

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра мехатроники

В.Д.Брицкий, Б.П.Тимофеев

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА
С ВЫСШЕЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПАРОЙ

Методические указания к выполнению
расчетно-графической работы



Санкт-Петербург
2004

УДК 621,882; 621,886

Брицкий В.Д., Тимофеев Б.П. Синтез и анализ механизма с высшей кинематической парой /Методические указания к выполнению расчетно- графической работы. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2004. - 16 с.

Методические указания содержат сведения по расчету параметров трехзвенного механизма с высшей кинематической парой – составление уравнений поверхности элементов высшей кинематической пары, определение радиусов кривизны этих поверхностей в точках контакта, расчет скоростей и ускорений относительного движения.

Методические указания адресованы студентам специальностей направления «652000 – Мехатроника и робототехника», изучающим дисциплину «Теория высшей кинематической пары».

© Санкт-Петербургский государственный
университет информационных технологий,
механики и оптики
2004

© В.Д.Брицкий
Б.П.Тимофеев
2004

ВВЕДЕНИЕ

Механизмы с высшей кинематической парой широко применяются в приборах и установках. К этим механизмам в частности относятся зубчатые передачи, кулачковые и поводковые механизмы, передачи прерывистого движения и т.д. В зубчатых механизмах воспроизводится линейная передаточная функция, задается схема механизма и поверхность зуба одного из колес и требуется спроектировать поверхность зуба второго колеса. В кулачковых механизмах задается схема механизма, закон движения толкателя, форма его наконечника и требуется найти профиль кулачка.

Основные критерии работоспособности данных механизмов – уровень контактных напряжения и износа, которые зависят в частности от передаваемой нагрузки и радиусов кривизны сопряженных поверхностей в точке контакта.

В расчетно-графической работе необходимо определить параметры трехзвенного механизма с высшей кинематической парой (рис 1). Пусть звенья 1 и 2 вращаются относительно осей z_1 и z_2 (перпендикулярны плоскости рисунка). Передаточная функция механизма $\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1)$ известна. Также задается поверхность Σ_1 элемента высшей кинематической пары звена 1.

Цель работы - рассчитать сопряженную поверхность Σ_2 элемента высшей кинематической пары звена 2 и определить радиусы кривизны в точках контакта.

Содержание пояснительной записки.

1. Описание и схема механизма.
2. Системы координат.
3. Уравнение поверхности исходного звена.
4. Скорость относительного движения звеньев.
5. Уравнение связи параметров.
6. Уравнение поверхности звена 2.
7. Расчет кривизны сопряженных поверхностей.
8. Расчет координат точек профиля и радиусов кривизны.

Работа оформляется как текстовый конструкторский документ по правилам ЕСКД с титульным листом, содержанием и списком литературы.

Техническое задание работы оформляется отдельным листом и вставляется в пояснительную записку перед содержанием как страница 2.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Описание и схема механизма

Вычертить в соответствии с техническим заданием кинематическую схему - механизма, соблюдая пропорциональность его конструктивных размеров. Описать механизм.

2. Системы координат

С каждым подвижным звеном связать локальную систему координат $\{O_i, x_i, y_i, z_i\}$ и принять параметр движения звена $\varphi_i, i=1,2$ (рис.1). При поступательном движении – параметр S_i . Движение звеньев рассматривать относительно неподвижной системы координат $\{O_c, x_c, y_c, z_c\}$. Рекомендуется применять правые системы координат.

Системы координат и параметры движения могут отличаться от параметров предусмотренных в техническом задании.

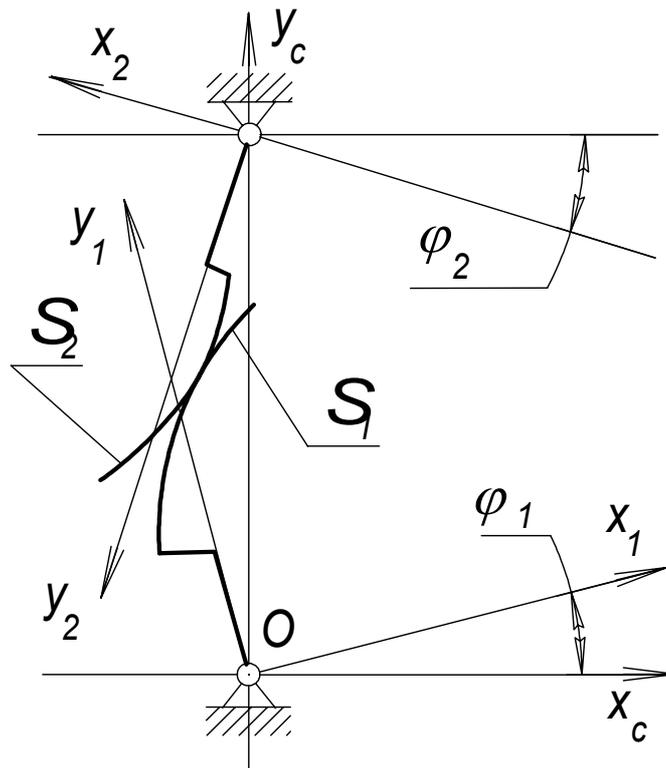


Рис. 1. Кинематическая схема механизма и системы координат

Составить матрицы связи между системами координат. Радиусы-векторы точек в разных системах координат связаны соотношениями

$$\bar{r}_1^2 = M_{1c}(\varphi_1)M_{c2}(\varphi_2)\bar{r}_2^2,$$

$$\bar{r}_2^1 = M_{2c}(\varphi_2)M_{c1}(\varphi_1)\bar{r}_1^1,$$

где \bar{r}_j^k - радиус-вектор точки поверхности k ($k=1,2$), записанный в системе координат i или j , M_{ic} и M_{ci} - прямые и обратные матрицы связи между неподвижной системой координат c и локальной системой координат i .

Матрица связи между системами координат имеет следующую структуру:

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} \cos(x_i \wedge x_j) & \cos(x_i \wedge y_j) & \cos(x_i \wedge z_j) & x_i^{Oj} \\ \cos(y_i \wedge x_j) & \cos(y_i \wedge y_j) & \cos(y_i \wedge z_j) & y_i^{Oj} \\ \cos(z_i \wedge x_j) & \cos(z_i \wedge y_j) & \cos(z_i \wedge z_j) & z_i^{Oj} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где x_i^{Oj} , y_i^{Oj} , z_i^{Oj} - координаты начала O_j системы координат j в системе координат i .

3. Уравнение поверхности исходного звена

Уравнение поверхности Σ_1 исходного звена представить как цилиндрическую поверхность с образующей перпендикулярной плоскости чертежа (см. рис. 1) и задать в параметрической форме

$$\bar{r}_1^1 = r_1^1(\mathcal{G}, l) = \begin{bmatrix} x_1^1(\mathcal{G}) \\ y_1^1(\mathcal{G}) \\ z_1^1(l) \\ 1 \end{bmatrix},$$

где \mathcal{G} - криволинейная координата в плоскости чертежа, l - координата вдоль образующей цилиндра.

Вычислить частные производные радиуса-вектора поверхности

$$\bar{r}_{1g}^1 = \frac{\partial \bar{r}_1^1}{\partial \mathcal{G}}, \quad \bar{r}_{1l}^1 = \frac{\partial \bar{r}_1^1}{\partial l},$$

$$\bar{r}_{1gg}^1 = \frac{\partial^2 \bar{r}_1^1}{\partial \mathcal{G} \partial \mathcal{G}}, \quad \bar{r}_{1ll}^1 = \frac{\partial^2 \bar{r}_1^1}{\partial l \partial l}, \quad \bar{r}_{1gl}^1 = \frac{\partial^2 \bar{r}_1^1}{\partial \mathcal{G} \partial l}.$$

Коэффициенты первой квадратичной формы поверхности

$$E = \bar{r}_{1g}^1 \bar{r}_{1g}^1, \quad F = \bar{r}_{1g}^1 \bar{r}_{1l}^1, \quad G = \bar{r}_{1l}^1 \bar{r}_{1l}^1,$$

$$g = \sqrt{EG - FF}.$$

Орт нормали поверхности

$$\bar{e}_1^1 = \frac{(\bar{r}_{1g}^1 \times \bar{r}_{1l}^1)}{g}.$$

Коэффициенты второй квадратичной формы

$$L = \bar{e}_1^1 \bar{r}_{1gg}^1, \quad M = \bar{e}_1^1 \bar{r}_{1gl}^1, \quad N = \bar{e}_1^1 \bar{r}_{1ll}^1.$$

Выбрать два взаимно перпендикулярных направляющих орта в касательной плоскости поверхности Σ_1

$$\bar{i}_s = h_g \bar{r}_{1g}^1 + h_l \bar{r}_{1l}^1, \quad \bar{i}_q = q_g \bar{r}_{1g}^1 + q_l \bar{r}_{1l}^1.$$

Рекомендуется принять

$$h_g = \frac{1}{\sqrt{E}}, \quad h_l = 0,$$

$$q_g = -\frac{F}{g\sqrt{E}}, \quad q_l = \frac{E}{g\sqrt{E}}.$$

Кривизны χ_s^1 , χ_q^1 и относительное кручение τ_{qs}^1 поверхности Σ_1 вдоль ортов \bar{i}_s и \bar{i}_q

$$\chi_s^1 = Lh_g h_g + 2Mh_g h_l + Nh_l h_l,$$

$$\chi_q^1 = Lq_g q_g + 2Mq_g q_l + Nq_l q_l,$$

$$\tau_{qs}^1 = Lh_g q_g + M(h_g q_l + h_l q_g) + Nh_l q_l.$$

4. Скорость относительного движения звеньев

Определить скорость относительного движения. Для точки контакта сопряженных поверхностей Σ_1 и Σ_2 выполняются условия

$$\bar{r}_1^1 = M_{1c}(\varphi_1)M_{c2}(\varphi_2)\bar{r}_2^2;$$

$$\bar{r}_2^2 = M_{2c}(\varphi_2)M_{c1}(\varphi_1)\bar{r}_1^1;$$

которое описывает движение звеньев относительно друг друга. Будем считать, что φ_1 - обобщенная независимая координата. Продифференцировав первое условие по этому параметру, получим аналог скорости движения звена 2 относительно звена 1

$$\bar{V}_1^2 = \left(\frac{\partial M_{1c}}{\partial \varphi_1} M_{c2} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial \varphi_1} M_{1c} \frac{\partial M_{c2}}{\partial \varphi_2} \right) \bar{r}_2^2.$$

Подставив значение \bar{r}_2^2 из второго условия.

$$\bar{V}_1^2 = \left(\frac{\partial M_{1c}}{\partial \varphi_1} M_{c1} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial \varphi_1} M_{1c} \frac{\partial M_{c2}}{\partial \varphi_2} M_{2c} M_{c1} \right) \bar{r}_1^1.$$

Введем обозначения

$$L_{V,1}^1 = \frac{\partial M_{1c}}{\partial \varphi_1} M_{c1}; \quad L_{V,2}^1 = M_{1c} \frac{\partial M_{c2}}{\partial \varphi_2} M_{2c} M_{c1}; \quad i_{21} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \varphi_1};$$

$$L_V^1 = L_{V,1}^1 + i_{21} L_{V,2}^1;$$

и представим аналог скорости относительного движения звена 2 в виде

$$\bar{V}_1^2 = L_V^1 \bar{r}_1^1.$$

Для кулачковых механизмов за независимую обобщенную координату принять параметр φ_2 и матрицу аналога скорости представить в виде

$$L_v^1 = i_{12} L_{V,1}^1 + L_{V,2}^1, \quad i_{12} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \varphi_2}.$$

5. Уравнение связи параметров

Это уравнение устанавливает зависимость между криволинейными координатами поверхности Σ_1 и обобщенной координатой движения φ_1 и определяется из выражения

$$f(\mathcal{G}, l, \varphi_1) = (\bar{e}_1^{1T} L_V^1 \bar{r}_1^1) = 0 .$$

6. Уравнение поверхности звена 2

Уравнение поверхности Σ_2 звена 2 в неявном виде

$$\bar{r}_2^2 = M_{2c}(\varphi_2) M_{c1}(\varphi_1) \bar{r}_1^1(\mathcal{G}, l) ;$$

$$\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1) ;$$

$$f(\mathcal{G}, l, \varphi_1) = 0 .$$

7. Расчет кривизны сопряженных поверхностей

Определить кривизны и относительное кручение поверхности Σ_2 вдоль ортов \bar{i}_s и \bar{i}_q . Эти параметры определяются из соотношений

$$\chi_s^1 - \chi_s^2 = \alpha_s \alpha_s / q ;$$

$$\chi_q^1 - \chi_q^2 = \alpha_q \alpha_q / q ;$$

$$\tau_{sq}^1 - \tau_{sq}^2 = \alpha_s \alpha_q / q ;$$

где

$$\alpha_s = \chi_s^1 (\bar{i}_s^T L_V^1 \bar{r}_1^1) + \tau_{sq}^1 (\bar{i}_q^T L_V^1 \bar{r}_1^1) + (\bar{i}_s^T L_V^1 \bar{e}_1^1) ;$$

$$\alpha_q = \tau_{sq}^1 (\bar{i}_s^T L_V^1 \bar{r}_1^1) + \chi_q^1 (\bar{i}_q^T L_V^1 \bar{r}_1^1) + (\bar{i}_q^T L_V^1 \bar{e}_1^1) ;$$

$$d = - \left(\bar{e}_1^{1T} \frac{\partial L_V^1}{\partial \varphi_1} \bar{r}_1^1 \right) ;$$

$$q = d + \alpha_s (\bar{i}_s^T L_V^1 \bar{r}_1^1) + \alpha_q (\bar{i}_q^T L_V^1 \bar{r}_1^1) .$$

8. Расчет координат точек профиля и радиусов кривизны

Расчет координат точек контакта поверхностей Σ_1 и Σ_2 и кривизны поверхностей в этих точках выполнить для торцевых профилей (сечений поверхности плоскостью $x_c O y_c, l=0$).

Результаты расчетов представить в виде таблицы, в которой также привести

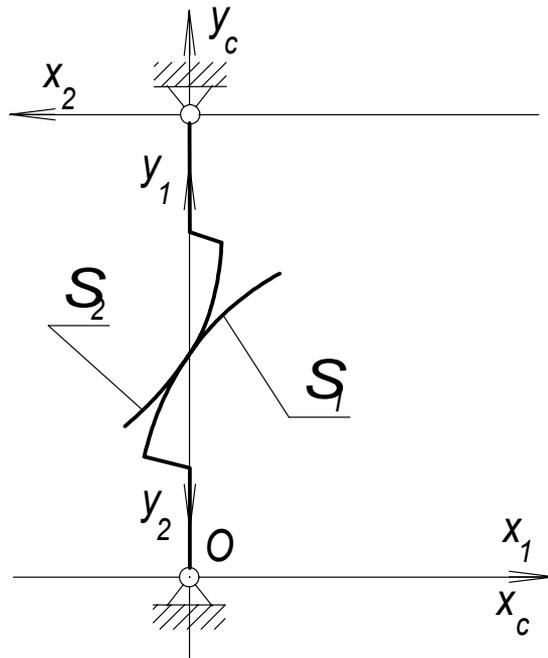


Рис. 2. Положение систем координат в начальном положении

значения параметров d и q . Профили Σ_1 и Σ_2 привести на чертеже, расположение систем координат должно соответствовать положению при значении $\varphi_1 = 0$ (см. рис. 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. –М.: Наука, 1968. 584 с.
2. Литвин Ф.Л. Проектирование механизмов и деталей приборов. –Л.: Машиностроение, 1973. –696 с.
3. Фролов К.В. и др. Теория механизмов и машин : Учеб. Для студентов вузов. – [4-е изд., испр. и доп.] –М.: Высшая школа, 2002
4. Заблонский К.И. и др. Теория механизмов и машин. –М.: Машиностроение, 1989, 432 с.
5. Рашевский П.К. Дифференциальная геометрия. ГОНТИ, 1939.
6. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. – М., Станкин, 1999

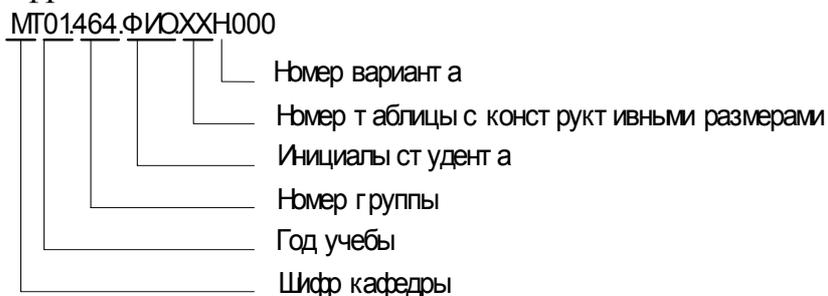
ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Исходными данными для расчетно-графической работы являются:

1. кинематическая схема механизма.
2. конструктивные основные размеры механизма.

Эти данные выдаются студенту преподавателем в виде шифра.

Структура шифра



Исходные данные, необходимые для выполнения работы, помещены в таблицах 1, ..., 6. Кинематические схемы механизмов приведены в таблице 7. Номер схемы задается в таблице с конструктивными размерами.

Таблица 1. Передачи зубчатые внешнего зацепления

№ пп	Функция положения	R мм	R мм	h или ρ мм	α град	№ схемы
1	$\psi = \rho * r / R$	30	40	5	30	1
2		30	60	3	25	
3		40	30	4	25	
4		60	30	4	20	
5		30	40	3		2
6		30	60	5		
7		40	30	4		
8		60	30	6		

Таблица 2. Передачи зубчатые внутреннего зацепления

№ пп	Функция положения	r мм	R мм	ρ мм	№ схемы
1	$\psi = \rho * r / R$	30	60	6	3
2		50	125	15	
3		40	80	8	
4		22	100	8	
5		75	30	6	4
6		80	40	8	
7		100	25	8	
8		125	50	10	

Таблица 3. Передачи реечные

№ пп	Функция положения	r мм	h мм	ρ мм	α град	№ схемы
1	S=r*φ	30	3		10	5
2		50	4		15	
3		25	3		20	
4		40	4		25	
5		50		15		6
6		60		10		
7		32		4		
8		25		2		
9		32		0		
10		25		0		
11		40		0		

Таблица 4. Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем

№ пп	Функция положения	S ₀ мм	h мм	ρ / α мм/град	Φ град	№ схемы
1	$S = S_0 + h \left(1 - \sin \left(\frac{\pi}{\Phi} \varphi \right) \right)$	20	0	10	180	7
2		30	10	8	270	
3		40	5	8	270	
4		50	10	10	200	
5	$S = S_0 + \begin{cases} 2h \left(\frac{\varphi}{\Phi} \right)^2 - \text{при } \varphi < \frac{\Phi}{2} \\ h \left[1 - 2 \left(\frac{\varphi}{\Phi} \right)^2 \right] - \text{при } \varphi \geq \frac{\Phi}{2} \end{cases}$	35	4	6	180	
6		45	5	6	250	
7		28	-3	5	270	
8		50	-4	8	300	
9	$S = S_0 + h \left(1 - \sin \left(\frac{\pi}{\Phi} \varphi \right) \right)$	25	-6	30	90	8
10		32	5	20	180	
11		40	-4	15	270	
12		50	6	0	245	
13	$S = S_0 + h \left[\frac{\varphi}{\Phi} - 2\pi \sin \left(2\pi \frac{\varphi}{\Phi} \right) \right]$	32	3	10	90	
14		32	-4	15	180	
15		40	-5	20	145	
16		60	6	-20	250	

Таблица 5. Кулачковый механизм с коромысловым толкателем (схема № 9)

№ пп	Функция положения	a мм	R мм	ρ мм	ψ ₀ град	h град	Φ град
1	$\psi = \psi_0 + h \sin \frac{\varphi}{2}$ $0 \leq \varphi \leq \Phi$	40	40	8	20	30	180
2		60	55	8	30	25	120
3		50	50	10	25	45	90
4							
5	$\psi = \psi_0 + \frac{h}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{\Phi} \varphi \right) \right]$ $0 \leq \varphi \leq \Phi$	56	40	6	25	40	180
6		63	40	6	35	30	90
7		40	56	6	30	35	270
8	$\psi = \psi_0 + \frac{h}{2} \sin \left(\frac{2\pi}{\Phi} \varphi \right)$ $0 \leq \varphi \leq \Phi$	45	50	6	40	32	360
9		50	50	8	35	40	270
10		80	85	10	45	25	180
11	$\psi = \psi_0 + h \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{0.25\pi}{\Phi} \varphi \right)$ $0 \leq \varphi \leq \Phi$	90	100	12	30	35	90
12		75	80	10	25	25	145
13		60	60	10	20	30	120

Таблица 6. Кулачковый механизм с коромысловым толкателем (схема № 10)

№ пп	Функция положения	a мм	b мм	α мм	ψ ₀ град	h град	Φ град
1	$\psi = \psi_0 + h \cdot \left(\frac{\varphi}{\Phi} \right)$ $0 \leq \varphi \leq \Phi$	40	40	8	20	30	180
2		60	55	8	30	25	120
3		50	50	10	25	45	90
4	$\psi = \psi_0 + \frac{h}{2} \cdot \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{\Phi} \varphi \right) \right]$ $0 \leq \varphi \leq \Phi$	56	40	6	25	40	180
5		63	40	6	35	30	90
6		40	56	6	30	35	270
7	$\psi = \psi_0 + \frac{h}{2} \cdot \exp \left(\frac{\varphi}{\Phi} \right)$	45	50	6	40	32	360
8		50	50	8	35	40	270
9		80	85	10	45	25	180

Таблица 7. Кинематические схемы механизмов.

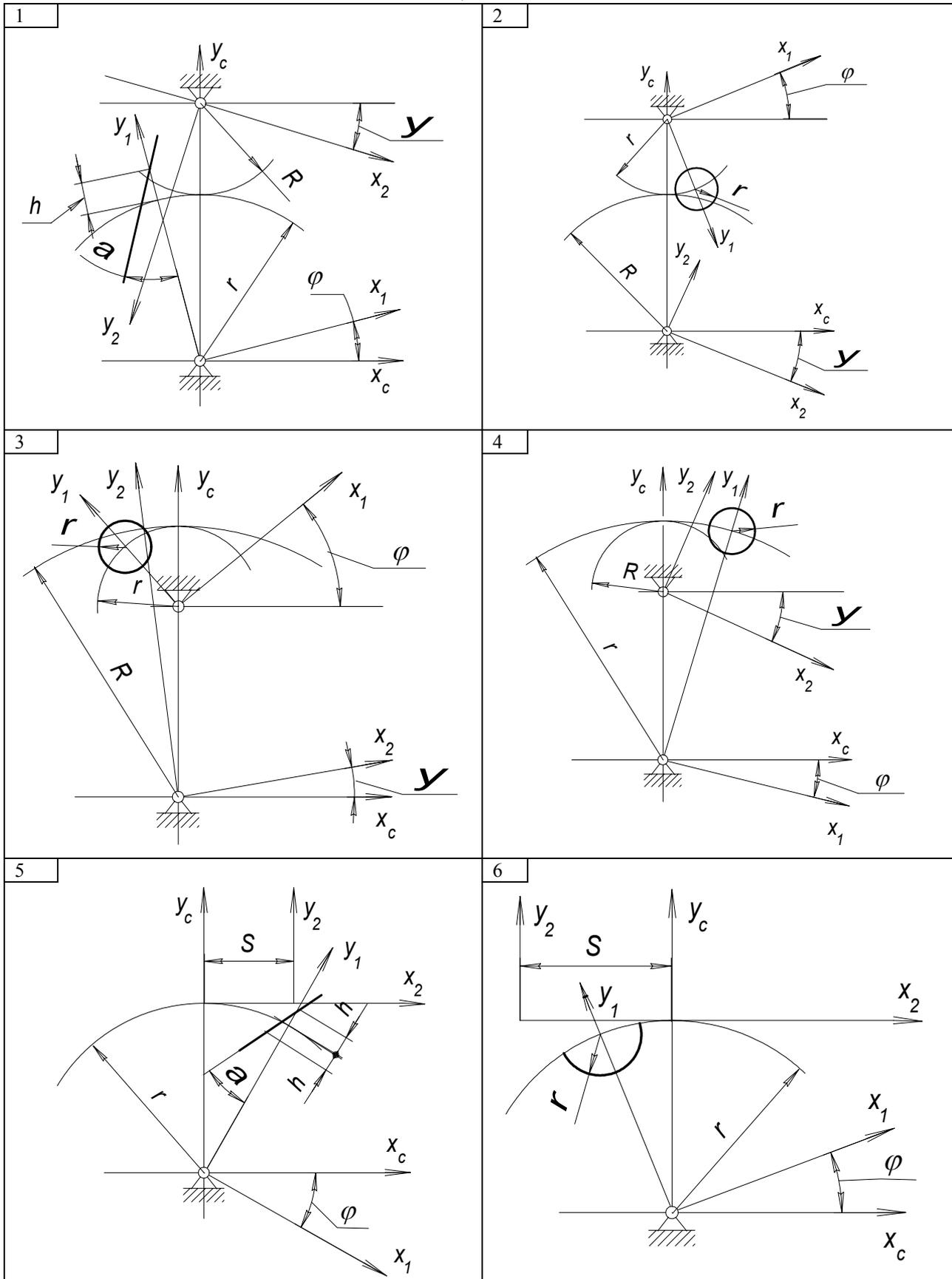
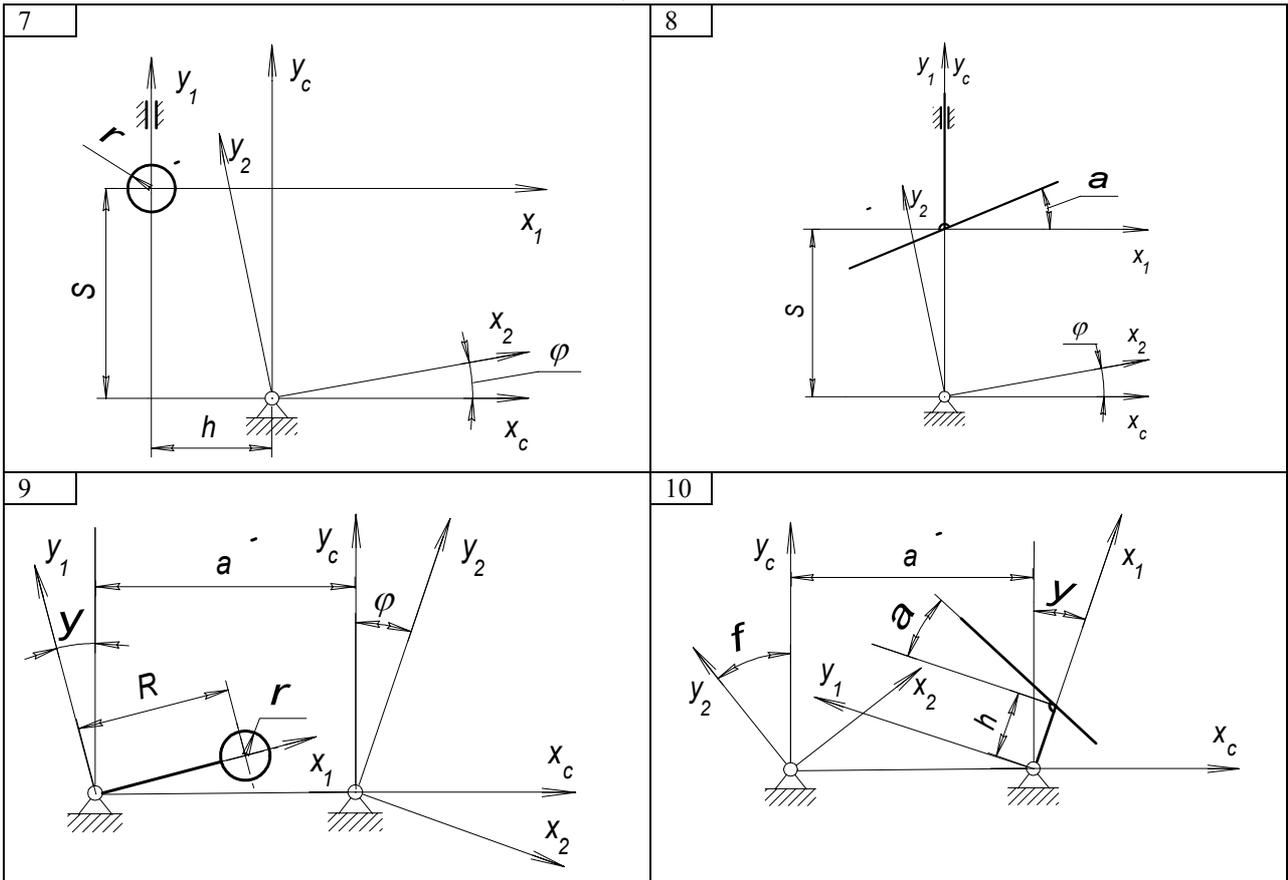


Таблица 7. Кинематические схемы механизмов.



СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Порядок выполнения работы	4
Литература	10
Исходные данные	11

Виталий Давыдович Брицкий
Борис Павлович Тимофеев
**СИНТЕЗ И АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА
С ВЫСШЕЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПАРОЙ**
Методические указания к выполнению
расчетно-графической работы

В авторской редакции

Комплексный набор, верстка, дизайн

В.Д.Брицкий

Редакционно-издательский отдел Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики.

Зав. редакционно-издательским отделом

Н.Ф.Гусарова

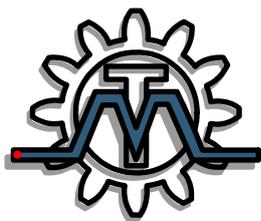
Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99

Подписано к печати 10.03.04

Отпечатано на ризографе

Заказ № 739

Тираж 100 экз.



История кафедры

Кафедра Мехатроники, одна из старейших кафедр СПбГУ ИТМО, история которой начинается с 30-х годов XX века. Первое упоминание о прародительнице кафедры Мехатроники содержится в приказе № 18 от 3.10.1930 по Учебному комбинату точной механики и оптики: “доцент Замыцкий Н.Н. назначен с 1.10.1930 заведующим кафедрой Детали машин института точной механики и оптики”. Важным этапом было существование в 30-х годах кафедры «Сопротивление материалов и детали машин», поскольку речь шла уже не только о выборе схемы устройства (машины, прибора), но и об определении размеров и формы деталей при прочностном расчете. Руководил кафедрой в то время виднейший ученый в области строительной механики Ягн Юлий Иванович.

С 1945 г. руководство кафедрой осуществляет Николай Иоасафович Колчин, крупнейший ученый механик в самом широком смысле этого слова. Он расширил и обогатил исследовательскую и преподавательскую деятельность кафедры методами Теории машин и механизмов. Нельзя не сказать, что Н.И. Колчин был в той или иной мере учителем трех последующих заведующих кафедрой – Ф.Л. Литвина, К.И. Гуляева и ныне возглавляющего кафедру Мехатроники Б.П. Тимофеева.

С 1951 года, заведующим кафедрой Теории механизмов и деталей машин, становится Рифтин Л.П. Именно в этот момент учебная и научная деятельность кафедры приобрела черты синтетической научной дисциплины, где выбор схем машины, прибора, устройства сопровождался учетом не только геометро-кинематических, но и динамических, прочностных характеристик.

1964 год: “Ректорат и Совет ЛИТМО поручили профессору Литвину Ф.Л. провести реорганизацию кафедры Теории механизмов и деталей машин в кафедру приборостроительного типа, закладывающую основы конструкторской подготовки специалистов, выпускаемых ЛИТМО”. Во время заведования кафедрой Литвиным Ф.Л. была создана лабораторная база с оригинальными лабораторными установками, написаны многочисленные методические пособия, разработаны и изготовлены учебные стенды, макеты устройств и прозрачные модели, отвечающие современным требованиям учебного процесса в высшей школе.

В начале 1979 года заведующим кафедрой становится профессор Гуляев К.И. По своей направленности, кафедра остается общеинженерной.

В 1989 году Тимофеев Б.П. приступил к заведыванию общеинженерной кафедрой Теории механизмов и деталей приборов, преобразовав её в 1991 году в выпускающую кафедру Мехатроники. Мы были первыми на территории бывшего СССР. Лишь в 1994 году специальность 071800 «Мехатроника» появилась в официальном списке специальностей. Первый Государственный стандарт специальности (1995 г.) был во многом основан на нашем учебном плане. С 2000 года университет имеет лицензию на образовательную деятельность по специальности «Мехатроника».

В 2000 году было образовано научное направление «Мехатроника и робототехника».

“Мехатроника - это область науки и техники, основанная на синергетическом объединении узлов точной механики с электронными, электротехническими и компьютерными компонентами, обеспечивающими проектирование и производство качественно новых модулей, систем, машин и систем с интеллектуальным управлением их функциональными движениями”.