

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

**А.В. Павлов**

# **ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ ОПТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ**

**Т.2**



**Санкт-Петербург**

**2010**

Павлов А.В. Обработка информации оптическими методами / Учебное пособие. Изд.2, дополненное. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. – 78 с.

В пособии представлены методические материалы по курсу «Обработка информации оптическими методами». Кратко изложены базовые сведения из области Фурье-оптики, голографии Фурье, вейвлет-анализа и методах обработки основанных на использовании преобразования Фурье и техники голографии, включая обработку информации с использованием хаоса в детерминированных системах.

Для студентов по направлению подготовки бакалавров и магистров 200600 «Фотоника и оптоинформатика» специальностей 200600.62 и 200600.68.02 «Оптические технологии передачи, записи и обработки информации», 200600.62 и 200600.68.03 «Компьютерная фотоника», 200600.62 и 200600.68.01 Материалы фотоники и оптоинформатики

Рекомендовано к печати ученым советом факультета фотоники и оптоинформатики СПбГУ ИТМО протоколом №4 от 14 декабря 2010 г.



В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена Программа развития государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики» на 2009–2018 годы.

© Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, 2010

© Павлов А.В., 2010

### Список сокращений и обозначений

АКФ	Авто-корреляционная функция
ВКФ	Взаимно-корреляционная функция
ГМ АКФ	Глобальный максимум авто-корреляционной функции
ККФ	Кросс-корреляционная функция
$\lambda$	Длина волны
$\tau$	Пропускание
$\xi, \eta$	Координаты в частотной плоскости
$\nu_x, \nu_y$	Пространственные частоты
$j$	Мнимая единица

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Список сокращений	3
Т.1. Основы оптических информационных технологий, использующих преобразование Фурье и метод голографии	
<u>Тема 1.</u> Оптические информационные технологии, основанные на использовании преобразования Фурье и метода голографии. Базовые математические операции и их реализация оптическими методами.	5
<u>Тема 2.</u> Преобразование Фурье в оптике. Погрешности оптического преобразования Фурье.	17
<u>Тема 3.</u> Преобразования, реализуемые в оптике на основе преобразования Фурье.	35
<u>Тема 4.</u> Отношение сигнал/помеха при корреляционном сравнении изображений.	44
Т.2.	
<u>Тема 5.</u> Основы вейвлет-анализа.	5
<u>Тема 6.</u> Основы теории хаоса в детерминированных системах и его применения в задачах обработки информации.	23
<u>Тема 7.</u> Основания оптических логических вентилях и процессоров нечеткой логики	46

## Тема 5. Основы вейвлет-анализа.

Методы обработки информации, рассмотренные в предыдущих разделах, основаны на преобразовании Фурье. Преобразование Фурье дает мощный математический аппарат, позволяющий эффективно решить ряд практически важных задач. И, самое главное, преобразование Фурье относится к категории физически обоснованных математических моделей, так как оно физически реализуется различными устройствами. В частности, в оптике, как мы видели, преобразование Фурье реализуется положительной линзой.

Однако, суть преобразования Фурье заключается в представлении любой квадратично интегрируемой функции с конечной энергией (нормой) в виде бесконечной суммы гармонических составляющих. Под гармоникой, напомним, понимается бесконечная синусоида. Спектральный анализ дает информацию о частоте, но не дает информацию о локализации частоты в пространстве (или во времени). Поэтому Фурье-анализ хорош для анализа стационарных процессов.

При Фурье-анализе существенно нестационарного в локальной области процесса, т.е. процесса с какой-либо локальной особенностью, затруднено получение информации о локализации изучаемой особенности. Действительно, гармоники - бесконечные функции. В точке локализации особенности их сумма должна дать эту особенность, а в стороне от неё гармоники при сложении должны взаимно уничтожить друг друга. Рассмотрим «рафинированный» случай особенности – дельта функцию. Ей спектр постоянен, следовательно, для того, чтобы представить дельта-функцию в спектральной области, необходимы все компоненты спектра – от нулевой частоты до бесконечности. Потеря каких-либо спектральных компонент сразу ведет к изменению восстановленной функции. В частности, потеря высокочастотных компонент спектра ведет к преобразованию дельта-функции, не имеющей по определению ширины, в функцию с некоторой шириной. В оптике этот процесс хорошо известен под названием дифракционного ограничения разрешения.

Процессов с локальными особенностями в реальности встречается достаточно много – это и геофизическая информация, и процессы обтекания препятствий воздушными и жидкостными потоками, процессы горения, распространения и взаимодействия ультракоротких импульсов, сжатия изображений и многие другие. Причем именно процессы с локальными особенностями представляют в последнее время наибольший интерес с точки зрения развития высоких технологий.

В качестве примера, на Рис.5.1. приведены два процесса – гармоническое колебание и то же колебание, но со сбоем по фазе в точке 400. Это и есть особенность процесса. На Рис.5.2. приведены действительные части Фурье-спектров этих процессов – из их сравнения видно, что второй процесс не является «чистым» гармоническим колебанием, но локализовать особенность по действительной части спектра Фурье невозможно.

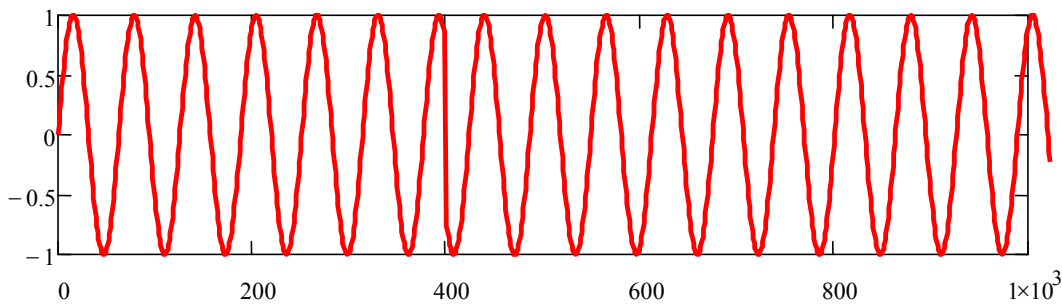


Рис.5.1. Пример процесса с особенностью – «сбоем фазы» в точке 400.

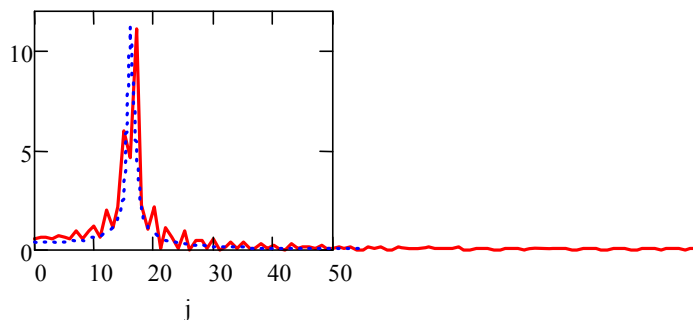


Рис.5.2. Действительные части процессов с локальной особенностью (сплошная линия) и гармонического колебания (пунктир).

Проблема анализа процессов с локальными особенностями частично снимается применением так называемого «оконного преобразования Фурье», но только частично. Наиболее мощный инструмент дает вейвлет-анализ, обеспечивающий получение одновременно как частотной, так и пространственной информации об исследуемом объекте.

На Рис.5.3. приведен пример разложения по WAVE-вейвлету (что означает этот термин мы рассмотрим ниже) только для одного масштаба – особенность процесса сразу локализована.

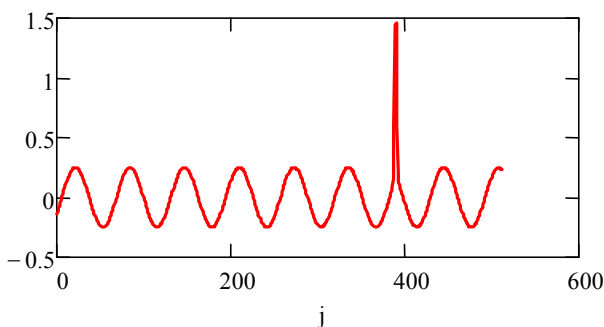
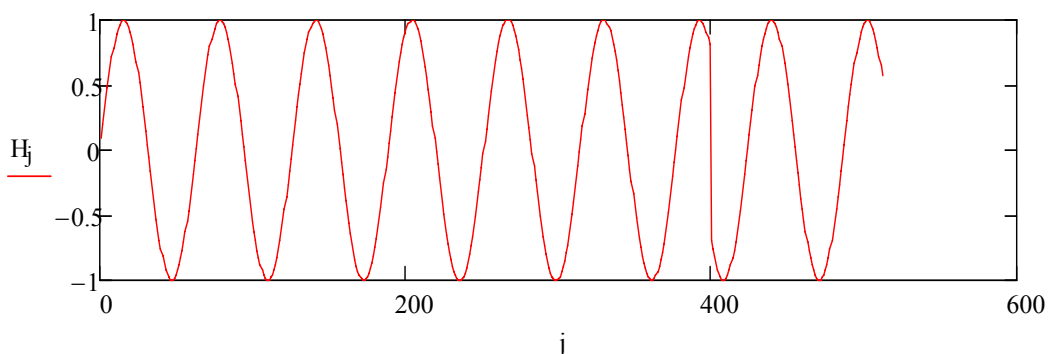


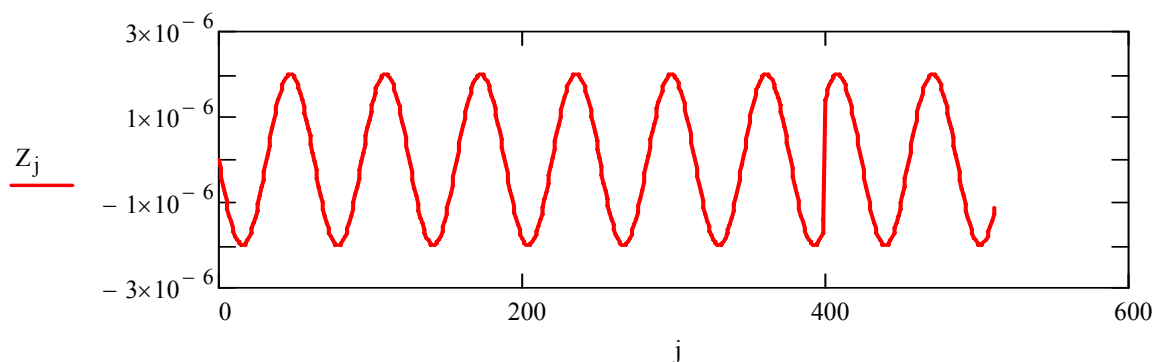
Рис.5.3. Разложение процесса с особенностью по WAVE-вейвлету.

Если же мы попробуем использовать другие базисы разложения для поиска этой особенности процесса, то результат будет не столь нагляден.

Например, на рис.5.4.а. и 5.4.б. приведены примеры, полученные при использовании вейвлетов Хаара и DOG, соответственно. Сбой по фазе на этих графиках виден, но ... картинка качественно от исходной не отличается. Для аппаратной реализации безусловно предпочтительней первый пример, поскольку задача детектирования локального максимума амплитуды с точки зрения технической не нова и методы её решения хорошо известны.



5.4.а



5.4.б.

Рис.5.4. Примеры разложения процесса с особенностью (рис.5.1.) по базисам вейвлетов Хаара и DOG.

Термин «вейвлет» был введен в научный оборот в середине 80-х годов Гроссманом и Морле в связи с анализом акустических и сейсмических сигналов. В русскоязычной литературе после нескольких попыток использовать тот или иной русский аналог или адекватный перевод (маленькая волна, волновой пакет, всплеск) стало общепринятым использование термина «вейвлет». Основная идея вейвлет-анализа заключается в том, чтобы для поиска локальной особенности использовать разложение по функциям, похожим на искомую особенность, т.е. также хорошо локализованным. Такой подход предполагает представление функции одной координаты в виде функции двух координат – пространственной и масштабной.

Рассмотрение вейвлет-анализа проведем, опираясь на уже изученное нами преобразование Фурье.

Пусть  $L^2(0, 2\pi)$  - пространство квадратично интегрируемых функций с конечной энергией (т.е.  $L_2$  нормой)

$$L_2 = \|E\|_2 = \int_0^{2\pi} |E(x)|^2 dx < \infty, x \in (0, 2\pi). \quad (5.1)$$

Таким образом, мы определили  $E(x)$  как кусочно-непрерывную функцию на  $(0, 2\pi)$ . Функция  $E(x)$  может быть периодически расширена и определена на всей оси  $R(-\infty, \infty)$  таким образом, что

$$E(x) = E(x - 2\pi), x \in R. \quad (5.2)$$

Здесь координата  $x$  может быть как временной, так и пространственной, равно как,  $E(x)$  может быть функцией не одной, а двух переменных. Таким образом, мы определили функцию (5.2) как  $2\pi$  периодическую функцию. Как мы уже знаем из курса математики, любая квадратично интегрируемая  $2\pi$  периодическая функция может быть представлена в виде ряда Фурье

$$E(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_n \exp(jnx) \quad (5.3)$$

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E(x) \exp(-jnx) dx$$

Как следует из (4.3), ортонормированный базис пространства  $L^2(0, 2\pi)$  образуется масштабированием единственной функции  $\exp(jx)$ , т.е. базис образуют функции

$$\exp(jnx), n = \dots - 2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (5.4)$$

Теперь введем пространство  $L^2(R)$  функций  $E(x)$ , определенных на всей действительной оси  $R(-\infty, \infty)$ , и обладающих конечной энергией (нормой)

$$\int_{-\infty}^{\infty} |E(x)|^2 dx < \infty. \quad (5.5)$$

Рассмотрим функциональные пространства  $L^2(0, 2\pi)$  и  $L^2(R)$ . Из (4.5) следует, что локальное среднее значение каждой функции, принадлежащей



$L^2(R)$ , должно стремиться к нулю на бесконечности. Этому требованию синусоида не удовлетворяет. Следовательно, семейство функций вида (5.4), т.е. синусоид, не может быть базисом пространства  $L^2(R)$ .

Введем некоторую функцию  $\phi(x)$ , удовлетворяющую (5.5). Более того, введем требование, чтобы функция  $\phi(x)$  была хорошо локализованной, т.е. быстро стремилась к нулю. Для того, чтобы эта локализованная функция могла использоваться в качестве функции, порождающей базис разложения, необходим механизм, позволяющий покрыть этими функциями всю ось  $R(-\infty, \infty)$ . Простейший вариант покрытия – сдвиг базисной функции вдоль оси. Точнее, система сдвигов (или переносов) функции  $\phi(x)$  вдоль оси  $R(-\infty, \infty)$ . Для простоты можно принять, что сдвиги будут целыми, тогда получим набор функций  $\phi(x - \Delta)$ , где  $\Delta = \dots -1, 0, 1, \dots$ . Таким образом, смещая функцию  $\phi(x - \Delta)$  вдоль оси, т.е. придавая  $\Delta$  различные значения, мы можем решить задачу определения пространственной локализации некоторой особенности исследуемого процесса, похожей на функцию  $\phi(x)$ . Обратим внимание на то, что искомая особенность процесса и функция  $\phi(x)$  предполагаются похожими. Действительно, если мы знаем что именно мы ищем, т.е. предполагаем форму особенности процесса, то проводим поиск, сравнивая исследуемую реализация процесса с той формой (сигналом), которую мы ищем. Соответственно, и в качестве функции, образующей базис разложения, целесообразно выбрать функцию, похожую на искомую особенность.

Далее, нам необходим механизм не только пространственного, но также и частотного анализа – искомые особенности процесса могут различаться масштабом. Для этого введем в дополнение к сдвигу также и масштабирование аргумента функции, которое, опять-таки для простоты, представим в виде целых степеней двойки, т.е.  $\phi(2^i x - \Delta)$ , где  $i$  и  $\Delta$  - целые числа. В результате, имея единственную функцию  $\phi(x)$  и применяя к ней дискретные масштабные преобразования  $\frac{1}{2^i}$  и сдвиги  $\frac{\Delta}{2^i}$ , мы можем покрыть семейством полученных функций  $\{\phi_{i\Delta}\}$   $\phi_{i\Delta}(x) = 2^{i/2} \phi(2^i x - \Delta)$  как всю частотную, так и всю пространственную оси.

Обратим внимание, что если  $E(x)$  функция одной переменной, то её представление в виде семейства функций  $\{\phi_{i\Delta}\}$  будет определено уже на плоскости, образуемой осями  $i$  (масштаб) и  $\Delta$  (сдвиг или пространственная локализация). Т.е., как мы и указали во введении к теме, речь идет о преобразовании функции одной переменной в функцию двух переменных.

Из определения  $L_2$  нормы, т.е.

$$L_2 = \|\phi\|_2 = \langle \phi, \phi \rangle^{1/2},$$

$$\langle \phi, \phi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) \phi^*(x) dx$$
(5.6)

Следует, что

$$\|\phi(2^i x - \Delta)\|_2 = 2^{-i/2} \|\phi(x)\|_2.$$
(5.7)

Иными словами, если функция  $\phi(x) \in L^2(R)$  имеет единичную норму, то и все функции семейства  $\{\phi_{i\Delta}\}$  также нормированы на единицу.

Если семейство  $\{\phi_{i\Delta}\}$ , определенное соотношением  $\phi_{i\Delta}(x) = 2^{i/2} \phi(2^i x - \Delta)$ , где  $i$  и  $\Delta$  - целые числа, удовлетворяет условию

$$\langle \phi_{i\Delta}, \phi_{kE} \rangle = \delta_{i\Delta}, \delta_{kE},$$
(5.8)

и каждая функция  $\phi(x) \in L^2(R)$  может быть представлена в виде равномерно сходящегося в  $L^2(R)$  ряда, т.е. представляет собой ортонормированный базис пространства  $L^2(R)$ , то функция  $\phi(x) \in L^2(R)$  ортогональна.

Функций, удовлетворяющих вышеприведенным условиям, и подпадающих под определение вейвлета как «маленькой волны», может быть много. Задача исследователя – выбрать функцию, наилучшим образом соответствующую исследуемому процессу, явлению. Таким образом, вейвлет-анализ дает, по сравнению с анализом Фурье, существенно большую гибкость в выборе инструмента исследования или представления.

. Понятие вейвлета позволяет выбрать, либо придумать конкретный вид функции  $\phi(x) \in L^2(R)$ , наиболее подходящий для решения данной задачи.

Построим базис пространства  $L^2(R)$  посредством непрерывных переносов и масштабирования вейвлета  $\phi(x) \in L^2(R)$  с произвольными значениями коэффициента масштабирования  $i$  и параметра сдвига  $\Delta$ :

$$\phi_{i\Delta}(x) = |i|^{-1/2} \phi\left(\frac{x - \Delta}{i}\right), \quad i, \Delta \in R, \quad \phi \in L^2(R).$$
(5.9)

Используя базис (5.9), введем, по аналогии с преобразованием Фурье, интегральное вейвлет преобразование:

$$\begin{aligned}
W_\phi(E(x)) &= W_\phi(i, \Delta) = |i|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} E(x) \phi^*\left(\frac{x-\Delta}{i}\right) dx = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} E(x) \phi_{i, \Delta}^*(x) dx
\end{aligned} \tag{5.10}$$

Таким образом, мы представили функцию  $E(x)$  в виде суммы вейвлетов  $\phi_{i, \Delta}(x)$  разного масштаба  $i$  и сдвига  $\Delta$ .

#### Определение вейвлета.

Введем определение R-функции. Функция  $\phi(x) \in L^2(R)$  называется R-функцией, если базис  $\{\phi_{i, \Delta}\}$ , определенный выражением (5.9), является базисом Рисса в том смысле, что существуют две константы  $A$  и  $B$ ,

$$0 < A \leq B < \infty,$$

для которых соотношение

$$A \left\| \{c_{i, \Delta}\} \right\|_2^2 \leq \left\| \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{\Delta=-\infty}^{\infty} c_{i, \Delta} \phi_{i, \Delta} \right\|_2^2 \leq B \left\| \{c_{i, \Delta}\} \right\|_2^2 \tag{5.11}$$

выполняется при любой ограниченной и дважды квадратично суммируемой последовательности  $\{c_{i, \Delta}\}$ :

$$\left\| \{ \{c_{i, \Delta}\} \} \right\|_2^2 = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{\Delta=-\infty}^{\infty} |c_{i, \Delta}|^2 < \infty, \tag{5.12}$$

где  $\{c_{i, \Delta}\}$  - коэффициенты разложения функции  $E(x)$  в ряд по вейвлетам (5.10)

$$c_{i, \Delta} = W_\phi \left( \frac{1}{2^i}, \frac{\Delta}{2^i} \right) \tag{5.13}$$

Тогда вейвлет можно определить как любую локализованную R-функцию  $\phi(x) \in L^2(R)$  если для неё существует функция  $\phi^*(x) \in L^2(R)$ , которую будем называть парой или двойником, такая, что выполняется

$$\begin{aligned}\phi_{i\Delta}(x) &= 2^{i/2} \phi(2^i x - \Delta) \\ \phi^{i\Delta}(x) &= \phi_{i\Delta}^*(x) = 2^{i/2} \phi^*(2^i x - \Delta), \quad i, \Delta \in I\end{aligned}\tag{5.14}$$

Перечислим некоторые признаки вейвлета:

1. Локализация. В отличие от преобразования Фурье, вейвлет хорошо локализован не только в частотном пространстве, но и во временном (или пространственном).
2. Нулевое среднее:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) dx = 0.\tag{5.15}$$

3. Ограниченность:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\phi(x)|^2 dx < \infty.\tag{5.16}$$

Свойства локализации и ограниченности могут быть совместно выражены следующим образом:

$$|\phi(x)| < (1 + |x|^n)^{-1}.\tag{5.17}$$

4. Автомодельность базиса или свойство самоподобия – поскольку все вейвлеты базиса получаются из порождающего из вейвлета посредством масштабирования и сдвига, то и являются его масштабированными и сдвинутыми копиями.

Простейший пример вейвлета – вейвлет Хаара, определяемый следующим образом:

$$\phi^H(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1, & \text{if } \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0, & \text{if } x < 0, x \geq 1 \end{cases}\tag{5.18}$$

Этот вейвлет был использован для неудачной попытки поиска особенности процесса рис.5.1., приведенной на рис.5.4.б. Графики рис.5.3 и 5.4., приведенные в начале лекции, наглядно иллюстрируют важность правильного выбора базисного вейвлета. В первом приближении, вейвлет, формирующий базис, должен быть похож на искомую особенность.

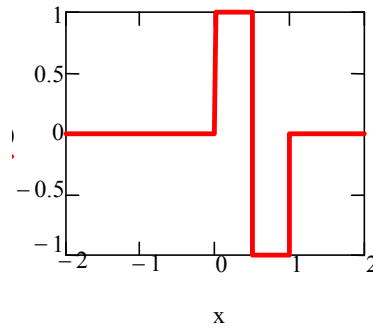
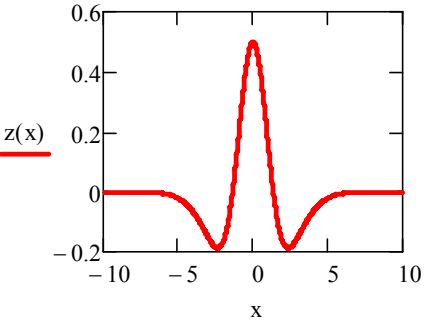
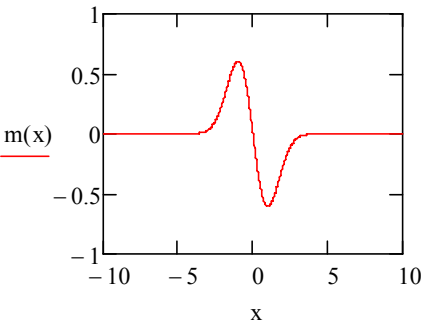
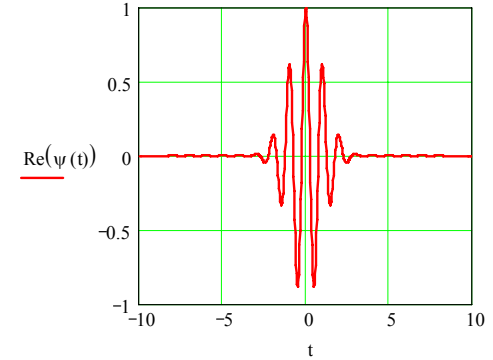


Рис.5.5. Вейвлет Хаара

Некоторые, наиболее часто встречающиеся примеры вейвлетов, приведены в Табл.5.1. Понятие вейвлета позволяет выбрать, либо придумать самому конкретный вид функции  $\phi(x) \in L^2(\mathbb{R})$ , наиболее подходящий для решения данной задачи.

Таблица.5.1. Примеры вейвлетов.

Название вейвлета	Формула	Графическое изображение
Вейвлет Хаара (Haar)	$\phi^H(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1, & \text{if } \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0, & \text{if } x < 0, x \geq 1 \end{cases}$	
Французская шляпа (French hat)	$y(x) := \begin{cases} 1 & \text{if }  x  \leq \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{2} & \text{if } \frac{1}{3} <  x  \leq 1 \\ 0 & \text{if }  x  > 1 \end{cases}$	

<p>DOG-вейвлет (Difference of Gaussians)</p>	$z(x) := \exp\left[-\frac{( x )^2}{2}\right] - 0.5 \exp\left[-\frac{( x )^2}{8}\right]$	
<p>WAVE-вейвлет</p>	$m(x) := \frac{d}{dx} \exp\left(\frac{-x^2}{2}\right)$	
<p>Вейвлет Морле</p>	$\psi(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{a^2}\right) \cdot \left[ \exp(iw_0 t) - \exp\left(-\frac{w_0^2 a^2}{4}\right) \right]$ <p>Его образ Фурье</p> $\Psi(t) = a\sqrt{\pi} \left[ \exp\left(-\frac{a^2(w_0 - w)^2}{4}\right) - \exp\left(-\frac{a^2(w_0 + w)^2}{4}\right) \right]$	<p>Действительная часть вейвлета Морле</p> 

Ниже приведем более полную таблицу аналитических описаний, классифицировав основные вейвлеты по ряду признаков.

Таблица 5.2.

Вейвлеты	Аналитическая запись $\psi(t)$	Спектральная плотность $\Psi(w)$
Вещественные непрерывные базисы		
Гауссовы вейвлеты		
Вейвлет первого порядка - WAVE вейвлет	$t \cdot \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right]$	$(iw) \cdot \sqrt{2\pi} \cdot \exp\left[-\frac{w^2}{2}\right]$
Вейвлет второго порядка - МНАТ вейвлет	$(1 - t^2) \cdot \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right]$	$(iw)^2 \cdot \sqrt{2\pi} \cdot \exp\left[-\frac{w^2}{2}\right]$
Вейвлет n-го порядка	$(-1)^m \frac{d^n}{dt^n} \left[ \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \right]$	$(-1)^n \cdot (iw)^m \cdot \sqrt{2\pi} \cdot \exp\left(-\frac{w^2}{2}\right)$
DOG вейвлет	$\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{t^2}{8}\right)$	$\sqrt{2\pi} \left[ \exp\left(-\frac{w^2}{2}\right) - \exp(-2w^2) \right]$
LP Littlewood & Paley	$(\pi \cdot t)^{-1} (\sin 2\pi t - \sin \pi t)$	$\begin{cases} (2\pi)^{-1/2}, \pi \leq  t  \leq 2\pi \\ 0, \text{ в других случаях} \end{cases}$
Вещественные дискретные базисы		
НААР вейвлет	$\begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1/2 \\ -1, & 1/2 \leq t \leq 1 \\ 0, & t < 0, t > 1 \end{cases}$	$i \exp\left(\frac{iw}{2}\right) \frac{\sin^2\left(\frac{w}{4}\right)}{\frac{w}{4}}$

ФНАТ вейвлет	$\begin{cases} 1, &  t  \leq 1/3 \\ -1/2, & 1/3 \leq  t  \leq 1 \\ 0, &  t  > 1 \end{cases}$	$\frac{4}{3} \frac{\sin^3\left(\frac{w}{3}\right)}{\frac{w}{3}}$
Комплексные базисы		
Вейвлет Морле	$\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \exp[iw_0 t]$	$a\sqrt{\pi} \exp\left(-\frac{a^2(w_0 - w)^2}{4}\right)$
Вейвлет Пауля	$\Gamma(m+1) \frac{i^m}{(1-it)^{m+1}}$	$\Theta(w)(w)^m \exp(-w)$

Некоторые примеры применения вейвлет-анализа.

Поскольку вейвлет-анализ дает не только информацию о спектральном составе исследуемого процесса, как анализ Фурье, но также и информацию об изменении спектрального состава во времени или пространстве, то он нашел применение в первую очередь при анализе нестационарных процессов. Результат вейвлет-анализа часто называют вейвлет-спектром или масштабно-временным спектром. Поскольку вейвлет-спектр функции от одной координаты представляет собой функцию двух координат, то часто он изображается в виде проекции этой трехмерной поверхности на плоскость с изображением изолиний, как это представлено на рис.5.6.б. Картину, составленную из линий, изображающих экстремумы этих поверхностей приведенную на рис.5.6.в., принято называть скелетоном. На рис.5.6.б. темные области соответствуют положительным, а светлые – отрицательным значениям.

Рассмотрим некоторые простые случаи для того, чтобы наглядно увидеть сильные стороны вейвлет-анализа. На рис.5.7 и 5.8. приведен разные случаи сигнала – суммы двух синусоид.

Как мы уже видели выше, анализ Фурье не позволяет надежно различить два случая – когда обе синусоиды предъявляются последовательно, т.е. сначала одна, а потом другая, и когда они предъявляются параллельно. Посмотрим, что дает вейвлет-анализ в этом случае.



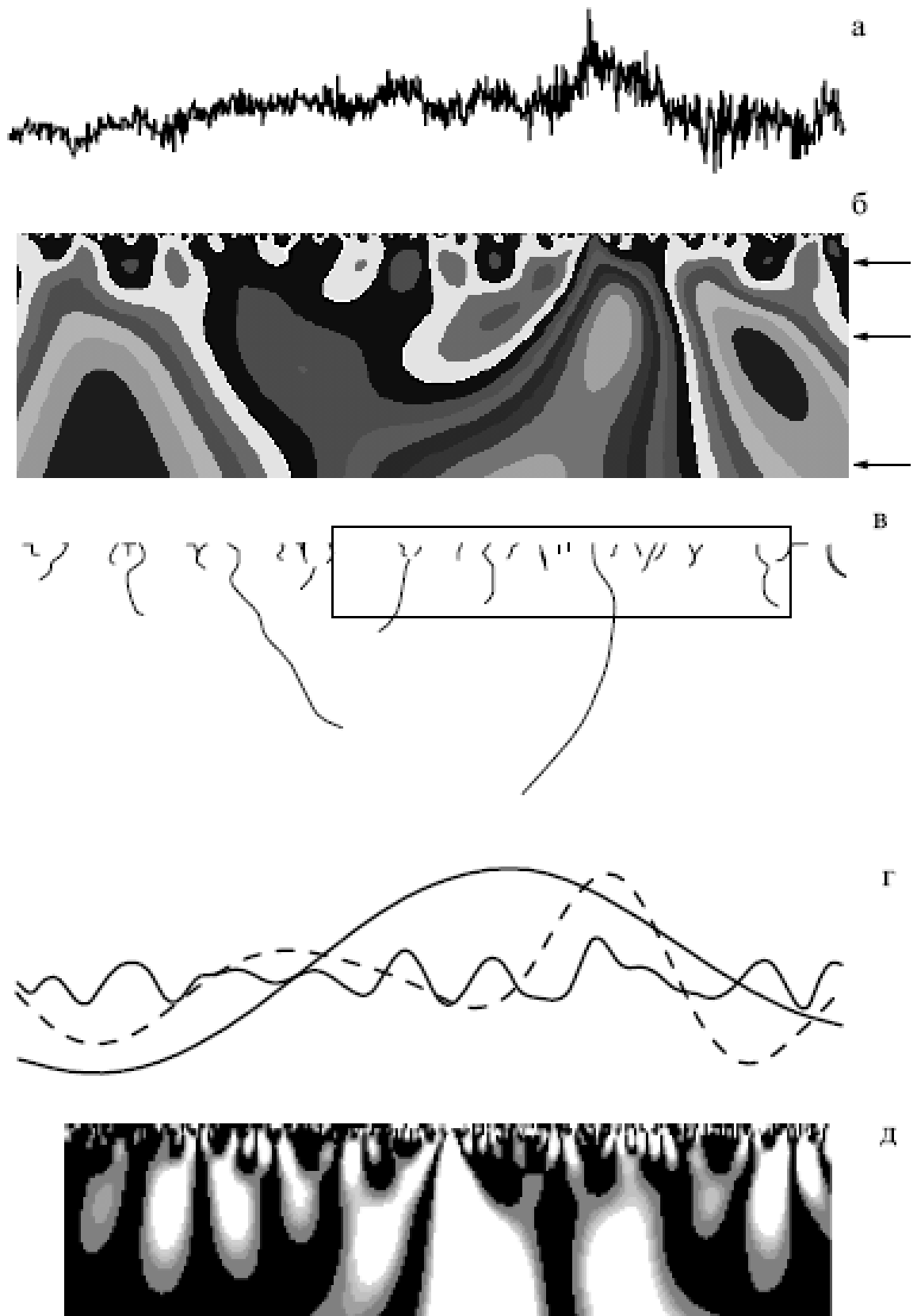


Рис.5.6. Временной ряд потоков ионов солнечного ветра (5.6.а), его вейвлет-спектр (5.6.б.) при разложении по МНАТ-вейвлету, его скелетон (5.6.в.), зависимость коэффициентов вейвлет-разложения от времени при значениях масштаба, отмеченных стрелками (5.6.г.) и распределение плотности энергии для фрагмента в рамке на 5.6.в. (5.6.е.). Копия из [1].

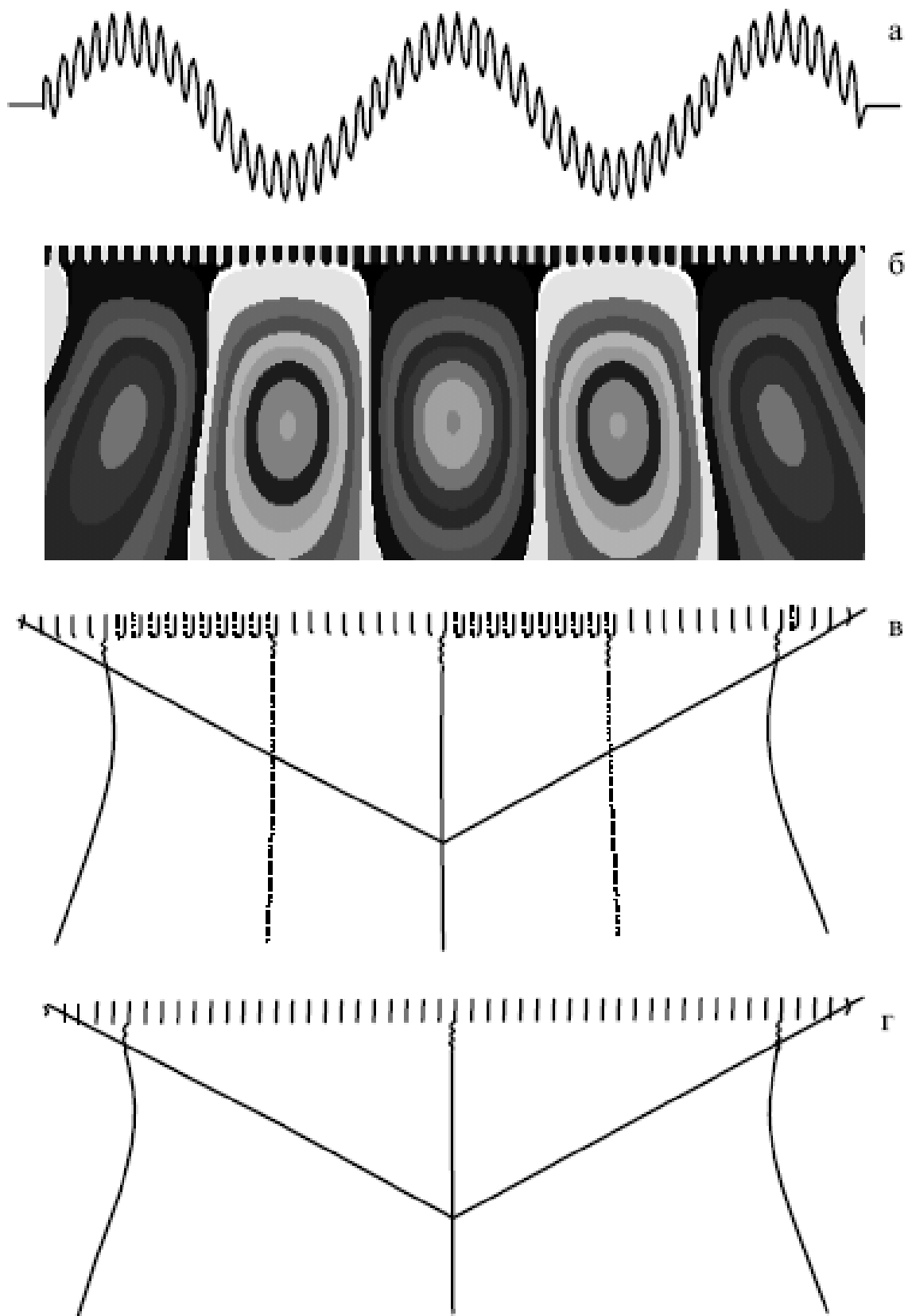


Рис.5.7.а. – сигнал, состоящий из суммы двух синусоид, его вейвлет-спектр (5.7.б), линии локальных экстремумов (5.7.в) и линии локальных минимумов (5.7.г.) Копия из [1].

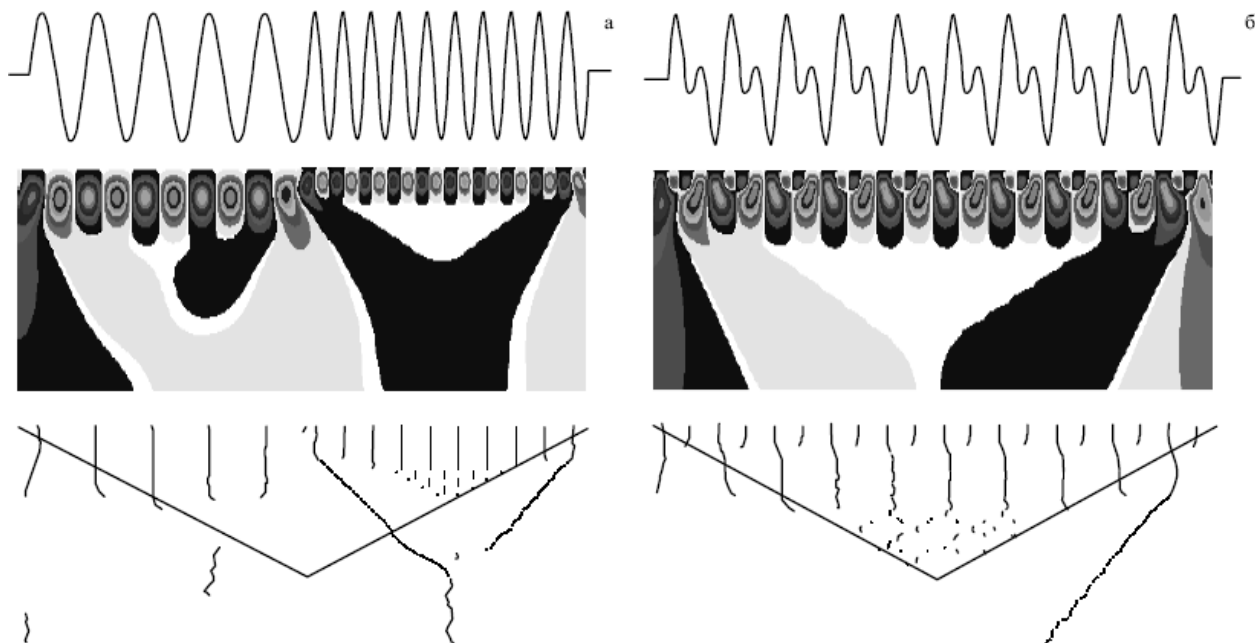


Рис.5.8. Два сигнала, представляющие собой сумму двух гармоник – на рис.5.8.а. гармоники разной частоты предъявляются последовательно, на рис.5.8.б. – параллельно. Классический анализ Фурье не позволяет отличить один случай от другого, вейвлет-анализ позволяет различить эти случаи без труда. Копия из [1].

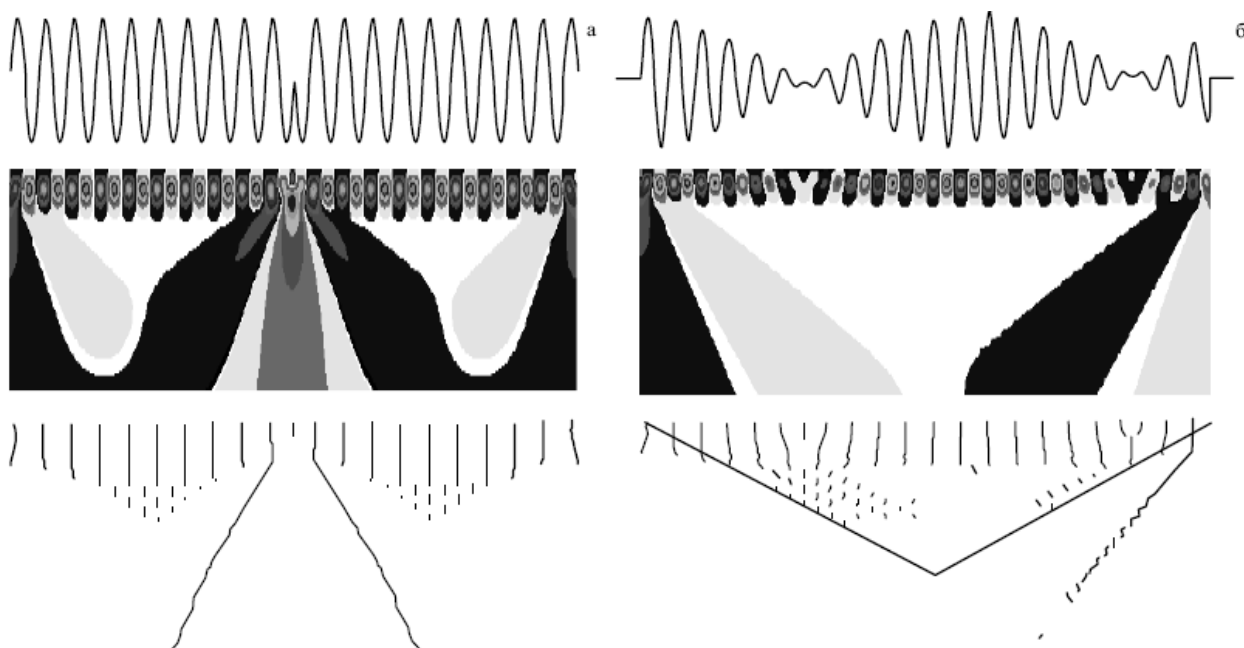


Рис.5.9.. – сигналы со сбоем фазы и их фейвлет-спектры. Копия из [1].

Рис.5.10 иллюстрирует возможность выявления с помощью вейвлет-анализа фрактальной структуры исследуемого процесса.

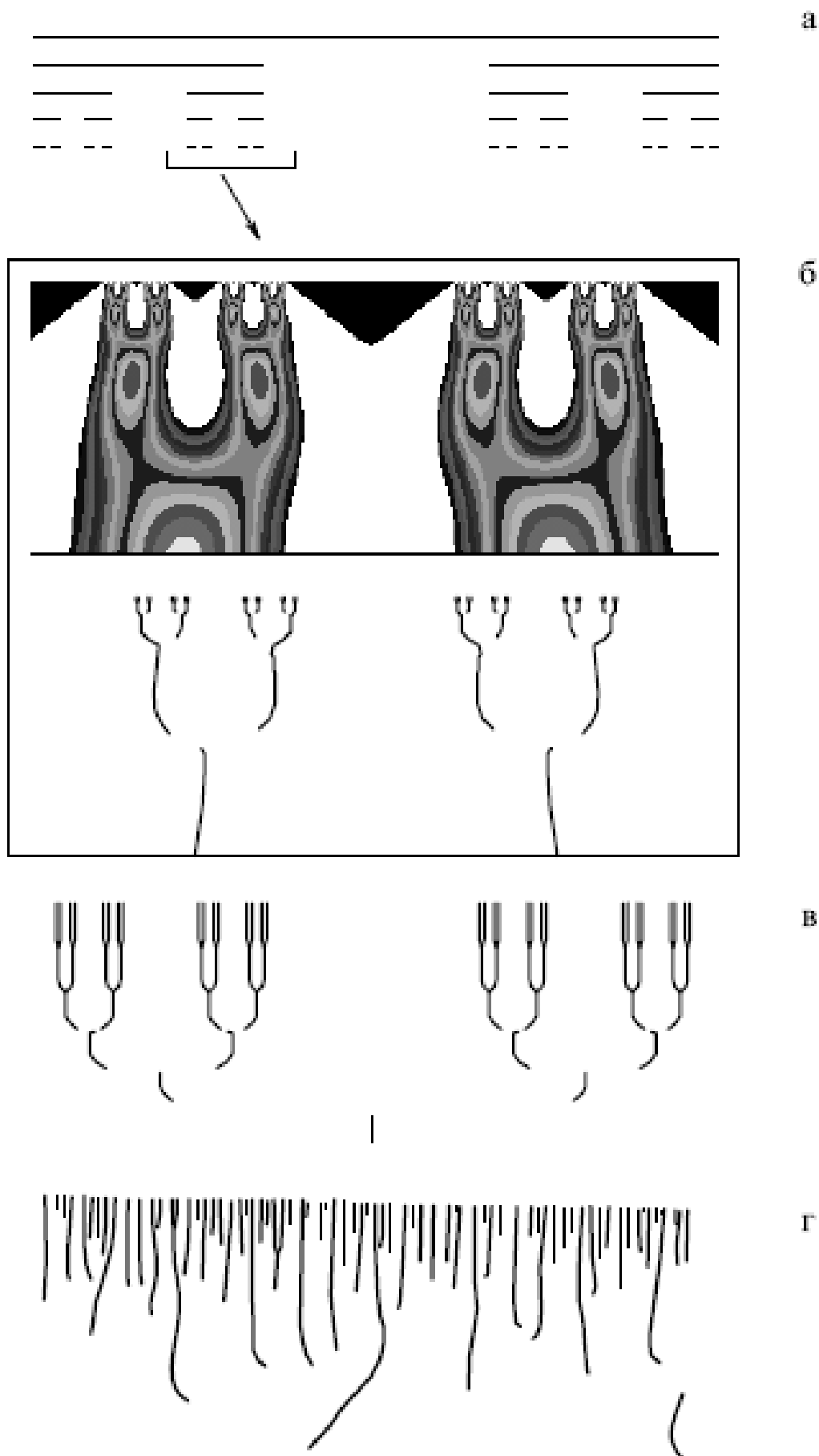


Рис.5.10. Фрактальное множество «Пыль Кантора» и его вейвлет-спектр. На рис.5.10.г. скелетон случайного процесса. Копия из [1].

Интересно применение вейвлет-анализа для анализа метеорологических явлений и выявление различных циклов. Например, на рис.5.11 приведен временной ряд метеорологического явления Эль-Ниньо и его вейвлет-спектр, позволяющий выявить периодические явления на отдельных временных промежутках и, тем самым, проследить глобальные закономерности.

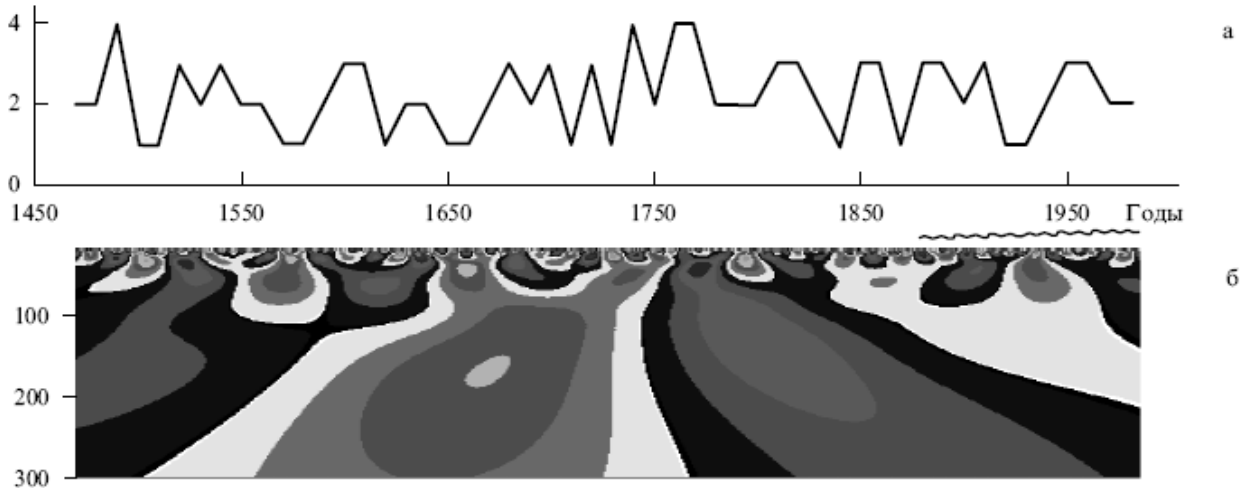


Рис.5.11 временной ряд м Эль-Ниньо и его вейвлет-спектр на протяжении 500 лет наблюдений. Копия из [1].

Нетрудно видеть, что вейвлет анализ представляет собой вычислительно затратную процедуру. Поэтому представляет интерес возможность реализации вейвлет-анализа оптическими методами. Подход к оптической реализации вейвлет-анализа основан на том, что выражение (5.10) представляет собой свертку анализируемой функции с некоторым ядром, определяемым выбранным вейвлетом. Следовательно, для выполнения вейвлет-анализа может быть применена схема оптического конволвера или коррелятора, т.е. схема 4-f голографии Фурье. Поскольку в (5.10) используется комплексное сопряжение, то естественно использовать схему, основанную на схеме голографического коррелятора.

Схема оптического устройства, реализующего вейвлет-преобразование, приведена на Рис.5.11. Здесь 1 – лазер, 2 – оптическая система, формирующая параллельный пучок света (коллиматор), 3 – входная плоскость, в которую помещается транспарант с анализируемым сигналом, представленным как зависимость пропускания от координаты  $x$ . Цилиндрическая линза  $L_1$  выполняет одномерное преобразование Фурье этого сигнала. На маске 4 записаны Фурье-образы базиса вейвлет-преобразования. Поскольку Фурье-образ любой функции (кроме функции Гаусса) – комплексная функция, то маска 4 изготавливается по голографической технологии, подобно тому, как записывается голографический согласованный фильтр в схеме коррелятора Ван дер Люгта. Таким образом, в плоскости 4 выполняется умножение Фурье-образа анализируемого сигнала на Фурье-образ базисного вейвлета. Поскольку необходимо обеспечить перебор различных масштабов, то в плоскости 4 по

вертикальной оси пространственно разнесены несколько Фурье-образов базисного вейвлета, каждый из которых отличается своим масштабом.

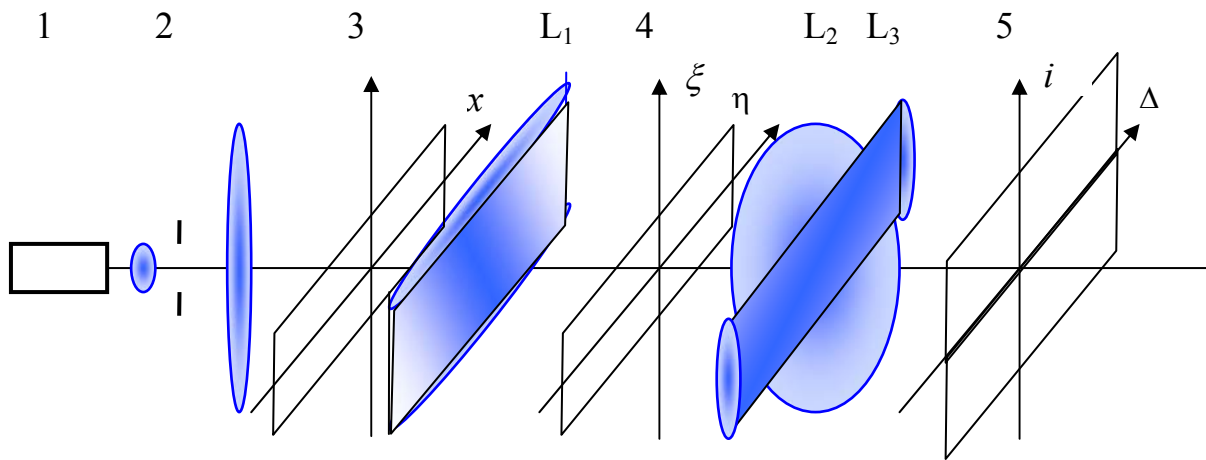


Рис.5.11. Схема оптического вейвлет-анализатора

Система из сферической линзы  $L_2$  и цилиндрической  $L_3$  выполняет преобразование Фурье по одной координате и проекцию изображения по другой – в плоскости 5 формируется картина (двумерная!) разложения анализируемого сигнала по заданному базису.

#### Литература к Теме 5.

1. Н.М.Астафьева. Вейвлет-анализ: основы теории и применения. Успехи физических наук, т.166, №11, с.1145-1170 (1996)
2. И.М.Дремин, О.В.Иванов, В.А.Нечитайло, Вейвлеты и их использование. Успехи физических наук, т.171, №5, с.467-500 (2001)
3. А.П.Петухов, Введение в теорию базисов всплесков, СПб ГТУ, 1999.
4. А.Н.Яковлев. Введение в вейвлет-преобразования. Новосибирский ГТУ, 2003.
5. В.Ю.Петрунькин, Е.Т.Аксенов, Г.А.Стариков, Оптический вейвлет-процессор для обработки сложных сигналов. Письма в ЖТФ, 2001, т.27, вып.22, с.24-29.

## Тема 6. Основы теории хаоса в детерминированных системах и его применение в задачах обработки информации.

В настоящей лекции мы рассмотрим начала хаотической динамики.

### 1. Определение 6.1. Сжимающее отображение.

Пусть  $(X, d)$  – метрическое пространство,

def.  $T: X \rightarrow X$  сжимающее отображение, если

$$\exists S, 0 < S < 1, \forall x, y \in X, d(T(x), T(y)) \leq Sd(x, y)$$

Если  $S \in (0, \infty)$ , то  $T$  – отображение Липшица.

### 2. Теорема о сходимости к неподвижной точке.

$(X, d)$ ,  $T$  – сжимающее отображение,  $x_f$  – неподвижная точка, т.е.  $T(x_f) = x_f$ ,  $T(x)$  имеет в конечном счете одну неподвижную точку и, кроме того,

$$\forall x_0 \in X, \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_f, \text{ где } x_n = T(x_{n-1}).$$

Доказательство:

2.1. Единственность. Пусть  $T(x)$  имеет две неподвижные точки  $x_{f1}$  и  $x_{f2}$ . Тогда по определению сжимающего отображения

$$D(T(x_{f1}), T(x_{f2})) = d(T(x_{f1}), T(x_{f2})) \leq Sd(x_{f1}, x_{f2}).$$

Так как  $S < 1$ , то последнее неравенство выполняется только при  $x_{f1} = x_{f2}$ , что и требовалось доказать.

2.2. Сходимость. Доказательство элементарно.

### 3. Хаотическая динамика.

#### а. Притягивающие и отталкивающие точки.

Отображение  $T$  теперь не предполагается сжимающим, следовательно теорема о неподвижной точке в данном случае неприменима. Пусть  $x_f$  – неподвижная точка. Если функцию  $T$  разложить в ряд Тейлора вблизи неподвижной точки, то получим

$$T(x) = T(x_f) + (x - x_f)T'(x_f).$$

Поскольку по определению неподвижной точки  $T(x_f) = x_f$ , то следующий шаг итерации  $x_{n+1} = T(x_n)$ , откуда получим следующее выражение

$$x_{n+1} - x_n = (x_n - x_f)T'(x_f).$$

Отсюда наглядно видно, что:

если  $|T'(x_f)| > 1$ , то точка  $x_f$  – отталкивающая, т.к. с каждым шагом расстояние увеличивается, орбиты из ее окрестности расходятся;

если  $|T'(x_f)| < 1$ , то точка  $x_f$  - притягивающая, т.к. с каждым шагом расстояние уменьшается, орбиты из ее окрестности сходятся.

b. Определение 6.2. Периодические точки.

Точки  $\xi_1$  и  $\xi_2$  :  $T(\xi_1) = \xi_2$ ;  $T(\xi_2) = \xi_1$ ;  $x_{n+1} = T(T(x_n)) \equiv T^{(2)}(x_n)$

Определение 6.3 Последовательность  $\{x_n\}_{n=0}^{\infty} = \{T^{(n)}(x_0)\}_{n=0}^{\infty}$  называется орбитой точки  $x_0$ .

Определение 6.4. Орбита называется периодической с периодом  $p$ , если  $x_{n+p} = x_n$ ;  $n=0, 1, 2, \dots$ . Если уравнение периодичности  $x_{n+p} = x_n$  справедливо только после некоторого  $n \geq n_0$ , то орбита в конечном счете периодическая.

c. Примеры функций, использование которых в качестве итерирующих отображений позволяет реализовать сценарии перехода к хаотической динамике.

- i. модель ограниченного роста  $T: x_{n+1} = ax_n(1-x_n)$  (Верхольст, 1845)
- ii.  $x_{n+1} = x_n^2 + a$
- iii.  $x_{n+1} = x_n(1+a(1-x_n))$
- iv.  $x_{n+1} = x_n \exp(a(1-x_n))$

Этот список может быть продолжен. Важно, что для перехода к хаотической динамике итерирующее отображение должно относиться к классу неаффинных, т.е. они не могут быть представлены в виде  $y(x) = ax + b$  – хаотическая динамика является свойством нелинейных систем.

Рассмотрим отображение  $T(x) = x^2 + a$ . Нетрудно видеть, что неподвижная точка суть решения уравнения  $x = x^2 + a$ , т.е.

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 - 4a}) \quad \eta = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{1 - 4a})$$

Неподвижная точка суть действительные числа, только если  $1 - 4a \geq 0$ .

Если  $a \leq 1/4$ , то  $\varepsilon < \eta < \varepsilon$ ,  $T(-\varepsilon) = \varepsilon$ .

Для  $x_0 > \varepsilon$  и  $x_0 < \varepsilon$  орбиты стремятся к  $\infty$ .

Пусть  $I \equiv [-\varepsilon, \varepsilon]$ , если  $-2 \leq a \leq 1/4$  и  $x_0 \in I$ , то  $T(x_0) \in I$ . Рассмотрим, к чему будет сходить процесс, стартовавший на данном итерирующем отображении из начальной точки  $x_0$  в зависимости от значения параметра  $a$ .



1. Если  $\underline{-3/4 < a < 1/4}$ , то имеет место  $|T'(\eta)| = |1 - (1 - 4a)^{1/2}| < 1$  и, следовательно неподвижная точка притягивающая - все орбиты с  $x_0 \in I$  сходятся к  $\eta$ . На рис.6.1. приведены примеры развития итерационного процесса для трех значений параметра  $a$  – видно, что после нескольких итераций процесс сходится к устойчивой точке. На рис.6.2 приведен фрагмент диаграммы, показывающей зависимость значения неподвижной точки от величины параметра  $a$ .

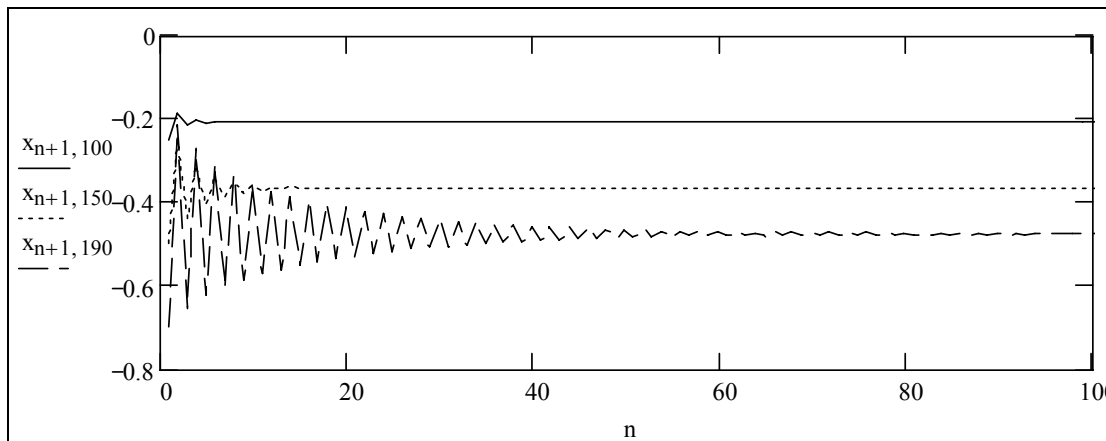
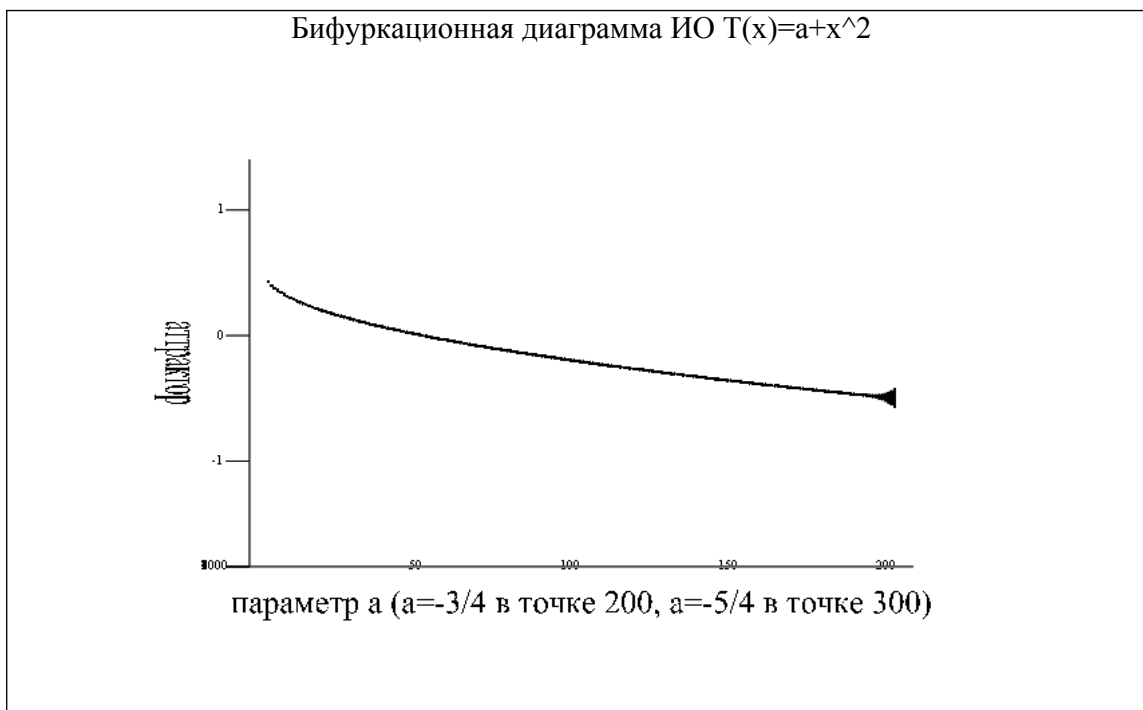


Рис.6.1. Динамика системы при различных значениях параметра  $a$ .



x

Рис.6.2. Зависимость значения неподвижной точки от величины параметра  $a$  в диапазоне  $-3/4 < a < 1/4$ .

2.  $a < -3/4 \Rightarrow |T'(\eta)| > 1 \Rightarrow$  Неподвижная точка  $\eta$  отталкивающая. В то же время,  $T(2)$  доставляет пару притягивающих точек, приводящих к появлению цикла с периодом 2. Динамика системы для этого случая приведена на Рис. 6.3, а зависимость неподвижных точек  $T(2)$  на рис.6.4

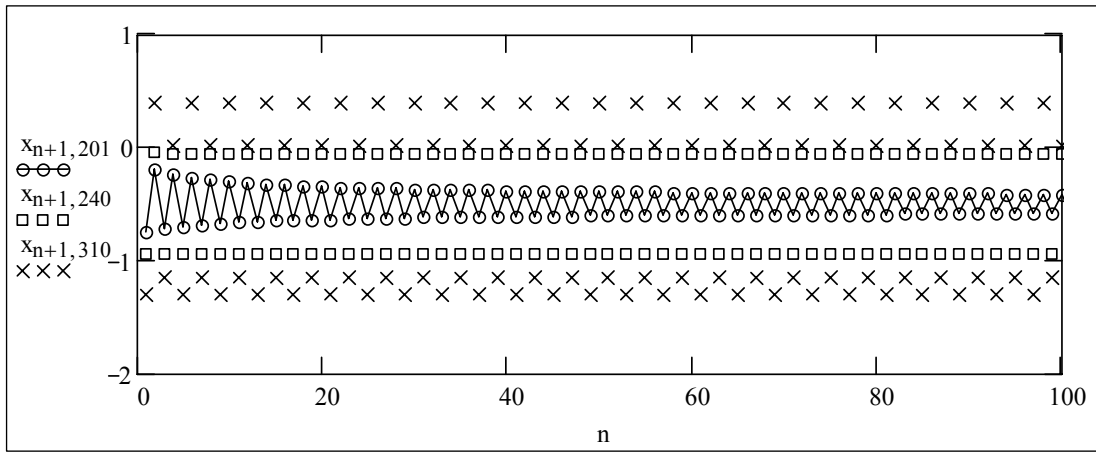


Рис. 6.3. Зависимость значения неподвижной точки от величины параметра  $a$  в диапазоне  $a < -3/4$ .

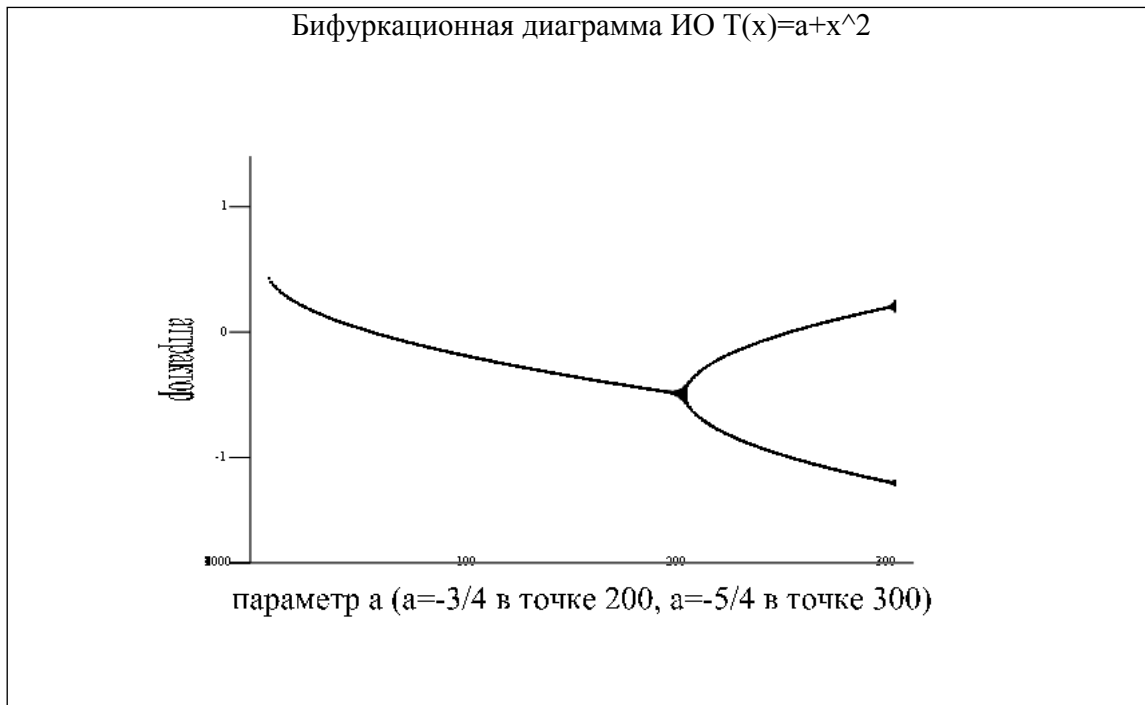
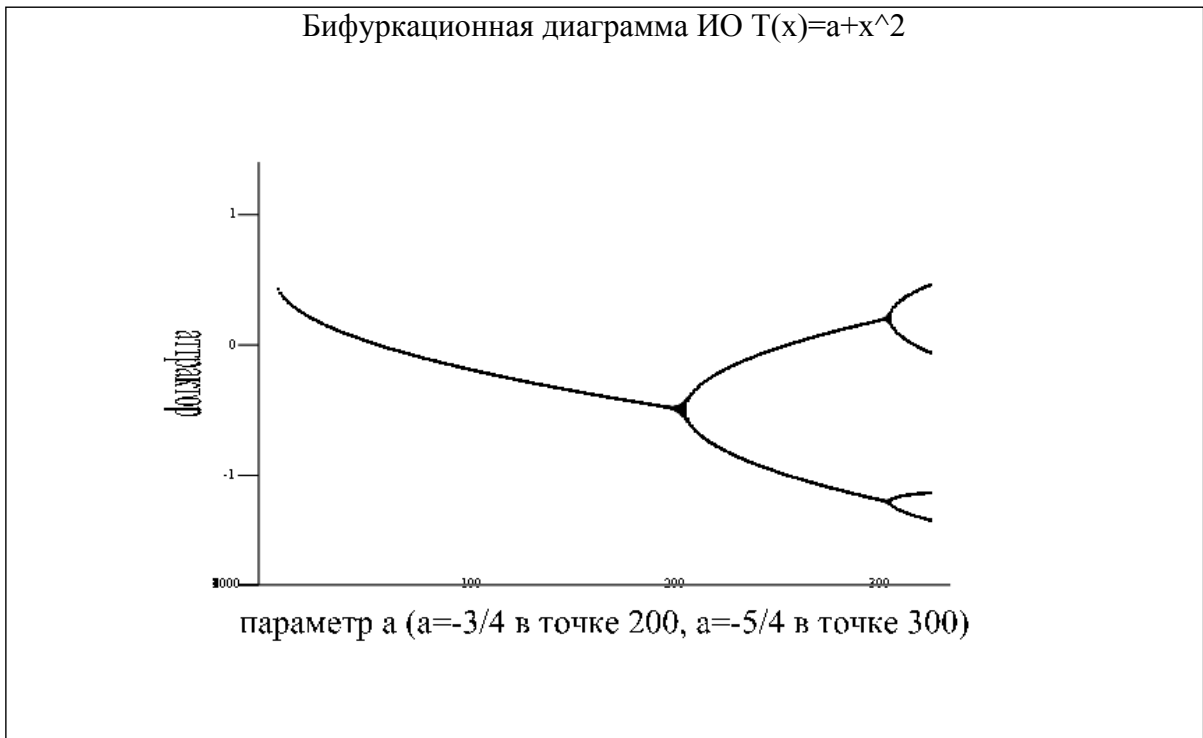


Рис.6.4. Зависимость значения неподвижной точки от величины параметра  $a$  в диапазоне  $a < -3/4$ .

3.  $a = -5/4$  – снова бифуркация удвоения периода –цикл с периодом 4.



x

Рис.6.5. Зависимость значения неподвижной точки от величины параметра  $a$  в диапазоне  $a \in [-5/4, 0]$ .

4. При  $a < -1.401155\dots$  система из циклического переходит в режим, в котором неподвижные точки отсутствуют. На рис.6.6 приведена динамика системы при значении параметра  $a < a_\infty = -1.401155\dots$ . Нетрудно видеть, что после некоторого числа итераций (в данном случае после 60 итераций) система выходит на режим, в котором ее траектория с некоторым периодом проходит в определенной области, называемой странным аттрактором. Траектория системы не точно повторяет саму себя, но каждый раз проходит вблизи от предыдущей траектории.

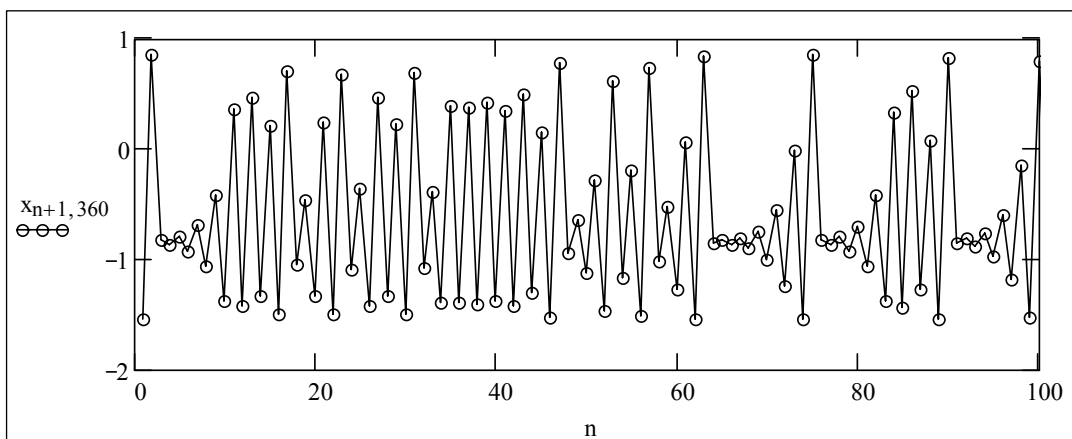
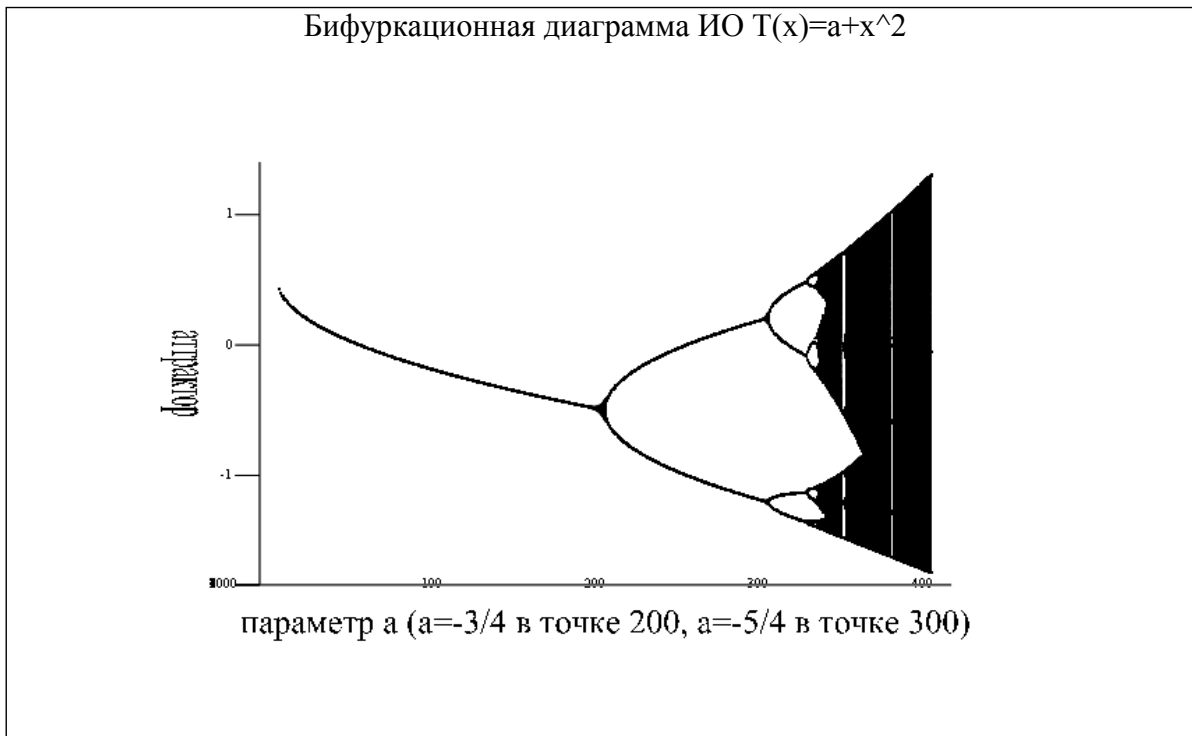


Рис.6.6. Динамика системы при значениях параметра  $a < -1.401155\dots$ .



x

Рис.6.7. Бифуркационная диаграмма.

5. При  $a=-2$ ,  $\varepsilon=2$ ,  $I=[-2,2]$ ,  $y=x$  пересекает график  $T^{(n)}(x)$  точно  $2^n$  раз, каждая точка периодическая с периодом  $n \Rightarrow$  существуют периодические орбиты с  $p=2,3,4,\dots,n$ .

6. Точка Фейгенбаума  $a_\infty = \lim a_n = -1.401155\dots$ , где  $a_n$  – значения точек бифуркаций.

$1/4 < a < a_\infty$  - удвоение периода

$a_\infty < a$  – область хаоса

в окрестности  $a = -1.7548777\dots$  - окно периода 3.

Отношение длин интервалов между точками бифуркаций имеет предел

$$d = \lim \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n+1} - a_n} = 4.669162\dots - \text{постоянная Фейгенбаума. Если значения } a_\infty$$

для разных ф-ций разные, то значение  $d$  одно для очень многих ф-ций.

d. Определение 6.5. Хаос. Пусть  $(X,d)$  метрическое пространство. Отображение  $T: X \rightarrow X$  называется хаотическим, если:

- i.  $T$  обладает существенной зависимостью от начальных условий, а именно:  $(X,d)$ ,  $x \in X$ ,  $U$  – открытое мн-во,  $x \in U$ , для  $\delta > 0 \exists n > 0$  и  $(\cdot)y \in U$ , что  $d(T^{(n)}(x), T^{(n)}y) > \delta$ ;

- ii.  $T$  транзитивно, т.е. для  $\forall U, V$  – открытых мн-в  $\exists n \geq 0$  такое, что  $T^{(n)}(U) \cap V \neq \emptyset$ ;
- iii. Периодические точки плотны в  $X$ , т.е. в любой окрестности  $\forall$  точки в  $X$  существует по крайней мере одна периодическая точка и, следовательно, бесконечное мн-во периодических точек.

Это – строгий хаос. Строго говоря, условие (1) избыточно, т.к. оно следует из 2 и 3.

Пример поведения системы (бифуркационная диаграмма) для ИО «Модель ограниченного роста»

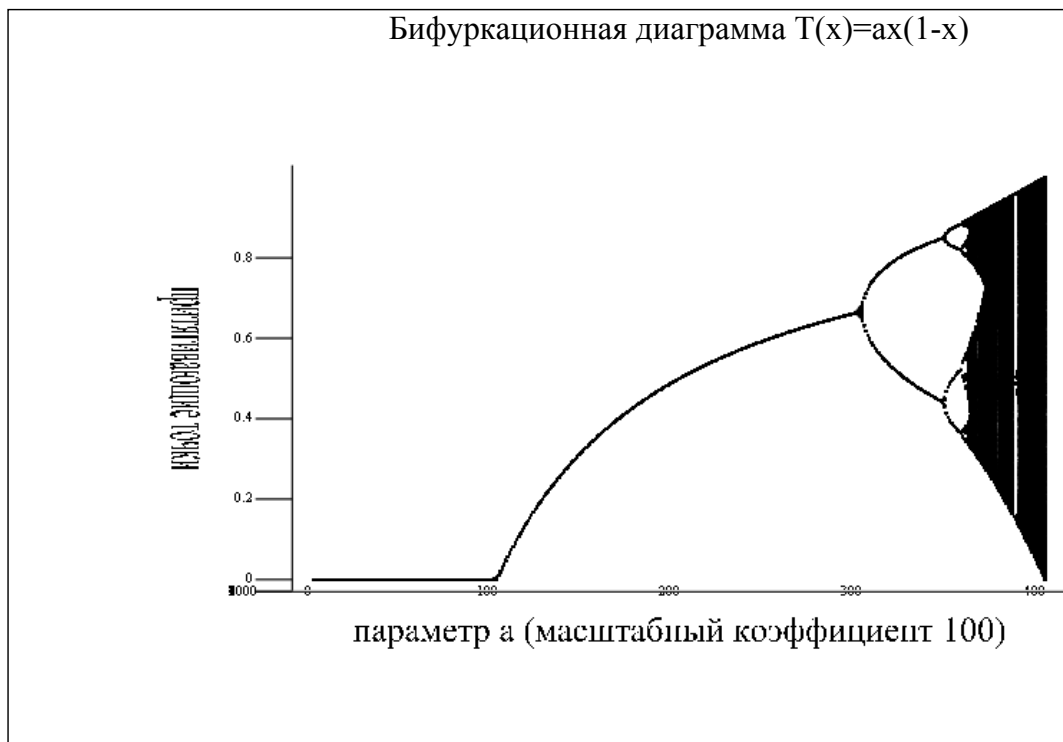


Рис.6.7. Бифуркационная диаграмма для ИО «Модель ограниченного роста»

Из сравнения рисунков 6.6 и 6.7 видно, что в зависимости от вида итерирующего отображения конкретный вид бифуркационной диаграммы, называемой также деревом Фейгенбаума, может изменяться, но все бифуркационные диаграммы отображают переход к хаосу, содержащий три последовательных этапа: хаотическую динамику, циклическую динамику, хаотическую динамику.

В связи с переходом к хаосу в детерминированных системах по сценарию Фейгенбаума, т.е. через удвоение периода, возникает закономерный вопрос о том, как на практике отличить хаотический режим от многопериодического. Один из возможных методов, перекликающийся с

изучаемым курсом, заключается в изучении спектра Фурье – для многопериодического режима спектр будет состоять из дискретных спектральных максимумов, а для хаотического – будет непрерывным и иметь достаточно большую мощность на низких частотах. При этом очевидно, что длина исследуемой реализации должна быть достаточно большой для того, чтобы получить достаточно высокое разрешение в спектре. В противном случае уширение спектральных линий может скрыть дискретный характер спектра.

Еще один метод различения хаотического режима от многопериодического основан на анализе автокорреляционной функции исследуемой реализации. Автокорреляционная функция многопериодического процесса будет состоять из затухающих осцилляций, а автокорреляционная функция хаотического процесса спадает достаточно быстро.

*Возможности реализации хаотической динамики в оптических системах основаны на использовании нелинейных свойств оптических сред.*

Например, в схеме «голографический коррелятор в оптическом резонаторе», приведенной на рис.6.8, в качестве фазо-сопрягающих зеркал могут быть использованы регистрирующие среды с передаточной характеристикой, подобной приведенной на Рис.6.9, если эта характеристика удовлетворяет вышеприведенным требованиям.

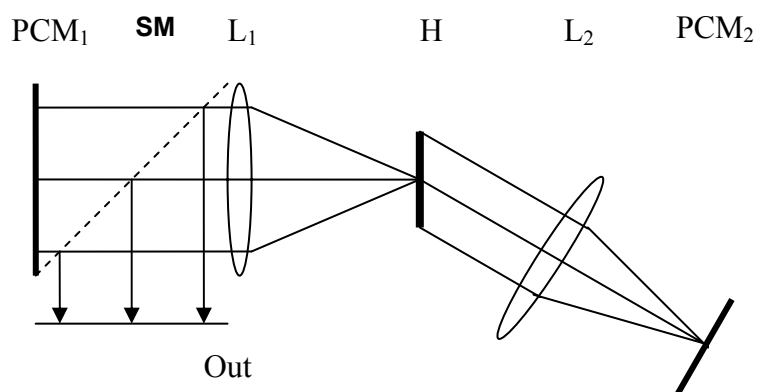


Рис.6.8. Принципиальная схема устройства «голографический коррелятор в линейном резонаторе». Резонатор образован двумя фазо-сопрягающими зеркалами  $PCM_1$  и  $PCM_2$  (устройствами обращения волнового фронта), помещенными в плоскости изображений и корреляций, соответственно.

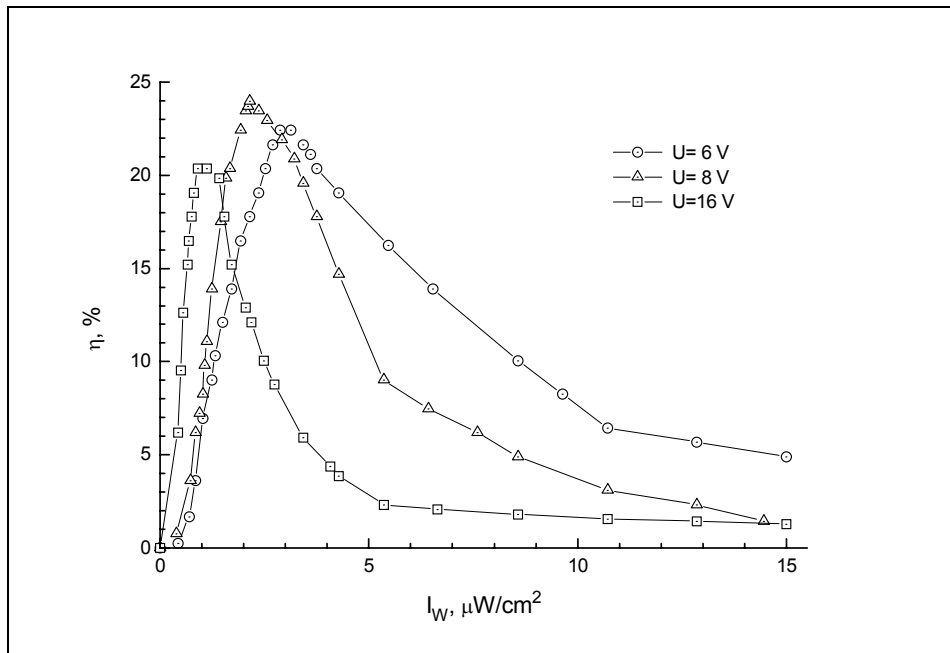


Рис. 6.9. Модуляционные характеристики оптически управляемой структуры стибнит - нематический жидкий кристалл ( $\nu = 22 \text{ nm}^{-1}$ , случай немодулированных во времени записывающих пучков). Зависимости сняты А.Н.Чайкой, структура разработана в ВНЦ ГОИ им.С.И.Вавилова И.Е.Моричевым, Н.И.Плетневой, Л.П.Амосовой.

На Рис.6.10. приведена бифуркационная диаграмма, рассчитанная для схемы «4-f Фурье-голографии с обращением волнового фронта в корреляционной плоскости» применительно к использованию передаточных характеристик фазо-сопрягающего зеркала на структура фотополупроводник – жидкий кристалл, приведенных на Рис.6.9.

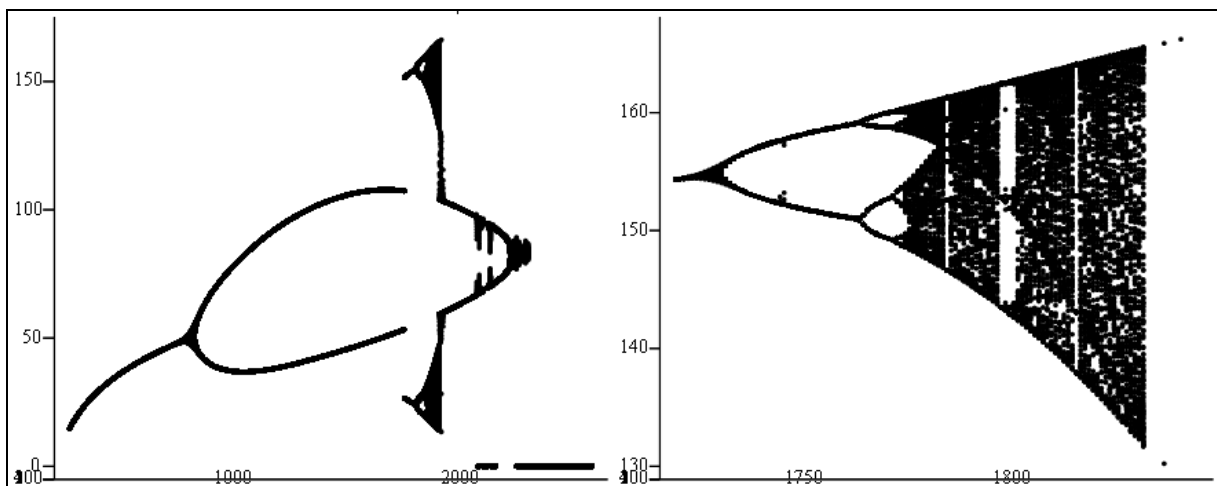


Рис.6.10. Бифуркационная диаграмма и ее увеличенный фрагмент, рассчитанные для итерирующего отображения, приведенного на Рис.6.8.

На Рис.6.11. приведена схема разработанного группой исследователей Laurent Larger, Eric Genin, Jean-Pier Codgebuer and Vladimir Udaltsov из Laboratoire d'Optique P.M. Duffieux оптоэлектронного генератора для

защищенных систем связи, использующего оптический фазовый модулятор работающий с частотой 12 GHz на структуре LiNbO<sub>3</sub> (ниобат лития) [3].

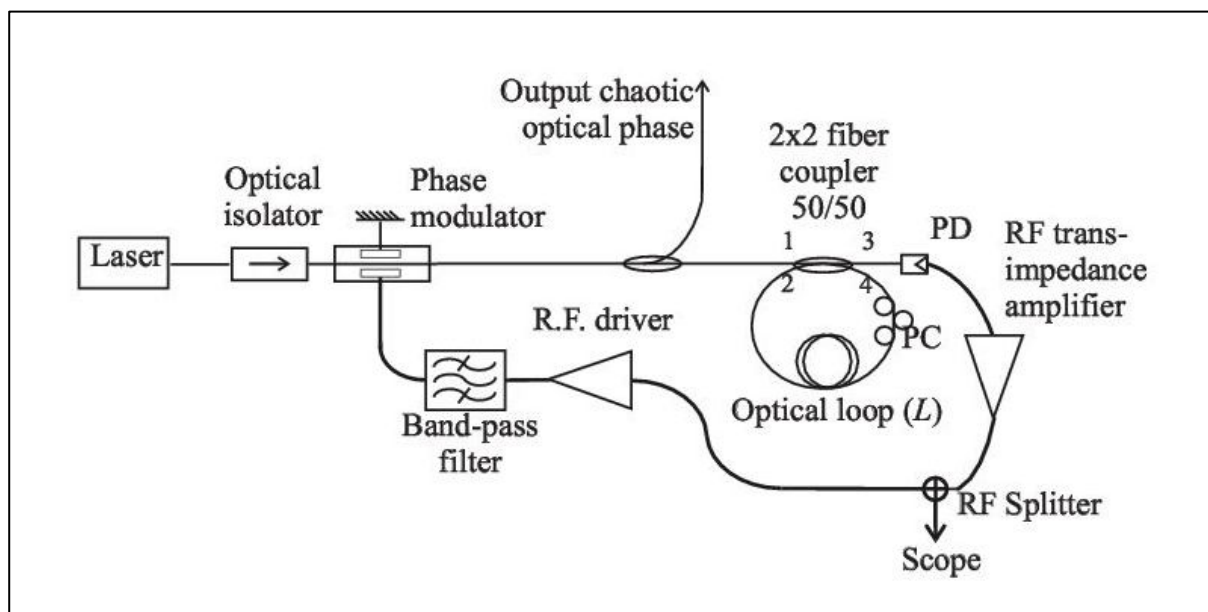


Рис.6.11. Оптоэлектронный генератор оптического сигнала с хаотической динамикой.

Оптоэлектронный генератор состоит из высокостабильного лазера, освещающего фазовый модулятор на основе структуры LiNbO<sub>3</sub>, выход которого поступает на волоконную петлю длиной 1,25м. Эта петля осуществляет нелинейную модуляцию интенсивности по отношению к входной модуляции фазы. Флуктуации интенсивности детектируются фотодиодом и усиливаются с тем, чтобы модулировать электронный вход модулятора фазы. Поскольку модуляция фазы происходит быстрее, чем время прохождения петли сигналом, то для различных коэффициентов обратной связи могут быть получены различные виды колебаний. Если коэффициент обратной связи превосходит порог, то генерируется широкополосный хаотический режим.

Возможности использования хаотической динамики для записи, хранения и считывания информации.

В основе использования хаоса в детерминированных системах для задач записи, хранения и считывания информации лежит очень простая идея сопоставления некоторой последовательности символов или цифр, представляющей интересующую нас информацию, определенной орбите системы в хаотическом режиме. Другой последовательности, кодирующей другой информационный фрагмент, сопоставляется другая орбита, и так далее. Если это возможно, то для восстановления (считывания) записанной таким образом информации достаточно вывести систему на орбиту, хранящую интересующий нас фрагмент информации. Вместе с тем, исходя из свойства плотности орбит в режиме хаотической динамики достаточно



очевидно, что в этом случае возникает проблема точного попадания на нужную нам орбиту как проблема ключевая.

Эта проблема теряет свою остроту в режиме периодическом. Здесь важно, чтобы период орбиты был достаточно большим для того, чтобы записать всю требуемую последовательность. В таком режиме выведение системы на нужную периодическую орбиту может быть сделано предъявлением системе фрагмента нужной последовательности. Однако, в таком (периодическом) режиме при данном значении параметра, определяющего динамику системы, система может хранить только одну последовательность, т.к. обладает единственным циклическим аттрактором.

Таким образом, память на основе хаотической динамики оказывается ассоциативной памятью – вся записанная информация восстанавливается по предъявлении её фрагмента. Нетрудно видеть, что такая система памяти должна обладать очень высокой информационной емкостью – это следует из свойств хаоса, рассмотренных выше.

Вместе с тем, динамический хаос как математическая модель имеет физические ограничения. Любая физическая система является системой диссипативной и именно диссипативный фактор определяет возможность синхронизации двух хаотических систем, без чего невозможна передача информации.

Возвращаясь к проблеме хранения и, главное, извлечения информации в хаотическом режиме, отметим, что в силу того, что неустойчивые циклы практически ненаблюдаемы, хранимая информация является информацией скрытой. Один из возможных подходов к проблеме извлечения скрытой информации (попадания на нужную орбиту) заключается в том, чтобы сделать неустойчивую орбиту устойчивой, т.е. циклической. Это так называемый метод подавленного хаоса, пригодный для использования в системах связи для передачи конфиденциальной информации.

Предложены разные методы подавления хаоса. В первой работе [10] явление подавления хаоса в системе Лоренца было обнаружено при подаче на хаотическую систему гармонического возбуждения. В работах [11,12] для перехода от хаотического типа динамики к периодическому использовались также периодические управляющие воздействия. Классический метод OGY, названный так по первым буквам фамилий его авторов [13], основан на использовании малых управляющих воздействий, например, посредством введения обратной связи в хаотическом осцилляторе.

#### Методы передачи информации на основе хаотической динамики.

1. Вернемся к бифуркационной диаграмме как зависимости характеристик аттрактора от значения параметра. В системе кодов ASCII каждому символу соответствует трехзначное число из интервала [0,255].

Если сопоставить каждой цифре из этого трехзначного числа период цикла, например по правилу

$$N_N = P - 1,$$

где  $N_N$  - число, а  $P$  - период орбиты, то каждый символ может быть закодирован в виде тройки периодов. В свою очередь, каждый период определяется для данного итерирующего отображения конкретным значением параметра. Таким образом, при выбранном итерирующем отображении каждый символ и, соответственно, последовательность символов, может быть представлена в виде последовательности значений параметра, входящего в выражение для итерирующего отображения.

В результате, для того, чтобы прочитать такую последовательность, необходимо знать итерирующее отображение, которое является ключом.

Однако, хорошо известно, что частота появления символов специфична для каждого языка – этот метод дешифрирования прекрасно описан в одном из рассказов о Шерлоке Холмсе. Но вспомним, что период орбиты, в отличие от значений самих периодических точек, не изменяется на некотором интервале значений параметра – между точками бифуркаций. Таким образом, для того, чтобы передать одно и то же значение периода орбиты, может использоваться произвольно выбранное из интервала значение. При этом это значение в сообщении может никогда больше не повториться. В результате, последовательность значений параметра представляет собой псевдослучайную последовательность, найти в которой какую-либо статистическую закономерность если и возможно, то весьма и весьма непросто. Иными словами, эта последовательность, т.е само сообщение, воспринимается как шум.

При передаче того же самого сообщения следующий раз получится уже другая последовательность и т.д.

Приняв эту последовательность и зная требуемое итерирующее отображение, получим последовательность периодических орбит, а измерив их периоды – расшифруем само сообщение в кодах ASCII.

2. Описанный выше метод относится, строго говоря, к использованию периодического типа динамики. Рассмотрим применение собственно хаотического типа динамики.

2.1. Привлекательность использования хаоса в системах передачи информации определяется следующими факторами [14]:

1. Возможностью получения сложных колебаний посредством простых моделей и, соответственно, устройств;

2. Возможностью реализации большого количества моделей хаотической динамики в одном устройстве (следует из высокой чувствительности хаотических систем к начальным условиям);

3. Возможностью управления хаотическими режимами посредством малых управляющих воздействий (малых изменений параметров системы). Этот пункт имеет как «+», так и «-». Плюс в том, что мощность управляющего сигнала может быть существенно ниже мощности модулируемого. Минус – высокая чувствительность;

4. Высокая информационная емкость;

5. Большое число возможных методов модуляции (ввода информационного сигнала в сигнал хаотический). Напомним, что для регулярного сигнала существуют три основных вида модуляции - амплитудная, частотная, фазовая), а для хаотического возможен еще ряд методов, например:

5.1. модуляция параметров;

5.2. нелинейное подмешивание информационного сигнала к хаотическому;

5.3. коррекция траекторий хаотической системы малыми возмущениями;

5.4. использование тонкой структуры аттрактора;

6. Возможностью увеличения скорости модуляции по сравнению со скоростью модуляции регулярных сигналов;

7. Возможностью самосинхронизации передатчика и приемника;

8. Возможностью разработки и использования нетрадиционных методов мультиплексирования;

9. Возможностью повышения степени конфиденциальности связи.

Слабые места хаотических методов передачи информации являются продолжением их сильных сторон. Можно упомянуть следующие:

1. Высокая чувствительность к искажениям в канале связи;

2. Высокая чувствительность к шумам;

3. Высокая чувствительность к неполной идентичности параметров приемника и передатчика.

Некоторые методы обеспечения конфиденциальности связи:

4. Хаотическая маскировка;

5. Переключение хаотических режимов;

6. Нелинейное подмешивание;

7. Использование фазовой автоподстройки частоты;

8. Инверсные схемы;

9. ...etc.

Методы синхронизации ведущей (передатчика) и ведомой (приемника) хаотических систем.

Один из первых методов синхронизации известен под названием «синхронный хаотический отклик».

Пусть имеется две автоколебательные системы  $X(t)$  и  $X'(t)$ . Тогда под синхронизацией этих систем понимается выполнение условия

$$|X(t) - X'(t)| \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty$$

и это условие должно быть устойчиво по отношению к возмущениям.

Для случая нетождественных систем (генераторов хаоса) под хаотической синхронизацией понимают ситуацию, когда движение в обоих парциальных генераторах (ведущем и ведомом) одинаково в топологическом смысле, т.е. траектории  $X(t)$  и  $X'(t)$  повторяют друг друга, но не изохронны и функция  $(X(t) - X'(t))$  есть случайная функция с нулевым математическим ожиданием [14].

Возможность самосинхронизации обусловлена тем, что любая реальная физическая система является системой диссипативной. Диссипативный фактор действует в противоположном направлении, нежели фактор хаотический и, тем самым, «убивает» рассогласование в поведении отдельных хаотических генераторов. Таким образом, две разнонаправленные тенденции определяют явление хаотической синхронизации:

1. Неустойчивость системы ответственна за хаотичность поведения и, следовательно, «разбегание» их траекторий;
2. диссипативные явления заставляют реальные системы «сжиматься» и приближаться друг к другу вдоль устойчивых направлений.

Задача конструктора системы заключается, таким образом, в нахождении компромисса между этими двумя конкурирующими факторами.

Хаотический синхронный отклик на основе декомпозиции.

Метод декомпозиции – один из основных методов обеспечения синхронизации хаотических систем. Пусть имеется автоколебательная система

$$\frac{dU}{dt} = f(U),$$

где  $U$  – в общем случае вектор в многомерном пространстве  $U \in R^n$ .

Если структура системы такова, что она может быть представлена (как на уровне модели, так и реально, физически) в виде двух подсистем  $V$  и  $W$

$$(U \rightarrow (V, W)),$$

То

$$\frac{dV}{dt} = g(V, W)$$

$$\frac{dW}{dt} = h(V, W)$$

$$V = (U_1, U_2, U_3, \dots, U_m)$$

$$W = (U_{m+1}, U_{m+2}, U_{m+3}, \dots, U_n)$$

Где

$$g = (f_1(U), f_2(U), f_3(U), \dots, f_m(U))$$

$$h = (f_{m+1}(U), f_{m+2}(U), f_{m+3}(U), \dots, f_n(U))$$

Таким образом, принципиальная схема метода декомпозиции может быть представлена в виде очень простого рис.6.12. Еще раз подчеркнем, что речь должна идти о декомпозиции не только на уровне математической модели, но обязательно и на уровне физической реализации.

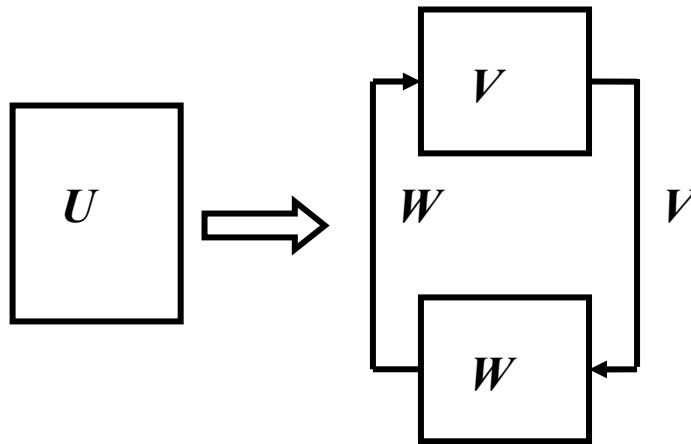


Рис.6.12. Принципиальная схема метода декомпозиции.

Далее. Берем две идентичные системы, в одной из которых одну из связей, например,  $V$ , разрываем, как это изображено на рис.6.13. Если выход подсистемы  $V_1$  подать на вход  $W_2$ , то при определенных условиях можно получить  $|V_1(t) - W_2(t)| \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Иными словами, система ведомая будет повторять траекторию системы ведущей.

Устойчивость отклика определяется тем, что

$$\begin{aligned}
\frac{dV_1}{dt} &= g(V_1, W_1) \\
\frac{dW_1}{dt} &= h(V_1, W_1) \\
\frac{dV_2}{dt} &= g(V_2, W_2) \\
\frac{dW_2}{dt} &= h(V_2, W_2)
\end{aligned}
\tag{6.1}$$

Здесь векторная переменная  $V_1$  – воздействие ведущей системы на ведомую, которая может рассматриваться как нелинейный фильтр.

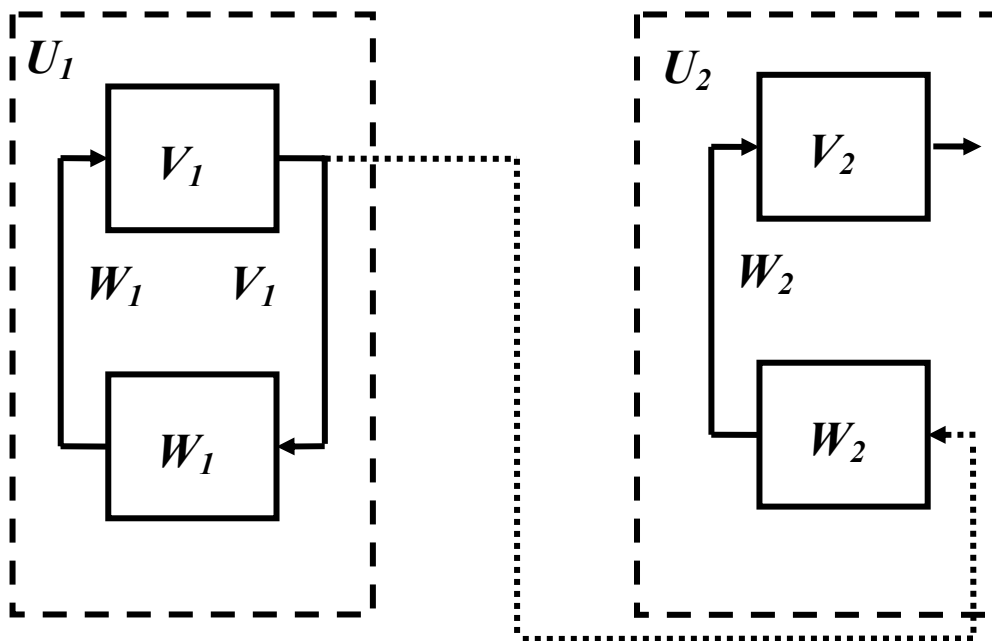


Рис.6.13. Обеспечение хаотического синхронного отклика ведомой системы  $U_2$  при использовании метода декомпозиции.  $U_1$  – ведущая система или передатчик, а вторая  $U_2$  – ведомая система или приемник.

Для наблюдения хаотического синхронного отклика необходимо и достаточно выполнения двух условий:

1. В ведущей и ведомой системах должна существовать траектория  $(V_1, W_1) = (V_2, W_2)$ ;
2. Движение системы вдоль этой траектории должно быть устойчивым по отношению к любым малым, трансверсальным к хаотическому аттрактору синхронизации, возмущениям.

Условие существования множества синхронизации определяется условием (1). Траектории, удовлетворяющие этому условию, существуют в силу (6.1).

Устойчивость же множества синхронизации определяется требованием (2). Необходимым условием устойчивости аттрактора синхронизации является отрицательность первого Ляпуновского показателя  $\lambda < 0$  ведомой системы при воздействии на неё ведущей системы. Это условие необходимо для того, чтобы траектории системы притягивались к множеству синхронизации. Но можно заметить, что условие  $\lambda < 0$  усреднено и, следовательно, не является достаточным, так как не гарантирует отсутствия специальных траекторий, принадлежащих множеству синхронизации, но неустойчивых к возмущениям. Отсюда возникает явление «on-off перемежаемости» - кратковременных срывов синхронизации.

### Хаотический синхронный отклик в кольцевых системах.

Типичный пример структуры кольцевой автоколебательной системы приведен на рис.6.14. Этот тип автоколебательных систем представляет интерес в силу того, что для него хаотический синхронный отклик, в отличие от других типов систем абсолютно устойчив.

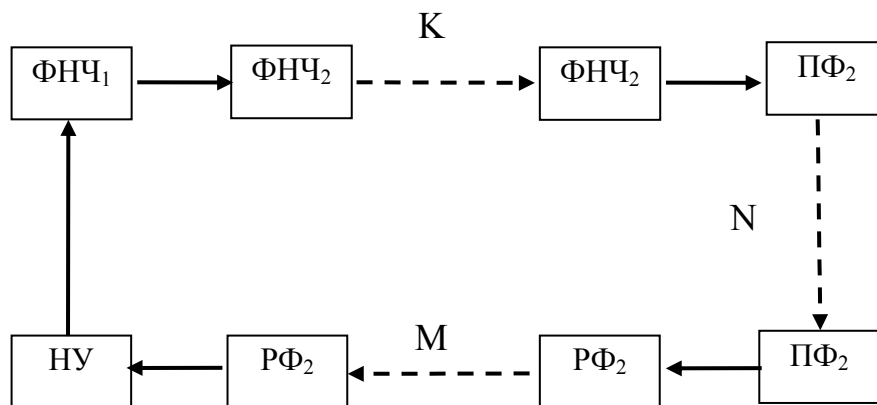


Рис.6.14. Пример структуры кольцевой автоколебательной системы. ФНЧ<sub>1</sub> и ФНЧ<sub>2</sub> – фильтры низких частот первого и второго порядков, соответственно, ПФ<sub>1</sub> и ПФ<sub>2</sub> – полосовые фильтры, РФ – режекторные фильтры, НУ – нелинейный усилитель.

Вернемся к выражению (6.1). Устойчивость ведомой системы на множестве синхронизации означает близость траекторий  $(V_1, W_1)$  и  $(V_2, W_2)$ . Введем новые переменные, имеющие смысл малых отклонений

$$(\delta V, \delta W) = (V_1, W_1) - (V_2, W_2), \quad (6.2)$$

и проведем замену переменных в (6.1), подставив (6.2) вместо  $(V_2, W_2)$ . Тогда, режим синхронизации будет достигаться при решениях  $(\delta V, \delta W) = 0$ . Линейная устойчивость таких решений может быть исследована посредством

анализа устойчивости решения  $(\delta V, \delta W) = 0$  для линеаризованного в окрестности  $(\delta V, \delta W) = 0$  дифференциального уравнения

$$(\delta \dot{V}, \delta \dot{W}) = \frac{d(g, h)}{d(V_1, W_1)} (\delta V, \delta W) = M - (\delta V, \delta W), \quad (6.3)$$

где  $M$  – матрица коэффициентов, зависящих от  $(V_1, W_1)$ . Отсюда, собственные значения матрицы  $M$  определяют устойчивость аттрактора синхронизации, поскольку решение системы уравнений (6.1) абсолютно устойчиво, если действительные части собственных значений  $M$  во всех точках аттрактора отрицательны.

Рассмотрим упрощенную модель кольцевой автоколебательной системы, состоящей из последовательно соединенных (и замкнутых в кольцо) нелинейного усилителя и фильтров низких частот первого и второго порядка. Такая система может быть описана следующим образом:

$$\begin{aligned} \beta \dot{x} &= mf(z) - x \\ \dot{y} &= x - z \\ \dot{z} &= y - \alpha z \end{aligned}, \quad (6.4)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – параметры фильтров первого и второго порядков, соответственно,  $m$  – коэффициент усиления, а  $f(z)$  – кусочно-линейная функция вида

$$f(z) = \left| z + \frac{1}{2} \right| - \left| z - \frac{1}{2} \right| + \frac{1}{2} |z - 1| - \frac{1}{2} |z + 1|.$$

Связь между ведомой и ведущей системами посредством  $z$  может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} \beta \dot{x} = mf(z) - x, \dot{y} = x - z, \dot{z} = y - \alpha z \\ \beta \dot{u} = mf(z) - u, \dot{v} = u - w, \dot{w} = v - \alpha w \end{cases} \quad (6.5)$$

Если коэффициент усиления  $m=4,8$ , а параметры фильтров имеют значения  $\alpha=1$  и  $\beta=2$ , то матрица  $M$  будет иметь вид

$$M = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\beta} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -\alpha \end{pmatrix}$$



и постоянна для всего фазового пространства системы. Собственные значения  $M$   $\mu_1 = -0.5$ ,  $\mu_{2,3} = -0.05 \pm 0.9987i$ . Т.е. в силу отрицательности их действительных частей система абсолютно устойчива.

Рассмотрим некоторые методы передачи информации с использованием хаотической синхронизации:

Хаотическая маскировка – в этом случае информационный сигнал аддитивно подмешивается к хаотическому. Принципиальная схема метода приведена на рис.6.15. Первый сумматор вводит информационный сигнал  $S$  в хаотический сигнал  $x$ , второй сумматор введен для моделирования аддитивного шума канала связи  $w$ . Восстановленный входной сигнал  $S'$  получается в результате вычитания выходного сигнала ведущей системы из синхронизированного хаотического сигнала ведомой системы.

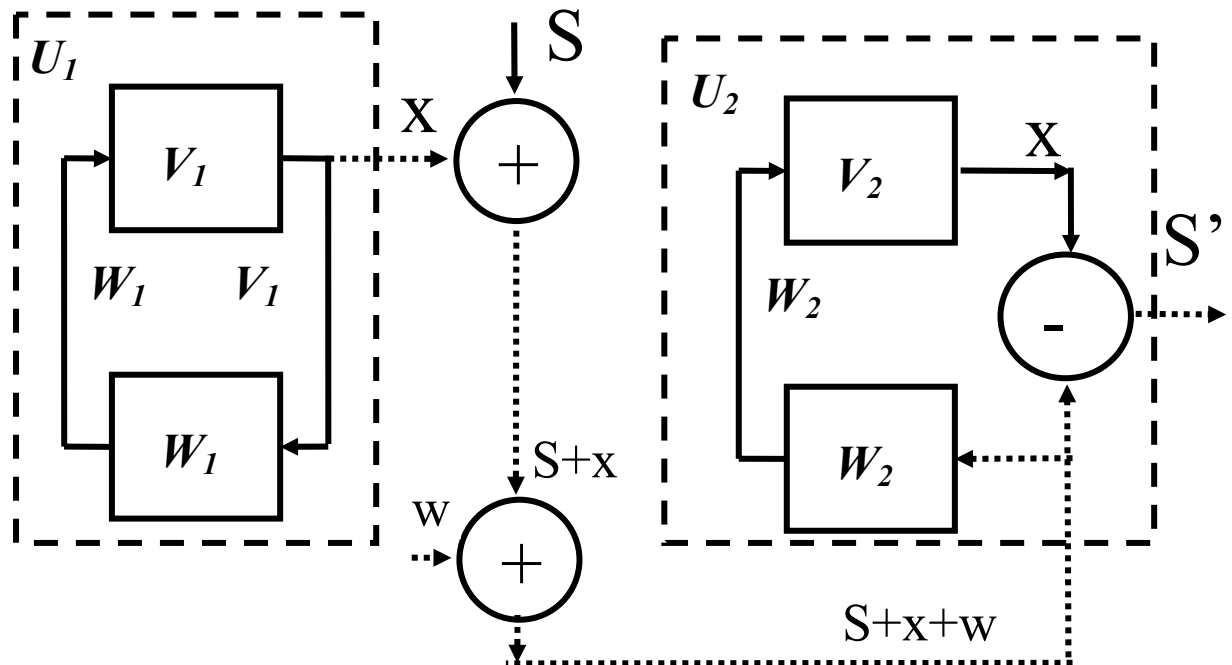


Рис.6.15. Принципиальная схема метода хаотической маскировки. Здесь  $x$  – хаотический сигнал;  $S$  – информационный сигнал;  $S'$  – восстановленный информационный сигнал;  $W$  – аддитивный шум в тракте связи.

Слабые места этого метода суть следующие:

- а. Низкое отношение сигнал/шум.

Согласно опубликованным результатам, при условии идентичности ведущей и ведомой систем и отсутствии шума в канале связи, для качественной передачи информации необходимо превышение мощности хаотического сигнала над информационным на 35-65 дБ. [14]. Столь жесткое

требование обусловлено тем, что в данном методе информационный сигнал возмущает опорный хаотический сигнал, вследствие чего возможно появление шумов десинхронизации. Однако, сигнал такого уровня соизмерим с шумом канала связи, следствием чего является низкое отношение сигнал/шум на выходе.

- b. Система критична к появлению дополнительных возмущающих факторов;
- c. Низкая энергетическая эффективность;
- d. Низкая степень конфиденциальности.

Точность оценки извлеченной информации  $S'$  по отношению к передаваемому сообщению  $S$  зависит от следующих факторов:

1. степени идентичности ведущей и ведомой систем;
2. уровня шума в тракте связи.

## 2. Переключение хаотических режимов.

Принципиальная схема метода приведена на рис.6.16. На каждом конце канала связи имеются по два хаотических генератора, желательно, чтобы их характеристики были близки. Коммутатор осуществляет переключение между генераторами хаоса. Для того, чтобы прочесть сообщение, на стороне приемника необходимо определить, хаотический сигнал какого именно из генераторов в данный момент присутствует на входе. Если генераторы идентичны по своим характеристикам, то решить эту задачу можно только имея на приемной стороне генераторы, синхронизированные с передающими.

Этот метод не накладывает таких жестких требований на степень идентичности систем и уровень шумов, как ранее рассмотренный, поскольку для выделения информационного сигнала достаточно определить «свой» или «чужой» сигнал присутствует на входе ведомой системы.

Вместе с тем, конфиденциальность связи определяется близостью переключаемых хаотических режимов, т.е. идентичностью генераторов. Однако, известно [14], что теоретически (и практически) возможно воспроизведение в приемнике исходного хаотического сигнала, что снижает конфиденциальность метода.

Энергетическая эффективность метода высока, т.к. передатчик хаотического сигнала является носителем сигнала информационного.

Слабое место этого метода определяется тем, что при переключении возникают переходные процессы, ограничивающие скорость коммутации и, следовательно, скорость передачи информации.

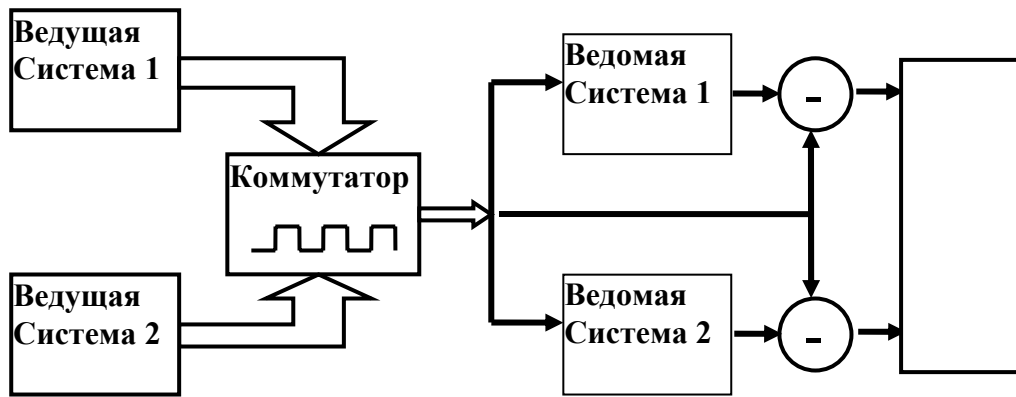


Рис.6.16. Принципиальная схема метода переключения хаотических режимов.

### 3. Нелинейное подмешивание информационного сигнала к хаотическому.

В этом случае информационный сигнал вводится непосредственно в ведущий генератор хаоса. Извлечение информационного сигнала производится в ведомой системе за счет использования обратного, по отношению к ведущей, преобразования. Предложен ряд пар взаимобратных операций:

1. сложение – вычитание;
2. умножение – деление;
3. сложение по модулю с основанием 2;
4. преобразование напряжение – ток;
5. etc.

В наибольшей степени на сегодня разработано применение пары «сложение – вычитание», хотя несомненный интерес представляют более сложные методы.

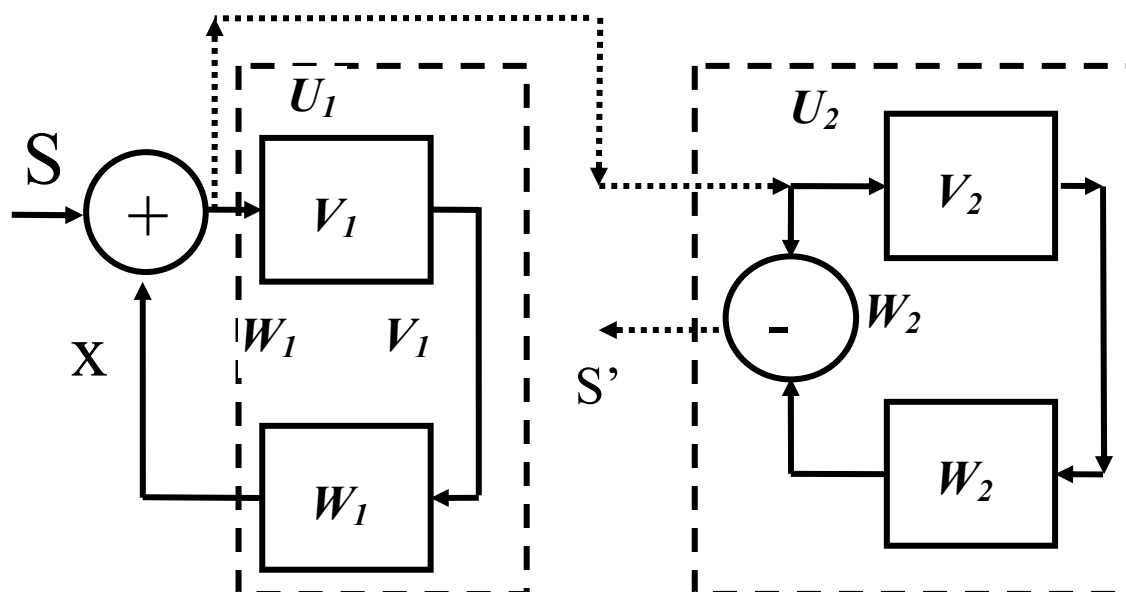


Рис.6.17. Принципиальная схема метода нелинейного подмешивания информационного сигнала к хаотическому.

В данном случае термин «нелинейное» обусловлен тем, что результирующий сигнал циркулирует по кольцу обратной связи ведущей системы, претерпевая при этом нелинейные преобразования в одной из её подсистем.

Достоинство метода - возможность варьирования в широких пределах уровня подмешиваемого сигнала. Амплитуда информационного сигнала может быть соизмерима с амплитудой сигнала хаотического и даже превосходить её. Отсюда следует более высокое качество передачи, более высокое отношение сигнал/шум.

Проблемы, связанные с методом нелинейного подмешивания:

Хаотический сигнал, вырабатываемый системой, является функцией информационного сигнала. Как следствие, ведомая система неавтономна, т.е. в отсутствие информационного сигнала на выходе ведомой отсутствует хаотический сигнал, что позволяет однозначно определить, есть передача сообщения или нет. Более того, даже при наличии информационного сигнала, в зависимости от уровня его амплитуды, хаотический сигнал на выходе может иногда прерываться квазипериодическим сигналом вследствие возникновения эффекта «подавления хаоса».

С точки зрения обеспечения конфиденциальности связи важно, чтобы ведомая система постоянно генерировала хаотический сигнал, даже при отсутствии сигнала информационного.

Конфиденциальность уменьшается с ростом уровня сигнала.

Очевидно, что полоса частот информационного сигнала должна быть не уже полосы частот сигнала хаотического.

Описанные методы синхронизации и передачи уже могут считаться классическими для такой новой и активно развивающейся области, как динамический хаос. Приведенный перечень методов отнюдь не исчерпывающий - предложены также и другие методы синхронизации и передачи информации. Исследования в этой области науки интенсивно развиваются и постоянно появляются новые методы и модели.

## **Литература к Теме 6.**

1. *Кроновер Р.М.*, Фракталы и хаос в динамических системах, М.2000.
2. *Божокин С.В., Паршин Д.А.* Фракталы и мультифракталы, Спб, 2000.

3. *Фриман Дж.У.*, Динамика мозга в восприятии и сознании: творческая роль хаоса // В сб. «Синергетика и психология». Вып.3. "Когнитивные процессы", Издательство «Когито-Центр», 2004.
4. *Ижикевич Е.М., Малинецкий Г.Г.*, Модель нейронной сети с хаотическим поведением// Ин-т прикладной математики им.М.В.Келдыша. Препринт №17 за 1993, М., 1993.
5. *Laurent Larger, Eric Genin and Vladimir Udaltsov*, Optoelectronic phase chaos generator for secure communication, Int. Topical Meeting on Optoinformatics, St/Petersburg, 18-21 October 2004, Book of Abstracts, p.13
6. *А.В.Павлов*, О применимости голографических технологий при решении творческих задач // Сб.трудов IV международной конференции «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте», Коломна 2007, т.1, с.282-290.
7. *А.Лоскутов*, Стабилизация хаотических колебаний и обработка информации.
8. *А.С. Дмитриев, Л.В. Кузьмин, А.И.Панас, С.О.Старков*. Эксперименты по передаче информации с использованием хаоса через радиоканал. Радиотехника и электроника. 1998. V. 43. № 9. С. 1115.
9. Успехи современной радиоэлектроники. Специальный выпуск. 2000. № 11.
10. Дудник Е. Н., Кузнецов Ю. И., Минакова И. И., Романовский Ю. М. Синхронизация в системах со странным аттрактором. Вестн. МГУ. Сер. 3: Физика. Астрономия. 1983. Т. 24, (4). С. 84-87.
11. Алексеев В. В., Лоскутов А. Ю. Управление системой со странным аттрактором посредством периодического параметрического воздействия. ДАН СССР, 1987, Т.293, (6), С. 1346—1348.
12. Алексеев В. В., Лоскутов А. Ю. Дестохастизация системы со странным аттрактором посредством параметрического воздействия. Вестн. МГУ. сер.3, Физика, астрономия. 1985, Т.26, (3), С. 40-44.
13. Ott E., Grebogi C., Yorke G. Controlling chaos. Phys. Rev. Lett. 1990. V.64. (11) 1196—1199.
14. А.С.Дмитриев, А.И.Панас Динамический хаос: Новые носители информации для систем связи. М.Физматлит.2002. – 251 с.

## Тема 7. Основания оптических логических вентилях и процессоров нечеткой логики.

Одно из важных направлений в плане учета присущей человеческому мышлению нечеткости – нечеткие логики, имеющие своим математическим основанием теорию нечетких множеств Л.Заде [1,2]. Это направление включает также и концепцию «мягких вычислений» (Soft Computing), которая объединяет гибкость и толерантность нечетких логик с вычислительной мощностью и обучаемостью НС.

Традиционно, оптические реализации нечетких систем делят на две группы – логические процессоры, реализующие строго определенный набор логических операций, и системы логического вывода, известные также под термином «нечеткая ассоциативная память», реализующие более сложные операции, относящиеся к классу нечетких ассоциаций.

В рамках первого класса систем предложены различные архитектуры, использующие матричные источники и приемники излучения - как линейки [3,4], так и двумерные матрицы [5-8], более сложные схемы на их основе [9-13], в том числе, комбинированные с системой памяти [14], системы распознавания [15] и морфологической обработки [16] изображений.

Большой интерес по сравнению с логическими вентилями представляют системы из второго класса, реализующие правила логического вывода «Обобщенный Modus Ponens» [17-26].

Математическую основу нечетких логик формирует теория нечетких множеств, основные положения которой применительно к оптическим информационным технологиям сейчас и напомним.

### Алгебра Фурье-дуальных операторов

#### *.Используемые определения.*

**Определение 1.** Пусть  $U$  – универсальное множество, его элементы обозначим  $x$ . Обозначим  $Im$  элементы модели, построенной на универсальном множестве  $U$ , и определим множество элементов модели (множество всех подмножеств) следующим образом:

$$\mathcal{F}(Im) = \{Im | Im : U \rightarrow [0,1]\} \quad (7.1).$$

Нетрудно видеть, что (7.1) формально совпадает с определением нечеткого множества [1]. Напомним определение нечеткого множества и его свойства.

**Определение 7.1.1** НМ  $A = \{(x, \mu_A(x))\}$  определяется математически как совокупность упорядоченных пар, составленных из элементов  $x$  универсального множества  $X$  и соответствующих степеней принадлежности  $\mu_A(x)$  или, поскольку функция принадлежности  $\mu_A(x)$  является исчерпывающей характеристикой НМ, непосредственно в виде функции  $\mu_A(x)$ , определяемой как отображение

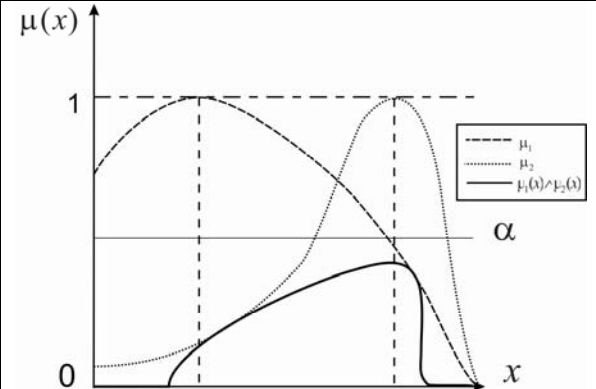
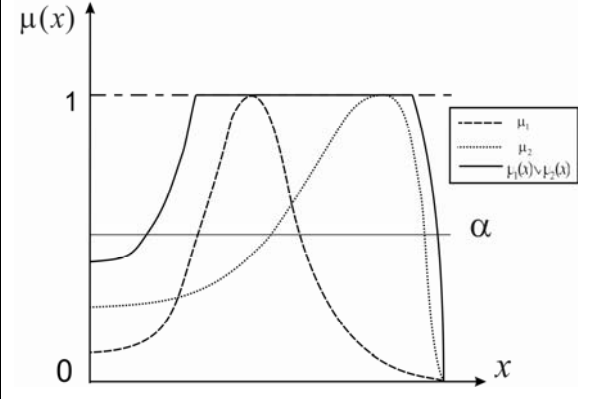
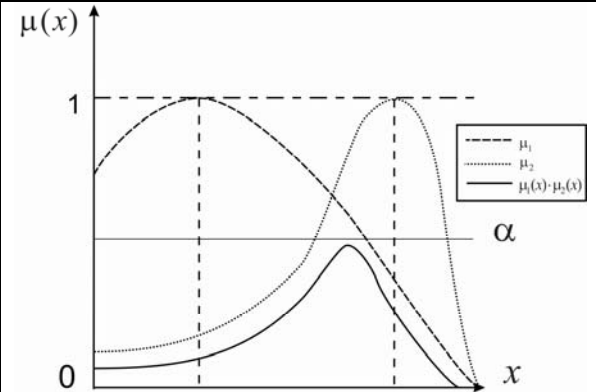
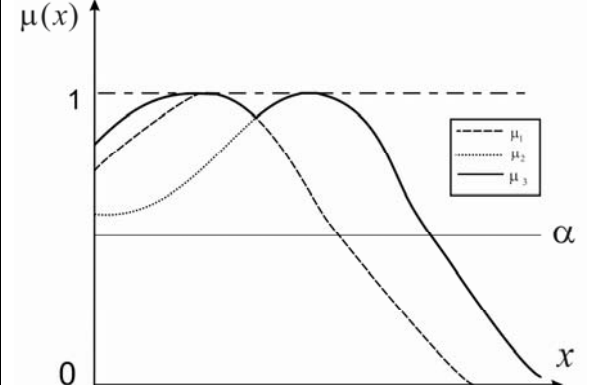
$$\mu: X \rightarrow [0,1],$$

где  $X$  – универсальное множество (область определения функции принадлежности  $\mu_A(x)$ ).

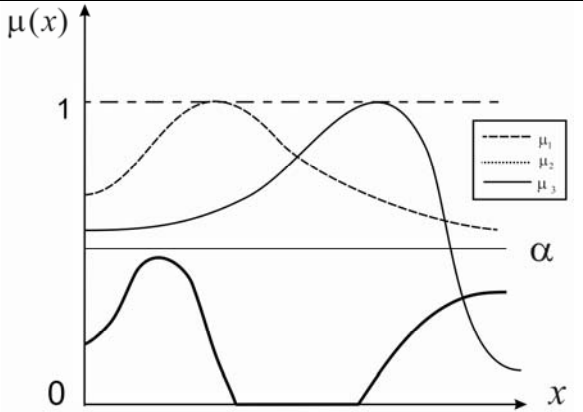
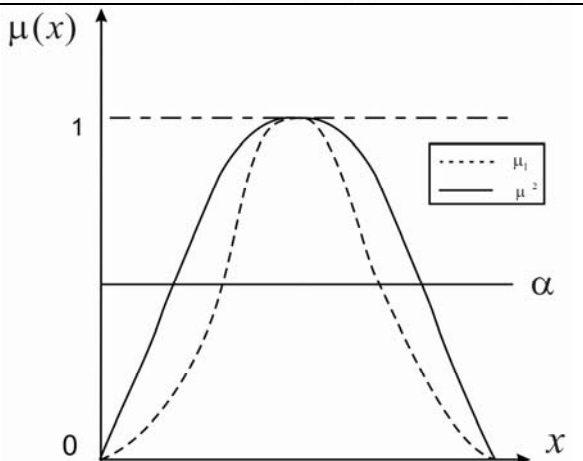
Операции над НМ из класса всех НМ  $F(X) = \{\mu | \mu: X \rightarrow [0,1]\}$  универсального множества  $X$ , как следует из определения 7.1.1., определяются над функциями принадлежности и могут вводиться разными способами. Рассмотрим для примера некоторые из ставших уже классическими операций, приведенные в Табл.7.1

Табл.7.1

Название операции	Символическая запись	Связка	Графическое представление
Дополнение	$\mu_3(x) =$ $\bar{\mu}(x) = 1 - \mu(x)$ $\forall x \in X$	НЕ	
Пересечение I - MIN	$\mu_3(x) =$ $(\mu_1(x) \wedge \mu_2(x)) =$ $\min\{\mu_1(x), \mu_2(x)\}$ $\forall x \in X$	И	
Объединение I - MAX	$\mu_3(x) =$ $(\mu_1(x) \vee \mu_2(x)) =$ $\max\{\mu_1(x), \mu_2(x)\}$ $\forall x \in X$	ИЛИ (ЛИБО ..., ЛИБО)	

Пересечение II – ограниченное произведение	$\mu_3(x) = (\mu_1(x) \wedge \mu_2(x)) = \max\{0, \mu_1(x) + \mu_2(x) - 1\}$ $\forall x \in X$	И	
Объединение II – ограниченная сумма	$\mu_3(x) = (\mu_1(x) \vee \mu_2(x)) = \min\{1, \mu_1(x) + \mu_2(x)\}$ $\forall x \in X$	ИЛИ	
Пересечение III – алгебраическое произведение	$\mu_3 = (\mu_1 \cdot \mu_2)(x) = \mu_1(x) \cdot \mu_2(x)$ $\forall x \in X$	И	
Объединение III – алгебраическая сумма	$\mu_3(x) = (\mu_1 \overset{\wedge}{+} \mu_2)(x) = \mu_1(x) + \mu_2(x) - \mu_1(x)\mu_2(x)$ $\forall x \in X$	ИЛИ	



Разность	$\mu_3(x) = \mu_1(x) - \mu_2(x) = \max\{0, \mu_1(x) - \mu_2(x)\}$ $\forall x \in X$		
Концентрация	$\mu_3(x) = \mu^2(x)$ $\forall x \in X$	Очень	

Приведем основные понятия ТНМ:

Определение 7.1.2 (Нормальность) НМ  $A$  нормально, если верхняя граница его ф-ции принадлежности равна единице, т.е.  $\sup_{x \in X} \mu_A(x) = 1$ . Если

$\sup_{x \in X} \mu_A(x) < 1$ , то НМ называется субнормальным.

Определение 7.1.3. НМ пусто, если

$$\mu_A(x) = 0; \forall x \in X.$$

Определение 7.1.4. Множеством уровня  $\alpha$  ( $\alpha$ -срезом) называется четкое подмножество универсального множества  $X$ , определяемое

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}; \alpha \in [0, 1]$$

Определение 7.1.5. Сеппорт НМ может быть определен как множество уровня 0.

Определение 7.1.6. НМ  $A$  называется выпуклым тогда и только тогда, когда, когда его функция принадлежности выпукла, т.е. для каждой пары точек  $x, y$  из  $X$  выполняется условие

$$\forall \lambda \in [0, 1]; \mu_A(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min(\mu_A(x), \mu_A(y)).$$

**Определение 2.** Определим алгебру как модель  $\langle \mathcal{F}(\text{Im}), D, \cdot, \oplus, o, u \rangle$ , где  $\cdot$  и  $\oplus$  – определяющие модель операции,  $D$  – оператор, задающий дуальность определяющих операций  $\cdot$  и  $\oplus$  в форме

$$\forall \text{Im}_a(x), \text{Im}_b(x) \in \mathcal{F}(\text{Im}); D(\text{Im}_a(x) \oplus \text{Im}_b(x)) = D(\text{Im}_a(x)) \cdot D(\text{Im}_b(x)) \quad (7.2)$$

$o$  и  $u$  – наименьший и наибольший элементы.

**Определение 3.** Определим коммутативную, ассоциативную и неубывающую бинарную операцию  $V: [o, u]^2 \rightarrow [o, u]$  с нейтральным элементом  $e(x)$ , т.е.

$$\forall \text{Im}(x) \in [o, u]; V(\text{Im}(x), e(x)) = V(e(x), \text{Im}(x)) = \text{Im}(x) \quad (7.3)$$

Тогда, если  $e(x) = u(x)$ ,  $V$  определим как абстрактное умножение ( $V = \cdot$ ); если  $e(x) = o(x)$ ,  $V$  определим как абстрактное сложение ( $V = \oplus$ ). Нетрудно видеть, что определенные таким образом операции суть  $t$ -норма и  $t$ -конорма, соответственно.

**Определение 4.** Определим  $D$  как унарный оператор  $[o, u] \rightarrow [o, u]$ , удовлетворяющий следующему набору аксиом, включая (7.2):

$$D(o) = u, D(u) = o \quad (7.4)$$

$$\forall \text{Im}_a(x), \text{Im}_b(x) \in \mathcal{F}(\text{Im}); \text{Im}_a(x) \geq \text{Im}_b(x) \Rightarrow D(\text{Im}_a(x)) \leq D(\text{Im}_b(x)) \quad (7.5)$$

Здесь мы предполагаем, что на  $\mathcal{F}(\text{Im})$  задано отношение порядка, но не конкретизируем его.

$$\forall \text{Im}_a(x) \in \mathcal{F}(\text{Im}); D(D(\text{Im}_a(x))) = \text{Im}_a(x). \quad (7.6)$$

### *Алгебра Фурье-дуальных определяющих операций.*

**Определение 5.** Используем классическое определение оператора Фурье-преобразования  $F$ , связывающего функцию  $\text{Im}(x)$ , удовлетворяющую условиям Дирихле и абсолютно интегрируемую ( $x$  в данном контексте координата!), с ее Фурье-образом  $F(\nu)$ :

$$F(\text{Im}(x)) = F(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Im}(x) \exp(-j2\pi\nu x) dx, \quad (7.7)$$

где  $j$  – мнимая единица,  $\nu$  – координата в Фурье-пространстве (частота).

Нетрудно видеть, что в силу хорошо известных свойств Фурье-преобразования (ФП) оператор  $F$  удовлетворяет аксиомам (2.4) в форме:

$$F(\delta(x)) = \text{Const}(v); F(\text{Const}(x)) = \delta(v)$$

где  $\delta(x)$ -  $\delta$ -функция Дирака, определяемая следующим образом:

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & \text{при } x = 0 \\ 0 & \text{при } x \neq 0 \end{cases},$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$$

и аксиоме (2.5) в случае нормальных унимодальных функций (обозначим их  $a(x)$  и  $b(x)$ )

$$\forall a(x), b(x) : U \rightarrow [0,1]; \forall \alpha \in [0,1]; a_\alpha(x) \geq b_\alpha(x) \Leftrightarrow \left| \text{Re}(F_\alpha(a(x))) \right| \leq \left| \text{Re}(F_\alpha(b(x))) \right|,$$

где  $a_\alpha$  -  $\alpha$ -срез  $a$ . Если функции не унимодальные, то последнее условие имеет силу для глобальных максимумов автокорреляционных функций

$$\begin{aligned} \forall \alpha \in [0,1]; (\text{Im}_a(x) \otimes \text{Im}_a(x))_\alpha \geq (\text{Im}_b(x) \otimes \text{Im}_b(x))_\alpha &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \left| \text{Re}(F_\alpha(\text{Im}_a(x))) \right| \leq \left| \text{Re}(F_\alpha(\text{Im}_b(x))) \right| &\quad (7.8) \end{aligned}$$

где символ  $\otimes$  обозначает операцию корреляции.

Требование на инволютивность (7.6) удовлетворяется при использовании пары прямого и обратного ФП, отличающихся лишь знаком под экспонентой. При двукратном применении прямого ФП (7.7) имеет место инверсия координат  $F(F(\text{Im}(x))) = \text{Im}(-x)$ , учет которой эквивалентен выполнению условия (7.6).

Таким образом, в алгебре с Фурье-дуальными определяющими операциями в качестве минимального элемента  $o(x)$  выступает  $\delta$ -функция, а максимального, Фурье-дуального минимальному,  $\text{Const}(x) = 1$ .

В качестве операции умножения примем обычное умножение. Тогда операция абстрактного сложения, Фурье-дуальная умножению, определяется в соответствии с (7.2) - получаем формулировку известной теоремы о том, что Фурье-образ свертки двух функций равен произведению их Фурье-образов, т.е. абстрактное сложение суть свертка

$$F((\text{Im}_a(x) \oplus \text{Im}_b(x))) = F(\text{Im}_a(x))F(\text{Im}_b(x)) = F(\text{Im}_a(x) * \text{Im}_b(x)), \quad (7.9)$$

где символ  $*$  обозначает операцию свертки двух функций

$$S(\Delta) = \text{Im}_a(x) * \text{Im}_b(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Im}_a(x) \text{Im}_b(\Delta - x) dx.$$

В силу свойства инволютивности (7.6) свертка вычисляется методом двойного ФП, т.е.

$$S(\text{Im}_a(x), \text{Im}_b(x)) = F(F(\text{Im}_a(x)) \cdot F(\text{Im}_b(x))). \quad (7.10)$$

Здесь, как и в дальнейшем изложении, в целях упрощения выкладок мы пренебрегли инверсией координат, возникающей вследствие двукратного применения прямого ФП.

**Замечание 1.** Заметим, что алгебра с Фурье-дуальными определяющими операциями есть алгебра нечетких множеств – даже в случае определения исходных элементов модели как четких множеств, уже однократное применение операции абстрактного сложения ведет к преобразованию четких множеств в нечеткие  $\forall \text{Im}_a, \text{Im}_b : U \rightarrow \{0,1\}; S(\text{Im}_a, \text{Im}_b) : U \rightarrow [0,1]$ .

**Замечание 2.** В алгебре Фурье-дуальных операторов операция сложения определена не поточечно, но учитывает внутреннюю коррелированность как фундаментальный атрибут информации, отличающий ее от  $\delta$ -коррелированного шума.

**Замечание 3.** Оператор Фурье-преобразования в общем случае представляет собой отображение в пространство комплексных функций. Отсюда с неизбежностью следует необходимость применения для реализации Фурье-дуальности (7.9) технологий, обеспечивающих регистрацию и восстановление комплексных функций. Для волн любой природы и частотного диапазона (оптических, радио, etc.) единственной на сегодня технологией, удовлетворяющей этому требованию, является голография.

**Замечание 4.** В силу ограниченности (пространственной или временной) как  $U$ , так и области определения Фурье-образа  $F(o(x))_{\text{Supp}} = [-\nu_{\text{Max}}, \nu_{\text{Max}}]$ ,  $\delta$ -функция в реальности имеет ненулевую ширину и описывается в Фурье-области функцией  $\delta_{x_{\text{max}}}$

$$u(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \in [-x_{\text{max}}, x_{\text{max}}] \\ 0 & \text{при } x \notin [-x_{\text{max}}, x_{\text{max}}] \end{cases} \quad (7.11)$$

$$\delta_{x_{\text{max}}} = F(u(x)) = \int_{-x_{\text{max}}}^{x_{\text{max}}} u(x) \exp(-j2\pi\nu x) dx = 2x_{\text{max}} \text{Sinc}(2\pi\nu x_{\text{max}})$$

где  $[-x_{\text{max}}, x_{\text{max}}]$  – область определения  $U$ ,  $\text{Sinc}$  – обозначение Вудварда для функции вида  $\text{Sin}(x)/x$ . Аналогично, в силу ограниченности области определения Фурье-образа  $[-\nu_{\text{Max}}, \nu_{\text{Max}}]$ ,  $\delta$ -функция на  $U$  также описывается функцией, определяемой аналогично (7.11).

Если  $U=X \times Y$ , т.е. плоскость, то для прямоугольной области определения

$$\delta_{x_{\max}, y_{\max}} = 2x_{\max} \text{Sinc}(2\pi\nu_x x_{\max}) 2y_{\max} \text{Sinc}(2\pi\nu_y y_{\max}),$$

а для области определения с осевой симметрией (т.е. круглой области радиуса  $r_{\max}$ )

$$\delta_{r_{\max}} = \pi r_{\max}^2 \frac{2J_1(2\pi\kappa r_{\max})}{2\pi\kappa r_{\max}},$$

где  $J_1$  – функция Бесселя первого рода первого порядка.

### ***Элементы модели***

Для любого элемента модели можно определить четыре связанных с ним элемента: дуальный, дополнительный, инверсный и противоположный. Определения дуального и дополнительного элементов очевидны.

Инверсный элемент  $Im^i$  для элемента  $Im$  относительно операции  $S$  определяется из условия

$$S(Im, Im^i) = o = \delta \quad (7.12)$$

Противоположный элемент  $Im^o$  определяется условием

$$Im^o(x) = Im(-x) \quad (7.13)$$

где  $x$  в данном случае, как и в разделе 2.2. - обобщенная координата элемента  $Im$  на оси элементов модели. Пользуясь свойством симметрии ФП, получим

$$F(Im(-x)) = F^*(Im(x)),$$

где астериск – символ комплексного сопряжения. Отсюда, используя определение вычитания как сложения с аддитивно противоположным элементом, получим:

$$S(Im(x), Im^o(x)) = F(F(Im(x))F(Im^o(x))) = Im(x) \otimes Im(x), \quad (7.14)$$

т.е. операция корреляции  $\otimes$  в алгебре Фурье-дуальных операций суть вычитание.

### Оптическая реализация.

В данном разделе лишь кратко перечислим основные моменты, определяющие возможность оптической реализации алгебры  $\langle \mathcal{F}(\text{Im}), F, \cdot, \oplus, o, u \rangle$ .

Рассмотрим плоский волновой фронт, ограниченный апертурой кадрового окна. В силу универсального свойства ограниченности, в том числе, Фурье-спектра (см. замечание 4), этот волновой фронт в соответствии с теоремой Котельникова (или теорией дифракции в оптике) может быть представлен в виде набора пикселей - дифракционно-ограниченных элементов разрешения, имеющих конечный размер (7.11). В предположении безабберационности оптической системы и отсутствия геометрических искажений положение пикселей строго фиксировано и не изменяется. Любое изображение  $Im$ , т.е. электромагнитное поле в данной плоскости или транспарант, также состоит из пикселей. Приняв для изображений обычную процедуру нормировки, ограничившись только амплитудными изображениями, и обозначив плоский волновой фронт  $U$ , а пиксели  $x$ , правомочно представить любое изображение в виде  $Im(x):U \rightarrow [0,1]$ , формально совпадающем с определением нечеткого подмножества.

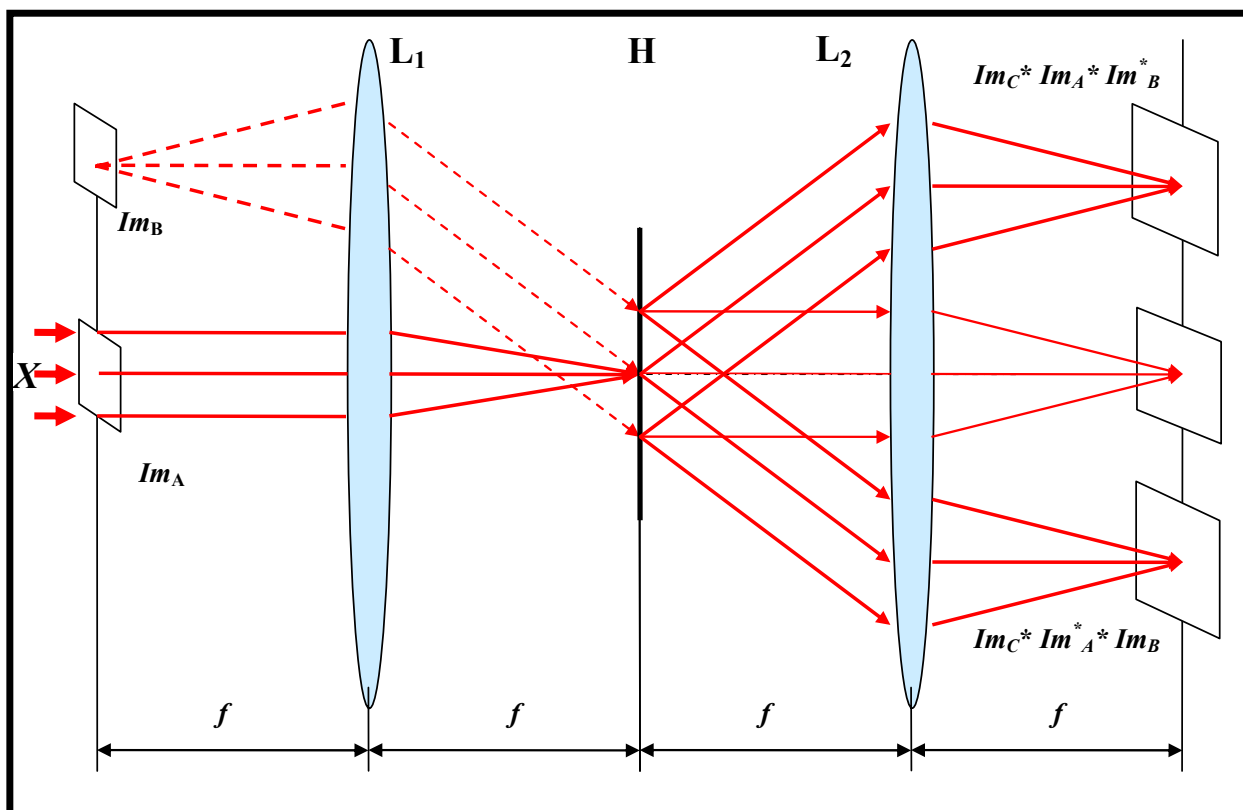


Рис.7.1. Схема голографии Фурье.

Таким образом, мы можем принять плоский волновой фронт, ограниченный апертурой кадрового окна в качестве оптической реализации абстрактного понятия универсального множества  $U$ , пиксели – в качестве его элементов. Обратим внимание, что допущение на безабберационность

системы позволяет однозначно приписать каждому пикселу  $x$  его координату, которую также обозначим  $x$  (для простоты рассмотрим одномерный случай).

Операция умножения в оптике реализуется при освещении транспаранта волновым фронтом. Операция ФП реализуется положительной линзой – в задней фокальной плоскости линзы формируется Фурье-образ распределения амплитуд волнового поля в передней фокальной плоскости.  $\delta$ -функция суть дифракционно-ограниченный точечный источник (пиксел). Операции свертки (абстрактного сложения) и корреляции (вычитания) реализуются методом Фурье-голографии (ФГ) – свертка в  $-1$  порядке дифракции, корреляция в  $+1$ .

Построение последовательности элементов модели методом голографии Фурье. Пусть в схеме Фурье-голографии рис.3.1 голограмма записывается с эталонного изображения  $Im_1$  с опорным изображением  $\delta$ . Восстановление голограммы эталоном  $Im_1$  даст в  $+1$  и  $-1$  порядках дифракции, соответственно:

$$Im_1 \oplus Im_1 = Im_2$$

$$Im_1 \oplus Im_1^0 = Im_{1,-1} \neq \delta.$$

При восстановлении голограммы точечным опорным источником  $\delta$

$$\delta \oplus Im_1 = Im_1,$$

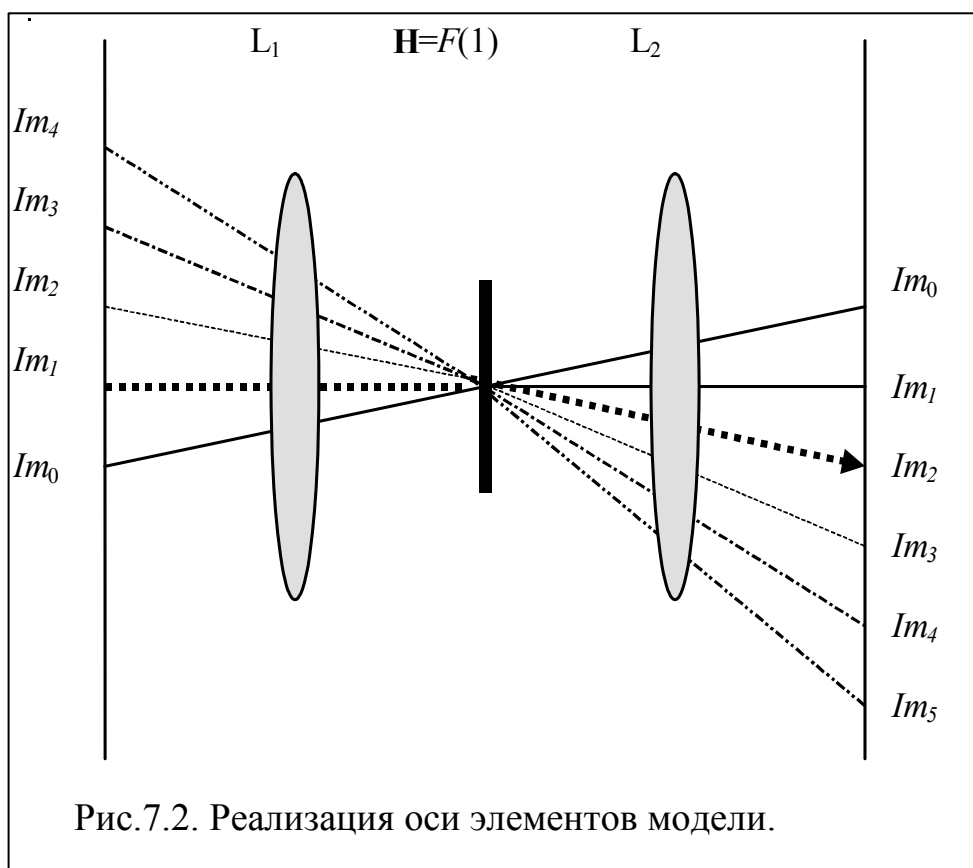
т.е.  $\delta$ -функция действительно удовлетворяет аксиоме аддитивного нуля.

Применяя процедуру обращения волнового фронта в плоскостях  $Im$  и  $C$  необходимое число раз, можно получить

$$Im_i \oplus Im_1 = Im_{i+1}$$

$$Im_i \oplus Im_1^0 = Im_{i-1} \neq \delta,$$

т.е. схема Фурье-голографии и, в частности, широко распространенная архитектура оптической НС «голографический коррелятор в линейном резонаторе» корректно относительно операций сложения и вычитания реализуют ось элементов модели, полностью соответствуя первоначально предложенным для натурального числового ряда аксиомам Пеано. Эталонное изображение, с которого записана голограмма, выступает в качестве первого (не нулевого) элемента модели. Аксиома индукции при этом ограничена информационной емкостью системы и (в зависимости от выбранной схемы) угловой инвариантностью голограммы. На рис.7.2 схематически изображена реализация оси элементов модели.



**Определение 6.** Прочитируем предложенное Л.Заде [20] определение ЛП как набора  $\langle Y, Tm(Y), U, G, M \rangle$ , где  $Y$  – название ЛП,  $Tm(Y)$  – терм множество,  $U$  – универсальное множество,  $G$  – синтаксическое правило, порождающее термы множества  $Tm(Y)$ ,  $M$  – семантическое правило, которое каждому лингвистическому значению  $Y$  ставит в соответствие его смысл  $M(Y)$ , причем  $M(Y)$  обозначает нечеткое подмножество множества  $U$ . В рамках настоящей статьи ограничимся рассмотрением реализации семантического правила  $M$ .

Нетрудно видеть, что адекватная схеме ФГ алгебра  $\langle \mathcal{F}(Im), F, \cdot, \oplus, o, u \rangle$  суть алгебра нечеткозначимой логики, множество элементов модели  $\mathcal{F}(Im) = \{Im | Im : U \rightarrow [0,1]\}$  суть решетка нечетких множеств. Соответственно, метод ЛЛИМ Заде может быть реализован на этой алгебре и методом ФГ при представлении смысла входных ЛП посредством НЧ. Однако, обратим внимание, что модель не запрещает представление смысла ЛП любым изображением  $Im$  и не накладывает на  $Im$  ограничений, обычно накладываемых на множества, представляющие смысл ЛП (нормальность, унимодальность и выпуклость). Таким образом, алгебра нечеткозначимой логики  $\langle \mathcal{F}(Im), F, \cdot, \oplus, o, u \rangle$  реализуется и при обработке схемой ФГ изображений  $Im$ , не удовлетворяющих требованию унимодальности – аналогов ПВР. Тем самым, в рамках данной модели и ее голографической



реализации возможна интеграция двух форм мышления - ЛМ и ОМ. При этом эталонные ПВР задаются не формализовано, а посредством обучения системы - записи голограммы.

Однако, в рамках такого подхода возникает проблема, отсутствующая в классическом подходе Л.Заде [1] – интерпретация смысла, представленного унимодальным множеством очевидна, но для придания методу Заде биологической мотивированности мы отказались от требования на унимодальность  $Im$ . Непосредственная же интерпретация смысла, представленного многомодальным множеством ведет к ... шизофрении.

Для наглядности изложения предложенного подхода к решению проблемы интерпретации рассмотрим его на примере реализации композиционного правила вывода «Обобщенный Modus Ponens», связывающего набор входных ЛП с одной выходной ЛП (заключением). Используем классический пример вывода «Если яблоко большое и красное, то оно хорошее». Традиционный подход предполагает представление значения смысла ЛП нечеткими числами (рис.7.3.)

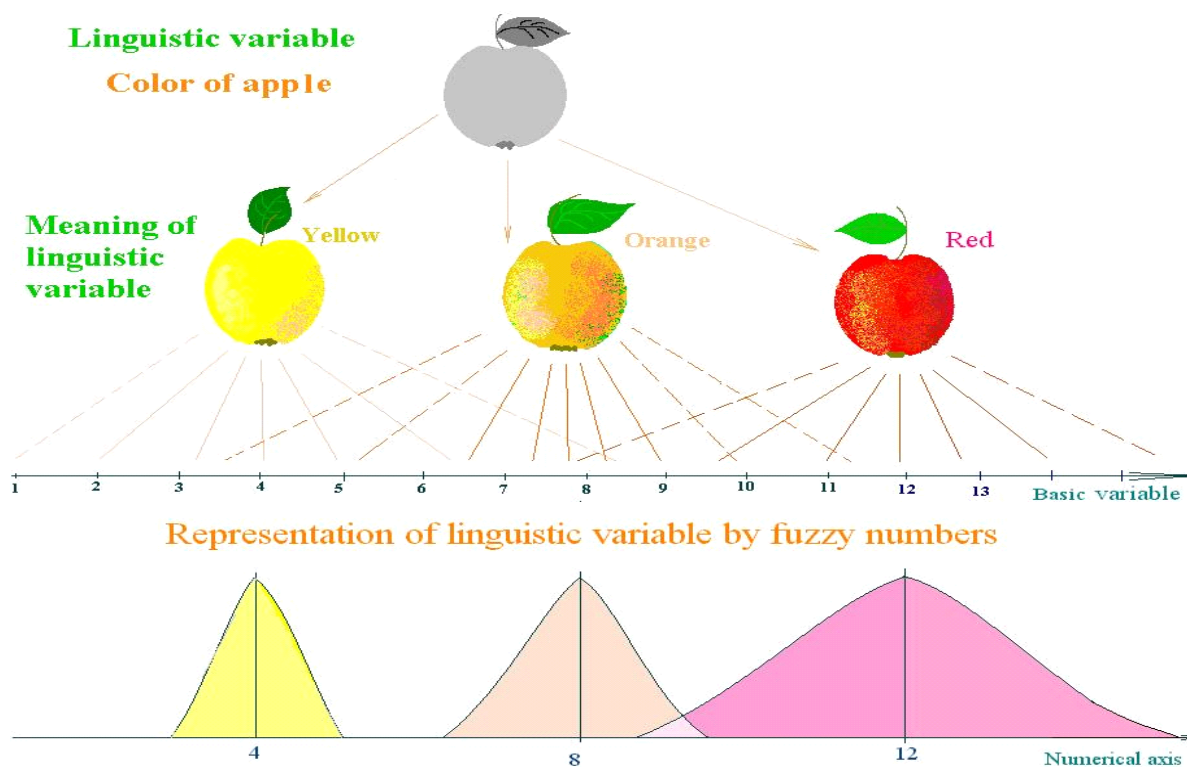


Рис.7.3. Представление значений смысла ЛП посредством НЧ.

Нетрудно видеть, что проблема интерпретации разделяется на две:

1. Интерпретация смыслов входных ЛП, представленных в соответствии с требованием на биологическую мотивированность в виде изображений – аналогов ПВР, которые обозначим  $Im_{in}$  ;
2. Интерпретация смысла логического заключения  $Im_{Out}$ .

Примем достаточно очевидное с практической точки зрения условие, что заключение, формируемое системой  $Im_{Out}$ , должно удовлетворять

требованиям к НЧ, в первую очередь – требованию на унимодальность. В следующем разделе покажем, что это условие удовлетворяется выбором семантического оператора.

Тогда остается первая проблема - проблема объединения двух моделей – описывающей реальную схему Фурье-голографии и предложенной Заде, т.е. оперирующей НЧ. Обратим внимание, что при реализации метода ЛЛМ Л.Заде алгеброй Фурье-дуальных операторов существует «внутренний» этап – вычисление Фурье-образов и их перемножение (7.10) и (7.14). Поэтому решение задачи интерпретации будем искать не в пространстве ПВР, а в Фурье-пространстве, а именно - приравняем действительные части Фурье-образов реально обрабатываемых системой ПВР  $Im_{in}$  и абстрактных НЧ, которые обозначим  $FN$

$$\operatorname{Re}(F(Im_{in})) = \operatorname{Re}(F(FN)). \quad (7.15)$$

Выражение (7.15) связывает характеристики изображений, обрабатываемых схемой ФГ, с характеристиками НЧ, используемых в абстрактном описании – увеличение моды НЧ сопровождается расширением его функции принадлежности, что в соответствии с (7.15) ведет к уменьшению разрешения изображения  $Im_{in}$  – увеличению размеров его элементов. Таким образом, два подхода – абстрактно-алгебраический, использующий представление смысла ЛП посредством НЧ и биологически мотивированный (нейросетевой) объединяются и согласовываются в Фурье-пространстве. Принципиальная схема объединения этих двух подходов приведена на рис.7.4.

#### Метод представления и ввода в систему значений ЛП.

Внутренние репрезентации информации в мозгу, в отличие от компьютера, реализуются не посредством чисел, пусть даже и нечетких, но в виде паттернов – картин нейронной активности коры головного мозга. Принцип образности мышления реализуется посредством обработки этих паттернов. Вспомним также материал лекции 1, когда мы говорили о том, что мозг здорового человека представляет собой предельно неустойчивую систему с хаотической динамикой при отсутствии воспринимаемой информации. При обработке распознаваемой информации картина нейронной активности коры мозга меняется. По некоторым данным при этом она характеризуется появлением фрактальной структуры с достаточно большой длиной корреляции. Отметим, что на сегодня среди исследователей нет единства мнений относительно фундаментальных причин существования именно такого типа динамики нейронной активности коры головного мозга, равно как и относительно ряда иных упомянутых здесь вопросов. В данном случае для нас важно то, что поскольку модель обработки информации определяется физическими свойствами материального носителя интеллекта, в данном случае схемы голографии Фурье, то мы заимствуем от биологических

прототипов не конкретные модели, но лишь общие принципы, конкретизируя их применительно к используемой физической схеме.

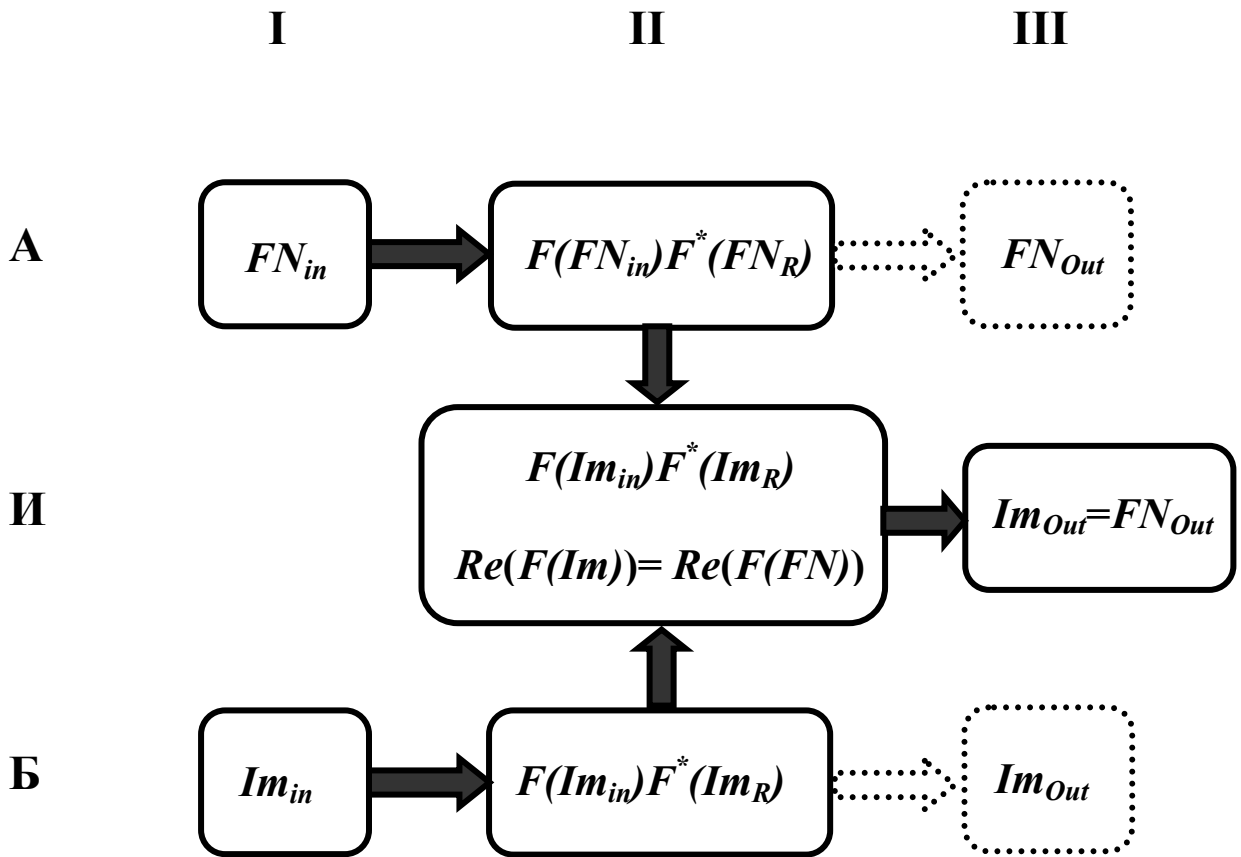


Рис.7.4. Интеграция абстрактно-алгебраического (уровень А) и биологически мотивированного (уровень Б) подходов при реализации правила вывода «Обобщенный Modus Ponens».

**I** – этап представления смысла входных ЛП: **AI** – представление смысла нечетким числом в абстрактной модели, **BI** – физически реализуемое представление смысла изображением – аналогом ПВР.

**II** – этап вычислений: **AII** – умножение Фурье-образов нечетких чисел в абстрактной модели, **BII** – физически реализуемое умножение Фурье-образов изображений, **III** – объединение двух подходов условием (2.15).

**III** – этап представления смысла логического заключения: **III** – физически реализуемое значение логического заключения представлено унимодальной функцией.

Рассмотрим для наглядности следующий условный пример, связывающий 4 входных ЛП (цвет, размер, свежесть и вкус) и одну выходную - качество:

*Если яблоко красное, большое, сочное и вкусное, то оно хорошее.*

Эталонное значение 4-х входных ЛП представим реализацией фрактального Броуновского движения ФБД размерностью 1024x1024 со значением параметра Хёрста  $H=0.1..$  (Качество хорошее 4 ( $Im_4$ ). Каждой ЛП

присвоим свою область изображения, размер которой определялся экспертом в соответствии с субъективной оценкой важности соответствующей ЛП. Текущее значение каждой ЛП задается в соответствии с правилом (7.15) изменением параметров этой области; для простоты операция проводилась в редакторе «Photoshop» применением операций увеличения резкости/размытия изображения, контроль проводился по гистограмме.

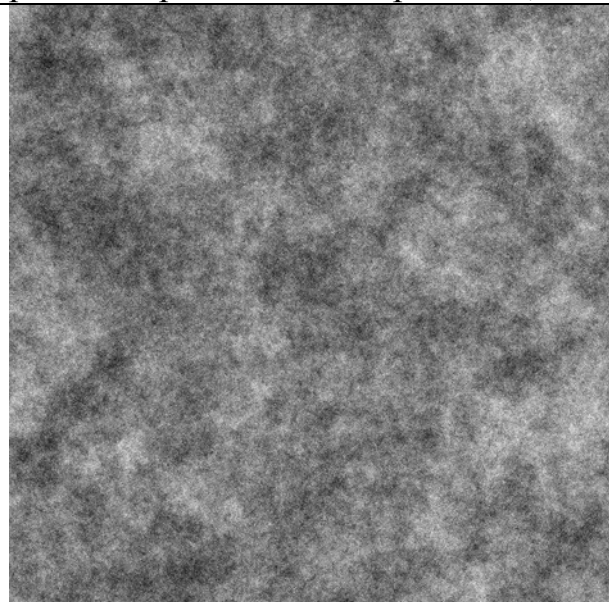


Рис.7.5.а. Эталонное изображение

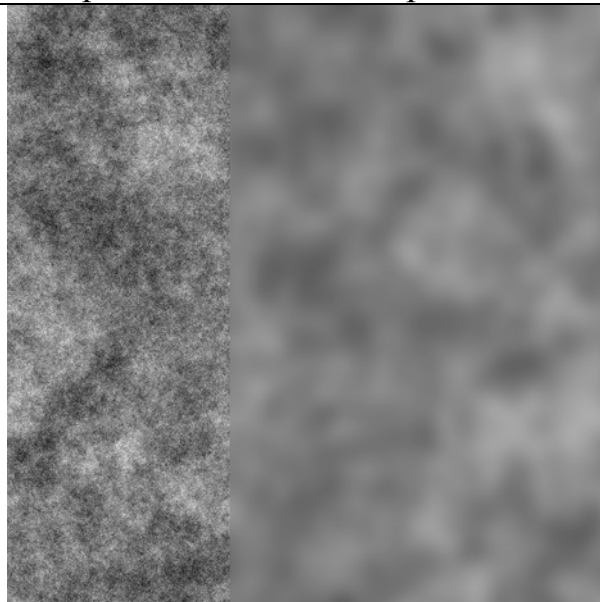
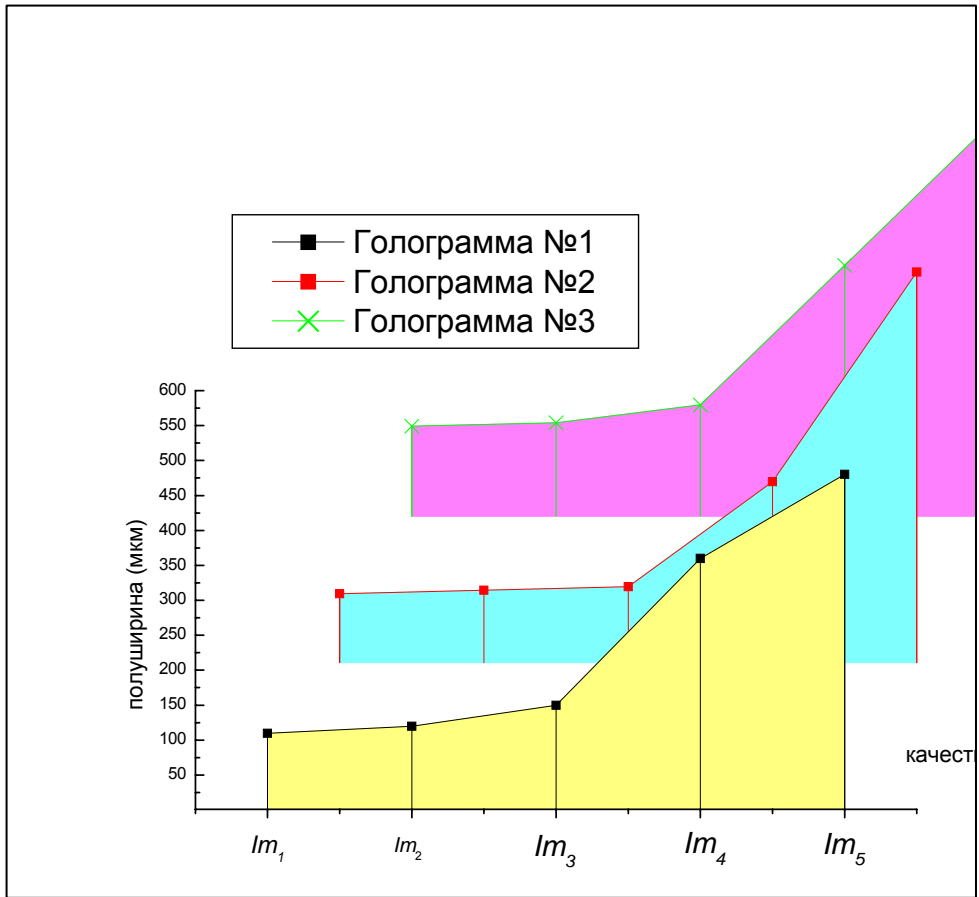
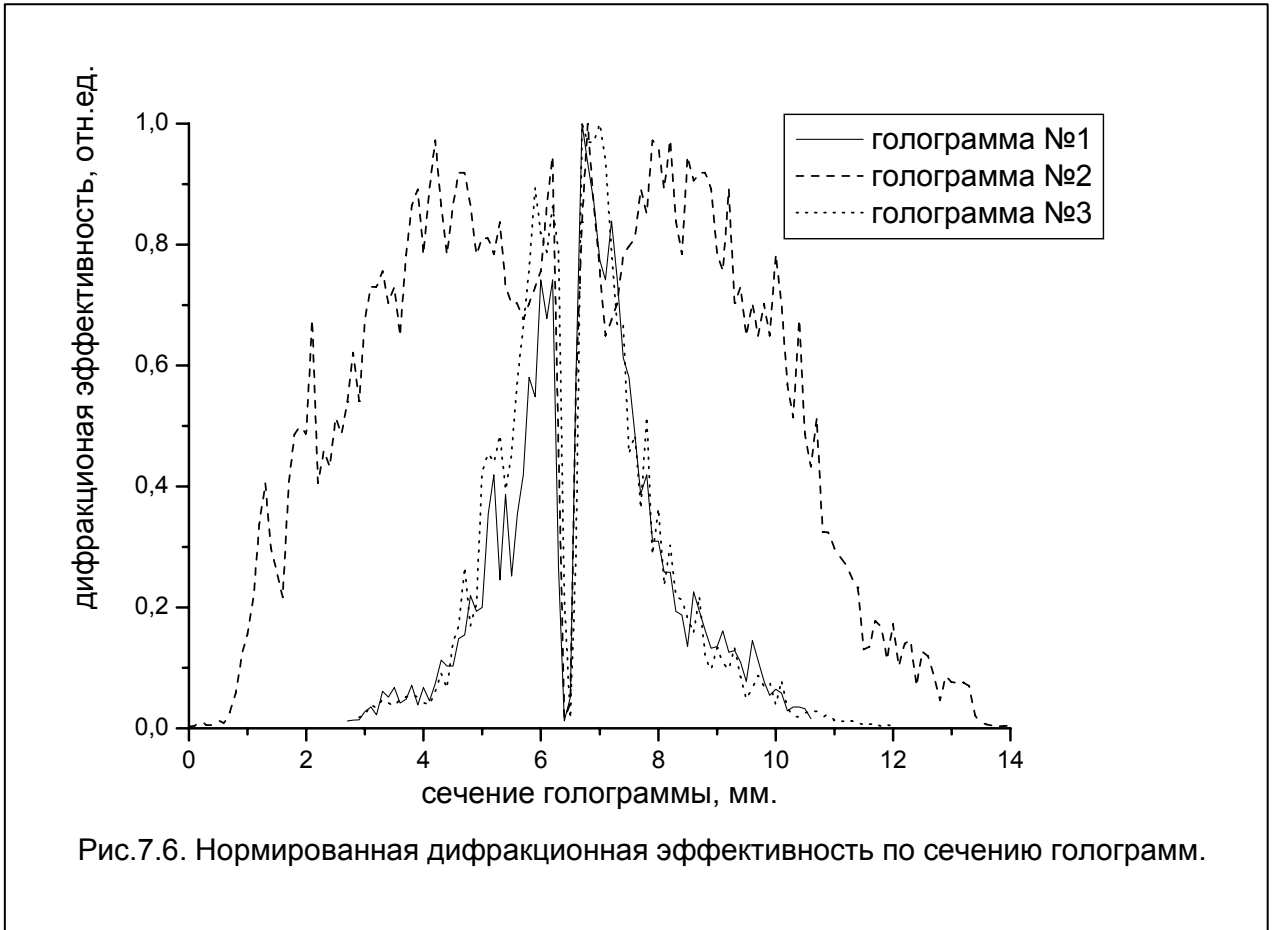


Рис.7.5.б. Изображение, представляющее две ЛП (аналог паттерна внутренней репрезентации), имеющие разные значения.

Изображение, использованное для записи голограммы, представляет набор значений входных ЛП, который по мнению эксперта соответствует значению выходной ЛП «самое плохое яблоко» (качество 1 ( $Im_1$ )). Оно получено из эталонного изображения применением операции «увеличение резкости» (рис.7.5.а.). Применением этих операций к отдельным фрагментам получены еще три паттерна, представляющие по мнению эксперта различные образцы качества яблок (рис.7.5.б.).

С изображения  $Im_1$  в схеме Рис.7.1. записаны три голограммы, отличающиеся условиями экспозиции. На рис.7.6. приведены сечения дифракционной эффективности этих голограмм. На рис.7.7. приведены значения ширины откликов по уровню 0.5, полученных от каждой из голограмм в +1 порядке дифракции схемы Рис.7.1., при предъявлении этих изображений  $Im_1 - Im_5$ . Таким образом, шкала значений ширины откликов по уровню 0.5 в данном случае суть выходная метрическая шкала.



Из Рис.7.7. видно, что каждая голограмма формирует свою зависимость между выходной метрической шкалой (ось Y) и одинаковым для всех голограмм набором значений входных ЛП, условно размещенных по оси X. Таким образом, выбор условий записи голограмм позволяет реализовать принцип субъективности градуировки ЛШ. Действительно, в рамках использованного примера, два эксперта совершенно по разному могут оценить качество одного и того же помидора, даже соглашаясь в оценке текущих значений каждой из описывающих его ЛП.

Другой пример набора градуировочных кривых приведен на рис.7.8.

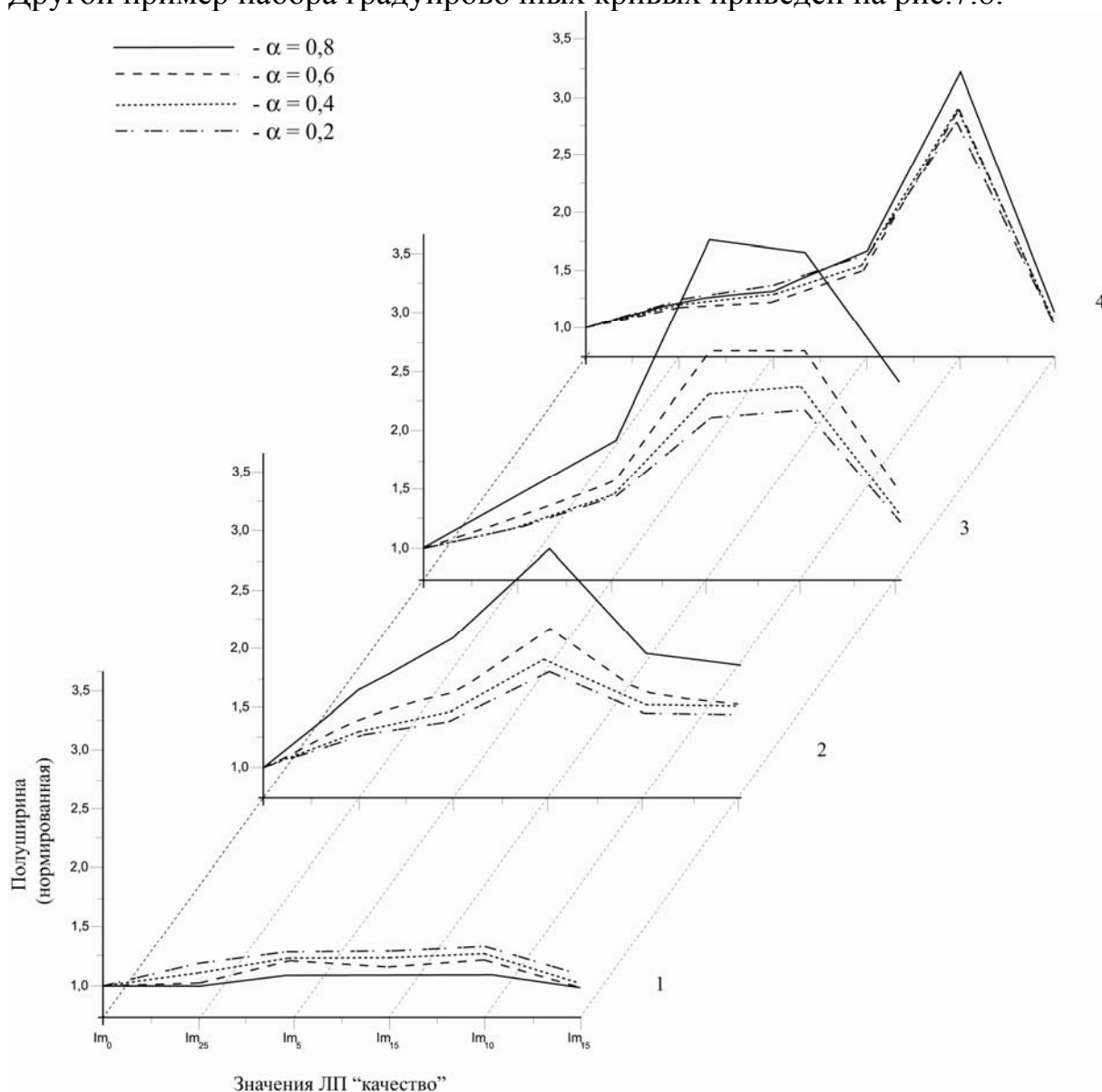


Рис.7.8. Градуировочные кривые разных голограмм по разным уровням среза. 1 – голограмма №1; 2 – голограмма №2; 3 – голограмма №3; 4 – голограмма №4;

Обратим внимание, что эти кривые иллюстрируют свойство логики, аналогичное человеческому – «слишком спелое» яблоко воспринимается уже

как переспелое, его оценка снижается. Иногда снижается очень резко – переспелое яблоко – это испортившееся яблоко.

Возможности реализации такого подхода ограничены тем, что уширение отклика сопровождается уменьшением его амплитуды, т.е. декорреляцией (вспомним тему №4). На рис.7.9.а и 7.9.б. приведены примеры сечений глобальных максимумов автокорреляционной функции для различных индексов размытия для двух голограмм, зависимости дифракционной эффективности которых от частоты приведены на рис.7.10

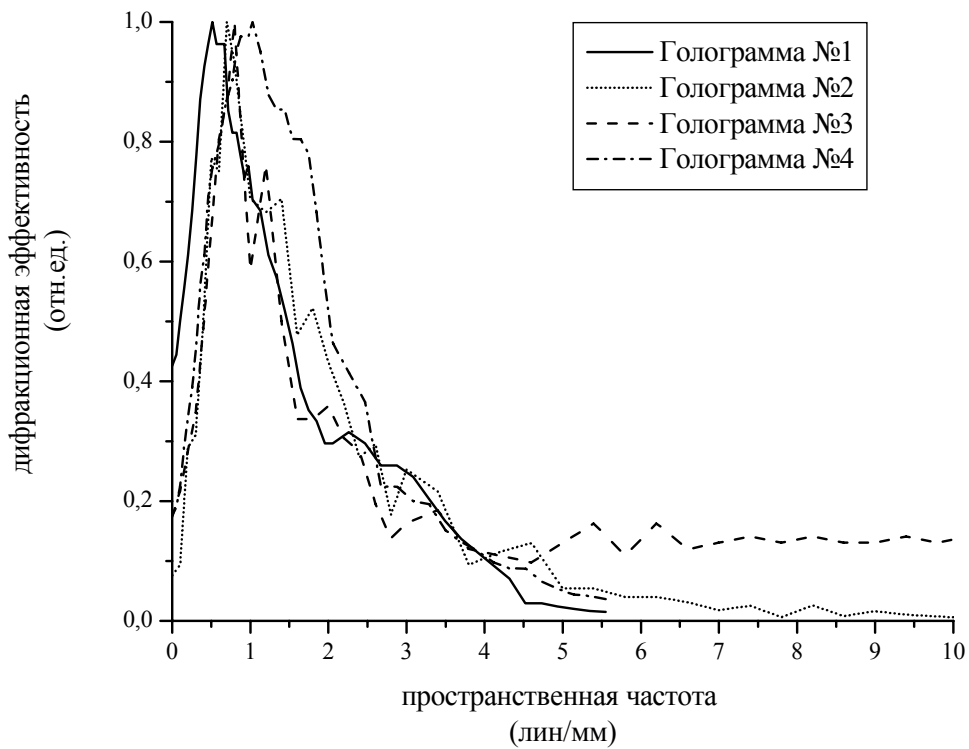
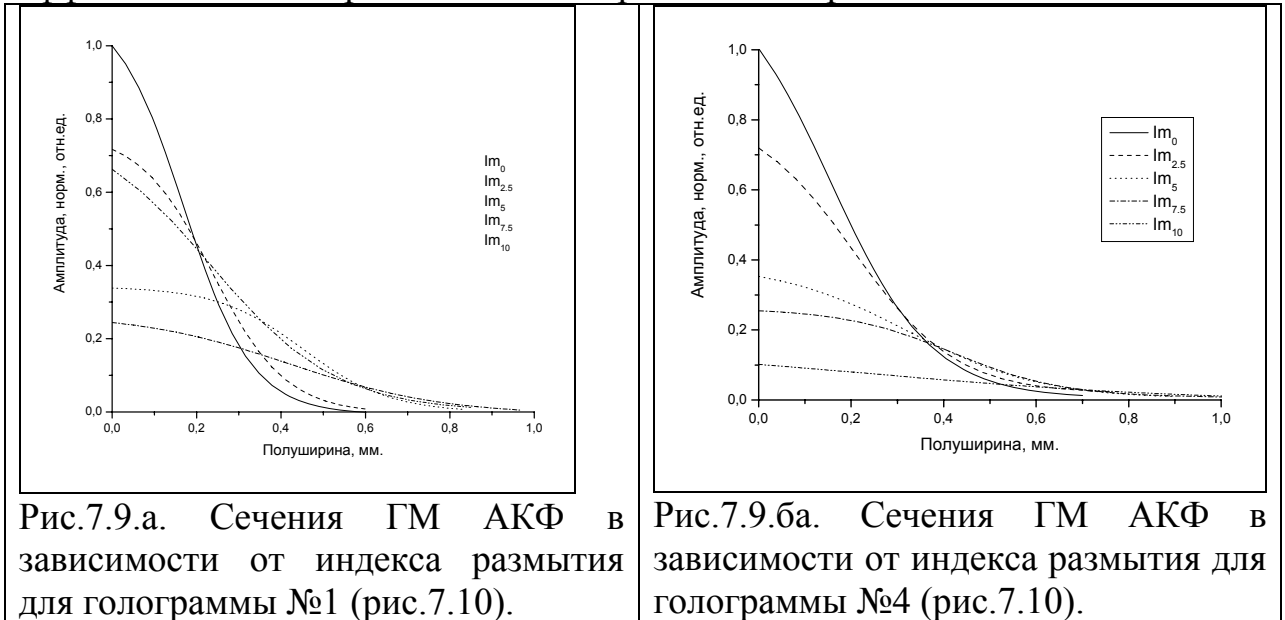


Рис.7.10. Зависимости дифракционной эффективности голограмм от частоты.

При анализе приведенной иллюстрации возможности настройки селективной чувствительности как перераспределения числа градаций между участками шкалы необходимо иметь в виду, что в эксперименте использовалась стандартная голографическая регистрирующая среда ПФГ-03м с процессом ГП-8. Традиционно, усилия разработчиков регистрирующих сред направлены на максимально возможное расширение квазилинейного участка динамического диапазона. Как видно, большего эффекта настройки системы на чувствительность в том или ином диапазоне можно добиться при использовании регистрирующих сред с более выраженными нелинейными характеристиками, в том числе, с наличием участков как прямой, так и инверсной зависимости дифракционной эффективности от экспозиции.

Также для нас существенно то, что оператор  $\eta$ , в дополнение к отмеченному выше перераспределению градаций между участками шкалы, управляет также и радиусом корреляции, т.е. возможна согласованная настройка трех параметров – двух параметров шкалы и степени учета взаимовлияния лингвистических переменных. Последнее открывает возможность реализации в рамках данной схемы также и принципа *контекстности* восприятия информации.

Логики, реализованные выше, относятся к классу монотонных логик, в которых значение истинности заключения не изменяется при поступлении новой информации, т.е. дообучении системы. Однако, в жизни очень часто приходится при поступлении новой информации пересматривать то, что ранее казалось истинным. Например, информация о вреде химических удобрений может заставить пересмотреть отношение к большим и красивым яблокам – человек, восприимчивый к новой информации и заботящийся о своем здоровье станет выбирать не красные, большие и красивые яблоки из Голландии, а невзрачные и желательно червивые у бабушки на рынке. Такие логики относятся к классу немонотонных.

Способность к реализации немонотонных логик чрезвычайно важна для жизнеспособности субъекта – это способность строить и своевременно корректировать адекватную внутреннюю картину мира. Рассмотрим частный и практически значимый случай НМЛ – логику с исключениями.

Выше рассмотрение реализации нечетких логик проводилось на простом жизненном примере, относящимся к категории логического вывода «Обобщенный Modus Ponens» :

*Если* <яблоко большое и красное>, *то* <оно хорошее>

*Это* <яблоко очень большое и очень красное>

*Следовательно*, <яблоко отличное>.

Это правило связывает значения лингвистических переменных, определенных на разных лингвистических шкалах: две входные лингвистические переменные «Размер яблока» и «Цвет яблока» связаны с выходной лингвистической переменной «Качество яблока», которая может



рассматриваться также как интегральная оценка. Правило логического вывода «Обобщенный Modus Ponens» может быть формализовано в общем случае в виде:

*Если*  $\langle P \text{ (посылка)} \rangle$ , *то*  $\langle C \text{ (заключение)} \rangle$ .

Продукционное правило логики с исключениями может быть представлено как развитие правила «Обобщенный Modus Ponens», а именно:

*Если*  $\langle P \text{ (посылка)} \rangle$ , *то*  $\langle C \text{ (заключение)} \rangle$ , *если не*  $\langle E \text{ (исключение)} \rangle$ . (7.16)

Это правило можно проиллюстрировать уже приведенным примером, который и будет использован в дальнейшем изложении:

*Если*  $\langle \text{яблоко большое и красное} \rangle$ , *то*  $\langle \text{оно хорошее} \rangle$ , *если не*  $\langle \text{перекормлено химическими удобрениями} \rangle$

Нетрудно видеть, что добавление новой информации о возможности наличия нитратов существенно изменяет значение вывода. Пока этой информации не было, логика была монотонная – возрастанию значения входных переменных соответствовало возрастание значения заключения – чем яблоко краснее, тем оно лучше, чем оно больше, тем оно лучше. Но новая информация об опасности нитратов заставляет пересмотреть истинность этой логической конструкции – большое и красное яблоко вызывает подозрение о наличии в нем излишнего количества нитратов, что снижает итоговую оценку.

В зависимости от конкретных условий исключение может либо игнорироваться как неактуальное, либо актуализироваться. В первом случае правило вывода редуцируется к классическому правилу «Modus Ponens» или «Обобщенный Modus Ponens» в нечетких логиках. Введем параметр, описывающий актуальность исключения  $t \in [0,1]$ . Тогда правило (7.16) переписется в виде

*Если*  $\langle P \rangle$ , *то*  $\langle C \rangle$ , *если не*  $\langle tE \rangle$ . (7.17)

В рамках примера при покупке яблок для того, чтобы их съесть,  $t=1$ , но для составления натюрморта наличие нитратов не существенно, т.е.  $t=0$ . В этой связи представляет интерес трансформация оператора *если не* в *даже если*, актуальная в случае покупки яблок для натюрморта.

Для перехода от реализации монотонной логики к логике с исключениями необходимо определить возможность физической реализации оператора *если не*. Сама процедура добавления новой информации в систему проблемы не представляет – задача решается дообучением, т.е. записью мультиплексной голограммы с неизменным положением опорного пучка.

Реализация оператора *если не* возможна, если для исключения принять шкалу с инверсной по отношению к шкале посылки зависимостью изменения значения логического заключения от возрастания значения исключения.

Рассмотрим эту возможность подробнее. Если для шкалы посылки в ранее была принята возрастающая зависимость значения заключения от значения входной переменной (чем яблоко краснее, тем выше его оценка), то для шкалы исключения значение заключения должно убывать по мере возрастания значения входной переменной, представляющей исключение – чем больше нитратов, тем яблоко хуже. Тогда интегральная оценка как результат обработки посылки и исключения может быть представлен в виде

$$M_{+1}(B \rightarrow C) = (Im_{BP} \ 1 \ Im_{AP}) + (Im_{BI} \ 1 \ Im_{AI}),$$

где нижние индексы *П* и *И* обозначают значения посылки и исключения, соответственно. Поскольку в качестве процедуры дефазсификации (преобразования нечеткого значения логического заключения в «четкое», пригодное для подачи управляющего воздействия на исполнительные органы) *DF* выбрана процедура измерения  $\alpha$ -среза (ширины сечения глобального максимума автокорреляционной функции по заданному уровню), то получаем нелинейную зависимость заключения от значения *P* и *E*

$$DF[M_{+1}(B \rightarrow C)] = \text{Corr}_{\alpha} [(Im_{BP} \ 1 \ Im_{AP}) + (Im_{BE} \ 1 \ Im_{AE})], \quad (7.18)$$

Работа на шкале с инверсной зависимостью заключения от значения исключения сопряжена с рядом проблем, а именно:

1. диапазон возможных значений  $(Im_{BI} \ 1 \ Im_{AI})$  ограничен  $[(Im_{BI} \ 1 \ Im_{AI}), \delta]$ , т.е. существенно уже диапазона  $[(Im_{BP} \ 1 \ Im_{AP}), U]$ ;
2. работа в диапазоне значений, меньших значения отклика от эталона, использованного при записи голограммы, связана с существенным падением отношения сигнал-помеха по мере смещения значения отклика от  $(Im_{BI} \ 1 \ Im_{AI})$  к  $\delta$ .

Моделировался обсуждаемый пример:

*Если* <яблоко большое и красное>, *то* <оно хорошее>, *если не* <перекормлено химическими удобрениями>,

связывающий значения посылки *P* «цвет яблока» и исключения *E* «опасность наличия нитратов» с интегральной оценкой «качество яблока» для различных значений параметра важности исключения *t*. Рассматривался случай записи мультиплексной голограммы – правило «Обобщенный Modus Ponens», описывающее монотонную логику, формировалось при записи голограммы, как это и было реализовано, а новая информация, формирующая исключение, водилась записью наложенной голограммы с тем же положением опорного пучка. Значения посылки и исключения приведены в Табл.7.2.

Таблица 7.2.

Значение переменной «цвет яблока»	Значение переменной «опасность нитратов»	Значение индекса размытия $I_m$
Зеленое	минимальная	0,1
Зелено-желтое	незначительная	0,2
желтое	достаточное	0,5
оранжевое	значительная	0,7
красное	максимальная	1

На Рис.7.11. приведено семейство градуировочных кривых, связывающих метрическую шкалу моделируемого устройства ИИ (значения ширин сечения отклика по выбранному уровню) с лингвистическими шкалами, на которых отмечены значения посылки и исключения для трех значений параметра важности исключения  $t$ , наглядно иллюстрирующее перестройку логики в зависимости от важности исключения. Приведенные результаты демонстрируют поведение, характерное для обычной человеческой логики - знание об опасности нитратов вкупе с информацией об их отсутствии в данном образце существенно повышает оценку не только красных, но и зеленых яблок, ранее казавшихся непривлекательными. При информации о наличии нитратов лучшими оказываются либо зеленые яблоки (логика А), либо ищется компромисс между разумом (знание об опасности) и желаниями (эстетическая привлекательность красных яблок) – лучшими оказываются желтые яблоки (логика В).

На Рис.7.12. приведены градуировочные кривые для значения  $t=0.9$ , но для разных передаточных функций голограммы, иллюстрирующие, в совокупности с кривыми, приведенными на Рис.2, реализацию принципа субъективности мышления – при одинаковых значениях посылки и исключения разные голограммы формируют разные логики. В обычной жизни этот феномен встречается постоянно – два человека обучаются одним и тем же правилам на одних и тех же примерах, но каждый из них формирует свою собственную логику. В данном случае голограмма А отличается высокой разборчивостью, логика ее оценки близка к бинарной, т.е. существенно меняется в зависимости от наличия или отсутствия нитратов – голограмма А «предпочитает» либо красные, либо зеленые яблоки. Напротив, голограмма В, обученная тем же примером, демонстрирует стремление к компромиссу (кривая 3В – «логика компромисса» - выбор желто-зеленых яблок).

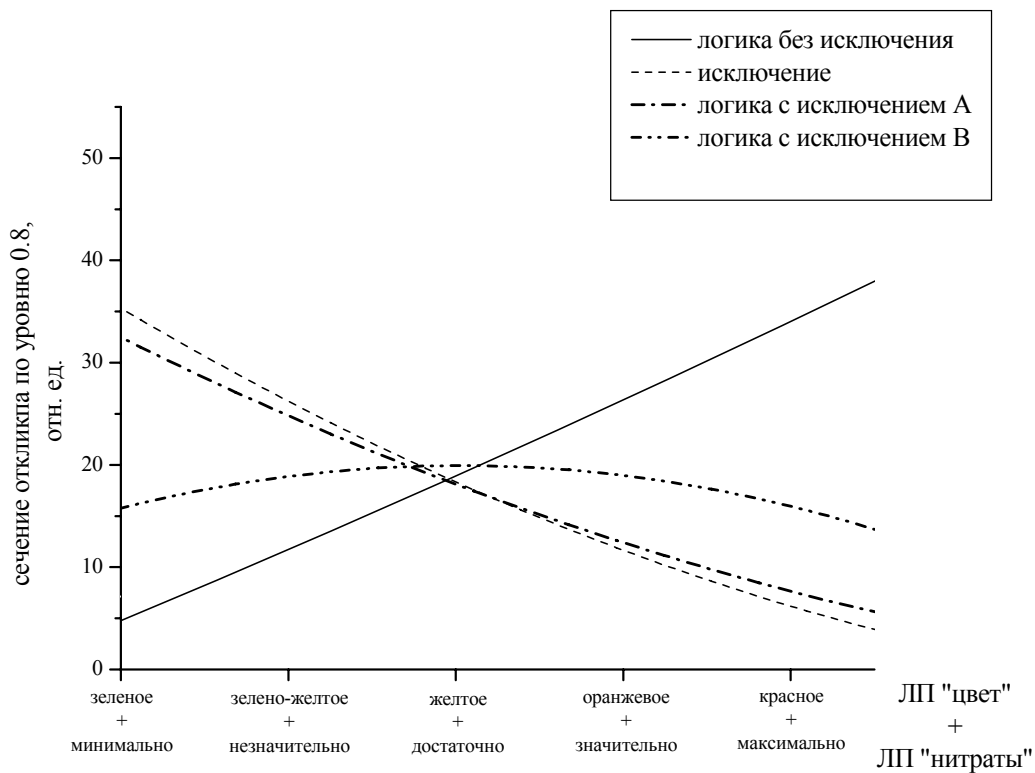


Рис.7.11. Градуировочные кривые логик с исключением при различных значениях важности исключения. Логика А ( $t = 0,9$ ); Логика В ( $t = 0,5$ ); Логика С ( $t = 0,1$ ).

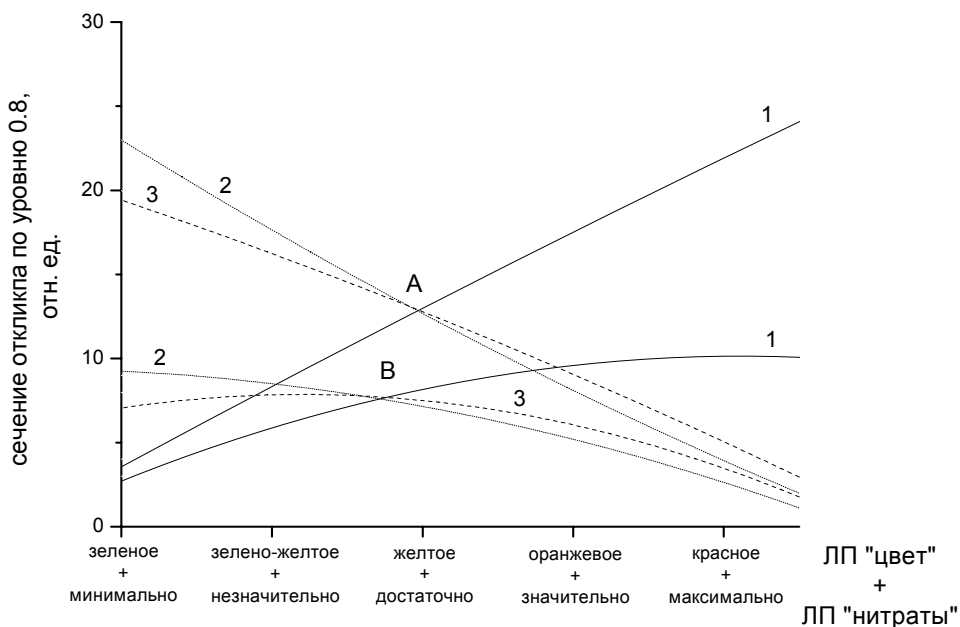


Рис.7.12. Семейства градуировочных кривых при  $t = 0,9$ . А – Голограмма с фильтрацией низких частот; В - Голограмма с фильтрацией низких и средних частот.

## **Приложение к теме 7. Может ли голография помочь в решении творческих задач?**

Задачи, решаемые интеллектом, можно условно разделить на две группы – стандартные и творческие. Стандартная - задача на вспоминание ранее известного знания. Творческой - задача, решение которой ранее не было известно и/или предполагает формирование нового образа внешнего мира, т.е. нового индивидуального знания.

Известно, что решение творческих задач относится к компетенции правого полушария, реализующего образную форму мышления (ОМ). ОМ наиболее эффективно моделируется в рамках нейросетевой парадигмы. Высокому уровню развития ОМ должен соответствовать адекватный уровень мышления логического для проверки найденного решения на адекватность реальности.

Из результатов, полученных в когнитивных науках, известно также, что способность к решению творческих задач неразрывно связана со способностью к «погружению в хаос» для генерации новых образов в хаотическом режиме нейронной активности.

Другой важнейший атрибут интеллекта, имеющий непосредственное отношение к творческим способностям, - способность к предсказанию, предвидению дальнейшего развития событий.

Принятие этих предпосылок определяет поиск механизмов решения творческих задач в рамках нейросетевых методов, объединяющих образную и логическую формы мышления, вкуче с возможностью реализации сценариев перехода к хаосу и моделей предсказания.

Рассмотрим (весьма упрощенно) процесс решения задачи в рамках нейросетевого подхода. Воспринимаемая из внешнего мира информация, пройдя сенсоры и сенсорные тракты, активизирует нейроны коры головного мозга. Инициированная картина нейронной активности коры называется паттерном внутренней репрезентации воспринимаемой информации (ПВР). Аналогично, воспоминание также приводит к формированию соответствующей картины нейронной активности – ПВР запомненного образа. Мозг, как нейронная сеть (НС), обрабатывает ПВР, а знания хранятся в виде весов межнейронных связей. Применительно к решению задач, ПВР воспринимаемой информации – это ПВР условий задачи. При решении задачи в коре формируется новый ПВР – решение.

Примем модель НС из двух слоев – слоя репрезентаций  $R$ , в котором вводятся ПВР, и корреляции  $C$  (Рис.7.13.). Знания хранятся в виде матрицы двунаправленных связей  $H$ , соединяющих слои  $R$  и  $C$ . Как мы уже рассматривали ранее, эта модель адекватна схеме голографии Фурье с обращением волновых фронтов с плоскостях изображений и корреляций.

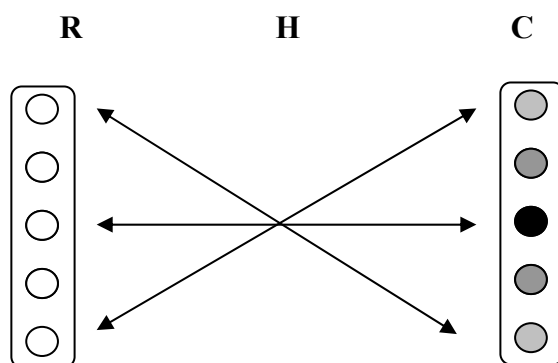


Рис.7.13. Модель двуслойной нейронной сети с двунаправленными связями, адекватной схеме голографии Фурье.

Данная модель относится к категории динамических систем. Если динамика системы конвергентна, то эта НС - частный случай двунаправленной ассоциативной памяти и в пространстве состояний НС имеются только стабильные аттракторы, соответствующие паре: эталонный ПВР в слое  $C \leftrightarrow$  ГМ АКФ.

### Биологически мотивированный подход к решению задач

Согласно результатам, полученным в когнитивных науках, интеллектуальная деятельность направлена на формирование целостной внутренней картины мироустройства. Соответственно, если ПВР воспринимаемой информации с точки зрения интеллектуального агента обладает свойством целостности, то проблемы нет. Задача возникает тогда, когда ПВР субъективно неполон, дефектен, искажен. Решение задачи заключается в достройке субъективно неполного ПВР воспринимаемой информации до субъективно целого ПВР.

В рамках нейросетевого подхода, при предъявлении ПВР в слое R, в слое C формируется функция взаимной корреляции объектного (условий задачи) и эталонного (знаний) ПВР. Коэффициент корреляции является мерой соответствия ПВР задачи внутренней картине мироустройства (знаниям). Если коэффициент корреляции равен 1, то ПВР воспринимается как эталонный, проблемы нет. Если коэффициент корреляции меньше 1, то ПВР задачи либо неполон, либо искажен – его надо достроить до полного или исправить искажения – это и есть задача.

Далее рассмотрим три условных класса задач и методы их решения:

1. **Стандартная задача** - коэффициент корреляции ПВР условий задачи и имеющихся знаний меньше единицы, но превышает некоторый порог, т.е. условия задачи знакомы – ПВР задачи опознан как фрагмент или искаженная версия уже известного, эталонного ПВР. Для того чтобы решить задачу, надо просто вспомнить известный ответ – эталонный ПВР. Думать не надо. Такой метод решения реализуем в НС Рис.7.13 - в обратном ходе  $C \rightarrow H \rightarrow R$  в слое R восстанавливается эталонный ПВР, т.е. реализуется ассоциативная память. Новой информации при решении не создается.

**2. Задача** становится **творческой** (ТЗ), если коэффициент корреляции ПВР задачи и знаний не превышает порог – в памяти нет готового ответа, который можно было бы просто вспомнить, возникает необходимость думать. «Думание» - первый этап процесса решения, завершающийся выдвижением гипотезы - формированием в слое R ПВР новой картины мироустройства, обладающей свойством целостности (субъективно). На этапе выдвижения гипотезы необходимо обеспечить устойчивость знаний - построение ПВР гипотезы не должно приводить к изменению самой матрицы H до тех пор, пока ПВР гипотезы не проверен на адекватность реальности. Именно в этом пункте отличие гения от сумасшедшего.

Следующие этапы решения творческой задачи – проверка ПВР гипотезы на адекватности реальности и, при положительном результате, переобучение, т.е. включение новой картины мироустройства в структуру индивидуального знания. Ограничимся рассмотрением первого этапа.

Раздумья отличаются от фантазий тем, что основаны на имеющемся знании. Поскольку гипотеза должна быть расширением или модификацией ПВР задачи, то требование на связь гипотезы со знаниями может быть удовлетворено, например, применением модели регрессии условий задачи по знаниям. В этих рамках возможны оба варианта – как достройка ПВР задачи, т.е. экстраполяция, так и модификация ПВР. Как будет показано ниже, использование регрессии ПВР задачи по эталонному ПВР (знаниям) для построения гипотезы позволяет удовлетворить требование на устойчивость знаний до проверки гипотезы на адекватность. Рассмотрим два варианта ТЗ – «простой» и «сложной»:

**2.1. «Простая» творческая задача** – для ее решения не требуется генерации новых знаний, а достаточно уже имеющихся. Гипотеза может быть построена как регрессия ПВР задачи по ПВР знаний. Частный случай регрессии - линейный предсказатель может быть реализован в обсуждаемой модели НС. Тем самым, обсуждаемая НС может быть применена для решения не только стандартных (ассоциативная память), но и простых творческих задач (предсказатель).

**2.2. Творческая задача «сложная»**, если решение не может быть получено на основе только имеющихся знаний – регрессия условий задачи по знаниям не позволяет найти решение. Для нахождения решения необходимо изменение модели мироустройства, генерация новых знаний.

Известно, что для решения ТЗ полезно «посмотреть под другим углом» как на условия задачи (переформулировать), так и на знания – временно отказаться от каких-то постулатов, считающихся незыблемыми, усомниться в известных законах мироздания. В рамках НС подхода это значит, что необходимо изменить как ПВР задачи, так и знания. При этом заранее неизвестно, ни как именно надо изменить ПВР, ни какой именно ПВР. Поэтому необходимо перебрать множество вариантов, причем эти изменения ПВР должны быть не совершенно произвольными, но принадлежать ограниченной области. Границами этой области служат базовые законы, определяющие диапазон возможных изменений ПВР и, тем самым,

предотвращающие порождение химер – ПВР, невозможных с точки зрения фундаментальных законов мироздания.

Эти условия удовлетворяются посредством «погружения в хаос» модели регрессии. Хаотическая динамика позволяет генерировать множество ПВР, отличающихся друг от друга, но принадлежащих одной, ограниченной области пространства состояний системы, называемой странным аттрактором. Свойство плотности обеспечивает перебор в хаотическом режиме почти всех возможных гипотез из данной области.

Один из методов «погружения в хаос» и выхода из него предлагает сценарий Фейгенбаума, подробно рассмотренный нами в теме 6. В НС Рис.7.13 сценарий реализуем при выборе надлежащих активационных функций в слое R.

Таким образом, обсуждаемая модель двуслойной НС с двунаправленными связями позволяет реализовать как конвергентную динамику в рамках моделей ассоциативной памяти и регрессии, так и сценарий Фейгенбаума вкпе с моделью линейной регрессии. Тем самым, данная НС может быть использована для решения всех трех типов задач. Однако, поскольку заранее неизвестно, какой именно тип задачи встретится, система должна самостоятельно выбирать как тип динамики, так и модель, соответствующие встреченной задаче.

### **Самостоятельная настройка сети на тип динамики, необходимый для решения встреченной задачи.**

В рамках нашего подхода различие между типами задач проявляется в слое С величиной отношения ГМ АКФ к боковым максимумам (Рис.7.14). Если это отношение больше некоторого порога, то задача относится к классу простых и, соответственно, динамика НС должна быть конвергентной (Рис. 7.14.а.) – только ГМ АКФ должен формировать отклик в слое С. Для простой ТЗ отношение ниже и боковые максимумы должны попадать в рабочий диапазон активационной функции нейронов слоя С, динамика также должна быть конвергентной (Рис. 7.14.б). Для сложной ТЗ отношение еще ниже, а динамика должна быть хаотической (Рис. 7.14.в.).

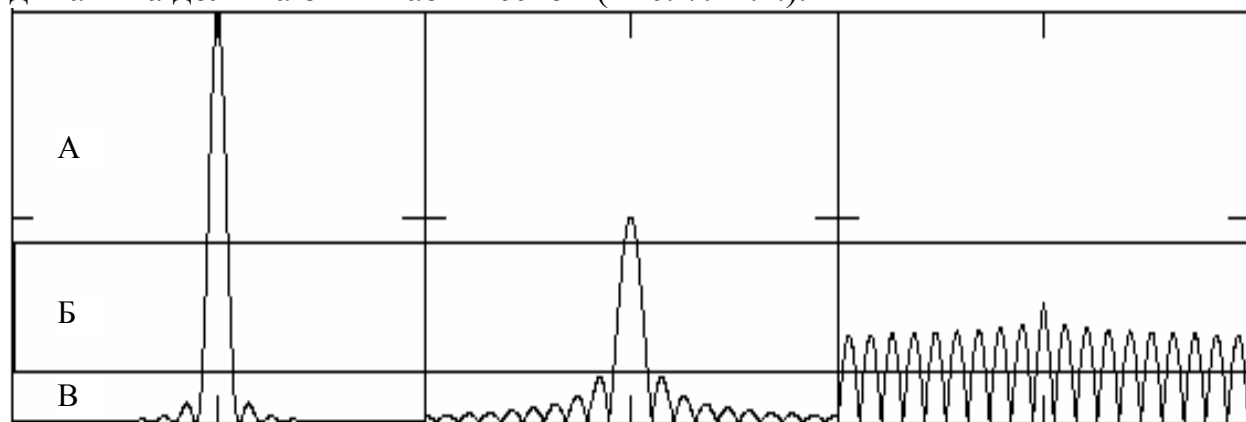


Рис. 7.14.а.

Рис. 7.14.б.

Рис. 7.14.в.



Конвергентной динамика должна быть для процессов, инициированных как глобальным максимумом (зона А на Рис. 7.14), так и боковыми максимумами, если их амплитуда соответствует простой ТЗ (зона В на Рис. 7.14.б.). Первое условие необходимо для реализации ассоциативной памяти. Последнее условие необходимо в силу того, что мы приняли модель регрессии, а для построения регрессии используются боковые максимумы корреляционной функции. Иными словами, необходима такая активационная функция слоя С, чтобы переход к хаотической динамике происходил только при старте процесса из диапазона Б. При старте из другого диапазона, соответствующего простой задаче, динамика должна быть либо конвергентной, либо циклической.

### Литература к Теме 7.

1. Заде Л., Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений // Математика. Новое в зарубежной науке, М., Мир, 1976, вып.3.
2. Аверкин А.Н. и др., под ред. Д.А.Поспелова, Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта - М, Наука, 1986.
3. Arestova M.L., Bykovsky A.Yu. Possibilities for Optoelectronic Parallel Image Processing Based on Principles of Multiple-Valued Logic // Photonics and Optoelectronics, 1994, v.2, i.4, pp.169-180
4. Арестова М.Л., Быковский А.Ю. Методика реализации оптоэлектронных схем многопараметрической обработки сигналов на основе принципов многозначной логики // Кв.Электр., 1995, т.22, в.10, с.980-984.
5. Liu L. Optical implementation of parallel fuzzy logic // Opt. Commun. 1989, v.73, 183-187.
6. Lin S., Zhang S., Chen C., and Kumazawa I. Optical multiple-variable fuzzy logic array using shadow-casting // Microwave Opt. Technol. Lett. 1993, v.6, 106-109.
7. Zhang S. and Chen C. Parallel optical fuzzy logic gates based on spatial area-encoding technique// Opt. Commun. 1994, v.107, 11-16.
8. Lin S., Zhang S., Chen C., and Kumazawa I. Optical implementation of a spatial-variant fuzzy logic array // Opt. Commun. 1993, v.97, 162-166.
9. Konishi T., Tanida J., and Ichioka Y. Visual-area coding technique (VACT): optical parallel implementation of fuzzy logic and its visualization with the digital halftoning process// Appl. Opt. 1995, v.34, 3097-3102.
10. Zhang S., Karim M. A., Chen X., and Alam M. F. Optical implementation of a parallel fuzzy flip-flop// Microwave Opt. Technol. Lett. 1997, v.16, 44-48.

11. Jing H., Liu L., Qian F., Ruan H., Li Q., and Bu Y. Optical implementation of parallel fuzzy logic using a single electron trapping device// *Optic (Stuttgart)* 1999, v.110, 471-475.
12. Caulfield H.J. Fuzzy Optical Metrology// *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1996, v.4, #2, pp.206-208
13. Caulfield H. J., Amplitude-based optical fuzzy logic// *Microwave Opt. Tech. Lett.* 1998, v.19, 332-333.
14. Jiang T. and Li Y. Content-addressable memory implementations for the three key operations of fuzzy logic// *Opt. Eng.* 1999, v.38, 477-484.
15. Srinivasan R., Kinser J., Schamschula M., Shamir J., Caulfield H.J. Optical Syntactic Pattern Recognition by Fuzzy Scoring// *Opt. Letters*, 1996, v.21, #11, pp.815-817.
16. Zhang J., Liu L., Li G., Shao L. Fuzzy Reasoning Morphological Operators and their Optical Implementation// *Appl. Opt.* 1997, v.36, 11, pp.2328-2333.
17. Itoh H., Mukai S., and Yajima H. Optoelectronic fuzzy inference system based on beam scanning architecture // *Appl. Opt.* 1994, v.33, 1485-1490.
18. Itoh H., Yamada T., Mukai S., Watanabe M., and Brandl D. Optoelectronic implementation of real-time control of an inverted pendulum by fuzzy-logic-control units based on a light-emitting-diode array and a position-sensing device// *Appl. Opt.* 1997, v.36, 808-812.
19. Itoh H., Shimizu M., Ogura M., Mukai S., Watanabe M. Optoelectronic Fuzzy Inference Architecture Using Beam-steering Vertical Cavity Surface Emitting Laser Diodes// *SPIE Proc. on Int. Conf. "Optics in Computing OC'98"*, v.3490.
20. Zhou S., Wu W., Campbell S., Yeh P., and Ling H. Optical implementation of fuzzy-set reasoning *Appl. Opt.* 1994, v.33, 5335 — 5347.
21. Shao L., Liu L., and Li G. Programmable fuzzy associative memory processor // *Opt. Commun.* 1996, v.129, 89-97.
22. Zhang S. and Karim M. A. Optical fuzzy systems based on efficient implementation of a fuzzy associative memory// *Opt. Lett.* 1998, v.23, 292— 294.
23. Zhang S. and Karim M. A. Parallel optical fuzzy logic inference using a SLM-based architecture// *Opt. Laser Technol.* 2000, v.32, 407-412.
24. Zhang S. and Karim M. A., Parallel fuzzy inference and logic processing with a joint transform correlator, // *Opt. Eng.* 2001, v.40(11) 2400-2406.
25. Gur E., Mendlovic D., and Zalevsky Z., Optical implementation of fuzzy-logic controllers: part I // *Appl. Opt.* 1998, v.37, pp.6937-6945.
26. Zalevsky Z., Mendlovic D., and Gur E. Discussion on multi-dimensional fuzzy control// *Appl. Opt.* 2000, v.39, #2, pp.333-336.
27. Павлов А.В., "Математические модели оптических методов обработки информации", *Известия Академии Наук. Теория и системы управления.*, 2000, 3, с.111-118.
28. Павлов А.В., "Об алгебраических основаниях Фурье-голографии", *Оптика и спектроскопия*, 2001, т.90, в.3, с.515-520

29. Павлов А.В., " Применение методов Фурье-голографии для построения логических процессоров", // Оптический журнал, 2002, т.69, №10, с.42-48.
30. Павлов А.В., " Реализация логико-лингвистических моделей методом Фурье-голографии ", Известия Академии Наук. Теория и системы управления., 2003, 2, с.118-125.
31. Алексеев А.М., Павлов А.В. Реализация нечеткой логики с исключениями методом фурье-голографии // Оптический журнал, 2008, Том 75, №4, с.41-46.
32. Павлов А.В., Об алгебраических основаниях голографической парадигмы в искусственном интеллекте: алгебра Фурье-дуальных операторов, V-я Международная научно-практическая конференция «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте» (28-30 мая 2009 г., Коломна). Труды конференции.Т.1, с.140-148. М.Физматлит.2009
33. Виньков М. М., Фоминых И.Б., Немонотонные рассуждения в динамических интеллектуальных системах, // Новости Искусственного Интеллекта, 2005, №4, с.12-23
34. Астанин С.В., Калашникова Т.Г., Модель немонотонных рассуждений на основе нечеткой логики // Известия ТРТУ. Интеллектуальные САПР "Материалы Международной НТК "Интеллектуальные САПР". - Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000, № 2. - С. 81-84.



В 2009 году Университет стал победителем многоэтапного конкурса, в результате которого определены 12 ведущих университетов России, которым присвоена категория «Национальный исследовательский университет». Министерством образования и науки Российской Федерации была утверждена Программа развития государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики» на 2009–2018 годы.

---

## КАФЕДРА ФОТОНИКИ И ОПТОИНФОРМАТИКИ

<http://phoi.ifmo.ru>

Заведующий – профессор, д.ф-м.н., лауреат премии Ленинского Комсомола С. А. Козлов

Основное направление работы кафедры определено ее названием и связано с развитием нового поколения информационно-телекоммуникационных систем, основанных на оптических технологиях.

Кафедра готовит бакалавров и магистров по направлению 554600 «Фотоника и оптоинформатика». Подготовка специалистов ведется в тесном сотрудничестве с компаниями, работающими в области фотоники и оптоинформатики. Со второго курса студенты получают возможность участвовать в работе этих компаний, а также в научно-исследовательских и опытно конструкторских проектах Университета ИТМО, других научно-инновационных центров Санкт-Петербурга, проводимых по госзаказу Министерства РФ, российским и международным грантам и контрактам.

Лекционные курсы, которые читают ведущие специалисты кафедры, включают изучение физических основ и техники оптической записи, обработки и передачи информации; знакомят студентов с аналоговыми и цифровыми оптическими вычислениями, оптическими технологиями искусственного интеллекта, квантовой информатикой. Значительное внимание уделяется современным технологиям программирования и инновационному менеджменту.

На кафедре разработаны и действуют уникальные лабораторные практикумы по изучению лазерных систем, голографических технологий записи, преобразования и воспроизведения информации, цифровых

оптических вычислений и оптических процессоров нечёткой логики для систем искусственного интеллекта, а также по фемтосекундной оптике и фемтотехнологиям.

Научным консультантом кафедры по направлениям «Голография» и «Оптоинформатика» долгое время был академик РАН Ю.Н.Денисюк.

Студенты кафедры участвуют в Международных конференциях, публикуют свои работы в ведущих мировых изданиях, являются членами Российских и Международных научных обществ. Среди студентов и аспирантов кафедры – стипендиаты Президента и Правительства Российской Федерации, победители конкурсов научных работ, проводимых Российской Академией наук, крупнейшими мировыми научными обществами, такими как INTAS (Фонд научно-исследовательских работ Европейского сообщества), SPIE (Международное общество инженеров-оптиков), CRDF (Американский фонд гражданских исследований и развития), OSA (Оптическое общество Америки). Студент проходит ступени квалификации бакалавр, магистр. Далее может поступить в аспирантуру и защитить кандидатскую диссертацию.

В феврале этого года, Президент Российской Федерации Дмитрий Анатольевич Медведев, вручил ведущему научному сотруднику кафедры Павлу Александровичу Белову за разработку метаматериалов для обработки и передачи изображений со сверхразрешением премию Президента РФ для молодых ученых за 2009 год.

Александр Владимирович Павлов

«Обработка информации оптическими методами»

Учебное пособие. Т.2.  
Издание второе, дополненное

В авторской редакции

Дизайн

А.В. Павлов

Верстка

А.В. Павлов

Редакционно-издательский отдел Санкт-Петербургского государственного  
университета информационных технологий, механики и оптики

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99

Подписано к печати \_\_. \_\_. \_\_

Заказ № \_\_\_\_\_

Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе