

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**



ПОБЕДИТЕЛЬ КОНКУРСА ИННОВАЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ ВУЗОВ

**В.М. Мусалимов, А.А. Сизова, Е.К. Иванов,
Н.А. Крылов, А.Л. Ткачёв**

ОСНОВЫ ТРИБОНИКИ

Учебное пособие



**Санкт-Петербург
2009**

УДК 620.179:621.81:531.19

**Мусалимов В.М., Сизова А.А., Иванов Е.К., Крылов Н.А.,
Ткачёв А.Л.** Основы трибоники. – С-Пб: СПбГУ ИТМО. 2009, 77 с.

В издании рассматриваются вопросы экспериментального исследования динамики фрикционного взаимодействия сопряженных элементов конструкций деталей машин и приборов. Раскрывается процедура идентификации полученных экспериментальных данных. В качестве экспериментальной базы используется разработанная коллективом кафедры мехатроники трибометрическая система «Трибал», позволяющая в режиме реального времени получать динамические характеристики узла трения.

Пособие предназначено для аспирантов и студентов по специальности 220401 «Мехатроника»

Ил. 73

Рецензенты: д.т.н., проф. Валетов В.А. (СПбГУ ИТМО)
д.т.н., проф. Скотникова М.А. (ПИМаш-ЛМЗ-ВТУЗ)

Рекомендовано к печати Ученым советом факультета Точной механики и технологий.

Протокол № 4 от 08.12.2009



СПбГУ ИТМО стал победителем конкурса инновационных образовательных программ вузов России на 2007-2008 годы и успешно реализовал инновационную образовательную программу «Инновационная система подготовки специалистов нового поколения в области информационных и оптических технологий», что позволило выйти на качественно новый уровень подготовки выпускников и удовлетворять возрастающий спрос на специалистов в информационной, оптической и других высокотехнологичных отраслях науки. Реализация этой программы создала основу формирования программы дальнейшего развития вуза до 2015 года, включая внедрение современной модели образования.

©Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, 2009

©Мусалимов В.М., Сизова А.А., Иванов Е.К.,
Крылов Н.А., Ткачёв А.Л., 2009

Введение

При решении научных, инженерных и производственных задач возникает необходимость в получении объективной количественной и качественной информации о состоянии сопряжения поверхностей. Это основная задача науки – Трибологии.

В число таких задач входят: выбор смазочных материалов; определение температуры в зонах трения; оценка режимов смазки работающего узла трения; определение степени износа трущихся поверхностей; оптимизация параметров микро- и макрогеометрии рабочих поверхностей деталей.

Не менее важной задачей является получение качественной и количественной информации, а также визуализации процессов в зонах трения при проведении экспериментального исследования. Анализ состояния исследования показывает, что существует целый ряд основанных на различных физических принципах методов.

Можно условно разделить существующие типовые методы на четыре группы, исследование которых производится в условиях, приближенных к реальным.

К первой группе относятся методы (рис. 1.1), основанные на моделировании условий нагружения трибосопряжений с возвратно-поступательным движением трущихся тел (пары трения газораспределительный клапан - втулка - седло, суппорт - направляющая, цилиндр - поршневое кольцо, плунжер - втулка, колодка магниторельсового тормоза - рельс и т. д.). Основная задача первой группы – производить исследования типа плоскость – плоскость.

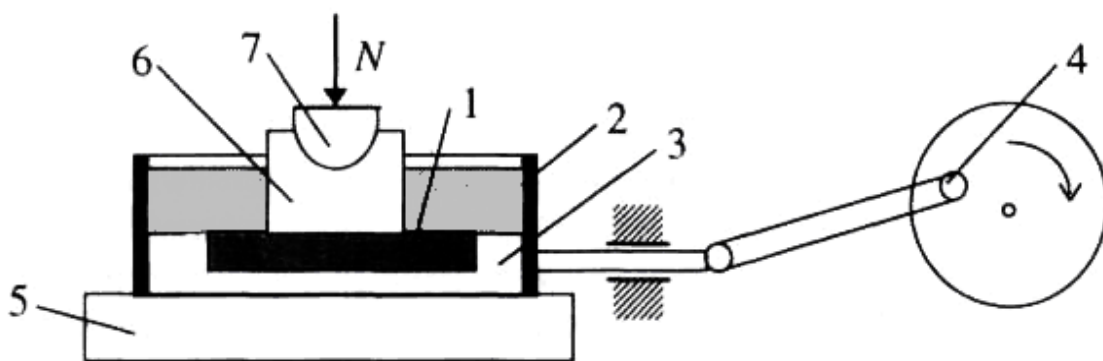


Рис. 1.1. Первая группа методов:

- 1 – испытуемый образец; 2 – ванна; 3 – ползун;
- 4 – кривошипный механизм; 5 – неподвижное основание;
- 6 – нагрузка на верхний образец; 7 – полуцилиндр

Вторая группа типовых методов (рис. 1.2), позволяет моделировать режимы эксплуатации зубчатых колес, подшипников скольжения и качения, фрикционных накладок, пар трения колесо-рельс и других трибосоп-

ряжений. В качестве подвижного образца применяют вращающийся цилиндр, а сопрягаемый с ним неподвижный или подвижный образец имеет форму полого цилиндра с плоской или криволинейной поверхностью трения. Данный метод позволяет производить исследования при трении качения.

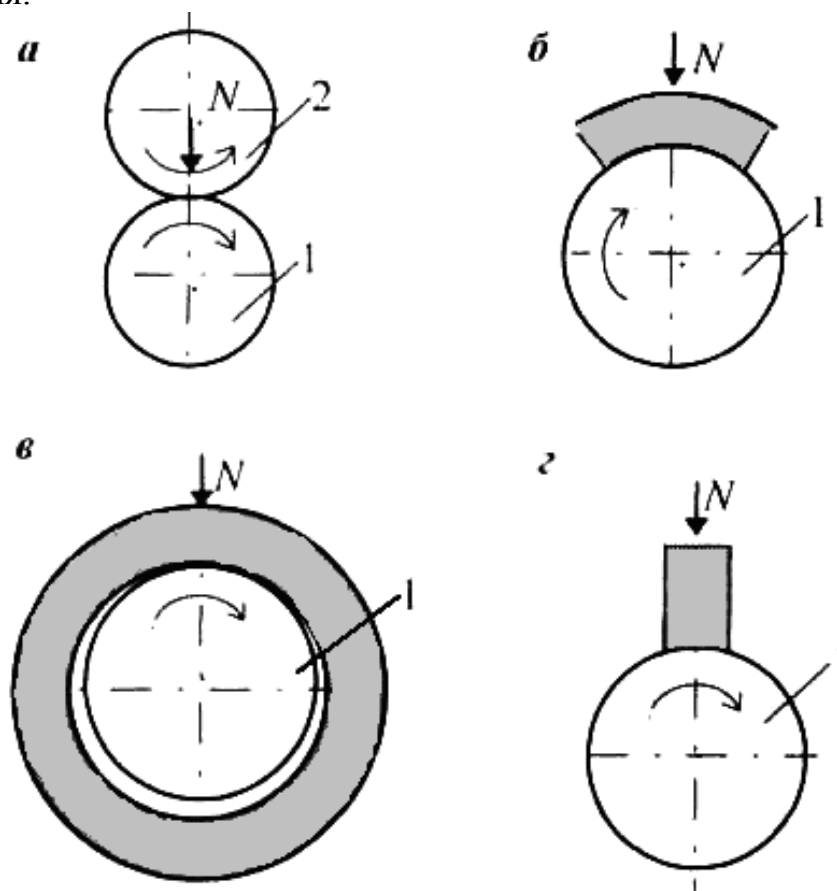


Рис. 1.2. Вторая группа методов

Третья группа методов (рис. 1.3) позволяет моделировать условия нагружения материалов торцевых уплотнений, дисков сцепления, упорных подшипников, дисковых тормозов и других узлов трения. Трущиеся тела в этих машинах трения могут быть выполнены в виде шайб, полых цилиндров, цилиндров и диска, контактирующих плоскими поверхностями.

К четвертой группе (рис. 1.4) можно отнести методы для моделирования трения и изнашивания нитей, волокон, канатов, тканей и сопрягаемых с ними деталей. В этих методах используют схемы контакта двух перекрещивающихся цилиндров.

Такая схема достаточно проста в реализации и обеспечивает возможность создания значительных давлений в зоне контакта.

В последние годы интенсивно разрабатываются многофункциональные микротрибометры, в которых входные и выходные параметры трибосистемы задаются и регистрируются с помощью микропроцессоров, что позволяет проводить испытания металлов, керамики, полимеров и композитов при граничном и жидкостном трении, трении без смазочных материалов.

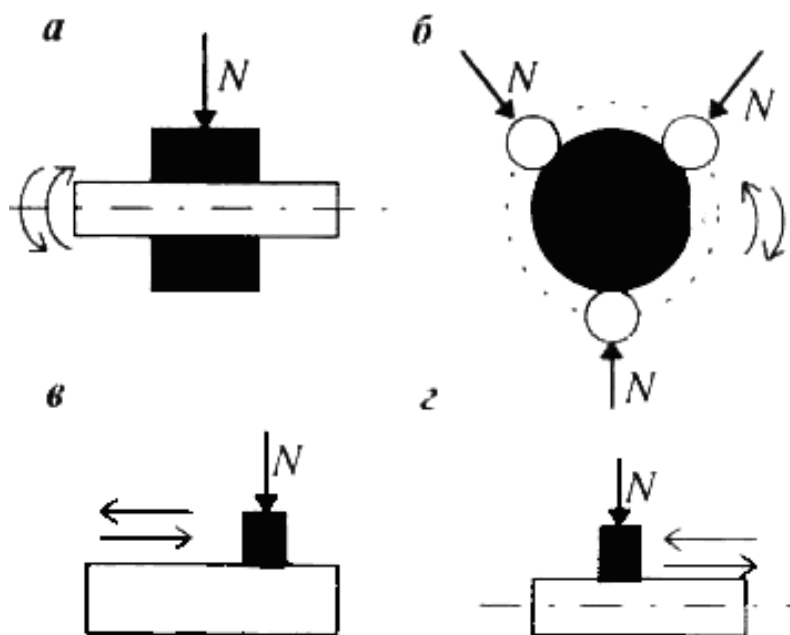


Рис. 1.3. Третья группа методов. (а) Вал – втулка;
 (б) вал, при возвратно-вращательном движении и три цилиндра;
 (в) вал и цилиндр при возвратно-поступательном движении;
 (г) вал при возвратно-поступательном скольжении контртела

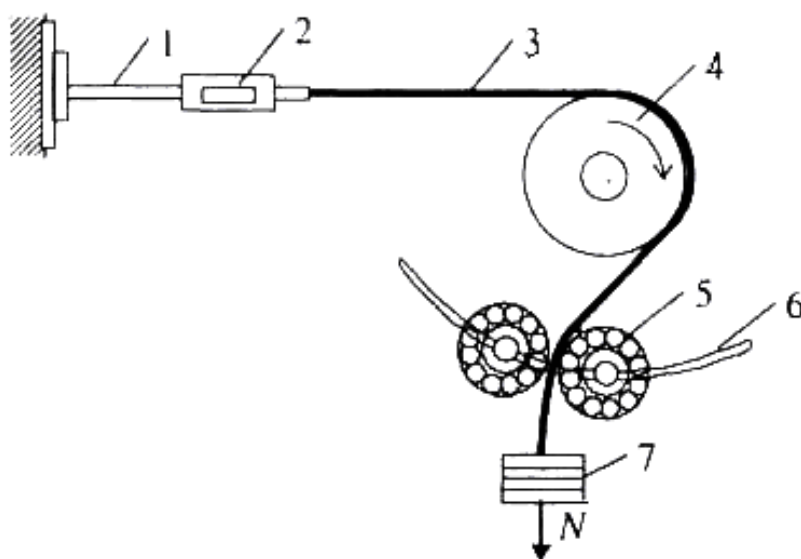


Рис. 1.4. Четвёртая группа методов.
 1 – консольная балка; 2 – тензометрическое кольцо; 3 – волокно;
 4 – вращающийся цилиндр; 5 – отклоняющее устройство;
 6 – дугообразная направляющая; 7 – груз

Описанные методы составляют далеко не полный перечень трибологических исследований. Существует большое число установок и приборов, представляющих собой единичные образцы, предназначенные для решения отдельных исследовательских задач, моделирования условий эксплуатации конкретных узлов трения машин и механизмов.

Подводя итог вышеизложенным методам, можно сказать, что воз-

можные нововведения в исследовании процессов на данный момент мало чем отличаются от описанных выше. В то же время, каждый из методов лишь в большей или меньшей степени характеризует различные стороны сложных процессов и явлений, происходящих в зоне фрикционного контакта, и ни один из них не может дать исчерпывающей информации о состоянии объекта. Однако их недостатки компенсируются за счет сочетания возможностей различных методов.

На протяжении нескольких лет на кафедре Мехатроники ведется исследование основных трибологических параметров и систем на трибологическом комплексе «ТРИБАЛ», основанном на базе мехатронной системы.

Целью данной работы является разработка методики проведения экспериментальных исследований на установке «ТРИБАЛ» с использованием современных компьютерных технологий.

Цель связана с решением следующих задач:

- Разработка методики проведения эксперимента на установке «ТРИБАЛ»;
- Проведения экспериментальных исследований с использованием входного и выходного сигнала;
- Обработка полученных экспериментальных данных с использованием математического пакета MATLAB;
- Проведения анализа полученных данных;
- Усвоение студентами методики проведения эксперимента на установке «ТРИБАЛ», а также методики обработки полученных экспериментальных данных с использованием математического пакета MATLAB.

Глава 1. Экспериментальное определение трибологических характеристик взаимодействующих тел

1.1. Общая схема устройства для трибологических исследований

Кафедрой Мехатроники СПбГУ ИТМО разработано устройство для экспериментального определения трибологических и механических характеристик протяженных элементов гибких конструкций (кабелей, тросов, стеклянных волокон). В качестве аналога принято устройство для испытания материалов на трение, описанное в авторском свидетельстве [7]. Принята идея возвратно-поступательного движения испытуемых образцов относительно друг друга с разработанной измерительной системой [5]. Общая схема устройства приведена на рис. 2.1.

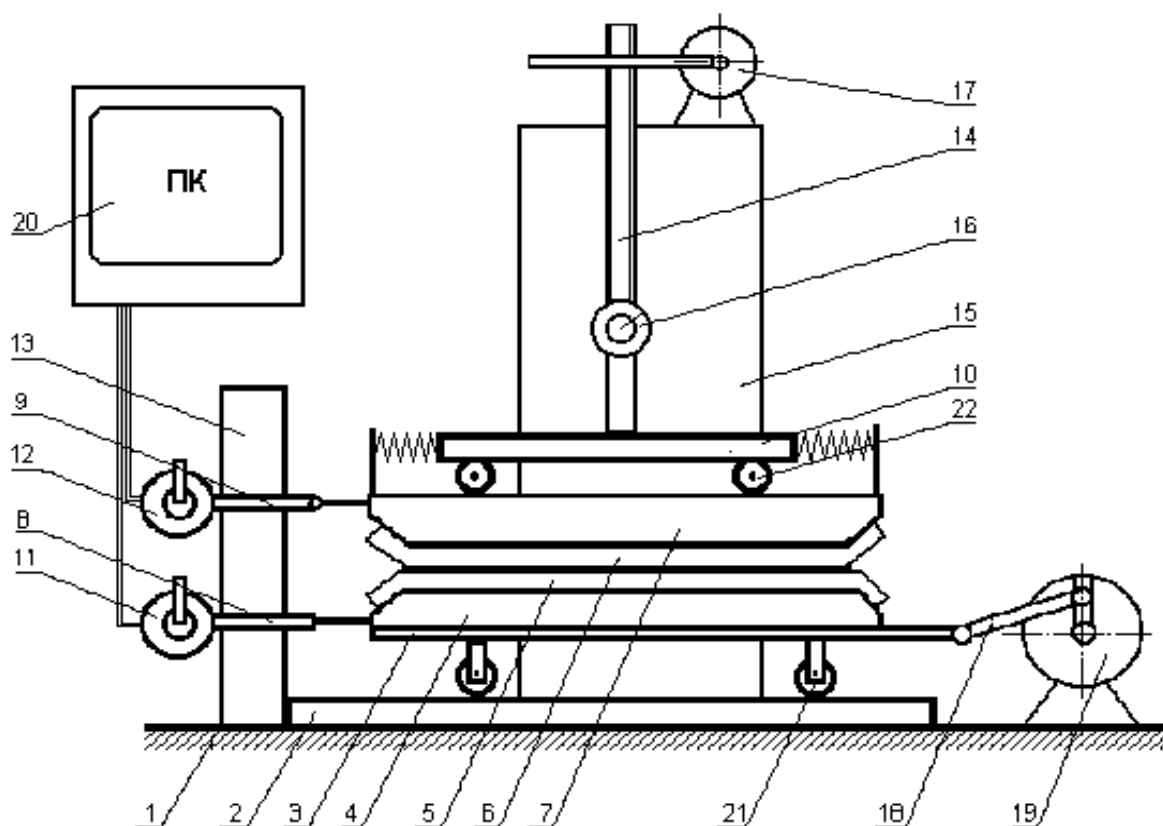


Рис. 2.1. Схема устройства для определения трибологических характеристик трущихся элементов конструкций

На основании 1 закреплены две направляющие 2, по которым движется ползун (платформа) 3. К ползуну жестко крепится держатель 4 образца 5. Держатель 7 образца 6 нагружается через шарикоподшипники 22 нагрузочной площадки 10 винтовым домкратом 14 определенной нагрузкой, измеряемой динамометром 16.

Нагружение производится двигателем 17, закрепленным на стойке 15. Перемещение нижнего держателя осуществляется двигателем 19 с помощью шатунно-кривошипного механизма 18 и фиксируется датчиком-

индикатором 11 через стержень 8, жестко соединенным с держателем 4. Сила трения, действующая на образцы, измеряется датчиком-индикатором 12, закрепленным на стойке 13. Информация с датчиков 11, 12 вводится в персональный компьютер 20.

Платформа представляет собой тележку на четырех катках 21, передвигающихся по направляющим 2. Платформа служит для закрепления на ней нижнего держателя 4 образца 5 и в то же время является ползуном в кривошипно-шатунном механизме, обеспечивающем ей возвратно-поступательное движение.

Нижний держатель 4 (рис. 2.1) жестко крепится к платформе 3. Верхний держатель 7 шарнирно связан тягой 9 с датчиком-индикатором 12, который закреплен на стойке 13. За счет сил трения между испытуемыми образцами верхний держатель может совершать возвратно-поступательные движения с проскальзыванием или без проскальзывания относительно нижнего держателя образцов.

Вертикальная нагрузка на образцы создается винтовым домкратом 14 (рис. 2.1), приводимым в движение реверсивным двигателем 17 через червячную передачу. Нагрузка фиксируется динамометром 16. Площадка 10, которая передает нагрузку на верхний держатель образцов, имеет катки 22, для того чтобы верхний держатель 7 имел возможность двигаться за счет сил трения между испытываемыми образцами.

1.2. Технические характеристики

| | |
|--|--------------|
| Сила нагружения..... | 3-30 Н |
| Коэффициент трения скольжения..... | 0,05-0,6 |
| Рабочий ход платформы с образцом | 1-5 мм |
| Частота перемещения платформы..... | 1-5 Гц |
| Условия эксплуатации..... | лабораторные |
| Персональный компьютер | |

1.3. Подготовка образцов

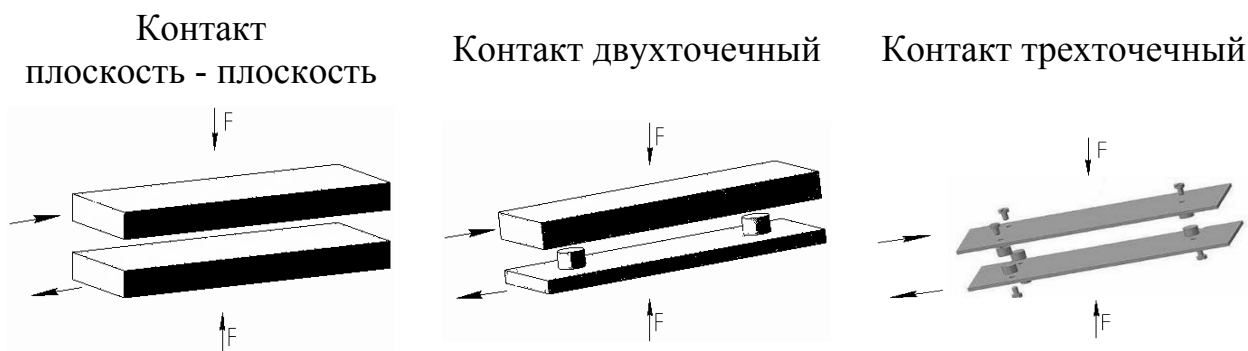


Рис. 2.2. Схемы контактного взаимодействия трущихся поверхностей

Для проведения испытаний используются образцы трех видов: плоские, двухточечные, трехточечные. В зависимости от типа используемых образцов крепление производится по следующим схемам (рис. 2.2):

1.4. Режимы работы установки

Существует четыре режима работы установки:

1 - режим полного отсутствия трения ($F_{тр} = 0$).

Образец, лежащий на платформе, движется, не касаясь контрообразца (рис. 2.3,а). Графики горизонтальных перемещений во времени этого режима представлены ниже (рис. 2.3,б).

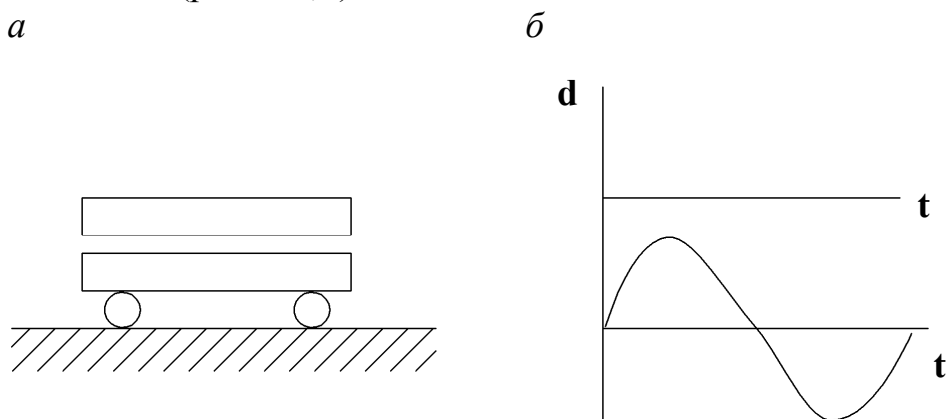


Рис. 2.3. Первый режим работы установки

2 - режим жесткого тела.

Усилие, действующее на нагрузочный стол таково, что образец и контрообразец движутся как одно целое, без сдвига фаз (рис. 2.4,а). В данном случае график горизонтальных перемещений выглядит иначе (рис. 2.4,б).

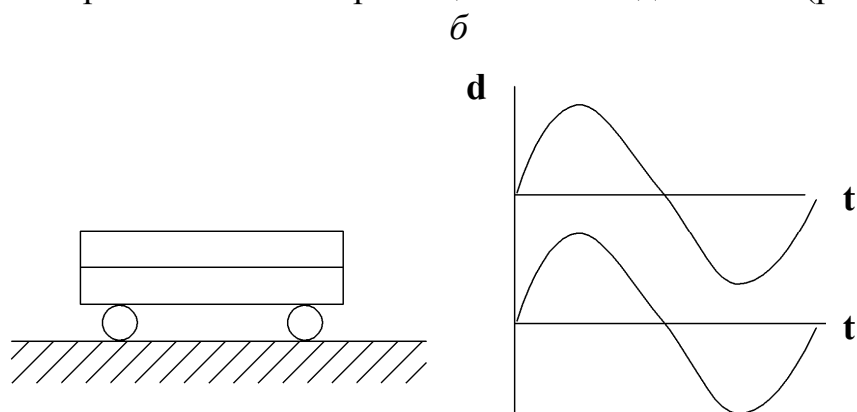


Рис. 2.4. Второй режим работы установки

Из графика видно, что отсутствует сдвиг фаз, а, следовательно, образцы движутся одновременно.

3 - режим сдвига фаз кривых перемещений.

При работе установки в этом режиме наблюдается их относительное движение с трением скольжения. Здесь присутствует трение.

При исследовании графиков горизонтального перемещения этого режима наблюдается сдвиг фаз кривых перемещений (рис. 2.5,б).

4 - режим трения и износа.

Контробразец неподвижно закреплен, а образец, закреплен на движущейся платформе. В данном случае наблюдается изнашивание (рис. 2.6,б).

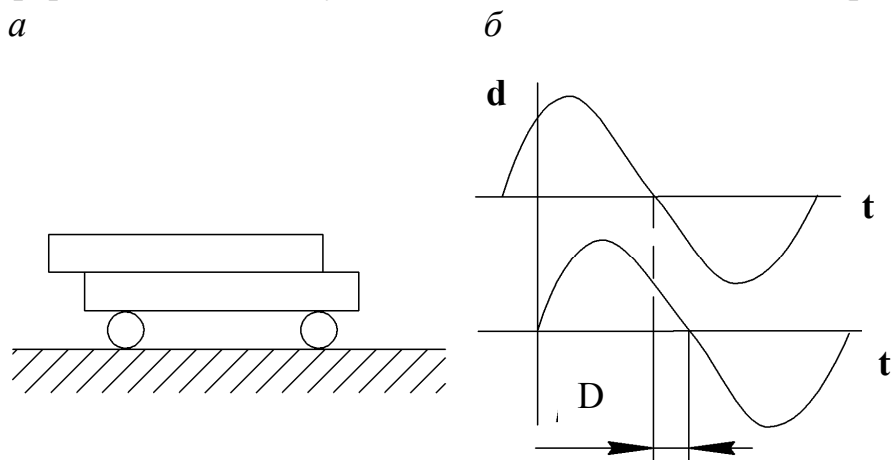


Рис. 2.5. Третий режим работы установки

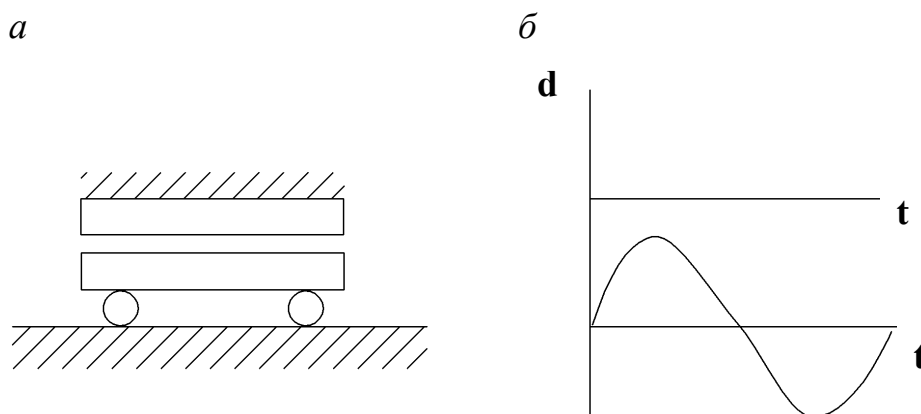


Рис. 2.6. Четвертый режим работы установки

1.5. Цифровой измеритель перемещения

В установке для испытаний материалов на трение непосредственно измеряется перемещение образцов. Для нижнего образца мы имеем координату перемещений, а для верхнего - его перемещения через упругий элемент, что дает возможность рассчитать действительную силу трения.

Разработанный на кафедре цифровой измеритель перемещения (ЦИП) (иначе датчик-индикатор), представляет собой конструктивно совмещенный оптико-механический датчик со стандартным измерительным индикатором часового типа, применяемым в машиностроении для точной установки деталей и инструментов при их обработке, для контроля и проверки деталей и узлов машин при сборке и наладке.

В датчике-индикаторе 11 (рис. 2.7) шуп измерительного индикатора жестко соединен с нижним держателем образцов 4, а в датчике-индикаторе 12 - шарнирно с верхним держателем образцов 7. Возвратно-

поступательное движение держателей образцов преобразуется измерительным индикатором во вращательное движение осей стрелок индикаторов, которые используются в оптико-механических датчиках.

Конструктивно индикатор часового типа представляет собой измерительную головку с продольным перемещением измерительного наконечника. Основанием этого индикатора (рис. 2.7,а) является корпус 13, внутри которого смонтирован преобразующий механизм - реечно-зубчатая передача. Через корпус 13 проходит измеритель - стержень-рейка 1 с измерительным наконечником 4. На стержне нарезана рейка (рис. 2.7,б), движения которой передаются реечным (5) и передаточным (7) зубчатыми колесами, а также трубкой 9 на основную стрелку 8. Величина поворота стрелки 8 отсчитывается по круговой шкале - циферблату. Для установки индикатора против отметки «0» круговая шкала поворачивается ободком 2.

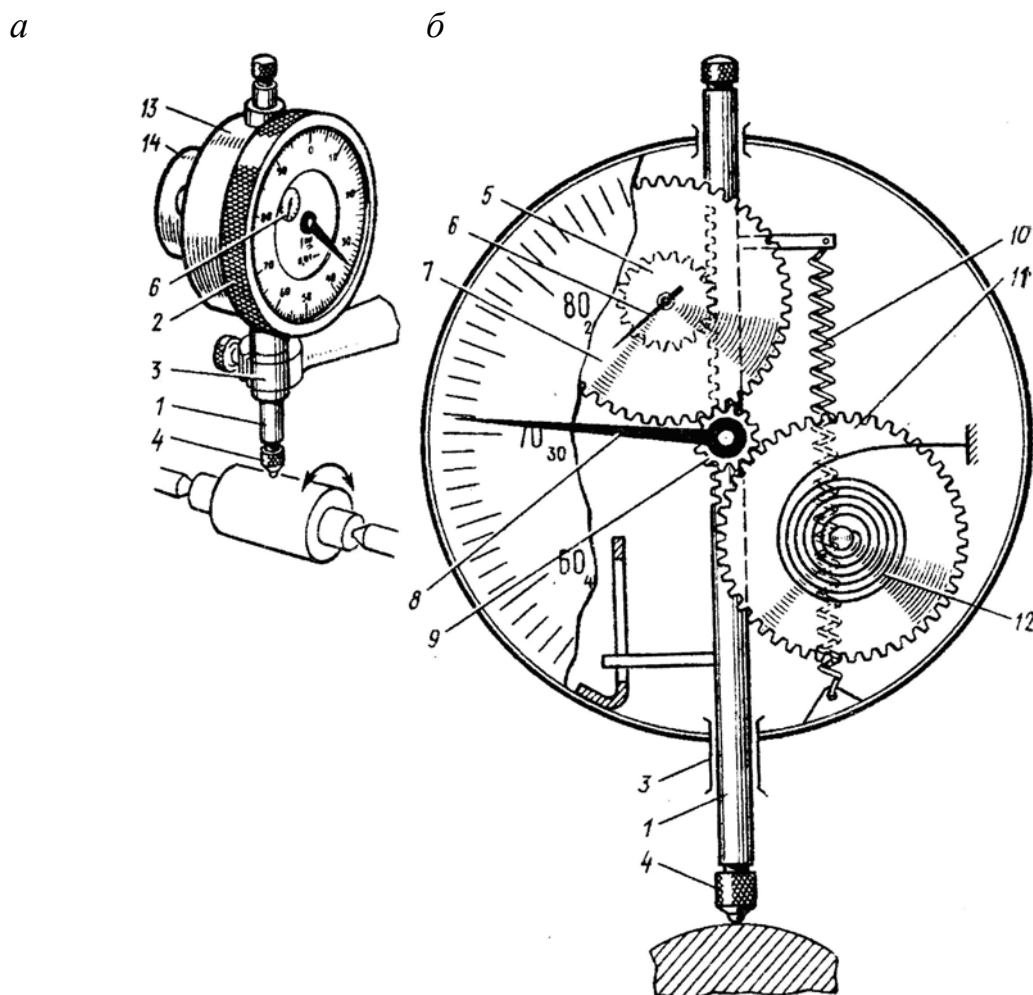


Рис. 2.7. Индикатор часового типа: а - общий вид; б - схема зубчатой передачи

Схема оптико-механического датчика приведена на (рис. 2.8). На ось 1 стрелки измерительного индикатора насажен легкий диск 2 с прорезями (прерыватель), через который проходит (или не проходит) поток инфракрасного излучения от соответствующего источника 3 (инфракрасный излучаю-

ший диод). При вращении диска поток излучения периодически прерывается, что регистрируется соответствующим фотодатчиком (фототранзистором). Каждый импульс прошедшего излучения расценивается как перемещение на один шаг по одной из координат (координате перемещений или координате сил).

Сигналы от датчиков обрабатываются специализированным микроконтроллером и передаются системе по последовательному интерфейсу.

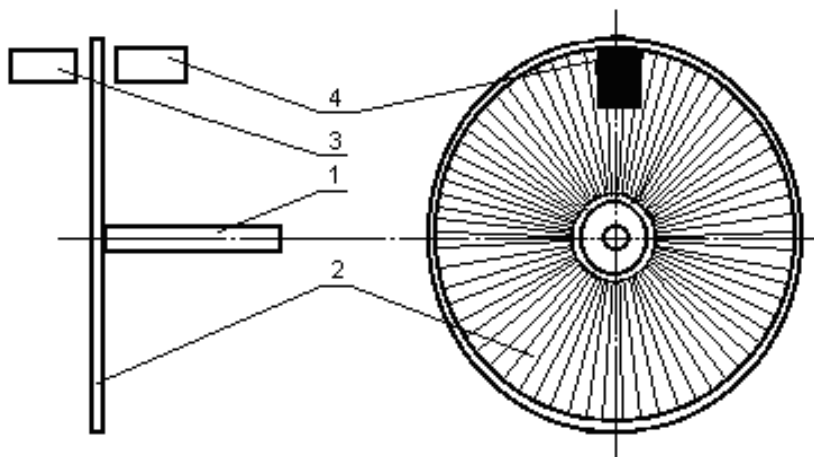


Рис. 2.8. Схема опико-механического датчика

1.6. Обратная связь

При проведении трибологических испытаний требуется поддержание в определенном диапазоне разности фаз в движении образцов или силы нагружения. Для этого, в установке «ТРИБАЛ» предусмотрена возможность введения обратной связи в контур нагружения. Блок управления установкой сконструирован таким образом, что управлять приводом нагружения можно как с помощью кнопок, имеющих на самом блоке, так и с помощью электрических сигналов, которые можно подавать от компьютера через блок вывода, имеющий нормированные выходы ($U = \pm 5 \text{ В}$, $I = 20 \text{ }\mu\text{А}$).

1.7. Работа установки

Установка ТРИБАЛ может работать по трем схемам.

В первом случае, проведение эксперимента при ручном управлении положением привода нагружения (рис. 2.9).

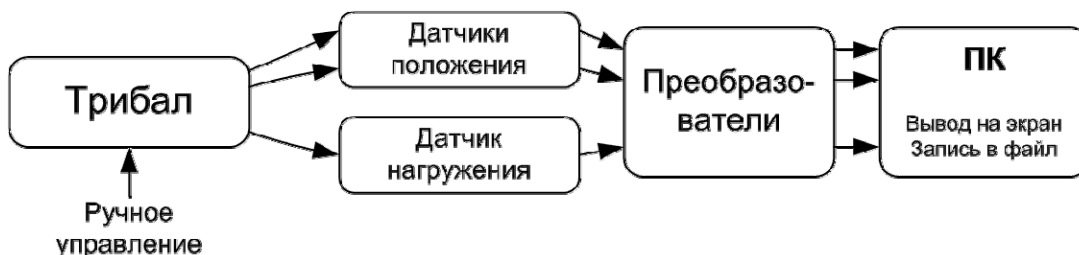


Рис 2.9. Ручное управление нагружением

Датчики регистрируют сигнал с верхнего и нижнего держателей образцов, данные выводятся в режиме реального времени на экран в виде двух графиков по отдельности, либо в режиме гистерезиса.

Во втором случае, эксперимент проводится при постоянной (в некотором диапазоне) разности фаз колебаний образцов (рис. 2.10). В таком эксперименте в контуре нагружения включается обратная связь. Проводится непрерывный анализ фаз колебаний образцов и, с помощью привода нагружения, он поддерживается на заданном уровне.

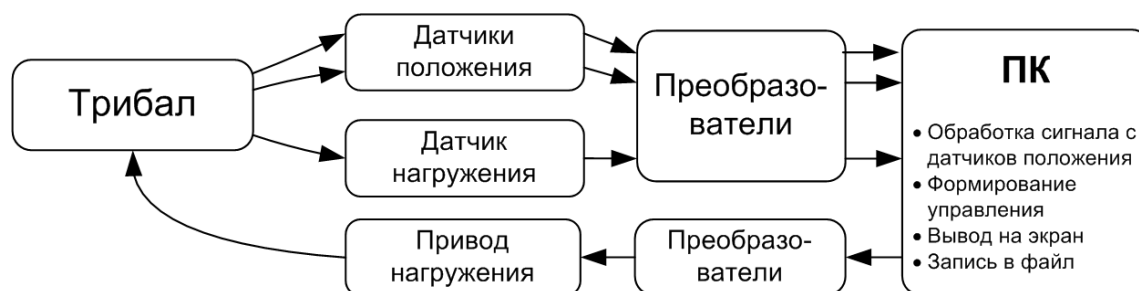


Рис 2.10. Управление по значению разности фаз колебаний образцов

Датчики регистрируют сигнал с верхнего и нижнего держателей образцов. С помощью специализированных алгоритмов данные выравниваются относительно нуля, из полученных данных извлекается информация о фазе. Затем, данные о фазах сравниваются. На основе этой информации генерируется управляющий сигнал, который через модуль вывода поступает на блок управления установкой и приводит в движение привод нагружения. В таком случае, на экран, помимо информации с датчиков положения держателей образцов, в режиме реального времени выводится текущее значение разности фаз колебаний, а также график изменения положения привода нагружения.

В третьем случае, эксперимент проходит при постоянном значении силы нагружения (рис. 2.11).

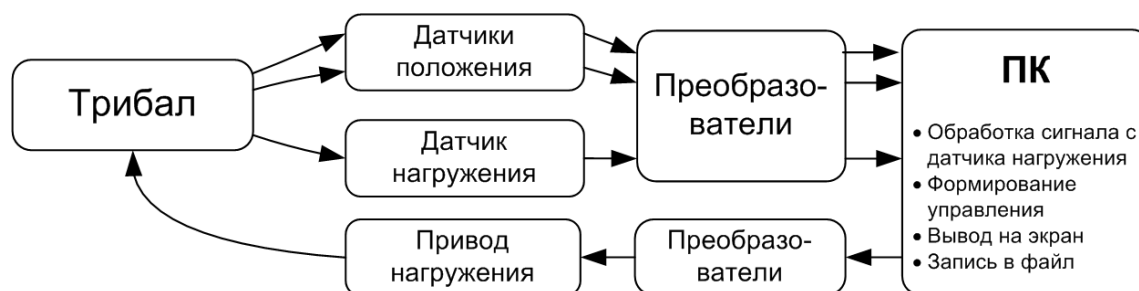


Рис 2.11. Управление по значению силы нагружения

Датчики регистрируют сигналы с верхнего и нижнего держателей образцов и с датчика силы нагружения. В качестве сигнала для обратной связи в этом случае используется сигнал с датчика силы нагружения. При его отклонении от заданного значения, вырабатывается сигнал управления,

который через модуль вывода поступает на блок управления установкой, приводит в движение привод нагружения, тем самым изменяя силу нагружения. На экран выводится информация с датчиков положения держателей образцов, график силы нагружения в ходе эксперимента и график положения привода нагружения.

При работе установки по любой из схем присутствует возможность записи всех данных с датчиков в файл для последующей обработки с помощью сторонних средств.

Таким образом, установка может работать в четырех режимах, образцы можно крепить тремя способами, имеется 2 датчика перемещений. На установку «Трибал» имеется четыре патента.

Трибал - это современная трибометрическая система, позволяющая в реальном режиме времени исследовать динамические характеристики трущихся трибопар. Студенты, обучающиеся по направлению приборостроение и специализирующиеся по мехатронике, должны освоить методику работы на установке. Методика подойдет как для проведения лабораторной работы, так и для научных исследований.

Глава 2. Моделирование динамики фрикционного взаимодействия тел с помощью программы System Identification Toolbox

При обработке и анализе экспериментальных данных удобно использовать графический интерфейс пакета System Identification, который запускается из режима командной строки командой `Ident`. В результате ее исполнения появляется диалоговое окно, показанное на рис. 3.1.

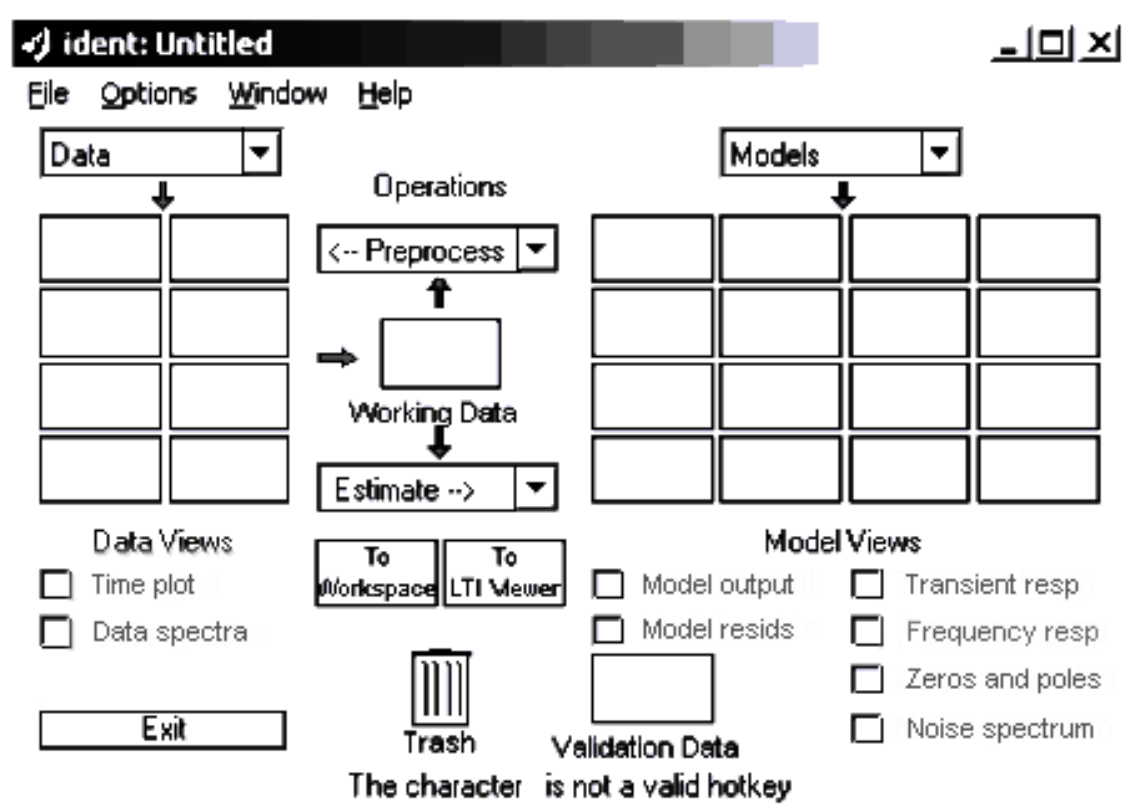


Рис. 3.1. Диалоговое окно графического интерфейса System Identification Toolbox

В режиме командной строки данные из текстового файла импортируются в MATLAB. Они загружаются в рабочую среду MATLAB массивом данных $u2$ (входные данные) и $y2$ (выходные данные), относящихся к исследованию трибологической пары, при этом $u2$ - смещение нижнего образца, а $y2$ - смещение (сила трения) верхнего образца. Загрузка в пакет идентификации осуществляется следующим образом.

В верхнем левом углу окна выбирается в раскрывающемся списке *Data* (Данные) вариант *Import*. Это приводит к открытию диалогового окна, показанного на рис. 3.2.

Введем в нем имя $u2$ в поле *Input (Вход)*, $y2$ — в поле *Output (Выход)*, в поле *Sampr, inter. (Интервал дискретизации)* зададим интервал дискретизации 0.08 , в строке *Data name (Имя данных)* укажем произвольное название, например «*Tribal*», а в поле *Notes (Примечания)* — какой-либо поясняющий текст. Затем нажмем кнопку *Import*. Далее нажатием кнопки *Close (Заккрыть)* закроем окно импорта данных. Указанные действия приведут к появлению в

в верхнем левом углу окна интерфейса значка в виде цветной линии, сопровождаемого надписью «Tribal». Это означает, что импортируемые данные введены в среду интерфейса. Сообщения об этих данных также появляются в значках *Working Data* (Рабочие данные) и *Validation Data* (Данные для проверки модели).

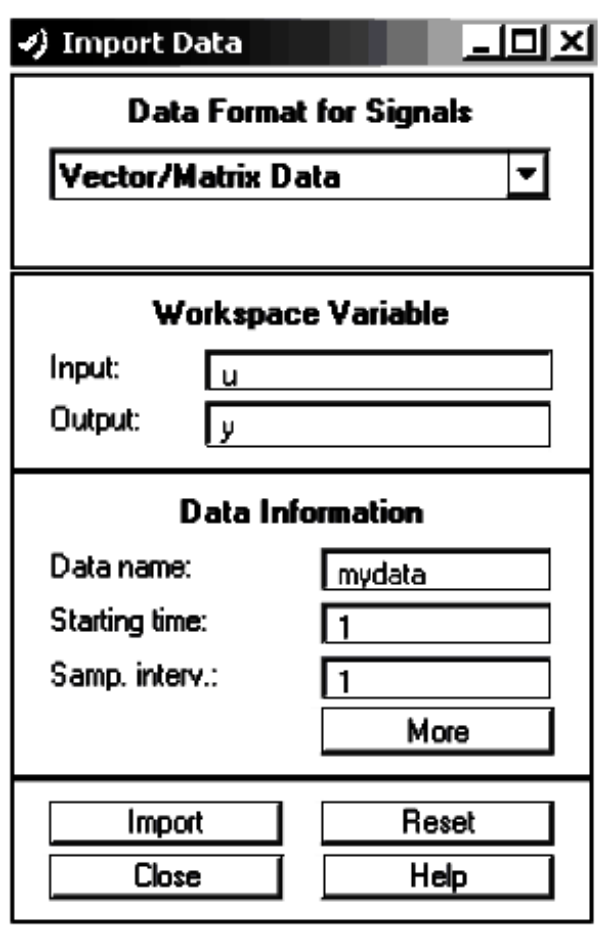


Рис. 3.2. Диалоговое окно импорта данных

Проводится исследование исходных данных, для чего устанавливается флажок *Time plot* (Временной график) в левой нижней части окна интерфейса. Почти сразу появится графическое окно, содержащее графики сигналов $u_2(t)$ и $y_2(t)$ (рис. 3.3).

В m-файле данного примера входной и выходной сигналы обозначены через u_2 и y_2 . Однако при их отображении в окне графического интерфейса нумерация сигналов автоматически устанавливается с 1, поэтому в строке заголовка окна рисунка фигурируют обозначения u_1 и y_1 вместо u_2 и y_2 . Можно увеличить интересующие нас места графиков, чтобы лучше их рассмотреть, для этого необходимо мышью выделить некоторую прямоугольную область. Выделенный участок сигнала сразу же увеличится в размерах так, что будет занимать все соответствующее окно. Для возвращения к исходному масштабу необходимо дважды щелкнуть мышью на увеличенном графике. А вообще, изменение масштабов графика производится однократным щелчком мыши в области графика: левой кнопкой - для увеличения изображения, правой - для его уменьшения (такое изменение масшта-

бов возможно, только если в меню *Style (Стиль)* окна *Time plot* выбран вариант *Zoom*).

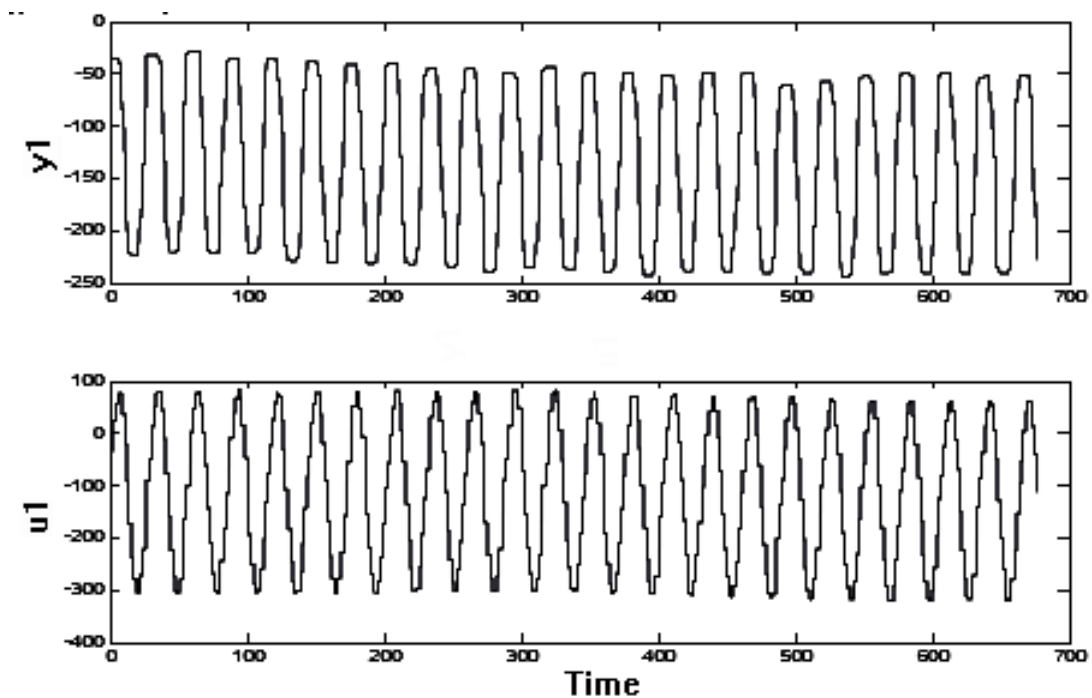


Рис. 3.3. Временные диаграммы сигналов $u_2(t)$ и $u_2(t)$

Проведем предварительную обработку сигналов исследуемого объекта, исключив из них постоянную составляющую сигнала. С этой целью активизируем раскрывающийся список *Preprocess (Предварительная обработка)* и выберем в нем вариант *Remove means (Удалить среднее)*. Результатом операции явится появление в одном из значков *Data Views (Вид данных)* в левой верхней части окна интерфейса информации о новых данных с именем *Tribald*. Активизируем окно *Time plot*. Появилось изображение двух новых сигналов, отличающихся от исходных отсутствием постоянной составляющей. Для их более удобного просмотра целесообразно воспользоваться командой меню окна *Options > Autorange (Автоматическое масштабирование)*. Чтобы просмотру не мешали исходные графики, можно убрать их, просто щелкнув мышью на значке с их представлением (в левой верхней части окна интерфейса), при этом сразу изменится и масштаб изображения.

Приступим теперь к построению модели, принимая в качестве данных для ее построения данные *Tribald*. Перетянем их мышью в область *Working Data* (в центре окна интерфейса). Если мы теперь хотим получить какую-то информацию об этих данных или изменить что-либо (например, их имя), щелкнем мышью дважды на соответствующем значке в группе *Data Views*. Появится диалоговое окно, показанное на рис. 3.4. Изменим имя данных, например, на *TribalM* и закроем данное окно.

Активизируем теперь вариант *Select Range (Выбор диапазона)* из списка *Preprocess*. Это приведет к появлению окна, показанного на рис. 3.5. Диапазон можно задать либо в текстовом окошке *Time span (Временной*

диапазон), либо с помощью мыши - выделяя прямоугольную область точно так же, как это проводилось для окна *Time plot*.

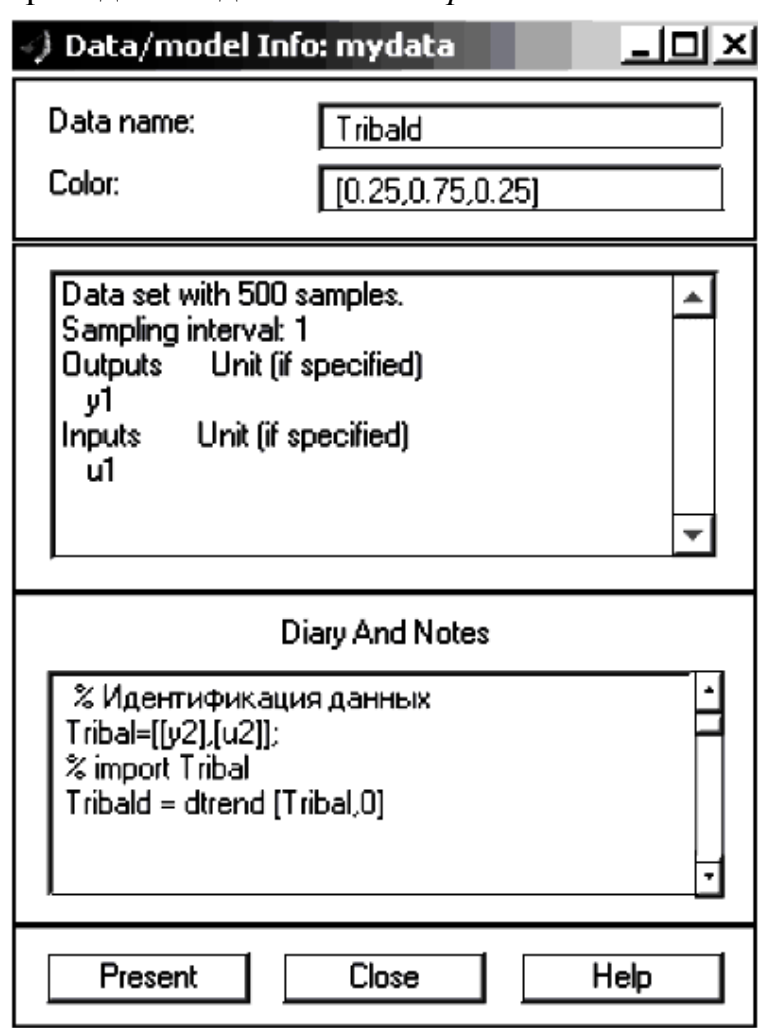


Рис. 3.4. Окно информации о выбранных данных

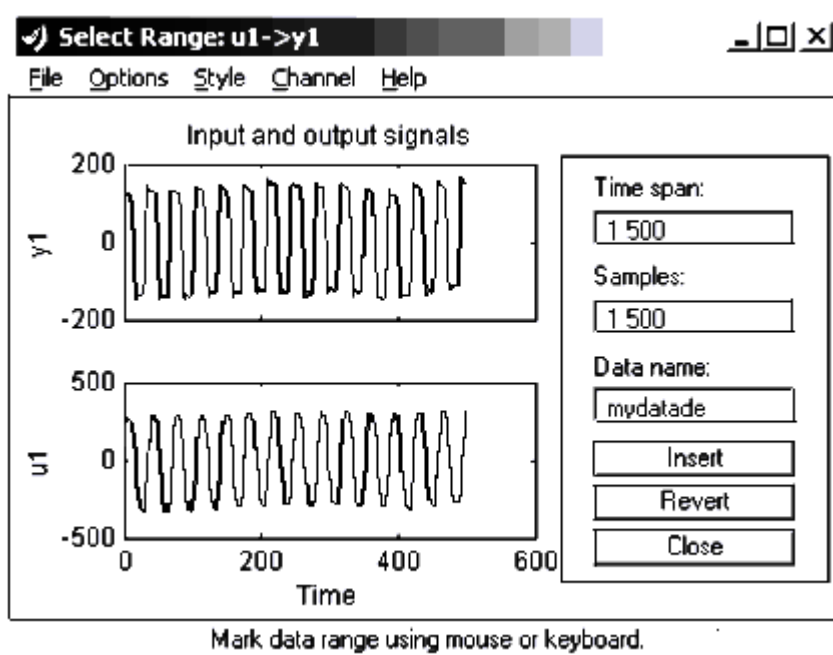


Рис. 3.5. Окно выбора диапазона

Любым из этих способов укажем диапазон и нажмем кнопку *Insert* (*Вставить*). Результат проделанной операции отразится появлением значка, символизирующего эти (усеченные) данные (с именем *TribalMe*) в окне интерфейса. Повторим операцию задания диапазона с целью формирования данных для проверки модели - например, из оставшейся части начального диапазона, в результате чего появится еще один значок данных с именем *TribalMy*.

Закроем окно выбора диапазона. С помощью мыши перетащим данные *TribalMe* в область *Working Data*, а данные *TribalMy* - в область *Validation Data* (заметим, что если на каком-то этапе работы с данными допущена ошибка и необходимо удалить неправильные данные, можно просто перетащить их мышью на значок *Trash (Mycop)* в центральной нижней части окна интерфейса, и они исчезнут).

Теперь можно приступить к нахождению оценки модели выбранного вида. Для этого вначале необходимо указать этот вид. Начнем с оценивания переходной функции объекта. В раскрывающемся списке *Estimate* (*Оценивание*) выберем вариант *Correlation Model* (*Корреляционная модель*), что приведет к появлению соответствующего диалогового окна.

В основном окне интерфейса в его правой части (*Model Views - вид моделей*) при этом появится значок с надписью *crad*, означающий, что выбранная модель построена. Чтобы увидеть результат, установим флажок *Transient resp* (*transient response - переходная функция*) и увидим в появившемся окне (рис. 3.6) график переходной функции исследуемого объекта, найденной выше корреляционным методом.

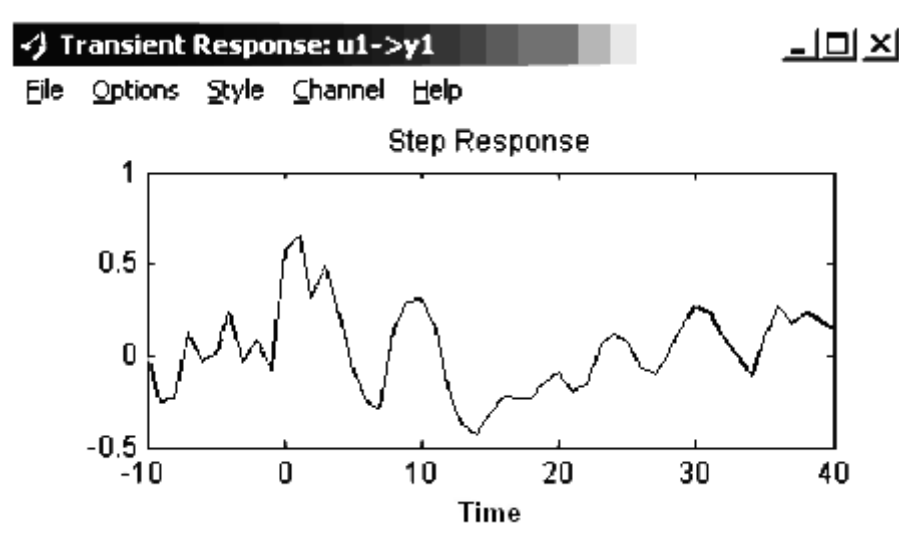


Рис. 3.6. Оценка переходной функции исследуемого объекта, найденная корреляционным методом

Можно провести детальное изучение данного графика, пользуясь доступными командами меню графического окна или с помощью мыши - так же, как это было проделано ранее при изучении входного и выходного сигналов.

Но оценить качество полученной модели можно только в процессе ее сравнения с моделями других видов.

Укажем, что, используя команду *Options > Impulse response* меню данного окна, вместо графика переходной функции можно вывести график ИХ. Оценим модель следующего вида - частотные характеристики объекта. Выберем в списке *Estimate* вариант *Spectral model* и повторим только что сделанные операции по нахождению оценки модели. В результате в основном окне интерфейса появится еще один значок с именем *spad*, символически представляющий модель в виде частотных характеристик найденных спектральным методом. Результат отображается активизацией графического окна *Frequency resp (frequency response- частотные характеристики)*, показанного на рис. 3.7.

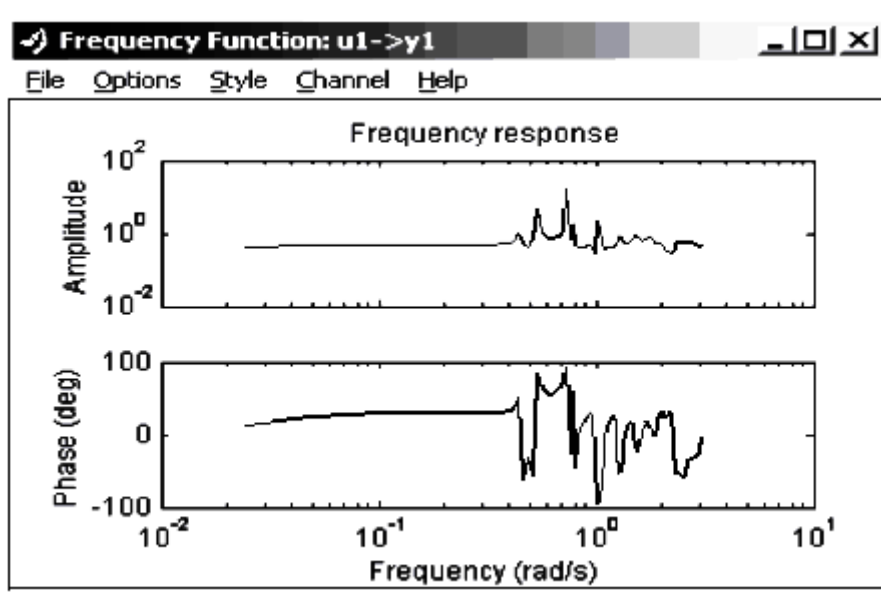


Рис. 3.7. Частотные характеристики, найденные спектральным методом

Перейдем теперь к оцениванию параметрических моделей, выбрав в *Estimate* вариант *Parametric models*. Данный выбор приведет к открытию диалогового окна задания структуры модели (рис. 3.8).

По умолчанию пользователю предлагается модель типа *ARX* с параметрами $na = 4$, $nb = 4$, $nk = 1$. Можно согласиться или не согласиться с данными значениями. В последнем случае параметры можно изменить непосредственно в строке окна или с помощью тора порядка модели (*Order editor*), вызываемого нажатием соответствующей кнопки. Можно вообще выбрать другую параметрическую модель, воспользовавшись раскрывающимся списком в верхней части окна (возможный выбор - модели типа *ARX*, *ARM AX OE BJ*, *State Space* и модель, задаваемая пользователем).

В рассматриваемом примере сохраним значения по умолчанию (*ARX*, 4, 4, 1) и нажмем кнопку *Estimate (Оценить)*. Результатом действия будет появление значка модели с названием *ARX441*.

Воспользовавшись далее возможностями редактора порядка модели (*Order editor*), зададим теперь *ARX*-модель с параметрами $na = 2$, $nb = 2$,

$nk = 3$ (последнее означает наличие в объекте запаздывания с величиной $nk \cdot T = 3 \cdot 0.08 = 0.24 \text{ c}$) и повторим операцию оценивания.

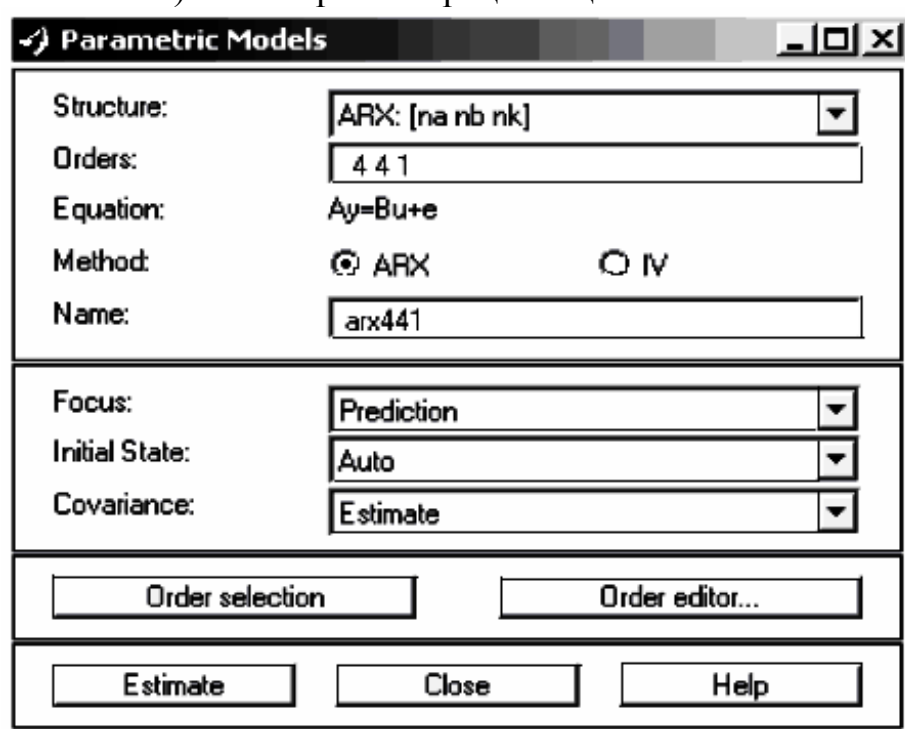


Рис. 3.8. Диалоговое окно задания структуры модели

Это приведет к появлению значка еще одной модели с именем *ARXqs* (рис. 3.9).

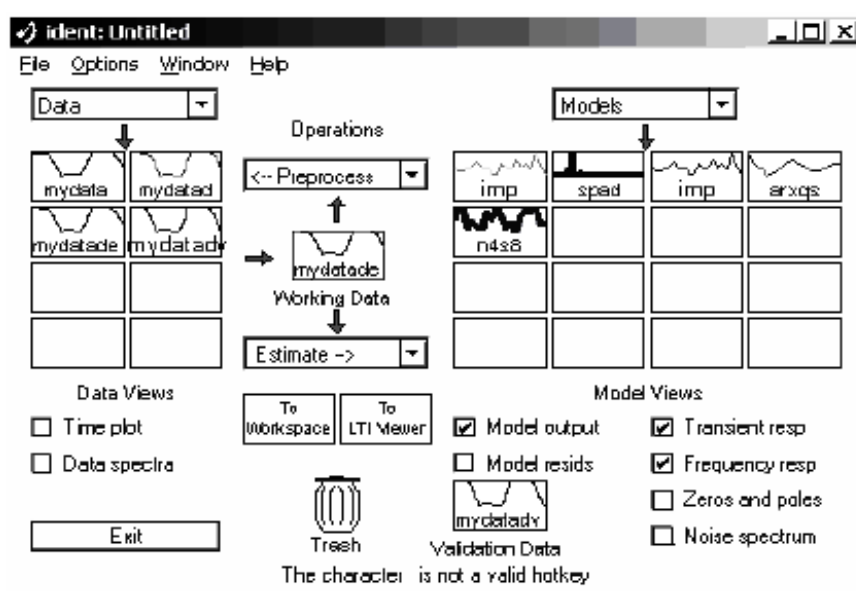


Рис. 3.9. Окно графического интерфейса с результатами построения моделей

Для сравнения полученных моделей активизируем окно *Transient resp* (рис. 3.10).

Однократный щелчок левой кнопкой мыши на графике модели в ее значке приведет к исчезновению соответствующего графика переходного

процесса; повторный щелчок восстанавливает изображение. Двойной щелчок на значке приводит к открытию окна с информацией о модели (рис. 3.11).

Вернемся к окну *Transient resp.* Оставляя в нем только по одному графику (т.е. убирая остальные, как это описано выше), активизируем команду его меню *Options > Show 99% confidence intervals* (Показать 99%-й доверительный интервал).

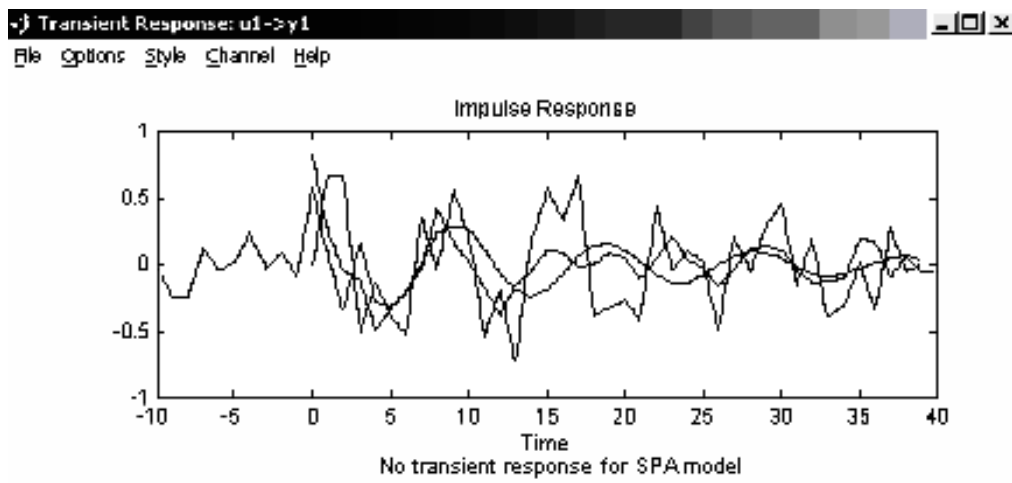


Рис. 3.10. Графики сравнения переходного процесса для трех построенных моделей

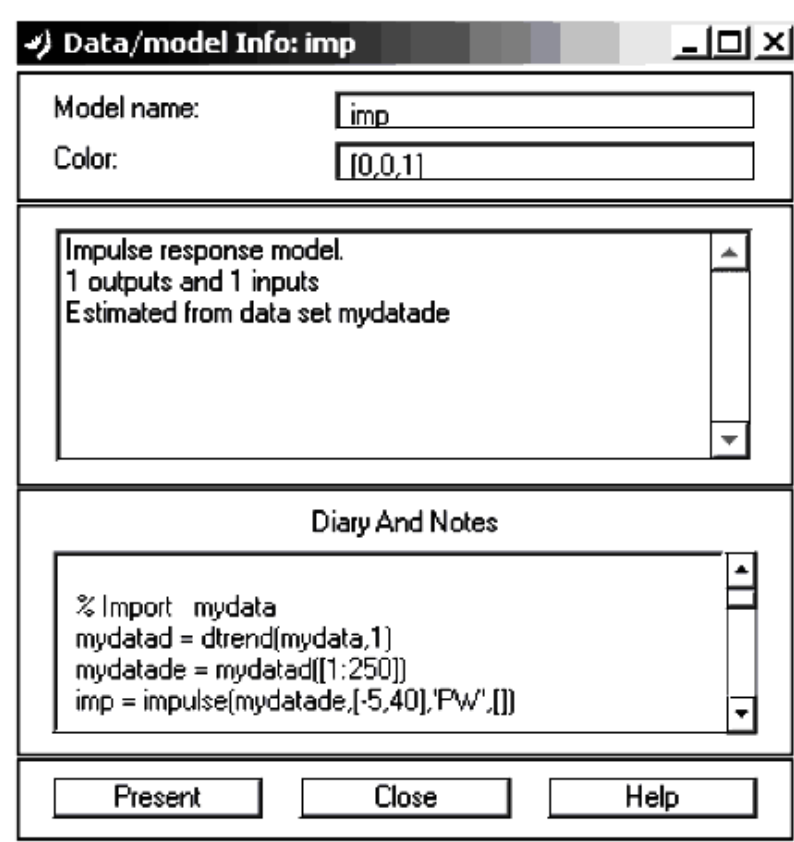


Рис. 3.11. Пример окна с информацией о модели

Посмотрим последовательно переходные процессы с доверительными интервалами для построенных моделей - *crad*, *n4s8* и *ARXqs*. Сравнение

покажет, что первая модель является наименее точной, а вторая и третья дают примерно одинаковые результаты.

Какую же модель выбрать в качестве итоговой? При прочих равных условиях, очевидно, более простую, а таковой здесь является (по числу оцениваемых коэффициентов) модель $ARXqs$.

Вид окна *Model output* для выбранных моделей $n4s8$ и $ARXqs$ приведен на рис. 3.12.

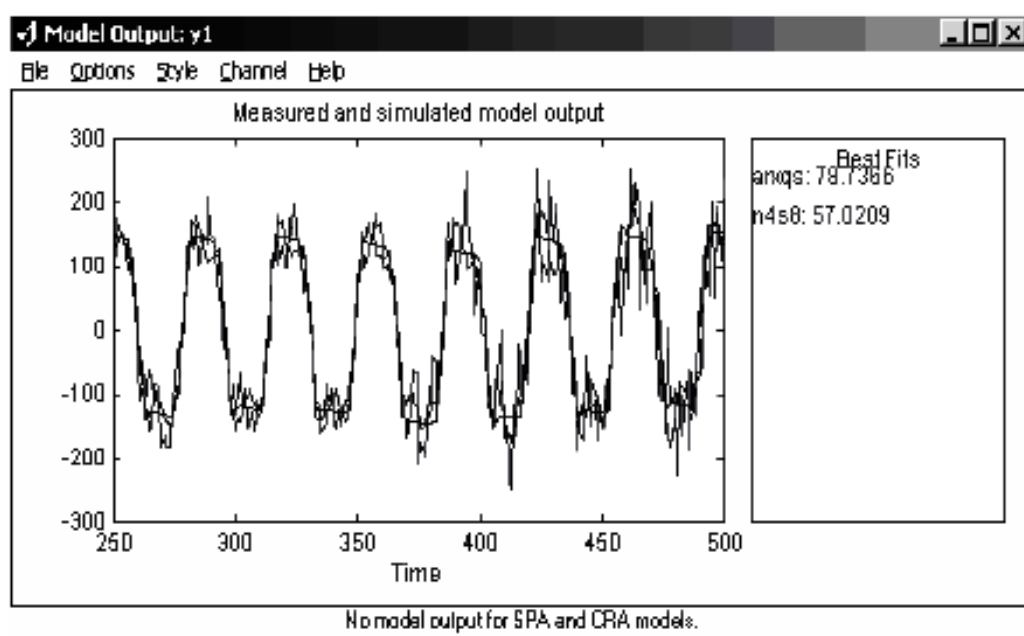


Рис. 3.12. Окно сравнения выходов моделей

Есть и еще один способ сравнения параметрических моделей - путем активизации графического окна *Model output* (соответствующий флажок расположен в средней нижней части окна интерфейса).

В левой части данного окна приведены выходы объекта и указанных моделей, а в правой - величины, отражающие меру совпадения (среднеквадратичное рассогласование) экспериментальных и прогнозируемых данных. Как видно, несколько точнее оказывается модель $ARXqs$.

Вообще-то для анализа моделей графический интерфейс пакета *System Identification* представляет весьма значительные возможности, среди которых отметим только возможность просмотра переходной функции модели с помощью программы *LTI Viewer*. Хранение построенных моделей производится в два этапа:

- сначала модель вводится в рабочее пространство системы MATLAB (перетаскиванием значка модели в область *To Workspace* в центре рабочего окна интерфейса), при этом модель будет фигурировать в рабочем пространстве MATLAB под тем же именем, что и в среде интерфейса;
- затем модель сохраняется командой сохранения в режиме командной строки (как любая переменная MATLAB).

Далее можно сохранить все рабочее пространство интерфейса (при его закрытии даже появится соответствующая подсказка) в виде файла с расширением (по умолчанию) *sid*, при этом в следующем сеансе работы можно загрузить все полученные результаты. Сохраненное рабочее пространство называется сессией.

Таким образом, с помощью пакета *Ident* не сложно обрабатывать полученные результаты, получать переходные характеристики. Интерфейс пакета позволяет в диалоговом режиме исследовать сигналы «вход-выход». Кроме того - это эффективное средство интерактивной технологии обучения студентов.

Глава 3. Моделирование динамики фрикционного взаимодействия тел с помощью пакета программ Matlab

3.1. Командная строка

Командная строка расширяет возможности анализа сигналов по сравнению с интерфейсом Ident.

В командной строке Matlab можно записать следующие команды:

$Z=[y \ u]$ – создание матрицы входных и выходных данных,
где y - функции выходного сигнала, u - входного сигнала.

Также можно создать дискретную модель с помощью команды th :

$th = canstart(z,2,1,[0,1,0])$,

где z – матрица входных и выходных сигналов;

2 - порядок дифференциального уравнения;

1 - количество вводов;

0 - не учитывается задержка;

1 - учитывается К-матрица шумов;

0 - начальные нулевые условия.

3.2. Обоснование выбора идентификационной модели второго порядка

В общем случае «вход» и «выход» системы «Трибал» можно описать дифференциальным уравнением n -го порядка, где правая часть – «вход», а параметры a_0, a_1, \dots, a_n подбираются по заданному входному сигналу (это так называемая параметрическая идентификация), b_0, b_1, \dots, b_m считаются заданными

$$a_0 x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \dots + a_n x = b_0 y^{(m)} + b_1 y^{(m-1)} + \dots + b_m y,$$

где $x^{(n)} = \frac{d^n x}{dt^n}$ при условии, что $n > m$.

Однако работу с таким уравнением целесообразно начинать с учетом порядка дифференцирования, обеспечивающего физическую интерпретацию. При $n = 2$ мы получаем дифференциальное уравнение движения второго порядка

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f(t).$$

Это уравнение в динамике называется уравнение Ньютона. Здесь x - входная величина;

y - выходная величина;

n - коэффициент демпфирования, характеризующий сопротивление среды;

ω_0 - частота свободных колебаний.

В правой части уравнения расположены возмущающие силы, а в левой - реакция на возмущения со стороны измерительной системы.

Для интегрирования уравнения составим характеристическое уравнение и найдем его корни

$$z^2 + 2nz + \omega_0^2 = 0$$

$$z_1 = -n + \sqrt{n^2 - \omega_0^2}; \quad z_2 = -n - \sqrt{n^2 - \omega_0^2}.$$

1. Рассмотрим случай, когда $(n^2 - \omega_0^2) < 0$, т.е. $n < \omega_0$. Тогда корни характеристического уравнения можно представить в следующем виде:

$$z_1 = -n + i\sqrt{\omega_0^2 - n^2}; \quad z_2 = -n - i\sqrt{\omega_0^2 - n^2}.$$

Общее решение дифференциального уравнения имеет вид

$$x = e^{-nt} (C_1 \cos \sqrt{\omega_0^2 - n^2} t + C_2 \sin \sqrt{\omega_0^2 - n^2} t).$$

Вместо постоянных интегрирования C_1, C_2 введем две новые постоянные a, β положив

$$C_1 = a \sin \beta, \quad C_2 = a \cos \beta.$$

Подставив эти значения C_1, C_2 , получим решение дифференциального уравнения в виде

$$x = ae^{-nt} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - n^2} t + \beta).$$

Движение, определяемое последним уравнением, имеет колебательный характер, так как координата x периодически изменяет свой знак при изменении знака, входящего в уравнение синуса. Множитель e^{-nt} указывает на то, что амплитуда колебаний с течением времени уменьшается.

Колебания этого вида называют затухающими. График затухающих колебаний изображен на рис. 4.1.

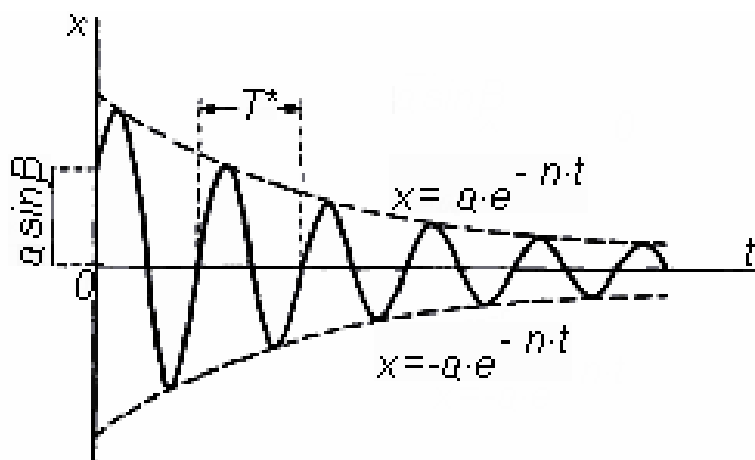


Рис. 4.1. График затухающих колебаний

Так как $\left| \sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - n^2} t + \beta\right) \right| \leq 1$, то абсолютная величина координаты x удовлетворяет условию

$$|x| \leq |ae^{-nt}|.$$

Следовательно, график затухающих колебаний заключен между двумя симметричными относительно оси абсцисс кривыми, имеющими уравнения

$$x = ae^{-nt} \text{ и } x = -ae^{-nt}.$$

Величины a, β как постоянные интегрирования определяются по начальным условиям задачи. Чтобы их найти, получим уравнение, определяющее скорость точки, продифференцировав решение дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -nae^{-nt} \sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - n^2} t + \beta\right) + a\sqrt{\omega_0^2 - n^2} e^{-nt} \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - n^2} t + \beta\right) = \\ &= -\omega_0 x + a\sqrt{\omega_0^2 - n^2} e^{-nt} \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - n^2} t + \beta\right). \end{aligned}$$

Пусть в начальный момент $t=0$ точка имела координату x_0 и проекцию скорости на ось x , равную \dot{x}_0 . Тогда получаем

$$x_0 = a \sin \beta$$

$$\dot{x}_0 = -nx_0 + a\sqrt{\omega_0^2 - n^2} \cos \beta$$

или

$$\frac{\dot{x}_0 + nx_0}{\sqrt{\omega_0^2 - n^2}} = a \cos \beta.$$

Отсюда находим

$$a = \sqrt{x_0^2 + \frac{(\dot{x}_0 + nx_0)^2}{\omega_0^2 - n^2}},$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x_0 \sqrt{\omega_0^2 - n^2}}{\dot{x}_0 + nx_0},$$

$$\sin \beta = \frac{x_0}{a},$$

$$\cos \beta = \frac{\dot{x}_0 + nx_0}{a\sqrt{\omega_0^2 - n^2}}.$$

Частота затухающих колебаний

$$\omega_0^* = \sqrt{\omega_0^2 - n^2}.$$

Период затухающих колебаний представляет собой промежуток времени между двумя последовательными прохождениями точки в одном направлении через положение покоя

$$T^* = \frac{2\pi}{\omega_0^*} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - n^2}} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{n}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{T}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{\omega_0}\right)^2}},$$

где $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ - период свободных колебаний этой же точки.

Следовательно, период затухающих колебаний больше периода свободных колебаний. Однако при небольшом сопротивлении это увеличение незначительно. В случае небольшого сопротивления, период затухающих колебаний можно принимать равным периоду свободных колебаний.

Амплитудой затухающих колебаний называют наибольшие отклонения точки в ту и другую сторону от положения покоя в течение каждого колебания, рис. 4.2.

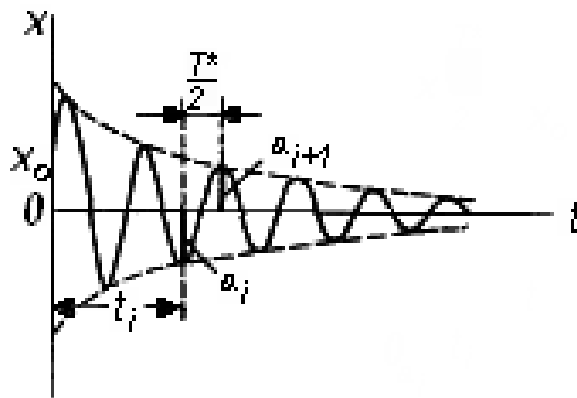


Рис. 4.2. График затухающих колебаний

Из последовательных значений переменной амплитуды можно составить ряд

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, a_{i+1}, \dots, a_n$$

Определим отношение последовательных членов ряда a_{i+1} и a_i , соответствующих моментам времени $t_{i+1} = t + \frac{T^*}{2}$ и t_i :

$$\frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{ae^{-n\left(t_i + \frac{T^*}{2}\right)}}{ae^{-nt_i}} = e^{-n\frac{T^*}{2}}.$$

Так как отношение $\frac{a_{i+1}}{a_i}$ постоянно и по величине меньше единицы, то последовательные значения амплитуды составляют убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем $e^{-n\frac{T^*}{2}}$.

Отвлеченное число $e^{-\frac{T^*}{2}}$ называется декрементом затухающих колебаний; натуральный логарифм декремента, т.е. величина $-\frac{nT^*}{2}$ называется логарифмическим декрементом

$$-\frac{nT^*}{2} = -\frac{\pi n}{\sqrt{\omega_0^2 - n^2}}.$$

Коэффициент n называют коэффициентом затухания.

Затухание колебаний происходит очень быстро даже при малом сопротивлении. Таким образом, основное влияние сопротивления на свободные колебания материальной точки выражается в уменьшении амплитуды колебаний с течением времени, т. е. в затухании колебаний.

2. Рассмотрим случай, когда $n \geq \omega_0$:

а) при $n > \omega_0$ корни характеристического уравнения вещественны, отрицательны и различны

$$z_1 = -n + \sqrt{n^2 - \omega_0^2}; \quad z_2 = -n - \sqrt{n^2 - \omega_0^2}$$

Общее решение дифференциального уравнения имеет вид

$$x = e^{-nt} \left(C_1 e^{\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t} + C_2 e^{-\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t} \right).$$

Движение точки в данном случае является аperiодическим.

Введем вместо постоянных интегрирования C_1, C_2 две новые постоянные B_1, B_2 , положив

$$C_1 = \frac{B_1 + B_2}{2}, \quad C_2 = \frac{B_1 - B_2}{2}.$$

Подставив эти значения C_1, C_2 в дифференциальное уравнение, получим

$$x = e^{-nt} \left(B_1 \frac{e^{\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t} + e^{-\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t}}{2} + B_2 \frac{e^{\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t} - e^{-\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t}}{2} \right).$$

Введем в полученное уравнение гиперболические функции:

$$\frac{e^{\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t} + e^{-\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t}}{2} = ch \sqrt{n^2 - \omega_0^2} t,$$

$$\frac{e^{\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t} - e^{-\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t}}{2} = sh \sqrt{n^2 - \omega_0^2} t.$$

Тогда получаем уравнение в следующем виде:

$$x = e^{-nt} \left(B_1 ch \sqrt{n^2 - \omega_0^2} t + B_2 sh \sqrt{n^2 - \omega_0^2} t \right).$$

Дальнейшее преобразование этого уравнения проведем путем замены постоянных B_1, B_2 двумя другими постоянными a, β по условию:

$$B_1 = ash\beta; \quad B_2 = ach\beta.$$

Тогда уравнение примет вид

$$x = ae^{-nt} \operatorname{sh}(\sqrt{n^2 - \omega_0^2} t + \beta).$$

Это уравнение показывает, что рассматриваемое движение не является колебательным, так как гиперболический синус не является периодической функцией. В зависимости от начальных условий здесь может быть одно из движений, указанных на графике (рис. 4.3)

Все три графика соответствуют начальному отклонению точки от положения покоя на величину $x_0 > 0$. На верхнем рисунке показан график движения точки с начальной скоростью v_0 , имеющей направление, совпадающее с направлением оси x . Благодаря этой скорости точка сначала удаляется от положения покоя, а затем под действием восстанавливающей силы постепенно приближается к этому положению. Среднему и нижнему графику соответствует движение точки с начальной скоростью v_0 , направленной противоположно направлению оси x . При достаточно большой начальной скорости точка может совершить один переход через положение покоя и затем при обратном движении приближаться к этому положению.

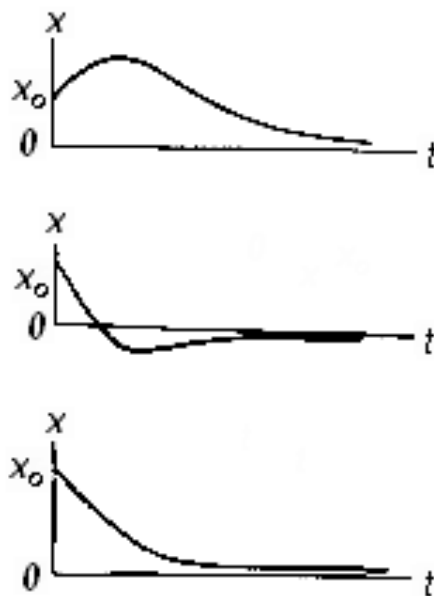


Рис. 4.3. Аперiodическое движение

б) при $n = \omega_0$ корни характеристического уравнения вещественны, равны и отрицательны:

$$z_1 = z_2 = -n.$$

Общее решение уравнения в этом случае имеет вид

$$x = e^{-nt} (C_1 t + C_2).$$

Движение точки, определяемое этим уравнением, является также аперiodическим.

Постоянные C_1, C_2 определяются по начальным условиям $t = 0, x_0, \dot{x}_0$ из последнего уравнения и из уравнения, полученного его дифференцированием.

Так как с точки зрения физики понятны закономерности движений, которые могут быть описаны дифференциальным уравнением второго порядка, выбираем именно его для описания нашей системы.

Приложение 1. Порядок проведения лабораторной работы «Моделирование динамики фрикционного взаимодействия тел»

1. Подготовка к эксперименту

- 1.1. Подготовить образцы для проведения эксперимента со сформированной шероховатостью поверхности.
- 1.2. Снять профилограммы верхней и нижней пластины.
- 1.3. Закрепить испытуемые образцы на пластинах с помощью винтов. В зависимости от типа образцов и их количества крепление произвести по соответствующим схемам для плоских, двухточечных либо трехточечных образцов.
- 1.4. Закрепить в установке держатели для образца и контрообразца.
- 1.5. Выбрать режим работы установки.
- 1.6. В зависимости от закона движения в механизм привода монтируется либо кулачок специальной формы, либо специальная насадка, исполняющая роль эксцентрика, на которой выставляется амплитуда движения нижней платформы (1 - 5 мм). Амплитуда выбирается в зависимости от материала исследуемых образцов.
- 1.7. Выставить частоту движения нижней платформы (1-5 Гц). При необходимости частоту можно будет изменять.
- 1.8. В персональном компьютере запустить программу *tribal_qt4.exe*. Выбрать режим работы установки: без обратной связи, с обратной связью по фазе, с обратной связью по силе нагружения.

2. Проведение эксперимента (см. рис. 2.1)

- 2.1. Запустить механизм привода, который приводит нижнюю платформу в движение с определенной скоростью, амплитудой и заданным законом движения. Перемещение нижнего держателя зарегистрировать датчиком-индикатором 11. В это же время на экране компьютера по каналу, отвечающему за отслеживание движения нижнего образца, появится сигнал (входной сигнал).

Если выбран режим без обратной связи:

- 2.2. Наблюдая за экраном компьютера 20, привести в движение систему нагружения винтовым домкратом 14 с помощью двигателя 17, закрепленного на стойке 15. В момент соприкосновения образца и контрообразца появится сигнал по второму каналу. Дальнейшее нагружение производить до тех пор, пока амплитуда по второму каналу (выходной сигнал) не приблизится к амплитуде входного сигнала, но установка все еще будет работать в третьем режиме, т.е. будет присутствовать проскальзывание образцов друг относительно друга, а значит будет присутствовать сдвиг фаз между входным и выходным сигналами. Силу нагружения менять от 3 до 30 Н.

- 2.3. Зафиксировать необходимую нагрузку с помощью динамометра.
- 2.4. На протяжении всего эксперимента, регулируя нагружение, необходимо отслеживать, чтобы установка работала в третьем режиме.
- 2.5. Реализовать процесс трения с проскальзыванием в течение определенного промежутка времени (30 мин).

Если выбран режим с обратной связью:

- 2.1. Задать область значений, в которой должен находиться контролируемый параметр. Запустить цикл обратной связи. Процесс трения с проскальзыванием будет поддерживаться автоматически, в зависимости от настроек обратной связи.

3. Запись сигналов

- 3.1. В любой момент проведения эксперимента, руководствуясь графиком съема данных, можно записать сигналы. Для этого необходимо нажать комбинацию клавиш «Ctrl+S», либо воспользоваться соответствующим пунктом меню. Чтобы окончить запись, необходимо нажать комбинацию «Ctrl+C».
- 3.2. После окончания записи программа запишет сигналы в выходной файл out.txt в корневой папке программы. Сигналы записываются в дискретном виде.
- 3.3. Выходной файл с сигналами импортируется в Matlab, где и проводится последующая обработка.
- 3.4. После изъятия данных из выходного файла необходимо стереть всю информацию, находящуюся в нем, до следующей записи сигналов, для того чтобы последующая запись сигналов производилась в чистый файл.

4. Окончание эксперимента (см. рис. 2.1)

- 4.1. Отключить двигатель 19, прекратить нагружение с помощью винтового домкрата, отключить двигатель 17.
- 4.2. Снять образцы.

5. Повторение п. 1-4.

6. Обработка результатов

- 6.1. Импортировать .dat файлы с экспериментальными данными в систему Matlab.
- 6.2. Идентификация процесса трения с помощью пакета System Identification Toolbox.
- 6.3. Определить динамические характеристики процесса: атокорреляционную и взаимно корреляционную функции; спектральные характеристики; переходные характеристики; частотные характеристики.
- 6.4. Получить те же самые динамические характеристики с помощью системы Matlab. Для этого выполнить п. 6.4 - 6.16. Произвести выравнивание входных и выходных сигналов относительно нуля с помощью функции $u = \text{detrend}(u)$, $y = \text{detrend}(y)$.
- 6.5. Вывести на экран графики входных и выходных сигналов с помощью функции $\text{plot}(u)$, $\text{plot}(y)$.
- 6.6. Создать матрицу входных и выходных воздействий $z = [y \ u]$.

- 6.7. Создать дискретную модель (дифференциальное уравнение второго порядка):

$th = canstart(z,2,1,[0,1,0])$

При начальных нулевых условиях, не учитываем задержку, учитываем шумы.

State-space model:

$$x(t + Ts) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot e(t),$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + e(t).$$

вывести на экран следующие матрицы:

A - вектор коэффициентов в пространстве состояния;

B - вектор коэффициентов в матрице управления;

C - вектор коэффициентов смещения;

D - вектор коэффициентов обратной связи;

K - матрица шумов;

$x(0)$ - начальное условие.

- 6.8. Представить модель в пространстве состояний с помощью функции $sys1 = ss(th)$. Вывести на экран матрицы a, b, c, d , где $v@y1$ - смешанный выход с наложением шумов.
- 6.9. Преобразовать модель из дискретной в непрерывную функцией $sys2 = d2c(sys1)$. Вывести на экран матрицы a, b, c, d .
- 6.10. Получить передаточную функцию: $sys3 = tf(sys2)$. Вывести на экран передаточные функции $u1, v@y1$.
- 6.11. Вывести на экран график фазово-частотной характеристики: $bode(sys3)$.
- 6.12. Получить переходные характеристики: $step(sys3)$.
- 6.13. Получить импульсные характеристики: $impulse(sys3)$.
- 6.14. Повторить п. 6.7-6.13 для моделей четвертого и шестого порядков. Для чего необходимо изменить параметры функции $canstart$: $th = canstart(z,4,1,[0,1,0])$, $th = canstart(z,6,1,[0,1,0])$ соответственно.
- 6.15. Оценить качество поверхности с помощью снятых профилограмм, воспользовавшись пакетом *Wavelet Toolbox*: построить спектрограммы (быстрое преобразование Фурье); построить вейвлетограммы; произвести фрактальный анализ.
- 6.16. Сопоставить динамические характеристики с качеством поверхности и произвести анализ результатов.

Отчет о проделанной работе должен содержать следующие разделы:

1. Вид контакта образцов, группу методов моделирования.
2. Схема установки с указанием основных позиций.
3. Полученные динамические характеристики процесса.
4. Анализ результатов и выводы.
5. Материалы образцов.

6. Шероховатость исходных образцов.
7. Полученные графики для оценки качества поверхности.

Замечания:

- реализация разд. 1.1 осуществляется на базе лабораторий металлообработки;
- разд. 6.15, 6.16 предполагают наличие профилометра.

Таким образом, методика поясняет суть подготовительных работ, заключающихся в подготовке образцов и их креплений на держателях, проведения эксперимента, записи сигналов и обработки полученных данных.

Приложение 2. Примеры обработки данных. Сопоставление эволюции динамических характеристик и эволюции качества трущихся поверхностей

Ниже приведены сопоставленные динамические характеристики, полученные на «Трибале», и данные по шероховатости, полученные на профилометре. Процесс обработки осуществлялся с помощью пакета MATLAB. В качестве определяющей модели была выбрана модель второго порядка.

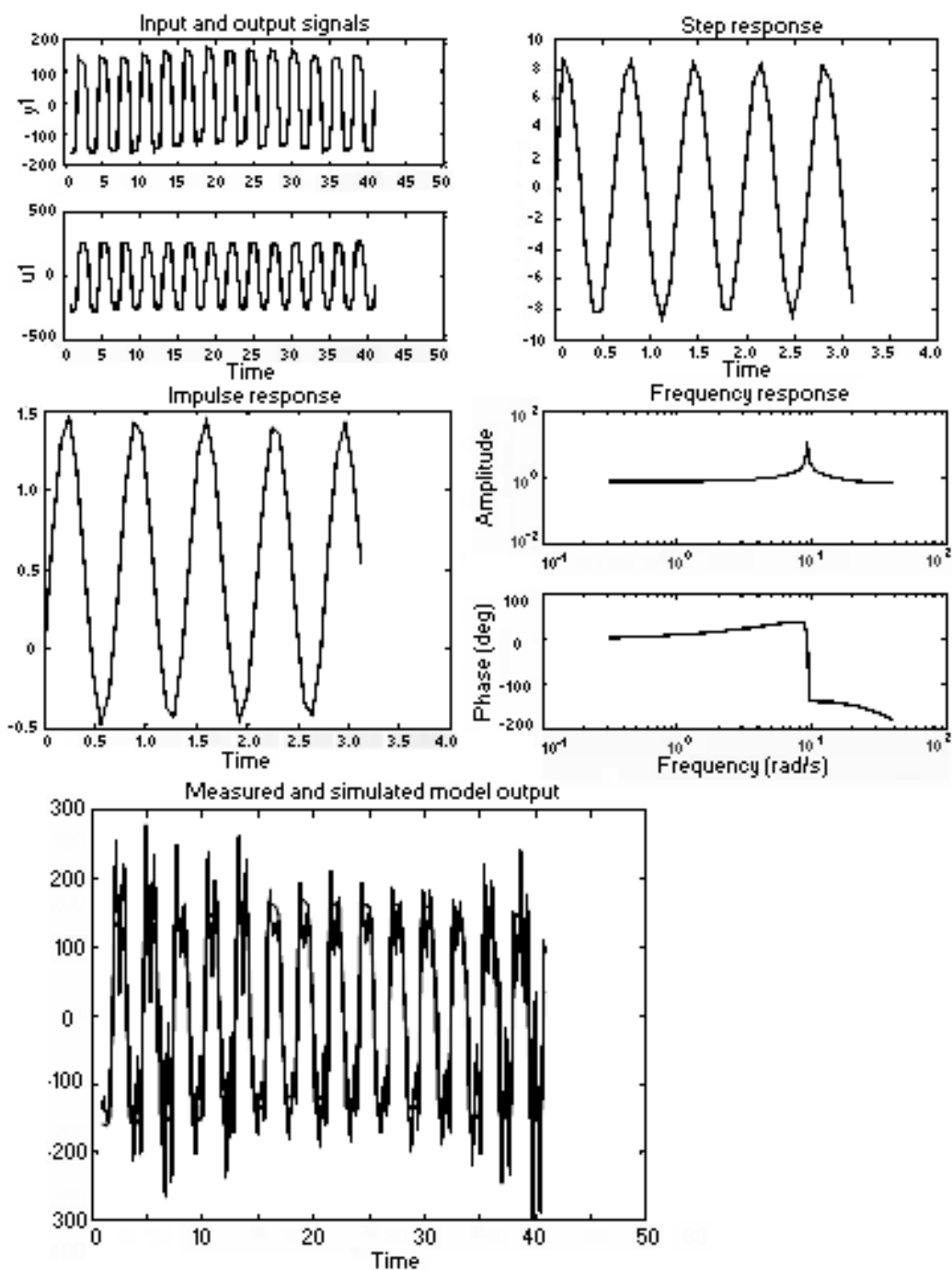


Рис. П2.1. Динамические характеристики трибопары.
Время эксперимента 0 мин.

Динамические характеристики трибопары:
 время эксперимента 0 мин, рис. П2.1:

$n2s2: 50.6765$

State-space model:

$$x(t + Ts) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot e(t),$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + e(t).$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,70769 & -0,78801 \\ 0,57317 & 0,7708 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,0010909 \\ -0,00095839 \end{bmatrix},$$

$$C = [362,14 \quad -315,03], D = [0], K = \begin{bmatrix} 0,00098026 \\ -0,0007025 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

`>> sys = tf(n2s2)`

Transfer function from input "u1" to output "y1":

$$\frac{0,697 \cdot z - 0,4417}{z^2 - 1,487 \cdot z + 0,9971}$$

`>> damp(sys)`

| Eigenvalue | Magnitude | Equiv. Damping | Equiv. Freq. (rad/s) |
|------------------------|-----------|----------------|----------------------|
| 7,39e-001 + 6,71e-001i | 9,99e-001 | 1,94e-003 | 9,22e+000 |
| 7,39e-001 - 6,71e-001i | 9,99e-001 | 1,94e-003 | 9,22e+000 |

Верхний образец трибопары, рис. П2.2-П2.3:

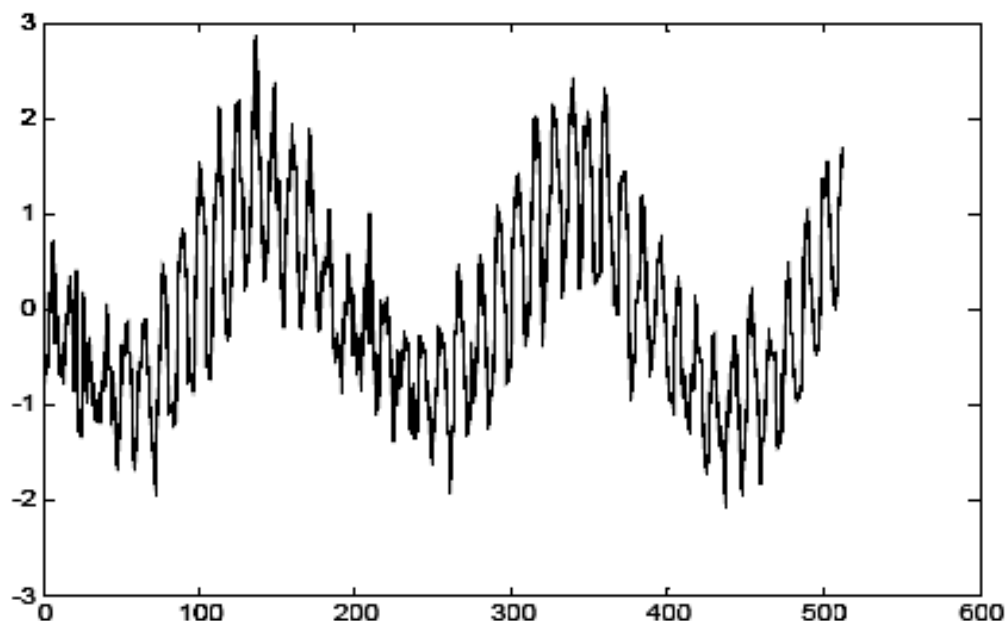


Рис. П2.2. Профилограмма верхнего образца трибопары

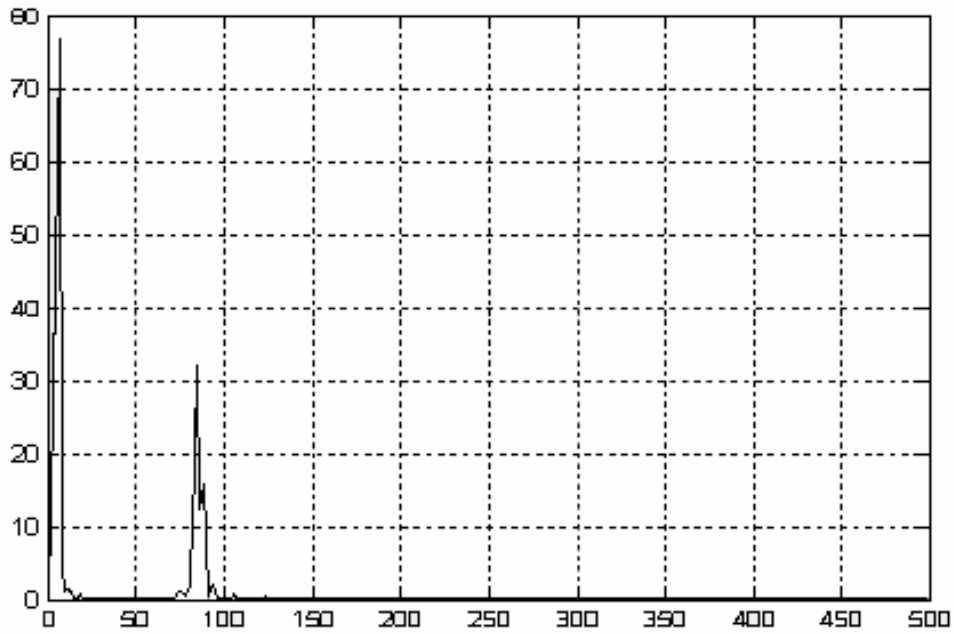


Рис. П2.3. Преобразование Фурье верхнего образца трибопары

Нижний образец трибопары, рис. П2.4-П2.6:

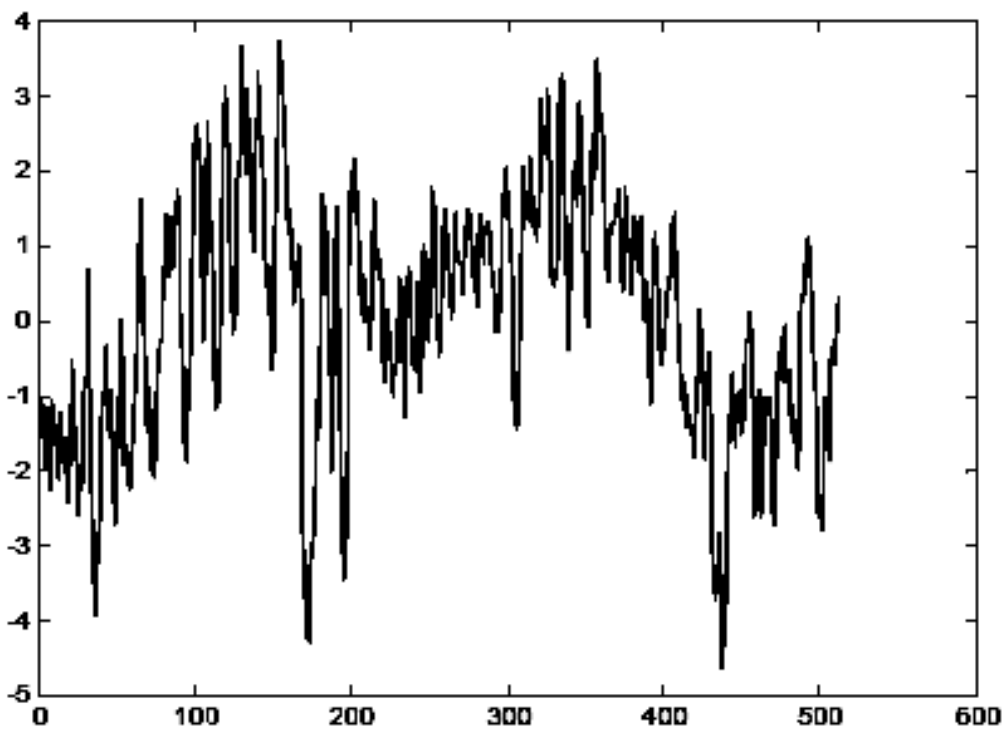


Рис. П2.4. Профилограмма нижнего образца трибопары

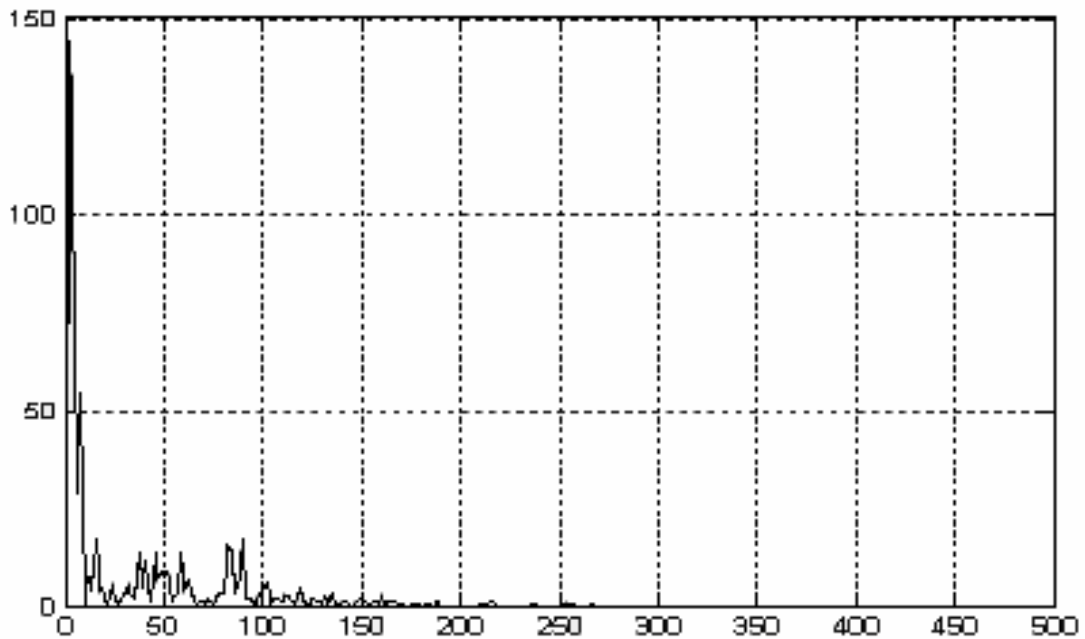


Рис.П2.5. Преобразование Фурье нижнего образца трибопары

Динамические характеристики:

$n2s2: 64.3246$

State-space model:

$$x(t + Ts) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot e(t),$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + e(t).$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,7957 & 0,86259 \\ -0,71587 & 0,34639 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,0020641 \\ -0,001001 \end{bmatrix}, C = [523,8 \quad -26,582],$$

$$D = [0], K = \begin{bmatrix} 0,0008388 \\ -0,00057457 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

`>> sys = tf(n2s2)`

Transfer function from input "u1" to output "y1":

$$\frac{1,108 \cdot z - 0,8087}{z^2 - 1,142 \cdot z + 0,8931}$$

`>> damp(sys)`

| Eigenvalue | Magnitude | Equiv. Damping | Equiv. Freq. (rad/s) |
|--------------------------|-------------|----------------|----------------------|
| $5,71e-001 + 7,53e-001i$ | $9,45e-001$ | $6,12e-002$ | $1,15e+001$ |
| $5,71e-001 - 7,53e-001i$ | $9,45e-001$ | $6,12e-002$ | $1,15e+001$ |

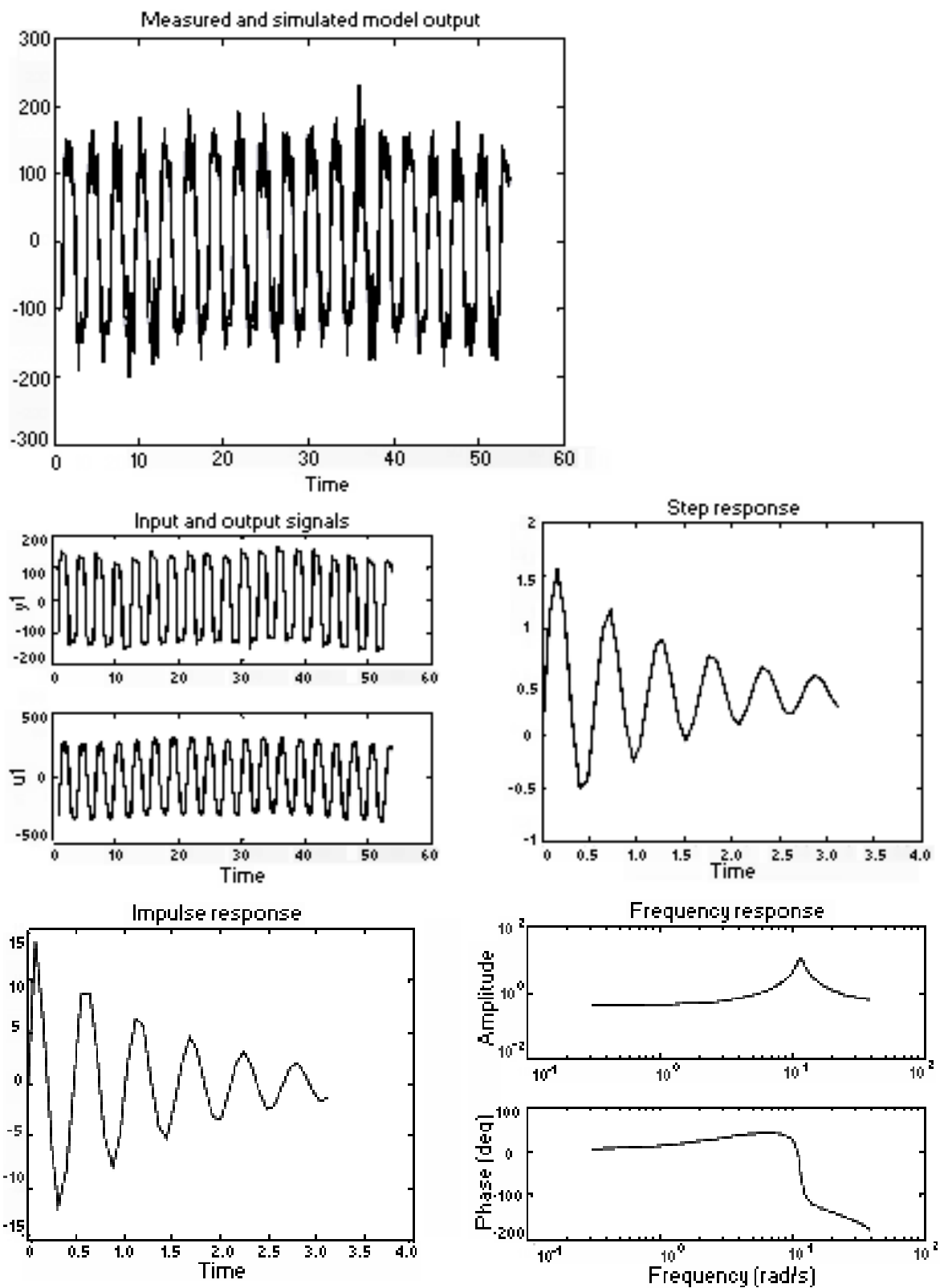


Рис.П2.6. Динамические характеристики трибопары.
 Время эксперимента 5 мин

Нижний образец, рис. П2.7-П2.9:

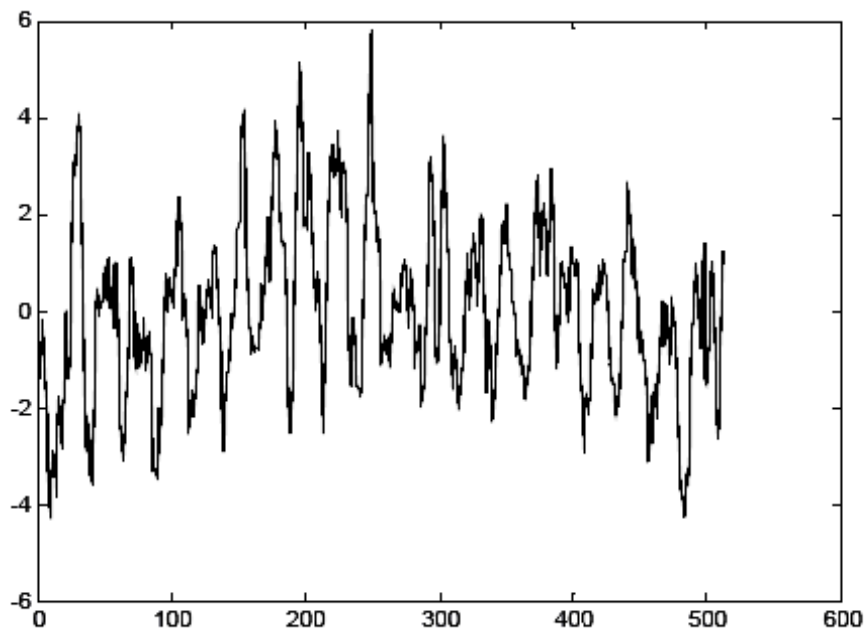


Рис. П2.7. Профилограмма нижнего образца трибопары

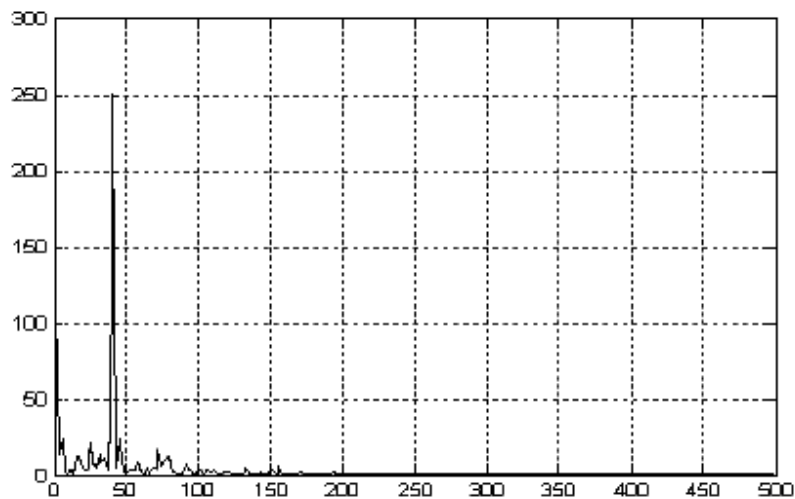


Рис. П2.8. Преобразование Фурье нижнего образца трибопары

Динамические характеристики:

$$n2s2: -30,9195$$

State-space model:

$$x(t + Ts) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot e(t),$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + e(t).$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,58454 & 1,0752 \\ -0,6227 & 0,58405 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,0022498 \\ 0,00057548 \end{bmatrix},$$

$$C = [437,19 \quad 297,26], D = [0], K = \begin{bmatrix} 0,0010632 \\ 8,1847e - 006 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

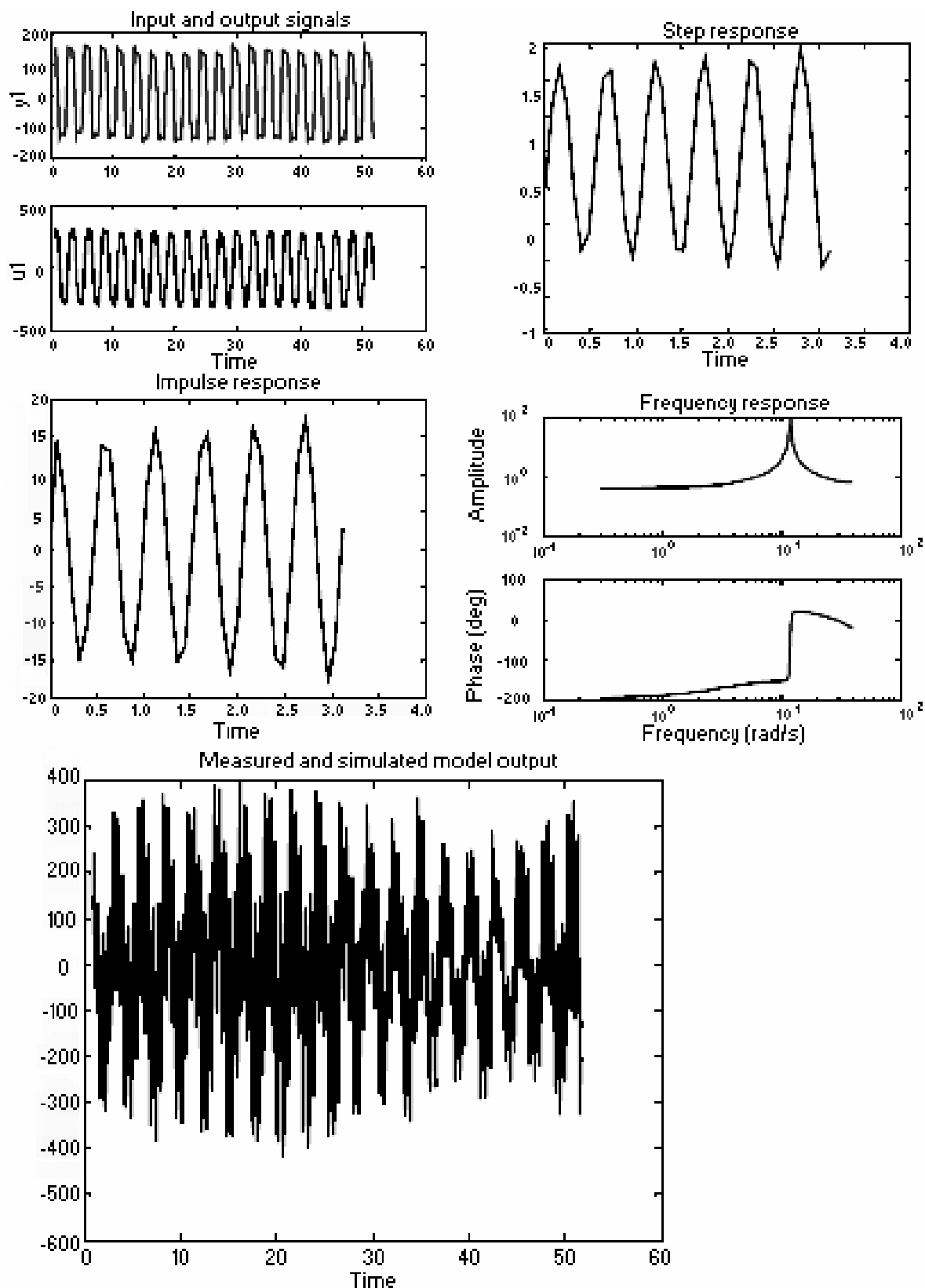


Рис. П2.9. Динамические характеристики трибопары.
Время эксперимента 15 мин

```
>> sys = tf(n2s2)
```

Transfer function from input "u1" to output "y1":

$$\frac{1,155 \cdot z - 0,8204}{z^2 - 1,169 \cdot z + 1,011}$$

```
>> damp(sys)
```

| Eigenvalue | Magnitude | Equiv. Damping | Equiv. Freq. (rad/s) |
|----------------------|-----------|----------------|----------------------|
| 5,84e-001+8,18e-001i | 1,01e+000 | -5,71e-003 | 1,19e+001 |
| 5,84e-001-8,18e-001i | 1,01e+000 | -5,71e-003 | 1,19e+001 |

Верхний образец, рис. П2.10-П2.11:

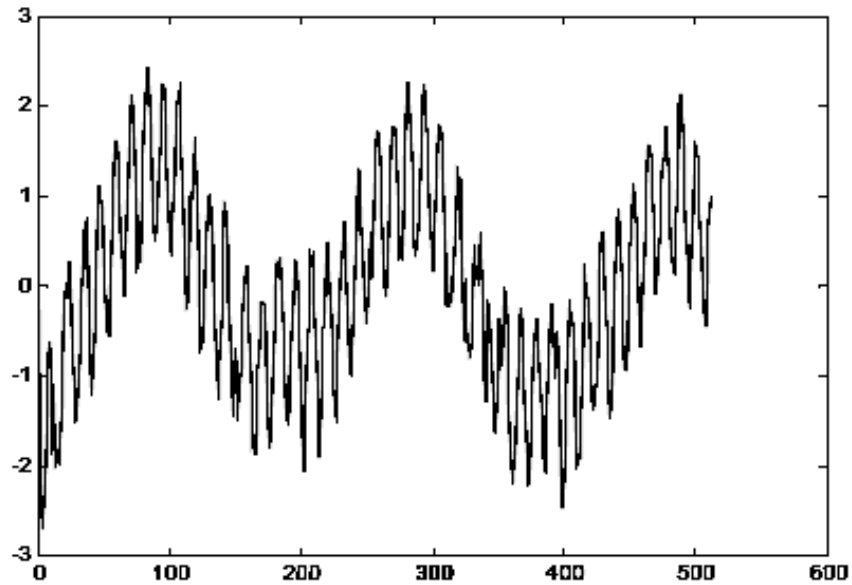


Рис.П2.10. Профилограмма верхнего образца трибопары

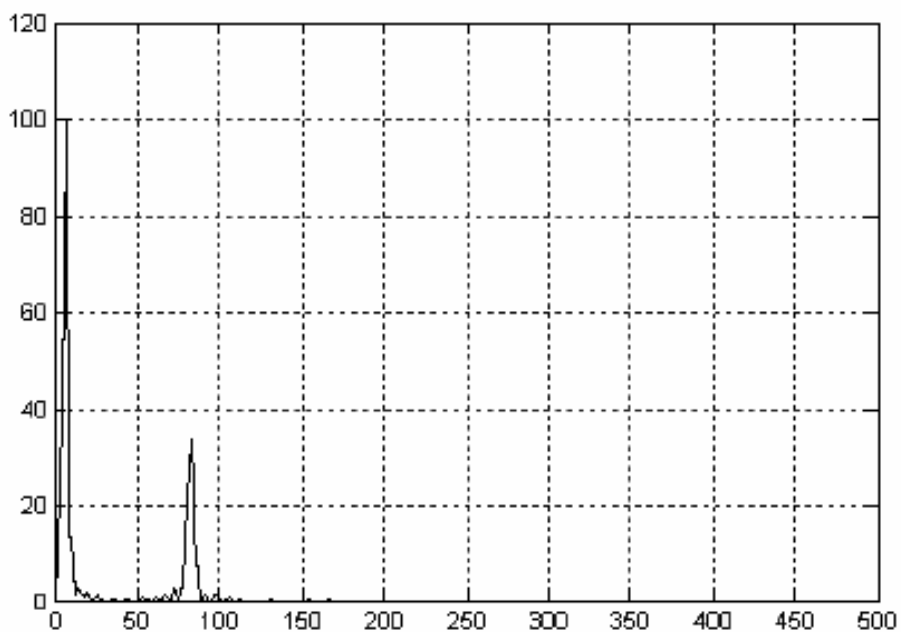


Рис. П2.11. Преобразование Фурье верхнего образца трибопары

Далее с 20 по 25 минуты эксперимента наблюдается эффект накопления энергии. В данном случае он обусловлен появлением дополнительной степени свободы в динамической системе, рис. П2.14-П2.15.

Нижний образец, рис. П2.12-П2.13:

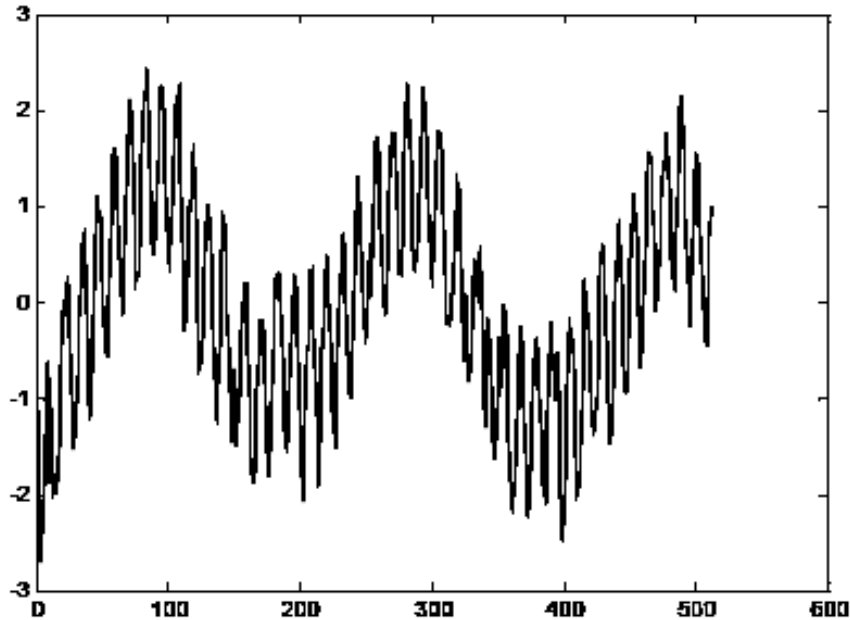


Рис. П.2.12. Профилограмма нижнего образца трибопары.

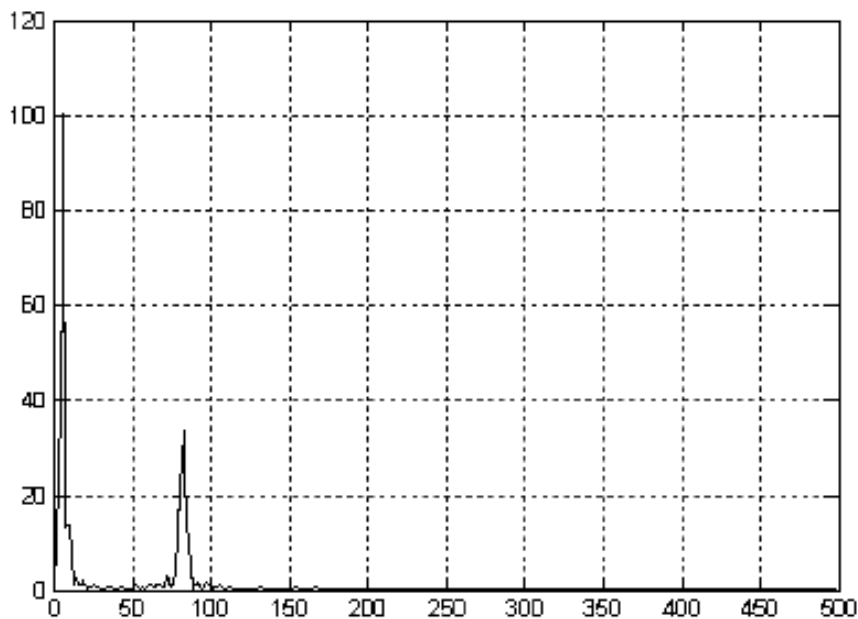


Рис. П2.13. Преобразование Фурье нижнего образца трибопары

Динамические характеристики. Время эксперимента 20 мин:

$n2s2: 57.3317$

State-space model:

$$x(t + Ts) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot e(t),$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + e(t).$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,84878 & 0,62123 \\ -0,78574 & 0,6231 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,0011745 \\ -0,00049519 \end{bmatrix},$$

$$C = [620,5 \quad -136,48],$$

$$D = [0], K = \begin{bmatrix} 0,00084934 \\ -0,00053907 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

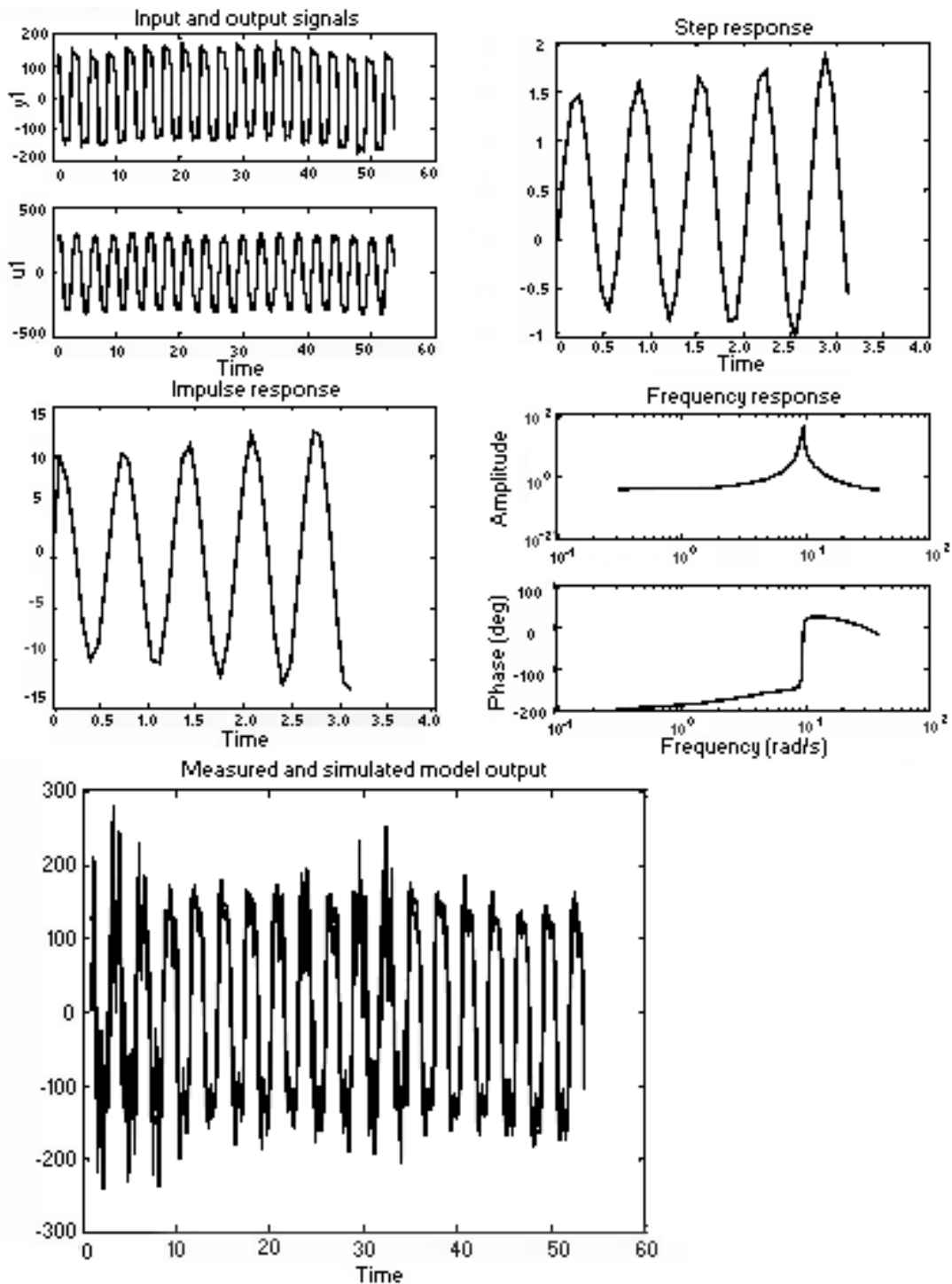


Рис. П2.14. Динамические характеристики трибопары.
Время эксперимента 20 мин

```
>> sys = tf(n2s2)
```

Transfer function from input "u1" to output "y1":

$$\frac{0,7964 \cdot z - 0,5764}{z^2 - 1,472 \cdot z + 1,017}$$

```
>> damp(sys)
```

| Eigenvalue | Magnitude | Equiv. Damping | Equiv. Freq. (rad/s) |
|------------------------|-------------|----------------|----------------------|
| 7,36e-001 + 6,89e-001i | 1,01e + 000 | -1,12e - 002 | 9,41e + 000 |
| 7,36e-001 - 6,89e-001i | 1,01e + 000 | -1,12e - 002 | 9,41e + 000 |

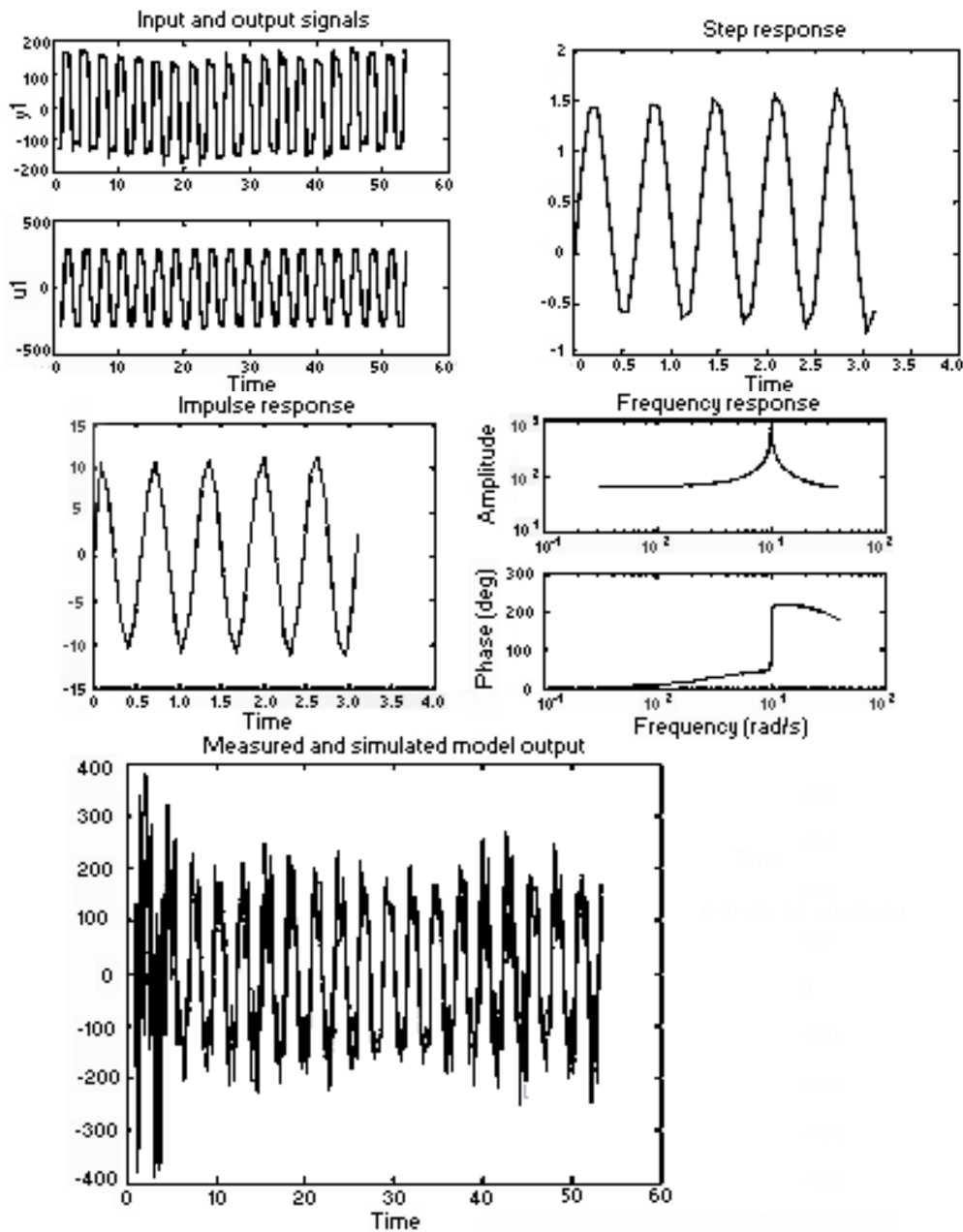


Рис. П2.15. Динамические характеристики трибопары.
Время эксперимента 25 мин:

Динамические характеристики. Время эксперимента 25 мин:

$n2s2: 36.3748$

State-space model:

$$x(t + Ts) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot e(t),$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + e(t).$$

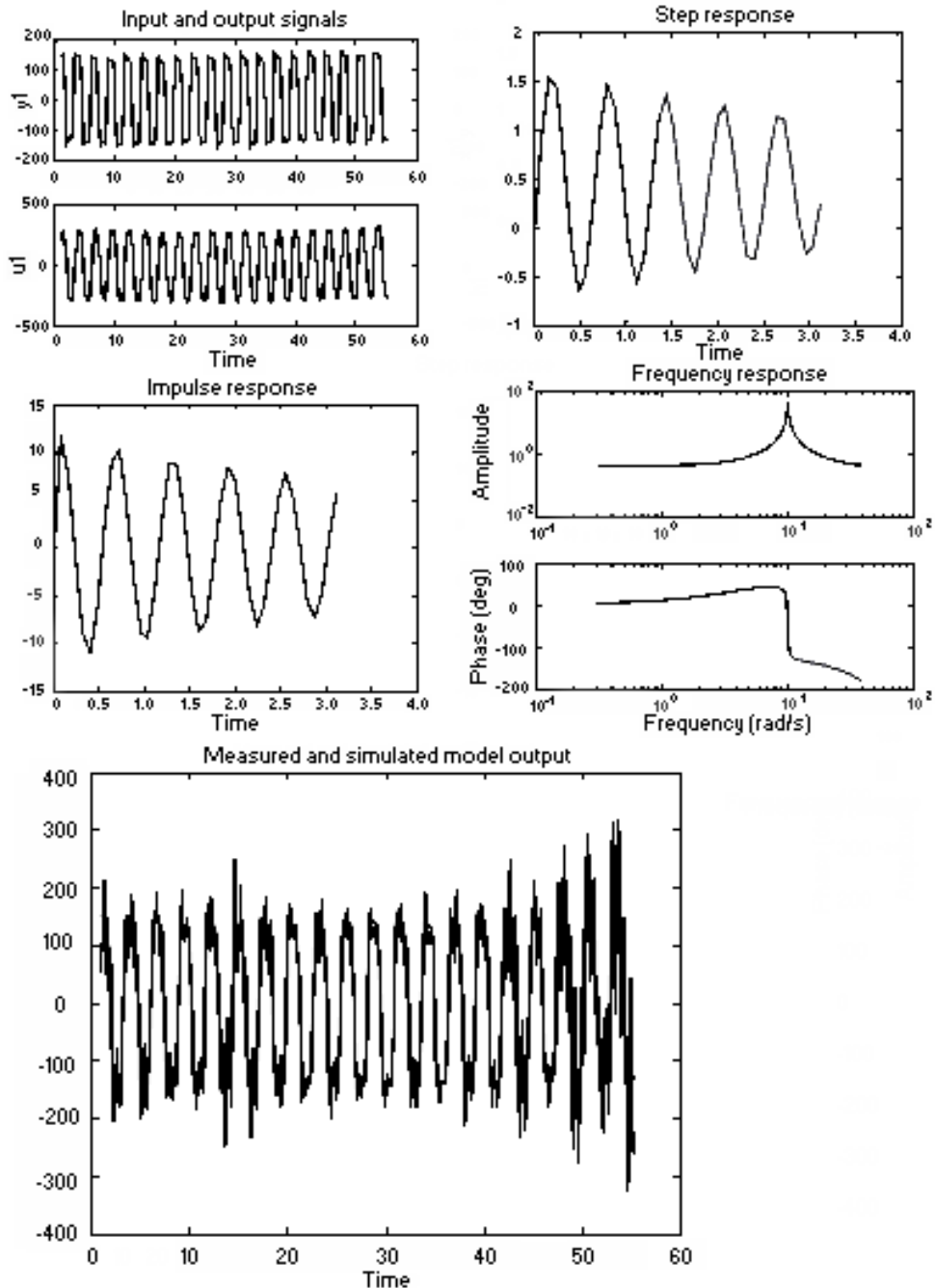


Рис. П2.16. Динамические характеристики трибопары.
Время эксперимента 30 мин

$$A = \begin{bmatrix} 0,7727 & -0,59473 \\ 0,8643 & 0,63759 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,0010103 \\ 0,0008846 \end{bmatrix}, C = [538 \quad 317,69],$$

$$D = [0], K = \begin{bmatrix} 0,00056739 \\ 0,00099841 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

>> sys = tf(n2s2)

Transfer function from input "u1" to output "y1":

$$\frac{0,8245 \cdot z - 0,5693}{z^2 - 1,41 \cdot z + 1,007}$$

>> damp(sys)

| Eigenvalue | Magnitude | Equiv. Damping | Equiv. Freq. (rad/s) |
|------------------------|-----------|----------------|----------------------|
| 7,05e-001 + 7,14e-001i | 1,01e+000 | -4,22e-003 | 9,89e+000 |
| 7,05e-001 - 7,14e-001i | 1,01e+000 | -4,22e-003 | 9,89e+000 |

Время эксперимента 30 мин:

Динамические характеристики трибопары за время эксперимента 30 минут представлены на рис.П2.16. Верхний образец, рис. П2.17-П2.18:

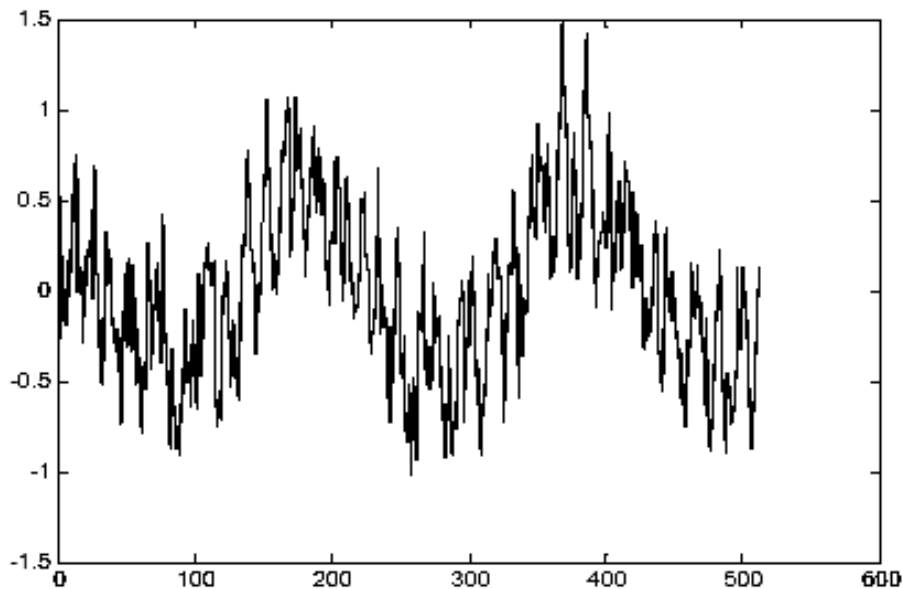


Рис. П2.17. Профилограмма верхнего образца

n2s2: 52.1039

State-space model:

$$x(t + Ts) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot e(t),$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + e(t).$$

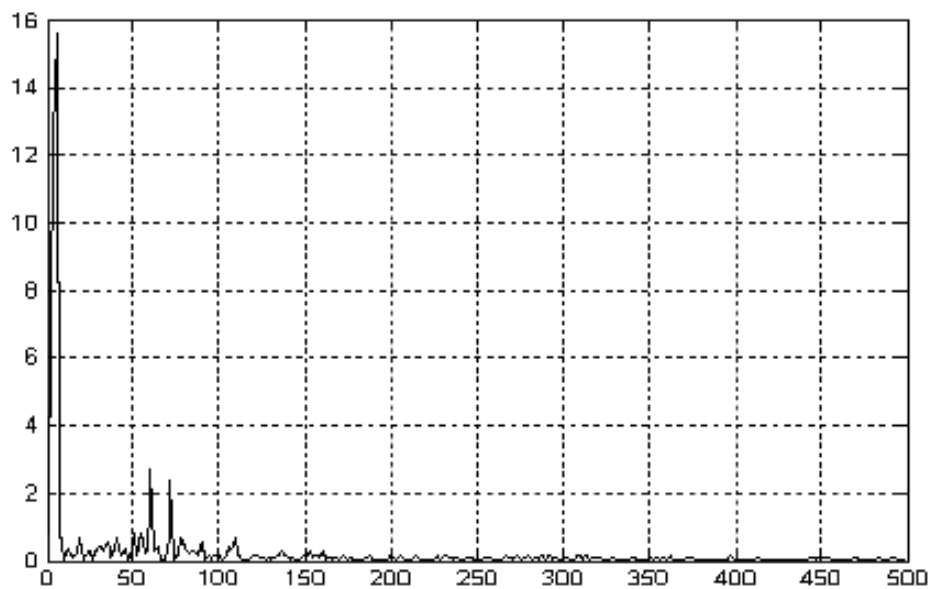


Рис. П2.18. Преобразование Фурье верхнего образца

Обработка параметров нижнего образца, рис.П2.19, П2.20:

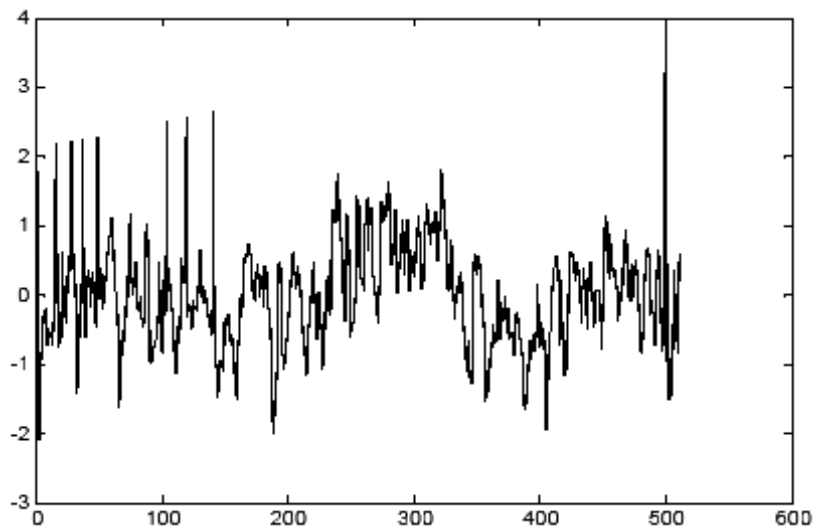


Рис. П.19. Профилограмма нижнего образца

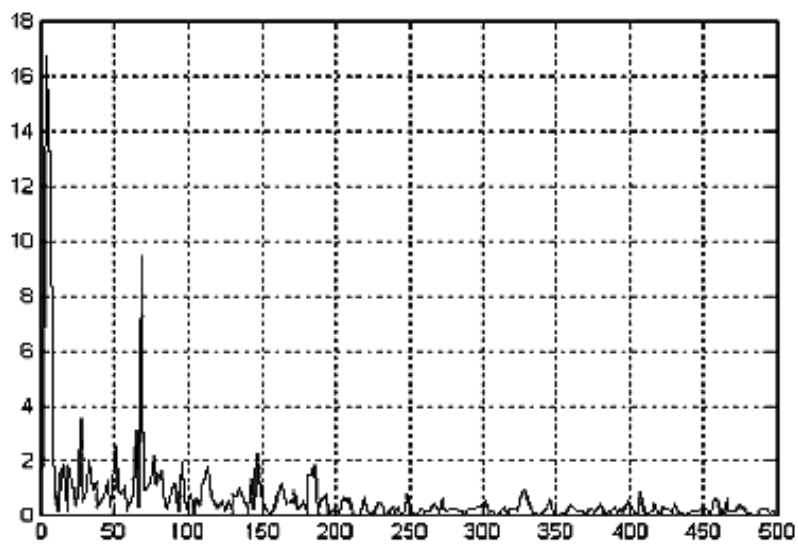


Рис.П2.20. Преобразование Фурье нижнего образца

$$A = \begin{bmatrix} 0,74018 & -0,5841 \\ 0,87766 & 0,622599 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,0010927 \\ 0,0011369 \end{bmatrix}, C = [529,88 \quad 314,03],$$

$$D = [0], K = \begin{bmatrix} 0,00047495 \\ 0,00087212 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

>> sys = tf(n2s2)

Transfer function from input "u1" to output "y1":

$$\frac{0,936 \cdot z - 0,6754}{z^2 - 1,363 \cdot z + 0,9735}$$

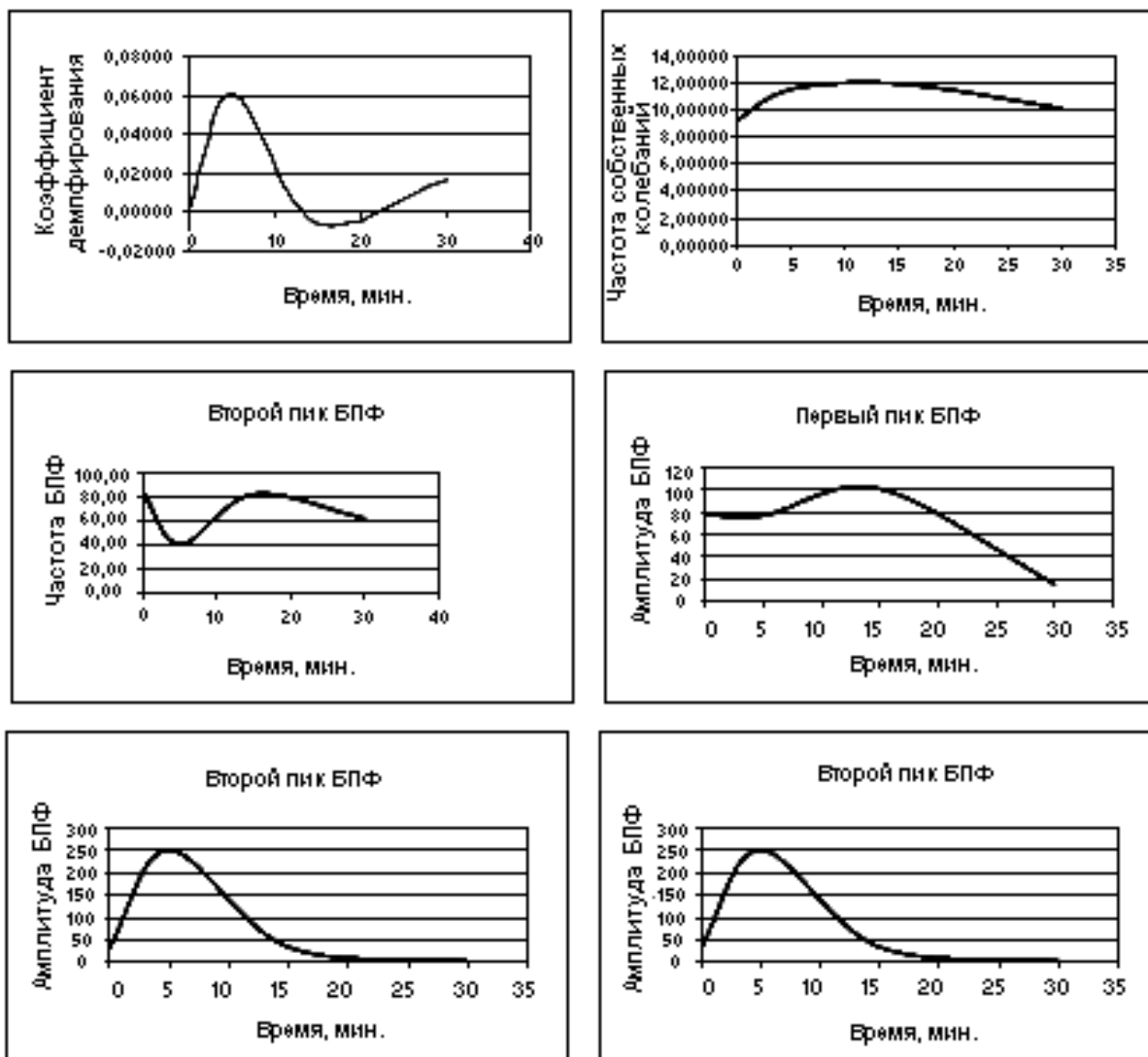


Рис. П2.21. Полученные результаты

>> damp(sys)

| Eigenvalue | Magnitude | Equiv. Damping | Equiv. Freq. (rad/s) |
|----------------------|-----------|----------------|----------------------|
| 6,81e-001+7,14e-001i | 9,87e-001 | 1,66e-002 | 1,01e+001 |
| 6,81e-001-7,14e-001i | 9,87e-001 | 1,66e-002 | 1,01e+001 |

Ниже приведены данные полученных результатов.

Сводные показатели полученные результате обработки данных моделирования представлены в табл. 2.1. и на рис. П2.21.

Представленные графики на рис. П2.21 получены из данных по анализу динамических характеристик (два горизонтальных верхних) и профилограмм (два средних и два нижних рисунка).

Таблица 2.1.

| Время эксперимента, мин. | Коэфф. демпфирования, n | Частота собственных колебаний, ω | Частота БПФ | | Амплитуда БПФ | |
|--------------------------|---------------------------|---|-------------|-------|---------------|--------|
| | | | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 0 | 0,00194 | 9,22000 | 5,870 | 84,15 | 76,85 | 32,05 |
| 5 | 0,06120 | 11,50000 | 1,950 | 41,00 | 76,85 | 249,65 |
| 15 | 0,00571 | 11,9 | 5,870 | 82,20 | 100,1 | 33,55 |
| 30 | 0,01660 | 10,1 | 5,850 | 62,20 | 15,6 | 2,8 |

Приложение 3. Пример оформления отчета

Цель работы: выбор трибологических пар; проведение эксперимента с записью сигналов в персональный компьютер; идентификация трибологического взаимодействия трибопар с получением динамических характеристик; анализ результатов идентификации; установление корреляции между динамическими характеристиками и качеством трущихся поверхностей.

1. Динамические модели процесса трения

В теоретических и экспериментальных исследованиях широко используются различные модели, которые применяются либо для изучения механизма явлений, происходящих в системах и объектах, либо для прогнозирования их функционирования. В данной работе решается задача исследования процессов трения в элементах различных конструкций.

Процедуру построения модели принято называть идентификацией, при этом данный термин обычно относится к построению аналитических математических моделей динамических объектов. Идентифицируемый объект представим в виде, показанном на рис.П 3.1, где t -время, $u(t)$ -контролируемый (управляемый) входной сигнал, $\hat{y}(t)$ -теоретический выход объекта, $e(t)$ -случайная помеха, отражающая действие не учитываемых факторов (шум наблюдения).

Связь между входным и «теоретическим» входным сигналом задается некоторым оператором Ψ :

$$\hat{y}(t) = \Psi[u(t)].$$

Тогда наблюдаем, выход объекта, который может быть описан соотношением:

$$\hat{y}(t) = \Psi[u(t)] + e(t).$$

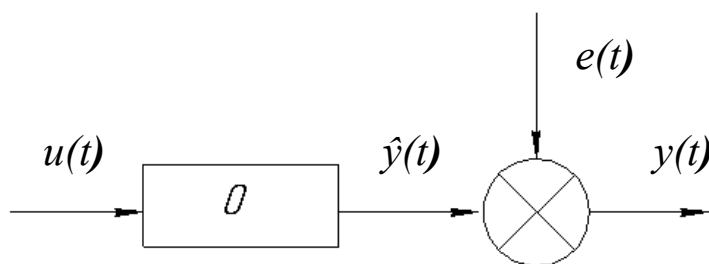


Рис. П3.1. Общее представление идентифицируемого объекта

Цель идентификации: на основании наблюдений за входным $u(t)$ и выходным $y(t)$ сигналами на каком-то интервале времени определить вид оператора, связывающего входной и теоретически выходной сигнал.

В наших трибологических исследованиях процесса трения образцов измерение сигналов с датчиков производится в дискретные моменты времени $t(k)$ (где T -интервал дискретизации), что представляет определенное удобство

при последующей обработке данных на ЭВМ. Для дискретных объектов, наиболее общим видом описания является разностное уравнение (аналог дифференциального)

$$y_k + a_1 y_{k-1} + \dots + a_{na} y_{k-na} = B_1 u_k + B_2 u_{k-1} + \dots + B_{nb} u_{k-nb+i},$$

где $y_{k-i} = y[(k-i)T]$,

$$U_{k-i} = U[(k-i)T].$$

Связь между сигналами может быть отражена через дискретную свертку:

$$y_k = \sum_{i=0}^k w_i u_{k-i},$$

где w -ординаты весовой решетчатой функции объекта, или с использованием аппарата Z -преобразования

$$y(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y_k z^k,$$

где $z = e^{pT}$, P -комплексная переменная, или через дискретную передаточную функцию

$$W(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{B(z)}{A(z)},$$

которая определяется на основании разностного уравнения после применения к обеим частям этого уравнения Z -преобразования

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na})y(z) + (b_1 + b_2 z^{-1} + b_3 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb+1})u(z).$$

В данной работе рассмотрено две дискретные модели процесса трения испытуемых образцов.

1.1. Модель авторегрессии AR (Auto Regressive)

$$A(z) \cdot y(t) = e(t),$$

$$\text{где } A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na}.$$

1.2. ARX -модель (Auto Regressive with external input)

$$A(z) \cdot y(t) = D(z) \cdot u(t) + e(t),$$

Или в развернутом виде

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-n) = b_1 u(t) + b_2 u(t-1) + \dots + b_{mb} u(t-m) + e(t).$$

Здесь $e(t)$ -дискретный белый шум,

$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{bn} z^{-nb+1}.$$

Создание рассмотренных моделей на основе наблюдаемых входных и выходных данных при испытаниях образцов на трение решается с помощью системы MATLAB пакетом *System Identification Toolbox*.

2. Динамические характеристики процесса трения.

Автокорреляционная и взаимная корреляционная функции.

По записям входного $u(t)$ и выходного $y(t)$ сигналов, полученных при испытаниях образцов, можно оценить автокорреляционную и взаимно корреляционную функции согласно теории случайных процессов. Автокорреляционная функция случайного процесса характеризует общую зависимость значений процесса в некоторый данный момент времени от значений в другой момент. Пусть мы имеем реализацию $y(t)$, приведенную на рис. ПЗ.2.

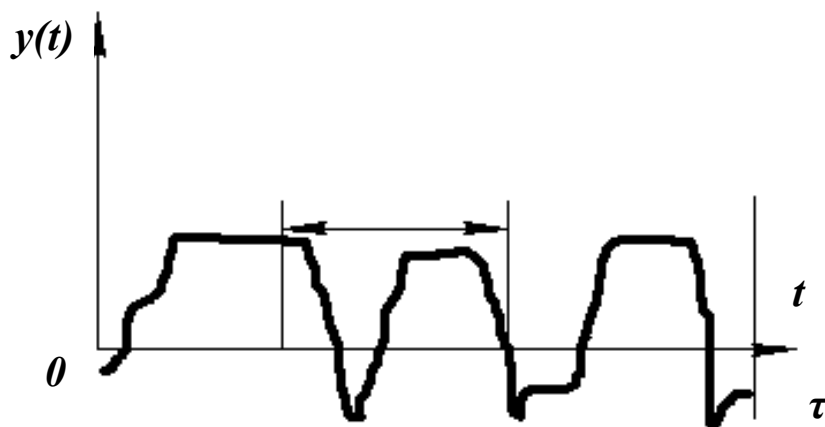


Рис. ПЗ.2. Определение автокорреляционной функции

Оценка вида и величины автокорреляции функции, связывающей значения $y(t)$ в момент времени t и $t+\tau$, можно получить, вычисляя произведения в пределах времени наблюдения T . Найденное среднее значение произведения приближается к точке значения автокорреляционной функции рассматриваемого сигнала при стремлении T к бесконечности:

$$R_y(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt.$$

Поскольку у нас запись входных и выходных сигналов производится в дискретном виде, то оценку автокорреляционной функции в каждом эксперименте будем определять по N значениям реализации достаточной длины T :

$$R_y(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(t)y(t+\tau).$$

Характеристика $R_y(\tau)$ – всегда действительная четная функция с максимумом в точке $\tau=0$; она может быть как положительной, так и отрицательной

$$R_y(-\tau) = R_y(\tau)$$

$$R_y(0) \geq |R_y(\tau)| \text{ при любых } \tau.$$

Автокорреляционная функция является одним из средств для выявления детерминационных процессов, которые могут маскироваться случайным фоновым шумом и исследования того, в какой степени значения процесса в некоторый данный момент времени влияют на значения процесса в некоторый момент в будущем. Кроме того, автокорреляционная функция используется в спектральном анализе исследуемого процесса.

Взаимная корреляционная функция двух сигналов характеризует будущую зависимость значений одного сигнала $y(t)$ от значений другого $u(t)$.

Как и в случае автокорреляционной функции оценку взаимной корреляционной функции можно получить по записям $y(t)$ и $u(t)$ достаточной длины

$$R_{yn}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(t + \tau)u(t).$$

Величина $R_{yn}(\tau)$ – всегда действительная функция, которая может быть как положительной, так и отрицательной. Она не обязательно имеет максимум в точке $\tau=0$ и не обязательно четной, как это было в случае автокорреляционной функции. Функция $R_{yn}(\tau)$ обладает свойством антисимметрии; если y и n поменять местами, то

$$R_{yn}(-\tau) = R_{ny}(\tau).$$

Справедливы два неравенства, ограничивающие абсолютное значение взаимной корреляционной функции

$$|R_{yn}(\tau)|^2 \leq R_y(0)R_u(0)$$

$$|R_{yn}(\tau)|^2 \leq \frac{1}{2}[R_y(0) + R_u(0)].$$

Взаимная корреляционная функция используется, в частности, для определения времени задержки сигнала в исследуемой динамической системе, определения тракта сигнала, обнаружение сигналов в шуме и их восстановление.

3. Параметрическая идентификация процесса трения

Входной и выходной сигналы.

В результате работы датчиков и вывода полученных значений на компьютер получаем сигналы входа u (рис. ПЗ.3) и выхода y (рис. ПЗ.4), которые являются нецентрированными.

Таблица с исходными данными:

| u | y | u | y |
|------|-----|------|------|
| 103 | 103 | -166 | -121 |
| 103 | 103 | -166 | -121 |
| 66 | 67 | -204 | 149 |
| 66 | 67 | -204 | 149 |
| 16 | 15 | -211 | -157 |
| 16 | 15 | -211 | -157 |
| -44 | -45 | -211 | -157 |
| -44 | -45 | -211 | -157 |
| -106 | -99 | -178 | 178 |
| -106 | -99 | ... | ... |

Вывод на экран нецентрированных графиков входного и выходного сигналов:

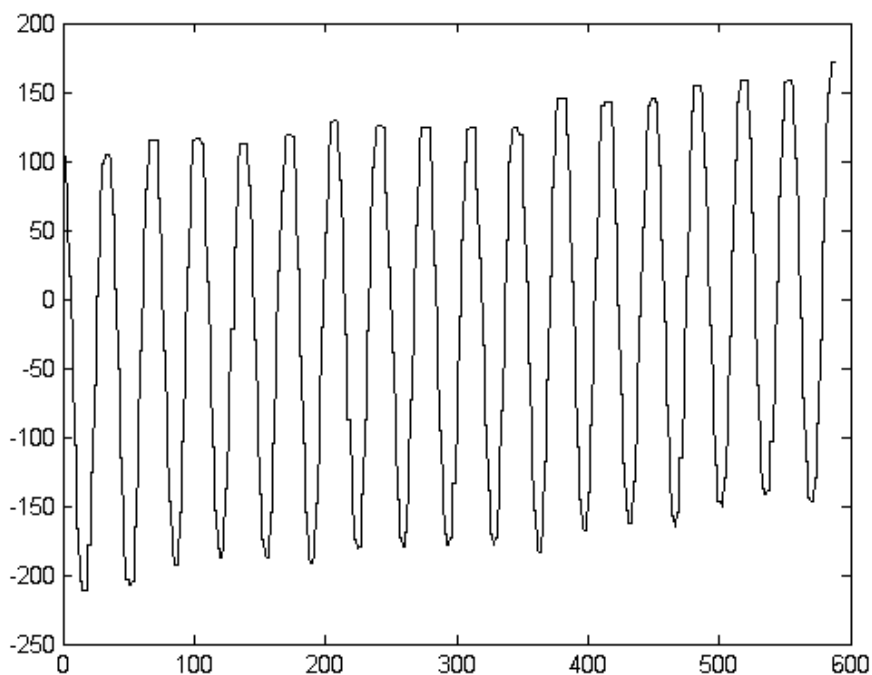


Рис. ПЗ.3. График входного сигнала

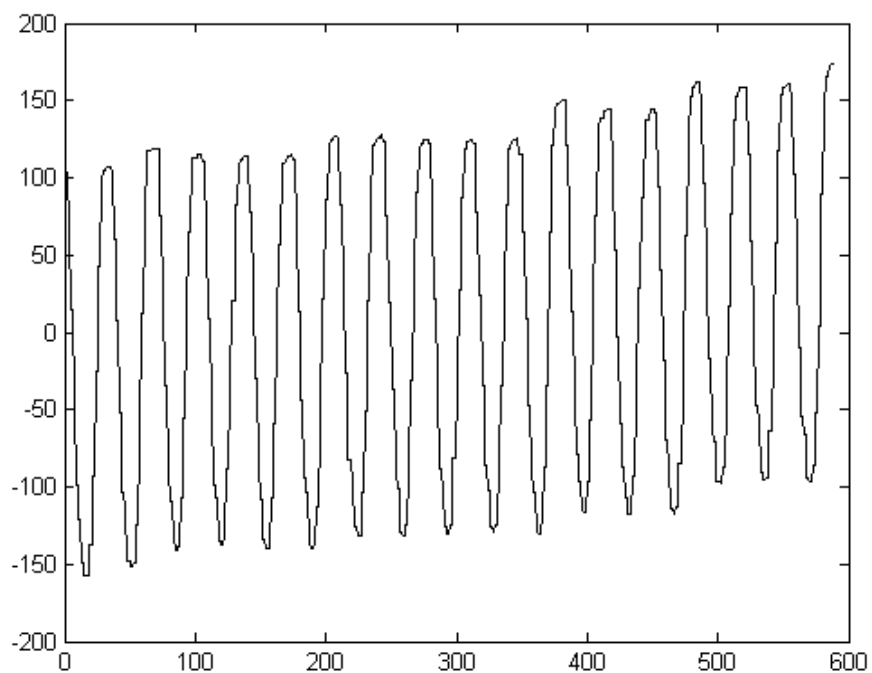


Рис. ПЗ.4. График выходного сигнала

Данные необходимо отцентрировать, для чего используем функцию *detrend*.

Выравнивание входных (рис. ПЗ.5) и выходных (рис. ПЗ.6) сигналов относительно нуля:

```
>> u=detrend(u)
>> y=detrend(y)
```

Вывод на экран графиков:

```
>> plot(u)
```

```
>> plot(y)
```

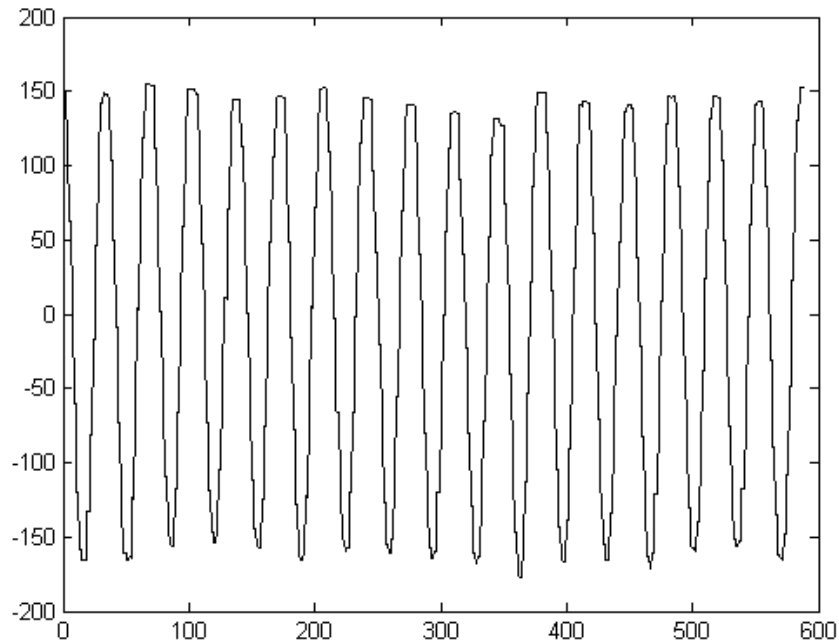


Рис. ПЗ.5. График входного сигнала

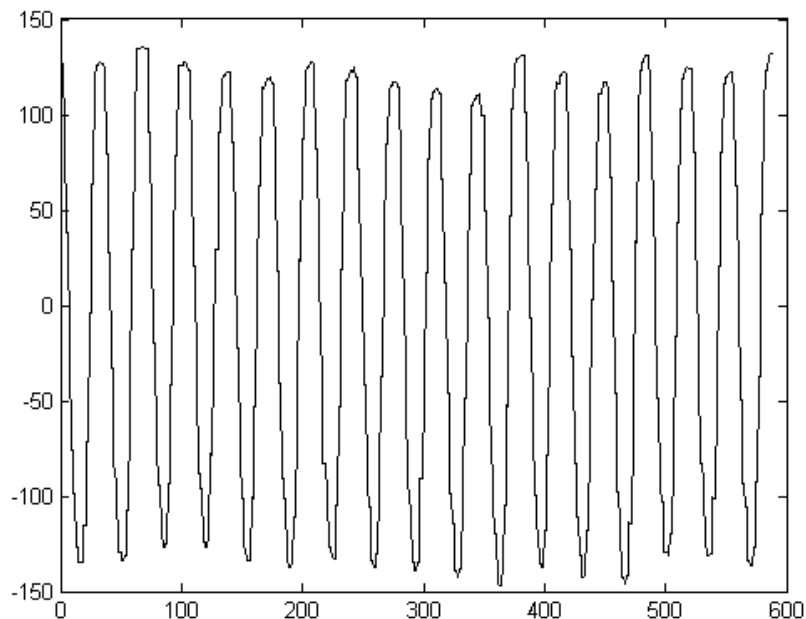


Рис. ПЗ.6. График выходного сигнала

Из выведенных графиков видно, что у входного сигнала амплитуда больше чем у выходного. Следовательно, часть энергии рассеивается.

Возможно представление процесса трения в виде моделей с одной, двумя, тремя степенями свободы (рис. ПЗ.7).

Матрица входных и выходных воздействий:

Создаем матрицу входных и выходных данных. Подставляем туда функции выходного сигнала y и входного сигнала u :

```
>> z=[y u].
```

А. Создаем дискретную модель (дифференциальное уравнение второго порядка):

```
>> th = canstart(z,2,1,[0,1,0]),
```

где z – матрица входных и выходных сигналов;

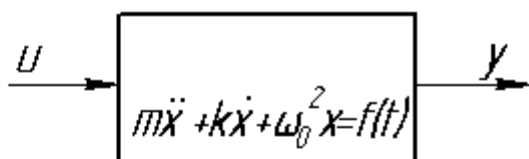
2 - порядок дифференциального уравнения;

1 – количество вводов;

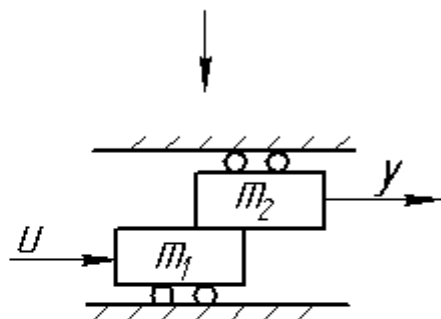
0 – не учитывается задержка;

1 – учитывается K -матрица шумов;

0 – начальные нулевые условия.

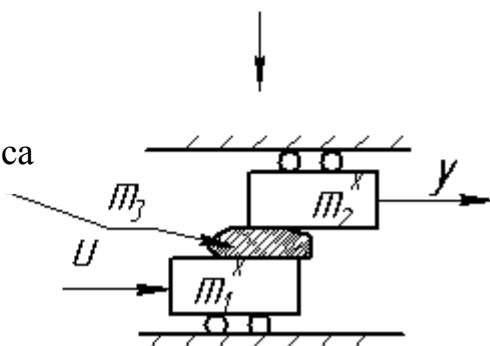


Одно уравнение движения (одна степень свободы)



Два уравнения движения (две степени свободы)

Третье тело-продукт износа



Три уравнения движения (три степени свободы)

Рис. ПЗ.7. Представление процессов трения

State-space model:

$$x(t + Ts) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot e(t),$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + e(t).$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,64491 & 1,3233 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,546 \\ 0,41486 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0], D = [0],$$

$$K = \begin{bmatrix} 0,64803 \\ 0,42441 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A - вектор коэффициентов в пространстве состояния;

B - вектор коэффициентов в матрице управления;
 C – вектор коэффициентов смещения;
 D – вектор коэффициентов обратной связи;
 K – матрица шумов;
 $x(0)$ – начальное условие.

Представим дискретную модель в пространстве состояний:

>> sys1 = ss(th)

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,6449 & 1,323 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0,546 & 15,12 \\ 0,4149 & 9,903 \end{bmatrix}, c = [1 \ 0], d = [0 \ 23,33].$$

Второй столбец матриц b и d – смешанный выход $v@y1$ с наложением шумов.

Преобразуем модель из дискретной в непрерывную:

>> sys2 = d2c(sys1)

$$a = \begin{bmatrix} -1,095 & 1,324 \\ -0,8538 & 0,6566 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0,5534 & 16,45 \\ 0,5046 & 13 \end{bmatrix}, c = [1 \ 0],$$

$$d = [0 \ 23,33].$$

Получаем передаточную функцию:

>> sys3 = tf(sys2)

Transfer function from input "u1" to output "y1":

$$\frac{0,5534 \cdot s + 0,3047}{s^2 + 0,4386 \cdot s + 0,4112}$$

Transfer function from input "v@y1" to output "y1":

$$\frac{23,33 \cdot s^2 + 26,69 \cdot s + 16,01}{s^2 + 0,4386 \cdot s + 0,4112}$$

Фазово-частотная характеристика:

Для получения ФЧХ берем функцию *Vode*, которая строит логарифмические частотные характеристики (рис. ПЗ.8). Выбор логарифмической системы координат обосновывается двумя факторами. Во-первых, в логарифмических координатах можно упрощенно изображать амплитудные частотные характеристики ломаными линиями. Второе удобство связано с построением амплитудных частотных характеристик цепочки последовательно соединенных звеньев, равное сумме амплитудных характеристик отдельных звеньев. Амплитудная частотная характеристика в логарифмических координатах строится в виде зависимости $20 \cdot \lg A$ от $\lg \omega$, а фазовая – в виде зависимости φ от $\lg \omega$. На графике получаем входные ФЧХ и АЧХ.

По амплитудно-частотной характеристике можно оценить качество системы с помощью частоты среза – частоты, при которой АЧХ принимает значение, равное единице. Частота среза косвенно характеризует длитель-

ность переходного процесса. Время регулирования системы обратно пропорционально частоте среза:

$$t_p \cong (1 \div 2) \frac{2\pi}{\omega_{cp}}$$

Если переходный процесс имеет 1-2 колебаний, то можно установить связь между частотой среза и временем достижения первого максимума

$$t_m \cong \frac{2\pi}{\omega_{cp}}$$

Полосу среза легко определить на логарифмических частотных характеристиках (частота, при которой АЧХ принимает нулевое значение).

>> `bode(sys3)`

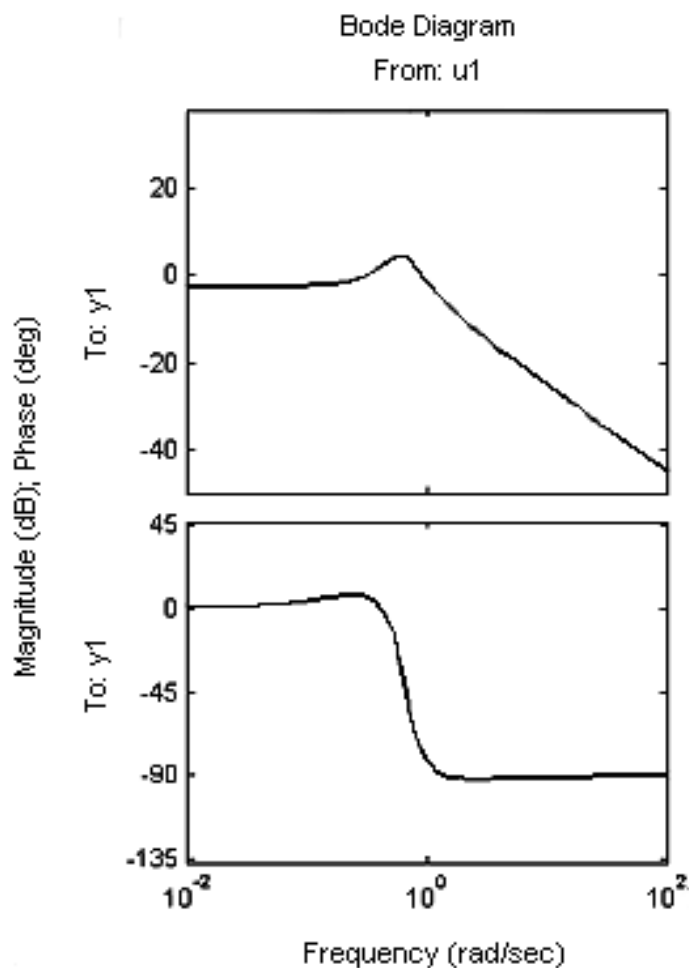


Рис. ПЗ.8. Фазово-частотные характеристики

Переходные характеристики:

Для получения переходной характеристики на вход системы подаем единичное ступенчатое воздействие $X(t)=1(t)$, которое иллюстрируется следующим образом (рис. ПЗ.9).

Единичное ступенчатое воздействие записывается следующим образом:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$$

Реакция на выходе звена при подаче такого воздействия – это и есть переходная функция, рис.П3.10. Для ее определения воспользуемся функцией *step*.

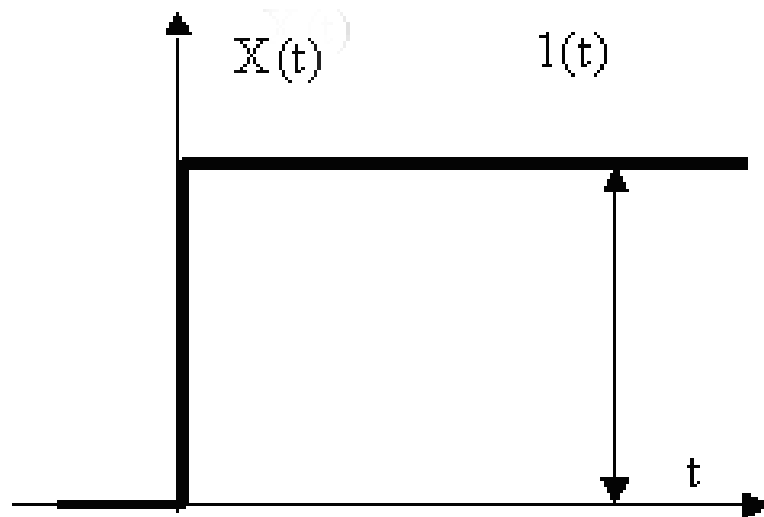


Рис. П3.9. Единичное ступенчатое воздействие

>> *step(sys3)*

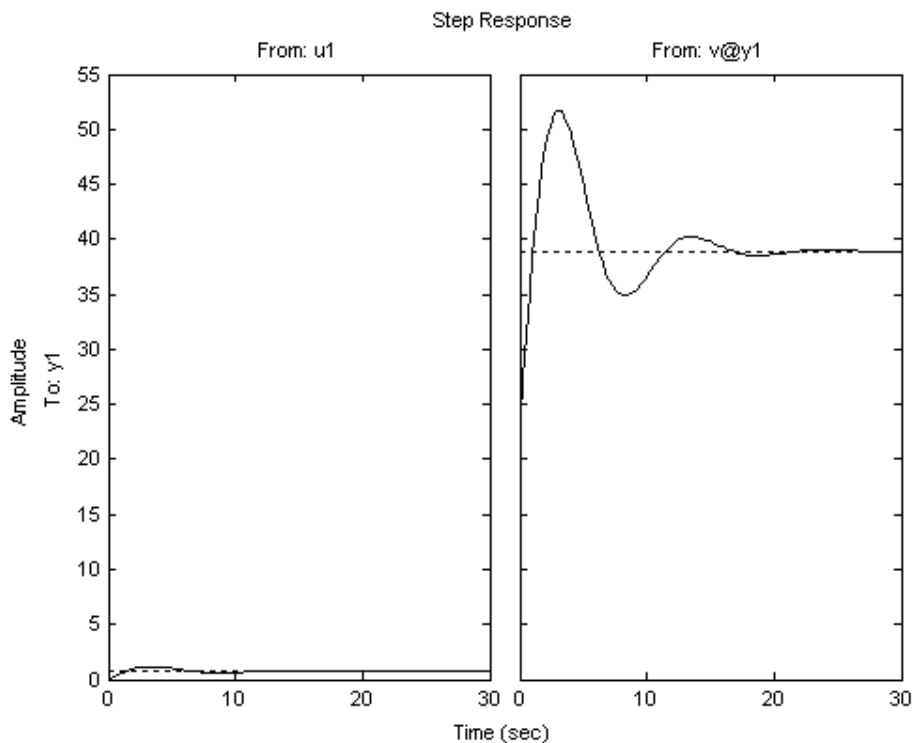


Рис. 3.10. Переходная характеристика

Импульсные характеристики:

Импульсная характеристика представляет собой реакцию звена на единичный импульс. Единичный импульс – это импульс, площадь которого

равна единице при длительности, равной нулю, и высоте, равной бесконечности. Он условно показан на рис. ПЗ.11:

Единичный ступенчатый импульс можно записать так:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = 0, \\ 0 & \text{при } t \neq 0 \end{cases}$$

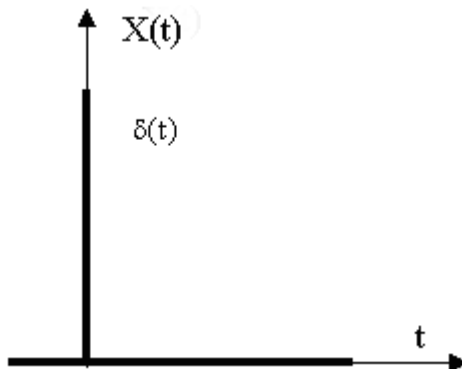


Рис. ПЗ.11. Единичный импульс

Для определения импульсной характеристики воспользуемся функцией *impulse*, рис. ПЗ.12.

```
>> impulse(sys3)
```

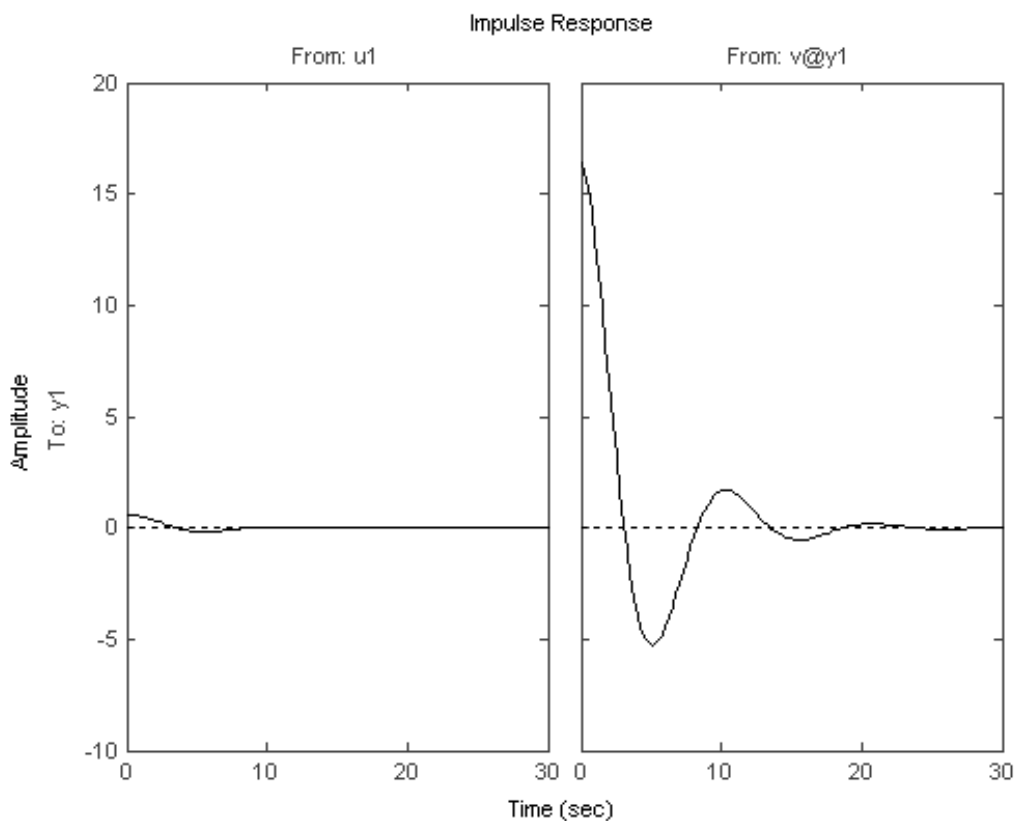


Рис. ПЗ.12. Импульсная характеристика

Б. Создаем дискретную модель (дифференциальное уравнение четвертого порядка):

Если дифференциальное уравнение второго порядка описывает одно-массовую модель, то в ДУ четвертого порядка описывается две массы.

```
>> th = canstart(z,4,1,[0,1,0])
```

State-space model:

$$x(t + Ts) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot e(t),$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + e(t).$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,63196 & -1,1316 & -0,25196 & 1,6328 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0,35866 \\ 0,21991 \\ 0,44721 \\ 0,68376 \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0], D = [0], K = \begin{bmatrix} 0,73386 \\ 0,53392 \\ 0,35536 \\ 0,059338 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Представим дискретную модель в пространстве состояний:

```
>> sys1 = ss(th)
```

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,632 & -1,132 & -0,252 & 1,633 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -0,3587 & 13,44 \\ 0,2199 & 9,777 \\ 0,4472 & 6,508 \\ 0,6838 & 1,087 \end{bmatrix},$$

$$c = [1 \ 0 \ 0 \ 0], d = [0 \ 18,31].$$

Второй столбец матриц b и d – смешанный выход $v@y1$ с наложением шумов.

Преобразуем модель из дискретной в непрерывную:

```
>> sys2 = d2c(sys1)
```

$$a = \begin{bmatrix} -0,9735 & 0,4816 & 1,134 & -0,716 & -2,685 \\ -0,4525 & -0,1633 & 0,662 & -0,03534 & 2,223 \\ -0,02234 & -0,4125 & -0,1544 & 0,6042 & -1,84 \\ 0,3819 & -0,7061 & -0,5647 & 0,8322 & 1,523 \\ 0,5713 & -1,713 & 1,842 & -0,7484 & -0,1889 \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} -0,521 & 13,59 \\ -0,04854 & 11,82 \\ 0,3497 & 8,411 \\ 0,6111 & 3,73 \\ 0,1476 & -1,148 \end{bmatrix}, c = [1 \ 0 \ 0 \ 0], d = [0 \ 18,31].$$

Получаем передаточную функцию:

```
>> sys3 = tf(sys2)
```

Transfer function from input "u1" to output "y1":

$$\frac{-0,521 \cdot s^4 - 0,2911 \cdot s^3 - 5,048 \cdot s^2 + 2,885 \cdot s + 0,3032}{s^5 + 0,6479 \cdot s^4 + 10,32 \cdot s^3 + 2,87 \cdot s^2 + 3,148 \cdot s + 0,7542}$$

Transfer function from input "v@y1" to output "y1":

$$\frac{18,31 \cdot s^5 + 25,46 \cdot s^4 + 200,2 \cdot s^3 + 190,7 \cdot s^2 + 89,03 \cdot s + 34,98}{s^5 + 0,6479 \cdot s^4 + 10,32 \cdot s^3 + 2,87 \cdot s^2 + 3,148 \cdot s + 0,7542}$$

Фазово-частотные характеристики:

На рис. ПЗ.13 представлены графики фазово-частотных характеристик.

```
>> bode(sys3)
```

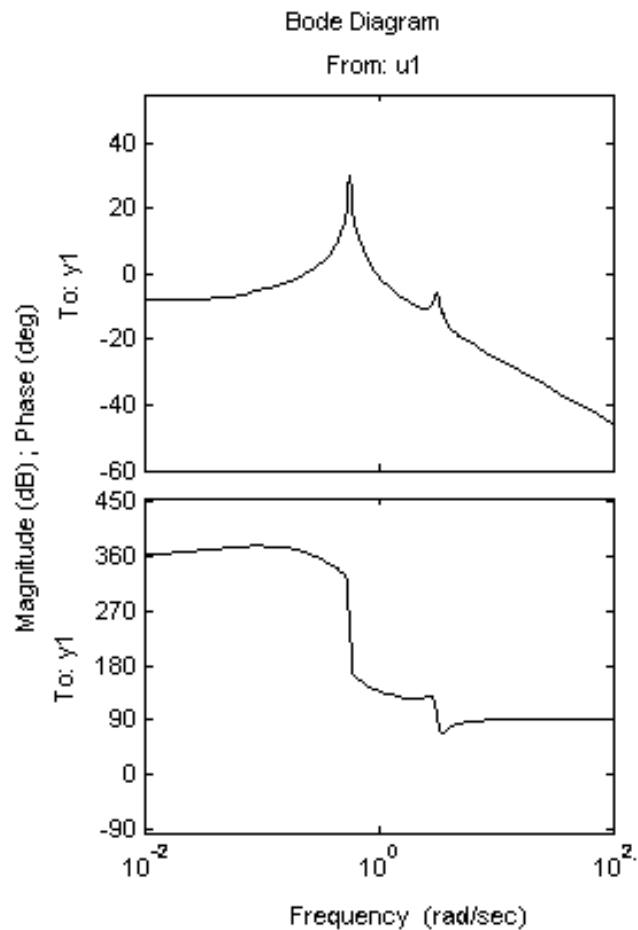


Рис. ПЗ.13. Фазово-частотные характеристики

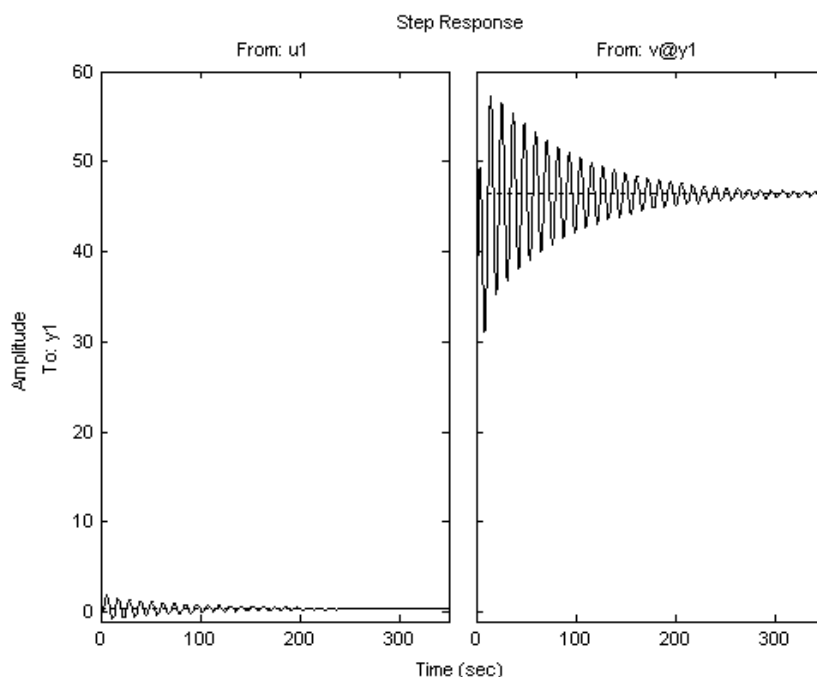


Рис. ПЗ.14. Переходные характеристики

При сравнении результатов, полученных для дифференциальных уравнений четвертого и второго порядков, можно заметить на ФЧХ для ДУ четвертого порядка появился всплеск, который отсутствовал на ФЧХ для ДУ второго порядка. Это объясняется тем, что система была одномассовой, а стала двухмассовой.

Переходные характеристики:

На рис. ПЗ.14 представлены графики переходных характеристик. При сравнении с переходной характеристикой, полученной для ДУ второго порядка, заметно, что время затухания увеличилось в разы.

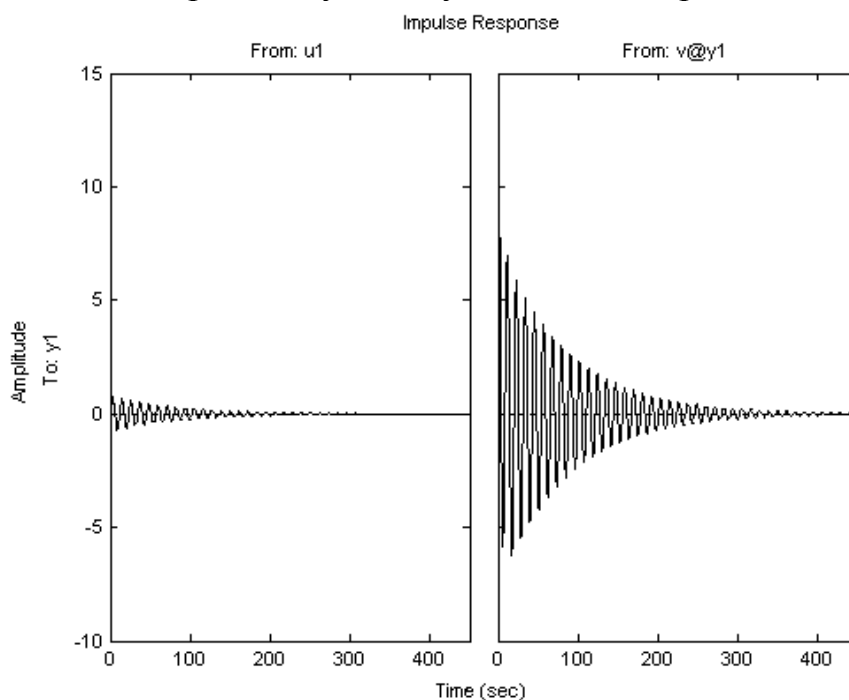


Рис. ПЗ.15. Импульсные характеристики

Импульсные характеристики:

На рис. ПЗ.15 представлены графики импульсных характеристик. Импульсная характеристика, как и переходная, для уравнения четвертого порядка затухает гораздо дольше, чем для уравнения второго порядка.

В. Создаем дискретную модель (дифференциальное уравнение шестого порядка):

В данном случае возникает третье тело – частица, размером порядка 1 нм при умеренном износе, 100 мкм при сильном износе.

$$\gg th = canstart(z,6,1,[0,1,0])$$

При начальных нулевых условиях, не учитываем задержку, учитываем шумы.

State-space model:

$$x(t + Ts) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot e(t),$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + e(t).$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,73873 & -1,7628 & 1,2035 & 1,1658 & -3,116 & 2,7339 \end{bmatrix},$$
$$B = \begin{bmatrix} -0,56902 \\ 0,28773 \\ 0,66988 \\ 0,52881 \\ 0,033779 \\ -0,10808 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], D = [0], K = \begin{bmatrix} 0,78935 \\ 0,55733 \\ 0,20138 \\ -0,051375 \\ -0,074161 \\ -0,053122 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Представим дискретную модель в пространстве состояний:

$$\gg sys1 = ss(th)$$

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,7387 & -1,763 & 1,203 & 1,166 & -3,116 & 2,734 \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} -0,569 & 13,16 \\ 0,2877 & 9,295 \\ 0,6699 & 3,359 \\ 0,5288 & -0,8568 \\ 0,03378 & -1,237 \\ -0,1081 & -0,8859 \end{bmatrix}, c = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], d = [0 \ 16,68].$$

Второй столбец матриц b и d – смешанный выход $v@y1$ с наложением шумов.

Преобразуем модель из дискретной в непрерывную:

$$\begin{aligned} &>> \text{sys2} = d2c(\text{sys1}) \\ a &= \begin{bmatrix} -1,312 & 1,47 & 0,7392 & -1,976 & 1,613 & -0,5504 & -2,012 \\ -0,4066 & -0,3422 & 0,808 & 0,09745 & -0,261 & 0,108 & 1,591 \\ 0,0798 & -0,597 & -0,2122 & 0,9339 & -0,2391 & 0,03431 & -1,258 \\ 0,02534 & 0,01932 & -0,5557 & -0,1722 & 0,827 & -0,1453 & 0,9951 \\ -0,1074 & 0,2816 & -0,1556 & -0,7252 & 0,2807 & 0,4297 & -0,7869 \\ 0,3174 & -0,8648 & 0,7987 & 0,3453 & -2,064 & 1,455 & 0,6223 \\ 0,3855 & -1,407 & 2,408 & -2,436 & 1,454 & -0,4127 & -0,2347 \end{bmatrix}, \\ b &= \begin{bmatrix} -0,8638 & 12,96 \\ 0,1298 & 12,02 \\ 0,5754 & 6,347 \\ 0,6982 & 0,6008 \\ 0,2697 & -1,499 \\ -0,1129 & -0,9246 \\ 0,115 & -0,4096 \end{bmatrix}, c = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], d = [0 \ 16,68]. \end{aligned}$$

Получаем передаточную функцию:

$$\gg \text{sys3} = \text{tf}(\text{sys2})$$

Transfer function from input "u1" to output "y1":

$$\frac{-0,8638 \cdot s^6 - 0,2102 \cdot s^5 - 8,967 \cdot s^4 + 3,868 \cdot s^3 - 6,09 \cdot s^2 + 2,853 \cdot s + 0,1065}{s^7 + 0,5375 \cdot s^6 + 11,51 \cdot s^5 + 1,498 \cdot s^4 + 15,78 \cdot s^3 + 1,123 \cdot s^2 + 3,537 \cdot s + 0,2411}$$

Transfer function from input "v@y1" to output "y1":

$$\frac{16,68 \cdot s^7 + 21,93 \cdot s^6 + 202 \cdot s^5 + 169,1 \cdot s^4 + 304,4 \cdot s^3 + 160,6 \cdot s^2 + 81,25 \cdot s + 16,01}{s^7 + 0,5375 \cdot s^6 + 11,51 \cdot s^5 + 1,498 \cdot s^4 + 15,78 \cdot s^3 + 1,123 \cdot s^2 + 3,537 \cdot s + 0,2411}$$

Фазово-частотные характеристики:

На рис. ПЗ.16 представлены графики фазово-частотных характеристик.

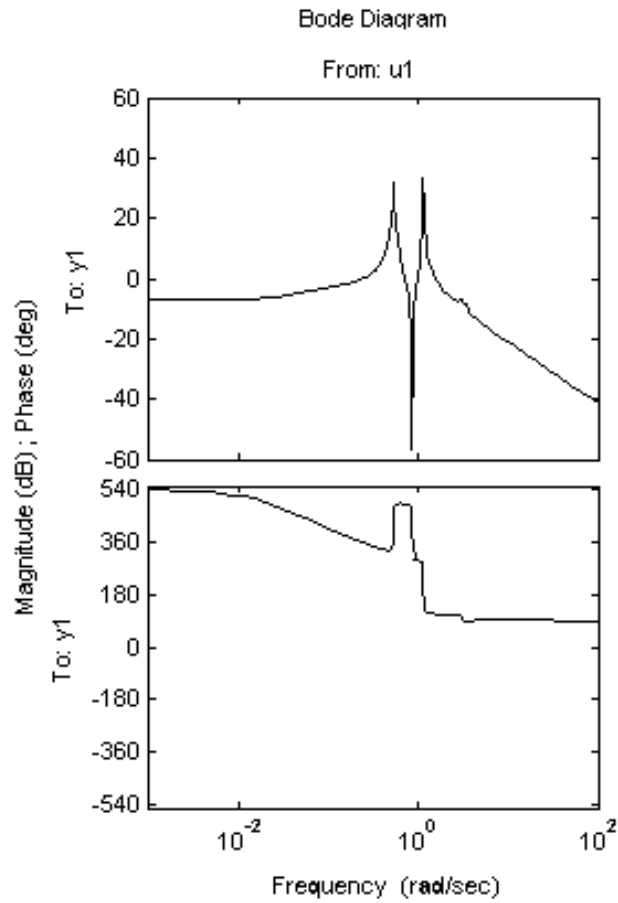


Рис. ПЗ.16. Фазово-частотные характеристики

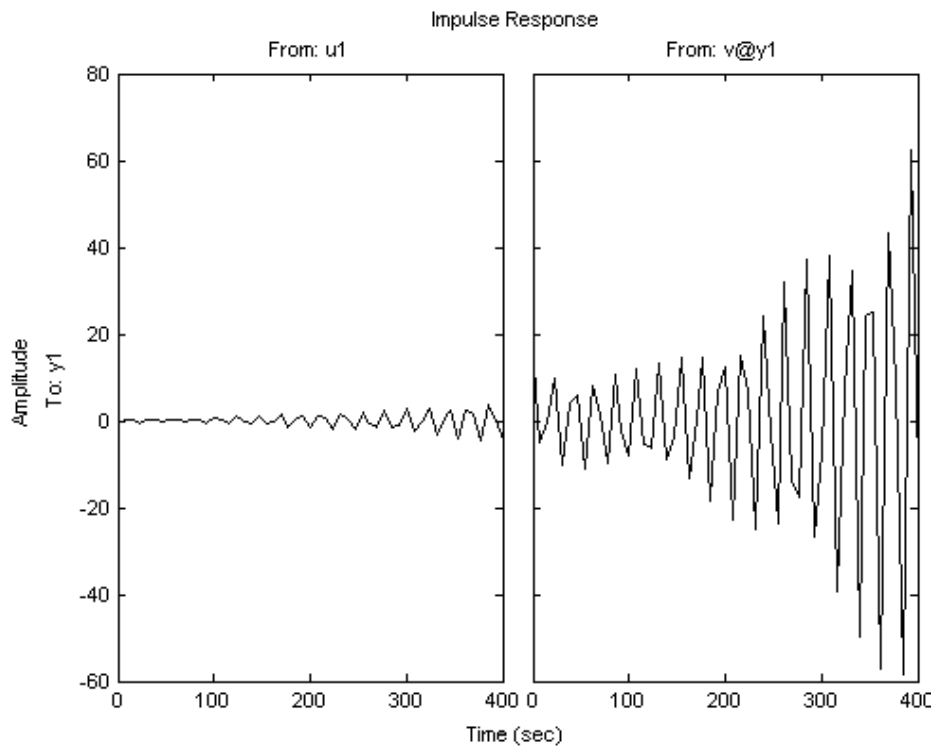


Рис. ПЗ.18. Импульсные характеристики

Переходные характеристики:

На рис. ПЗ.17 представлены графики переходных характеристик.

Из полученных результатов видно, что при ДУ шестого порядка переходная характеристика не затухает, как в предыдущих случаях, а наоборот постепенно нарастает.

Импульсные характеристики:

На рис. ПЗ.18 представлены графики импульсных характеристик.

Импульсная характеристика для ДУ шестого порядка также возрастает.

4. Анализ полученных результатов моделирования

На рис. ПЗ.19-ПЗ.20 выведены графики выходных сигналов реальной системы и для моделей второго, четвертого и шестого порядка.

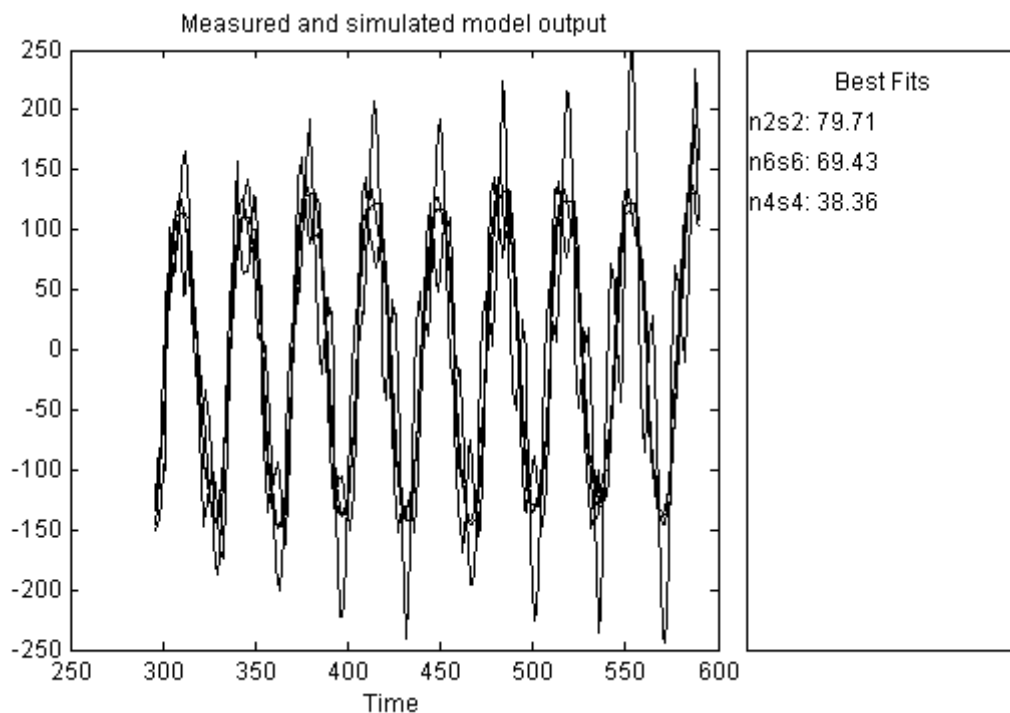


Рис. ПЗ.19. Графики выходных сигналов моделей

Выход реальной системы показан черным цветом (равноценно функции $plot(y)$) и модулированные выходы.

Цифры, указанные справа на графике в колонке *Best Fits*, отражают меру совпадения построенной модели с реальным выходом, где *n2s2* соответствует модели второго порядка, *n4s4* - модели четвертого порядка, *n6s6* - модели шестого порядка - это величина, обратная среднеквадратическому отклонению. Чем больше значение, тем выше точность моделирования.

Среднеквадратическое отклонение - величина, которая определяется по формуле

$$S = \sqrt{\frac{(x - \bar{x})^2}{N}},$$

где x - случайное значение какой-то величины;

\bar{x} - среднее значение этой величины;
 N - количество измерений случайной величины.

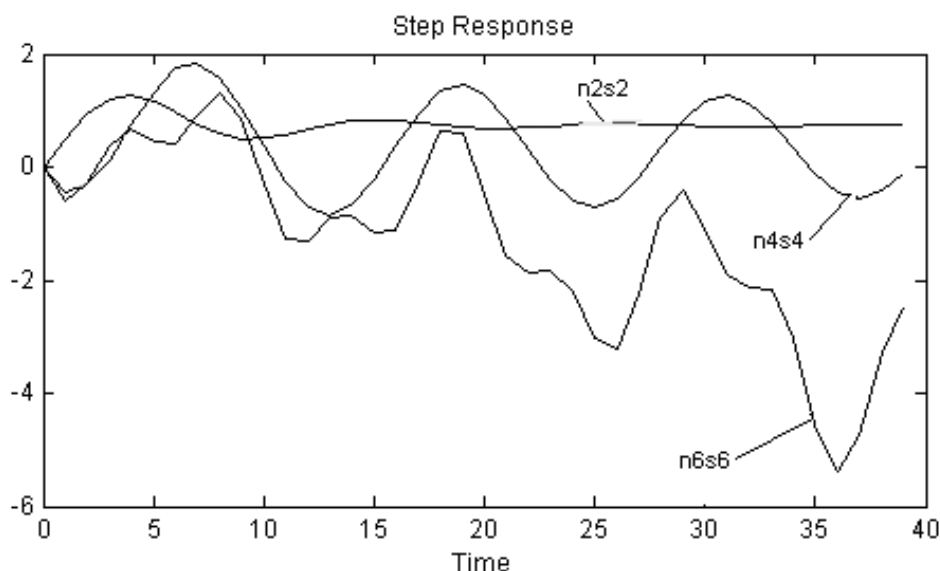


Рис. ПЗ.20. Переходные характеристики моделей

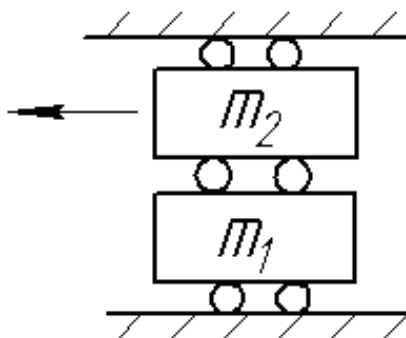


Рис. ПЗ.21. Модель системы для уравнения шестого порядка

На рис. ПЗ.21 представлены результаты моделирования моделей. Для второго порядка уравнения модель является классической, что является неоспоримым преимуществом. По полученному графику сразу видно, что коэффициент демпфирования $n = 0,75$. Модель четвертого порядка представляет собой чисто колебательный процесс, который отображается на выходе системы. Для дифференциального уравнения шестого порядка третье тело играет роль шариков между двумя телами, т.о. процесс является неустойчивым, диссипации нет (рис. ПЗ.22):

Амплитудно-частотные характеристики для уравнений второго и четвертого порядков соответствуют классическому результату, а для уравнения шестого порядка наблюдается два резонансных пика. Это говорит о том, что здесь проходит два процесса: трение и изнашивание. На фазово-частотной характеристике для уравнения шестого порядка идет сдвиг фазы в противоположную сторону.

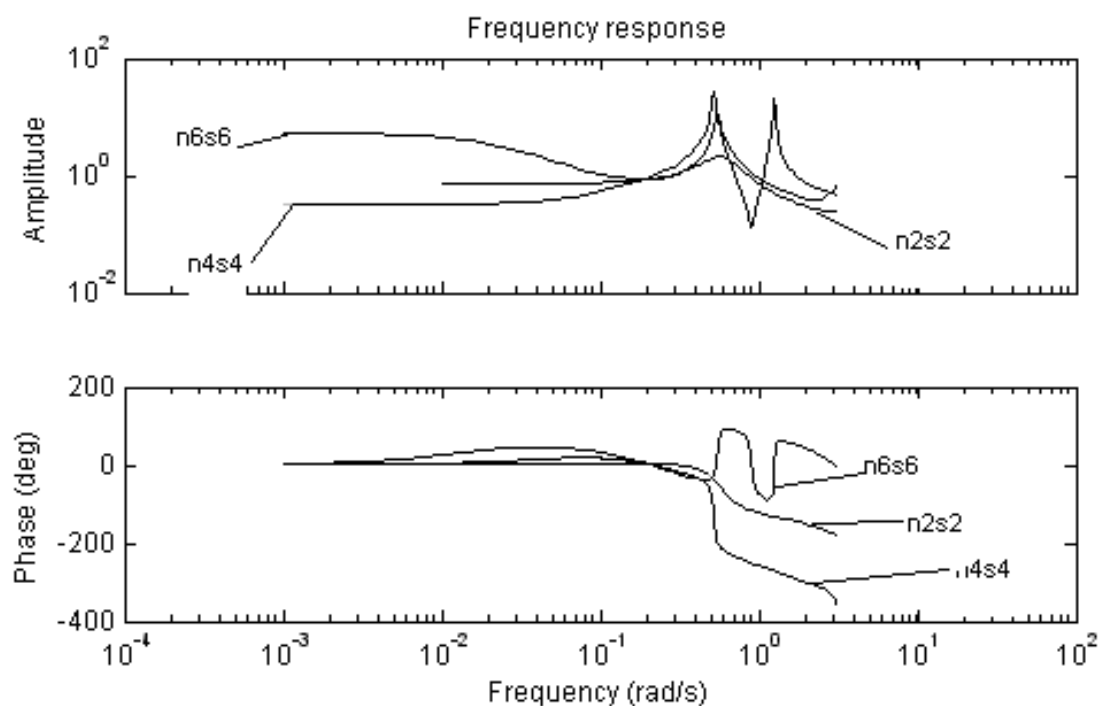


Рис. ПЗ.22. Фазово-частотные характеристики

Выводы

Таким образом, в результате проделанной работы были сделаны следующие выводы:

1. Освоена методика проведения эксперимента на установке “Трибал”;
2. Подробно описан метод проведения экспериментальных исследований с использованием входного и выходного сигнала;
3. Показан способ обработки полученных экспериментальных данных с использованием математического пакета MATLAB;
4. Приведен пример анализа полученных данных.

Список литературы

1. СНиП 23-05-95 «Естественное и искусственное освещение».
2. Мусалимов В.М., Валетов В.А. Динамика фрикционного взаимодействия – СПб.: СПбГУИТМО, 2006. – 191с.
3. Мусалимов В.М., Ларичкин М.П., Аникеенко А.Д., Супрун Н.А., Исмаилов Г.М., Струк А.Н. Компьютерные технологии оцифровки экспериментальных данных: В кн. Труды пятой сессии международной научной школы "Фундаментальные и прикладные проблемы теории точности процессов, машин, приборов и систем". – СПб.: ИПМаш РАН, 2002. – С.151-156.
4. Исмаилов Г.М., Соханов Б.В., Мусалимов В.М. Устройство для испытаний материалов на трение – А.С. №1821689. Оpubл. в Б.И. – 1993. – №22.
5. Бузунов Д.А., Бузунов Р.А., Сизова А.А. Модернизация трибометрической системы «Трибал».: Статья V межвузовской конференции молодых ученых. – 2007.
6. Петрищев М.С., Бузунов Р.А., Сизова А.А. Диссипация энергии связанных маятников. Статья III межвузовской конференции молодых ученых «Вестник».- СПб.: СПбГУИТМО, 2006 – С. 219-224.
7. Юревич Е.И. Теория автоматического управления. - Л: Энергия, 1969. – 375с.
8. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования – М.: Наука, 1972. – 768 с.
9. Дьяконов В., Круглов В. МАТЛАВ. Анализ, идентификация и моделирование систем: Специальный справочник – СПб.: Питер, 2002. – 448 с.
10. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Ч.2. – Динамика–М.; 1966. – 411с.

Содержание

| | |
|---|----|
| Введение..... | 3 |
| Глава 1. Экспериментальное определение трибологических характеристик взаимодействующих тел | 7 |
| 1.1. Общая схема устройства для трибологических исследований..... | 7 |
| 1.2. Технические характеристики | 8 |
| 1.3. Подготовка образцов..... | 8 |
| 1.4. Режимы работы установки | 9 |
| 1.5. Цифровой измеритель перемещения | 10 |
| 1.6. Обратная связь | 12 |
| 1.7. Работа установки | 12 |
| Глава 2. Моделирование динамики фрикционного взаимодействия тел с помощью программы System Identification Toolbox | 15 |
| Глава 3. Моделирование динамики фрикционного взаимодействия тел с помощью пакета программ Matlab | 25 |
| 3.1. Командная строка | 25 |
| 3.2. Обоснование выбора идентификационной модели второго порядка | 25 |
| Приложение 1. Порядок проведения лабораторной работы «Моделирование динамики фрикционного взаимодействия тел».. | 32 |
| Приложение 2. Примеры обработки данных. Сопоставление эволюции динамических характеристик и эволюции качества трущихся поверхностей | 36 |
| Приложение 3. Пример оформления отчета | 52 |
| Список литературы..... | 72 |



СПбГУ ИТМО стал победителем конкурса инновационных образовательных программ вузов России на 2007–2008 годы и успешно реализовал инновационную образовательную программу «Инновационная система подготовки специалистов нового поколения в области информационных и оптических технологий», что позволило выйти на качественно новый уровень подготовки выпускников и удовлетворять возрастающий спрос на специалистов в информационной, оптической и других высокотехнологичных отраслях науки. Реализация этой программы создала основу формирования программы дальнейшего развития вуза до 2015 года, включая внедрение современной модели образования.

КАФЕДРА МЕХАТРОНИКИ

В 1991 году в учебный процесс на кафедре «Мехатроника» была введена дисциплина «Основы трибоники». Это совпало со временем преобразования общеинженерной кафедры теории механизмов и деталей приборов (ТМ и ДП) в выпускающую кафедру мехатроники. Трибоника, триботехника и трибология – это различные грани науки о трении и износе и грани приложенных теорий трения и износа к решению инженерных задач. Системная направленность этой дисциплины позволила использовать разработки кафедры при двухуровневой системе подготовки специалистов. А создание современных устройств для трибологических испытаний сопряжений деталей машин и приборов позволило активно включить в учебно-исследовательский процесс студентов, бакалавров и магистрантов. Таким образом, при участии студентов и аспирантов кафедры было создано трибомехатронная система «Трибал», на которую было получено несколько патентов РФ. Установка предназначена для исследования и мониторинга фрикционного контактного взаимодействия элементов конструкций. Силами бакалавров Бордиловского Сергея, Ларичкина Михаила и Аникеенко Алексея был построен действующий макет-прибор этой установки, на которой проводили исследования магистранты и аспиранты. Конечно, последовательно проводилась и дальнейшая модернизация установки. Так, в 2007-08 учебном году курсовой проект по основам конструирования для некоторых студентов был связан с модернизацией трибомехатронной системы. Многие темы выпускных работ были посвящены обозначенным темам. Успешно защитили по триботехнической тематике диссертационные работы аспиранты Орлов Сергей (2007 г.) и Сапожков Михаил (2008г.).

Результаты научных исследований с использованием этого уникального прибора прозвучали на Международном конгрессе по теоретической и прикладной механике (Варшава, Польша, 2004г.), Международной конференции по нелинейной динамике (Абердин, Шотландия, 2005 г.), на Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Россия, Нижний Новгород, 2006г.) и других конференциях.

Установка «Трибал» позволяет в режиме реального времени определять динамические характеристики трибоузлов (трибопар) и оценивать качество трущихся поверхностей. В настоящее время «Трибал» оснащается термоанизотропными микродвижителями (для организации поверхностной структуры взаимодействующих контрпар), а также вторым контуром обратной связи для реализации трибометрического способа создания анизотропно-регулярного микрорельефа (например, спирального или рельефа Уолша). Метрологическое обеспечение основано на шкалах параметров действия с целью определения наличия структуры, и возможности её топологической классификации. С помощью этих параметров можно установить, какому уровню частот в экспериментально полученных сигналах соответствует возникающая в процессе трибологического взаимодействия структура поверхностного слоя.

Разработаны оригинальные пакеты прикладных программ (программы по организации определенного микрорельефа; по организации заданного типа движений – от синусоидального до движения с выстоем). Таким образом, «Трибал» является средством формирования структур. Модернизированная установка в определенной мере является генератором структур-мехатронным устройством формирования структур. И имеется метод, позволяющий структуру обнаружить, то есть сделать предварительную оценку: есть или отсутствует структура в объекте, представленном топографией, например, поверхности. Разработана теория формообразования, в основе которой лежат свойства тел с силовой и тепловой анизотропией. Тепловая анизотропия плюс силовая позволяют осуществлять заданное (программируемое) формообразование: оболочки, пространственные и плоские спирали, пучности на поверхностях, кольца как с односторонними, так и двухсторонними поверхностями, цилиндрические гофры и торообразные поверхности.

Тепловая анизотропия открывает возможности для конструирования «медленных» тепловых двигателей, которые реагируют на тепло и излучение, а компьютерная перестройка анизотропии обеспечивает создание желаемой структуры.

Планируемые работы:

1. Создание линейки анизотропных контртел и образцов с заданным рельефом.
2. Создание системы управления приводом платформ (а также пакеты прикладных программ) с целью формирования заданного рельефа и получения структур.
3. Создание системы управления приводом нагружения (а также пакеты прикладных программ), с целью взаимодействия с анизотропным термодвижителем – дополнительным формователем структур.

4. Разработка на основе подходов «параметров действия» пакета прикладных программ для распознавания структур и их классификации.
5. Разработка теории генерации структур.
6. Разработка замкнутой теории шкал действия.
7. Разработка теории упругости термоанизотропного тела.
8. Разработка основ теории топологической классификации структур.

Как показывает опыт, прозрачность перспектив дисциплины делает привлекательными обозначенные пункты для вовлечения студентов младших курсов в инженерную деятельность с последующим привлечением их в магистратуру-аспирантуру. Кафедра мехатроники последовательно ведет работу по организации современного учебного процесса.

Координаты для связи:
E-mail: mechatronic@mail.ifmo.ru
Web-сайт: <http://mt.ifmo.ru/>

Виктор Михайлович Мусалимов
Алина Александровна Сизова
Евгений Константинович Иванов
Николай Александрович Крылов
Алексей Леонидович Ткачёв

ОСНОВЫ ТРИБОНИКИ

Учебное пособие

В авторской редакции

Дизайн

А.Л. Ткачёв

Верстка

А.Л. Ткачёв

Редакционно-издательский отдел Санкт-Петербургского государственного
университета информационных технологий, механики и оптики

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99

Подписано к печати 16.12.09

Заказ № 2179

Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе