивность *I* записать через линейные соотношения:

$$\widetilde{I} = |u_r|^2 + |u_o|^2 \qquad \text{if} \qquad \widetilde{u}_o = u_o |u_r|.$$
(2.5)

В таком случае выражение для интенсивности принимает вид

$$I = \widetilde{I} + \left(\widetilde{u}_r^* \widetilde{u}_o + \widetilde{u}_o^* \widetilde{u}_r\right), \qquad (2.6)$$

где изначально неизвестные переменные u_o и $|u_r|$ заменены на новые I, \tilde{u}_o , и $\tilde{u}_r = \exp(i\varphi_r)$. При известных \tilde{I} и \tilde{u}_o амплитуда $|u_r|$ вычисляется через уравнение

$$|u_r| = \sqrt{\frac{\widetilde{I} \pm \sqrt{\widetilde{I}^2 - 4|\widetilde{u}_o|^2}}{2}},$$
(2.7)

где плюс и минус применяются соответственно для случаев $|u_o| < |u_r|$ и $|u_o| > |u_r|$ или $|u_o| = |\widetilde{u}_o|/|u_r|$. Посредством данной замены переменных задачу можно свести к решению системы нелинейных уравнений:

$$J_m = \sum_{(\widetilde{x},\widetilde{y})\in D_m} \omega(\widetilde{x},\widetilde{y}) [I(\widetilde{x},\widetilde{y}) - (\widetilde{u}_r^*(\widetilde{x},\widetilde{y})\widetilde{u}_o + \widetilde{u}_o^*\widetilde{u}_r(\widetilde{x},\widetilde{y}))]^2,$$
(2.8)

где $\omega(\tilde{x}, \tilde{y}) \geq 0$, $\sum_{(\tilde{x}, \tilde{y}) \in D_m} \omega(\tilde{x}, \tilde{y}) = 1$ – весовая оконная функция, используемая в окрестности D_m выбранной точки с координатами (x_m, y_m) . Рисунок 2.4 показывает схематичный фрагмент регистрируемой приемником внеосевой цифровой голограммы. Точками обозначены центры пикселей, окрестность D_m выбранной точки (x_m, y_m) , и весовая функция.


Рисунок 2.4 — Определение весовой функции (Адаптировано с разрешения [2] (С) Оптическое общество Америки (OSA))

В данном методе используется приближение, что \widetilde{I} и $\widetilde{u_o}$ являются постоянными в окрестности точки (x_m, y_m) , а $I(\widetilde{x}, \widetilde{y})$ и опорный волновой фронт $\widetilde{u_r}(\widetilde{x},\widetilde{y})$ остаются зависимыми от \widetilde{x} и \widetilde{y} .

Минимум значения J_m по отношению к переменным \widetilde{I} , \widetilde{u}_o , \widetilde{u}_o^* можно записать следующим образом: $\frac{\partial J_m}{\partial I} = 0$, $\frac{\partial J_m}{\partial \widetilde{u}_o^*} = 0$, $\frac{\partial J_m}{\partial \widetilde{u}_o} = 0$. Тогда при вычислении производных в системе уравнений можно опре-

делить наименьшие квадратичные оценки для переменных $\widetilde{I}, \widetilde{u}_o, \widetilde{u}_o^*$:

$$\begin{bmatrix} 1 & a & a^* \\ a^* & 1 & b^* \\ a & b & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{I} \\ \widetilde{u_o} \\ \widetilde{u_o}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix},$$
(2.9)

где

$$a = \sum_{(\widetilde{x},\widetilde{y})\in D_m} \omega\left(\widetilde{x},\widetilde{y}\right) \widetilde{u_r}^*\left(\widetilde{x},\widetilde{y}\right),$$

$$b = \sum_{(\widetilde{x},\widetilde{y})\in D_m} \omega\left(\widetilde{x},\widetilde{y}\right) \left(\widetilde{u_r}^*\left(\widetilde{x},\widetilde{y}\right)\right)^2,$$

$$c_1 = \sum_{(\widetilde{x},\widetilde{y})\in D_m} \omega(\widetilde{x},\widetilde{y})I(\widetilde{x},\widetilde{y}),$$

$$c_2 = \sum_{(\widetilde{x},\widetilde{y})\in D_m} \omega(\widetilde{x},\widetilde{y})\widetilde{u_r}(\widetilde{x},\widetilde{y})I(\widetilde{x},\widetilde{y}),$$

$$c_3 = \sum_{(\widetilde{x},\widetilde{y})\in D_m} \omega(\widetilde{x},\widetilde{y})\widetilde{u_r}^*(\widetilde{x},\widetilde{y})I(\widetilde{x},\widetilde{y}).$$

Для восстановления амплитудно-фазовых характеристик волны данная переопределенная система уравнений (2.9) решается для каждого пикселя внеосевой цифровой голограммы.

Экспериментальная установка

В данной работе используется экспериментальная схема на базе интерферометра Маха-Цендера (рисунок 2.5).



Рисунок 2.5 — (а) Схема экспериментальной установки. L – лазер, BE – расширитель пучка, BS – светоделительные кубики, М – зеркала, О – объект, CMOS – КМОП-камера. (б) Пример фрагмента внеосевой цифровой голограммы

Лазерное излучение увеличивается в диаметре с помощью расширителя пучка BE, затем с помощью светоделительного куба BS₁ разделяется на 2 плеча – опорное и объектное. Опорный пучок проходит систему без изменений, а на пути объектного пучка помещается исследуемый образец. Если отражающие грани BS_1 и BS_2 и зеркал M_1, M_2 интерферометра расположены параллельно друг другу, то опорная и объектная волны в плоскости регистрации также будут соосны. В данном случае оптическая разность хода в интерферирующих пучках будет одинакова, следовательно, толщина интерференционных полос в плоскости регистрации может превышать линейные размеры матричного фотоприемника, то есть формируется равномерная картина интенсивности. Если один из отражающих элементов, например, BS₂, будет наклонен на некоторый малый угол θ , то волна, отраженная от грани данного кубика, повернется на угол, равный по величине двум углам отклонения кубика 2β . Соответственно, в плоскости регистрации будут интерферировать две плоские волны, угол между которыми составляет 2β . Таким образом, в плоскости регистрации будет формироваться интерференционная картина с периодом равным $\Delta = \frac{\lambda}{\sin\beta}$.

В случае, если запись цифровой голограммы осуществляется в зоне дифракции Френеля, как показано на рисунке 2.1 (а), то после использования любого из двух рассмотренных алгоритмов восстановления требуется выполнить численное распространение волнового фронта из плоскости объекта в плоскость образца с использованием уравнений, описывающих процесс дифракции волнового фронта. Однако, если в ту же конфигурацию добавить телескопическую систему, обеспечивающую запись голограмм сфокусированного изображения (рисунок 2.1 (г)), численное распространение волнового фронта не потребуется.

ОПИСАНИЕ ВИРТУАЛЬНОЙ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

В данной лабораторной работе исследуются два метода восстановления объектного волнового фронта из внеосевых цифровых голограмм – метод Фурье-фильтрации (Fourier filtering) и метод локальных наименьших квадратов (Least squares estimation). Работа выполняется с использованием виртуального прибора «Laboratory work "Digital off-axis hologram reconstruction"», интерфейс которого показан на рисунке 2.6.

| Laboratory work "Digital off-axis hologram reconstruction" | | | | × |
|--|---|--|---|---|
| Load Press the button to choose a hologram Reconstruct! Fill in all the fields | Choose a method of reconstr β Δ ν w | uction → Least Squares Estimation → 90.0 = 0 4.0 = 0 10.0322 = 0 10 = px | ? | |
| Hologram | Amplitude | Phase | | |

Рисунок 2.6 — Интерфейс виртуального прибора для восстановления объектной волны из внеосевой цифровой голограммы

Программа содержит следующие элементы управления: Кнопка Load активирует выбор пути для загрузки внеосевой цифровой голограммы. После загрузки путь к голограмме отобразится в текстовом поле, расположенном под кнопкой Load. Загрузить голограмму можно также вручную, прописав путь к файлу в данное текстовое поле. Поле Choose a method of reconstruction указывает на выпадающий список с методами для восстановления изображения – Fourier Filtering или Least squares estimation. В зависимости от выбранного метода изменяются входные параметры, условные обозначения которых указаны в таблице 2.1. Значение параметров возможно изменять любым из предлагаемых способов: вручную записывая числа в поля для ввода или используя кнопки + и -, расположенные справа от полей для ввода.

| | 1 | | | | |
|--------------------------|--|--|--|--|--|
| | Fourier Filtering | | | | |
| R0 | Радиус для устранения 0-го порядка дифракции | | | | |
| R1 | Радиус для фильтрации 1-го порядка дифракции | | | | |
| Least Squares Estimation | | | | | |
| α | Угол наклона плоскости опорной волны к горизонтали | | | | |
| β | Угол наклона плоскости опорной волны к вертикали | | | | |
| Δ | Размер пикселя матрицы детектора | | | | |
| λ | Длина волны | | | | |
| W | Размер окна | | | | |

Таблица 2.1 — Условные обозначения параметров для методов Фурье-фильтрации и локальных наименьших квадратов

Кнопка **Reconstruct!** осуществляет восстановление изображения из загруженной внеосевой голограммы при заполненных значениях параметров. Результаты восстановления изображений для метода Фурье-фильтрации продемонстрированы на рисунке 2.7.



Рисунок 2.7 — Интерфейс виртуального прибора после применения метода Фурье-Фильтрации для восстановления объектной волны из внеосевой цифровой голограммы

В результате работы программы на индикатор "Hologram" выводится исходная голограмма, а также амплитудное и фазовое распределения – на индикаторы "Amplitude" и "Phase", соответственно. Под полученными изображениями располагается кнопка Show filtering procedure или Show reference wave для методов Фурье-фильтрации и локальных наименьших квадратов, соответственно. При нажатии возникает отдельное окно с промежуточными этапами фильтрации спектра для метода Фурьефильтрации и с опорной волной для метода локальных наименьших квадратов. Каждое полученное распределение может быть сохранено отдельно с помощью кнопок **Save as**.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- 1. Пройти инструктаж у преподавателя и получить допуск к выполнению работы, ответив на вопросы преподавателя по теоретической части;
- 2. Получить цифровые голограммы. Возможные сценарии выполнения этого пункта:
 - (а) если занятие проводится очно с использованием установки: получить амплитудный и фазовый объекты (исследуемые образцы) для записи голограмм, произвести запись внеосевых голограмм, выполняя инструкцию преподавателя, и сохранить голограмму в папку "Holo off-axis" на рабочем компьютере.
 Внимание! Запись голограммы производится исключительно совместно с преподавателем.
 - (b) если занятие проводится дистанционно или без использования лабораторной установки: получить смоделированные голограммы и параметры записи от преподавателя и сохранить это у себя для выполнения дальнейших пунктов;
- 3. Восстановить объектный волновой фронт из внеосевых цифровых голограмм методом Фурье-фильтрации:

- Подобрать размер окна фильтрации нулевого (R0) и первого порядков Фурье (R1) для восстановления амплитуды и фазы волнового фронта таким образом, чтобы обеспечить минимальный наклон восстановленного волнового фронта, которому, как правило, соответствует минимальное число линий фазовых разрывов в приведенном распределении фазы, сопровождаемых монотонным нарастанием фазы в направлении, перпендикулярном данным линиям (фазовые разрывы — переходы между граничными значениями приведенного фазового распределения в диапазоне $(\pi, -\pi]$).

4. Восстановить объектный волновой фронт из внеосевых цифровых голограмм методом локальных наименьших квадратов:

- Подобрать углы наклона объектной к опорной волне по горизонтали и вертикали (α и β в диапазоне значений 86, 0 - 95, 0) таким

образом, чтобы обеспечить минимальный наклон восстановленного волнового фронта;

- 5. Рассчитать и построить частотно-контрастную характеристику для полученных двумя методами распределений амплитуды для амплитудного объекта по формуле $MTF = \frac{k'}{k}$, где k' контраст рассчитанного амплитудного распределения, k контраст амплитудного распределения, k контраст амплитудного распределения исходного изображения. Контраст амплитудного распределения рассчитывается по формуле $k = \frac{|u_o|_{max} |u_o|_{min}}{|u_o|_{max} + |u_o|_{min}}$, где $|u_o|_{max}$ и $|u_o|_{min}$ максимальное и минимальное значения амплитуды, соответствующие на данной пространственной частоте максимальным и минимальным значениям в исходном распределении;
- 6. Рассчитать и построить частотно-контрастную характеристику для полученных двумя методами распределений фазы для фазового объекта. Контраст фазового распределения рассчитывается по формуле k = \frac{\varphi_{omax} - \varphi_{omin}}{\varphi_{omax} + \varphi_{omin}}, где \varphi_{omax} и \varphi_{omin} - максимальные и минимальные значения фазы, соответствующие на данной пространственной частоте максимальным и минимальным значениям в исходном распределении;
- 7. Сравнить методы восстановления объектного волнового фронта на основании графиков частотно-контрастной характеристики для амплитудных и фазовых распределений.

Требования к отчету

Результаты обработки должны быть предоставлены с приведенными параметрами, при которых они были получены (размеры окон фильтрации, углы между опорной и объектной волнами, размер окна для метода локальных наименьших квадратов). В отчете должны быть приведены:

- Исходные цифровые внеосевые голограммы;
- Исходные распределения фазы;
- Изображения восстановленных фаз объектных волновых фронтов и параметры, по которым производилось преобразование для обоих методов;
- Результат Фурье-преобразования от внеосевой цифровой голограммы с указанными 1, 0 и -1 порядками дифракции;

- Изображение синтезированной модели опорной волны для метода локальных наименьших квадратов;
- Формулы и численные значения для расчета частотно-контрастных характеристик;
- Рассуждение, как может влиять наличие разрывов в фазовом распределении и какие особенности нужно учитывать при построении частотно-контрастной характеристики для фазового объекта;
- Развернутые выводы по результатам, представленным в отчете.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К РАБОТЕ

- 1. Объясните особенности внеосевой схемы цифровой голографии.
- 2. Изобразите схему интерферометра Маха-Цендера и опишите принцип его действия.
- 3. Оцените по используемой в работе внеосевой цифровой голограмме углы наклона объектной волны к опорной по горизонтали и вертикали при известных значениях длины волны и размера пикселя регистрирующей матрицы приемника.
- 4. Перечислите ключевые шаги алгоритма Фурье-фильтрации. Поясните смысл каждого шага.
- 5. Поясните необходимость использования весовой функции в методе локальных наименьших квадратов. Чем обусловлен выбор её формы, затухающей к краям?

Список литературы

- [1] Kreis T. Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier-transform method //Journal of the Optical Society of America A.
 1986. T. 3. №. 6. C. 847-855.
- [2] Liebling M., Blu T., Unser M. Complex-wave retrieval from a single offaxis hologram //Journal of the Optical Society of America A. – 2004. – T. 21. – №. 3. – C. 367-377.

- [3] Schnars U., Juptner W. Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction //Applied Optics. – 1994. – T. 33. – №. 2. – C. 179-181.
- [4] Liebling M., Blu T., Unser M. A. Nonlinear Fresnelet approximation for interference term suppression in digital holography //Proceedings SPIE. – 2003. – T. 5207. – C. 553-559.
- [5] Takeda M. Fourier fringe analysis and its application to metrology of extreme physical phenomena: a review //Applied Optics. 2013. T. 52.
 №. 1. C. 20-29.

Лабораторная работа №3 ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

Цель работы:

Ознакомиться на практике с возможностями исследований биологических объектов методом цифровой голографической микроскопии.

Задачи, решаемые в работе:

- 1. Закрепление навыков в области внеосевой цифровой голографии, приобретенных в прошлой работе, посредством решения прикладной задачи в сфере биомедицины;
- 2. Расчет сухой массы клеток и графическое обоснование полученных результатов;
- 3. Оценка функционального состояния клеток путем измерения фазы проходящего излучения.

СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Применения цифровой голографической микроскопии

Визуализация микрообъектов является одной из самых распространенных областей применения цифровой голографии. Возможность получения количественной оценки амплитудных и фазовых характеристик объектов позволила развить мощную методику, сочетающую в себе достоинства цифровой голографии и микроскопии – цифровую голографическую микроскопию (ЦГМ). ЦГМ имеет широкий спектр применений в области биомедицины, для задач метрологии, микроэлектромеханики, трекинга частиц [1]. Особенно активно ЦГМ используется в задаче визуализации и характеризации биологических объектов. Так, например, в исследовании [2] описаны основные методы прижизненных исследований клеток, в том числе при помощи когерентной фазовой микроскопии, являющейся модификацией микроинтерферометра Линника. В работах Г.Г. Левина и соавторов показаны методики исследования объектов в динамике с помощью лазерного цифрового интерференционного микроскопа, реализующего метод фазовых шагов [3]. Научная группа под руководством В.П. Рябухо продемонстрировала перспективность использования ЦГМ

для количественного измерения показателя преломления эритроцитов и оценки их функционального состояния при использовании двухканального дифракционного фазового микроскопа, позволяющего проводить измерения объектов как на пропускание, так и на отражение [4]. В работе [5] была показана возможность неинвазивного анализа для мониторинга клеточного роста при помощи количественного измерения сухой клеточной массы методом фазовой Фурье-микроскопии, позволяющий исследовать живые клетки с высоким поперечным пространственным разрешением и субнанометрической стабильностью длины оптического пути в течение многих часов.

К настоящему моменту существует большое количество конфигураций ЦГМ, каждая из которых была реализована для различных целей [1]. Например, для получения максимально высокого разрешения применяется пространственная световая интерференционная микроскопия [6], а для снижения влияния внешних вибраций и когерентного шума применяется низкокогерентная ЦГМ общего пути [7].

Распространенность и актуальность использования ЦГМ в задачах биологии и медицины обусловлена несколькими особенностями данной техники. В случае внеосевой конфигурации можно осуществлять одноэкспозиционную съемку, что обеспечивает возможность исследования объектов в динамике. Численная пост-обработка цифровых голограмм обеспечивает возможность улучшения качества изображений, например, посредством численной коррекции аберраций или фокусировки изображения. За счет использования численных алгоритмов обработки данных и конструктивных модификаций приборов также можно создать условия для достижения сверхразрешения. Одним из ключевых преимуществ ЦГМ является неинвазивность, поскольку, в отличие от флуоресцентной микроскопии, данный метод характеризуется низким уровнем светового воздействия и не требует введения в объект контрастирующих агентов при исследовании прозрачных клеточных культур. Соответственно, с помощью ЦГМ возможно осуществлять неинвазивную диагностику живых объектов микромасштаба, таких как клетки. Именно поэтому одними из самых часто исследуемых с помощью ЦГМ объектов являются живые клетки. В отличие от общепринятой в практике фазово-контрастной микроскопии, ЦГМ обеспечивает получение количественной информации об оптической разности хода после взаимодействия с объектом, тем самым предоставляя возможность измерения таких параметров, как показатель преломления, толщина или сухая масса клетки, которые более подробно будут рассмотрены далее.

Численная оценка сухой массы клеток

На рисунке 3.1 схематично представлена модель биологического объекта (клетки).



Рисунок 3.1 — Модель исследуемого биологического объекта. На подложке находится элемент с оптическими неоднородностями с продольным размером *d*, высотой *H*. Фаза в каждой точке пропорциональна проекции показателя преломления

Регистрируемый с помощью ЦГМ фазовый набег позволяет получить информацию о толщине h и показателе преломления образца n_o :

$$\varphi(x,y) = \int (n_o(x,y) - n_m)dh, \qquad (3.1)$$

где n_m – показатель преломления внешней среды, окружающей объект. Для каждой пространственной точки распределение задержки оптического пути пропорционально произведению физической толщины образца и интегрального показателя преломления образца. Поскольку показатель преломления клетки указывает на ее содержимое без необходимости внедрения контрастирующих объектов, для ряда задач необходимо отделить физическую толщину клетки от ее профиля показателя преломления. Таким образом, получение информации об одном параметре возможно лишь при известном пространственном распределении второго, что может оказаться затруднительным в случае таких объектов, как живые клетки. В обзоре [8] приведены возможные пути решения данной проблемы: Непосредственное измерение толщины объекта может быть выполнено с помощью атомно-силовой или конфокальной микроскопии, при допущении, что толщина клетки между двумя измерениями остается неизменной. Показатель преломления объекта также может быть количественно оценен с помощью нескольких интерферометрических измерений, подразумевающих смену окружающей объект среды, или за счет регистрации фазового набега на нескольких длинах волн, при знании дисперсии показателя преломления окружающей среды. В данном случае это не может решить проблему измерения распределения показателя преломления в продольном разрешении. Вследствие этого развитием методов ЦГМ явилось появление метода дифракционной томографии, позволяющее оценить пространственное распределение показателя преломления внутри прозрачных объектов [9] посредством регистрации проекций в различных угловых направлениях. Дифракционная томография позволяет однозначно решить задачу о связанности показателя преломления и толщины объекта.

Таким образом, однозначное одновременное измерение показателя преломления и толщины объекта представляется довольно трудоемкой задачей, и логичнее использовать иные метрики для оценки функционального состояния клеток. Еще в 1952 г. в работе [10] было предложено использовать сухую клеточную массу – массу клетки за вычетом массы воды. Введение данного параметра позволило характеризовать клеточный жизненный цикл без использования информации о толщине клетки в связи с тем, что оптически измеренная сухая масса клетки в любой заданный момент времени, по существу, является постоянной. Подробные вычисления обсуждаются на примере расчета объема, показателя преломления клетки и возникающего фазового набега в гипертонических условиях в работе [5]. Выражение для поверхностного интеграла, определяющего содержание неводных компонент клетки (m_p) , можно записать следующим образом:

$$m_p = \int_S \varphi(x, y) dS, \qquad (3.2)$$

где *S* – площадь изображения проекции клетки. Средний фазовый набег можно определить как

$$\varphi = k_0 (n - n_w) h, \tag{3.3}$$

где k_0 – волновой вектор в вакууме, n_w – показатель преломления воды. Соответственно, выражение для m_p переписывается следующим образом:

$$m_p = \int_S k_0(n - n_w) h dS.$$
(3.4)

Поверхностный интеграл m_p является метрикой содержания клеточной массы за вычетом воды, и, как будет показано ниже, может быть преобразован в меру сухой массы клетки. Показатель преломления клетки зависит от общей концентрации клеточного белка:

$$n_{\rm C}(x,y) = n_w + \alpha C(x,y), \qquad (3.5)$$

где α – удельное приращение показателя преломления, а C – концентрация сухого белка в растворе (в г/мл). Однако при работе со сложными

смесями белков, в частности, которые могут находиться в различных солевых средах и в разных состояниях ионизации, возникает неопределенность в значении α . Тем не менее, результаты исследований показали, что α находится в диапазоне 0,0018-0,0021 мл/г, и сильные отклонения от этих значений маловероятны. Используя соотношение (3.5), поверхностная плотность сухой массы (σ) клетки может быть рассчитана из измеренного фазового сдвига следующим образом:

$$\sigma(x,y) = \frac{\lambda}{2\pi\alpha}\varphi(x,y). \tag{3.6}$$

Таким образом, зная распределение фазового набега, можно рассчитать сухую клеточную массу, проинтегрировав σ по площади изображения объекта:

$$m_p = \int_S \sigma(x, y) dS = \frac{\lambda}{2\pi\alpha} \int_S \varphi(x, y) dS.$$
(3.7)

Вследствие того, что оптически измеренная сухая масса клеток физиологически является постоянной величиной, данный критерий можно использовать для неинвазивной количественной оценки роста клеток, используя только распределения фазового набега.

Для расчета сухой массы клеток с помощью цифровой голографии необходимо выполнить несколько этапов обработки. Первый этап заключается в декодировании амплитудного и фазового распределений, содержащих информацию о клетках (получение приведенных фазовых распределений – в окрестности значений $(-\pi, \pi]$. Затем приведенное фазовое распределение подвергается ликвидации фазовых разрывов в области $(-\pi, \pi]$, что называется приведением фазы модели волны к абсолютному виду (разверткой фазы) [11]. Далее необходимо обрабатывать только те области, в которых находятся изображения клеток, поскольку фазовый набег окружающего объекты фона может внести искажения в расчеты. Для этого производится заполнение нулевыми элементами всех областей, в которых отсутствуют клетки. Затем для каждого объекта (ограниченного замкнутым контуром) рассчитывается сухая клеточная масса по формуле (3.7), при этом за единицу площади принимается площадь пикселя регистрирующей изображения матрицы.

Поскольку прозрачные в видимом диапазоне частот клетки вносят малый фазовый набег [12], различные шумы, вызванные, например, когерентным шумом или аберрациями оптической системы, могут внести существенные дефекты в восстанавливаемые из цифровых голограмм фазовые распределения, тем самым исказив информацию об объекте, в частности, данные о сухой клеточной массе. В данном случае в цифровой голографии применяется интерферометрическая обработка. Это позволяет не только вычесть искажения волнового фронта, оставив информацию только непосредственно об объекте, но и также обеспечивает возможность исследования динамических изменений объектов. В последнем случае в качестве основного критерия оценки используется фазовый набег, приобретаемый волновым фронтом с течением времени. Так можно оценить изменения, произошедшие, например, с одной и той же клеткой за некоторый период времени. Процедура интерферометрической обработки цифровых голограмм осуществляется следующим образом: сначала восстанавливаются две объектные волны, которые отличаются друг от друга на некоторую величину, обусловленную внесением возмущения, деформацией или вызванную иными причинами. Далее выполняется развертка фазы, и полученные фазовые распределения вычитаются один из другого. Полученное распределение представляет собой фазовый набег или разность фаз, и характеризует изменения, произошедшие с объектом.

Развитие цифровых методов регистрации позволило функциональному анализу клеток, основанному на вычислении их сухой массы, получить широкое распространение. Возможность измерения сухой клеточной массы предоставляет возможности для количественного определения величин таких биофизических параметров, как абсолютный клеточный объем, скорость притока/оттока воды через клеточную мембрану и, соответственно, проницаемость клетки. Данные факторы активно применяются для индикации различных процессов, происходящих с клетками – деление, дифференцировка (процесс превращения стволовых клеток в клетки специализированных тканей или органов), или даже их гибель. Применения ЦГМ в области клеточной биологии включают в себя исследования клеток крови, раковых и стволовых клеток, регистрацию активности нейронов, наблюдение клеточного роста и деления, гистологические и фармакологические исследования на клеточном уровне и др. [12].

Экспериментальная установка

В данной работе используется экспериментальная схема ЦГМ на базе интерферометра Маха-Цендера (рисунок 3.2).

В отличие от схемы интерферометра Маха-Цендера, изображенной во второй лабораторной работе, в объектном плече размещен микрообъектив, позволяющий формировать изображение с большим увеличением. Аналогично рисунку 2.1 в лабораторной работе №2, в данной схеме существует возможность записи как голограмм Френеля, так и голограмм сфо-



Рисунок 3.2 — (а) Схема экспериментальной установки. LS – лазер с длиной волны 532 нм, BE – расширитель пучка, BS – светоделительные кубы, M – зеркала, L - линза, MO - объектив, O – объект, CMOS – КМОП-камера. (б) Пример внеосевой цифровой голограммы

кусированного изображения в зависимости от конфигурации объектного плеча интерферометра. На рисунке 3.2 изображена оптическая схема, объектное плечо которой соответствует рисунку 2.1 (в), соответственно, при восстановлении объектного волнового фронта необходимо производить численное решение дифракционного интеграла, описывающего распространение волнового фронта из плоскости регистрации в плоскость объекта. В случае модификации объектного плеча внесением телескопической системы записывается голограмма сфокусированного изображения, т.е. численное распространение волнового фронта в плоскость объекта не требуется.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- 1. Пройти инструктаж у преподавателя и получить допуск к выполнению работы, ответив на вопросы преподавателя по теоретической части;
- Получить цифровые голограммы. Возможные сценарии выполнения этого пункта:
 - (а) если занятие проводится очно с использованием установки: получить объект (исследуемый образец) для записи голограммы, произвести запись внеосевых голограмм, выполняя инструкцию преподавателя: поле в отсутствие объекта (фон), клетки в начальном состоянии, клетки через временной промежуток, указанный преподавателем. Сохранить голограммы в папку "Holo

off-axis cells" на рабочем компьютере.

Внимание! Запись голограммы производится исключительно совместно с преподавателем.

- (б) если занятие проводится дистанционно или без использования лабораторной установки: получить смоделированные голограммы и параметры записи от преподавателя и сохранить это у себя для выполнения дальнейших пунктов;
- 3. Восстановить объектный волновой фронт из всех внеосевых цифровых голограмм с целью получения фазы объектной волны методом Фурье-фильтрации или методом локальных наименьших квадратов с помощью виртуального прибора, описанного в лабораторной работе №2:
 - (а) Получить приведенное фазовое распределение фона в диапазоне значений (-π, π];
 - (б) Получить приведенное фазовое распределение клеток в начальном и конечном состоянии в диапазоне значений (-π, π];
- К полученным фазовым распределениям применить функцию, осуществляющую приведение фазы модели волны к абсолютному виду [11];
- 5. Из фазовых распределений клеток вычесть фазовое распределение фона;
- Произвести на полученных распределениях фазы (кроме фона) заполнение нулевыми элементами всех областей, в которых отсутствуют клетки (например, осуществить это в графическом редакторе);
- Рассчитать среднюю сухую массу каждой клетки в исходном и конечном состояниях;
- 8. Найти разность сухой массы для каждой клетки в исходном и конечном состояниях;
- 9. Произвести вычитание фазовых распределений клеток в исходном и конечном состояниях;
- 10. Рассчитать разность сухой массы клеток из полученного распределения и сравнить с полученными в п. 7 результатами.

Требования к отчету

Результаты обработки должны быть предоставлены с приведенными параметрами, при которых они были получены (параметры выбираются согласно выбранному методу восстановления изображения из внеосевой цифровой голограммы аналогично отчету в лабораторной работе №2). В отчете должны быть приведены:

- Исходные цифровые внеосевые голограммы;
- Параметры восстановления объектной волны из внеосевых голограмм в зависимости от выбранного метода;
- Восстановленные из внеосевых голограмм приведенные и абсолютные фазовые распределения;
- Распределение разности фаз;
- Численные значения для расчета сухой массы клеток, полученных вычислением непосредственно из фазовых распределений в исходном и конечном состояниях, а также их разность;
- Численные значения для расчета сухой массы клетки из распределения разности фаз;
- Развернутые выводы по результатам, представленным в отчете.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К РАБОТЕ

- 1. Перечислите преимущества цифровой голографической микроскопии перед традиционными методами при работе с биологическими объектами.
- 2. Перечислите, какие параметры исследуемых объектов или сред влияют на фазовое распределение, информация о котором извлекается методом цифровой голографии.
- 3. Обоснуйте привлекательность использования сухой массы клеток в качестве параметра, характеризующего функциональное состояние при голографическом мониторинге биологических объектов.
- 4. Какую основную задачу решает цифровая интерферометрическая обработка? Перечислите ее этапы.

5. Почему вычитание разности фаз осуществляется после выполнения операции приведения фаз моделей волн к абсолютному виду? С какими трудностями можно столкнуться, если вычитать разность фаз, приведенных к диапазону (-π, π]?

Список литературы

- Kim M. K. Digital holographic microscopy //Digital Holographic Microscopy. – Springer, New York, NY, 2011. – C. 149-190.
- [2] Тычинский В. П. Когерентная фазовая микроскопия внутриклеточных процессов //Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171. – №. 6. – С. 649-662.
- [3] Левин Г. Г., Вишняков Г. Н., Минаев В. Л. Автоматизированный интерференционный микроскоп для измерения динамических объектов //Приборы и техника эксперимента. – 2014. – №. 1. – С. 79-79.
- [4] Talaikova N. A. et al. Dual mode diffraction phase microscopy for quantitative functional assessment of biological cells //Laser Physics Letters. – 2017. – T. 14. – №. 10. – C. 105601.
- [5] Yu L. et al. Digital holographic microscopy for quantitative cell dynamic evaluation during laser microsurgery //Optics Express. 2009. T. 17. №. 14. C. 12031-12038.
- [6] Wang Z. et al. Spatial light interference microscopy (SLIM) //Optics Express. – 2018. – T. 19. – №. 2. – C. 1016-1026.
- [7] Bhaduri B. et al. Diffraction phase microscopy with white light //Optics Letters. 2012. T. 37. №. 6. C. 1094-1096.
- [8] Dardikman G., Shaked N. T. Review on methods of solving the refractive index-thickness coupling problem in digital holographic microscopy of biological cells //Optics Communications. – 2018. – T. 422. – C. 8-16.
- [9] Вишняков Г. Н. и др. Локальная томографическая фазовая микроскопия по дифференциальным проекциям //Оптика и спектроскопия. – 2016. – Т. 121. – №. 6. – С. 1020-1028.
- [10] Barer R. Interference microscopy and mass determination //Nature. 1952. – T. 169. – №. 4296. – C. 366-367.

- [11] Bioucas-Dias J. M., Valadao G. Phase unwrapping via graph cuts //IEEE Transactions on Image processing. 2007. T. 16. №. 3. C. 698-709.
- [12] Park Y. K., Depeursinge C., Popescu G. Quantitative phase imaging in biomedicine //Nature Photonics. – 2018. – T. 12. – №. 10. – C. 578-589.

Лабораторная работа №4 ФОРМИРОВАНИЕ И РЕГИСТРАЦИЯ ПУЧКОВ С ДИС-ЛОКАЦИЯМИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ВО ВНЕОСЕВОЙ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ СХЕМЕ

Цель работы:

Знакомство с вихревыми пучками, теоретическое и экспериментальное освоение методов их формирования и регистрации с помощью компью-терной и цифровой голографии

Задачи, решаемые в работе:

- 1. Ознакомиться с понятием дислокаций волнового фронта и особенностями их формирования;
- Освоить практический метод формирования оптических вихрей, основанный на синтезе моделей голографических оптических элементов;
- 3. Изучить особенности регистрации и обработки внеосевых цифровых голограмм оптических вихрей.

СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Краткий обзор типов вихревых пучков

В работе рассматриваются пучки с винтовыми дислокациями волнового фронта, содержащие сингулярности в фазовом распределении. Интерес к исследованиям фазовых сингулярностей в оптических полях начал возрастать после публикации основополагающей статьи Ная и Берри [1], в которой была представлена концепция волновой теории, в которой фазовые сингулярности в волновом поле рассматривались как новый класс объектов в оптике, и в более общем смысле в электромагнитных волнах. Для описания сингулярных точек в поперечном пространственном распределении волнового фронта, в которых амплитуда равна нулю, а фаза оказывается неопределенной, авторы статьи ввели термин «дислокации волнового фронта». Формирование таких структур в волновом фронте связано с явлением интерференции света, рассеиваемого на встречающихся на его пути физических неоднородностях. В результате этих процессов в гладком распределении абсолютной фазы волнового фронта возникают фазовые дефекты, которые по аналогии с дефектами в структуре кристаллической решетки и были названы дислокациями волнового фронта.

Существуют различные типы дислокаций волнового фронта: винтовые, смешанные, краевые [2]. Широкое применение получили винтовые дислокации, имеющие геликоидальную структуру волнового фронта (рисунок 4.1) вдоль оси пучка – оптические вихри (OB). В таких оптических полях вектор Умова-Пойнтинга направлен перпендикулярно к геликоидальной поверхности волнового фронта, и, следовательно, происходит циркуляция потока световой энергии вокруг сердцевины OB.



Рисунок 4.1 — Геликоидальный волновой фронт

Основным признаком OB является изменение фазы на величину $2\pi m$ при обходе замкнутого контура, охватывающего линию дислокации. Целое число m называют топологическим зарядом оптического вихря. В точке дислокации фаза неопределённа, а амплитуда поля на ней остается нулевой. Эти точки также называют сингулярными. Топологический заряд m может быть положительным (для правого геликоида) или отрицательным (для левого, соответственно). Как выглядит фазовое распределение поля около дислокации для OB с топологическими зарядами m = 1 и m = 2 соответственно, показано на рисунке 4.2.

Для монохроматического плоско-поляризованного пучка с достаточно сильными пространственными неоднородностями поля появление дислокаций волнового фронта является неизбежным [3]. Примером может служить отражение монохроматического излучения от шероховатых поверхностей, где взаимная интерференция отдельных когерентных участков



Рисунок 4.2 — Распределение фазы около точки дислокации волнового фронта с единичным (а) и двойным (б) топологическим зарядом

поля формирует набор случайно распределённых пятен в наблюдаемом распределении интенсивности, который называют спекл-структурой [4]. На каждый спекл (пятнышко) приходится один ОВ единичного топологического заряда [5]. Знак заряда таких вихрей может быть либо положительным, либо отрицательным. Общая сумма топологических зарядов всех вихрей в спекл-поле, сформированном из гладкого волнового фронта равна нулю – ОВ зарождаются парно с разноименными зарядами и также могут аннигилировать. Спекл-поля часто затрудняют наблюдение полезной части сигнала, их стараются подавить, но также эти поля используются в метрологии [6].

В данной работе для первичного ознакомления со свойствами ОВ мы будем рассматривать лишь изолированные ОВ, которые уединены и не имеют рядом с собой другие винтовые дислокации. Рассмотрим моды Лагерра-Гаусса, которые представляют собой циркулярно-симметричные пучки, сохраняющие при распространении форму распределения интенсивности [7, 8]. Волновые функции, соответствующие этим модам, являются решениями волнового уравнения в параксиальном приближении для полости с круговой симметрией. Эти моды имеют следующий вид:

$$LG_{p}^{l} = A_{LG} \frac{w_{0}}{w} \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w}\right)^{|l|} e^{-\frac{\rho^{2}}{w^{2}}} L_{p}^{|l|} \left(\frac{2\rho^{2}}{w^{2}}\right) e^{i[kz + \frac{k\rho^{2}}{2R(z)} + l\phi - Q \arctan(\frac{z}{z_{R}})]}, \quad (4.1)$$

где A_{LG} – амплитудный параметр, w_0 – параметр поперечного размера пучка в перетяжке, $w = w_0(1 + z^2/z_R^2)^{1/2}$ – поперечный размер на расстоянии z от перетяжки, $R(z) = z(1 + z_R^2/z^2)$ – радиус кривизны волнового фронта в сечении по оси пучка, z_R – длина Рэлея, равная $kw_0^2/2$, k – волновое число, $L_p^{|l|}(x) = \sum_{m=0}^p (-1)^m \frac{(p+|l|)!}{(p-m)!(|l|+p)!m!} x^m$ - обобщенный полином Лагерра, l – азимутальный индекс, p – радиальный индекс моды. Отметим, что азимутальный индекс l эквивалентен топологическому заряду m, если совпадают направление распространения пучка и ориентация геликоида волнового фронта, иначе, они будут равны только по модулю и противоположны по знаку. В данной лабораторной работе пучки распространяются на наблюдателя – направления закрутки волнового фронта и фазового распределения совпадают, а значит, m и l будут равны. Число Q = 2p + |l| + 1 называется индексом моды, определяющим принадлежность к семейству мод с одинаковым Q. Индекс моды определяет величину малой добавки к фазовой скорости моды, связанную с фазовым сдвигом Гуи – $Q \arctan(z/z_R)$, этот сдвиг обусловлен непрямолинейным распространением света в пучке [9]. Мода $LG_0^1(p = 0, l = 1)$ имеет индекс Q = 2, и соответствующий дополнительный фазовый набег на пути от перетяжки до дальней зоны составляет – π . На рисунке 4.3 показаны распределения интенсивности в поперечном сечении низших мод Лагерра-Гаусса, а примеры мгновенных распределений величины напряженности поля – на рисунке 4.4.



Рисунок 4.3 — Вид распределений интенсивности нескольких мод Лагерра-Гаусса в поперечном сечении пучка. Гауссов пучок (LG_0^0) показан сверху (а), ниже отображены примеры мод с азимутальными индексами 1 (б, в, г) и 2 (д, е, ж).

 LG_1^2

 LG_{2}^{2}

 LG_0^2

Моды Лагерра-Гаусса являются удобными элементами для синтеза пучков с заданными параметрами. Во многих случаях для решения большого количества практических задач оказывается достаточным использование двух или трех мод, т.е. сумма нескольких мод в приближении для практического применения может описать весь пучок.

О способе получения пучков, несущих оптические вихри

Существует огромное множество способов формирования пучка с винтовой дислокацией волнового фронта [10]. Для первичного понимания приведем следующий пример: пучок с гладким волновым фронтом, проходя через оптически прозрачную пластину с нанесенной винтовой ступенькой (спиральная фазовая пластина), приобретет спиральный фазовый сдвиг (рисунок 4.2). Этот сдвиг будет обусловлен разным оптическим путем для каждого отдельного луча в проходящем пучке. Наличие геликоидального волнового фронта соответствует существованию циркуляции потока световой энергии. В компьютерном моделировании такой случай можно реализовать, просто добавив в фазовую компоненту спиральное фазовое распределение (рисунок 4.2). Примечательно то, что *сингулярная точка* (точка с нулевой амплитудой и неопределенной фазой) будет сформирована в процессе дифракционного распространения без какойлибо дополнительной искусственной амплитудной модуляции.

Другими методами генерации оптических вихрей являются использование модовых конверторов [10] и *синтезированных голограммных оптических элементов* (СГОЭ), имеющих структуру решетки [11]. В случае нашего курса нас больше всего интересует последний, голографический метод. На практике этот метод осуществляется путем синтеза модели дифракционной структуры голограммы, которая затем реализуется на материальном носителе: пространственно-временном модуляторе света (ПВМС) или синтезированном (методами литографии) дифракционном оптическом элементе.

Синтез модели дифракционной структуры, которая вносит спиральный фазовый сдвиг, осуществляется путем численного моделирования интерференционного поля, формируемого в результате сложения двух моделей волн с единичными амплитудами: наклонной плоской волны (угол наклона β) и волны со спиральным фазовым распределением (рисунок 4.2) которые можно записать в полярных координатах следующим образом:

$$u_r = e^{i \cdot kx \cdot \tan \beta} = e^{i \cdot k\rho \cdot \cos \phi \cdot \tan \beta}, \tag{4.2}$$

$$u_S = e^{im\phi}.\tag{4.3}$$

Чтобы получить простейшую модель дифракционной структуры из интерференционного поля, нужно рассчитать интерференционную картину в одной из плоскостей, перпендикулярных оптической оси. Такая картина соответствует дифракционной структуре внеосевой голограммы Лейта и Упатниекса и рассчитывается как квадрат модуля суммы двух волн:

$$I(\rho,\phi) = |u_r + u_S|^2 = |u_r|^2 + |u_S|^2 + u_S u_r^* + u_S^* u_r = = 2 + e^{im\phi} \cdot e^{-ik\rho\cdot\phi\cdot\tan\beta} + e^{-im\phi} \cdot e^{ik\rho\cos\phi\cdot\tan\beta}.$$
(4.4)

В предположении, что мы численно моделируем процесс цифровой регистрации интерференционной картины, в котором наше аналого-цифровое средство детектирования обладает линейным откликом (т.е. все градации яркости интерференционной картины линейно преобразуются в набор числовых значений), мы можем сказать, что уравнение (4.4) соответствует модели решетчатой дифракционной структуры с расщеплением одной из несущих полос (рисунок 4.4). Количество расщеплений будет соответствовать топологическому заряду OB, используемому для m = 1 полоса разделяется на две, для m = 2 – на три, и т.д.



Рисунок 4.4 — Синтезированная модель решетчатой дифракционной структуры, позволяющая формировать ОВ

Нормируя на единицу распределение (4.4), получим модель дифракционной структуры, из которой в процессе реализации на материальный носитель будет получен СГОЭ с функцией амплитудного пропускания от 0 до 1:

$$T(\rho,\phi) = I(\rho,\phi)/4 \tag{4.5}$$

Теперь предположим, что через СГОЭ (рисунок 4.4) проходит пучок с гауссовым распределением, описываемый фундаментальной модой LG_0^0 . Для краткости его поперечное распределение комплексной амплитуды в поперечной плоскости обозначим как u_G . Тогда распределение модулированного гауссового пучка u будет выглядеть так:

$$u = u_G \cdot T = \frac{1}{2} u_G + \frac{1}{4} u_G \cdot e^{im\phi} \cdot e^{-ik\rho \cdot \cos\phi \cdot \tan\beta} + \frac{1}{4} u_G \cdot e^{-im\phi} \cdot e^{ik\rho \cdot \cos\phi \cdot \tan\beta}.$$
 (4.6)

Подобно уравнениям Габора [12], которые также описаны в лабораторной работе №1 (уравнения (1.8)), уравнению (4.6) можно придать следующий вид:

$$u = u_{zo} + u_{obj} + u_{conj}, \tag{4.7}$$

$$u_{zo} = \frac{1}{2}u_G,\tag{4.8}$$

$$u_{obj} = \frac{1}{4} u_G \cdot e^{im\phi} \cdot e^{-ik\rho \cdot \cos\phi \cdot \tan\beta}, \qquad (4.9)$$

$$u_{conj} = \frac{1}{4} u_G \cdot e^{-im\phi} \cdot e^{ik\rho \cdot \cos\phi \cdot \tan\beta}.$$
(4.10)

В итоге имеем суперпозицию трех волн: уравнение (4.8) описывает немодулированный гауссов пучок; уравнение (4.9) – пучок Гаусса с добавленным спиральным фазовым распределением т (первая экспонента) и распространяющимся под углом $-\beta$ (вторая экспонента), а уравнение (4.10) – гауссов пучок с добавленным спиральным фазовым распределением -т и распространяющимся под углом β . В процессе распространения волны, описываемые уравнениями (4.8)-(4.10), расходятся и формируют три пучка: гауссов и два с винтовой дислокацией. Т.е. СГОЭ (рисунок 4.4) действует подобно дифракционной решетке, добавляя геликоидальный набег фазы в -1 и +1 дифракционных порядках. Сформировавшиеся вихревые пучки (подчеркнем, что только при условии, если СГОЭ освещается пучком Гаусса) называются пучками Куммера [11], они близки по амплитудно-фазовым распределениям с модами Лагерра-Гаусса (рисунок 4.3). Эти пучки не сохраняют самоподобие при распространении и в ближней дифракционной зоне обладают выраженными кольцами в распределении интенсивности. Для формирования «чистых» мод Лагерра-Гаусса необходимо производить дополнительную амплитудную модуляцию и учитывать размеры пучка, что может иногда представлять технические трудности. Поэтому, при условии приемлемости приближения или когда важно только наличие OB, легко формируемые пучки Куммера могут заменить в практическом применении моды Лагерра-Гаусса.

Если в процессе реализации модели дифракционной структуры на материальный носитель удастся обеспечить синусоидальное распределение коэффициента пропускания дифракционной структуры СГОЭ, то формирование пучков будет происходить только в первых и нулевом дифракционных порядках. Но если распределение коэффициента пропускания дифракционной структуры не будет соответствовать синусоидальному распределению, а, например, окажется бинарным, то при освещении СГОЭ может наблюдаться перераспределение энергии также и в высшие дифракционные порядки (|N| > 1) (рисунок 4.5).

Отметим, что на рисунке 4.5 фазовые распределения отличаются от



Рисунок 4.5 — Схема дифракции пучка Гаусса на бинарном голографическом оптическом элементе, синтезированном с использованием спирального распределения фазы – бинарной решетке с «вилкой» (верх), и формируемые на ней амплитудно-фазовые распределения пучков в -2,-1,0,+1,+2 порядках (низ)

тех, которые приведены на рисунке 4.2. Связано это с тем, что при распространении пучки приобретают некоторую кривизну волнового фронта. Но на физическое проявление циркуляции потока световой энергии это принципиально не влияет, и в близкой окрестности винтовой дислокации фазовое распределение аналогично показанному на рисунке 4.2.

Бинарная дифракционная структура СГОЭ с расщеплением полос формирует пучки во всех дифракционных порядках. Если освещающий СГОЭ пучок уже содержит топологический заряд m_i , то в дифракционных порядках имеет место арифметическое сложение топологических зарядов оптических вихрей: топологические заряды пучков m_t , формирующихся после прохождения СГОЭ, определяются по следующему правилу

$$m_t = m_i - Nm, \tag{4.11}$$

где N – номер дифракционного порядка, в котором наблюдается пучок, m – топологический заряд, использованный при расчете СГОЭ. Важно понимать, что в уравнении (4.11) вместо минуса может стоять знак сложения. Выбор знака между слагаемыми в правой части этого уравнения определяется направлением, под которым приходила плоская опорная волна при синтезе (т.е. зависит от знака γ в уравнении (4.2)), а также выбором ориентации системы координат.

Применение «голографического» принципа формирования сингулярных пучков позволяет более простым способом формировать пучки с необходимыми свойствами и контролировать, например, изолированные осевые или внеосевые оптические вихри.

О прикладном значении волновых дислокаций [2, 10, 13]

Свое практическое применение вихревые пучки находят в конструкциях магнитооптических ловушек, которые были впервые реализованы на практике в конце 90-ых гг. В это время было положено начало разработкам оптических вихревых пинцетов, в которых угловой момент оптического вихря передается захваченным частицам, инициируя их вращение. Размеры частиц, захватываемых вихревым пучком, могут достигать нескольких микрометров. Оптический пинцет также применяется в медицине и биохимии: вихревой пучок способен захватывать органические молекулы и манипулировать ими, учитывая при этом их хиральность за счет наличия орбитального углового момента у пучка.

Еще одним практическим открытием в области вихревых пучков стала разработка методики микроскопии сверхвысокого разрешения, которое достигается за счет устойчивости ОВ при распространении в свободном пространстве. Так, в 1991 году Тычинским [14] была доказана возможность увеличения пространственного разрешения («сверхразрешение») благодаря учету дислокаций волнового фронта. Принятие во внимание поведения дислокаций повышает информативность оптического анализа и расширяет возможности метрологических приложений, использующих вихревые пучки.

ОПИСАНИЕ ВИРТУАЛЬНОЙ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

В данной лабораторной работе исследуются процессы расчета моделей решетчатых дифракционных структур СГОЭ с расщеплением одной из несущих полос и преобразования топологического заряда пучка в результате дифракции на СГОЭ. Работа состоит из четырех взаимосвязанных этапов, три из которых последовательно выполняются с использованием виртуальной установки, интерфейс которой показан на рисунке 4.6, а последний этап выполняется с использованием виртуальной установки из лабораторной работы №2.

Рассмотрим каждый из этапов подробнее, для этого более внимательно рассмотрим контрольную панель виртуальной установки рисунок 4.6, где

отображены примеры рассчитанных характеристик моделей волн. Верхний ряд изображений соответствует первому этапу – синтезу моделей решетчатых дифракционных структур СГОЭ (I. Diffraction grating synthesis), средний ряд – второму этапу, процессу численного моделирования прохождения пучка через СГОЭ (II. Wave modulation), а нижний – третьему – численному моделированию процесса распространения пучка и наблюдению распределений интенсивности и фазы пучков в дифракционных порядках.



Рисунок 4.6 — Интерфейс виртуальной установки

I. Синтез дифракционной решетки (Diffraction grating synthesis). На первом рисунке (Tilted phase) отображена фаза модели наклонной плоской волны, задаваемой уравнением (4.2). Второй (Spiral phase) – отображает спиральное фазовое распределение модели волны, задаваемой уравнением (4.3). Топологический заряд этой волны задается в элементе управления, обозначенном индексом m, который расположен слева от изображений. Согласно одному из вариантов выполнения работы, топологический заряд задается целым числом, но даже в случае указания дробного значения программа будет отображать физически корректные данные. После указания значения топологического заряда необходимо нажать на кнопку «Calculate grating», результат синтеза дифракционной решетки отобразится на рисунке «Synthesized diffraction grating». Также распределение будет записано в отдельный файл «Grating.bmp» в директории расположения

исполнительного файла программы. Этот файл потребуется для выполнения четвертого этапа работы – восстановления спирального фазового распределения в программе лабораторной работы №2.

II. Модуляция волны (Wave modulation). На втором этапе согласно выданному варианту выполнения работы в программу вводятся параметры пучка Лагерра-Гаусса, который в нашем численном эксперименте будет освещать синтезированную модель решетчатой дифракционной структуры: длина волны λ (Lambda), поперечный параметр w_0 (w_0), азимутальный индекс l (l), радиальный индекс p (p). Программа автоматически отобразит соответствующее поперечное распределение интенсивности (LG intensity) и фазы (LG phase) этого пучка. Затем необходимо провести амплитудную модуляцию, нажав кнопку «Modulate LG beam». Распределение амплитуды модели пучка Лагерра-Гаусса будет поэлементно умножено на модель синтезированной дифракционной структуры, и распределение интенсивности отобразится на рисунке «Modulated intensity». Также сформированное поле волны будет записано в оперативную память и готово к дальнейшим расчетам.

III. Численный расчет поля дифракции (Numeric reconstruction). Согласно выданному варианту, задается расстояние наблюдения z и выбирается дифракционный порядок наблюдения (Diffraction order -1, 0, +1). Чтобы начать вычисления, необходимо нажать на кнопку «Calculate diffraction pattern». Результаты расчетов отобразятся на рисунках «Resulting intensity» (распределение интенсивности) и «Resulting phase» (распределение фазы). Их можно сохранить, наведя курсор на изображения и выбрать в контекстном меню поле «Save As» (рисунок 4.7).



Рисунок 4.7 — Пример сохранения изображений в лабораторной программе

IV. Численное восстановление амплитудно-фазовых характеристик волны из модели дифракционной структуры СГОЭ. Для того, чтобы убедиться в том, что синтезированная модель решетчатой дифракционной структуры соответствует внеосевой цифровой голограмме интерференционного поля от вихревого пучка, приходящего по нормали в плоскость регистрации голограммы и плоской несущей опорной волны, приходящей под наклоном, в лабораторной работе предусмотрен дополнительный, четвертый этап. На этом этапе синтезированная на втором этапе модель дифракционной структуры, записанная в файл «Grating.bmp», подается в виртуальный прибор из лабораторной работы №2 как зарегистрированная внеосевая цифровая голограмма. С помощью виртуального прибора производится восстановление пучка с ОВ из цифровой голограммы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- 1. Пройти инструктаж от преподавателя и получить допуск к выполнению работы, ответив на вопросы преподавателя по теоретической части;
- 2. Выбрать вариант задания из таблицы 4.1:

| Вариант | m | w_0 , мкм | 1 | p | 2, ММ | Диф. порядок |
|---------|-------|-------------|--------|---|-------------|--------------|
| 1 | 0,1,2 | 200 | 0 | 0 | 150 | -1 |
| 2 | 1 | 200 | -1,0,1 | 0 | 150 | -1 |
| 3 | 1 | 100,200,300 | 0 | 0 | 150 | -1 |
| 4 | 1 | 150 | 0 | 0 | 100,200,300 | -1 |
| 5 | 1 | 150 | 1 | 0 | 150 | -1,0,1 |
| 6 | 0,1,2 | 120 | 0 | 0 | 150 | 1 |
| 7 | 1 | 150 | -1,0,1 | 0 | 200 | 1 |
| 8 | -1 | 100,200,300 | 0 | 0 | 150 | 1 |
| 9 | 1 | 120 | 0 | 0 | 100,200,300 | 1 |
| 10 | -1 | 120 | 1 | 0 | 150 | -1,0,1 |

Таблица 4.1 — Варианты исходных данных для выполнения лабораторной работы

- 3. Запустить программу Lab4.exe;
- 4. Последовательно заполнять значения параметров для трех этапов:
 - (a) Задать значение m и вычислить модель дифракционной решетчатой структуры, которая будет автоматически записана в отдельный файл. который следует загрузить в программу.

- (б) Задать параметры пучка Лагерра-Гаусса w_0, l, p и провести его амплитудную модуляцию.
- (в) Задать расстояние наблюдения z и указать дифракционный порядок. Вычислить дифракционную картину, получив распределение интенсивности и фазы.
- (г) Файл с моделью дифракционной решетчатой структуры следует загрузить в программу лабораторной работы №2 для восстановления записанного фазового распределения. Параметры дифракционной решетки: длина волны 0,633 мкм, размер 128×128 пикселей, размер пикселя 5,86 мкм.
- 5. В каждом варианте предложен параметр, имеющий три значения, и, соответственно, в результате выполненной лабораторной работы должно быть три набора распределений интенсивности и фазы;
- Проанализировать получаемые дифракционные картины и выявить особенности поля, которые претерпевают изменения при вариациях исходных параметров;
- 7. Сделать выводы о природе дифракции и изменения топологического заряда вихревого пучка при помощи синтезированной дифракционной решетки.

Требования к отчету

Результаты расчетов должны быть предоставлены с приведенными параметрами, при которых они были получены (параметры выбираются согласно варианту). В отчете должны быть приведены:

- Распределения синтезированных дифракционных решетчатых структур с указанием соответствующих значений топологических зарядов;
- Распределения освещающего решетчатую структуру пучка Лагерра-Гаусса и его параметры;
- Распределения интенсивности и фазы дифрагированного пучка Лагерра-Гаусса с указанием соответствующего дифракционного порядка;
- Список топологических зарядов, записанных на дифракционной решетчатой структуре, а также тех, которыми обладают пучки, освещающие и дифрагирующие на решетке. Отчет проверки согласия с формулой арифметического сложения топологических зарядов (выражение 4.11);

- Распределение фазы восстановленного пучка из решетчатой дифракционной структуры, полученное с помощью виртуального прибора в Лабораторной работе №2;
- Развернутые выводы по результатам, представленным в отчете.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К РАБОТЕ

- 1. Дайте определение фазовой сингулярной точки.
- 2. Опишите поведение направления потока энергии в пучке с ОВ.
- 3. Назовите признаки, по которым можно отследить наличие ОВ в поле.
- 4. Приведите примеры других дислокаций волнового фронта, отличных от винтовых.
- 5. Поясните механизм формирования вихревых пучков при прохождении гауссова пучка через решетчатую дифракционную структуру.
- 6. Приведите примеры использования OB в практических приложениях.
- 7. Объясните различия дифракционных картин, происходящие при изменении одного из параметров в вашем варианте.

Список литературы

- [1] Nye J. F., Berry M. V. Dislocations in wave trains //Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences. – 1974. – T. 336. – №. 1605. – C. 165-190.
- [2] Soskin M. S., Vasnetsov M. V. Singular optics //Progress in Optics. 2001. – T. 42. – №. 4. – C. 219-276.
- [3] Баранова Н. Ф. и др. Дислокации волнового фронта спеклнеоднородного поля (теория и эксперимент) //Письма ЖЭТФ, 1981, т. – 1981. – Т. 33. – С. 206-210.
- [4] Goodman J. W. Some fundamental properties of speckle //Journal of the Optical Society of America. 1976. T. 66. №. 11. C. 1145-1150.

- [5] Bazhenov V. Y., Soskin M. S., Vasnetsov M. V. Screw dislocations in light wavefronts //Journal of Modern Optics. – 1992. – T. 39. – №. 5. – C. 985-990.
- [6] Wang W. et al. Optical vortex metrology based on the core structures of phase singularities in Laguerre-Gauss transform of a speckle pattern //Optics Express. – 2006. – T. 14. – №. 22. – C. 10195-10206.
- [7] Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. Рипол Классик, 1990.
- [8] Короленко П. В. Оптика когерентного излучения: учеб. пособие //М.: МГУ. – 1997.
- [9] Siegman A. E. Lasers university science books //Mill Valley, CA. 1986.
 T. 37. №. 208. C. 169.
- [10] Shen Y. et al. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities //Light: Science and Applications. – 2019. – T. 8. – №. 1. – C. 1-29.
- [11] Bekshaev A. Y., Karamoch A. I. Spatial characteristics of vortex light beams produced by diffraction gratings with embedded phase singularity //Optics Communications. – 2008. – T. 281. – №. 6. – C. 1366-1374.
- [12] Ландсберг Г.С. Оптика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
- [13] Soskin M. et al. Singular optics and topological photonics //Journal of Optics. – 2016. – V. 19. – №. 1. – P. 010401.
- [14] Tychinsky V. Wavefront dislocations and registering images inside the Airy disk //Optics Communications. – 1991. – V. 81. – №. 1-2. – P. 131-137.

Рабош Екатерина Владимировна Георгиева Александра Олеговна Черных Алексей Викторович Петров Николай Владимирович

Лабораторный практикум по дисциплине "Цифровая голография"

Учебно-методическое пособие

В авторской редакции Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО Зав. РИО Н.Ф. Гусарова Подписано к печати Заказ № Тираж Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49, литер А